

# **PLANO DE TRABALHO SOBRE SISTEMAS LINEARES**

Nome: José Alves Mourão Filho

Série 2ª Grupo 01

Tutor: Edeson dos Anjos Silva

## INTRODUÇÃO

A finalidade é utilizar métodos para resolução de sistemas lineares e para isso vamos lançar mão de revisões, problemas de forma contextualizada e gráficos.

Na revisão de sistemas lineares, dentre os métodos de resolução de sistemas, o método da substituição é dos mais comuns e no intuito de evitar erros que muitos alunos cometem que é substituir o valor de uma das incógnitas incorretamente, optamos em fazer tal revisão. A alternativa é o método da adição principalmente quando os coeficientes de uma das incógnitas são opostos ou são iguais. Os erros comuns dos alunos é que normalmente eles não conseguem observar que devem subtrair uma equação da outra. É difícil também para alguns quando o sistema não está “pronto” e precisam-se multiplicar cada uma das equações por um número conveniente, antes de somar ou subtrair as equações.

Os problemas devem fazer com que os alunos consigam identificá-lo como parte do seu cotidiano. É necessário trabalhar de forma que o aluno faça uma ligação entre o sistema linear cru, árido e que apenas executa uma conta descobrindo o valor das incógnitas para um problema em que ele consiga identificar que aquele aprendizado está fazendo sentido.

Os gráficos têm como objetivo propor atividades em que os alunos possam relacionar os registros gráficos e algébricos de um sistema linear. A finalidade principal de trabalhar com os gráficos é mostrar para os alunos que ele consegue visualizar as soluções de um sistema (quando elas existem) bem como discuti-lo.

## DESENVOLVIMENTO

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Sistemas

Objetivos: Revisão de resolução de sistemas de forma a desenvolver as habilidades relacionadas às operações com sistemas lineares.

Pré-requisitos: Operações elementares com números reais.

Material necessário: Folha de atividades, caneta e lápis.

Organização da classe: Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Revisão dos métodos de substituição e adição.

Resolva os sistemas abaixo pelo método de substituição.

$$a) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$$

Resolva os sistemas abaixo pelo método da adição.

$$a) \begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 3x + 7y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - 4y = 6 \\ -x + y = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 4y = 100 \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$$

Resolva os sistemas pelos dois métodos. Substituição e adição.

$$a) \begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 5x + 9 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y = -2x - 3 \\ y = -5x - 9 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} y = 4x + 6 \\ y = 10x + 18 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} y = 3x + 4,5 \\ y = 7,5x + 13,5 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y = 32 \\ x + 5y = 98 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 10x + 50y = 32 \\ x + y = 980 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x + y = 32 \\ 10x + 50y = 980 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 16 \\ 10x + 50y = 980 \end{cases}$$

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Sistemas

Objetivos: Resolução de problemas de forma a desenvolver as habilidades relacionadas a identificação de um sistema através de um fatos ocorridos no dia-a-dia.

Pré-requisitos: Saber resolver sistema com duas incógnitas

Material necessário: Folha de atividades, caneta e lápis.

Organização da classe: Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Considere o problema a seguir, enfrentado por João.

João é motorista em uma linha do chamado "transporte alternativo", que serve a moradores de um bairro. Esta linha admite dois tipos de passageiros, com dois valores de passagem distintos: os moradores que utilizam o transporte para circular dentro do próprio bairro, e moradores que utilizam o transporte para sair do bairro.

Considere que a passagem dentro do bairro custa atualmente R\$ 2,00 e a passagem para fora do bairro custa R\$ 2,50. João não faz anotação de quantas passagens recebe de cada tipo, apenas realiza uma marcação para cada passageiro que embarca. Assim, no final do dia, possui apenas o total de passageiros transportados, bem como o valor total em dinheiro arrecadado.

Entretanto, João precisa saber quantos passageiros transportou no último domingo em cada modalidade, pois ele gasta muito combustível ao sair do bairro e quer saber se o número de passageiros que transporta compensa a saída, ou se é melhor que no próximo domingo ele fique apenas dentro do bairro (o que também é uma possibilidade dentro de sua linha).

