

# FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

---

Matemática 3ºE.M – 3º Bimestre/2013

Plano de Trabalho 2

## **Geometria Analítica**

Tarefa 2

Cursista: Vinícius Bento Ferro

Tutora: Maria Cláudia Padilha Tostes

## Sumário

INTRODUÇÃO . . . . .	03
DESENVOLVIMENTO . . .	04
AVALIAÇÃO . . . . .	23
FONTES DE PESQUISA . .	24

# INTRODUÇÃO

O presente plano de trabalho tem como objetivo ampliar o entendimento sobre Geometria Analítica com uma definição e aplicação adequada para o assunto através da distância entre dois pontos e tipos de equações da reta.

Com o anseio de ampliar a percepção do estudo de Geometria Analítica de modo a provocar a visualização de cada aluno para a sensibilidade da utilização diária e contextualizada do conteúdo de modo que os alunos dominem com clareza o assunto em questão.

Sabemos que não temos uma tarefa fácil pela frente, visto que Geometria Analítica necessita de muitos conceitos anteriores para o verdadeiro desenvolvimento, isto é, necessita de uma revisão de alguns conteúdos precisamos de um conhecimento de álgebra, geometria, trigonometria, plano cartesiano, domínio e habilidade de plano, reta e ponto, entre outros conteúdos. Com o intuito de adquirir significado ao longo da vida acadêmica dos alunos.

Com intuito de apresentar o conceito de Geometria Analítica de forma contextualizada e lúdica, tendo como foco principal a importância e o significado do conceito de Geometria Analítica, não privilegiando apenas o conhecimento de fórmulas, regras e operações.

Na medida em que os conceitos envolvidos nos Geometria Analítica sejam explorados, discutidos e aplicados, de forma que proporcione uma aprendizagem significativa, como também o desenvolvimento das habilidades esperadas.

## **Atividade 1- Como calcular a distância entre dois pontos**

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Geometria Analítica - Distância entre dois pontos.

**PRÉ-REQUISITOS:** Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas; Teorema de Pitágoras; módulo de um número real.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividade, régua, caneta e papel quadriculado.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Turma organizada em grupos de 3 ou 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**OBJETIVOS:** Determinar a equação que permite calcular a distância entre dois pontos, conhecendo as suas coordenadas.

**DESCRITORES ASSOCIADOS:**

**H16** - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

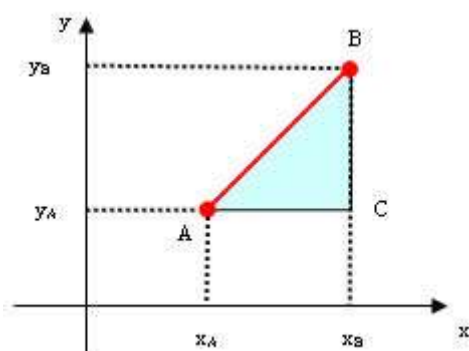
## Abordagem histórica da Geometria Analítica

A Geometria Analítica foi criada por René Descartes (1596 – 1650), no intuito de relacionar a álgebra com a Geometria, possibilitando um estudo mais aprofundado de objetos geométricos. Com o auxílio da Geometria Analítica (GA) podemos, através de métodos algébricos, estudar as propriedades do ponto, da reta e de figuras. No estudo da GA trabalharemos constantemente com o Plano Cartesiano.

### Distância entre dois pontos

Observe os pontos A e B no plano cartesiano, iremos estabelecer através de métodos algébricos uma fórmula geral para calcular a distância entre pontos.

Fórmula geral para calcular a distância entre pontos.



Ao analisarmos a construção acima podemos observar o triângulo retângulo ABC, sendo que a distância entre os pontos A e B nada mais é que a hipotenusa do triângulo. Sabemos que o triângulo retângulo admite a relação de Pitágoras  $hip^2 = cat^2 + cat^2$ .

Ao aplicarmos Pitágoras teremos a seguinte situação:

Cateto: segmento AC  $x_B - x_A$

Cateto: segmento BC  $y_B - y_A$

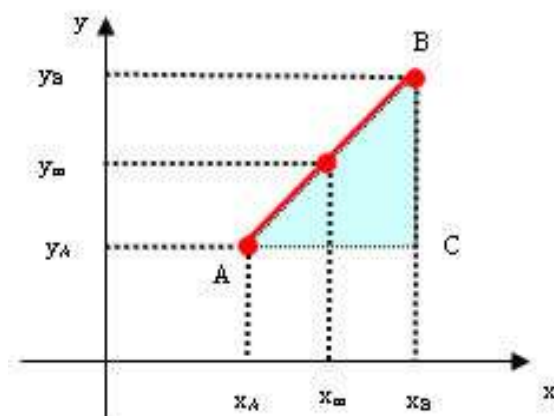
Hipotenusa: segmento AB (distância entre os pontos)

$$d^2_{AB} = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

### Ponto Médio de um Segmento e Condição de alinhamento de três pontos

Dados os pontos A e B vamos analisar a ilustração abaixo e demonstrar o ponto médio entre eles, sugerindo uma fórmula geral para esse tipo de cálculo.



Podemos notar que no eixo x a distância entre  $x_A$ : $x_M$  e  $x_M$ : $x_B$  são iguais e no eixo y a distância entre  $y_A$ : $y_M$  e  $y_M$ : $y_B$  são iguais.

Podemos concluir que:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Para constataremos se três pontos estão alinhados, podemos montar a seguinte matriz dos coeficientes:

$x_1$	$y_1$	1	$=0$
$x_2$	$y_2$	1	
$x_3$	$y_3$	1	

Calculando o determinante e obtendo igualdade 0, podemos afirmar que os pontos estão alinhados.

