PLANO DE TRABALHO 2 – 3º BIMESTRE – 2013

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: COLÉGIO ESTADUAL ARY PARREIRAS
PROFESSOR: ANA CRISTINA PEREIRA COSTA
MATRÍCULA: 914400-7
SÉRIE: 3ª
TUTOR (A): MARIA CLÁUDIA PADILHA TOSTES

PLANO DE TRABALHO
GEOMETRIA ANALÍTICA

Ensino Médio - 3ª Série

Introdução

Este Plano de Trabalho foi elaborado para ser implementado na turma 3001 do Colégio Estadual Ary Parreiras, tendo como duração prevista para sua execução 2 semanas, sendo que, havendo necessidade, o tempo poderá ser estendido.

As etapas desta proposta de trabalho foram baseadas nos Roteiros de Ação 1 e 2, os quais desenvolvem excelentes atividades, visando apresentar a Geometria Analítica de uma maneira gradual e conclusiva.

Inicialmente, os alunos serão induzidos a concluir a expressão algébrica para o cálculo da Distância entre Dois Pontos através de questionamentos simples e desafiadores. Em outro momento, as atividades foram elaboradas de modo que os alunos possam descobrir a Equação da Reta, comparando coeficiente angular e tangente do ângulo de inclinação, utilizando materiais simples como régua e papel quadriculado.

As atividades avaliativas norteiam habilidades do Currículo Mínimo e seus resultados servirão como diagnósticos para que o professor possa estar realizando intervenções pedagógicas com o propósito de que seus alunos possam alcançar uma aprendizagem significativa.

Podemos salientar que o objetivo maior deste plano é a proposta de um trabalho onde os alunos participem ativamente da construção dos conceitos de Geometria Analítica, deduzindo expressões algébricas que muitas vezes lhes são apenas transmitidas. Assim, este assunto se torna mais atraente e significativo.

Desenvolvimento

Roteiro de Ação 1

Como calcular a distância entre dois pontos

Duração prevista: 100 minutos (desenvolvimento) + 100 minutos (atividades avaliativas)

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria Analítica **-** Distância entre dois pontos.

Objetivos: Determinar a equação que permite calcular a distância entre dois pontos, conhecendo as suas coordenadas.

Pré-requisitos: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas; Teorema de Pitágoras; módulo de um número real.

Material necessário: Folha de atividade, régua, caneta e papel quadriculado.

Organização da classe: Turma organizada em duplas ou em grupo de três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

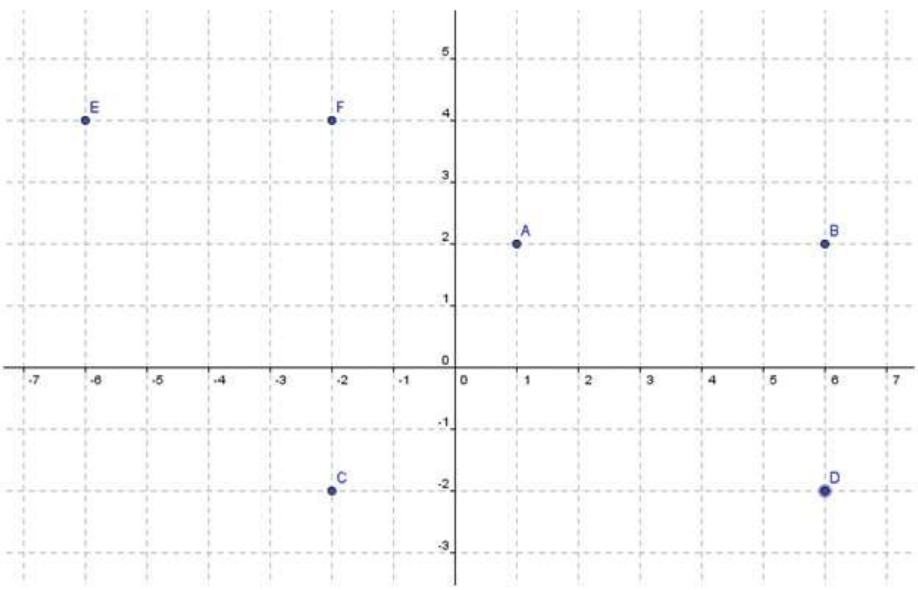
Descritor associado:

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

1ª ETAPA

1. Observando a Figura 1, identifique as coordenadas dos pontos indicados e complete as Tabelas 1, 2 e 3.

Figura 1



Ponto	Coordenada	Ponto	Coordenada	Ponto	Coordenada
A	(,)	C	(,)	E	(,)
B	(,)	D	(,)	F	(,)
Tabela 1		Tabela 2		Tabela 3	

Os valores esperados são:

Ponto	Coordenada	Ponto	Coordenada	Ponto	Coordenada
A	(1 , 2)	C	(-2 , -2)	E	(-6 , 4)
B	(6 , 2)	D	(6 , -2)	F	(-2 , 4)
Tabela 1		Tabela 2		Tabela 3	

---

2. Considerando como unidade de medida o tamanho do quadrado da malha; determine a distância entre os pares de pontos: A e B, C e D, E e F, C e F, D e B. Isto é, calcule o comprimento dos segmentos AB, CD, EF, CF e DB, mostrados nas Figuras 2 e 3. Complete as Tabelas 4 e 5 para organizar as informações.

