FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Fundação Cecierj/Consorcio Cederj

PLANO DE TRABALHO 2

GEOMETRIA ANALÍTICA

MATEMÁTICA 3ºANO – 3ºBIMESTRE/2013

CURSISTA: TÂNIA PENNER DE MAGALHÃES OLIVEIRA
TUTOR: MARIA CLÁUDIA PADILHA TOSTES

S u m á r i o

I - INTRODUÇÃO

A Geometria Analítica, concebida pelo matemático francês René Descartes (1596-1650), que transita entre a Álgebra e a Geometria euclidiana possibilita a representação de figuras geométricas por meio de pares ordenados, equações e inequações.

Este plano de trabalho tem por objetivo facilitar uma aprendizagem significativa do assunto, apresentando a geometria no cotidiano. Para desenvolvê-lo serão necessários, em princípio, 08 tempos de 50 minutos cada, na turma 3001 do CE Brigadeiro Nóbrega.

Eu começo, lendo com os alunos um texto sobre o GPS (Global Positioning System – Sistema de Posicionamento Global). Estudaremos os conceitos de ponto e reta na geometria analítica. Para isso, é importante lembrar alguns conceitos sobre o plano cartesiano ortogonal, que consiste em um plano com dois eixos perpendiculares, x e y, que o dividem em quatro regiões. Utilizo o roteiro de ação 1 , como estudo dirigido.

Utilizarei o roteiro de ação 2, para dar continuidade ao assunto Geometria Analítica, os alunos irão calcular o coeficiente angular, conhecendo dois pontos e a equação de uma reta, com o auxílio de um transferidor, régua e folha de papel quadriculado.

Com a ajuda do software Geogebra, e os conceitos desenvolvidos anteriormente, vamos observar a relação de igualdade existente entre o valor do coeficiente angular e a tangente do ângulo de inclinação de uma reta e deduzir a equação reduzida de uma reta, conhecendo dois pontos dela ou um ponto e seu coeficiente angular. .

As avaliações serão feitas através de observação da participação dos alunos em todas as atividades, e também de exercícios contextualizados, do livro, resolvidos em sala.

II - DESENVOLVIMENTO

. Habilidade relacionada: Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano – H16;
Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação – H15;

. Pré-requisitos: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas; Teorema de Pitágoras; módulo de um número real. Desenhar uma reta definida por dois pontos; conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta; conhecer a definição da razão trigonométrica tangente; identificar e saber calcular esta razão em triângulos retângulos.

. Tempo de duração: 400 minutos (08 tempos de aula).

. Recursos educacionais utilizados: Material impresso com atividades, papel quadriculado, transferidor, régua de 30 cm, cartolina, caneta e lápis, livro didático.

. Organização da turma: Grupos de 02 (dois) alunos.

. Objetivos: Compreender os conceitos de ponto e reta na geometria analítica; determinar a equação que permite calcular a distância entre dois pontos, conhecendo as suas coordenadas. Relembrar os conceitos sobre ângulo de inclinação definido por uma reta; compreender o conceito de coeficiente angular de uma reta; perceber que, para o cálculo do coeficiente angular e a equação de uma reta é necessário e suficiente, conhecer as coordenadas de dois pontos dessa reta.

. Metodologia adotada: Ler um texto com um dados do GPS (Global Positioning System – Sistema de Posicionamento Global) para despertar o interesse inicial no assunto.

. Texto retirado do livro de Joamir Souza Coleção Novo Olhar - Matemática – Volume 3 – Editora FTD – 1ªEdição – São Paulo – 2010.:

"Durante muito séculos, o ser humano utilizou elementos da natureza, como corpos celestes, para se orientar no espaço terrestre. No entanto, ao longo do tempo, avanços tecnológicos e científicos possibilitaram o desenvolvimento de diferentes equipamentos e sistemas de localização, que permitem saber onde está um objeto em qualquer ponto da Terra. Um exemplo é o GPS (Global Positioning System – Sistema de Posicionamento Global).

Este sistema foi desenvolvido na década de 1970 pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos para fins exclusivamente militares. Na década de 1980 seu uso foi liberado para outros países, inclusive para diferentes finalidades. Atualmente, receptores do GPS são amplamente utilizados e em diferentes situações, por exemplo, para rastrear animais, obter a posição de veículos, orientar motoristas, obter informações sobre altitude durante a prática de esportes como alpinismo, entre outros.

