

Formação Continuada em Matemática

Fundação Cecierj/Consórcio CEDERJ

Matemática 3º ano - 4º Bimestre 2013

Plano de Trabalho

Geometria Analítica Circunferência



Tarefa2 - Grupo 2

Aluna: Thelma Maria Teixeira

Tutora: Danúbia de Araújo Macedo

Introdução

A circunferência é o lugar geométrico de todos os pontos de um plano que estão localizados a uma mesma distância r de um ponto fixo denominado o centro da circunferência. Possui características únicas. É a única figura plana que pode ser rodada em torno de um ponto sem modificar sua posição aparente e também é simétrica em relação a um número infinito de eixos de simetria.

No estudo da circunferência, precisamos ver os aspectos geométricos, algébricos e aritméticos.

Este plano de trabalho visa levar o aluno a conhecer as partes da circunferência bem como investigar e descobrir relações existentes entre essas partes, chegando assim à equação da circunferência.

Para um melhor entendimento do conteúdo, o trabalho será iniciado por um pequeno texto sobre a circunferência e o seu surgimento a partir do qual faremos breve comentário sobre as circunferências “ao nosso redor”.

Equação da circunferência

Habilidade relacionada: **H9** - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas relações.

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos.

H22 - Reconhecer dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.

Pré requisitos : Elementos da circunferência, marcação de pontos no plano cartesiano, distância entre dois pontos.

Tempo de duração: 4 tempos (200 minutos)

Recursos: Folha de atividade1 e 2, compasso, régua, lápis, borracha e livro didático.

Organização da Turma: dupla

Objetivo: Deduzir a equação da circunferência.

Metodologia : Os alunos formarão duplas para responder a folha de atividade. Terminada a atividade haverá uma troca de informações para a construção do conhecimento adquirido, anotações, resolução de exercícios e avaliação do aprendizado.

Atividade para avaliação :

A avaliação será individual, contendo questões das habilidades propostas no Currículo Mínimo e SAERJ.

Serão atribuídos também pontos pela dinâmica em sala e pelo envolvimento em todo o desenvolvimento das atividades.

Um pouquinho de circunferência

Desde os tempos primitivos o homem tem se deparado com uma forma geométrica

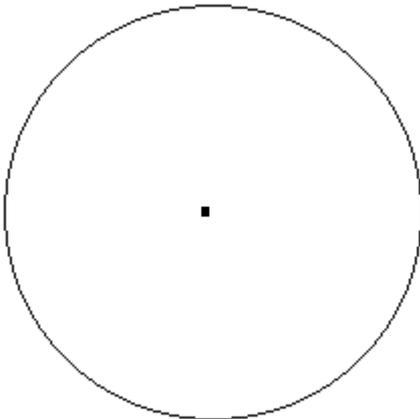


que desperta grande curiosidade. Sentado à beira do fogo, o homem pré-histórico vislumbrava a lua cheia e via em seu contorno uma grande circunferência, uma forma que lembrava as figuras formadas na água quando atirava uma pedra no lago ou a forma circular presente no interior dos olhos das pessoas.

A adoção da circunferência no cotidiano da humanidade foi uma consequência natural de tais observações: inventou-se a roda. A partir daí, mais e mais aplicações dessa forma geométrica vêm fazendo parte das nossas vidas.

Observe a sua volta os círculos e circunferências presentes em quase todo tipo de máquinas: automóveis, aviões, radares, relógios, etc. Procure e você encontrará circunferências em lugares inimagináveis.

Observe a circunferência abaixo de centro O e vamos trabalhar um pouquinho.



1. Marque sobre elas os pontos A, B e C.
2. Trace os segmentos de reta que unem o centro a esses pontos e compare as medidas desses segmentos.
3. O que você percebe?-----
4. Como se chamam esses segmentos?-----

Corda é um segmento de reta com extremidades em dois pontos da circunferência.

5. Destaque uma corda da circunferência. -----

Diâmetro é uma corda que passa pelo centro da circunferência.

