PROJETO SEEDUC

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

DO RIO DE JANEIRO - CECIERJ

Plano de Trabalho 1 – Polinômios e Equações Algébricas

3º ano do Ensino Médio da Rede Pública do Rio de Janeiro

Formação Continuada

Matemática - 4ºb - 3s

Grupo 1

Tutor: Maria Claudia Padilha Tostes

Maurício Costa de Oliveira

Rio de Janeiro, 2013.

INTRODUÇÃO

O estudo de Polinômios no Ensino Médio requer uma base já esquecida pelos alunos. Esta base refere-se ao 8ª ano do Ensino Fundamental que é extremamente complicado para o mesmo por ser uma série composta por muitos assuntos algébricos de grande importância para todo o estudo a seguir.. O aluno que começa o Ensino Médio faz parte de um grande e heterogêneo grupo, que, de forma mais intensa ou não é pressionado por questões que não são recentes, mas, nos dias de hoje, têm características específicas, como o trabalho e/ou prosseguimento dos estudos num mundo globalizado.

Do ponto de vista do Ensino Médio Público, precisa-se, ao menos, dar um motivo concreto para os alunos se desenvolverem, visto que, segundo Martins (2012), "(...) é necessário que os alunos descubram os seus próprios caminhos. Quanto mais 'pronto' é o conhecimento que lhes chega, menos estarão desenvolvendo a própria capacidade de buscar esses conhecimentos, de 'aprender a aprender' (...)". Mesmo existindo turmas que o aluno já chega na escola dizendo que não gosta de Matemática... e se tranca. Entretanto, segundo Martins (2012), "Temos que evitar cair no pólo oposto: que as aulas aconteçam sem um objetivo concreto, como um barco que ficasse ao sabor do vento que soprar mais forte, sem um porto de destino".

DESENVOLVIMENTO

As atividades foram elaboradas com metodologias diferenciadas no intuito de estimular a participação do aluno. O estudo de polinômios foi realizado sem o auxílio de recursos tecnológicos porque a escola encontra-se em obras. Não há tomadas funcionando nas salas de aula há 2 meses. Não temos internet para o uso do professor, apenas para a secretaria da escola. As folhas foram xerocadas por mim porque a escola alega que não tem recursos para gastos extras. Os roteiros de ação oferecidos pelo curso são extremamente importantes para um bom desempenho da atividade, porém nesse momento não possível aplica-lo. Então, fui em busca de conteúdo que se aproximasse dos mesmos para que pudesse observar o meu empenho em fazer o melhor possível.

.

Os recursos foram os seguintes: Lousa e folha de exercícios

Os planos de aula estão anexados no apêndice e cada aula tem duração máxima de 100 minutos. Os alunos farão tarefas em folha separada como tarefa em dupla, caso tenha tempo disponível.

AVALIAÇÃO DOS ALUNOS

Os alunos serão avaliados de forma global, incluindo trabalhos realizados em sala de aula, colaboração e respeito entre componentes do grupo.. Haverá aplicação de testes em dupla e prova individual. Pedirei ao grupo que realize uma auto avaliação para obter um feedback deste Plano de Trabalho e do relacionamento entre eles durante a aplicação, para melhorar as estratégias nas próximas atividades curriculares..

Finalizando, temos as Referências bibliográficas e os Apêndices contendo os planos de aula com os links para acesso dos vídeos do youtube.

REFERÊNCIAS

GIOVANNI, José R.; BONJORNO, José R. **Matemática completa.** 2ª serie do ensino médio. Ed. Renovada; FTD. São Paulo, 2009.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva.** Vol. 2 do ensino médio, ed. Moderna; São Paulo, 2009

MACHADO, Nilson José. *Educação:* projetos e valores. 5. Ed. São Paulo: Escrituras, 2004.

MARTINS, Lenise A. G. **O desenvolvimento de competências e Habilidades.** Disponível em <http://www.educacao.es.gov.br/download/roteiro1_competenciasehabilidades.pdf> Acessado em novembro/2012.

www.mat.ibilce.unesp.br/personal/rita/FUNCAO_POLINOMIAL.**doc**

http://www.coladaweb.com/exercicios-resolvidos/exercicios-resolvidos-de-matematica/polinomios

http://www.brasilescola.com/matematica/polinomios.ht

www.professorwaltertadeu.mat.br Colégio Pedro II

APÊNDICES

PLANO DE AULA I

Duração prevista: 100 minutos

Assunto: Polinômios e termos algébricos

Objetivos: Estudar os polinômios em razão de sua importância dentro da matemática e demais áreas.
Abordar as operações aritméticas desse conceito, assim como as propriedades desse elemento matemático.
Aplicar o Teorema de D'Alembert na função polinomial

Pré-requisitos: Regras de sinais e operações com termos algébricos.