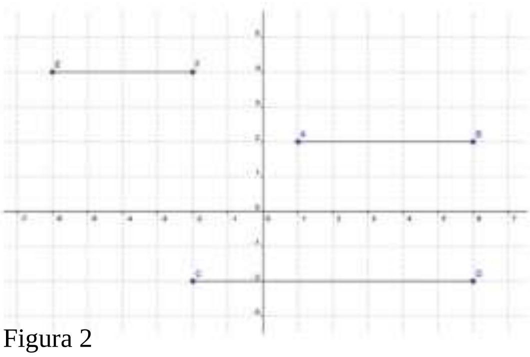


Figura 2

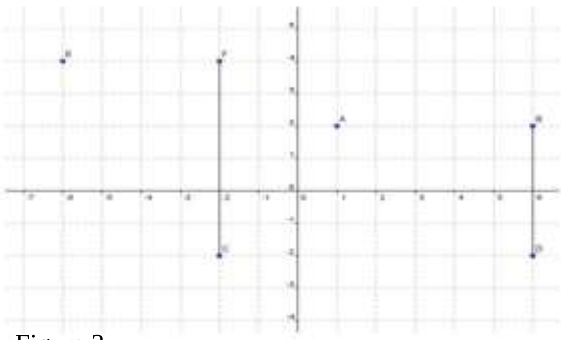


Figura 3

Segmento	Medida
AB	5
DC	
EF	
Tabela 4	

Segmento	Medida
DC	
CF	
Tabela 5	

Os valores esperados são:

Segmento	Medida	Segmento	Medida
AB	5	DC	6
DC	8	CF	4
EF	4	Tabela 5	
Tabela 4			

---

3. Para encontrar as distâncias pedidas no item 2, você deve ter contado o número de quadrados existentes entre os pontos, pois a medida dos lados de cada quadrado da malha apresenta comprimento unitário. Esse procedimento pode ser confirmado algebricamente, fazendo apenas a diferença entre os valores das coordenadas que apresentam valores diferentes. Verifique esse fato e complete as Tabelas 7, 8, 9 e 10, seguindo o exemplo mostrado na Tabela 6, onde d(A, B) representa a distância entre os pontos A e B (o comprimento do segmento AB).

Ponto	Coord.	Ponto	Coord.	Ponto	Coord.	Ponto	Coord.	Ponto	Coord.
A	(1 , 2)	C	(,)	E	(,)	C	(,)	B	(,)
B	(6 , 2)	D	(,)	F	(,)	F	(,)	D	(,)
d(A, B) = 6 - 1 = 5		D(C, D) =		D(E, F) =		D(C, F) =		D(B, D) =	
Tabela 6		**Tabela 7**		**Tabela 8**		**Tabela 9**		**Tabela 10**	

Neste último exercício do item 3, para manter o sinal positivo no valor da distância, foi necessário manter uma ordem na subtração. Dessa forma, as coordenadas dos pontos que se encontram à direita devem ser subtraídas das coordenadas dos pontos que se encontram à esquerda, assim como, as coordenadas dos pontos que se encontram na parte superior devem ser subtraídas das coordenadas dos pontos que se encontram na parte inferior. Para simplificar esse procedimento, basta tomar apenas o módulo da diferença das coordenadas de valores diferentes. Veja o exemplo:

d(A, B) = | 6 – 1 | =| 1 – 6 | = 5

No exercício do item 3, é importante chamar a atenção para o fato de estarmos calculando medidas. Por isso, precisamos de valores positivos. Nesse sentido, utilizar o módulo é muito apropriado. Os valores esperados são:

Ponto	**Coord.**	**Ponto**	**Coord.**	**Ponto**	**Coord.**	**Ponto**	**Coord.**	**Ponto**	**Coord.**
A	(1 , 2)	C	(-2 , 2)	E	(-6 , 4)	C	(-2 ,-2)	B	(6 , 2)
B	(6 , 2)	D	(6 , 2)	F	(-2 , 4)	F	(-2, 4)	D	(6 ,-2)
d(A, B) = 6 - 1 = 5		D(C, D)= 6 -(-2)= 8		D(E, F)= 6 -(-2)= 8		D(C, F)= 4 -(-2)= 6		D(B, D)= 2 -(-2)= 4	
Tabela 6		**Tabela 7**		**Tabela 8**		**Tabela 9**		**Tabela 10**	

4. Você seria capaz de escrever uma fórmula para distância entre pontos? Pense nos exemplos que vimos até agora, troque ideias com seus colegas e registre a seguir suas conclusões.

5. Na Tabela 11, você deve escrever uma equação que permita determinar a distância entre dois pontos que possuem a mesma abscissa. Na Tabela 12, por sua vez, você deve escrever uma equação que permita calcular a distância entre dois pontos que possuem a mesma ordenada. Lembre-se: o módulo é importante, pois estamos tratando de medida!

Ponto	**Coordenada**	**Ponto**	**Coordenada**
M	(x_1 , y_1)	P	(x_1 , y_1)
N	(x_1 , y_2)	Q	(x_2 , y_1)
d(M, N) = | |		d(P, Q) = | |	
Tabela 11		**Tabela 12**	

Neste momento, esperamos que os alunos cheguem a:

$$d(M, N) = |y_1 - y_2| \text{ e } d(P, Q) = |x_1 - x_2|$$

Acreditamos que eles sejam capazes, afinal, já estão concluindo o ensino médio. De qualquer maneira, é importante que você se certifique de que todos chegaram à solução. Se necessário, recorra a outros exemplos numéricos, mas não deixe de incentivá-los a expor suas opiniões e raciocínios.

2ª ETAPA

Nesta segunda atividade trabalharemos com a construção de triângulos retângulos cujas hipotenusas são definidas por dois pontos dados e cujos catetos são paralelos aos eixos coordenados.

É importante destacar que essa construção será sempre possível, desde que os pontos fornecidos não se encontrem na mesma linha horizontal ou na mesma linha vertical. Veja, como exemplo, as Figuras 4 e 5.