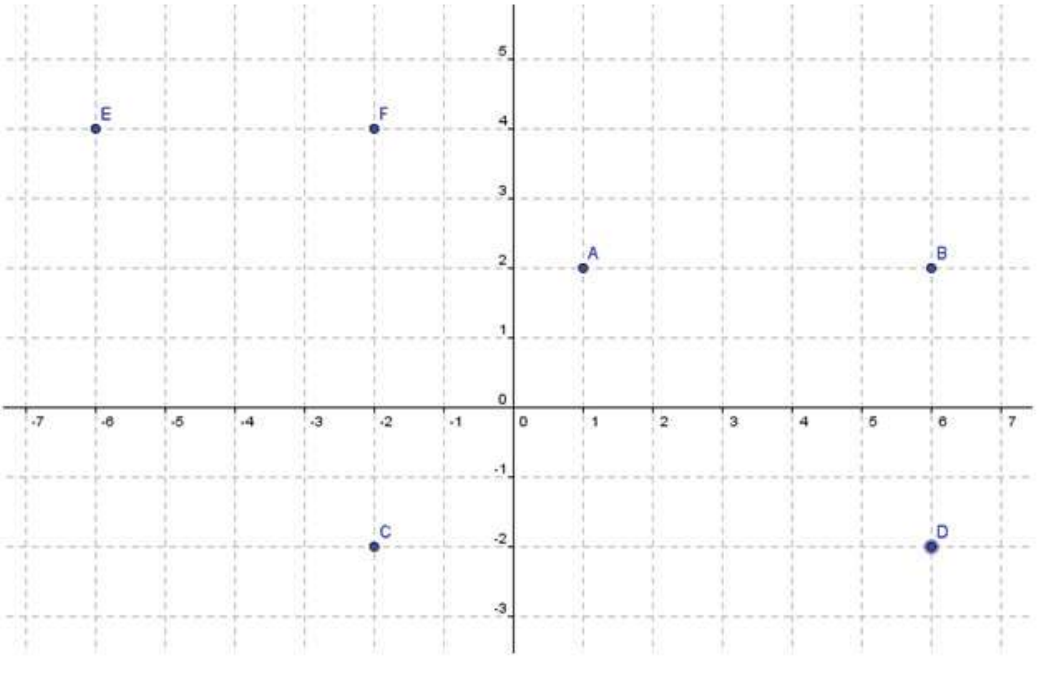
Para o funcionamento do GPS existem 24 satélites, distribuídos em 6 órbitas em torno da Terra, dentre os quais pelo menos 4 podem monitorar um mesmo objeto do globo terrestre. Por meio de informações como o tempo de viagem de sinais de rádio entre o satélite e o aparelho receptor do GPS, obtido por meio de relógios atômicos, e a velocidade de propagação do sinal, previamente conhecida, é possível determinar a distância do satélite até o receptor. A partir da informação da distância em relação a três satélites, o receptor utiliza um princípio matemático denominado trilateração para obter a latitude e a longitude do ponto em que se encontra. Com informações de um quarto satélite, é possível também determinar a altitude.

Em cada satélite existe um relógio atômico para fornecer informações precisas sobre o tempo; no entanto, o aparelho receptor pode trabalhar com relógios de quartzo menos precisos e que podem induzir a possíveis erros. Diante disso, ao obter informações de distâncias em relação a três satélites, o receptor obtém dados de tempo de um quarto satélite para corrigir as imprecisões referentes às três distâncias medidas."

.ROTEIRO DE AÇÃO 1

Atividade 1:

1 – Observando a Figura 1, identifique as coordenadas dos pontos indicados:



2 – Considerando como unidade de medida o tamanho do quadrado da malha; determine a distância entre os pares de pontos: A e B, C e D, E e F, C e F, D e B. Isto é, calcule o comprimento dos segmentos AB, CD, EF, CF, e DB, mostrados nas figuras 2 e 3.