Ao observar o faturamento do último domingo, João percebeu que transportou 51 passageiros, e arrecadou R\$ 116,00 em passagens. E ficou a dúvida: quantos passageiros ele transportou em cada uma das modalidades?

Vamos analisar o problema do João?

Inicialmente temos que pensar... Como podemos representar o valor arrecadado por João em cada modalidade, dado o valor da passagem e a quantidade de passageiros transportados? Para isto, responda as perguntas a seguir:

1) Se tivéssemos apenas 3 passageiros, todos dentro do bairro, pagando o valor de passagem correspondente (R\$ 2,00), qual seria o valor arrecadado ao final do percurso?

a) Qual o valor arrecadado com o transporte de 10 passagens dentro do bairro? E se fossem 50?

b) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor arrecadado com  $x$  passageiros dentro do bairro.

Note que o mesmo raciocínio pode ser utilizado se tivéssemos passageiros apenas para fora do bairro.

2) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor arrecadado com  $y$  passageiros para fora do bairro, da mesma forma que você fez no item anterior.

Agora vamos pensar em outra situação.

3) Considere que João transportou 3 passageiros para dentro do bairro e 4 para fora do bairro.

a) Qual o total de passageiros transportados?

b) Qual o valor arrecadado com cada modalidade de passageiro?

c) Qual o valor total arrecadado?

Lembre-se que são desconhecidos o número de passageiros dentro do bairro ( $x$ ) que pagam R\$2,00 e o número de passageiros para fora do bairro ( $y$ ), que pagam R\$2,50.

4) Usando  $x$  e  $y$ , escreva uma equação que represente o total de passageiros transportados, lembrando que foram transportados 51 passageiros no total?

5) Usando  $x$  e  $y$  para a quantidade de passageiros fora do bairro, escreva uma equação que represente o valor arrecadado, lembrando que foram arrecadados R\$116,00 no total?

Você acha possível resolver esta equação isoladamente e encontrar uma única solução? Por quê?

(UE-PA) Um grupo de 12 amigos reuniu-se durante um almoço de confraternização de fim de ano. Todos foram inânimes em pedir o prato sugerido pelo garçom e 10 deles pediram sobremesa, perfazendo uma despesa total de R\$ 230,00 com esses dois itens. Sabendo-se que a quota de quem pediu sobremesa foi de R\$ 20,00, calcule o preço unitário de cada um desses itens.

(PUC-SP) Para dar R\$ 1,80 de troco a um cliente, o caixa de um supermercado pretende usar exatamente 20 moedas. Se ele dispõe apenas de moedas de 5 centavos, 10 centavos e 25 centavos, de quantos modos distintos ele pode compor tal quantia?

(U.F. Uberlândia-MG) João vai até uma loja para efetuar o pagamento de uma conta. A balconista diz que o valor da conta é de  $x$  reais e  $y$  centavos, em que  $x$  e  $y$  são números inteiros com dois algarismos. No momento de preencher o cheque para o pagamento, João equivocou-se e escreveu o valor incorreto de  $y$  reais e  $x$  centavos, concluindo que o valor incorreto havia excedido o valor correto da conta em R\$ 16,83. Sabendo-se que  $x+y=83$ , determine o valor correto da conta.

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Sistemas

Objetivos: Resolução de problemas de forma a desenvolver as habilidades relacionadas a resolução de um sistema através de gráficos.

Pré-requisitos: Saber resolver função do primeiro grau.

Material necessário: Folha de atividades, caneta e lápis.

Organização da classe: Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

A soma de dois números (  $x$  e  $y$  ) é 100 e sua média aritmética é 45. Quais são esses dois números?

a) 
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{x+y}{2} = 45 \end{cases}$$
 neste caso não existem valores de  $x$  e  $y$  que satisfaçam a igualdade.

Neste caso dizemos que o sistema é impossível e seu conjunto solução é vazio.

