Patrícia Furtado da Rosa Feital da Silva

Análise Combinatória

Trabalho apresentado ao Curso de Formação Continuada
da Fundação CECIERJ – Consórcio CEDERJ.
Orientadora: Bianca Coloneze (Tutora)
Grupo 1
3ª série do ensino médio – 1º bimestre.

Seropédica
2014

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo apresentar os conceitos básicos relativos ao estudo da Análise Combinatória aos alunos do Curso Normal, de maneira que a construção dos conceitos, propiciem uma aprendizagem eficaz. Para iniciar cada aula, apresentarei situações cotidianas presentes no Roteiro de Ação (RA). Depois faremos problemas que abordem os mesmos conceitos, incluindo sempre que possível questões sobre o assunto retiradas do Banco de Itens do Caed/Saerj

2. DESENVOLVIMENTO

Princípio Fundamental da Contagem

Duração prevista: 200 minutos (4 tempos de aula[1]).
Área de conhecimento: Matemática.
Assunto: Análise Combinatória.
Objetivos: Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.
Pré-requisitos: Nenhum.
Material necessário: folha de atividades, lápis e borracha.
Organização da classe: em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
Descritores: - resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.

¹ Minhas 4 aulas semanais são seguidas, os 2 últimos tempos da manhã seguidos dos 2 primeiros tempos da tarde, pois o Curso Normal em alguns dias da semana é integral.

Metodologia:

Começarei esta aula utilizando o RA1, utilizando suas atividades, depois a turma resolverá 2 questões para fixarem o conceito trabalhado.

A necessidade de contar o número de possibilidades de realizar determinada tarefa é muito importante na tomada de decisão em nosso cotidiano.

Você poderia listar pelo menos duas situações em que isso acontece?

____

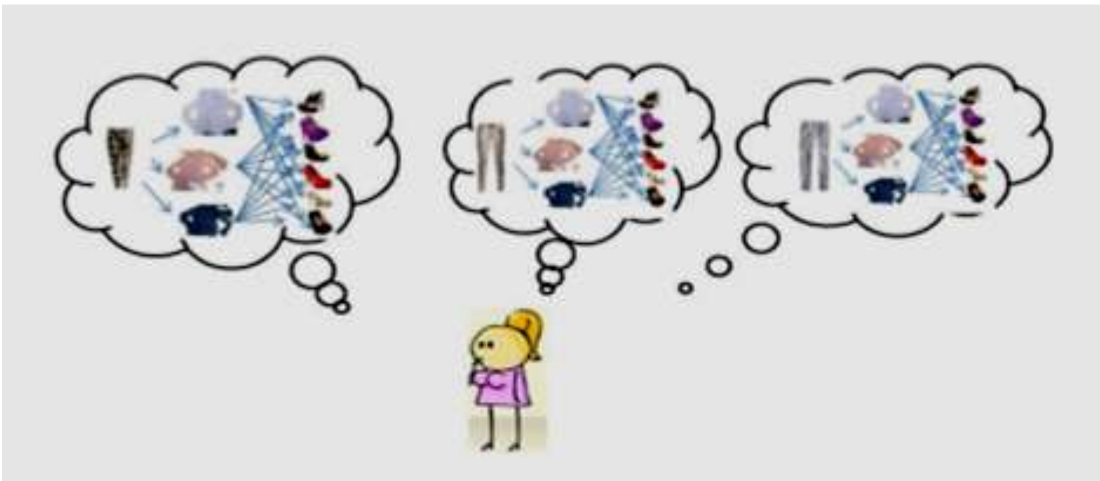
____

Anotarei no quadro algumas das respostas dadas e a seguir apresentarei duas situações para serem resolvidas e discutidas pelos alunos.

Atividade 1

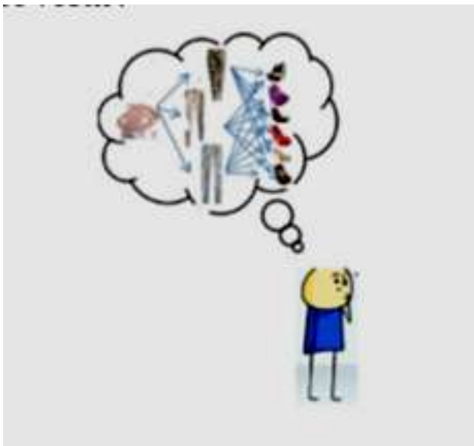
Pedro decidiu comemorar seu aniversário juntamente com sua namorada Deise, saindo para jantar num restaurante. Na hora marcada, Pedro chegou à casa de Deise, que estava nervosa, pois não conseguia achar a combinação ideal, de roupas, para sair. Ainda nervosa, Deise apresentou a Pedro as roupas que dispunha para escolher. Veja as opções que Deise possuía:

1 - Com essa quantidade de roupa, de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir, usando uma camisa, uma calça e um par de sapatos?



