

# **FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

## **FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ**

**COLÉGIO:** Colégio Estadual Francisco Varela

**PROFESSOR:** José Miguel de Castro Citrangulo

**MATRÍCULA:** 00/0807112-8

**SÉRIE:** 2º ano – Ensino Médio

**GRUPO:** 2

**TUTOR:** Susi Cristine Britto Ferreira

### **PLANO DE TRABALHO SOBRE SISTEMAS LINEARES**

José Miguel de Castro Citrangulo

[Jmiguel1962@hotmail.com](mailto:Jmiguel1962@hotmail.com)

#### **1. Introdução:**

- Ensinarei o conteúdo proposto através de aulas participativas e trabalhos em grupos, pois eles terão oportunidade de conversar, discutir e analisar conjuntamente as situações-problema propostos.
- Motivarei o estudo dos sistemas lineares através dos vídeos do novo telecurso, aula 11 – Sistemas resolvem problemas, aula 12 – A intersecção de retas e a solução de sistemas e o vídeo “Comendo Números” da Unicamp.
- Estimularei meus alunos no estudo dos sistemas lineares criando situações problema, principalmente em referência ao cotidiano do aluno.
- Abordarei o estudo de sistemas lineares de forma prática e concisa.

#### **Pré-requisitos:**

- Equação do 1º grau com duas variáveis.
- Representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas.
- Leitura de gráfico cartesiano.

## **2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:**

O plano de trabalho está distribuído em cinco atividades.

### **Atividade 1:**

Apresentarei aos alunos os vídeos do novo telecurso do EM aulas 11 e 12 e o vídeo “Comendo Números” da Unicamp para motivar o conceito de sistemas lineares.

### **Atividade 2:**

Apresentarei aos alunos uma atividade para questionar o uso de qual método é mais conveniente para resolver um sistema de equações lineares de 2 equações e 2 incógnitas.

### **Atividade 3:**

Apresentarei aos alunos uma atividade com uma situação do cotidiano para ser modelada e resolvida por meio de um sistema de 2 equações e 2 incógnitas.

### **Atividade 4:**

Apresentarei aos alunos uma atividade com uma situação contextualizada para ser modelada e resolvida por meio de um sistema com 3 equações e 3 incógnitas.

### **Atividade 5:**

Apresentarei aos alunos uma atividade contextualizada com uma situação simples do cotidiano para ser modelada e resolvida com a ajuda dos sistemas lineares.

## **Atividade 1: Atenção, 1, 2 e 3 – Ligar Vídeos:**

- **Tempo de duração:**

50 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Vídeos do novo telecurso, aulas 11 e 12 do Ensino Médio e o vídeo “Comendo Números” da Unicamp.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em pequenos grupos.

- **Objetivos:**

Apresentar aos alunos os vídeos para motivar o estudo do conceito de sistemas lineares.

- **Metodologia adotada:**

- Apresentar aos alunos os vídeos.
- Dialogar com os alunos sobre a importância da aplicabilidade do sistema linear na resolução de diversas situações do nosso dia a dia.
- Pedir para cada grupo trocar idéias sobre as situações cotidianas em que o conceito de sistemas lineares pode auxiliar na resolução.
- Pedir para cada grupo indicar um aluno para relatar para a turma a conclusão que chegaram sobre as situações do dia a dia em que eles aplicam o conceito de sistemas lineares na resolução.

## Atividade 2: Que método escolher?

- **Descritores associados:**

- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática.

- Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

- **Pré-requisitos:**

Equação do 1º grau e representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas.

- **Tempo de duração:**

100 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividades em anexo, lápis, borracha, régua e papel quadriculado.

- **Organização da turma:**

Turma disposta em duplas.

- **Objetivos:**

Resolver um sistema de equações lineares de 2 equações e 2 incógnitas algébrica e graficamente.

- **Metodologia adotada:**

- Entregar a cada grupo as folhas de atividades abaixo.

COLÉGIO ESTADUAL FRANCISCO VARELLA

TRABALHO DE MATEMÁTICA – 2001

ALUNO(A) \_\_\_\_\_

GRUPO \_\_\_\_\_

QUE MÉTODO ESCOLHER?

1. Para cada um dos sistemas a seguir diga qual o melhor método para resolvê-lo e por que (não é necessário resolver o sistema).

a)  $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

2. Considere o seguinte sistema linear  $\begin{cases} 4x - 9y = 1 \\ -5x + 6y = 4 \end{cases}$

O que você faria para eliminar uma das incógnitas do sistema usando o método da adição?