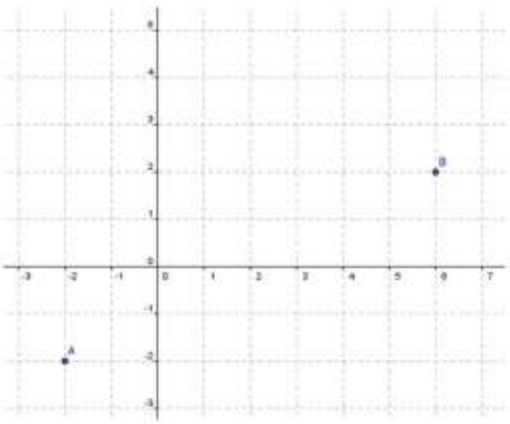


Figura 4

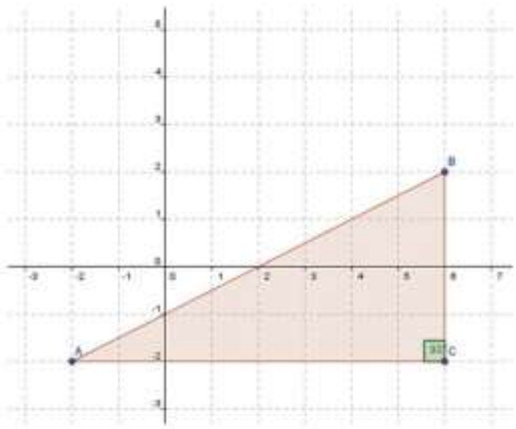


Figura 5

Como você deve ter observado, na Figura 5 foi necessário inserir um ponto auxiliar (ponto C). Esse ponto se encontra na linha horizontal que passa pelo ponto A e na linha vertical que passa pelo ponto B. Isso nos garante que temos um ângulo reto nesse vértice.

1. Utilizando um papel quadriculado com os eixos coordenados desenhados, identifique e marque os pontos A(3,-8), B(-5, -2), E(7, 10) e D(4,5).

2. Ligue os pontos A e B através de um segmento de reta. Faça o mesmo para os pontos D e E.

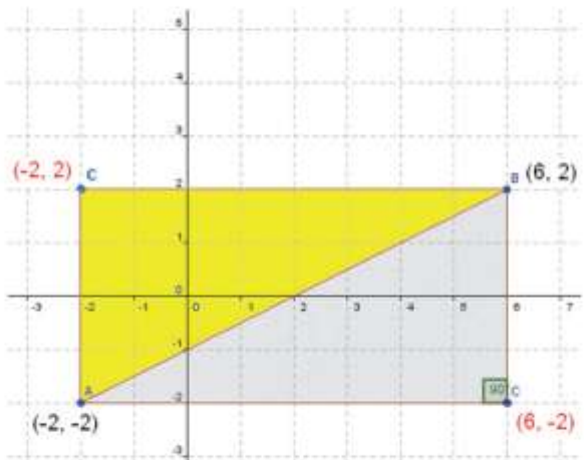
3. Feito isso, desenhe dois triângulos retângulos cujas hipotenusas são definidas pelos segmentos AB e DE, com catetos paralelos aos eixos coordenados. Em seguida, marque os pontos auxiliares C e F, os quais completam o terceiro vértice em cada um dos triângulos desenhados.

Nas Tabelas 13 e 14, indique as coordenadas dos pontos C e F, respectivamente.

Triângulo 1		**Triângulo 2**	
A	(-3 , 8)	E	(7 , 10)
B	(-5 , -2)	D	(4 , 5)
C	(,)	F	(,)
Tabela 13		**Tabela 14**	

Compare os seus resultados com os de seus colegas.

Professor, neste momento, é importante comentar com os alunos que é sempre possível construir dois triângulos retângulos com as características exigidas nos itens 1, 2 e 3.



Você pode apresentar a Figura 6, como exemplo.

---

4. Observe os triângulos retângulos ABC e DEF desenhados no item anterior. Como você determinaria a distância entre os pontos A e B e entre os pontos D e E? Troque ideias com seus colegas e registre a seguir suas conclusões.

____

____

____

Esperamos que os alunos tenham conseguido descobrir que a distância entre dois pontos pode ser calculada usando o Teorema de Pitágoras. Para isso, precisarão utilizar a fórmula já encontrada na atividade anterior para determinar a medida dos catetos. Neste momento, é importante destacar que os alunos podem obter esses valores observando a figura. Isso não está errado. Muito pelo contrário, mostra que eles estão pensando a respeito do que estão fazendo.

Incentive a participação dos alunos, sobretudo, na exposição de suas opiniões, propiciando uma discussão entre eles para que o seu aprendizado tenha, realmente, significado.

---

5. Determine a medida dos lados de cada um dos triângulos, utilize as Tabelas 15 e 16 para registrar os valores.

Triângulo 1		**Triângulo 2**	
Lado	**Medida**	**Lado**	**Medida**
AC	d(A,C) = | |	DF	d(D,F) = | |
BC	d(B,C) = | |	FE	d(F,E) = | |
AB	d(A,B) = $\sqrt{(\ \ )^2 + (\ \ )^2}$	DE	d(D,E) = $\sqrt{(\ \ )^2 + (\ \ )^2}$
Tabela 15		**Tabela 16**	

Como para cada par de pontos temos dois triângulos. Esteja atento aos valores que cada aluno irá encontrar, pois esses valores não são únicos. Na tabela a seguir, colocamos os valores possíveis de serem encontrados pelos alunos.

