

**Patrícia Furtado da Rosa Feital da Silva**

## **Introdução à Probabilidade**

Trabalho apresentado ao Curso de Formação Continuada  
da Fundação CECIERJ – Consórcio CEDERJ.  
Orientadora: Bianca Coloneze (Tutora)  
Grupo 1  
3ª série do ensino médio – 1º bimestre.

**Seropédica  
2014**

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo apresentar os conceitos básicos relativos a Introdução da Probabilidade aos alunos do Curso Normal, de maneira que a construção dos conceitos, propiciem uma aprendizagem eficaz. Para iniciar, apresentarei uma situação cotidiana presente no Roteiro de Ação 5 (RA5) que fala das chances de se ganhar na Mega Sena. Depois trabalharei com alguns dos experimentos citados no fórum temático, faremos também problemas que abordem os mesmos conceitos, incluindo sempre que possível questões sobre o assunto retiradas do Banco de Itens do Caed/Saerj

## 2. DESENVOLVIMENTO

### Jogando na Mega Sena – Introdução à Probabilidade

Duração prevista: 200 minutos (4 tempos de aula<sup>1</sup>).

Área de conhecimento: Matemática.

Assunto: análise Combinatória e Introdução à Probabilidade

Objetivos: Resolver problemas com combinação e probabilidade

Pré-requisitos: Combinação e definição de probabilidade no contexto de um jogo da Mega Sena.

Material necessário: folha de atividades, lápis e borracha.

Organização da classe: em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

Descritores: - H 66 Resolver problemas envolvendo noções de análise combinatória;  
- H67 Resolver problemas envolvendo probabilidades.

<sup>1</sup> Minhas 4 aulas semanais são seguidas, os 2 últimos tempos da manhã seguidos dos 2 primeiros tempos da tarde, pois o Curso Normal em alguns dias da semana é integral.

Metodologia:

Utilizarei as atividades do RA5, mostrando aos alunos as combinações das várias formas de se apostar na Mega Sena.

A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}. Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R\$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena.

Quantidade de dezenas apostadas	6	7	8	9	10
Valor em R\$	2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

O preço das apostas é calculado a partir do total de agrupamentos de 6 dezenas que um apostador faz com as dezenas apostadas.

Assim, um apostador que joga na Mega Sena as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57, fará 7 jogos, pagando pelo jogo R\$ 14,00.

1. Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.

Você já reparou que um apostador que faz uma aposta simples de 6 dezenas paga R\$ 2,00 pela aposta. Se ele acrescentar uma dezena, isto é, apostar em 7 dezenas, irá pagar R\$ 14,00 (7 x R\$ 2,00). Porém caso ele aposte em 8 dezenas, irá pagar R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Ele não deveria pagar R\$ 16,00 (8 x R\$ 2,00) pelas 8 dezenas? Para responder essas perguntas, resolva os itens a seguir.

2. Um apostador da Mega Sena escolheu as dezenas 05 – 09 – 12 – 13 – 35 – 37 – 57 para realizar seu jogo. Pelas regras do jogo, ele ganhará o prêmio caso seja sorteada uma das sequências de 6 dezenas formadas a partir das dezenas escolhidas. Quantas sequências de 6 dezenas são possíveis de se formar, com essas dezenas? Descreva-as?

3. Para uma aposta de 7 dezenas, pela tabela de valores da Mega Sena, é cobrado do apostador R\$ 14,00. Esse valor está correto? Justifique.

*A resposta do item 2 é sim. Com 7 dezenas produzem-se 7 sequências simples de 6 dezenas. Como cada sequência simples custa R\$ 2,00 então temos  $7 \times R\$ 2,00 = R\$ 14,00$*

4. Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na Mega Sena pagará R\$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

Isso ocorre porque o número de seqüências simples de 6 dezenas é calculado por uma combinação das 60 dezenas tomadas 2 a 2. Assim teremos:

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15. \text{ Logo, temos 15 jogos}$$

simples. Com isso o apostador deverá pagar  $15 \times R\$ 2,00 = R\$ 30,00$ .

5. Quanto pagará pela aposta um apostador que escolher, para jogar na Mega Sena, as dezenas 01 – 02 – 09 – 10 – 21 – 22 – 33 – 39 – 45 – 54 ?

Esse apostador escolheu 10 dezenas. Observando a tabela de valores dos jogos da Mega Sena, vemos que ele pagará R\$ 420,00 pelos jogos.

