PLANO DE TRABALHO SOBRE ESFERA

Nome: José Alves Mourão Filho
Série 2ª Grupo 01
Tutor: Edeson dos Anjos Silva

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho será desenvolvido de modo a trabalhar em dois estágios onde o aluno consiga, de forma gradual, apropriar o conhecimento sobre área e volume de uma esfera.
O aluno será levado a deduzir como calcular a área da superfície esférica a partir da fórmula do volume deste sólido e para isso apresentaremos o volume da esfera comparando com o volume de outros sólidos que já são conhecidos pelos alunos.
Para isso será feito um experimento em sala de aula com a confecção de um cone de cartolina e uma esfera dividida em duas semi-esferas. Através desse experimento os alunos terão a oportunidade de perceber que se pode calcular o volume de um sólido a partir de outro.
Após a descoberta da fórmula do volume o próximo passo é levar o aluno a deduzir como calcular a área da superfície da esfera partindo da fórmula do seu volume. Para isso será necessário trabalhar com o volume de uma pirâmide fazendo comparações com o volume da esfera.

DESENVOLVIMENTO

DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Geometria Espacial- Esfera

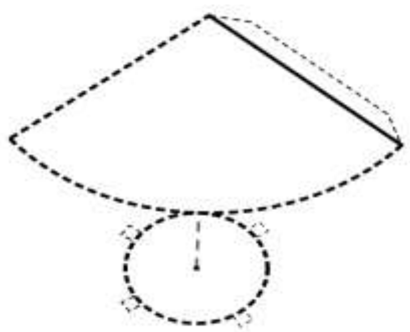
OBJETIVOS: Trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.

PRÉ-REQUISITOS: Volume do Cone

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, cartolina, lápis, cola, régua, tesoura, bola de isopor de raio 10 cm, arroz.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em grupos de 3 a 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Recorte, monte e cole a planificação que você recebeu, não cole a base!



2) Que sólido geométrico você construiu? Não se esqueça de citar nome e sobrenome do sólido!

3) Com o auxílio de uma régua, meça a altura e o raio da base do cone construído. Que valores você encontrou?

4) Agora, meça o raio da semi-esfera. Que valor você encontrou?

5) O que podemos afirmar em relação à medida da altura do cone, do raio de sua base e do raio da semi-esfera? Eles são iguais? Discuta com os seus colegas.

Obs.:Os alunos deverão perceber que a altura do cone, o raio de sua base e o raio da semi-esfera possuem a mesma medida.

6) Vamos encher a semi-esfera com o arroz? Para isso, utilize o cone, enchendo-o e despejando o seu conteúdo na semi-esfera, até completá-la. Quantas vezes você repetiu este processo?

7) Se tivéssemos uma esfera inteira, seriam necessários ______ cones para enchê-la.

8) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera em relação ao volume do cone?

Os alunos precisarão repetir o processo de encher o cone e despejar seu conteúdo na semi-esfera, até completá-la, 2 vezes. No caso de uma esfera, serão necessários quatro cones.
Espera-se que os alunos percebam que o volume da esfera é quatro vezes o volume do cone, desde que o raio da esfera tenha a mesma medida que a altura e o raio da base do cone.

9) Você lembra a fórmula do volume do cone? Vamos escrevê-la?
Você deve ter visto no bimestre anterior que a fórmula do volume do cone é dada por

$$V = \frac{1}{3}A_b.h = \frac{1}{3}\pi r^2.h$$

10) E como ficaria a fórmula do volume da esfera, a partir do que você descobriu no item 8? Tente escrevê-la em função do raio r da esfera, já que a altura h do cone é igual a este raio, ou seja, h = r.

Espera-se que os alunos cheguem a seguinte fórmula para o cálculo do volume da esfera:

$$V = 4\frac{1}{3}\pi r^2.h = 4\frac{1}{3}\pi r^2.r = \frac{4}{3}\pi r^3$$

11) Agora que você já sabe como calcular o volume da esfera, diga qual é o volume da semi-esfera que você recebeu? Use a medida do raio que você encontrou no item4.

12) E se for uma esfera inteira, qual seria o volume?

13) Calcule também o volume do cone que você montou. Que valor você encontrou? É o mesmo que o de seu colega?

14) Vamos preencher a tabela abaixo com as informações que você obteve nos itens anteriores?

Sólido	Raio	Volume
Cone		
Esfera		

DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Geometria Espacial- Esfera

OBJETIVOS: Trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da idéia de volume de esfera e do volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.

PRÉ-REQUISITOS: Volume da esfera e volume da pirâmide

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, papel A4, bola de isopor de diâmetro 250mm, régua, lápis.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em grupos de três ou quatro alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Atividade

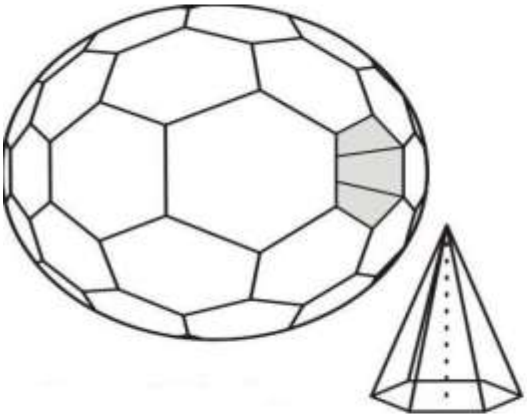
1) Imagine que você irá montar uma pequena fábrica de bolas de futebol e precisa saber quanto de tecido (neste caso, couro) é gasto na fabricação de uma bola. Você tem algum palpite? Troque uma ideia com seu colega.