Triângulo 1		Triângulo 2	
Lado	**Medida**	**Lado**	**Medida**
AC	d(A, C_1) =|8 – (-2)| = 10 d(A, C_2) = |-5 – (-3)| = 2	DF	d(D, F1) = |4 – 7| = 3 d(D, F2) = |10 – 5| = 5
BC	d(B, C_1) = |-5 – (-3)| = 2 d(B, C_2) = |8 – (-2)| = 10	FE	d(F1, E) = |10 – 5| = 5 d(F2, E) = |4 – 7| = 3
AB	d(A,B) = $\sqrt{(10)^2 + (4)^2}$ =V104	DE	d(D,E) = $\sqrt{(5)^2 + (2)^2}$ = V34
Tabela 15		**Tabela 16**	

---

6. Observando a Figura 7 e lembrando o que fizemos até agora, você seria capaz de determinar as coordenadas do ponto C indicado na figura? Converse com seus colegas sobre as coordenadas encontradas e chegue, junto com eles, a um valor único.

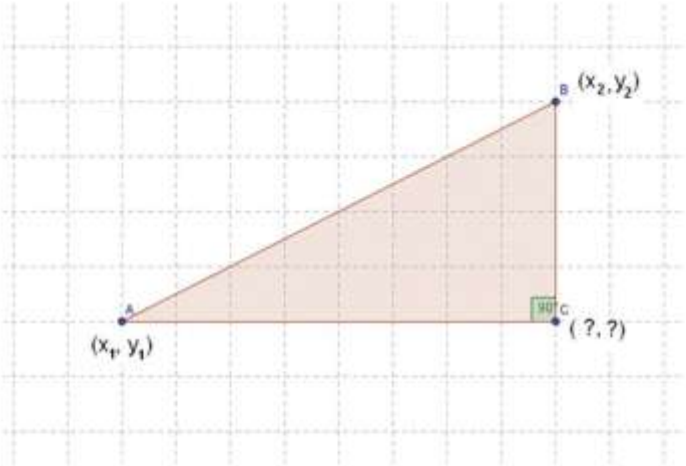


Figura 7

Quanto ao item 6, os alunos devem chegar a C=(x2, y1). Se você perceber que seus alunos não conseguem chegar a esse valor, faça com a turma mais exemplos numéricos. O desenho dos eixos coordenados também pode ajudar.

---

7. Considerando dois pontos A e B, mostrados na Figura 7, de coordenadas (x_1, y_1) e (x_2, y_2), respectivamente, e o ponto C encontrado no item anterior, determine a medida dos catetos AC e BC.

8. Usando o Teorema de Pitágoras, encontre a expressão que calcula a distância entre os pontos A e B. Complete as suas respostas nas Tabelas 17 e 18.

Triângulo ABC	
A	(x_1, y_1)
B	(x_2, y_2)
C	(,)

Tabela 17

Triângulo ABC	
Lado	**Medida**
AC	d(A,C) = | |
BC	d(B,C) = | |
AB	d(A,B) = $\sqrt{(\ )^2 + (\ )^2}$

Tabela 18

Neste item 8, os alunos devem usar a propriedade

$|x_1 - x_2|^2 = |x_2 - x_1|^2 = (x_2 - x_1)^2$ e $|y_1 - y_2|^2 = |y_2 - y_1|^2 = (y_2 - y_1)^2$

para chegar à expressão:

$$\sqrt{(x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$$

Essa é a equação que determina a distância entre dois pontos quaisquer A($x_{1;}$ y_2) e B ($x_{2;}$ y_2), no plano cartesiano.
Comente com os seus alunos sobre a grande importância, na geometria analítica, da equação que calcula a distância entre dois pontos. Comente que esta é usada em diversas aplicações, tais como encontrar equações de diversos lugares geométricos. Sempre a álgebra seguindo junto com a geometria.

3ª ETAPA

ATIVIDADES AVALIATIVAS

(TEMPO PREVISTO: 100 MINUTOS)

Descritor associado:

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano

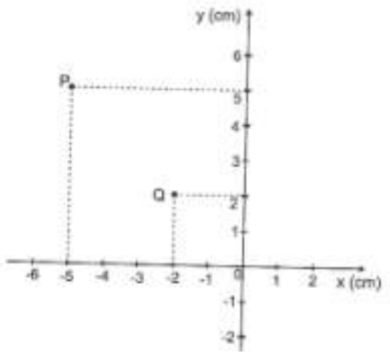
As atividades propostas a seguir possuem o objetivo de fazer uma avaliação diagnóstica da aprendizagem dos alunos em relação ao assunto abordado neste Plano de Trabalho: a Distância entre Dois Pontos. Esta fase da implementação é importante para o professor porque os resultados obtidos nortearão as ações pedagógicas para a elaboração de atividades que visem revisar os tópicos que não foram bem assimilados pelos alunos. Estas atividades podem ser realizadas em dupla.

1- Qual é a distância entre os pontos P(10,40) e Q(40,10)?

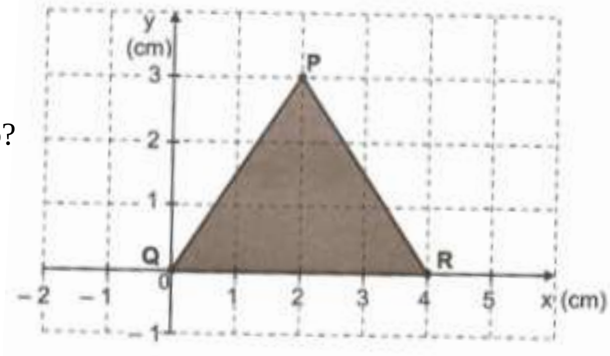
a) 30
b) $30\sqrt{2}$
c) 40
d) $40\sqrt{2}$
e) 60

2- Observe os pontos P e Q no plano cartesiano abaixo. A distância entre esses dois pontos é

a) 3 cm
b) $\sqrt{12}$ cm
c) $\sqrt{18}$ cm
d) 9 cm
e) 18 cm



3- Observe o triângulo PQR desenhado na malha quadriculada abaixo.