Material necessário: Lousa e lista de exercícios.

Os polinômios, a *priori*, formam um plano conceitual importante na álgebra, entretanto possuem também uma relevante importância na geometria, quando se deseja calcular expressões que envolvem valores desconhecidos.

A definição de polinômio abrange diversas áreas, pois podemos ter polinômios com apenas um termo na expressão algébrica, como por exemplo: 2x, y, 4z, 2, 5, etc. Mas podemos possuir polinômios com uma infinidade de termos. Por exemplo:

$$P(x)=a_n x^n+a_{(n-1)} x^{(n-1)}+...+a_2 x^2+a_1 x+a_0$$

Como podemos notar, polinômios são compostos pelas várias expressões algébricas, desde aquelas que envolvem apenas números, até as que apresentam diversas letras, potências, coeficientes, entre outros elementos dos polinômios.

Os polinômios se encontram em um âmbito da matemática denominado **álgebra**, contudo a álgebra correlaciona o uso de letras, representativas de um número qualquer, com operações aritméticas. Portanto, podemos, assim, efetuar as operações aritméticas nos polinômios, que são: adição, subtração, divisão, multiplicação, potenciação e radiciação.

Buscaremos, então, nesta seção, abarcar todas as propriedades dos polinômios, assim como as operações aritméticas desses números.

Adição, Subtração e Multiplicação de Polinômios

Nas situações envolvendo cálculos algébricos, é de extrema importância a aplicação de regras nas operações entre os monômios. As situações aqui apresentadas abordarão a adição, a subtração e a multiplicação de polinômios.

Adição e Subtração

Considere os polinômios ***$-2x^2 + 5x - 2$*** e ***$-3x^3 + 2x - 1$.*** Vamos efetuar a adição e a subtração entre eles.

Adição

$(-2x^2 + 5x - 2) + (-3x^3 + 2x - 1)$ → eliminar os parênteses realizando o jogo de sinal

$-2x^2 + 5x - 2 - 3x^3 + 2x - 1$ → reduzir os termos semelhantes

$-2x^2 + 7x - 3x^3 - 3$ → ordenar de forma decrescente de acordo com a potência

$-3x^3 - 2x^2 + 7x - 3$

Subtração

$(-2x^2 + 5x - 2) - (-3x^3 + 2x - 1)$ → eliminar os parênteses realizando o jogo de sinal

$-2x^2 + 5x - 2 + 3x^3 - 2x + 1$ → reduzir os termos semelhantes

$-2x^2 + 3x - 1 + 3x^3$ → ordenar de forma decrescente de acordo com a potência

$3x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

Multiplicação de polinômio por monômio

Para entendermos melhor, observe o exemplo:

$(3x^2) * (5x^3 + 8x^2 - x)$ → aplicar a propriedade distributiva da multiplicação

$15x^5 + 24x^4 - 3x^3$

Multiplicação de polinômio por polinômio

Para efetuarmos a multiplicação de polinômio por polinômio também devemos utilizar a propriedade distributiva. Veja o exemplo:

$(x - 1) * (x^2 + 2x - 6)$

$x^2 * (x – 1) + 2x * (x – 1) – 6 * (x – 1)$

$(x^3 – x^2) + (2x^2 – 2x) – (6x – 6)$

$x^3 – x^2 + 2x^2 – 2x – 6x + 6$ → reduzindo os termos semelhantes.

$x^3 + x^2 – 8x + 6$
Portanto, nas multiplicações entre monômios e polinômios aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação

Teorema de D'Alembert

O teorema de D'Alembert é uma consequência imediata do teorema do resto, que são voltados para a divisão de polinômio por binômio do tipo x – a. O teorema do resto diz que um polinômio G(x) dividido por um binômio x – a terá resto R igual a P(a), para
x = a. O matemático francês D'Alembert provou, levando em consideração o teorema citado acima, que um polinômio qualquer Q(x) será divisível por x – a, ou seja, o resto da divisão será igual à zero (R = 0) se P(a) = 0.