Deise disse a Pedro que gostaria muito de usar a camisa de cor rosa. Pediu a opinião de Pedro sobre qual combinação usar.

2 - Após essa decisão de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir?



As respostas dos itens 1 e 2 são:

Resposta do item 1
(3 opções de camisas) × (3 opções de calças) × (6 opções de pares de sapato) = 54 possibilidades

Resposta do item 2
(1 opção de camisas) × (3 opções de calças) × (6 opções de pares de sapato) = 18 possibilidades

Após a sugestão de Pedro, Deise decidiu qual roupa usar e o casal saiu para comemorar o aniversário de Pedro. Eles escolheram jantar no Restaurante Coma Feliz.

Ao chegarem nesse restaurante, um garçom lhes forneceu o cardápio que apresentava três tipos de pratos: Carnes, Lasanhas e Massas. Veja a seguir as opções do cardápio desse restaurante:

Tipos de Pratos		
Carnes (Arroz, feijão, farofa)	**Lasanha (Salada)**	**Massas**
Filé mignon	Frango	Ravioli
Alcatra ao molho	Bolonhesa	Espaguete
Contra filé ao molho	4 queijos	Fusilli
Carne assada	Palmito	Canelone
Chuleta na brasa		Capelete
Picanha acebolada		
Bife à role		

Composição		
Acompanhamento	**Sobremesa**	**Bebida**
Batata Frita	Sorvete de Morango	Suco de Maracujá
Nhoque	Sorvete de Chocolate	Suco de Laranja
Salada de Maionese	Sorvete Napolitano	Suco de Uva
Purê de Batata	Sorvete de Creme	Suco de Acerola
Purê de Aipim	Sorvete de Flocos	Suco de Melancia
Salada de Feijão Fradinho	Pudim	Refrigerante de Cola
	Mousse de Limão	Refrigerante de Limão
	Mousse de Maracujá	Refrigerante de Laranja
	Mousse de Chocolate	Refrigerante de Uva
	Pavê de Chocolate	Refrigerante de Guaraná
		Chopp
		Água Mineral

Deise escolheu comer lasanha acompanhada de uma bebida e um pudim.
3 - De quantas maneiras diferentes Deise pode fazer sua escolha?

Pedro escolheu comer uma carne, acompanhado de batata frita; uma bebida e uma sobremesa.
4 - De quantas maneiras diferentes Pedro pode fazer sua escolha?

5 - Nesse restaurante, é possível um cliente, comer um prato diferente por dia, acompanhado de uma bebida, durante um ano? Justifique sua resposta.

As respostas desta última parte são:

Resposta do item 4

$\boxed{4}$ x $\boxed{12}$ x $\boxed{1}$ = **48** possibilidades

Opções de Lasanhas; Opções de Bebidas; Opção de Pudim

Resposta do item 4

$\boxed{7}$ x $\boxed{1}$ x $\boxed{10}$ x $\boxed{12}$ = **840** possibilidades

Opções de Carnes; Opções de Fritas; Opções de Bebidas; Opção de Sobremesas

Resposta do item 5

$\boxed{16}$ x $\boxed{12}$ = **192** possibilidades

Opções de Prato; Opções de Bebidas

3. AVALIAÇÃO:

Os alunos serão avaliados por seu envolvimento na dinâmica da aula e participação nas discussões.

Além disso, faremos as seguintes questões:

Questões:

1. Ao lançarmos uma moeda e um dado, quais são as possibilidades de resultados?
   Obs.: Use C para cara e K para coroa

2. Uma pessoa quer viajar de Recife a Porto Alegre, passando por São Paulo.
   Sabendo que há 5 roteiros diferentes Recife à São Paulo e 4 roteiros diferentes de São Paulo à Porto Alegre.
   De quantas maneiras possíveis essa pessoa poderá ir do Recife à Porto Alegre, passando por São Paulo?

3. Questões do Caed/Saerjinho

(PAMA11171MS) O Grêmio Estudantil de uma escola realiza eleições para a composição de sua comissão esportiva. Para presidente, apresentaram-se cinco candidatos; para vice-presidente, oito candidatos; e para secretário, seis candidatos.
Quantas comissões poderão ser formadas por um presidente, um vice-presidente e um secretário?