Qual é a medida do lado PR desse triângulo?

a) √53 cm
b) √45 cm
c) √27 cm
d) √13 cm
e) √5 cm

4- O mapa abaixo foi desenhado sobre um plano cartesiano graduado em centímetros. Nesse plano, a cidade de São Paulo encontra-se na origem dos eixos coordenados e Vitória no ponto de coordenadas (6,3).

Nesse mapa, qual é a distância, aproximadamente, entre São Paulo e Vitória?

a) 5,2 cm
b) 6,6 cm
c) 9,0 cm
d) 22,5 cm
e) 45,0 cm
f)

5 - Um sistema cartesiano ortogonal é associado à planta de uma cidade plana de modo que o eixo Ox é orientado de oeste para leste, o eixo Oy é orientado de sul para norte e a unidade adotada em cada eixo é o quilômetro. Um automóvel que parte do ponto A do terceiro quadrante distante 3 km do eixo Ox e 5 km do eixo Oy percorre o seguinte trajeto: 15 km para o leste, 3 km para o norte, 3 km para o oeste e, finalmente, 2 km para o norte, estacionando em um ponto B. O ponto A, em relação a esse sistema de coordenadas, e a distância entre os pontos A e B, são:

a) A(-5, -3) e AB = 15 km

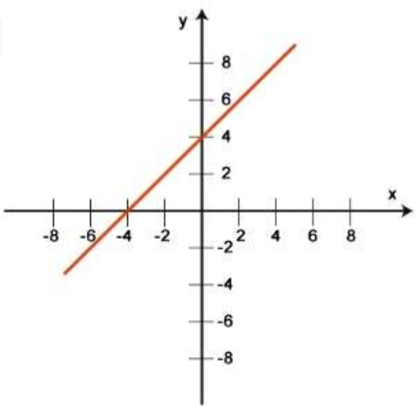
b) A(-5, -3) e AB = 13 km

c) A(-5, -3) e AB = 10 km

d) A(-3, -5) e AB = 13 km

e) A(-3, -5) e AB = 10km

6- Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas ao lado, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros. A reta de equação ***y*=*x*+4** representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto ***P*=(–5,5)**, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.



Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

A) (–5, 0)

B) (–3, 1)

C) (–2, 1)

D) (0, 4)

E) (2, 6)

Roteiro de Ação 2

Encontrando a Equação de uma Reta

Duração prevista: 100 minutos (desenvolvimento) + 100 minutos (avaliação)

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Cálculo do coeficiente angular de uma reta conhecendo dois pontos e a equação de uma reta.

Objetivos: Relembrar os conceitos sobre o ângulo de inclinação definido por uma reta. Compreender o conceito de coeficiente angular de uma reta. Perceber que, para o cálculo do coeficiente angular e a equação de uma reta é necessário e suficiente, conhecer as coordenadas de dois pontos dessa reta.

Pré-requisitos: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas. Desenhar uma reta definida por dois pontos. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente. Identificar e saber calcular esta razão em triângulos retângulos.

Material necessário: Folha de atividade, régua, caneta, papel quadriculado, transferidor, régua de 30 cm e calculadora científica.

Organização da classe: Turma organizada em grupos de dois ou três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores associados:

..H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

DESENVOLVIMENTO

1ª ETAPA

Calculando o Coeficiente Angular

1. Fazendo uso de um papel quadriculado, com os eixos coordenados desenhados na parte central e utilizando como unidade de medida o tamanho da malha retangular do papel (como é visto na figura 1), marque os pontos A(2,4) e B(11,10). Em seguida, usando uma régua e uma caneta, faça o desenho de uma reta definida por estes dois pontos.

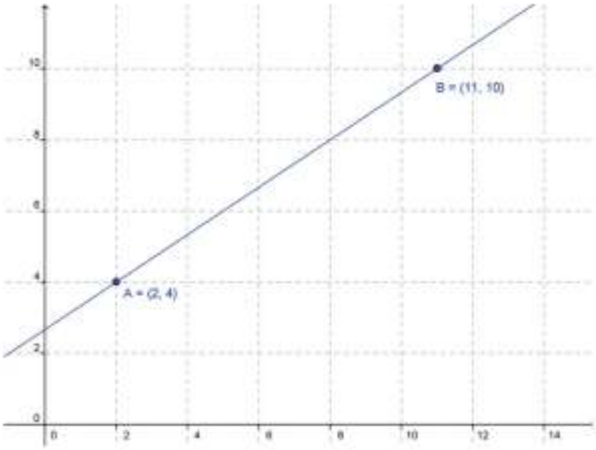


Figura 1
Fonte: Figura feita pelo autor.

Professor, neste momento é válido relembrar com o seu aluno a seguinte definição:
Dados $A(x_1,y_2)$ e $B(x_2,y_2)$, *denominamos o coeficiente angular da reta definida por estes dois pontos, a seguinte expressão:*

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{\text{variação das ordenadas}}{\text{variação das abscissas}}$$

---

2. Calcule o coeficiente angular *m* da reta definida pelos pontos A(2,4) e B(11,10) e registre o resultado a seguir.

____

____

Esperamos que o seu aluno conclua que:

$$m = \frac{10 - 4}{11 - 2} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

---

3. Utilizando o mesmo papel quadriculado do item 1, marque os pontos C(5,6), D(-4,0) e E(- 10,-4).

4. Os pontos C, D e E, do item 3, se encontram na reta desenhada? __________________

Esperamos que os alunos concluam que os pontos C, D e E estão sobre a reta desenhada no papel quadriculado. Certifique-se de que todos os alunos marcaram os pontos e a reta de forma correta. Se a reta não for traçada de forma correta os pontos C, D e E podem não ficar sobre esta reta. Nesse caso, a sua intervenção é fundamental.