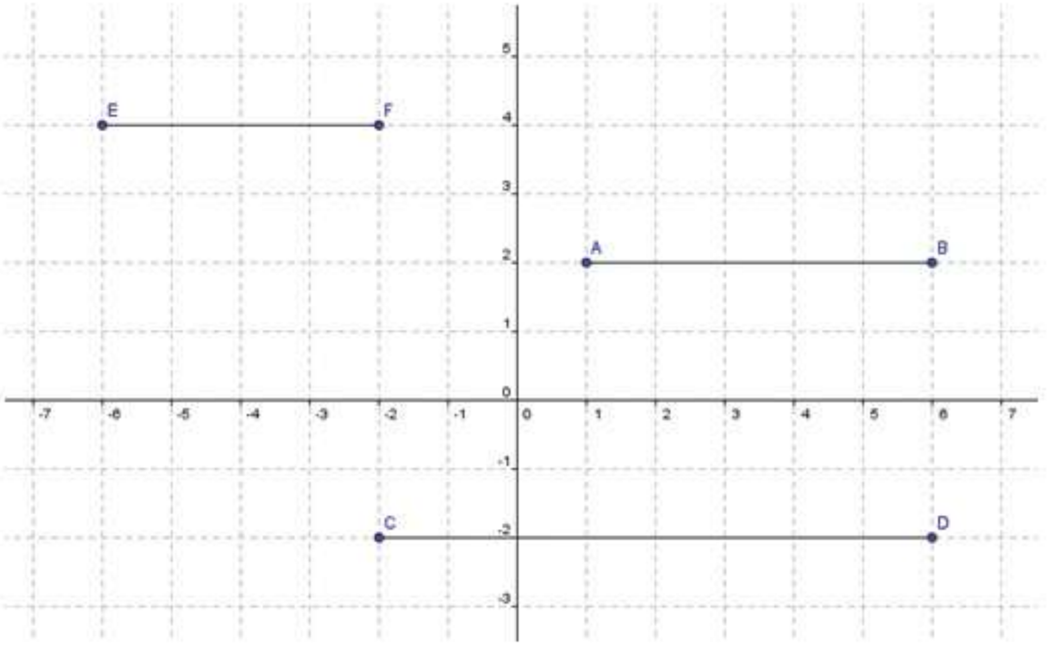


Figura 2

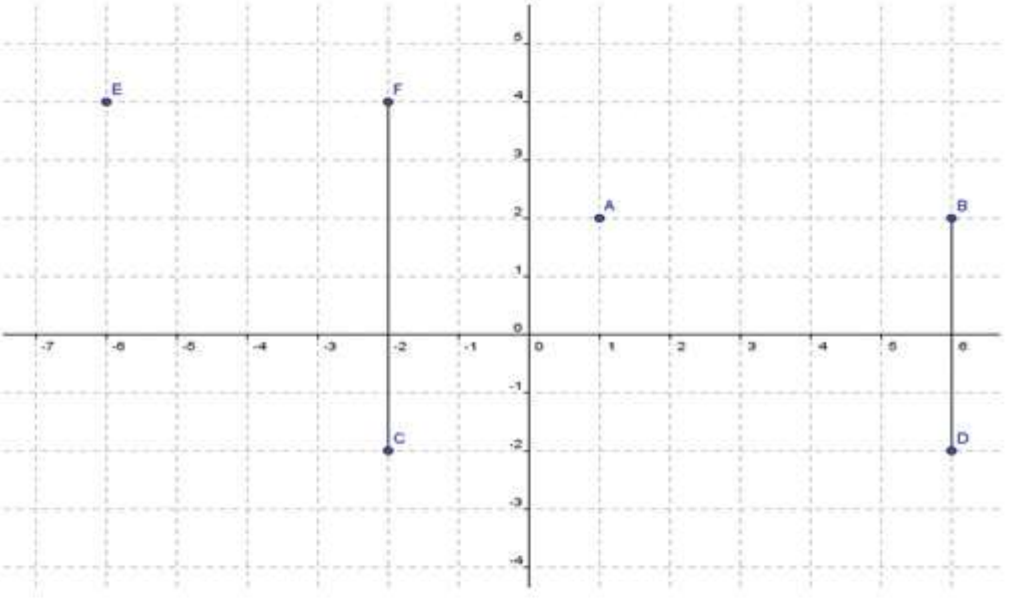


Figura 3

3 – Para encontrar as distâncias pedidas no item 2, você deve ter contado o número de quadrados existentes entre os pontos, pois a medida dos lados de cada quadrado da malha apresenta comprimento unitário. Esse procedimento pode ser confirmado algebricamente, fazendo apenas a diferença entre os valores das coordenadas que apresentam valores diferentes. Verifique esse fato e complete a tabela abaixo, seguindo o exemplo, onde d(A,B) representa a distância entre os pontos A e B (o comprimento do segmento AB).

PONTO	COORDENADA
A	(1 , 2)
B	(6 , 2)
C	( )
D	( )
E	( )
F	( )

d (A , B) = 6 – 1 = 5

d (C , D) =

d (E , F) =

d (C , F) =

d (B , D) =

Observação: Estamos calculando medidas, por isso, precisamos de valores positivos.

d (A , B) = I 6 – 1 I = I 1 – 6 I = 5

4 – Você seria capaz de escrever uma fórmula para distância entre pontos? Pense nos exemplos que vimos até agora, troque ideias com seus colegas e registre a seguir suas conclusões.

____
____
____

5 – Na tabela 1, você deve escrever uma equação que permita determinar a distância entre dois pontos que possuem a mesma abscissa. Na tabela 2 , por sua vez, você deve escrever a mesma ordenada. Lembre-se: o módulo é importante, pois estamos tratando de medidas!

Ponto	Coordenada
M	(x_1, y_1)
N	(x_2, y_2)

Ponto	Coordenada
P	(x_1, y_1)
Q	(x_2, y_2)

Tabela 1 : d (M, N) =

Tabela 2 : d (P, Q) =

Atividade 2:

Nesta segunda atividade trabalharemos com a construção de triângulos retângulos cujas hipotenusas são definidas por dois pontos dados e cujos catetos são paralelos aos eixos coordenados.