2) Vamos fazer uma estimativa da quantidade de couro necessária para fabricar uma bola? Para isso, usaremos uma bola de isopor do tamanho aproximado de uma bola de futebol. Pegue as folhas de papel A4 e cubra toda a bola, de forma que fique o mais perfeito possível e gaste a menor quantidade de papel.

3) Com uma régua, meça o comprimento e a largura do papel gasto e, em seguida, calcule sua área. Quanto de papel você precisou?

Se eles precisarem cortar o papel, oriente-os a manter a forma retangular da folha ou cortar num outro formato (triangular, circular) cuja área possa ser calculada com facilidade.

4) Imagine que a superfície de uma bola de futebol é composta por uma infinidade de hexágonos e seu interior não é oco. Fatiaremos a bola, de forma a obter pirâmides cujas bases formam a superfície esférica e os vértices se encontram no centro da esfera, como mostra a figura a seguir.



Fonte: http://obaricentrodamente.blogspot.com.br

5) Como podemos escrever a área da superfície da esfera em função da área dos polígonos que a compõem?

6) E quanto ao volume da esfera, como podemos escrevê-lo em função do volume dos sólidos que a compõem?

Note que a superfície esférica é formada por uma infinidade de polígonos. Mostre aos seus alunos que a área dessa superfície pode ser escrita como a soma das áreas dos polígonos, ou seja,

$A_{SE=} A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_n$

e o volume da esfera pode ser escrito como a soma do volume das pirâmides. Sendo assim, $V_E = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n$

7) Você lembra como é a fórmula do volume da pirâmide? Converse com seus colegas e escreva-a.

Se você não lembrou, vamos rever a fórmula do volume da pirâmide? Ela é dado por: $V_P = \frac{1}{3} A_b . h$

8) Observe novamente a figura do item 4. O que podemos afirmar quanto à altura da pirâmide? Não esqueça que cada pirâmide tem como vértice o centro da bola e a base compõe a superfície esférica.

9) Então, como podemos escrever a fórmula do volume da pirâmide em função do raio da esfera?

10) Agora que você já sabe que o volume da esfera é igual à soma do volume das n pirâmides, tente reescrevê-lo em função do raio da esfera.
Esperamos que seu aluno deduza que a altura da pirâmide é igual ao raio da esfera, ou seja h=r
Assim, temos que o volume da pirâmide pode ser escrito da seguinte forma $V_P = \frac{1}{3} A_b . r$
E, portanto, deverá chegar que o volume da esfera é dado por:

$$V_{E=} \frac{1}{3} A_1 . r + \frac{1}{3} A_2 . r + \frac{1}{3} A_3 r + \cdots + \frac{1}{3} A_n . r$$

Que tal reescrever o volume da esfera de forma a isolar os termos que se repetem?
Após isolar os termos que se repetem no volume da superfície esférica, teremos a seguinte sentença:

$$V_{E=}\ \frac{1}{3}r(A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_n)$$

11) Com as respostas obtidas nos itens 5 e 11, reescreva o volume da esfera.

12) Você já sabe calcular o volume da esfera, correto? Qual é a fórmula para este cálculo?
Você deve ter visto que o volume da esfera é dado por:

$$V_{E=}\ \frac{4}{3}\pi r^3$$

13) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera, considerando os itens 12 e 13? Existe alguma relação nas respostas dadas nestes itens?

14) E a que conclusão podemos chegar quanto a área da esfera?
Ao reescrever o volume da esfera no item 12, temos que:

$$V_{E=}\ \frac{1}{3}r.A_{SE}$$

Assim,

$$V_{E=}\ \frac{1}{3}r.A_{SE}\ = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Basta isolar A_{SE} . Ficamos com a seguinte fórmula $A_{SE}\ = 4\square r^2$

15) Agora que já sabe como calcular a área da superfície esférica, e considerando, π = 3,14, preencha a tabela abaixo:

Raio da esfera	Área
1	
2	
4	
8	
16	

16) Vamos voltar ao problema inicial? Meça o raio da bola de isopor e responda: quanto de couro será necessário para recobrir a esfera, melhor, a bola de futebol?

17) Compare sua resposta com a sua estimativa. Os valores são aproximados?

DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Geometria Espacial- Esfera

OBJETIVOS: Trabalhar o conceito de área da superfície esférica e seu volume com exercícios de fixação.

PRÉ-REQUISITOS: Área da superfície esférica e volume

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, lápis e caneta.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Trabalho em grupo.

Problemas

1) Calcular a área e o volume de uma esfera:

a) de raio 15 mm.

b)de diâmetro 10 cm

c) Inscrita em um cubo com volume igual a 343 cm^2.

