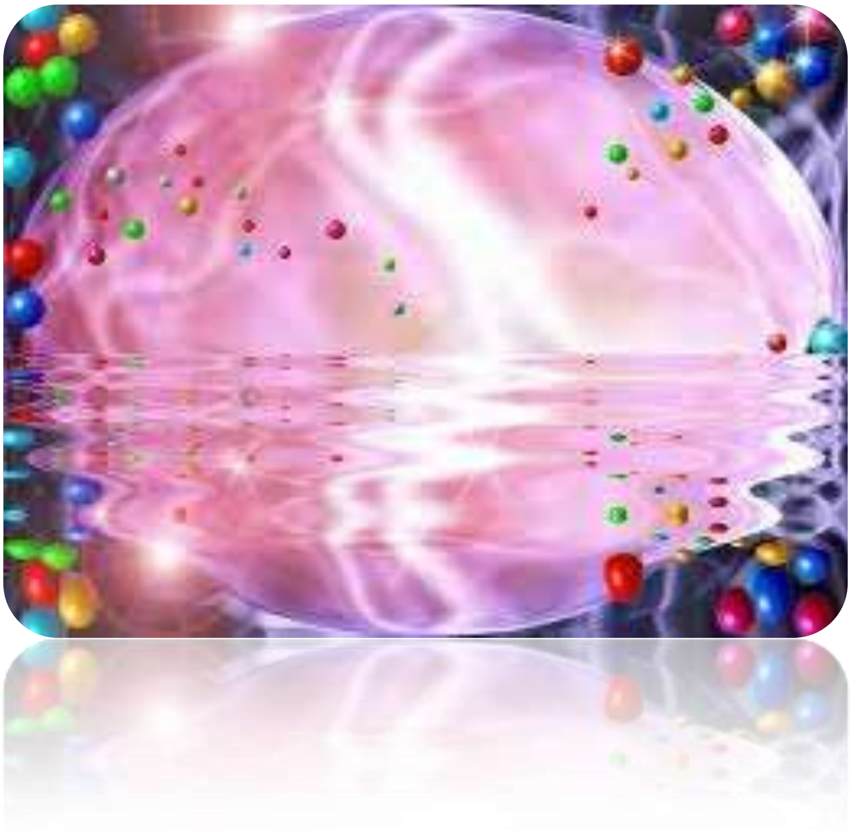
FORMAÇÃO CONTINUADA

MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática - 2º ano - 4º Bimestre /2013

Plano de Trabalho - 2



Cursista - KÍSSILA FERNANDES DA SILVA

Grupo - 03

Tutor - SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA

GEOMETRIA ESPACIAL

ESFERA

"É na matemática que o artista

acha o mais abrangente espaço

para a imaginação."

Henry Havelock Ellis

Sumário

INTRODUÇÃO

A Geometria Espacial é o estudo da geometria no espaço, em que exploramos as figuras que possuem mais de duas dimensões. Essas figuras recebem o nome de sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais e ocupam um lugar no espaço. Portanto a geometria espacial é responsável pelo cálculo do volume (medida do espaço ocupado por um sólido) dessas figuras e o estudo das estruturas das figuras espaciais.

O presente plano de trabalho tem por objetivo introduzir o conteúdo de Área da superfície esférica e Volume da esfera numa proposta diferenciada e dinâmica mostrando ao aluno que constantemente nos deparamos com situações que envolvem tais conceitos. Além do planeta Terra em que vivemos vários são os contextos em que as esferas estão presentes: nos esportes, na natureza, nos alimentos, nas obras de arte. Serão utilizados diversos materiais concretos de acordo com o aprimoramento do conteúdo em questão.

O plano será desenvolvido em doze tempos de cinquenta minutos para estudo do conceito abordado e seis tempos para a avaliação do conteúdo ministrado. Não esquecendo que em cada aula dada, haverá um tempo para fixação do que foi aprendido.

INTRODUÇÃO:

ESFERA X SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Nosso dia-a-dia em harmonia com a Matemática.

Ao trabalhar as secções de uma esfera é prudente apresentarmos aos alunos materiais concretos na sala de aula como: laranja, limão, globo terrestre, pirulito, bolinha de sabão, bola de pingue-pongue, de bilhar, etc... Nas frutas, é interessante fazer o corte para que o aluno visualize a formação de um círculo e perceba que há uma distância entre este e o centro dela. Além disso, é importante perceberem que tais informações podem ser associadas mediante o Teorema de Pitágoras, já que os elementos que compõem tal procedimento constituem um triângulo retângulo.