Esse teorema facilitou o cálculo da divisão de polinômio por binômio (x –a), dessa forma não sendo preciso resolver toda a divisão para saber se o resto é igual ou diferente de zero.

Exemplo 1
Calcule o resto da divisão $(x^2 + 3x – 10) : (x – 3)$.

Como diz o Teorema de D'Alembert, o resto (R) dessa divisão será igual a:

$P(3) = R$
$3^2 + 3 * 3 – 10 = R$
$9 + 9 – 10 = R$
$18 – 10 = R$
$R = 8$
Portanto, o resto dessa divisão será 8.

Exemplo 2
Verifique se $x^5 – 2x^4 + x^3 + x – 2$ é divisível por x – 1.

Segundo D'Alembert, um polinômio é divisível por um binômio se P(a) = 0.

$P(1) = (1)^5 – 2*(1)^4 + (1)^3 + (1) – 2$
$P(1) = 1 – 2 + 1 + 1 – 2$
$P(1) = 3 – 4$
$P(1) = – 1$

Como P(1) é diferente de zero, o polinômio não será divisível pelo binômio x – 1.

Exemplo 3
Calcule o valor de m de modo que o resto da divisão do polinômio
$P(x) = x^4 – mx^3 + 5x^2 + x – 3$ por $x – 2$ seja 6.

Temos que, $R = P(x) \rightarrow R = P(2) \rightarrow P(2) = 6$

$P(2) = 2^4 – m*2^3 + 5*2^2 + 2 – 3$
$2^4 – m*2^3 + 5*2^2 + 2 – 3 = 6$
$16 – 8m + 20 + 2 – 3 = 6$
$– 8m = 6 – 38 + 3$
$– 8m = 9 – 38$
$– 8m = – 29$
$m = 29/8$

Exemplo 4
Calcule o resto da divisão do polinômio $3x^3 + x^2 – 6x + 7$ por $2x + 1$.

$R = P(x) \rightarrow R = P(– 1/2)$

$R = 3*(–1/2)^3 + (–1/2)^2 – 6*(–1/2) + 7$
$R = 3*(–1/8) + 1/4 + 3 + 7$
$R = –3/8 + 1/4 + 10$ (mmc)
$R = –3/8 + 2/8 + 80/8$
$R = 79/8$

Exercícios de fixação

1 - Eu tinha um terreno quadrado medindo **y** metros de lado. Comprei mais 3m de frente e 2m de fundos.

a) Faça a representação geométrica correspondente ao novo terreno.

b) Quantos metros a frente do terreno passará a ter?

c) Quantos metros o fundo do terreno passará a ter?

d) Qual a expressão da área do novo terreno na forma mais simplificada possível?

e) Qual a expressão do perímetro desse novo terreno na forma mais simplificada possível?

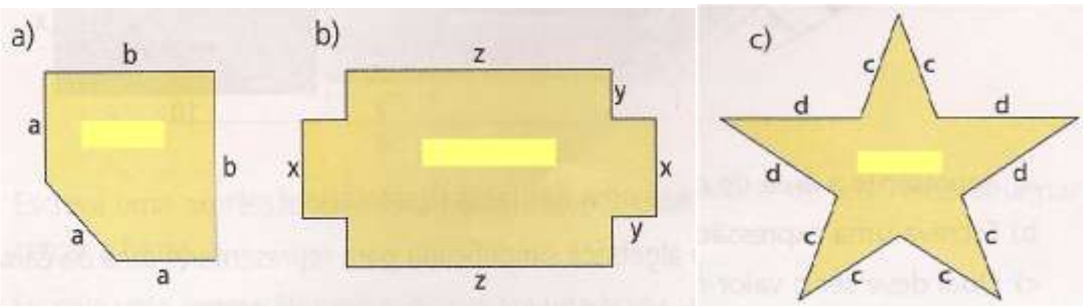
2 - Se um sanduíche custa **s** reais e um refrigerante **r** reais, indique o custo, em reais, de:

a) dois sanduíches;
b) sete refrigerantes;
c) um sanduíche e três refrigerantes;
d) cinco sanduíches e um refrigerante.