#### Exemplo 1

Os pontos possuem as seguintes coordenadas no plano cartesiano: A(4,6) e B(3,1). Calcule a distância entre esses pontos.

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(4 - 3)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(1)^2 + (5)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{26}$$

A distância entre A e B corresponde a  $\sqrt{26}$  unidades.

### Exemplo 2

Verifique se os pontos P(2,3), Q(1,5) e R(6,2) estão alinhados.

x <sub>1</sub>	y <sub>1</sub>	1		2	3	1	
x <sub>2</sub>	y <sub>2</sub>	1	= 0	1	5	1	= 0
x <sub>3</sub>	y <sub>3</sub>	1		6	2	1	

Calculando D (determinante):

$$[10 + 18 + 2 - 30 - 3 - 4]$$

$$30 - 30 - 3 - 4$$

$$- 3 - 4$$

$$- 7$$

Temos que o  $D = - 7$  e  $-7 \neq 0$ . Portanto, os pontos P, Q e R não estão alinhados.

## **ATIVIDADE 1**

1. Observando a Figura 1, identifique as coordenadas dos pontos indicados e complete as Tabelas 1, 2 e 3.

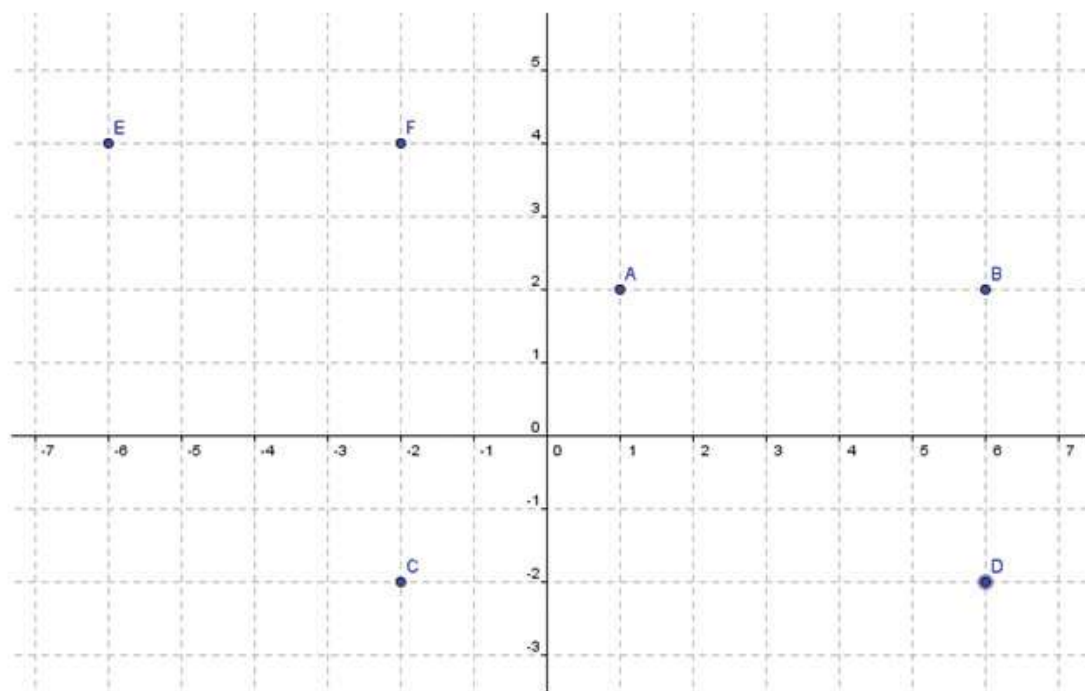


Figura 1

Ponto	Coordenada	Ponto	Coordenada	Ponto	Coordenada
A	(     ,     )	C	(     ,     )	E	(     ,     )
B	(     ,     )	D	(     ,     )	F	(     ,     )
Tabela 1		Tabela 2		Tabela 3	

2. Considerando como unidade de medida o tamanho do quadrado da malha; determine a distância entre os pares de pontos: A e B, C e D, E e F, C e F, D e B. Isto é, calcule o comprimento dos segmentos AB, CD, EF, CF e DB, mostrados nas Figuras 2 e 3.



