

FABIO DE ALMEIDA BENZAQUEM

**ATIVIDADES COM GEOMETRIA ANALÍTICA
(TAREFA 2)**

Trabalho apresentado ao curso de
Formação Continuada da Fundação
CICIERJ – Consórcio CEDERJ.

Orientadora: Maria Cláudia Palhares (Tutora)

Grupo : 2

Série : 3ª série do Ensino Médio

Rio de Janeiro, 09 de setembro de 2013.

1 – INTRODUÇÃO

O objetivo deste plano de estudo é apresentar para os alunos o conceito de Geometria Analítica, fazendo uma correlação entre a Álgebra, com seus números e operações, e a Geometria, com suas figuras e gráficos. Faz-se necessário inicialmente, o professor fazer uma breve revisão de coordenadas cartesianas no plano cartesiano, Teorema de Pitágoras e Trigonometria, com o estudo da tangente.

Na primeira atividade espera-se que os estudantes trabalhem em grupo e que tenham paciência para deduzir a expressão que costuma ser cobrada em provas e testes. Ela nem sempre é deduzida, embora tenha uma explicação simples a partir da figura, no caso em que os pontos estejam no 1º quadrante como será essa a proposta.

Finalizando o plano de trabalho, estudaremos o cálculo de coeficiente angular e o estudo da reta, focando bem as atividades contidas no roteiro 2. Devido a falta de um laboratório espaçoso e sem recursos, tais atividades serão desenvolvidas em sala de aula com o auxílio de outras ferramentas, esperando que ao alunos ao término das atividades as compreendam bem, levando-se em conta o currículo mínimo.

2 – DESENVOLVIMENTO

2.1 -ATIVIDADE 1: “Onde está o tesouro?”

Habilidades Relacionadas : H16 – Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

Pré-Requisitos: Coordenadas cartesianas no plano cartesiano, Teorema de Pitágoras.

Tempo de Duração : 02 horas/aula

Recursos : lápis ,borracha, lápis de cor, folha de papel quadriculado.

Organização da Turma : Grupos de 4 a 5 alunos.

Objetivos: Resolver problemas utilizando o cálculo de distância entre dois pontos.

Metodologia : Após a breve revisão dos pré-requisitos descritos acima, os alunos formaram grupos de 4 a 5 alunos para fazerem as atividades propostas pelo professor. Terminada as atividades, o professor fará suas ponderações finais e promoverá um debate, dado ênfase no que foi abordado durante cada atividade.

Avaliação : A avaliação será em grupo e se levará em conta a participação coletiva de cada grupo.

Descrição da atividade :

A fim de entender uma mensagem que localiza um tesouro, o aluno vai ser conduzido “a obtenção e utilização da expressão que calcula a distância entre 2 pontos no plano cartesiano em função de suas coordenadas.