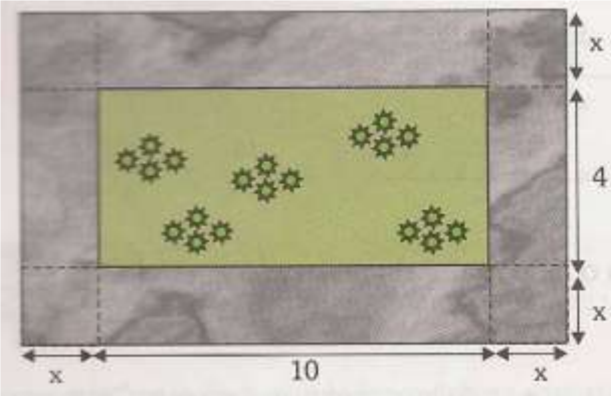
3 - Reduza os termos semelhantes nas expressões algébricas e classifique a expressão reduzida em monômio, binômio ou trinômio.

a) $5xy^2 + 7x^3 + 9y^2x – 9x^3 + y^2x + 2x^3$
b) $- 7a^2b + (- 5a) + 7ab^2 – (- 3a)$
c) $8 – 9m + 7mp + 13m – 16mp + 7$
d) $4xy^2 – 7x^2y – xy^2 + 2xy^2 – 3x^2y$

4 - Represente algebricamente os perímetros destas figuras:



5 - Ao redor do jardim da casa de Carlos, vai ser construída uma calçada revestida de pedra. As medidas estão em metros.

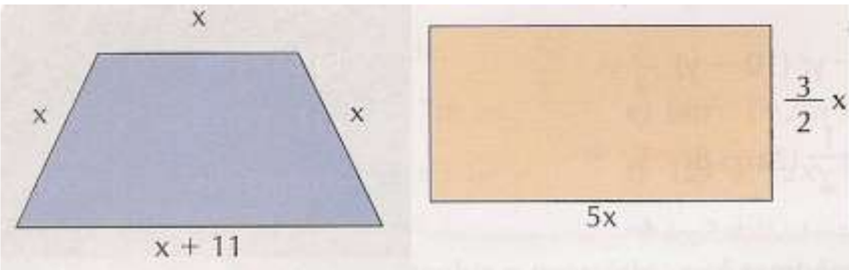


a) Qual a área ocupada pelo jardim?
b) Escreva, na forma reduzida, um polinômio que expresse a área ocupada pela calçada.

6 - Uma indústria produz apenas dois tipos de camisas. O primeiro com preço de R$ 45,00 por unidade e o segundo com preço de R$ 67,00 por unidade. Se chamarmos de x a quantidade vendida do primeiro tipo e de y a quantidade vendida do segundo tipo, responda:

a) Qual a expressão algébrica que representa a venda desses dois artigos?
b) Qual o valor se forem vendidos 200 e 300 unidades, respectivamente?

7 - Escreva uma expressão simplificada que represente o perímetro de cada figura:



8 - Dadas as expressões algébricas **A, B** e **C**:

A = y^2 -3y

B = $2y^2$ – y

C = y^2 – 2y

Efetue essas operações algébricas e escreva o resultado na forma reduzida:

a) A + B
b) A + B + C
c) A . B
d) A . B . C

PLANO DE AULA II

Duração prevista: 100 minutos

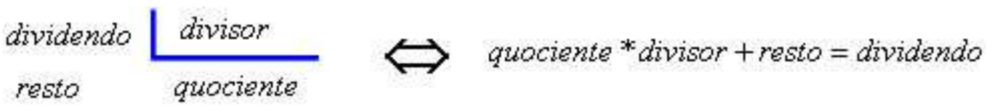
Assunto: Divisão de Polinômios

Objetivos: Aplicar os conceitos elementares de divisão de polinômios;
Desenvolver os teoremas;
Compreendendo um dispositivo que auxilia na divisão de polinômios: o dispositivo de Briot-Ruffini.
Aplicar o Dispositivo de Briot-Ruffini.