6. Desenhe um diâmetro na sua circunferência.

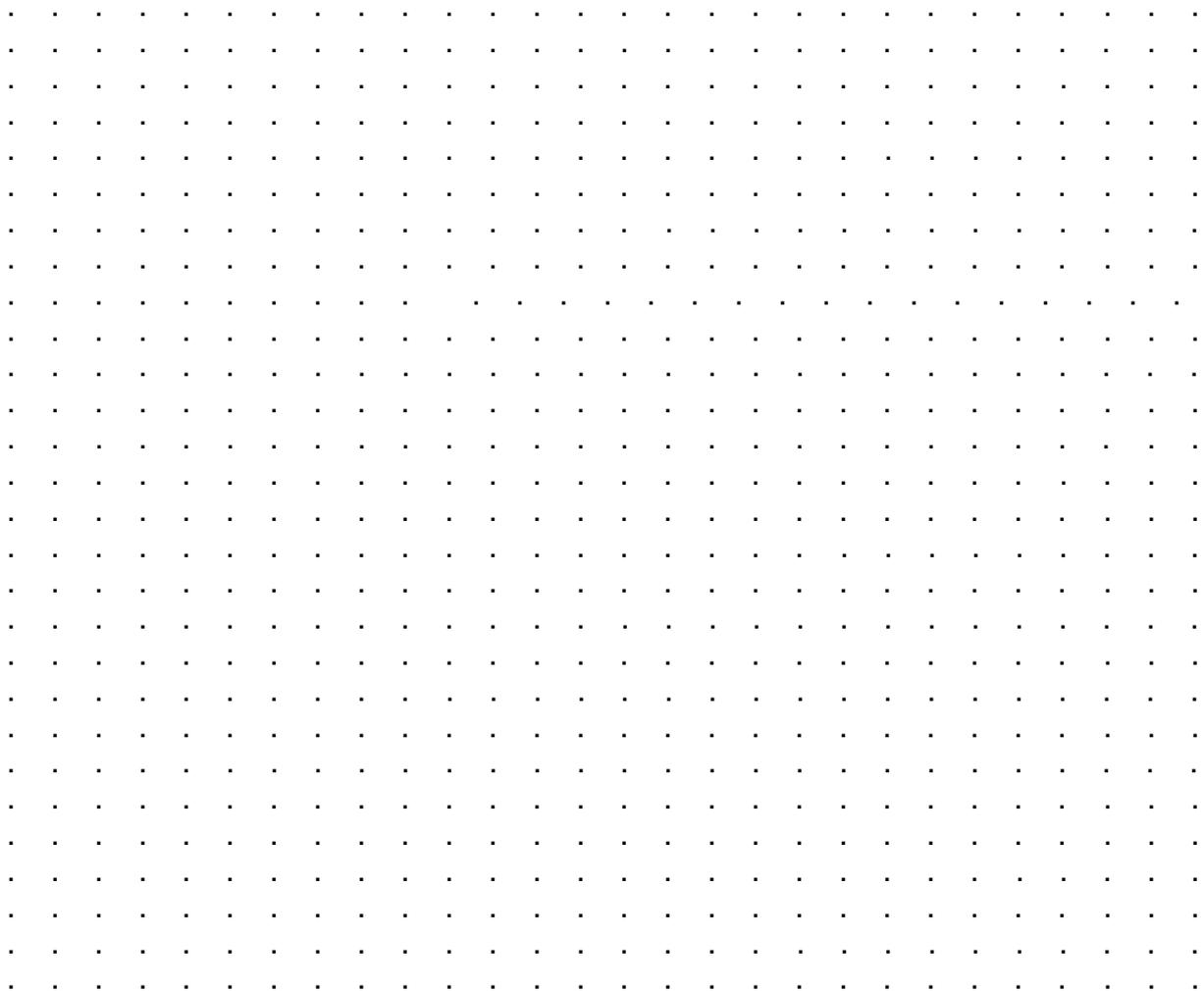
7. Compare a medida do diâmetro com a medida dos segmentos que unem o centro ao ponto A, B ou C. Qual a relação que existe? -----

Forme uma dupla com seu colega e tente ajudar três formigas a encontrar o formigueiro.

Três formigas se deslocam num plano cartesiano.