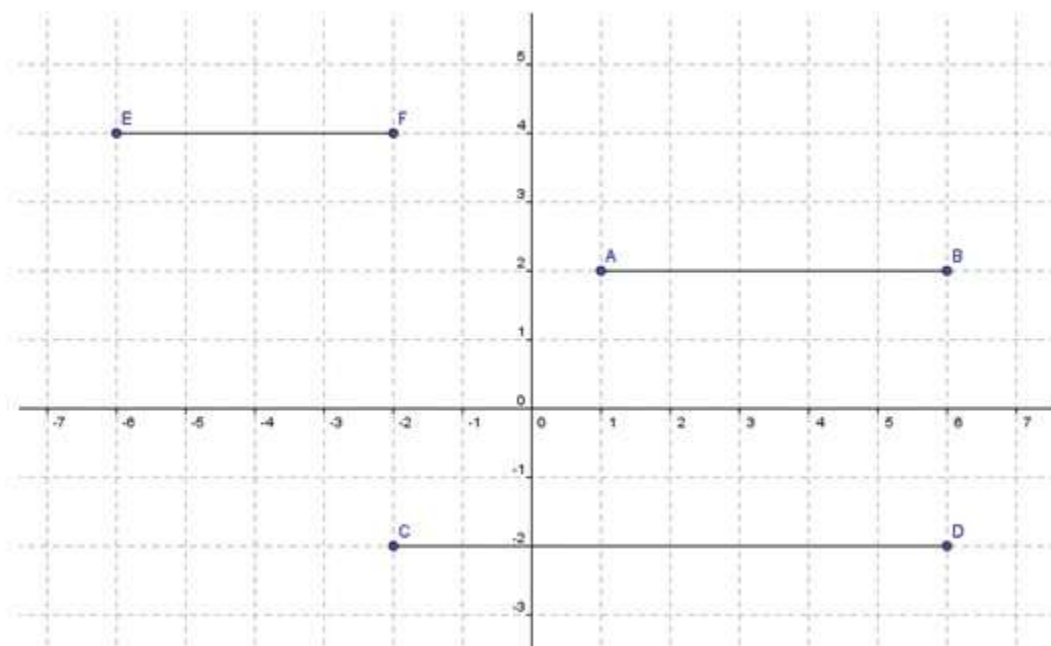


Figura 2

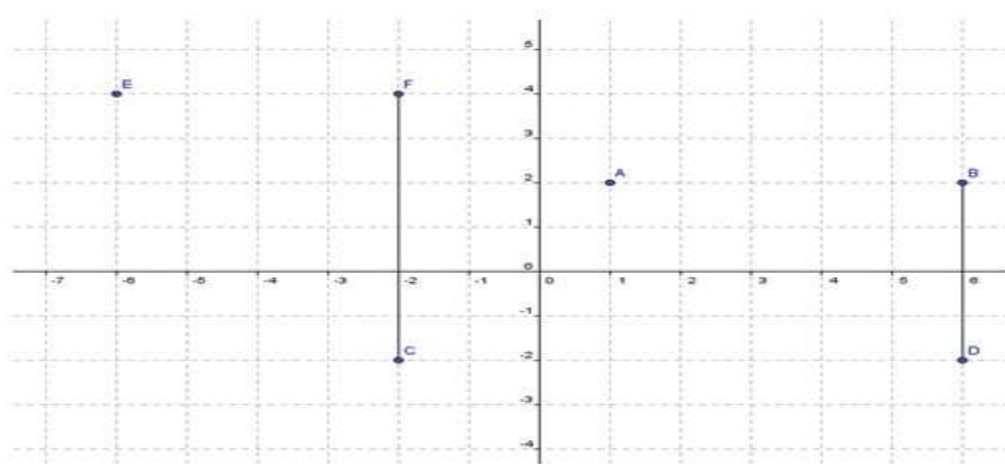


Figura 3

## Atividade 2

### Equação de uma Reta

**HABILIDADE RELACIONADA:** Encontrando a Equação de uma Reta.

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Cálculo do coeficiente angular de uma reta conhecendo dois pontos e a equação de uma reta.

**OBJETIVOS:** Relembrar os conceitos sobre o ângulo de inclinação definido por uma reta. Compreender o conceito de coeficiente angular de uma reta. Perceber que, para o cálculo do coeficiente angular e a equação de uma reta é necessário e suficiente, conhecer as coordenadas de dois pontos dessa reta.

**PRÉ-REQUISITO:** Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas. Desenhar uma reta definida por dois pontos. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente. Identificar e saber calcular esta razão em triângulos retângulos.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividade, régua, caneta, papel quadriculado, transferidor, régua de 30 cm e calculadora científica.

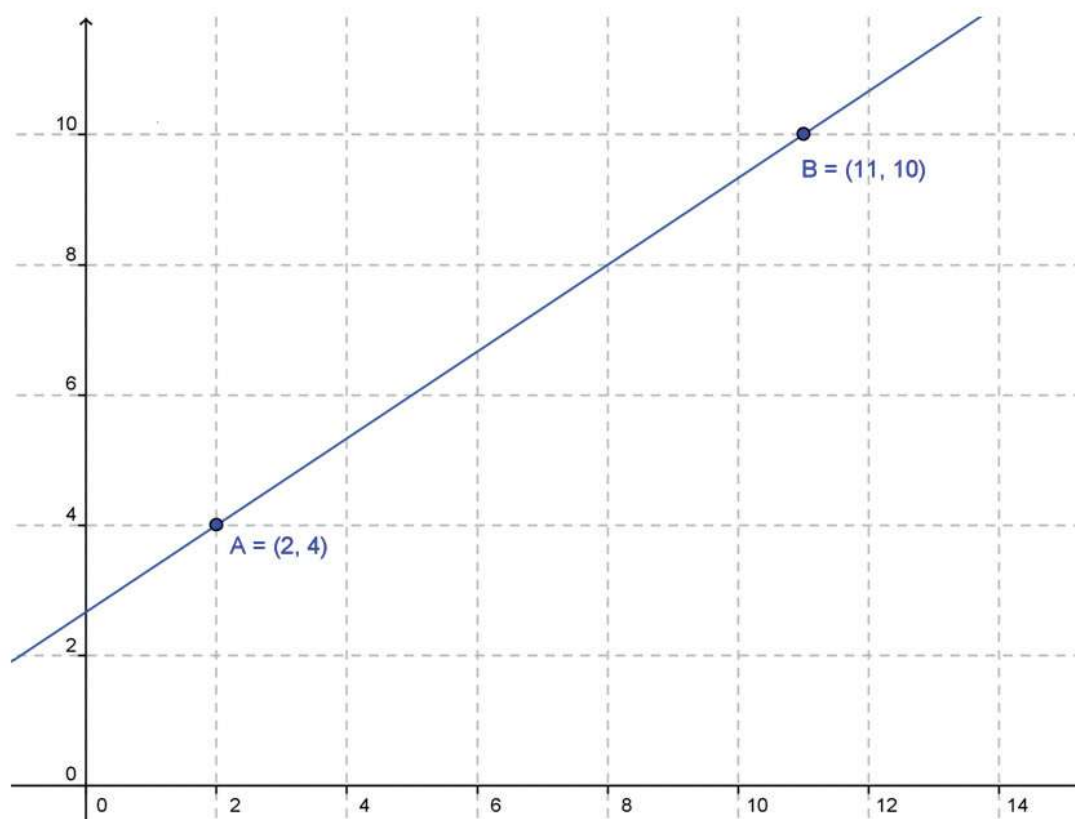
**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em duplas ou trios no laboratório de informática.