Pré-requisitos: Regras de sinais para operações com termos algébricos

Material necessário: Lousa e lista de exercícios

Polinômio é uma expressão algébrica composta por dois ou mais monômios.
Na divisão de polinômios, utilizamos duas regras matemáticas fundamentais: realizar a divisão entre os coeficientes numéricos e divisão de potências de mesma base (conservar a base e subtrair os expoentes).
Quando cogitamos com divisão, utilizamos também a multiplicação no processo. Observe o seguinte esquema:



Vamos dividir um polinômio por um monômio, com o intuito de entendermos o processo operatório. Observe:

Exemplo 1:

$$
\begin{array}{r|l}
12x^3 + 4x^2 - 8x & 4x \\ \cline{2-2}
-12x^3 & 3x^2 + x - 2 \\ \cline{1-1}
0x + 4x^2 & \\
-4x^2 & \\ \cline{1-1}
0x \;\; - 8x & \\
+8x & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Caso queira verificar se a divisão está correta, basta multiplicar o quociente pelo divisor, com vistas a obter o dividendo como resultado.

Verificando → quociente * divisor + resto = dividendo
$4x * (3x^2 + x – 2) + 0$
$12x^3 + 4x^2 – 8x$

Caso isso ocorra, a divisão está correta. No exemplo a seguir, iremos dividir polinômio por polinômio. Veja:

Exemplo 2:

$$
\begin{array}{r|l}
10x^2 - 43x + 40 & 2x - 5 \\ \cline{2-2}
-10x^2 + 25x & 5x - 9 \\ \cline{1-1}
0x - 18x + 40 & \\
18x - 45 & \\ \cline{1-1}
-5 &
\end{array}
$$

Verificando → quociente * divisor + resto = dividendo
$(2x – 5) * (5x – 9) + (–5)$
$10x^2 – 18x – 25x + 45 + (–5)$
$10x^2 – 43x + 45 – 5$
$10x^2 – 43x + 40$

Observe o exemplo de número 3:

$$
\begin{array}{l|l}
6x^4 - 10x^3 + 9x^2 + 9x - 5 & 2x^2 - 4x + 5 \\ \cline{2-2}
-6x^4 + 12x^3 - 15x^2 & 3x^2 + x - 1 \\ \cline{1-1}
0x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 9x - 5 & \\
\quad -2x^3 + 4x^2 - 5x & \\ \cline{1-1}
\quad 0x^3 - 2x^2 + 4x - 5 & \\
\qquad 2x^2 - 4x + 5 & \\ \cline{1-1}
\qquad 0 &
\end{array}
$$

Verificando → quociente * divisor + resto = dividendo

$(3x^2 + x - 1) * (2x^2 - 4x + 5) + 0$
$6x4 - 12x^3 + 15x^2 + 2x^3 - 4x^2 + 5x - 2x^2 + 4x - 5$
$6x4 - 10x^3 + 9x^2 + 9x - 5$

Exemplo 4:

$$
\begin{array}{l|l}
12x^3 - 19x^2 + 15x - 3 & 3x^2 - x + 2 \\ \cline{2-2}
-12x^3 + 4x^2 - 8x & 4x - 5 \\ \cline{1-1}
0x^3 - 15x^2 + 7x - 3 & \\
\quad +15x^2 - 5x + 10 & \\ \cline{1-1}
\qquad 2x + 7 &
\end{array}
$$

Verificando → quociente * divisor + resto = dividendo

$(4x - 5) * (3x^2 - x + 2) + (2x + 7)$
$12x^3 - 4x^2 + 8x - 15x^2 + 5x - 10 + (2x + 7)$
$12x^3 - 19x^2 + 13x - 10 + 2x + 7$
$12x^3 - 19x^2 + 15x - 3$

Divisão de Polinômios utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini

Compreendendo um dispositivo que auxilia na divisão de polinômios: o dispositivo de Briot-Ruffini. Esse dispositivo utiliza uma raiz do polinômio e seus coeficientes para calcular a divisão do polinômio pela sua raiz.

Podemos ver no artigo de Divisão de polinômios o método tradicional para a divisão, utilizando o algoritmo da divisão. Entretanto, dois matemáticos (Paolo Ruffini e A. Briot) criaram um dispositivo prático para realizar esta divisão, dispositivo este que recebeu seus nomes: dispositivo de Briot-Ruffini.

Esse algoritmo é utilizado para dividirmos polinômios por um binômio do tipo (x-a). Esse dispositivo usará apenas os coeficientes do polinômio e o termo constante (a).