Considere as formigas A, B e C localizadas nos pontos (3, 1), (7, -1) e (0, 0), respectivamente.

Represente no papel pontilhado um plano cartesiano e marque a posição das formigas A, B e C.



Sabe-se que o formigueiro **F** está localizado em um ponto cuja distância é a mesma até a localização formigas.

Converse com seu colega e tente responder:

Você tem algum palpite de como calcular a localização do formigueiro **F**?-----

Dica: Esse ponto tem que ter a mesma distância dos três pontos onde as formigas estão localizadas. Como não sabemos onde está o formigueiro considere que ele esteja no ponto (0,0), ou seja, que ele está no ponto (x_0, y_0) .

Complete os espaços, utilizando a distância entre dois pontos:

Distância do formigueiro (x_0, y_0) até a formiga A (__, __):

$$dFA = \sqrt{(x_0 - __)^2 + (y_0 - __)^2}$$

Distância do formigueiro (x_0, y_0) até a formiga B (__, __):

$$dFB = \sqrt{(x_0 - __)^2 + (y_0 - __)^2}$$

Distância do formigueiro (x_0, y_0) até a formiga C (__, __):

$$dFC = \sqrt{(x_0 - __)^2 + (y_0 - __)^2}$$

Sabendo que o formigueiro F tem que estar a igual distância das três formigas, temos: $dFA = dFB = dFC$

Do item anterior temos:

$$\sqrt{(x_0 - __)^2 + (y_0 - __)^2} = \sqrt{(x_0 - __)^2 + (y_0 - __)^2} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

Elevando ao quadrado, temos:

----- = ----- = -----

Reescrevendo as igualdades, podemos fazer:
$$\begin{cases} (x_0 - __)^2 + (y_0 - __)^2 = x_0^2 + y_0^2 \\ (x_0 - __)^2 + (y_0 - __)^2 = x_0^2 + y_0^2 \end{cases}$$

Desenvolva os produtos notáveis e resolva o sistema de equações.

A solução do sistema é:

$x_0 = \text{-----}$ e $y_0 = \text{-----}$

Podemos então concluir que o formigueiro está localizado no ponto de coordenadas F (__. __)

Calcule a distância entre o formigueiro e a origem (0, 0)

Calcule a distância entre a formiga A e o formigueiro F:

Calcule a distância entre a formiga B e o formigueiro F:

Calcule a distância entre a formiga C e o formigueiro F:

Observe os resultados encontrados. Esses valores são iguais? -----

Marque no papel pontilhado (onde localizou as formigas) as coordenadas do formigueiro F.

Ligue os pontos que representam as formigas A, B e C ao formigueiro F.

Meça com a régua essas distâncias. Qual é essa medida?-----

De que forma esse problema relaciona-se com o conceito de circunferência?

Com a ponta fixa do compasso no formigueiro desenhe a circunferência que passa pelas formigas A, B e C.

Agora responda:

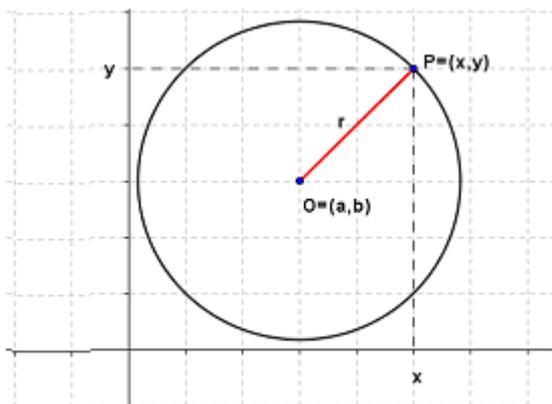
Quais as coordenadas do centro da circunferência que você desenhou?-----

Quanto mede o raio dessa circunferência?-----

Quais as coordenadas dos pontos que pertencem a essa circunferência?

Equação da circunferência

Observe a circunferência de centro **O** de coordenadas **O** (a, b) de **raio r** e um ponto P de coordenadas P (x, y) pertencente a circunferência .