Também é prudente comentar que, embora o planeta Terra seja achatado nos pólos, lembra uma esfera e que, portanto, apresenta alguns elementos inerentes a essa figura tridimensional. A linha Equador separa o planeta em dois hemisférios (= meia esfera): norte e sul. A linha do Equador circunda o planeta na sua maior volta, o que se fosse ligar um extremo ao outro em linha reta, formaria o diâmetro. Então o raio da Terra é a distância do centro do planeta a sua extremidade.

Atividade:

Após essa conversa pedirei aos alunos que separem as figuras abaixo formando 2 grupos de figuras que representam:

ESFERA **X** **SUPERFÍCIE ESFÉRICA**

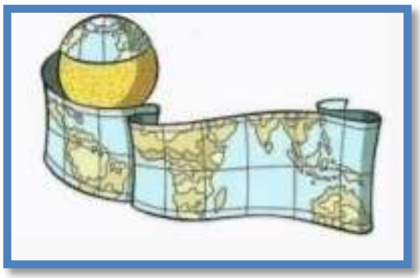

Bolas de Bilhar e Snooker


Bola de Basquetebol


Bola de Golfe


Bola de Bowlling


Bola de Baisebol



Bola de Ténis

Bolas de Futebol

Mostrar exemplos reais será de grande importância para entender que estamos falando de conceitos diferentes. A superfície esférica é apenas a "casca" da esfera; a esfera é a reunião da superfície com o conjunto de pontos interiores. Dois bons modelos de superfície esférica e esfera são: uma bolinha de pingue-pongue e uma bola de bilhar, respectivamente. A bolinha de pingue-pongue é apenas uma "casca" ("superfície esférica"); e a bola de bilhar é maciça ("esfera"). Disponível em: http://matematica-cssjb.blogspot.com.br/2009/04/superficie-esferica.html.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1: Roteiro de Ação 2 – Volume da Esfera a partir de outros volumes.

- **Habilidade Relacionada –** Apresentar o volume da esfera a partir da comparação com volume de outros sólidos já conhecidos dos alunos.
- **Pré –requisitos -** Volume do Cone
- **Tempo de duração -** 100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados –** Folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, cartolina, lápis, cola, régua, tesoura, bola de isopor de raio 10 cm, arroz.
- **Organização da turma –** Turma organizada em grupos de 3 ou 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **Objetivos –** Trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.
- **Metodologia adotada –** Manuseio de material concreto
- **Descritores Associados :**
  - H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume

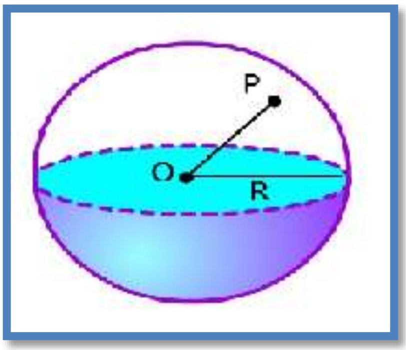
O conceito de esfera

A esfera no espaço R^3 é uma superfície muito importante em função de suas aplicações a problemas da vida. Do ponto de vista matemático, a esfera no espaço R^3 é confundida com o sólido geométrico (disco esférico) envolvido pela mesma, razão pela qual muitas pessoas calculam o *volume* da esfera. Na maioria dos livros elementares sobre Geometria, a esfera é tratada como se fosse um sólido, herança da Geometria Euclidiana.

Embora não seja correto, muitas vezes necessitamos falar palavras que sejam entendidas pela coletividade. De um ponto de vista mais cuidadoso, a esfera no espaço R³ é um objeto matemático parametrizado por duas dimensões, o que significa que podemos obter medidas de área e de comprimento, mas o volume tem medida nula. Portanto:

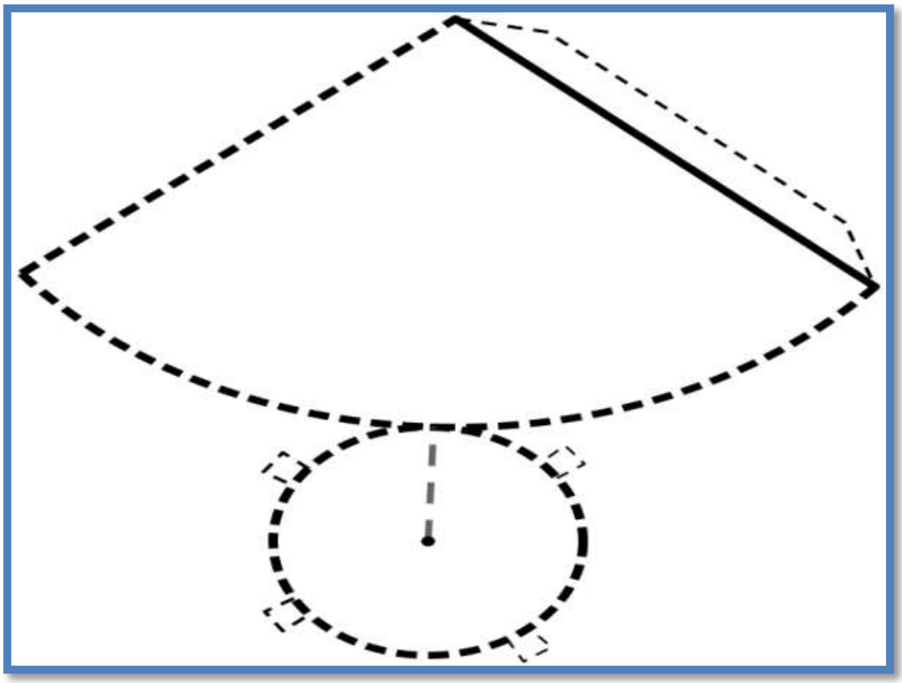
Uma esfera é definida como um sólido de centro O e raio R cujo conjunto de pontos do espaço está a uma distância do centro igual ou menor que R.

Ilustração a ser apresentada aos alunos:



Neste momento, será apresentado uma bola e um globo terrestre para fazer relação com a figura acima.

1) Recorte, monte e cole a planificação que você recebeu do seu professor. Não cole a base!



ND: Figura feita pelo conteudista André Silva

2) Que sólido geométrico você construiu? Não se esqueça de citar nome e sobrenome do sólido!

Mesmo que os alunos já tenham estudado este sólido geométrico e sua planificação, lembre-os dos tipos de cone (reto, que é o caso da nossa planificação) e oblíquo.

3) Com o auxílio de uma régua, meça a altura e o raio da base do cone construído. Que valores você encontrou?

4) Agora, meça o raio da semiesfera. Que valor você encontrou?

5) O que podemos afirmar em relação à medida da altura do cone, do raio de sua base e do raio da semiesfera? Eles são iguais? Discuta com os seus colegas.

Os alunos deverão perceber que a altura do cone, o raio de sua base e o raio da semiesfera possuem a mesma medida.

6) Vamos encher a semiesfera com o arroz? Para isso, utilize o cone, enchendo-o e despejando o seu conteúdo na semiesfera, até completá-la. Quantas vezes você repetiu este processo?

7) Se tivéssemos uma esfera inteira, seriam necessários ______ cones para enchê-la.

8) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera em relação ao volume do cone? Os alunos precisarão repetir o processo de encher o cone e despejar seu conteúdo na semiesfera, até completá-la, 2 vezes. No caso de uma esfera, serão necessários quatro cones. Esperamos que seus alunos tenham percebido que o volume da esfera é quatro vezes o volume do cone, desde que o raio da esfera tenha a mesma medida que a altura e o raio da base do cone.

9) Você lembra a fórmula do volume do cone? Vamos escrevê-la? Você deve ter visto no bimestre anterior que a fórmula do volume do cone é dada por

$$\boxed{V = \frac{1}{3} A_b . h = \frac{1}{3} \pi r^2 . h}$$

10) E como ficaria a fórmula do volume da esfera, a partir do que você descobriu no item 8)? Tente escrevê-la em função do raio r da esfera, já que a altura h do cone é igual a este raio, ou seja, h = r. Esperamos que seu aluno chegue a seguinte fórmula para o cálculo do volume da esfera

$$\boxed{V = 4 . \frac{1}{3} \pi r^2 . h = \frac{4}{3} \pi r^2 . r = \frac{4}{3} \pi r^3}$$

11) Agora que você já sabe como calcular o volume da esfera, diga qual é o volume da semiesfera que você recebeu? Use a medida do raio que você encontrou no item4.

12) E se for uma esfera inteira, qual seria o volume?