Figura 4

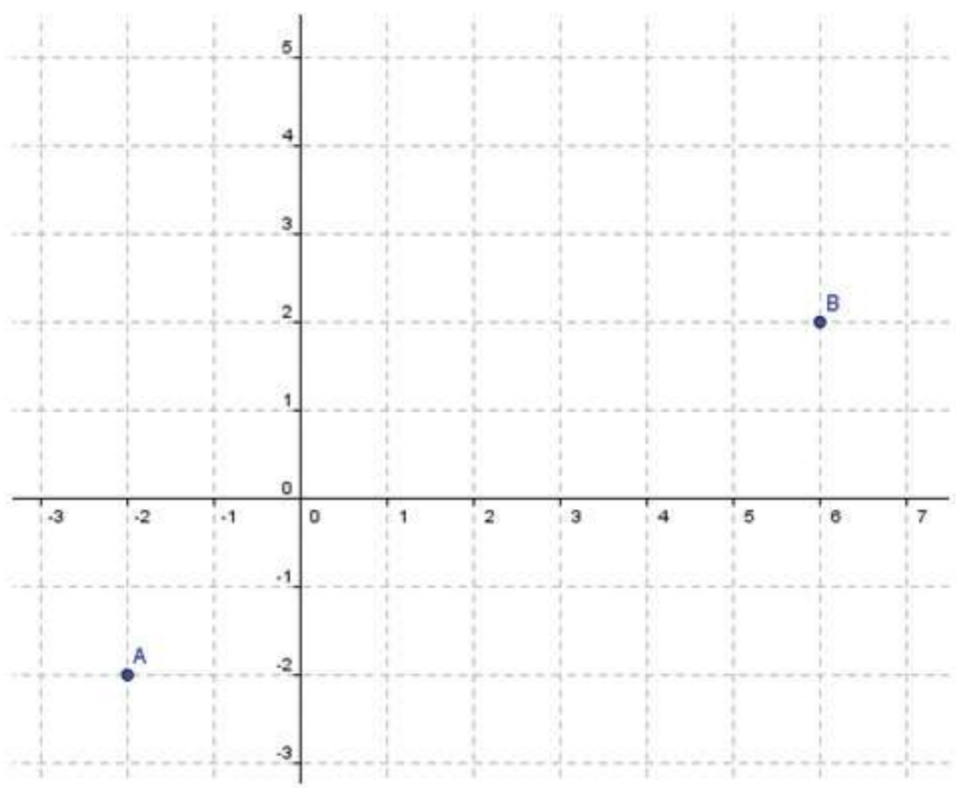
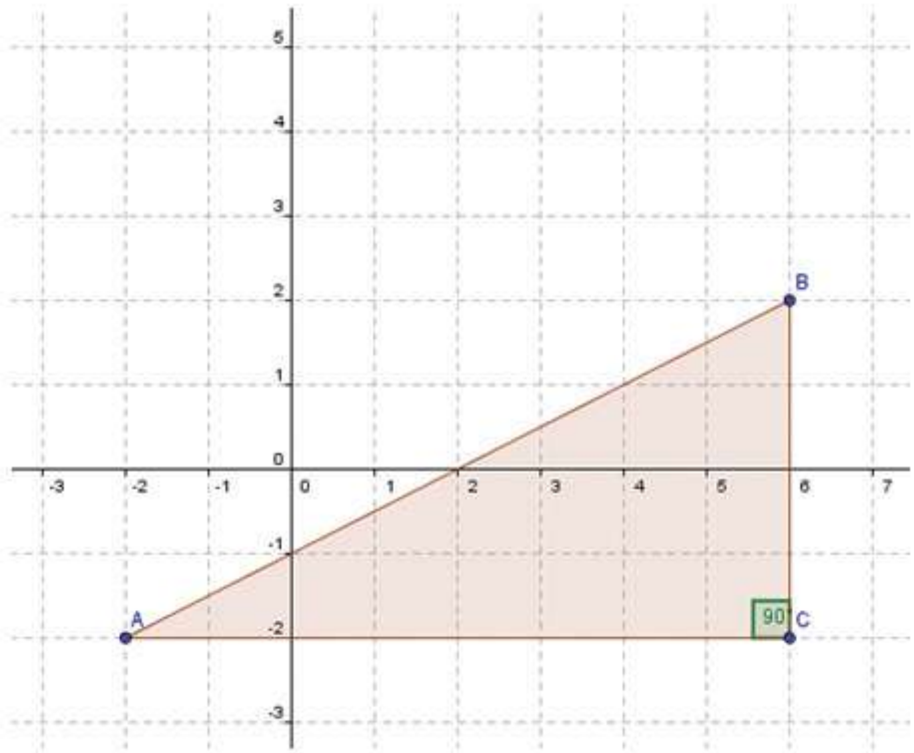


Figura 5



1 – Utilizando um papel quadriculado com os eixos coordenados desnhados, identifique e marque os pontos A(3,-8), B(-5,-2), E(7,10) e D(4,5).

2 – Ligue os pontos A e B através de um segmento de reta. Faça o mesmo para os pontos D e E.

3 – Feito isso, desenhe dois triângulos retângulos cujas hipotenusas são definidas pelos segmentos AB e DE, com catetos paralelos aos eixos coordenados. Em seguida, marque os pontos auxiliares C e F, os quais completam o terceiro vértice em cada um dos triângulos desenhados.

4 – Indique as coordenadas dos pontos C e F, respectivamente.

____
____

5 – Observe os triângulos retângulos ABC e DEF desenhados no item anterior. Como você determinaria a distância entre os pontos A e B e entre os pontos D e E? Troque ideias com seus colegas e registre a seguir suas conclusões.

____
____
____

6 – Determine a medida dos lados de cada um dos triângulos.

. Triângulo 1:

AC ---------------- d(A,C) =
BC ---------------- d(B,C) =

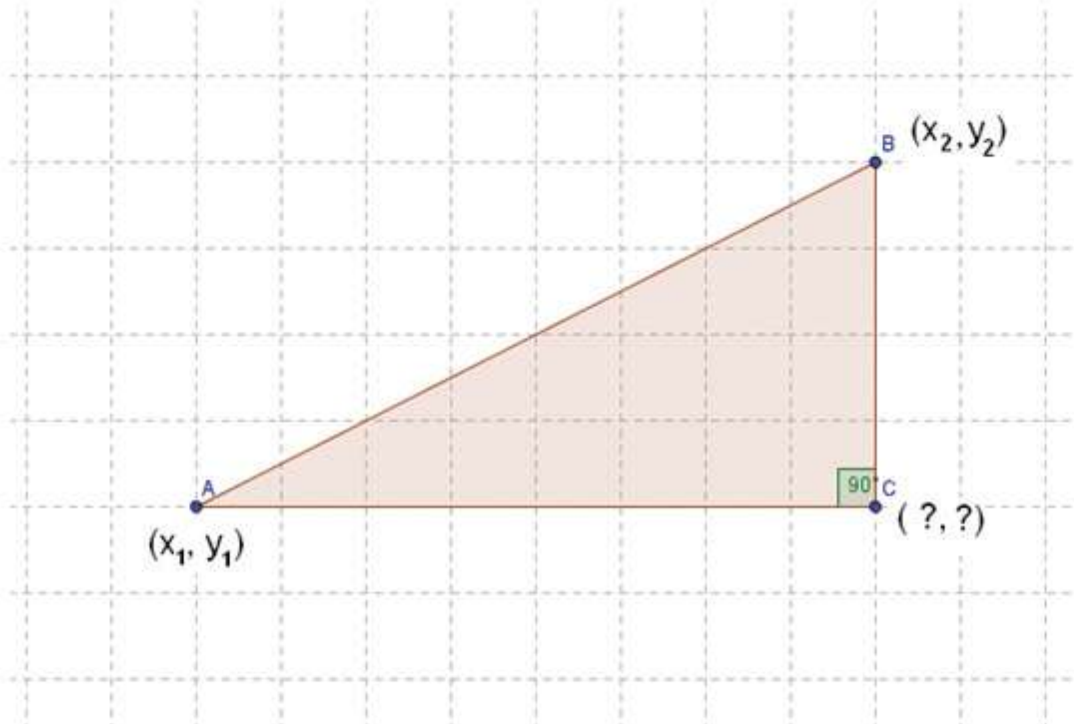
AB ---------------- d(A,B) = $\sqrt{(\qquad)^2 + (\qquad)^2}$ =