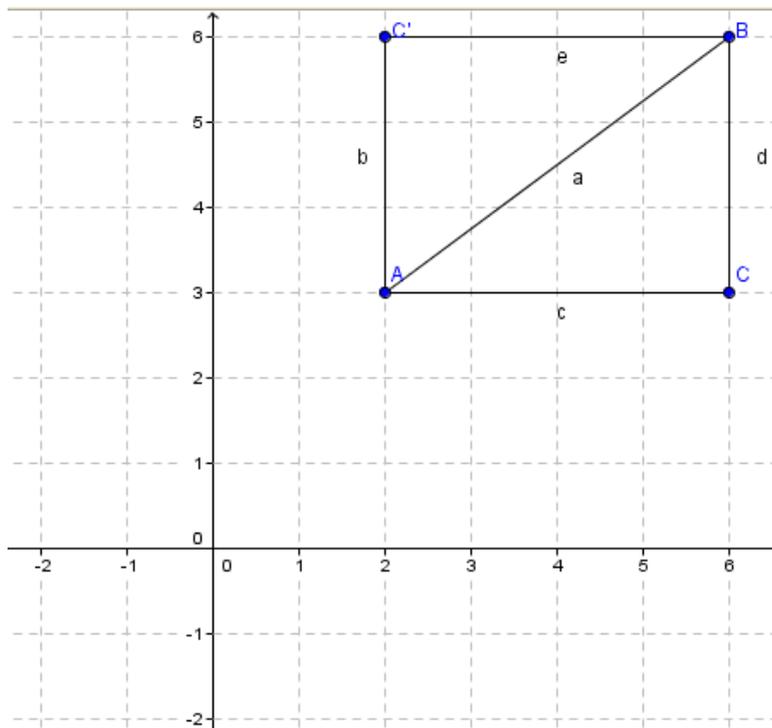
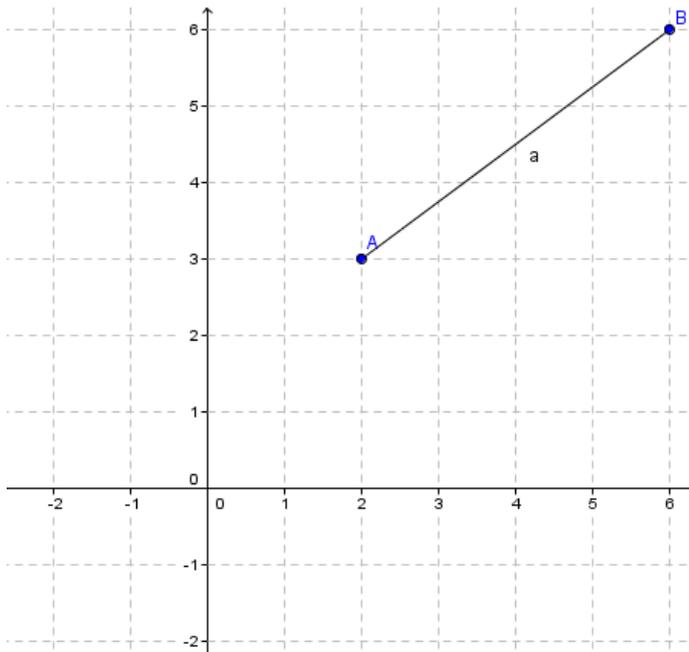
Questão : (Desenvolvimento)

Um professor de Matemática levou sua turma para uma excursão nos arredores da cidade. A umas, tantas um estudante encontrou uma mensagem que dizia :

“Procure por aqui uma pedra bem parecida com uma pirâmide e considere a origem do sistema de coordenadas como a projeção do solo do vértice dessa pirâmide. Tome como eixo dos x a direção Oeste-Leste, nesse sentido e como eixo dos y, a direção perpendicular a essa, orientada do Sul para o Norte. A unidade em cada um dos eixos deve ser igual a 1 m. Você vai encontrar um tesouro enterrado no ponto de coordenadas $(0,-d)$, onde d é a distância entre os pontos $A = (2,3)$ e $B = (6,6)$.

Perceberam que estava difícil saber quanto media esse segmento inclinado em relação aos eixos. Eles saberiam calcular medidas de segmentos paralelos aos eixos porque a unidade nesses eixos era igual a 1m. Procuraram, então comparar o segmento AB com segmentos paralelos aos eixos. Conseguiram, então, um ponto C que formasse um triângulo retângulo ACB, em que o segmento AB era a hipotenusa e os catetos eram paralelos aos eixos.

Você pode encontrar um ponto C com estas propriedades?(Marque o ponto que você encontrou no mesmo desenho em que marcou os pontos A e B)