13) Calcule também o volume do cone que você montou. Que valor você encontrou? É o mesmo que o de seu colega?

14) Vamos preencher a tabela abaixo com as informações que você obteve nos itens anteriores?

Sólido	Raio	Volume
Cone		
Esfera		

Ao responder os itens 10, 11, 12 e 13, esperamos que o aluno constate que o volume da esfera é realmente 4 vezes o volume do cone.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO - No próprio livro didático

CURIOSIDADES

Uma aplicação em Física: Com grande aplicação no dia a dia, o espelho esférico é uma calota esférica que possui uma de suas partes polida e com alto poder de reflexão. Esse espelho pode ser classificado de acordo com a superfície refletora. Se essa for interna, o espelho é côncavo; e se a superfície refletora é a externa, o espelho é convexo. Podemos representar essas duas classificações de espelhos esféricos da seguinte forma:

Espelho convexo. Fonte:
http://www.mundoeducacao.com.br/fisica/espelhosesfericos.htm

Os espelhos esféricos, tanto côncavos quanto convexos, são muito utilizados em nosso cotidiano. Nos estojos de maquiagem, nos refletores atrás das lâmpadas de sistema de iluminação e projeção (lanternas e faróis, por exemplo), nas objetivas de telescópios, etc., são utilizados os espelhos esféricos côncavos. Já os espelhos esféricos convexos são utilizados, por exemplo, em retrovisores de automóveis.

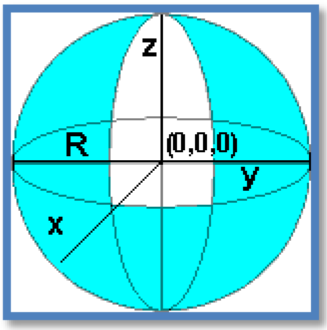
Atividade 2: Roteiro de Ação 4 – Muito ou pouco couro para as bolas de futebol?

- **Habilidade Relacionada –** Levar o aluno a deduzir como calcular a área da superfície esférica partindo da fórmula do volume deste sólido.
- **Pré –requisitos -** Volume da esfera e volume da pirâmide
- **Tempo de duração -** 100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados –** Folha de atividades, papel A4, bola de isopor de diâmetro 250mm, régua, lápis.
- **Organização da turma –** Em duplas ou trios, proporcionando trabalho organizado e colaborativo.
- **Objetivos -** Trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da ideia de volume de esfera e do volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.
- **Metodologia adotada –** Manuseio de material concreto.
- **Descritores Associados:**
    - H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
    - H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

A superfície esférica

Do ponto de vista prático, a esfera pode ser pensada como a película fina que envolve um sólido esférico. Em uma melancia esférica, a esfera poderia ser considerada a película verde (casca) que envolve a fruta.

É comum encontrarmos na literatura básica a definição de esfera como sendo o sólido esférico, no entanto não se devem confundir estes conceitos. Se houver interesse em aprofundar os estudos desses detalhes, deve-se tomar algum bom livro de Geometria Diferencial que é a área da Matemática que trata do detalhamento de tais situações.



O disco esférico é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão localizados na casca e dentro da esfera. Do ponto de vista prático, o disco esférico pode ser pensado como a reunião da película fina que envolve o sólido esférico com a região sólida dentro da esfera. Em uma melancia esférica, o disco esférico pode ser visto como toda a fruta.

Vamos falar num tema que chama bastante atenção dos alunos: o futebol. Mais especificamente na bola de futebol. Sugerimos uma esfera de isopor de 250 mm por ser de um tamanho bastante próximo de uma bola de futebol. A bola de futebol é usada para a prática do esporte nas suas diversas variações. Normalmente são fabricadas em couro sintético, pois sua espessura varia muito menos do que a do couro natural, e consiste de várias camadas que são revestidas com uma cobertura à prova d'água. As bolas são finalizadas, tradicionalmente, à mão por costureiros habilidosos, apesar de que, cada vez mais as bolas são produzidas por máquinas.