6. Um apostador que dispunha de muito dinheiro para jogar escolheu quinze dezenas entre as sessenta e fez a suas apostas na Mega Sena. Qual foi número total de apostas que esse apostador realizou? Quanto ele pagou pelas apostas?

Como esse apostador escolheu 15 dezenas temos que o número de aposta é dado por:  $C_{15,2} = \frac{15!}{2! \cdot 13!} = 105$ . Logo, temos 105 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar  $105 \times R\$ 2,00 = R\$ 210,00$ .

7. Certo apostador escolheu uma quantidade de dezenas e jogou na Mega Sena, pagando R\$ 924,00. Quantas dezenas diferentes ele escolheu?

Como esse apostador escolheu  $n$  dezenas pagando 924 reais, temos que ele realizou 462 jogos simples. Basta fazer  $924 \div 2$ . Com isso, para calcular o número  $n$  de dezenas deve-se resolver a seguinte equação:

$$C_{n,6} = 462 \Rightarrow \frac{n!}{6!(n-6)!} = 462$$

Para evitar resolver uma equação do 6º grau, com apoio a tabela de valores dos jogos da Mega Sena verificamos que  $C_{11,6} = 462$ . Logo, fazendo  $n=11$  temos:

$$C_{11,6} = \frac{11!}{6!5!} = \frac{11 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 462$$

Portanto, temos 5005 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar  $5005 \times R\$ 2,00 = R\$ 10.010,00$ .

Agora que já sabemos como funciona o jogo da Mega Sena, perguntamos: Quais são as chances de uma pessoa ganhar na Mega Sena realizando apenas um jogo simples de 6 dezenas?

*Para isso recorreremos ao estudo das probabilidades.*

8. Calcule o número de resultados possíveis, isto é, o número de sequências simples de 6 dezenas formadas a partir das 60 dezenas possíveis, para um Sorteio da Mega Sena. Este número é da ordem de quantos milhões?

Como a Mega Sena disponibiliza um total de 60 dezenas para a realização dos jogos, o número de dezenas simples, formadas a partir dessas 60 dezenas é obtido por  $C_{60,6} = 50.063.860$ . Esse número é da ordem de 50 milhões.

9. Agora, calcule a chance de um apostador ganhar na Mega Sena, com uma aposta simples.

Essa probabilidade é calculada por:

$$P(X) = \frac{n^\circ \text{ de resultados favoráveis}}{n^\circ \text{ total de possibilidades}} \Rightarrow$$
$$P(1) = \frac{1}{50.063.860}$$


10. Podemos afirmar que essa probabilidade é igual a zero? Justifique.

A probabilidade não é igual a zero. Mas podemos afirmar que essa chance é muito pequena.



11. Suponha que um apostador fez um jogo com 10 dezenas na Mega Sena. Qual é a chance desse apostador acertar na Mega Sena?

Como esse apostador escolheu 10 dezenas para jogar na mega sena, pela análise da Tabela de Valores dos jogos da Mega Sena ele realizou 210 jogos. Portanto a chance dele acertar na Mega Sena é de:

$$P(10) = \frac{210}{50.063.860} = \frac{3}{715.198}$$


Do ponto de vista teórico, é fácil ver que não vale a pena jogar na Mega Sena, ainda mais se a aposta for simples. Vale a pena discutir com os alunos sobre o assunto. Questione os alunos sobre o porquê de tantas pessoas ainda jogarem apesar de sabermos que a chance é mínima. Discuta também com seus alunos sobre qual deve ser o valor das apostas em vistas das chances de ganhar.



### 3. AVALIAÇÃO:

Os alunos serão avaliados por seu envolvimento na dinâmica da aula e participação nas discussões.

Além disso, faremos as seguintes questões:

Questões:

1. No lançamento de um dado perfeito, qual a probabilidade do resultado ser:
  - a. Um número par?
  - b. Um número primo?
  - c. O número 3?
  - d. Um número menor que 3?

Questões do Caed/Saerj

1.

(M120447A8) Observe o resultado de uma pesquisa na classe de Júlia.

Computador	Nº de alunos
Possui computador	18
Não possui computador	12

Escolhendo um aluno dessa classe, ao acaso, qual é a probabilidade de que ele tenha computador?

- A)  $\frac{1}{5}$
- B)  $\frac{2}{5}$
- C)  $\frac{3}{5}$
- D)  $\frac{2}{3}$
- E)  $\frac{3}{2}$

2.