A) 480
B) 400
C) 280
D) 250
E) 240

Mudanças dos Números de Celulares

Duração prevista: 200 minutos
Área de conhecimento: Matemática
Assunto: Análise Combinatória
Objetivos: Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.
Pré-requisitos: Nenhum
Material necessário: Folha de atividades, lápis e borracha.
Organização da classe: em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
Descritores: - Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.

Metodologia:

Utilizarei algumas atividades do RA2, que mostram outra situação em que aplicamos o princípio multiplicativo, depois faremos outras questões abordando o mesmo tema.

Leia esta informação:

"Em 2012, a Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel) determinou que fosse acrescentado mais um dígito em todos os telefones móveis da região metropolitana do Estado de São Paulo. Esse aumento no número de dígitos possibilitará a criação de milhões de números de celulares a mais em todo o território nacional, já que a medida, aos poucos, será adotada em todos os Estados."

Atividade 1

Recentemente os moradores de São Paulo sofreram uma mudança em sua rotina. Os números dos telefones celulares da cidade de São Paulo e outros 63 municípios do estado ganharam um dígito 9 à esquerda.

1. De acordo com a recomendação da Anatel, os números de celulares de São Paulo, na antiga configuração, deveriam iniciar com os dígitos 6, 7, 8 e 9. Qual é a quantidade máxima de números de telefones celulares, que podemos obter com a antiga configuração?

2. A necessidade de comunicação entre as pessoas, encurtando as distâncias e diminuindo o tempo tem contribuído para o aumento nas vendas dos aparelhos celulares. Explique o que levou a Anatel a acrescentar um dígito (o nº 9) nos números de celulares dessas cidades, em São Paulo?

3. Com a nova configuração, os números de telefones celulares em São Paulo passaram a ser formados por 9 dígitos escolhidos entre 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9. Porém o 2º dígito jamais pode ser 0 (zero). Pesquise o porquê de esses novos números de celulares não poderem apresentar o algarismo 0 (zero) como seu 2º dígito?

"A partir deste domingo (29/07/12) os números de celulares de São Paulo e outros 63 municípios ganharão um 9 à esquerda. A medida, conduzida pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), órgão que regula o setor, é obrigatória e gratuita para o DDD 11. Ela vai possibilitar o aumento da capacidade de numeração de 44 milhões para 90 milhões. Hoje, existem 34,2 milhões de chips ativos e 8 milhões nos estoques das operadoras. Ou seja, 95% dos números já têm praticamente um dono." Fonte: Agência Estado

4. De acordo com a notícia, a nova numeração proporcionaria a capacidade máxima de 90 milhões números de telefones celulares em SP. Essa afirmação está correta? Justifique rigorosamente sua resposta.

5. Desses novos números de celulares, quantos apresentam todos os dígitos distintos?

Resposta do item 1.

4 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10

opções
6, 7, 8 e 9

= 40.000.000 possibilidades

Resposta do item 4.

1 . 9 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10

= 90.000.000 possibilidades

Resposta do item 5.

1 . 8 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2

= 322.560 possibilidades

3. AVALIAÇÃO:

Os alunos serão avaliados por seu envolvimento na dinâmica da aula e participação nas discussões.

Além disso, faremos as questões a seguir:

Questões:

1. No sistema de numeração decimal quantos números de 5 algarismos são formados?

2. No sistema de numeração decimal quantos números de 5 algarismos são formados, sem repetição de algarismos?

3. Quatro atletas, João, Paulo, Lucas e Mateus, disputam uma corrida. Supondo que todos terminem a prova, quantas são as possibilidades de chegada para os três primeiros lugares?

4. Usando-se somente os algarismos 2, 4, 6 e 8, quantos números distintos de dois algarismos podemos formar?

5. Questões do Caed/Saerj

(M120138ES) Ana comprou um conjunto ornamental para jardins, composto pela branca de neve e os sete anões, e pretende organizá-los em fila.
De quantas maneiras diferentes esses enfeites podem ser organizados no jardim?
A) 2
B) 8
C) 64
D) 5 040
E) 40 320

Trabalhando com outros Problemas

Duração prevista: 100 minutos
Área de conhecimento: Matemática
Assunto: Análise Combinatória
Objetivos: Resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo.
Pré-requisitos: Nenhum
Material necessário: Folha de atividades, lápis e borracha.
Organização da classe: em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
Descritores: - Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples

Metodologia

Apresentarei à turma duas situações problemas bem parecidas para serem discutidas:

- a) Uma prova de natação reúne 15 atletas de diferentes países. Quais são as possibilidades de premiação para as medalhas de prata, ouro e bronze.