 Ela é originada de um poliedro que sofre deformação até tomar a forma aproximada da esfera. Observe que sua superfície é formada de pentágonos em preto e hexágonos em branco.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Football_Pallo_valmiina-cropped.jpg

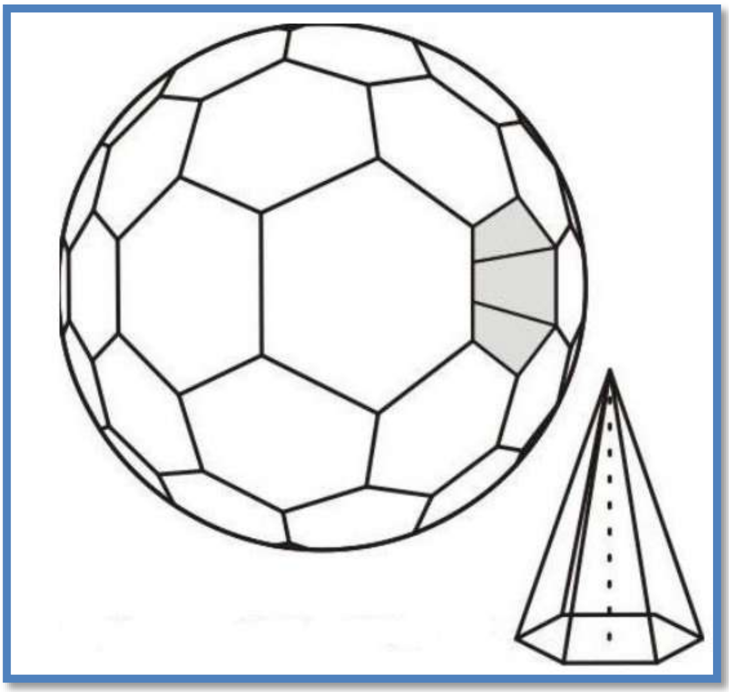
1) Imagine que você irá montar uma pequena fábrica de bolas de futebol e precisa saber quanto de tecido (neste caso, couro) é gasto na fabricação de uma bola. Você tem algum palpite? Troque uma ideia com seu colega.

2) Vamos fazer uma estimativa da quantidade de couro necessária para fabricar uma bola? Para isso, usaremos uma bola de isopor do tamanho aproximado de uma bola de futebol. Pegue as folhas de papel A4 e cubra toda a bola, de forma que fique o mais perfeito possível e gaste a menor quantidade de papel.

3) Com uma régua, meça o comprimento e a largura do papel gasto e, em seguida, calcule sua área. Quanto de papel você precisou? Caso os alunos tenham dificuldades em calcular a área do papel A4 utilizado, lembre-os que se trata de um retângulo, cuja área é dada por: A= b. h.

Se eles precisarem cortar o papel, oriente-os a manter a forma retangular da folha ou cortar num outro formato (triangular, circular) cuja área possa ser calculada com facilidade.

4) Imagine que a superfície de uma bola de futebol é composta por uma infinidade de hexágonos e seu interior não é oco. Fatiaremos a bola, de forma a obter pirâmides cujas bases formam a superfície esférica e os vértices se encontram no centro da esfera, como mostra a figura a seguir.



Fonte: http://obaricentrodamente.blogspot.com.br

5) Como podemos escrever a área da superfície da esfera em função da área dos polígonos que a compõem?

6) E quanto ao volume da esfera, como podemos escrevê-lo em função do volume dos sólidos que a compõem? Note que a superfície esférica é formada por uma infinidade de polígonos. Mostre aos seus alunos que a área dessa superfície pode ser escrita como a soma das áreas dos polígonos, ou seja,

$$A_{SE} = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n$$

e o volume da esfera pode ser escrito como a soma do volume das pirâmides. Sendo assim:

$$V_E = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n$$

7) Você lembra como é a fórmula do volume da pirâmide? Converse com seus colegas e escreva-a. Se você não lembrou, vamos rever a fórmula do volume da pirâmide? Ela é dada por:

$$V_P = \frac{1}{3} A_b . h$$

8) Observe novamente a figura do item 4. O que podemos afirmar quanto à altura da pirâmide? Não esqueça que cada pirâmide tem como vértice o centro da bola e a base compõe a superfície esférica.

9) Então, como podemos escrever a fórmula do volume da pirâmide em função do raio da esfera?