5. Calcule o coeficiente angular das retas definidas pelos pares de pontos indicados no item 3 e complete a Tabela1, a seguir:

Pares de Pontos	**Coeficiente Angular**
Pontos C e D	m_1
Pontos D e E	m_2
Pontos C e E	m_3

Espera-se que o aluno encontre no item 5 o seguinte:

$m_1 = m_2 = m_2 = \frac{2}{3}$

6. Observando todos os resultados obtidos, responda as seguintes perguntas:

a) Uma reta pode ter mais de um coeficiente angular? Justifique sua resposta.

b) O valor do coeficiente angular de uma reta independe dos pontos encolhidos sobre ela? Justifique sua resposta.

No item 6, as respostas esperadas são: não e sim, para a) e b), respectivamente.

7. Considerando as conclusões obtidas no item anterior, determine o valor de *b*, para que o ponto H(-1, b) se encontre na mesma reta definida pelos pontos A e B, dos itens anteriores.

8. Sugestão: Determine a expressão que calcula o coeficiente angular, usando os pontos A e H ou os pontos B e H. Em seguida, iguale esta expressão ao coeficiente angular esperado.

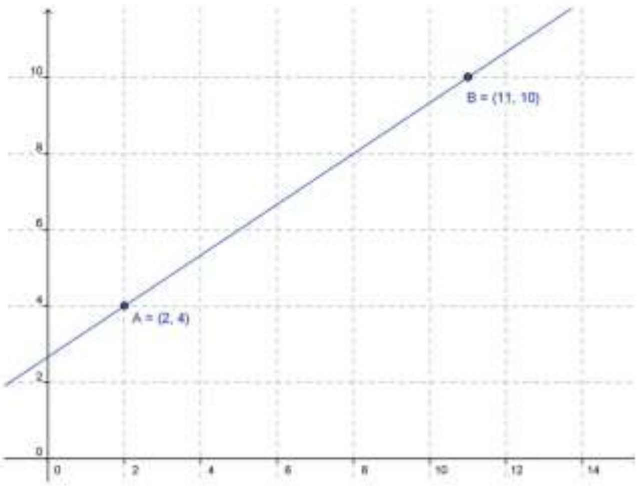
9. Verifique se o seu resultado encontrado algebricamente é, de fato, correto, localizando o ponto H no gráfico da reta.

Como o valor do coeficiente angular de uma reta é sempre único e independe do par de pontos escolhidos, usando os pontos A e H, o aluno deverá chegar a seguinte equação:

$$\frac{b-4}{-1-2} = \frac{2}{3}$$

De onde, encontrará o valor ***b****=2.*

No item 8, note que se o aluno encontrar uma resposta diferente, o ponto H não pertencerá a reta que passa pelos pontos A e B. Isto dará a ele uma prova real com apelo geométrico muito forte. Isto é extremamente eficaz para a aprendizagem da geometria!



2ª ETAPA

Relacionando o Coeficiente angular com o ângulo de inclinação

Caro aluno, para a realização desta atividade é necessário que você recorde um pouco de seus conhecimentos apreendidos no primeiro ano, com relação ao gráfico da função polinomial do primeiro grau, que corresponde a uma reta. Além disso, é importante lembrar, também, do ângulo de inclinação da reta no plano cartesiano, o qual é definido no sentido anti-horário, a partir do semi-eixo positivo X, como mostra figura 2.

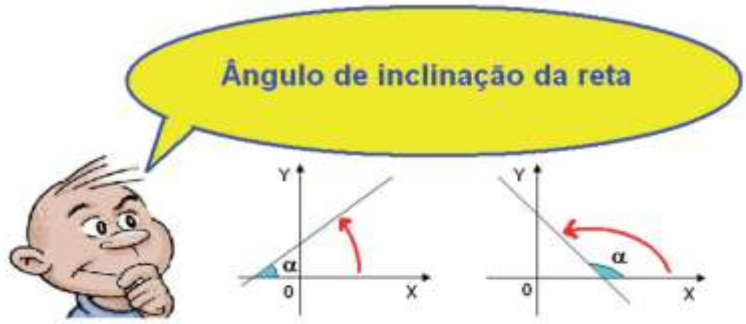


Figura 2
Fonte: Figura feita pelo autor.

1. Com ajuda de um transferidor, faça a medida do ângulo de inclinação da reta desenhada na atividade anterior. Anote o resultado.

____

2. Compare o valor da tangente do ângulo de inclinação com o coeficiente angular, usando no máximo duas casas decimais. Desconsiderando as pequenas diferenças em consequência das aproximações, existe alguma relação entre estes valores? Justifique sua resposta.

____

____

3. Usando o mesmo papel quadriculado dos itens anteriores, escolha e marque outros dois pontos quaisquer, os quais devem definir uma reta com ângulo de inclinação maior do que 90º (veja, como exemplo, a figura 3).