**DESCRIPTOR ASSOCIADO:** H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

## ATIVIDADE 1

### Calculando o Coeficiente Angular

1. Fazendo uso de um papel quadriculado, com os eixos coordenados desenhados na parte central e utilizando como unidade de medida o tamanho da malha retangular do papel (como é visto na figura 1), marque os pontos  $A(2,4)$  e  $B(11,10)$ . Em seguida, usando uma régua e uma caneta, faça o desenho de uma reta definida por estes dois pontos.



2. Calcule o coeficiente angular  $m$  da reta definida pelos pontos  $A(2,4)$  e  $B(11,10)$  e registre o resultado a seguir.
3. Utilizando o mesmo papel quadriculado do item 1, marque os pontos  $C(5,6)$ ,  $D(-4,0)$  e  $E(-10,-4)$ .
4. Os pontos  $C$ ,  $D$  e  $E$ , do item 3, se encontram na reta desenhada?

5. Calcule o coeficiente angular das retas definidas pelos pares de pontos indicados no item 3

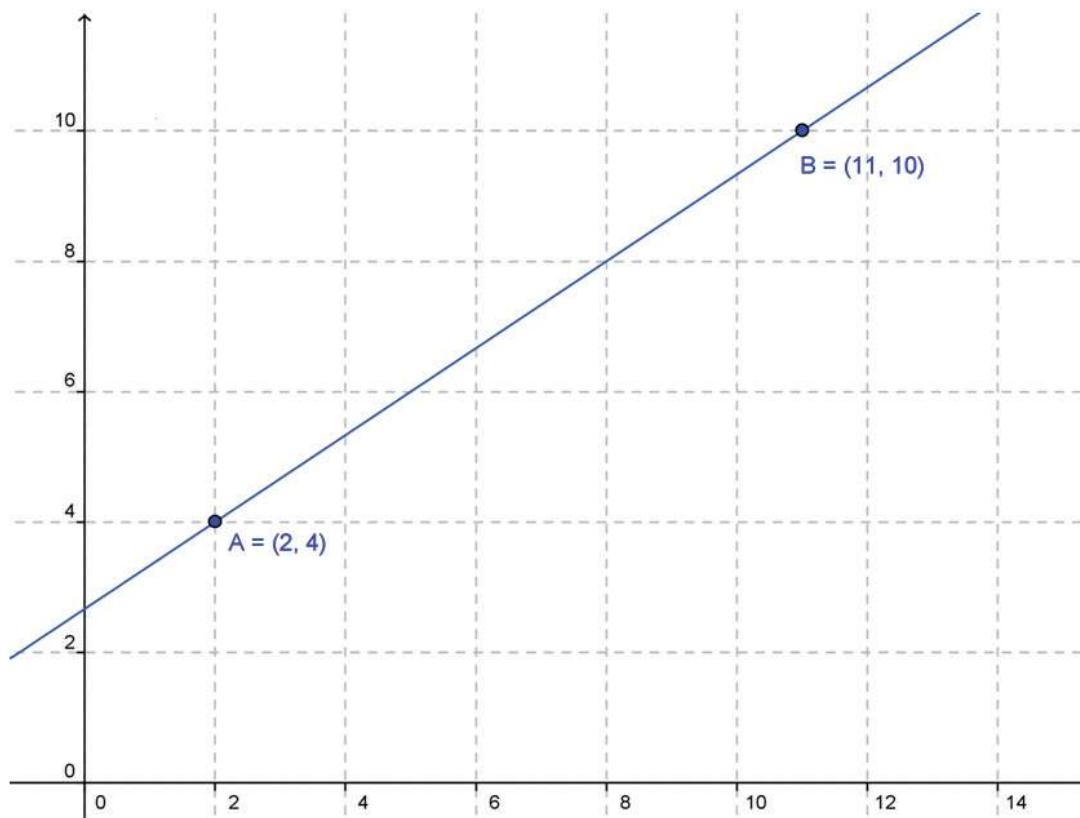
6. Observando todos os resultados obtidos, responda as seguintes perguntas:

a) Uma reta pode ter mais de um coeficiente angular? Justifique sua resposta.

b) O valor do coeficiente angular de uma reta independe dos pontos escolhidos sobre ela? Justifique sua resposta.

7. Considerando as conclusões obtidas no item anterior, determine o valor de  $b$ , para que o ponto  $H(-1, b)$  se encontre na mesma reta definida pelos pontos A e B, dos itens anteriores.

8. Sugestão: Determine a expressão que calcula o coeficiente angular, usando os pontos A e H ou os pontos B e H. Em seguida, iguale esta expressão ao coeficiente angular esperado.



9. Verifique se o seu resultado encontrado algebricamente é, de fato, correto, localizando o ponto H no gráfico da reta.

### Atividade 3- Equação da Reta no Geogebra

**HABILIDADE RELACIONADA:** Estudando a equação da reta no Geogebra.

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos.

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Coeficiente angular e equação reduzida da reta no  $R^2$ .

**OBJETIVOS:** Verificar a relação existente entre o coeficiente angular e o ângulo de inclinação. Encontrar a equação da reta, a partir do coeficiente angular e de um ponto. Identificar o valor do coeficiente angular na equação da reta.

**PRÉ-REQUISITO:** Identificar um ponto no plano através das suas coordenadas. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividade, computador com software Geogebra instalado, datashow, calculadora científica (em geral disponível no computador).