10) Agora que você já sabe que o volume da esfera é igual à soma do volume das n pirâmides, tente reescrevê-lo em função do raio da esfera. Esperamos que seu aluno deduza que a altura da pirâmide é igual ao raio da esfera, ou seja:

h=R

Assim, temos que o volume da pirâmide pode ser escrito da seguinte forma:

$$V_P = \frac{1}{3} A_b . R$$

E, portanto, o aluno deverá chegar que o volume da esfera é dado por:

$$V_E = \frac{1}{3} A_1 . R + \frac{1}{3} A_2 . R + \frac{1}{3} A_3 . R + \ldots + \frac{1}{3} A_n . R$$

Que tal reescrever o volume da esfera de forma a isolar os termos que se repetem? Tente! Após isolar os termos que se repetem no volume da superfície esférica, os alunos terão a seguinte sentença:

$$V_E = \frac{1}{3} R \left(A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n \right)$$

11) Com as respostas obtidas nos itens 5 e 11, reescreva o volume da esfera.

12) Você já sabe calcular o volume da esfera, correto? Qual é a fórmula para este cálculo? Você deve ter visto que o volume da esfera é dado por:

$$\boxed{V_E = \frac{4}{3}\pi R^3}$$

13) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera, considerando os itens 12 e 13? Existe alguma relação nas respostas dadas nestes itens?

14) E a que conclusão podemos chegar quanto a área da esfera? Ao reescrever o volume da esfera no item 12, temos que:

$$\boxed{V_E = \frac{1}{3} R.A_{SE}}$$

Assim:

$$\boxed{V_E = \frac{1}{3} R.A_{SE} = \frac{4}{3}\pi R^3}$$

Basta isolar A_{SE}. Ficamos com a seguinte fórmula:

$$A_{SE=4}\pi_R^{\ 2}$$

15) Agora que você já sabe como calcular a área da superfície esférica, e considerando π =3,14, preencha a tabela abaixo:

Raio da esfera	Área
1	
2	
4	
8	
16	

16) Vamos voltar ao problema inicial? Meça o raio da bola de isopor e responda: quanto de couro será necessário para recobrir a esfera, melhor, a bola de futebol?

17) Compare sua resposta com a sua estimativa. Os valores são aproximados?

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO - No próprio livro didático

AVALIAÇÃO

A avaliação será feita todos os dias, pois os alunos irão trabalhar em pequenos grupos e os mesmos irão discutir entre si os seus resultados onde vou avaliar o aproveitamento e sanar as dúvidas da seguinte forma:

• Atividades em sala.

• Lista de exercícios do livro didático envolvendo aplicações do assunto no cotidiano.

• Durante as aulas observando o interesse e a participação do aluno.

É um processo contínuo e diário. E é desta forma que avalio os meus alunos.

Avalio se ele está desenvolvendo as competências necessárias em relação ao conteúdo ministrado. É feita em cada aula, em cada atividade seja individual ou não. Ao final do ciclo ele é avaliado individualmente, através de uma avaliação escrita onde posso juntar com as avaliações diárias e concluir se o mesmo alcançou os objetivos propostos no período e em relação ao conteúdo ministrado.

Avalio se está desenvolvendo competências e habilidades com questões de múltiplas escolhas e com os objetivos bem definidos.

Este plano foi preparado em função da realidade da minha turma.

Referências Bibliográficas

Roteiros de Ação: 2 e 4 – Curso de Formação Continuada oferecido pelo CEDERJ/CECIERJ, em parceria com a SEEDUC – 4º bimestre.

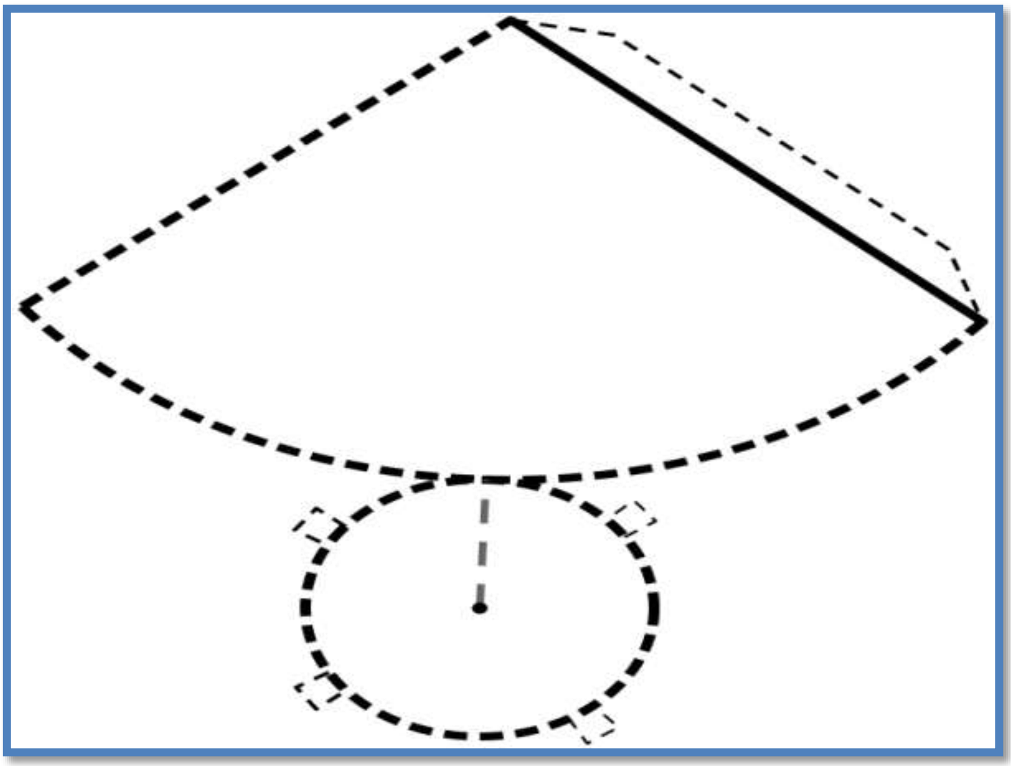
HTTP:/projeto seeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 12/11/2013