. Triângulo 2:

DF --------------- d(D,F) =
FE --------------- d(F,E) =

DE --------------- d(D,E) = $\sqrt{(\qquad)^2 + (\qquad)^2}$ =

7 - Observando a figura abaixo e lembrando o que fizemos até agora, você seria capaz de determinar as coordenadas do ponto C indicado na figura? Converse com seus colegas sobre as coordenadas encontradas e chegue, junto com eles, a um valor único.



8 – Considerando dois pontos A e B, mostrados na figura acima, de coordenadas (x_1, y_1) e (x_2, y_2), respectivamente, e o ponto C encontrado no item anterior, determine a medida dos catetos AC e BC.

____
____
____

9 – Usando o teorema de Pitágoras, encontre a expressão que calcula a distância entre os pontos A e B.

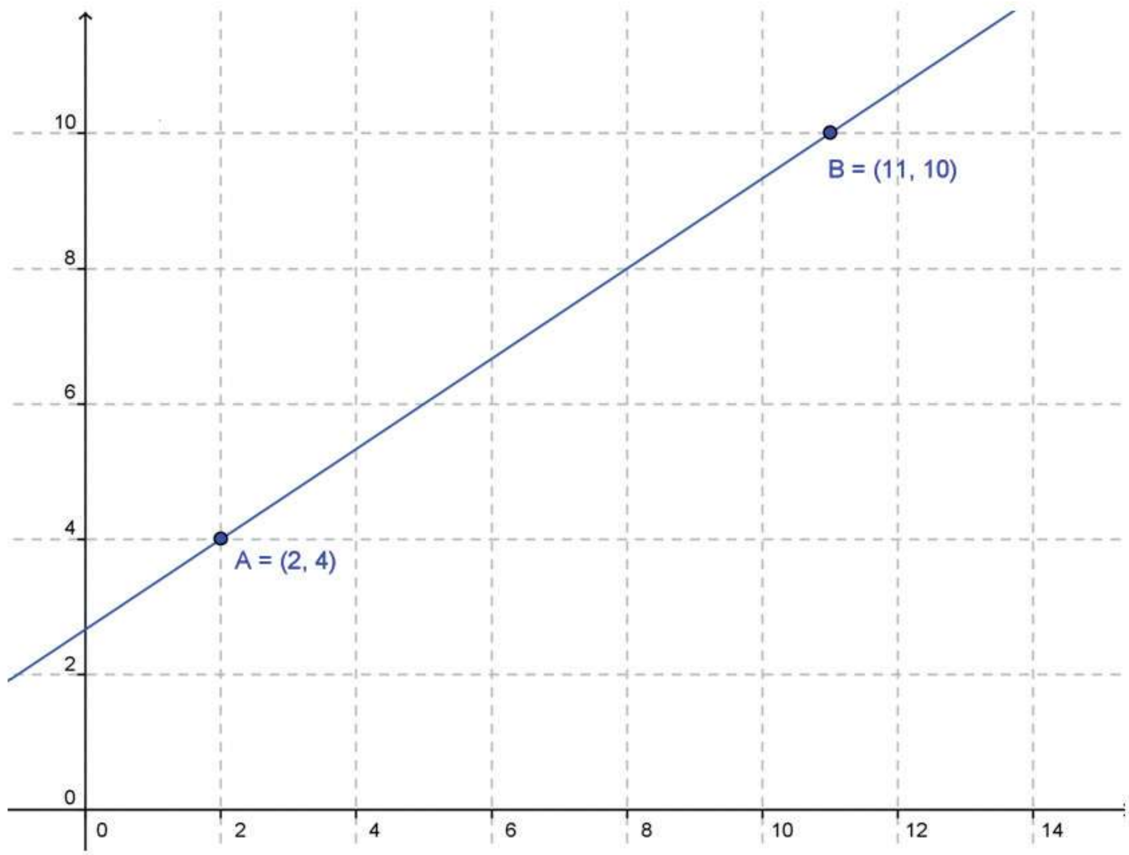
____
____
____
____
____

. Faremos uma avaliação do que foi visto até agora, anotaremos a equação que desenvolvemos e iremos procurar em nosso dia-a-dia onde podemos aplicar, voltaremos ao exemplo do GPS, que foi o início de nosso trabalho.

.ROTEIRO DE AÇÃO 2

Atividade 1:

1 – Fazendo uso de um papel quadriculado, com os eixos coordenados desenhados na parte central e utilizando como unidade de medida o tamanho da malha retangular do papel (como é visto na figura 1), marque os pontos A(2,4) e B(11,10). Em seguida, usando uma régua e uma caneta, faça o desenho de uma reta definida por estes dois pontos.



2 – Calcule o coeficiente angular *m* da reta definida pelos pontos A (2,4) e B(11,10) e registre o resultado a seguir.