Uma possibilidade é multiplicar a primeira equação por 2 e a segunda equação por \_\_\_\_\_ e somar as duas para eliminar os termos em y.

Uma outra possibilidade é multiplicar a primeira equação por \_\_\_\_\_ e a segunda equação por \_\_\_\_\_ e somar as duas para eliminar os termos em x.

Resolva o sistema das duas formas e verifique que em ambos os casos chega-se na resposta  $x = -2$  e  $y = -1$ .

3. William tentou resolver o sistema  $\begin{cases} x = 10 - 2y \\ y - x = 5 \end{cases}$ . Ele substituiu  $x$  por  $10 - 2y$  na segunda equação e fez  $y - 10 - 2y = 5$ , encontrando  $y = -15$ . Substituindo  $y = -15$  na primeira equação encontrou  $x = 40$ . Mas a resposta não satisfaz o sistema.  
O que William fez de errado?

4. Usando tentativa e erro, Marcos encontrou a solução do sistema  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2(x + y) = 6 \end{cases}$  como sendo  $x = 1$  e  $y = 2$ . Você concorda? Explique sua resposta.

5. Observe os desenhos a seguir e responda o que se pede.

a) Invente um problema para a situação representada abaixo.



b) Escreva um sistema para a situação. Lembre-se de indicar a letra que usou para a pizza e para o refrigerante.



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{_____} = \text{_____} \\ \text{_____} = \text{_____} \end{array} \right.$$

c) Resolva o sistema.

d) Você também pode tentar visualizar as soluções para esse sistema graficamente.

No mesmo eixo cartesiano trace o gráfico das duas retas que representam o sistema e encontre a solução para o problema. Use papel quadriculado.

- Orientar cada grupo no traçado das retas e na escolha de uma escala adequada.

- Recolher as atividades prontas.

### **Atividade 3: Problema das Passagens**

- **Descritores associados:**

- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática.

- Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

- **Pré-requisitos:**

Equação do 1º grau.

- **Tempo de duração:**

100 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividades em anexo, lápis, borracha e calculadora.

- **Organização da turma:**

Turma disposta individualmente.

- **Objetivos:**

Modelar e Resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares de 2 equações e 2 incógnitas.

- **Metodologia adotada:**

- Entregar a cada aluno as folhas de atividades abaixo.

**COLÉGIO ESTADUAL FRANCISCO VARELLA**  
**TRABALHO DE MATEMÁTICA – 2001**

**ALUNO(A)** \_\_\_\_\_

**PROBLEMAS DAS PASSAGENS**

Considere o problema a seguir, enfrentado por João.

João é motorista em uma linha do chamado "transporte alternativo", que serve a moradores de um bairro. Esta linha admite dois tipos de passageiros, com dois valores de passagem distintos: os moradores que utilizam o transporte para circular dentro do próprio bairro, e moradores que utilizam o transporte para sair do bairro.

Considere que a passagem dentro do bairro custa atualmente R\$ 2,00 e a passagem para fora do bairro custa R\$ 2,50. João não faz anotação de quantas passagens recebe de cada tipo, apenas realiza uma marcação para cada passageiro que embarca. Assim, no final do dia, possui apenas o total de passageiros transportados, bem como o valor total em dinheiro arrecadado.

Entretanto, João precisa saber quantos passageiros transportou no último domingo em cada modalidade, pois ele gasta muito combustível ao sair do bairro e quer saber se o número de passageiros que transporta compensa a saída, ou se é melhor que no próximo domingo ele fique apenas dentro do bairro (o que também é uma possibilidade dentro de sua linha).

Ao observar o faturamento do último domingo, João percebeu que transportou 51 passageiros, e arrecadou R\$ 116,00 em passagens. E ficou a dúvida: quantos passageiros ele transportou em cada uma das modalidades?

Vamos analisar o problema do João?

Inicialmente temos que pensar... Como podemos representar o valor arrecadado por João em cada modalidade, dado o valor da passagem e a quantidade de passageiros transportados? Para isto, responda as perguntas a seguir:

1) Se tivéssemos apenas 3 passageiros, todos dentro do bairro, pagando o valor de passagem correspondente (R\$ 2,00), qual seria o valor arrecadado ao final do percurso?

a) Qual o valor arrecadado com o transporte de 10 passagens dentro do bairro? E se fossem 50?

b) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor arrecadado com  $x$  passageiros dentro do bairro.