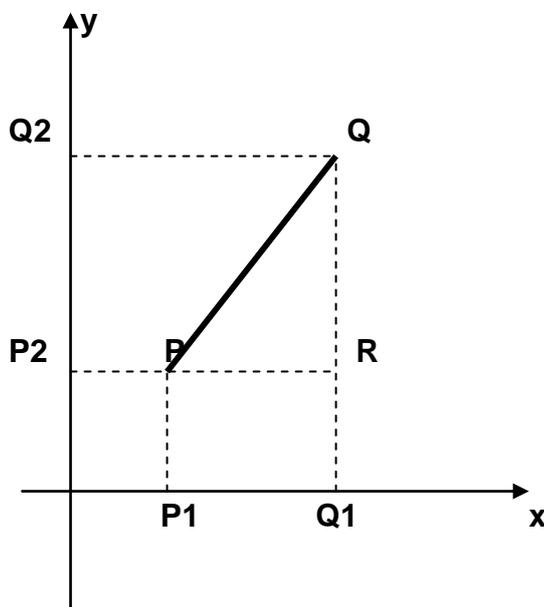
$A = (2, 3)$
 $B = (6, 6)$
 $C = (6, 3)$
 $C' = (2, 6)$
 ponto

(Fonte: figura feita pelo autor, com auxílio do geogebra)

Usando o teorema de Pitágoras para calcular a distância de A a B, com os pontos C e C' designados acima, basta completar :

Comprimento de AC	$6 - 2 = 4$
Comprimento de BC	$6 - 3 = 3$
d = Comprimento da hipotenusa AB	$d^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$ onde $d = \sqrt{25} = 5$

E os alunos quiseram logo ir procurar o tesouro, mas o professor insistiu :
O trato entre nós é que vocês resolveriam o problema teoricamente, mas o que vocês fizeram até agora foi resolver um problema bem particular. Vocês precisam ainda encontrar a distância entre um ponto $P = (x_1, y_1)$ e $Q = (x_2, y_2)$.
Esse é o problema teórico que vocês precisam resolver.



E comece por completar:

PONTO	ABSCISSA	ORDENADA
P	x_1	y_1
Q	x_2	y_2
R	x_2	y_1
P1	x_1	0
P2	0	y_1
Q1	x_2	0
Q2	0	y_2

Agora calcule também uma fórmula geral para a distância entre P e Q, dependendo somente das coordenadas de P e de Q, isto é, uma fórmula que comece com $d =$ e só tenha x_1, x_2, y_1, y_2 no 2º membro.

Como a distância d entre P e Q é a medida da hipotenusa do triângulo retângulo PRQ, aplicando o Teorema de Pitágoras, obtém-se :

$$d^2 = \overline{PR}^2 + \overline{QR}^2, \text{ onde } \overline{PR} \text{ é a medida do segmento PR. Ora têm-se :}$$

$$\overline{PR} = \overline{P_1Q_1} = x_2 - x_1 \text{ e } \overline{QR} = \overline{P_2Q_2} = y_2 - y_1, \text{ donde :}$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \text{ e, finalmente :}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Tendo achado a fórmula, o professor de matemática deixou que os alunos fossem ao ponto (0,-5) para cavar em busca do tesouro. Mal retiraram um pouco de terra e encontraram uma caixa de madeira. Abriram a caixa e encontraram um papel dobrado. Ao abri-lo, leram a seguinte expressão :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

O professor justificou:

Vocês encontraram o tesouro mesmo antes de cavar. A curiosidade, a busca lógica e a sabedoria são o tesouro que vocês encontraram hoje.

Complemento (Questão 15, SAERJINHO, 3ª série, 3º Bimestre de 2011)

Qual é a distância entre os pontos P(10,40) e Q(40,10) ?

- A. 30
- B. $30\sqrt{2}$
- C. 40
- D. $40\sqrt{2}$
- E. 60

2.2- ATIVIDADE 2 : Calculando o coeficiente angular e a equação reduzida de uma reta r .

Duração prevista: 2 horas/aula

Habilidades Relacionadas : **H15** – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Objetivos: Relembrar os conceitos sobre o ângulo de inclinação definido por uma reta. Compreender o conceito de coeficiente angular de uma reta. Perceber que, para o cálculo do coeficiente angular e a equação de uma reta é necessário e suficiente, conhecer as coordenadas de dois pontos dessa reta.