(M120513A8) Suzana comprou uma caixa de bombons que continha: 6 bombons de cereja, 9 de abacaxi e 15 de morango.

A probabilidade de Suzana retirar um bombom dessa caixa, sem olhar, e esse ser de morango é

- A)  $\frac{1}{30}$
- B)  $\frac{1}{15}$
- C)  $\frac{1}{5}$
- D)  $\frac{3}{10}$
- E)  $\frac{1}{2}$

## **Trabalhando com Experimentos – Introdução à Probabilidade**

Duração prevista: 200 minutos (4 tempos de aula<sup>1</sup>).

Área de conhecimento: Matemática.

Assunto: Introdução à Probabilidade

Objetivos: Resolver problemas com probabilidade

Pré-requisitos: Definição de probabilidade no contexto.

Material necessário: Moedas, dados, folha de atividades, lápis e borracha.

Organização da classe: em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

Descritores: - H67 Resolver problemas envolvendo probabilidades.

<sup>1</sup> Minhas 4 aulas semanais são seguidas, os 2 últimos tempos da manhã seguidos dos 2 primeiros tempos da tarde, pois o Curso Normal em alguns dias da semana é integral.

Metodologia:

Utilizarei alguns experimentos práticos, com moedas, dados, jogos de par ou ímpar afim de verificar a ocorrência desses eventos e suas probabilidades. Lembrando que neste momento estamos só introduzindo o conceito de probabilidade que será aprofundado no próximo bimestre.

### ***Atividade 1***

Cada dupla receberá uma moeda e cada elemento da dupla deverá jogá-la para cima 4 vezes e anotar os resultados obtidos.

Como são 25 alunas teremos 100 resultados possíveis.

Farei uma tabela no quadro para registrar os resultados obtidos.

Depois do registro faremos os cálculos das probabilidades por duplas e da turma toda, discutiremos os resultados levando em conta de se tratar de um evento aleatório. Verificaremos neste caso se a probabilidade é de 50% de sair cara ao lançarmos a moeda.

### ***Atividade 2***

Cada dupla receberá um dado, e deverá lançá-lo uma vez. Teremos doze duplas e doze lançamentos simultâneos.

Solicitarei que cada dupla anote seu resultado, e anotarei todos no quadro.

Faremos o cálculo da probabilidade do resultado ser um número par e faremos a comparação dos resultados.

### ***Atividade 3***

Fazer duplas para tirar par ou ímpar. Cada dupla realiza rapidamente 10 jogos e calculam a probabilidade dos resultados de número par.

Depois anotarei estes resultados numa tabela no quadro. Este resultado vai variar, poderemos então discutir sobre as chances de cada evento ocorrer.

*Estas atividades visam comprovar os resultados da definição da probabilidade.*

*Acredito que por serem bem práticas ajudem nossos alunos a construir esse conceito de maneira mais prática e prazerosa.*

### **3. AVALIAÇÃO:**

Por ser uma atividade bem prática. Os alunos serão avaliados por seu envolvimento na dinâmica da aula e participação nas discussões. Além disso serão propostas as seguintes questões:

1) Uma bola será retirada de uma sacola contendo 5 bolas verdes e 7 bolas amarelas. Qual a probabilidade desta bola ser verde?

2) Três moedas são lançadas ao mesmo tempo. Qual é a probabilidade de as três moedas caírem com a mesma face para cima?

3) Em uma caixa há 2 fichas amarelas, 5 fichas azuis e 7 fichas verdes. Se retirarmos uma única ficha, qual a probabilidade dela ser verde ou amarela?

#### 4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Roteiros de Ação – Análise Combinatória – 3ª série | 1º Bimestre - 2014 | 1º Campo Conceitual.  
Disponível em: <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=166>  
Acesso em: 07 fev 2014
- CAED/SAERJINHO. Banco de Itens  
Disponível em: <http://www.saerj.caedufjf.net/diagnostica/>  
Acesso em: 14 fev 2014
- Formação Continuada em Matemática – Repensando a Análise Combinatória – 3ª série | 1º Bimestre - 2014 | 1º Campo Conceitual.  
Disponível em: : <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=166>  
Acesso em: 07 fev 2014
- DANTE, Luíz Roberto. **Matemática – Volume Único**. São Paulo: Editora Ática, 2008