Note que o mesmo raciocínio pode ser utilizado se tivéssemos passageiros apenas para fora do bairro.

2) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor arrecadado com  $y$  passageiros para fora do bairro, da mesma forma que você fez no item anterior.

Agora vamos pensar em outra situação.

3) Considere que João transportou 3 passageiros para dentro do bairro e 4 para fora do bairro.

a) Qual o total de passageiros transportados?

b) Qual o valor arrecadado com cada modalidade de passageiro?

c) Qual o valor total arrecadado?

Lembre-se que são desconhecidos o número de passageiros dentro do bairro ( $x$ ) que pagam R\$2,00 e o número de passageiros para fora do bairro ( $y$ ), que pagam R\$2,50.

4) Usando  $x$  e  $y$ , escreva uma equação que represente o total de passageiros transportados, lembrando que foram transportados 51 passageiros no total?

5) Usando  $x$  e  $y$  para a quantidade de passageiros fora do bairro, escreva uma equação que represente o valor arrecadado, lembrando que foram arrecadados R\$116,00 no total?

Você acha possível resolver esta equação isoladamente e encontrar uma única solução? Por quê?

Perceba que as duas equações obtidas nos itens anteriores possuem as mesmas incógnitas (os valores que você não conhece): as quantidades de passageiros transportados em cada modalidade de passagem.

Assim, podemos escrever um sistema com duas equações e duas variáveis que nos permitirá encontrar o valor destas variáveis.

6) Escreva o sistema de equações que permite a João saber quantos passageiros ele transportou em cada modalidade.

7) Resolva o sistema com o método que julgar mais conveniente. Não se esqueça de fornecer sua resposta na forma "\_\_\_ passageiros dentro do bairro, e \_\_\_ passageiros para fora do bairro".

8) Agora que você sabe quantos passageiros foram transportados em cada modalidade, vamos descobrir quanto foi arrecadado por João em cada modalidade e ajudá-lo a decidir o que fazer.

a) Quanto João arrecadou com passagens dentro do bairro?

b) Quanto João arrecadou com passagens para fora do bairro?

c) Considerando que só vale a pena para João sair do bairro se o faturamento para fora do bairro for superior ao faturamento dentro do bairro em pelo menos R\$ 20,00, decida se João deve ou não transportar passageiros para fora do bairro no próximo domingo.

- Recolher as atividades prontas.

## Atividade 4: Travessia de Balsa

- **Descritores associados:**

- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática.
- Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

- **Pré-requisitos:**

Equação do 1º grau e sistemas de equações lineares 2x2.

- **Tempo de duração:**

100 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividades em anexo, lápis, borracha e calculadora.

- **Organização da turma:**

Turma disposta individualmente.

- **Objetivos:**

Resolver um sistema de equações lineares de 3 equações e 3 incógnitas algebricamente.

- **Metodologia adotada:**

- Entregar a cada aluno as folhas de atividades abaixo.

Considere a situação descrita a seguir: (Adaptado de BIANCHINI, E. & PACCOLA, H. Matemática - 2ª Série. Rio de Janeiro: Moderna, 2004):

A ponte sobre o rio Tietê sofreu algumas avarias e, por isso, teve que ser interditada para reparos. Dessa forma, de modo provisório, a travessia passou a ser feita por meio de balsas.

Suponha que você seja o dono de uma dessas balsas e que:

(i) você pode transportar, numa viagem, 12 carros iguais e mais 3 caminhões (vazios) iguais. Com isso, a carga transportada é 5000 kg menor que a carga máxima suportável pela balsa;

(ii) mas você não pode colocar outro caminhão igual, pois a carga máxima suportável seria ultrapassada em 3000 kg. No entanto, se você retirar um carro, esse caminhão a mais poderia ser colocado, preenchendo exatamente a carga máxima suportável.

Numa viagem de volta pretende-se transportar 4 daqueles caminhões, carregados com 10000 Kg de areia cada um. Será possível transportá-los em uma única viagem?

Inicialmente, vamos identificar as incógnitas do problema.

- a) Escreva uma expressão que represente algebricamente "12 carros iguais e mais 3 caminhões (vazios) iguais".
  