Chamemos de p(x) o polinômio a ser dividido (dividendo); e h(x) o divisor no qual h(x)=x-a. Com isso, a estrutura do dispositivo é a seguinte:

Termo constante do divisor com sinal trocado = a	Coeficientes de x do dividendo p(x)	Termo constante do dividendo
	Coeficientes do quociente	Resto

Para melhor compreendermos como este dispositivo funciona, utilizá-lo-emos em um exemplo, e explicaremos passo a passo seu processo.

Exemplo:

Efetue a divisão de p(x) por h(x), na qual:

$p(x) = x^2 + 4x + 3 \quad e \quad h(x) = x + 1$

-1	1	4	3
	1 (repita o primeiro coeficiente)		

Agora multiplique esse termo repetido pelo divisor, o resultado será somado ao próximo termo do dividendo p(x).

-1	1	4	3
	1	-1+4=3	
	1×(-1)=-1	3	

Repita o processo agora para o novo elemento, multiplique esse número pelo divisor e some-o ao próximo termo.

-1	1	4	3
	1	-1+4=3	-3+3=0
	1×(-1)=-1	3	0
		3×(-1)=-3	

Obtemos o resto 0 e um quociente da seguinte forma:

$q(x) = 1x + 3$

Para verificarmos se a divisão foi feita de forma correta, podemos utilizar o algoritmo da divisão que diz o seguinte:

$p(x) = h(x).q(x) + r(x)$

Dessa forma, temos:

$x^2 + 4x + 3 = (x + 1).(x + 3) + 0 = x^2 + 3x + 1x + 3$

$x^2 + 4x + 3 = x^2 + 4x + 3$

Logo, a divisão foi feita corretamente, pois ao verificar os termos da divisão no algoritmo da divisão constatamos que a igualdade é verdadeira.

PLANO DE AULA III

Duração prevista: 100 minutos

Assunto: Operações com polinômios e termo algébrico – Exercícios para avaliação parcial

Objetivos: Aplicar os conceitos elementares de adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios e seus dispositivos.
;
Desenvolver os exercícios em dupla, interagindo e compartilhando ideias;
Compreender e aplicar os teoremas e dispositivos estudados.

Pré-requisitos: Regras de sinais para operações com termos algébricos

Material necessário: Lista de exercícios

Questões:

01. Sejam 5 e 2, respectivamente, os restos da divisão de um polinômio f(x) por (x – 3) e por (x + 1). Determine o resto da divisão de f(x) por (x – 3).(x + 1).

02. Determine **m** para que o resto da divisão de $f(x) = 2x^3 - \mathbf{m}x - x + 5$ por $g(x) = x + 3$ seja igual a

03. Calcular o valor numérico do polinômio $P(x) = x^3 - 7x^2 + 3x - 4$ para x = 2.

04. Determinar os valores reais de a e b para que o polinômio $x^3 + 6x^2 + ax + b$ seja um cubo perfeito.

05. (UESB) Se $P(x) = x^n - x^{n-1} + x^{n-2} - ... + x^2 - x + 1$ e P(-1) = 19, então n é igual a:

a) 10
b) 12s
c) 14
d) 16
e) 18

06. (UBERL) Se P(x) é um polinômio tal que $2P(x) + x^2 P(x - 1) \equiv x^3 + 2x + 2$, então P(1) é igual a:

a) 0
b) -1
c) 1
d) -2
e) 2

07. As soluções da equação Q(x) = 0, em que Q(x) é o quociente do polinômio $x^4 - 10x^3 + 24x^2 + 10x - 24$ por $x^2 - 6x + 5$ são:

a) -1 e 5

b) -1 e -5
c) 1 e -5
d) 1 e 5
e) 0 e 1

08. (UESP) Se o polinômio $P(x) = x^3 + mx^2 - 1$ é divisível por $x^2 + x - 1$, então m é igual a:

a) -3
b) -2
c) -1
d) 1
e) 2

09. (UEL) Dividindo-se o polinômio $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x - 21$ por $x + 3$ obtêm-se:

a) x3 - 2x2 + x -12 com resto nulo;
b) x3 - 2x2 + 3 com resto 16;
c) x3 - x2 -13x + 35 e resto 84;
d) x3 - x2 - 3x + 1com resto 2;
e) x3 - x2 + x -7 e resto nulo;

10. (UEL) Se o resto da divisão do polinômio $p = x^4 - 4x^3 - kx - 75$ por $(x - 5)$ é 10, o valor de k é:

a) -5
b) -4
c) 5
d) 6