Endereços eletrônicos acessados de 08/11/2013 a 13/11/2013

http://trabalhogeometriaespacial.blogspot.com.br/2011/11/geometria-espacial_1181.html

http://www.algosobre.com.br/matematica/geometria-espacial-esfera.html

Anexo I



Anexo II

C. E. Benta Pereira   Nome:____________________________   Turma: 2002

Profª: Kíssila   **Atividade avaliada:**

Área da superfície esférica

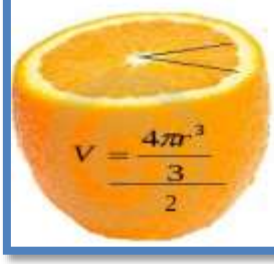
$A = 4 . \pi . r^2$

Volume da esfera

$V = \frac{4 . \pi . r^3}{3}$

1)

Dado o raio 2 cm de uma laranja, calcule qual o valor do volume do hemisfério dessa laranja.



2)

Uma laranja cortada ao meio tem 261,01 cm^3 de volume. Partindo disto, calcule o raio desta laranja

3)

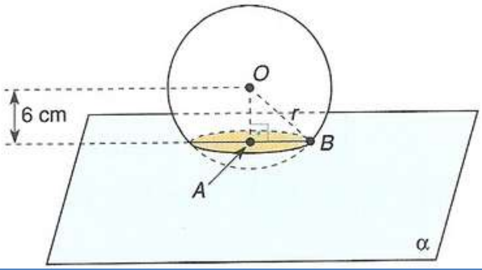
Calcule a área e o volume de uma esfera cujo raio vale 3 cm.

4)

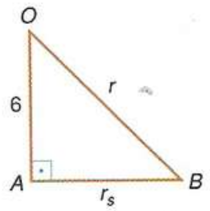
Dada uma esfera de raio 1,5 dm, utilizando $\pi = 3{,}14$, vamos determinar a área da superfície esférica e o volume dessa esfera.

A secção de um plano α com uma esfera é um círculo de área igual a 64π cm^2. Vamos achar o volume da esfera, sabendo-se que a distância do centro dela até α é 6 cm.

Veja a figura.



Veja um *zoom* do triângulo retângulo *OAB*.



(raio da secção)

5)Uma fábrica de bombons deseja produzir 20 000 unidades no formato de uma esfera de raio 1 cm. Determine o volume de cada bombom e a quantidade de chocolate necessária para produzir esse número de bombons.

6)(SESI. RJ. Matemática **Módulo 4, RJ, 1999.)** Uma bola de sorvete de 6cm de diâmetro é servida numa casquinha cônica, cuja abertura tem 5 cm de diâmetro e cuja profundidade é de 12 cm. Se a bola de sorvete derreter totalmente, haverá vazamento?

7)Uma esfera apresenta raio r = 5cm. Determinar:

a) A área da superfície esférica.

b) O volume da esfera.

8)Sabendo que o valor aproximado do raio da Terra é de 6730 km, calcule a área de sua superfície e o seu volume aproximado. (Considere o planeta Terra como uma forma próxima de uma esfera).

a) A_e =

b) V_e =