___
___
___

3 – Utilizando o mesmo papel quadriculado do item 1, marque os pontos C(5,6), D(-4,0) e E(-10,-4).

4 – Os pontos C, D, e E, do item 3, se encontram na reta desenhada?

___

5 – Calcule o coeficiente angular das retas definidas pelos pares de pontos indicados no item 3, a seguir:

Pontos C e D ------------- m_1 =

Pontos D e E ------------- m_2 =

Pontos C e E ------------- m_3 =

6 – Observando todos os resultados obtidos, responda as seguintes perguntas:

a) Uma reta pode ter mais de um coeficiente angular? Justifique sua resposta.

___
___
___

b) O valor do coeficiente angular de uma reta independe dos pontos escolhidos sobre ela? Justifique sua resposta.

___
___
___

7 – Considerando as conclusões obtidas no item anterior, determine o valor de *b*, para que o ponto H(-1,*b*) se encontre na mesma reta definida pelos pontos A e B, dos itens anteriores.
8 – Sugestão: Determine a expressão que calcula o coeficiente angular, usando os pontos A e H ou os pontos B e H. Em seguida, iguale esta expressão ao coeficiente angular esperado.

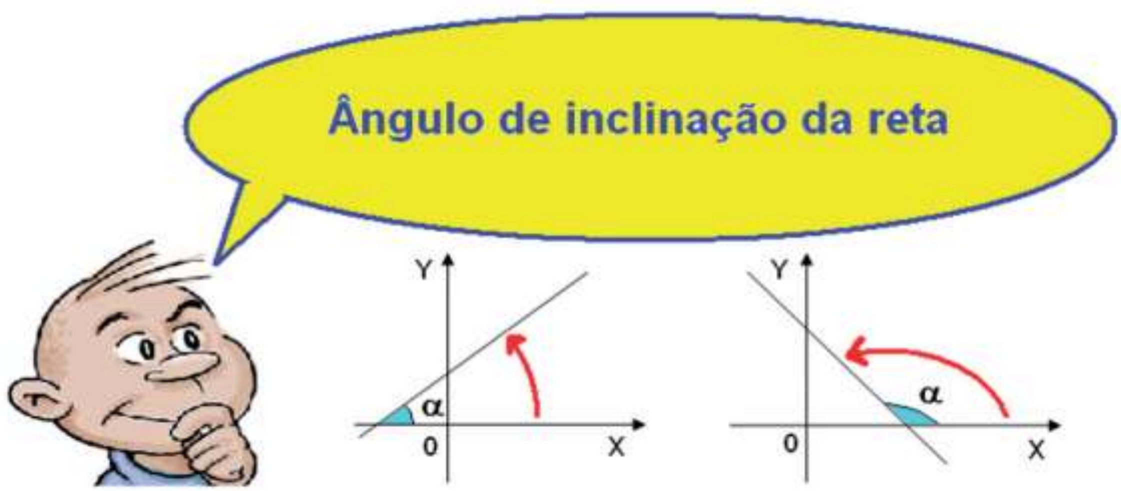
___
___
___

9 – Verifique se o seu resultado encontrado algebricamente é, de fato, correto, localizando o ponto H no gráfico da reta.

. Vamos avaliar o que aprendemos e relembramos com essa atividade, para na próxima aula continuarmos.

Atividade 2: Relacionando o Coeficiente angular com o ângulo de inclinação

Caro aluno, para a realização desta atividade é necessário que você recorde um pouco de seus conhecimentos apreendidos no primeiro ano, com relação ao gráfico da função polinomial do primeiro grau, que corresponde a uma reta. Além disso, é importante lembrar, também, do ângulo de inclinação da reta no plano cartesiano, o qual é definido no sentido anti-horário, a partir do semi-eixo positivo X, como mostra a figura abaixo. Fonte: Figura feita pelo autor.



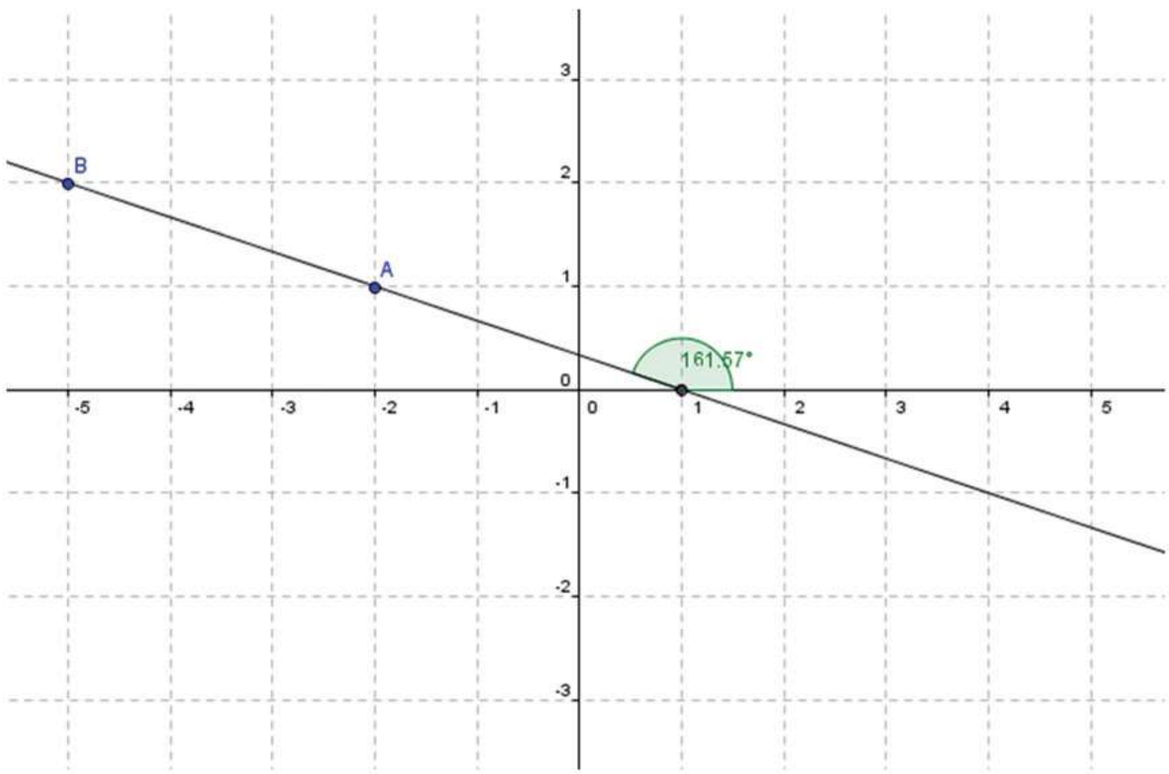
1 – Com ajuda de um transferidor, faça a medida do ângulo de inclinação da reta desenhada na atividade anterior. Anote o resultado.