Pré-requisitos: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas. Desenhar uma reta definida por dois pontos. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente. Identificar e saber calcular esta razão em triângulos retângulos.

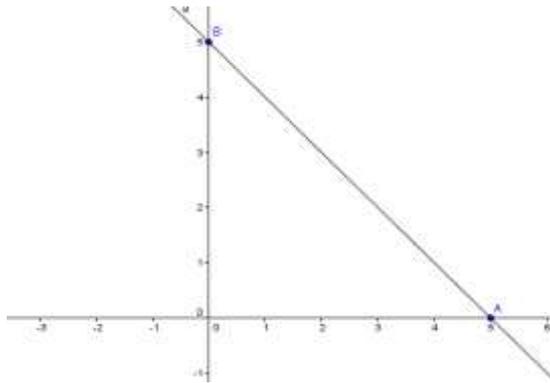
Metodologia : Após a breve revisão dos pré-requisitos descritos acima, os alunos formaram grupos de 4 a 5 alunos para fazerem as atividades propostas pelo professor. Terminada as atividades, o professor fará suas ponderações finais e promoverá um debate, dando ênfase no que foi abordado durante cada atividade.

Material necessário: Folha de atividade, régua, caneta, papel quadriculado, régua de 30 cm e calculadora científica.

Organização da classe: Turma organizada em grupos de quatro ou cinco alunos.

Questão: Determine o coeficiente angular e a equação reduzida da reta r dos seguintes gráficos :

a)



1º passo : Quais as coordenadas de A e B?

A = (,) e B = (,)

2º passo : Dados A = (,) e B = (,), denominamos o coeficiente angular

de r por $y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = -$

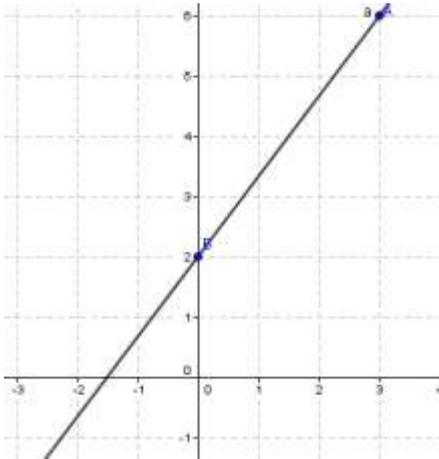
3º passo : O coeficiente angular m é igual a _____ .

4º passo : Vimos que a equação da reta passa por um ponto P (x₁, y₁) com declividade m = _____ é dada por :

$y - y_A = m(x - x_A)$, logo $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ou $y - y_B = m(x - x_B)$, logo $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

5º passo: Respostas m = ----- e y = ----- .

b)



1º passo : Quais as coordenadas de A e B?

A = (,) e B = (,)

2º passo : Dados A = (,) e B = (,), denominamos o coeficiente angular

de r por $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \dots$

3º passo : O coeficiente angular m é igual a _____ .

4º passo : Vimos que a equação da reta passa por um ponto P (x₁, y₁) com declividade m = _____ é dada por :

$y - y_A = m(x - x_A)$, logo $y = \dots$ ou $y - y_B = m(x - x_B)$, logo $y = \dots$.

5º passo: Respostas m = e y =

3- AVALIAÇÃO

A avaliação será em grupo , levando-se em conta a participação coletiva do aluno no grupo.

Através das atividades realizadas espera-se que seja possível avaliar o conhecimento dos alunos em relação:

- Resolver problemas utilizando o cálculo da distância entre dois pontos.
- Identificar e determinar as equações geral e reduzida de uma reta.

4 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto. **Contextos e Aplicações**. São Paulo: Ática Editora, 2001.

REFORÇO ESCOLAR. Rio de Janeiro : FUNDAÇÃO CECIERJ : 2012

Endereços eletrônicos acessados de 29/08/2013 à 09/09/2013, citados ao longo do trabalho:

<http://ww.projetoseeduc.cecierj.edu.br/>

<http://www.google.com>