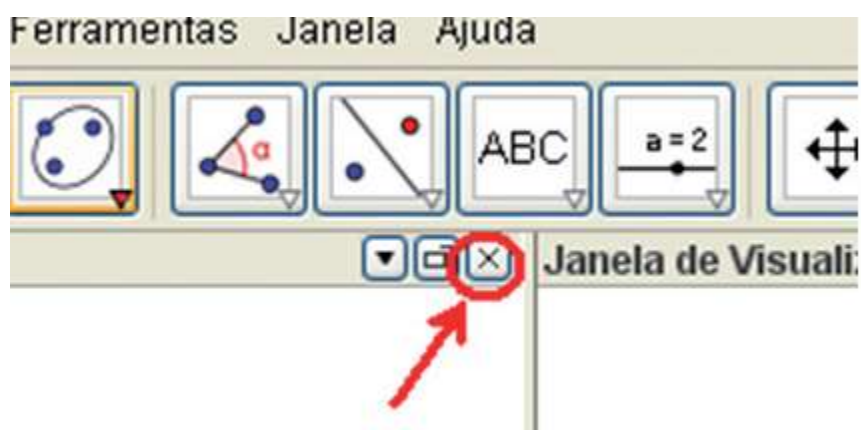
**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Pequenos grupos de dois ou três alunos cada.

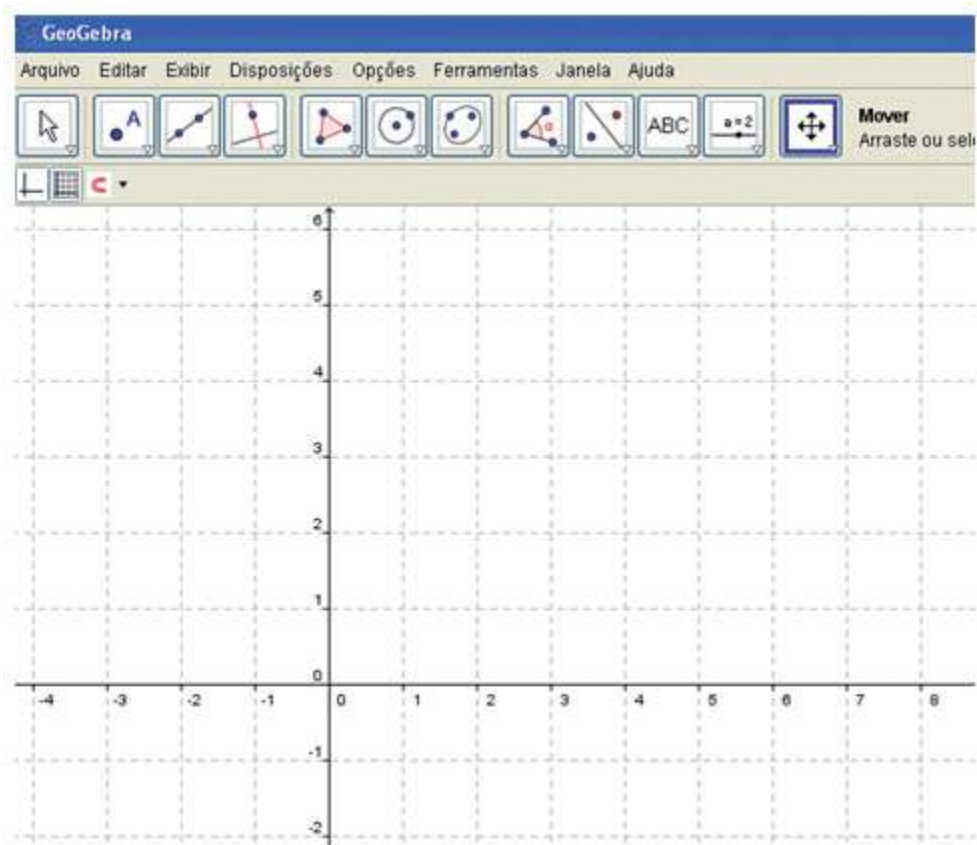
**DESCRIPTORIOS ASSOCIADOS:** H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

## ATIVIDADE 1

### Coeficiente angular e o ângulo de inclinação

1. Após ter iniciado o programa Geogebra, deixe a tela no formato ideal para a execução do nosso trabalho. Para isso, dê um clique com o mouse, seguindo a sequência dada nas figuras abaixo:





Caso queira movimentar a janela de visualização, clique na opção indicada na figura e, em seguida, marque a opção “Mover Janela de Visualização”, como mostra a figura abaixo.