- b) Uma pizzaria oferece a seus clientes, 15 sabores de pizza. De quantas maneiras uma família pode escolher 3 pizzas de sabores diferentes?

Perguntarei aos alunos, em primeiro lugar:

Em cada um dos itens a ordem é importante?

Ou melhor, desconsiderar a ordem de disposição dos elementos altera o resultado?

É claro que no caso da letra (a) a ordem é importante, já que todos querem chegar em primeiro lugar. Assim, se o atleta do Brasil chegar em primeiro lugar, o da China em segundo lugar e o dos EUA em terceiro lugar, iremos ficar muito mais felizes do que se o se o atleta da China chegar em primeiro, o dos EUA chegar em segundo e o do Brasil chegar em terceiro.

Levarei os alunos a encontrar a solução para o item (a) levando-os a refletir sobre quantas possibilidades há para o primeiro lugar, quantas possibilidades há para o segundo lugar e depois quantas são as possibilidades para o terceiro lugar.

Novamente o princípio multiplicativo é a chave para a resposta:

$$15 \times 14 \times 13 = 2730.$$

É claro que estamos pensando em todas as possibilidades de pódio, mas algumas delas terão mais chances de ocorrer do que outras, por conta do desempenho de cada um dos atletas.

O que ocorre então no item (b)?

Note que os dados numéricos são os mesmos: 15 elementos e escolha de 3. Mas e neste caso, a ordem é relevante? Escolher “mozzarella, calabresa ou romana” é diferente da opção “romana, calabresa, mozzarella”, ou ainda, “calabresa, mozzarella, romana”?

Esta situação é simples para que seu aluno perceba que as possibilidades (não estão todas listadas!) na realidade representam “a mesma escolha”, e por isso, a ordem não é relevante neste caso.

Mas como calcular então as formas de escolher 3 pizzas diferentes em um cardápio com 15 sabores?

Começarei a conversar com a turma perguntando quantas são as possibilidades de escolha para o primeiro, o segundo e o terceiro sabor de pizza.

A resposta é, usando o princípio multiplicativo, 15 possibilidades para o primeiro sabor, 14 para o segundo, e 13 para o terceiro. Isto nos levaria ao mesmo número de possibilidades que obtivemos no item (a). Mas alguma coisa está diferente. Se “mozzarella, calabresa ou romana” ou “romana, calabresa, mozzarella”, ou ainda, “calabresa, mozzarella, romana” são na realidade a mesma escolha de três pizzas, estamos contanto pizzas demais!

Para saber a resposta correta devemos descontar as repetições.

Para contar as repetições levarei os alunos a notarem que para cada escolha de três sabores (digamos mozzarella, calabresa ou romana) há 3!, ou seja, 3 x 2 x 1 = 6 possibilidades de permutação (solicitarei que listem todas). Ou seja, cada combinação de três pizzas foi contada 6 vezes quando deveria ser contada apenas uma vez.

Assim, para saber o número correto de possibilidades basta dividir o número anteriormente encontrado por 6.

Este tipo de combinação pode ser representado pela notação Cn,p, no qual n é o total de objetos tomados p a p. No caso deste exemplo:

$$C_{15}^{3} = \frac{15x14x13}{3!} = \frac{2730}{6} = 455$$

3. AVALIAÇÃO

Como nesta atividade os alunos deverão participar ativamente das discussões para que possamos diferenciar os dois problemas eles serão avaliados pela sua participação nesta dinâmica. Mesmo assim ainda solicitarei que resolvam a questão a seguir:

Questão:

1. De quantas maneiras diferentes um técnico de basquete pode escalar seu time, tendo à sua disposição 12 atletas que jogam em qualquer posição?
   Lembrete: um time de basquete é composto de 5 jogadores

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Roteiros de Ação – Análise Combinatória – 3ª série | 1º Bimestre - 2014 | 1º Campo Conceitual.
  Disponível em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=166
  Acesso em: 07 fev 2014

- CAED/SAERJINHO. Banco de Itens
  Disponível em: http://www.saerj.caedufjf.net/diagnostica/
  Acesso em: 14 fev 2014

- Formação Continuada em Matemática – Repensando a Análise Combinatória – 3ª série | 1º Bimestre - 2014 | 1º Campo Conceitual.
  Disponível em: : http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=166
  Acesso em: 07 fev 2014

- DANTE, Luíz Roberto. **Matemática – Volume Único**. São Paulo: Editora Ática, 2008