____

____

2 – Compare o valor da tangente do ângulo de inclinação com o coeficiente angular, usando no máximo duas casas decimais. Desconsiderando as pequenas diferenças em consequência das aproximações, existe alguma relação entre estes valores? Justifique sua resposta.

3 – Usando a folha de papel quadriculado, escolha e marque outros dois pontos quaisquer, os quais devem definir uma reta com ângulo de inclinação maior do que 90º (veja, como exemplo, a figura abaixo).

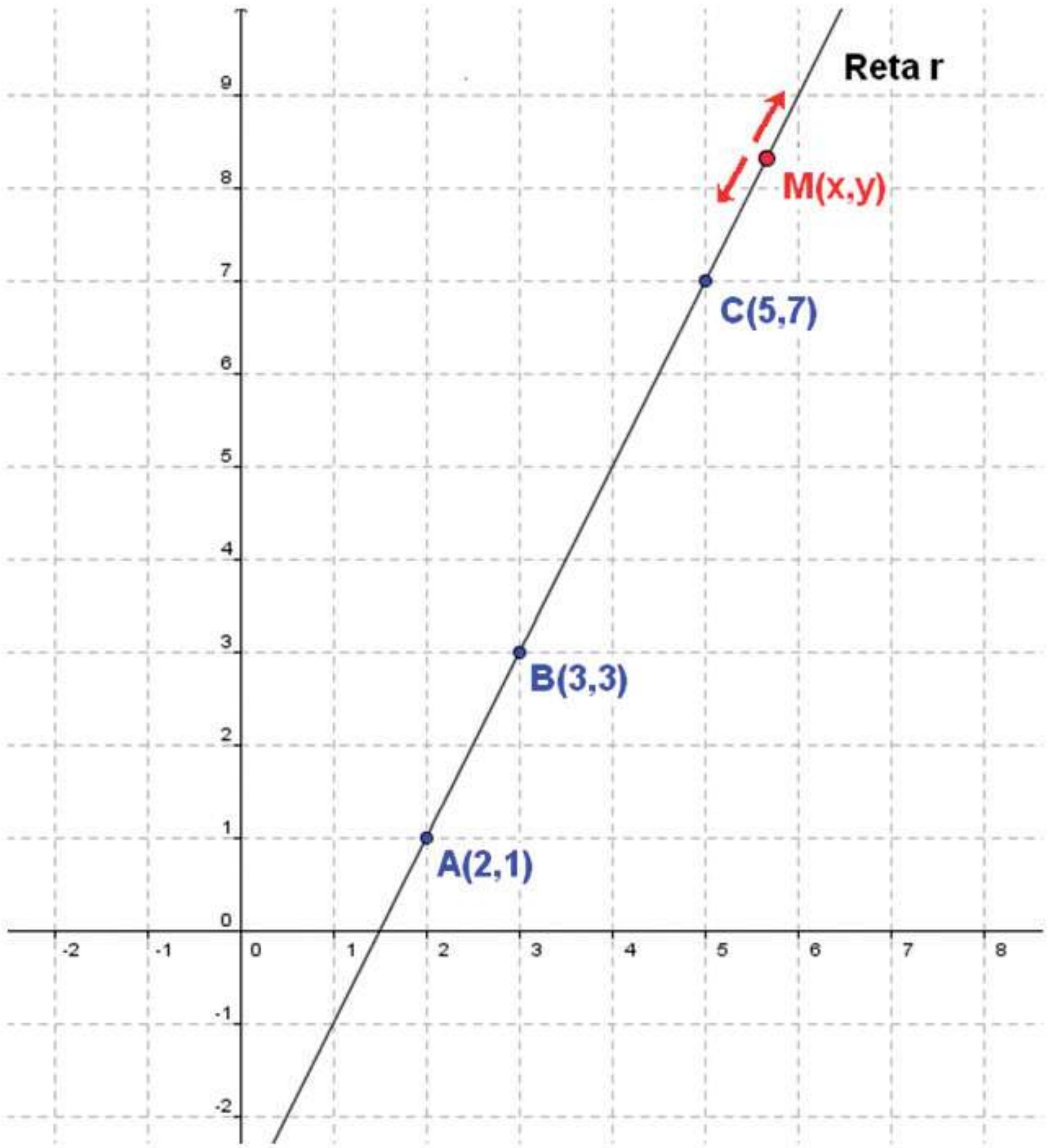


4 – A seguir, determine o ângulo de inclinação desta nova reta e calcule depois a sua tangente. Anote o ângulo e o valor de sua tangente a seguir.