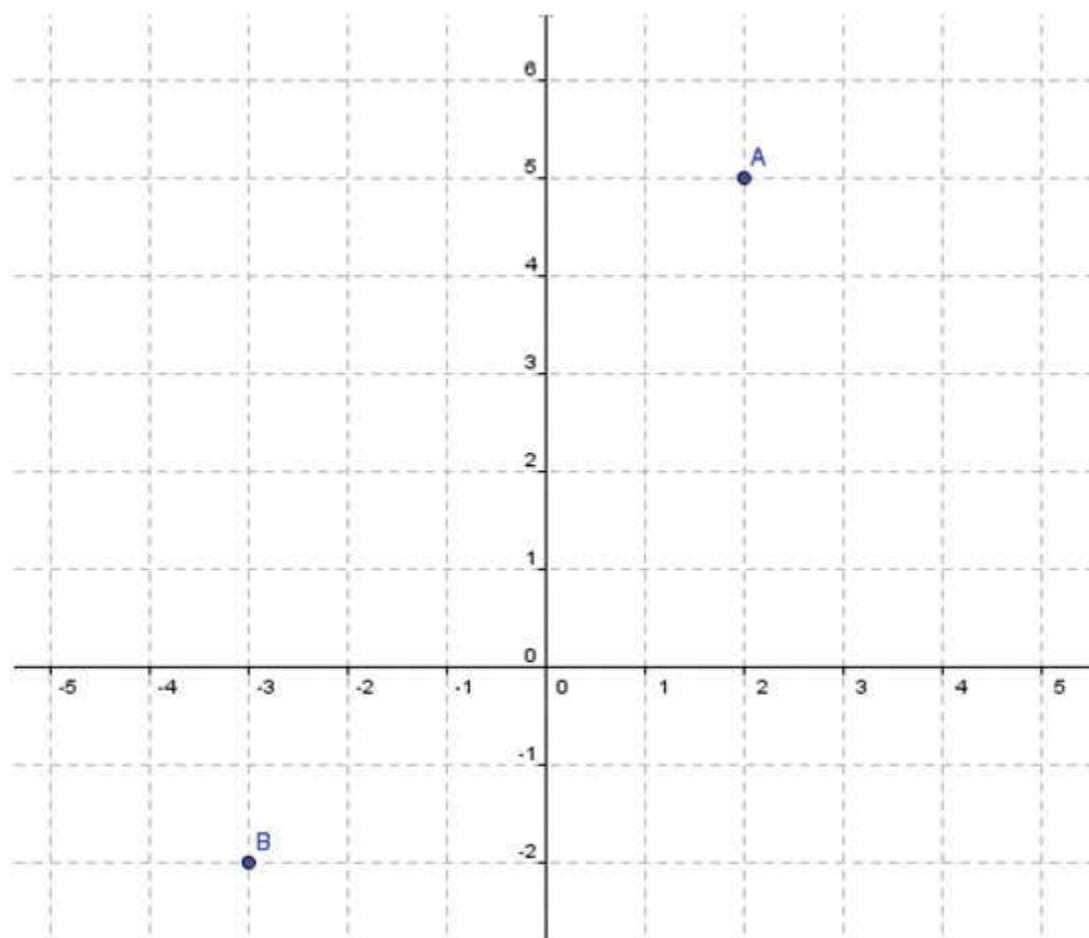


2. Agora, marque dois pontos no plano cartesiano. Para isso, você deve procurar pela opção “Novo ponto”, como mostra a figura abaixo:

Observe a figura abaixo e leve o cursor até a posição indicada pelo ponto A e clique com o botão esquerdo do mouse.

Você deverá ver o ponto A marcado na sua tela. Repita o mesmo processo para marcar o ponto B.

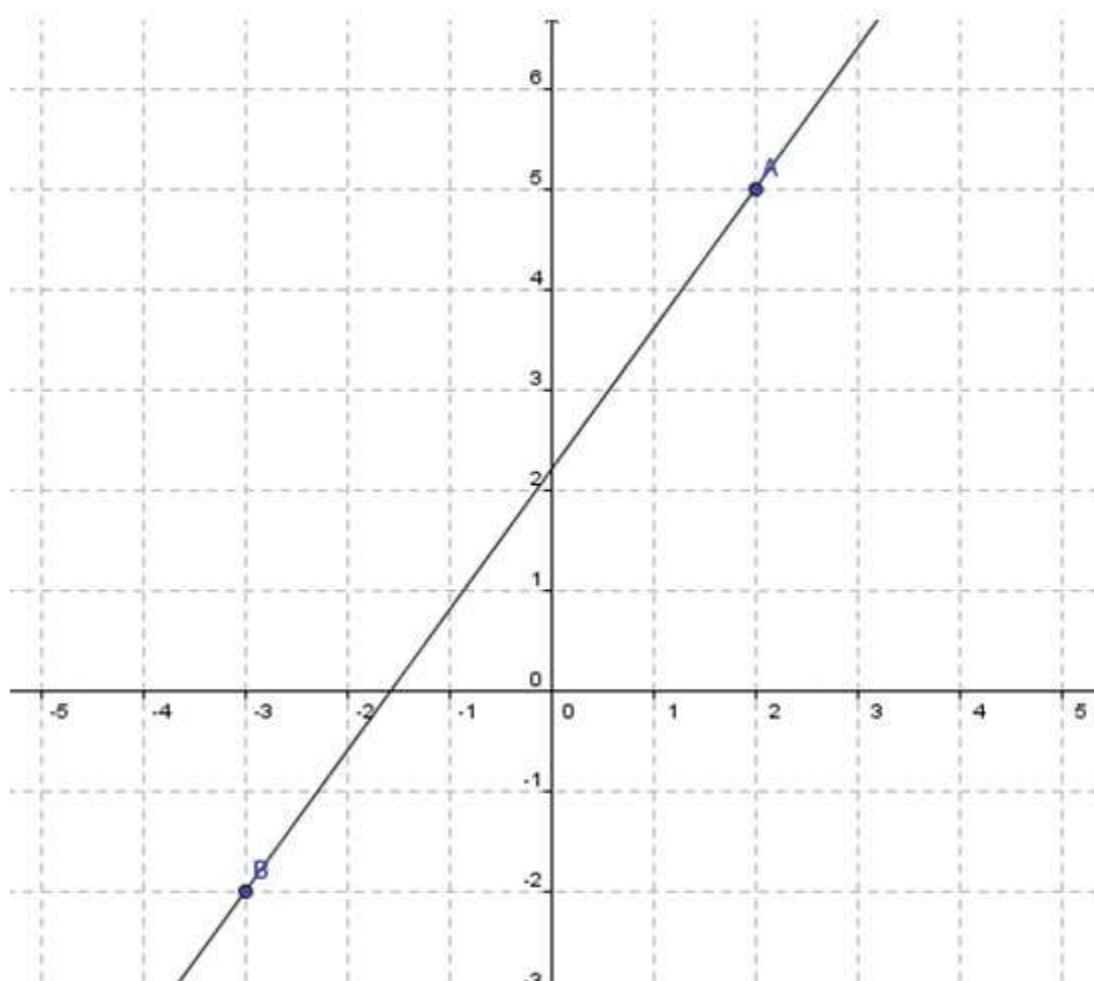




3. Observando os pontos A e B, identifique as suas coordenadas e calcule o coeficiente angular da reta definida por eles.