Represente graficamente as duas funções polinomiais do 1º grau. Lembre-se que a fórmula geral é  $y = ax + b$ .

Devemos arrumar o sistema;

b)  $y = -x + 100$  e  $y = -x + 90$

c) Que tipo de retas foi encontrado? A posição das duas retas neste caso define que o sistema é impossível? Por quê?

A soma de dois números é 100 e sua média aritmética é 50. Quais são esses números?

d) 
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{x+y}{2} = 50 \end{cases}$$
 resolvendo o sistema encontramos a solução do problema. Neste caso, existe uma infinidade de números que satisfazem a igualdade. A solução do sistema são todas as duplas de números do tipo  $(x, 100-x)$ . Assim, esse sistema é possível, porém indeterminado.

Represente graficamente as duas funções polinomiais do 1º grau. Lembre-se que a fórmula geral é  $y = ax + b$ .

e) Montar as retas conforme a fórmula geral

f) Que tipo de retas foi encontrado? A posição das duas retas neste caso define que o sistema é impossível? Por quê?

Encontre o resultado de  $x$  e  $y$  do sistema abaixo pela representação gráfica.

g) 
$$\begin{cases} x + 4y = 100 \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$$

h) Montar as retas conforme a fórmula geral.

i) Que tipo de retas foi encontrado? A posição das duas retas neste caso define que o sistema é possível? Por quê?

Exercícios.

1) Represente em um mesmo referencial cartesiano as equações  $y=2x$  e  $x+y=6$ .

2) A partir do gráfico dê a solução do sistema:

$$j) \begin{cases} y = 2x \\ x + y = 6 \end{cases}$$

3) Verifique, por substituição, se o par de números que você encontrou é solução do sistema.

4) Represente em um mesmo referencial cartesiano as equações:  $y = 2x + 7$  e  $y = -3x + 3$

5) Em que pontos  $(x,y)$  do plano cartesiano os gráficos se interceptam?

6) Resolva a equação  $2x + 7 = -3x - 3$ . O que você conclui quando compara o resultado obtido com a questão número 5?

7) Determine a solução do sistema  $\begin{cases} y = 2x + 7 \\ y = -3x - 3 \end{cases}$

8) Resolva graficamente cada um dos sistemas e, para cada caso, indique se há uma solução, nenhuma solução ou uma infinidade de soluções.

$$k) \begin{cases} y = 5 + 2x \\ 4x - 10 = 2y \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} 3x + y = -16 \\ 2x + 3y = -7 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2\left(\frac{x}{2} - y\right) = 7 \end{cases}$$

9) Analise o texto do problema a seguir e descubra os sistemas que representam os dados do problema.

Luísa tem R\$ 980,00 em notas de R\$ 10,00 e de R\$ 50,00, totalizando 32 notas. Ela não possui moedas nem notas de outro valor. Quantas notas de R\$ 10,00 e quantas de R\$ 50,00 Luísa tem?

$$a) \begin{cases} x + y = 32 \\ x + 5y = 98 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 10x + 50y = 32 \\ x + y = 980 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + y = 32 \\ 50x + 10y = 980 \end{cases} \quad d) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 16 \\ 10x + 50y = 980 \end{cases}$$

Represente o gráfico da função e indique se o sistema é possível de determinado (SPD), possível e indeterminado (SPI) ou se o sistema é impossível (SI).

## AVALIAÇÃO

Os problemas serão feitos em grupos e na aula seguinte será aplicado um teste individual de forma a avaliar o aprendizado do aluno. As questões do teste serão retiradas do próprio planejamento, conterà 10 questões envolvendo todos os assuntos, inclusive a revisão. Esse teste valerá 10 pontos e será incorporado ao cálculo da média bimestral do aluno.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Referências Bibliográficas

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Contexto e Aplicações. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011. p. 145-148. 2 v.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática**. Ciência e Aplicações. 4. ed. São Paulo: Atual Editora, 2006. p. 173, 176, 184. 2 v.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2009. p. 125. 2 v.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática**. Ensino Médio. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010. p. 320, 326, 327. 2 v.