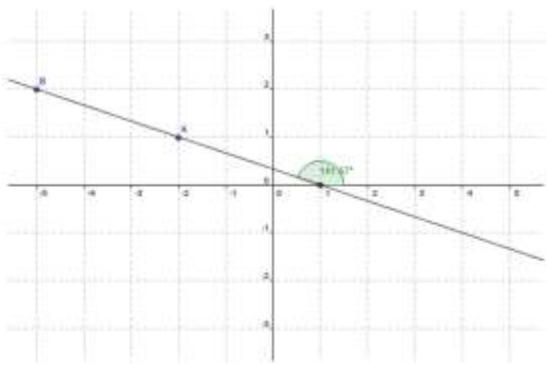


Figura 3
Fonte: Figura feita pelo autor.

4. A seguir, determine o ângulo de inclinação desta nova reta e calcule depois a sua tangente. Anote o ângulo e o valor de sua tangente a seguir.

____

5. Calcule o valor do coeficiente angular definido por estes dois pontos e compare-o com o valor obtido no item 4. Comente com seus colegas, confirme suas conclusões e registre-as a seguir.

____

____

No final desta atividade, esperamos que o aluno tenha conseguido entender que o coeficiente angular de uma reta é igual a tangente do ângulo de inclinação. Este passo é importante para a nossa próxima atividade, onde os nossos alunos deverão descobrir um método que lhes permita calcular a equação de uma reta, conhecendo dois de seus pontos, ou um ponto e o seu coeficiente angular.

____

3ª ETAPA

Descobrindo a equação da Reta

Considere a reta r, mostrada na figura 4.

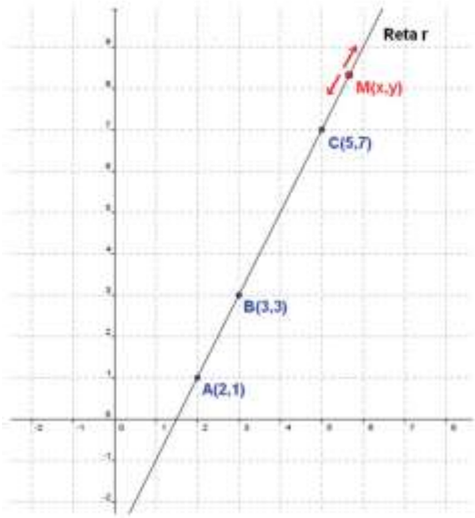


Figura 4
Fonte: Figura feita pelo autor.

1. Determine o coeficiente angular *m* da reta *r* e verifique a sua igualdade, completando a Tabela 2 com as expressões correspondentes.

Pares de Pontos	**Coeficiente Angular**
Pontos A e B	
Pontos A e C	
Pontos B e C	

Tabela 2

2. Tomando os pontos A e M, determine a expressão que permite calcular o coeficiente angular da reta *r*. Observe que a sua equação deve apresentar as variáveis *x*, *y* e *m*.

No item 1, seu aluno deve concluir que:

2=m1=m2=m3.

No item 2, esperamos que ele conclua que:

$\underline{y-1} = m$

$x-2$

Pela expressão já conhecida que define o coeficiente angular.

---

3. O valor do coeficiente angular m, na equação do item 2, pode ser substituído pelo valor 2? Comente com seus colegas e justifique a sua resposta.

____

____

4. Após ter substituído a expressão *m* pelo valor 2, a equação encontrada é válida para qualquer ponto (x,y) na reta? E no ponto A, ela também é válida? Discuta com seus colegas e justifique a sua resposta.

____

____

5. Se fizermos agora, uma pequena manipulação algébrica, para eliminar o denominador, isto é,

$\frac{y-1}{x-2} = 2$ que implica em $(y-1) = 2(x-2) = 2x - 4$

De onde segue

$$y = 2x - 3$$

Esta nova equação será válida para qualquer ponto (x,y) na reta? Comente com os seus colegas e justifique a sua resposta.

____

____

6. Verifique se os pontos A, B, e C pertencem à reta *r*, isto é, substitua as coordenadas dos pontos na equação *y=2x-3*.

Veja um exemplo:

Verificando se o ponto C(5,7) pertence à reta:

Considerando x=5 e substituindo na equação, temos y= 2(5)-3 = 7. Logo, o ponto C(5,7) pertence à reta, pois as suas coordenadas satisfazem a equação.

____

____

7. Para finalizar, proceda de forma análoga ao item 2, ou seja, utilize um ponto genérico que chamamos de M e o ponto B, determinando uma expressão que permite calcular o coeficiente angular da reta r. Com isto, obtenha novamente uma equação com variáveis *x*, *y* e *m*. Faça as manipulações algébricas necessárias para eliminar o denominador. Registre a equação encontrada a seguir.

____

____

8. Que relação existe entre as equações encontradas? Comente com seus colegas e registre suas conclusões.

____

____

Esperamos que o aluno conclua, no item 3, que o coeficiente angular é sempre igual a 2, neste exemplo. E que, sendo assim, ele poderá substituir o m pelo valor 2.
Já no item 4, o aluno deve perceber que o ponto M é um ponto genérico e que, sendo assim, a expressão obtida é uma expressão geral, independente do ponto escolhido.
No item 7, esperamos que os seus alunos encontrem a mesma equação da reta do item 5, ou seja, y=2x-3. Para isso eles devem manipular a expressão:

$$\frac{y-3}{x-3} = m = 2 \Rightarrow (y-3) = 2.(x-3) = 2x-6 \Rightarrow y = 2x-3.$$

Após essa manipulação, esperamos que eles concluam que a equação da reta será sempre a mesma, conforme pedido no item 8.
Neste momento, é importante comentar com os alunos que, dado um ponto de $P(x_o\ y_o)$ *uma reta r e o seu coeficiente angular m, ao considerar um ponto qualquer M(x,y) da mesma reta, chegaremos à seguinte expressão:*

$$\frac{y-y_o}{x-x_o} = m$$

O que implicará em: $(y - y_o) = m(x - x_o)$.