4. Agora, desenhe a reta que passa pelos pontos A e B. Para isso, você deve procurar pela opção “Reta Definida por Dois Pontos”. Em seguida, clique no ponto A. Neste momento, você observará o desenho de uma reta que se desloca com o movimento do mouse.

Para fixar tal reta, clique no ponto B. Você deve obter uma reta como indicada na figura abaixo:

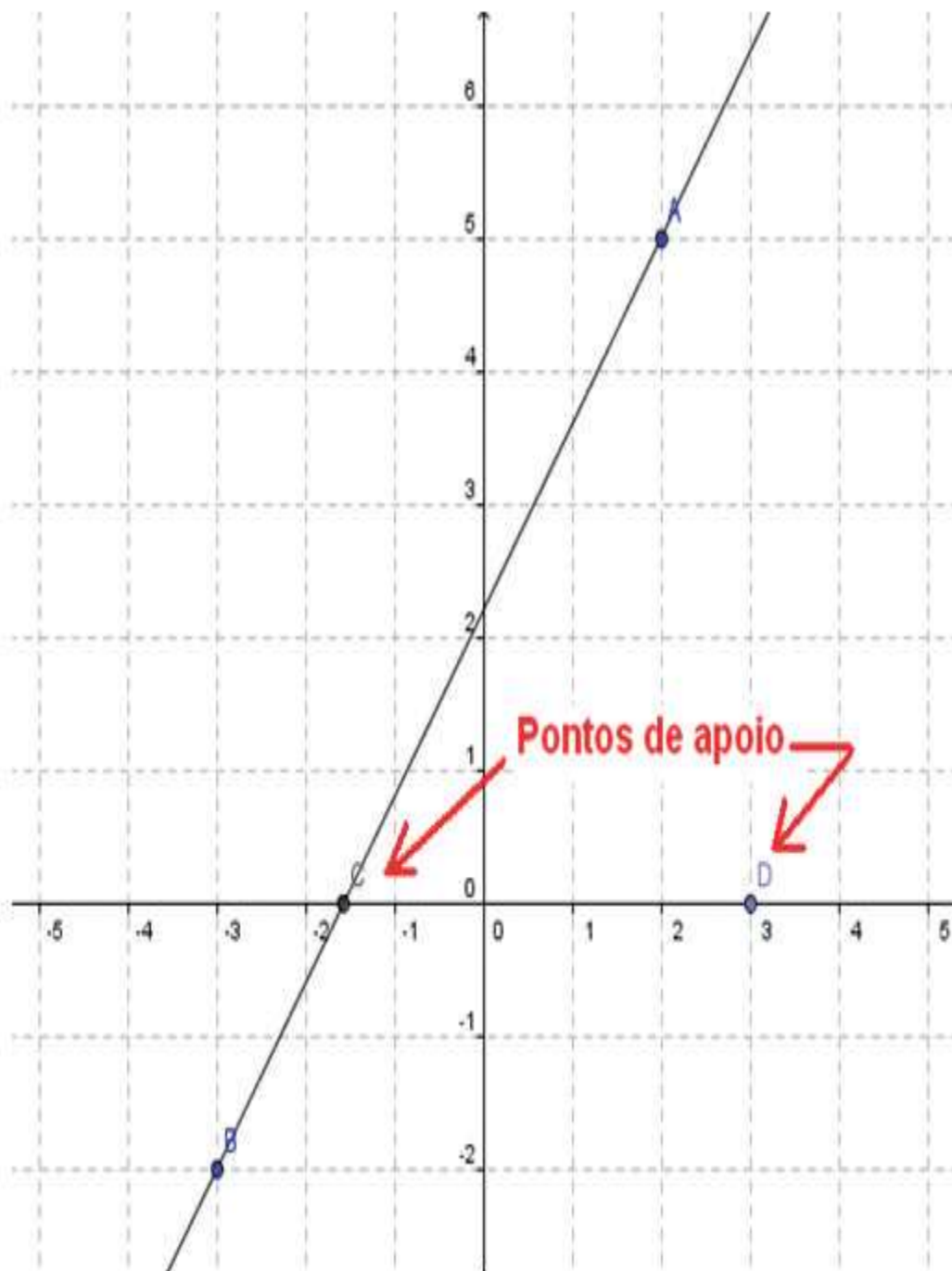




5. Meça o ângulo de inclinação da reta definida pelos pontos A e B.

Para isso, você deve, primeiramente, marcar dois pontos de apoio:

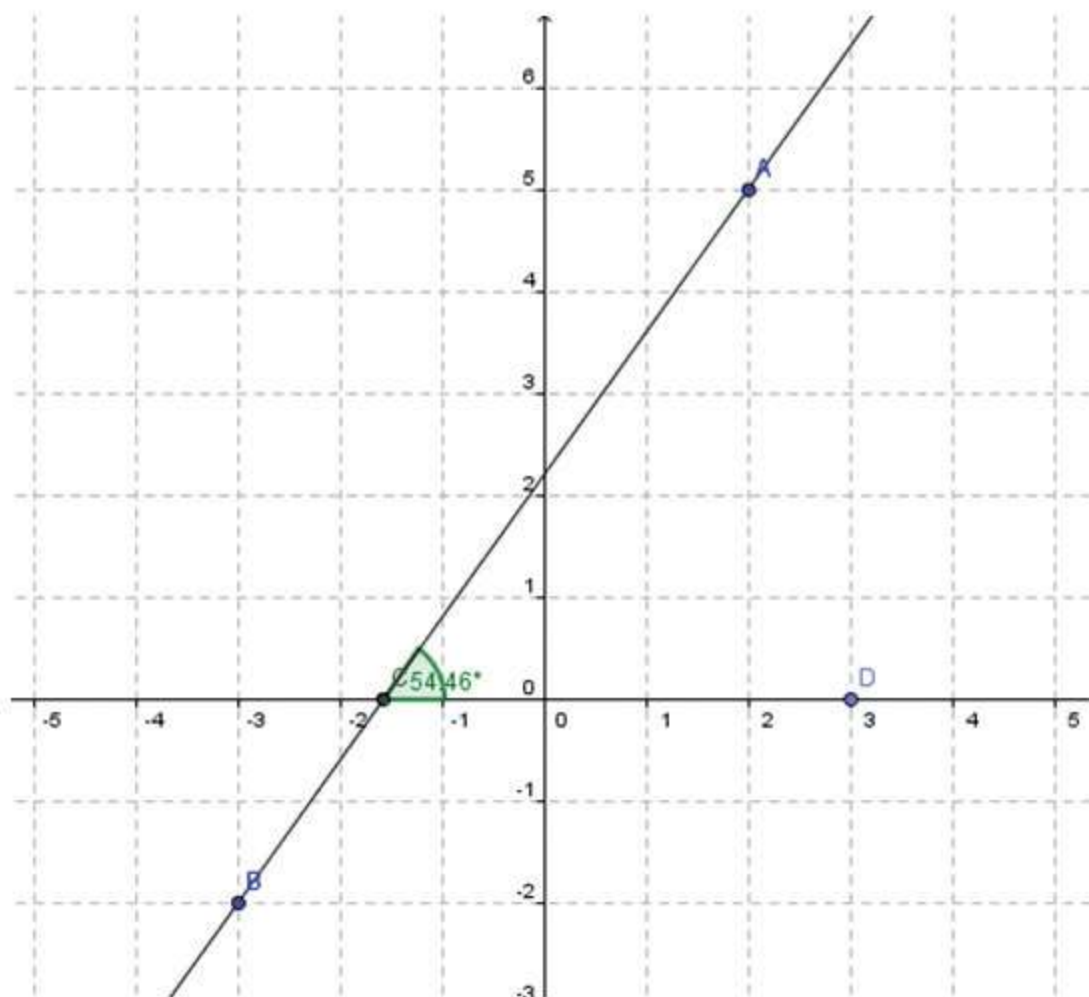
O ponto de interseção da reta com o eixo-X (ponto C) e outro ponto localizado à sua direita, sobre o eixo-X (ponto D). Observe a figura.



Para medir o ângulo de inclinação, você deve procurar pela opção “Ângulo”, mostrada na figura. Em seguida, siga a seguinte sequência: clique no ponto D, depois no ponto C e finalize no ponto A.

Neste momento, você observará a medida do ângulo de inclinação da reta, como na figura abaixo.





6. Com o ângulo obtido no item 5, calcule o valor da tangente desse ângulo de inclinação, usando uma calculadora científica.

7. Você observou alguma relação existente entre os valores encontrados para a tangente do ângulo de inclinação e o coeficiente angular da reta? Comente com seus colegas e juntos cheguem a uma conclusão. Registre suas conclusões a seguir.

# Avaliação

O trabalho com Geometria Analítica nos oferece uma infinidade de situações onde podemos trabalhar e avaliar a capacidade dos alunos em utilizar o que aprendeu para solucionar problemas com maior complexidade. Permite analisar o desenvolvimento das atividades como importante parâmetro do processo de avaliação. A partir delas é possível indicar os principais pontos de obstrução do conhecimento.

É muito interessante que através do trabalho com habilidades da Geometria Analítica possamos incentivar a cultura geral de nossos alunos e aproveitar cada oportunidade para que o desenvolvimento cognitivo dos alunos seja constante, rico e pleno.

Ao final os alunos entenderão que sempre a álgebra estará seguindo junto com a geometria.

O aluno ao final do TP 2 deverá ser capaz de:

- Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.
- Calcular a equação de uma reta, a partir do conhecimento das coordenadas de dois pontos.
- Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
- Contribuir com o entendimento das relações existentes entre o coeficiente angular e o ângulo de inclinação, assim como o aprendizado sobre a construção da equação de uma reta, conhecendo as coordenadas de dois pontos que a constituem.
- Resolver uma situação-problema, com a percepção da Geometria Analítica através de algumas situações apresentadas em diferentes formas.
- Observar gráficos e situações que envolvam a Geometria Analítica.

# Fontes de pesquisa

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Geometria Analítica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2013.

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 08/09/2013.

DANTE, Luis Roberto. Tudo é Matemática. 3ª ano E.M 2 ed. São Paulo: Ática, 2005.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática: volume 4. 4. ed.rev. e ampl. São Paulo, Moderna, 2010.

CASTRUCCI, Benedito. ; GIOVANNI, José Ruy. ; GIOVANNI JR, José Ruy. A conquista da matemática, volume 4. 1.ed. São Paulo, FTD, 2011.

Endereços eletrônicos acessados ao longo do trabalho:

<http://www.brasilecola.com/matematica/definicao-geometria-analitica.htm>  
Acesso em: 08 set. 2013.

<<http://www.portalsaofrancisco.com.br> > Acesso em: 08 set. 2013.

MATEMÁTICA Didática. Geometria Analítica Disponível em:  
<<http://www.matematicadidatica.com.br/> Acesso em: 08 set. 2013.