5 – Calcule o valor do coeficiente angular definido por estes dois pontos e compare-o com o valor obtido no item 4. Comente com seus colegas, confirme suas conclusões e registre-as a seguir.

Atividade 3: Descobrindo a equação da Reta

Considere a reta r, mostrada na figura 4.



1 – Determine o coeficiente angular *m* da reta r e verifique a sua igualdade:

Pontos A e B --------------- m_1 =

Pontos A e C -------------- m_2 =

Pontos B e C -------------- m_3 =

2 – Tomando os pontos A e M, determine a expressão que permite calcular o coeficiente angular da reta r. Observe que a sua equação deve apresentar as variáveis x, y e m.

____
____
____
____

3 – O valor do coeficiente angular m, na equação do item 2, pode ser substituído pelo valor 2? Comente com seus colegas e justifique a resposta.

____
____
____

4 – Após ter substituído a expressão m pelo valor 2, a equação encontrada é válida para qualquer ponto (x,y) na reta? E no ponto A, ela também é válida? Discuta com seus colegas e justifique a sua resposta.

____
____
____

5 – Se fizermos agora, uma pequena manipulação algébrica, para eliminar o denominador, isto é,

$$\frac{y-1}{x-2} = 2 \text{ que implica em } (y - 1) = 2 .(x - 2) = 2x - 4 .$$

De onde segue

$$y = 2x - 3.$$

Esta nova equação será válida para qualquer ponto (x,y) na reta? Comente com os seus colegas e justifique a sua resposta.

____
____
____

6 – Verifique se os pontos A, B, e C pertencem à reta *r,* isto é, substitua as coordenadas dos pontos na equação $y = 2x - 3$.

Veja um exemplo:

Verificando se o ponto C (5,7) pertence à reta:

Considerando $x = 5$ e substituindo na equação, temos $y = 2(5) - 3 = 7$. Logo, o ponto C(5,7) pertence à reta, pois as suas coordenadas satisfazem a equação.

____
____
____
____

7 – Para finalizar, proceda de forma análoga ao item 2, ou seja, utilize um ponto genérico que chamamos de M e o ponto B, determinando uma expressão que permite calcular o coeficiente angular da reta r. Com isto, obtenha novamente uma equação com variáveis x, y e m. Faça as manipulações algébricas necessárias para eliminar o denominador. Registre a equação encontrada a seguir.

____
____
____

8 – Que relação existe entre as equações encontradas? Comente com seus colegas e registre suas conclusões.

____
____
____

Observação: Dado um ponto $P(x_0, y_0)$ uma reta r e o seu coeficiente angular *m*, ao considerar um ponto qualquer M(x,y) da mesma reta, chegaremos à seguinte expressão:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m,$$

O que implicará em: $(y - y_0) = m(x - x_0)$.

Esta equação é denominada a equação da reta r.

Caso sejam fornecidos dois pontos da reta, primeiro devemos calcular o coeficiente angular e posteriormente usar a equação acima utilizando qualquer um dos pontos.

9 – Para fechar a nossa atividade, vamos testar os conhecimentos adquiridos. Considere a reta r definida pelos pontos A(1,4) e B(2,1).

a) Encontre o coeficiente angular da reta r.

____
____

b) Determine a equação da reta r.

____
____

<u>Observação</u>: Na próxima aula utilizaremos o software Geogebra para melhor compreensão do assunto estudado e também descobrir e identificar que o lugar geométrico de uma reta no IR^2 é sempre representado algebricamente por uma equação do primeiro grau, com duas variáveis.

III – AVALIAÇÃO

Nas atividades descritas utilizei o critério de avaliar a participação e o envolvimento dos alunos, nas perguntas que formulavam e nas respostas que me davam.

Utilizei, dentro dos limites de meu colégio e também do tempo que tenho com as turmas (04 tempos semanais é muito pouco) o material fornecido pelo curso de formação continuada.

A turma está bem envolvida com o assunto e consegui a participação de todos com entusiasmo.

O objetivo das atividades que estou desenvolvendo com eles e as habilidades relacionadas do SAERJ, eu estou alcançando, procurei aproveitar ao máximo os roteiros de ação, respeitando o tempo do aluno de construção da sua aprendizagem.

Os alunos foram avaliados em todas as atividades tanto formal, como informalmente e atingiram o objetivo que estabeleci ao planejar minhas aulas, participaram e resolveram os exercícios propostos.

As habilidades e competências do currículo mínimo, referentes ao assunto, estão sendo desenvolvidas, prazerosamente.

IV – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

. BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB).**Orientações Curriculares do Ensino Médio:** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias, volume 3.Brasília: MEC/SEB, 2006.

. PAIVA, Manoel. **Matemática**. v. 3. São Paulo: Moderna,2010

.SOUZA, Joamir. **Matemática.** v. 3. São Paulo: FTD,2010

.ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Geometria Analítica
Curso de Formação Continuada - CECIERJ
referente ao 3º ano do Ensino Médio – 3º bimestre –
disponível em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava.

.Endereços eletrônicos acessados em 09/09/2013:
http://m3.ime.unicamp.br
http://portaldoprofessor.mec.gov.br
http://www.geogebra.org/webstart/4.2/geogebra - 42:jnlp