Usando a fórmula da distância entre dois pontos como chegaremos a distância ente os pontos O e P mostrados na figura:

$$d_{PO} \Rightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$$

Elevando os dois lados da equação ao quadrado, temos:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Podemos então dizer que:

A equação da circunferência de centro O (a , b) e raio r é :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Essa equação é conhecida como equação reduzida da circunferência

Agora responda:

1. Analisando a equação da circunferência, podemos escrever:

a) a e b são as coordenadas do _____ da circunferência.

b) r é o _____ da circunferência.

c) o ponto genérico P de coordenadas (x,y) pode ocupar o lugar de qualquer ponto da circunferência, sempre distando _____ da centro da circunferência.

Podemos então dizer:

Uma equação nas variáveis x e y representa uma circunferência, se e somente se, pode ser escrita na forma:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Com $a \in R, b \in R, r \in R$ e $r > 0$

Desenvolvendo os produtos notáveis da equação reduzida, podemos chegar à equação geral da circunferência.

Isto agora é pra você. Vamos lá. Mãos à obra.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Escreva aqui a equação geral da circunferência que você achou.

Vamos voltar ao problema do formigueiro.

Analisando a posição do formigueiro e a distância do formigueiro até as formigas você poderá escrever a equação reduzida e geral da circunferência de centro $O(_, _)$ e raio igual a $______$, do nosso problema.

Vamos lá, tente:

$$(x - __)^2 + (y - __)^2 = __^2$$

Equação reduzida

Equação Geral

Pense e responda:

2. Como verificar se um ponto pertence ou não à uma circunferência?-----

3. Com relação à equação reduzida do formigueiro diga quais pontos abaixo pertencem a essa circunferência:

T (2 , - 4)

P (-2 , 1)

R (6 , -1)

Q (-2 , - 3)

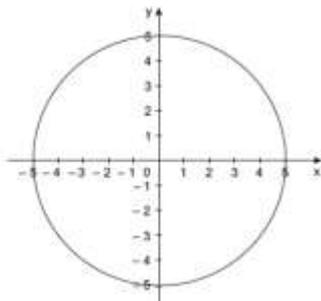
S (4 , - 3)

Resolva as atividades abaixo e compare os resultados com seu colega.

4. Complete a tabela abaixo escrevendo a equação reduzida e a equação geral das circunferências abaixo:

| Centro | Raio | Equação reduzida |
|----------------------------|----------------------------|--|
| (2 , 3) | 3 | $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| (- 2 , 4) | 2 | $\underline{\hspace{2cm}} = 4$ |
| (- 3 , - 4) | $\sqrt{5}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$ |
| $\underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$ | $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 36$ |
| $\underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}}$ | $(x + 1)^2 + (y + 7)^2 = 7$ |

5. Observe a circunferência desenhada no plano cartesiano abaixo e responda:



a) Quanto mede o raio dessa circunferência?-----

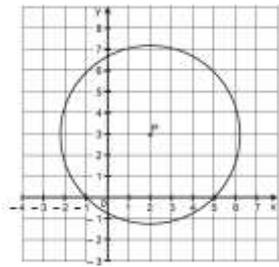
b) Quais são as coordenadas do centro dessa circunferência?-----

c) Escreva a equação reduzida e a equação geral dessa circunferência.

Equação reduzida

Equação Geral

6. A circunferência representada no plano cartesiano abaixo possui centro no ponto P. Qual é a equação dessa circunferência?



- A) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 18$
- B) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 36$
- C) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 36$
- D) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 18$

FONTES DE PESQUISA:

ROTEIRO DE AÇÃO 4, Um problema Regional e a Equação da Circunferência Rio de Janeiro: Projeto SEEDUC da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro.

DANTE, LUIZ ROBERTO. Contexto & Aplicações, Ensino médio: volume 3 São Paulo: Editora Ática, 2001.p.67-71

RIBEIRO, JACKSON. Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia 3, Ensino Médio. São Paulo: Editora Scipione, 2010.p.219

ENDEREÇOS ELETRÔNICOS ACESSADOS

http://www.matemáticadidatica.com.br/estudo_matemática_online

www.infoescola.com/matemática

www.portaldoprofessor.mec.gov.br

www.diaadiaeducacao.pr.gov.br

www.alunosonline.com.br