- b) Sendo  $M$  a carga máxima suportada pela balsa, escreva uma equação que represente  $M$  a informação dada em (i), ou seja, que "12 carros iguais e mais 3 caminhões (vazios) iguais é equivalente a 5000 kg menor que a carga máxima suportável pela balsa"

- c) Leia novamente a informação dada em (ii) e escreva duas equações que representem os dados indicados.
- d) Agora, reúna todas as equações obtidas nos itens b e c. Elas formam um sistema com \_\_\_\_ equações e \_\_\_\_ incógnitas. Escreva-o.
- e) Resolva o sistema e obtenha o peso de cada caminhão vazio, de cada carro e a carga máxima suportada.

f) Pretende-se transportar 4 caminhões carregados com 10000 kg de areia em cada um. Agora que você já conhece os pesos referentes a cada item citado no problema, decida se é possível transportar a carga desejada em uma única viagem.

g) Explique suas soluções e o porquê de suas respostas.

h) Verifique se as respostas encontradas satisfazem as equações obtidas.

- Recolher as atividades prontas.

## Atividade 5: O Problema do Pedágio

- **Descritores associados:**

- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática.

- Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

- **Pré-requisitos:**

Equação do 1º grau.

- **Tempo de duração:**

100 minutos.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividades em anexo, lápis, borracha e calculadora.

- **Organização da turma:**

Turma disposta individualmente.

- **Objetivos:**

Modelar e Resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares de 3 equações e 3 incógnitas.

- **Metodologia adotada:**

- Entregar a cada aluno as folhas de atividades abaixo.

A Ponte Presidente Costa e Silva, popularmente conhecida como Ponte Rio-Niterói, tem 13,29 km e liga o município do Rio de Janeiro ao município de Niterói.

A Diretoria da Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT) autorizou recentemente mudanças no preço dos pedágios de várias rodovias importantes do país e também da Ponte Rio-Niterói, para vigorarem a partir de agosto de 2012.

A tarifa básica de pedágio subirá de R\$ 4,60 para R\$ 4,90, com um acréscimo de 6,52%, para automóveis, caminhonetes e furgões.

Veja a tabela com os novos valores do pedágio cobrados na Ponte Rio-Niterói.

 	
<b>TABELA DE TARIFAS</b>	
 AUTOMÓVEL, CAMINHONETE, FURGÃO (BODAGEM SIMPLES)	<b>4,90</b>
 CAMINHÃO LEVE, CAMINHÃO TRATOR, ÔNIBUS E FURGÃO (BODAGEM DIÁRIA)	<b>9,80</b>
 AUTOMÓVEL COM SEMI-REBOQUE E CAMINHONETE COM SEMI-REBOQUE	<b>7,35</b>
 ÔNIBUS, CAMINHÃO, CAMINHÃO TRATOR, CAMINHÃO TRATOR COM SEMI-REBOQUE	<b>14,70</b>
 AUTOMÓVEL COM REBOQUE E CAMINHONETE COM REBOQUE	<b>9,80</b>
 CAMINHÃO COM REBOQUE E CAMINHÃO COM SEMI-REBOQUE	<b>19,60</b>
 CAMINHÃO COM REBOQUE E CAMINHÃO COM SEMI-REBOQUE	<b>24,50</b>
 CAMINHÃO COM REBOQUE E CAMINHÃO COM SEMI-REBOQUE	<b>29,40</b>
 MOTOCICLETAS, MOTONEZAS, BICICLETAS A MOTOR E TRICICLO	<b>2,45</b>
<b>OBS:</b> PARA VEÍCULOS COM MAIS DE 6 EIXOS, A TARIFA É IGUAL AO NÚMERO DE EIXOS DO VEÍCULO, MULTIPLICADO PELO VALOR DA TARIFA BÁSICA.	

Durante uma blitz realizada em um determinado período do dia passaram pela ponte vários tipos de veículos. As seguintes informações são conhecidas:

- ao todo, passaram na ponte nesse período 85 veículos, dentre carros, motos e ônibus (rodagem dupla).

- o total arrecadado foi de R\$ 539,00

- o triplo da quantidade de carros mais a quantidade de motos é igual à quantidade de ônibus mais 115.

a) Escreva uma equação correspondente para a primeira informação “ao todo passaram na ponte nesse período 85 veículos”:

b) Consulte a tabela com os valores do pedágio e escreva uma equação que traduza a segunda informação que diz que “o total arrecadado foi de R\$ 539,00”:

c) Escreva uma equação para a terceira informação “o triplo da quantidade de carros mais a quantidade de motos é igual à quantidade de ônibus mais 115”:

d) Reescreva as equações na forma de um sistema de 3 equações e 3 incógnitas.