2) Parte da cobertura de uma construção tem a forma de uma semiesfera com diâmetro externo igual a 3 metros e diâmetro interno igual a 2,92 metros. Qual o volume dessa parte da cobertura?

3) \o diâmetro externo de uma bola de borracha é 18 cm e o interno é 15 cm. Calcule o volume de borracha utilizado na fabricação dessa bola.

4) A área de um círculo máximo de uma esfera vale 81π dm^2. O volume dessa esfera é igual a:

5) O volume da esfera A é $\frac{1}{8}$ do volume da esfera B. Se o raio da esfera A é 5 cm, qual o raio da esfera B?

6) Uma esfera é cortada por um plano $\boldsymbol{\alpha}$ que determina uma circunferência com 17π cm de comprimento. Sabendo que a distância de $\boldsymbol{\alpha}$ até o centro da esfera é 5 cm, calcule a área:

a) da superfície dessa esfera.

b) do círculo máximo dessa esfera.

7) Sabendo que o volume de uma semiesfera é 18π cm^2, calcule a área da superfície.

8)Considerando as esferas A e B. Em quantos por cento a área da superfície da esfera B será maior que a da esfera A, se:

a) o raio da esfera B for 30% maior que o da esfera A?

b) o raio da esfera A for metade do da esfera B?

9) Uma indústria calcula o custo do material utilizado na confecção de bolas plásticas de acordo com a área da superfície externa de cada bola. Veja, no quadro abaixo, o diâmetro e o custo por metro quadrado do material na fabricação de bolas de quatro tamanhos diferentes.

Custo do material utilizado	
Diâmetro da bola (cm)	Custo por metro quadrado (R$)
9	7,35
12	7,30
15	6,84
18	6,50

Com base nessas informações, determinar o diâmetro da bola que tem.

a) O menor custo com material em sua produção
b) O maior custo com material em sua produção

AVALIAÇÃO

Os problemas serão feitos individualmente durante ma aula reservada somente para isso. Na aula seguinte será aplicado um teste, também individual, de forma a avaliar o aprendizado do aluno. As questões do teste serão retiradas do próprio planejamento, conterá 10 questões envolvendo todos os assuntos, inclusive a revisão. Esse teste valerá 10 pontos e será incorporado ao cálculo da média bimestral do aluno.

O teste que será aplicado está logo abaixo. Após a correção estarei separando três deles, conforme critérios estabelecidos pelo Cecierj, e enviá-los de forma a completar o plano de trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

http://pt.wikipedia.org/wiki/Bola_de_futebol, visitado em 22/08/2012, as 15:18.
obaricentrodamente.blogspot.com.br/2011/09/area-da-superficie-esferica-partir-de.html

RIBEIRO, Jackson, **Matemática.** Ciência, Linguagem e Tecnologia. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2011. P.159.1 v.

Este teste será aplicado às turmas de 2º ano após cumprimento do plano de trabalho.

1) Uma fábrica de bombons deseja produzir 20 000 unidades no formato de uma esfera de raio 1 cm. Determine o volume de cada bombom e a quantidade de chocolate necessária para produzir esse número de bombons.

Dados:$1cm^3$ = 1 ml

2) A bola de futebol deve ter 68 cm a 70 cm de circunferência máxima. Supondo uma bola oficial com 70 cm de circunferência máxima feita com material sintético. Qual a quantidade (área da superfície da esfera), em cm^2 desse material foi usada para produzir essa bola?

3) Qual o volume que a bola da situação problema 01 ocupa no espaço?

4) Um balão de festa quando cheio fica com o formato esférico e consegue atingir uma circunferência máxima com raio de 20 cm. Se continuarmos inserindo ar após atingir esse valor ele, geralmente, estoura. Qual a superfície desse balão no momento do estouro?

5) Na situação problema 04 pode com os dados que temos descobrir o volume que o balão ocupa no espaço no momento do estouro? Se sim, qual é esse volume?

6) Quero construir um aquário com o formato de uma calota esférica de raio 2 metros e altura 1 metro. Qual a quantidade de água deve usar para encher o aquário até 10 cm de sua borda?
Dica: Cálculo do volume da calota esférica, não esquecer de descontar os 10 cm.

7) Numa piscina de bolinhas em um parque de diversões foram colocadas 10.000 bolinhas de plástico com raio igual a 4 cm. Qual o volume, em m3, deve ter a piscina para comportar todas as bolinhas?

Dica: Calcular o volume de uma bolinha e depois multiplicar pelo total de bolinhas.

8) Qual a quantidade de plástico utilizado para produzir as 10.000 bolinhas da situação problema 7, em m2?
Dica: Calcular a superfície de uma bolinha e depois multiplicar pelo total de bolinhas.

9) Uma estufa, para produção de mudas, foi construída de plástico no formato de uma semi-esfera (hemisfério) com o raio 10 metros. Qual a quantidade de plástico usada para construí-la?

10) Um reservatório na forma esférica tem 5 metros de raio. Qual a quantidade de água usada para encher apenas 20% desse reservatório?

Dica: Cálculo do volume da esfera e revisão de porcentagem.