Esta equação é denominada a equação da reta r.
Caso sejam fornecidos dois pontos da reta, primeiro devemos calcular o coeficiente angular e posteriormente usar a equação acima utilizando qualquer um dos pontos.

---

9. Para fechar a nossa atividade, vamos testar os conhecimentos adquiridos. Considere a reta *r* definida pelos pontos A(1,4) e B(2,1).

a) Encontre o coeficiente angular da reta *r*.

---

b) Determine a equação da reta *r*.

No item 9, o aluno deve concluir que o coeficiente angular da reta é dado pela expressão dada abaixo:

$$m = \frac{1-4}{2-1} = -3$$

Como vimos, com o coeficiente angular, podemos tomar um ponto genérico M(x,y) e um ponto qualquer da reta e obter a equação da reta. Veja:

$$\frac{y-1}{x-2} = m = -3 \Rightarrow (y-1) = 3.(x-2) = -3x + 6 \Rightarrow y = -3x + 7$$

3ª ETAPA

ATIVIDADES AVALIATIVAS

(TEMPO PREVISTO: 100 MINUTOS)

Descritores associados:

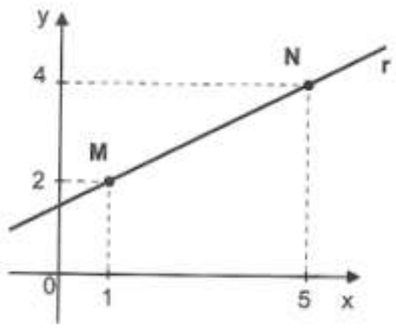
H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

As atividades propostas a seguir possuem o objetivo de fazer uma avaliação diagnóstica da aprendizagem dos alunos em relação ao assunto abordado neste Plano de Trabalho: a Equação da Reta. Esta fase da implementação é importante para o professor porque os resultados obtidos nortearão as ações pedagógicas para a elaboração de atividades que visem revisar os tópicos que não foram bem assimilados pelos alunos. Estas atividades podem ser realizadas em dupla.

1- A expressão algébrica da reta que passa pelos pontos M(1,-2) e N(-2,-11), é

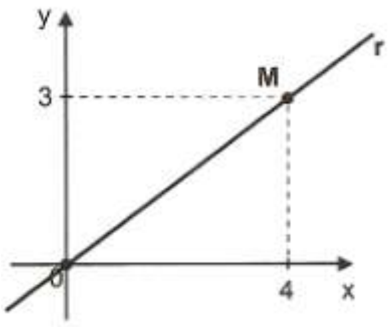
a) $y = 3x - 5$
b) $y = -5x + 3$
c) $y = -3x + 1$
d) $y = \frac{x}{3} + \frac{5}{3}$
e) $y = \frac{5x}{3} + \frac{1}{3}$

2- A reta r, desenhada no plano cartesiano abaixo, passa pelos pontos M e N.
Qual é a equação dessa reta r?



a) $x - 2y + 3 = 0$
b) $x - y + 2 = 0$
c) $2x - y - 3 = 0$
d) $2x - y = 0$
e) $5x - y + 4 = 0$

3- A reta r, desenhada no plano cartesiano abaixo, passa pela origem dos eixos e pelo ponto M.



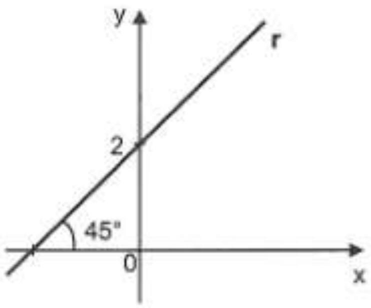
Qual é a equação dessa reta r?

a) $3x - 4y = 0$
b) $4x - 3y = 0$
c) $4x + 3y = 0$
d) $4x - y + 3 = 0$
e) $3x - y + 4 = 0$

4- A equação da reta que passa pelos pontos P(1,1) e Q(-2,-1) é

a) $y = -2x + 3$
b) $y = 2x + 3$
c) $3y = 2x + 1$
d) $-3y = 2x + 1$
e) $2y = 3x - 1$

5- A reta r, desenhada no plano cartesiano abaixo, forma um ângulo de 45º com o eixo horizontal e intercepta o eixo vertical no ponto de ordenada igual a 2.



Dado:
sen 45° = cos 45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$
tg 45° = 1

Qual é a equação dessa reta r?

a) $y = 2x + 1$
b) $y = x + 2$
c) $y = x - 2$
d) $y = -x - 2$
e) $y = -2x - 1$

6- A equação da reta na forma reduzida que passa pelo ponto (-2, - 3) e tem inclinação igual a – 2 é

a) y = - 2x – 7
b) y = - 2x – 3
c) y = - x – 5
d) y = -2x – 2
e) y = -2x + 7

Referências Bibliográficas

CAED/SAERJ. Avaliação Diagnóstica 3º Bimestre - Língua Portuguesa e Matemática 3ª série do Ensino Médio. 2011 e 2012.

ENEM/MEC. Exame Nacional do Ensino Médio – Prova de Redação e de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias / Prova de Matemática e suas Tecnologias. 2011.

PAIVA, M. **Matemática – Ensino Médio.** Vol. Único. 1. ed. São Paulo: Ed. Moderna, 2005.

RIBEIRO, J. **Ciência, Linguagem e Tecnologia – Ensino Médio Matemática**. Vol 3. 1. ed. São Paulo: Ed. Scipione, 2011.

ROTEIROS DE AÇÃO – Geometria Analítica – Curso de Formação Continuada oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2013**.**