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \end{array} \right.$$

e) Resolva o sistema e descubra o número de veículos de cada tipo passaram na Ponte Rio - Niterói durante a blitz.

f) Verifique se os valores encontrados satisfazem as equações do sistema.

- Recolher as atividades prontas.

### **3. Avaliação:**

Descritores avaliados em todas as atividades.

- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática.
- Resolver problemas utilizando sistemas lineares.
- Avaliar cada grupo de acordo com sua participação em cada aula.
- Avaliar as atividades desenvolvidas em sala de aula.
- Avaliar se os objetivos descritos em cada aula foram alcançados pela turma.

#### **Avaliação (3 pontos)**

#### **COLÉGIO ESTADUAL FRANCISCO VARELLA**

**ALUNO(A)** \_\_\_\_\_

1) Uma loja de departamentos, para vender um televisor, um DVD e um aparelho de som, propôs a seguinte oferta: o televisor e o DVD juntos custam R\$1200,00; o DVD e o som juntos custam R\$1100,00 e o televisor com o som custam juntos R\$1500,00. Quanto pagará um cliente que comprar os três produtos?

2) Rapazes e moças dançavam animadamente em uma festa. Com a saída de 8 rapazes, percebeu-se que as moças estavam para os rapazes numa proporção de 3 para 2. Mais tarde, porém, 10 moças deixaram a festa e a proporção passou a ser de 5 moças para cada 4 rapazes. Quantos rapazes e moças havia na festa inicialmente?

3) (UFMG) Durante o período de exibição de um filme, foram vendidos 2000 bilhetes, e a arrecadação foi de R\$7600,00. O preço do bilhete para adulto era de R\$5,00 e, para criança, era de R\$3,00. A razão entre o número de crianças e o de adultos que assistiam ao filme nesse período foi:

- a) 1            b)  $\frac{3}{2}$             c)  $\frac{8}{5}$             d) 2

4) Em um restaurante há 12 mesas, todas ocupadas. Algumas, por 4 pessoas; outras, por apenas 2 pessoas, num total de 38 fregueses. O número de mesas ocupadas por apenas 2 pessoas é:

- a) 4            b) 5            c) 6            d) 7

5) A soma das mesadas de Marta e João é de R\$ 200,00. No mês passado, Marta gastou R\$ 70,00 e João gastou R\$ 40,00 e, ao final do mês, estavam com as mesmas quantias. Qual é a mesada de Marta?

6) Em um estacionamento, há carros e motos, num total de 70 veículos. A soma das rodas desses veículos é 180. Quantos são os carros e quantas são as motos?

7) Em certo posto de combustível, um carro biocombustível foi abastecido com álcool e gasolina, totalizando 46 litros. Nesse dia, o preço do litro do álcool era R\$ 1,50 e o litro da gasolina, R\$ 2,50. Sabendo que foram pagos R\$ 82,00 pelo abastecimento, determine a quantidade de litros de álcool e de gasolina com que o carro foi abastecido.

8) Uma pessoa retira R\$ 70,00 de um banco, recebendo 10 notas, algumas de R\$ 10,00 e outras de R\$ 5,00. Calcule quantas notas de R\$ 5,00 a pessoa recebeu.

#### 4. Referências:

Currículo Mínimo. Secretaria Estadual de Educação. 2013. Disponível em:

[WWW.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=759820](http://WWW.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=759820)

Acesso em outubro e novembro de 2013.

Roteiros de Ação – Estudo dos Sistemas Lineares – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2013

[http://projetoeduc.cecierj.edu.br/acessado\\_em\\_outubro\\_e\\_novembro/2013](http://projetoeduc.cecierj.edu.br/acessado_em_outubro_e_novembro/2013)

Novo Telecurso – Vídeos – aulas 11 e 12 do Ensino Médio.

Vídeo “Comendo Números” da Unicamp.

Fórum Temático 1

Iezzi Gelson, Dolce Osvaldo, Degenszajn David, Périgo Roberto e Almeida Nilze, **Matemática Ciência e Aplicações, 2 Ensino Médio**, 2ª edição, São Paulo, Atual Editora, 2004.