Ana Paula Cardoso

MATRÍCULA: 09253030

anapaulaaud@hotmail.com

Plano de Trabalho 1: Números Reais e Radiciação

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇAO CECIERJ/SEEDUC
COLÉGIO: SEEDUC
SÉRIE: 9° ANO – ENSINO FUNDAMENTAL
GRUPO: 1
TUTOR (A): MARIA CLÁUDIA PADILHA TOSTES

Rio de Janeiro
2014

SUMÁRIO

1. Introdução

Este plano de trabalho foi elaborado com o propósito de mostrar aos alunos os conceitos básicos que são pré- requisitos para o início do estudo dos números reais e da radiciação.

O intuito desta aula é propor atividades que possibilitem aos alunos à compreensão desses assuntos e ao desenvolvimento adequado das habilidades e competências discriminadas no Currículo e, sempre que possível, buscar a aplicação dos conceitos ao seu cotidiano.

O conjunto dos números reais surge para designar a união do conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais. No primeiro momento devemos lembrar aos alunos que o conjunto dos números racionais é formado pelo conjunto dos números naturais e o conjunto dos números inteiros, conteúdos estudados em séries anteriores.

A compreensão sobre a radiciação é pré-requisito para os mais diversos conteúdos da matemática moderna. Tendo em vista a extensão do assunto, procurarei abordar as propriedades mais importantes, a fim de tornar clara e compreensível a absorção dos saberes sobre os radicais em toda sua amplitude.

Todas as atividades exigem conhecimentos já adquiridos. Os problemas escolhidos partem de contextos reais e de conteúdos matemáticos que precisam ser lembrados e aprofundados.

2. Desenvolvimento

Atividade 1 : Revisando números decimais finitos ou infinitos

●**Habilidades relacionadas**: Distinguir os números decimais finitos e os números decimais infinitos (periódicos ou não periódicos)

● **Pré-Requisitos:** Conhecer os números decimais

●**Tempo de Duração:** 100 minutos

● **Recursos Utilizados:** Quadro Branco;
Caderno e lápis para cada aluno;
Uma régua por grupo.

● **Organização da Turma:** Atividade individual

● **Objetivos:** Conceituar os conjuntos dos números racionais e irracionais, através dos números decimais infinitos periódicos e não periódicos.

● **Metodologia Adotada:** Introdução ao estudo dos números reais, revisando algumas propriedades importantes dos números decimais. Existem duas categorias de números decimais: os finitos e os infinitos. Ou seja, os que têm finitas casas decimais e os que têm infinitas casas decimais.
Vamos relembrar.

– NÚMEROS DECIMAIS FINITOS:

Os números decimais finitos são chamados assim, pois têm finitas casas decimais. Estes números podem ser transformados em fração e, por isso, eles são números racionais. Vamos transformar um decimal finito em fração? Observe o exemplo:

0,9 = 9/10
0,45 = 45/100

– NÚMEROS DECIMAIS INFINITOS PERIÓDICOS:

Os decimais periódicos podem ser simples ou compostos, dependendo dos números que aparecem após a vírgula. Observe:

● 0,777... – Decimal Periódico Simples, pois, após a vírgula, podemos logo identificar o período: 7.

●0,6888... – Decimal Periódico Composto, pois, após a vírgula, temos o número 6, que chamamos de ante período.

– TRANSFORMANDO NÚMEROS DECIMAIS PERIÓDICO EM FRAÇÃO:

I) Para se obter a fração que gera a dízima no caso de decimais periódicos simples, utilizaremos o período como numerador e como denominador um número formado por tantos dígitos 9 quantos forem os dígitos do período. Observe os exemplos:

0,333... = 3/9
0,323232...= 32/99

II) No caso dos decimais periódicos compostos, teremos que ter mais atenção.

0,23434... = 234 -2/990 = 232/990
0,34555... = 345-34/900 = 311/900

– NÚMEROS DECIMAIS INFINITOS NÃO PERIÓDICOS:

Esses não podem ser escritos em forma de fração e, por isso, são números irracionais. Veja alguns exemplos:

3,4367894512654849...
3,1211213231259876...

Atividades propostas para fixação dos conceitos

O aluno deverá ser capaz de aplicar corretamente a teoria estudada em momento anterior, ou seja, classificar corretamente os números decimais infinitos em periódicos e não periódicos, assim como transformar os decimais finitos e os infinitos periódicos em fração.

01. Classifique os números abaixo como decimais infinitos periódicos (P) ou decimais não periódicos (NP):

a) ( ) 7,424242...

b) ( ) 11,222...

c) ( ) 3,12112111211112...

d) ( ) 72,124555...

02. Represente os decimais finitos em fração:

a) 0,6 =

b) 43,38=

c) 7,54 =

d) 0,0007 =

03. Represente os decimais infinitos periódicos em fração:

a) 0,666... =

b) 0,454545... =

c) 0,321321... =

d) 0,999...=

04. Transforme os decimais infinitos periódicos em fração:

a) 0,7222... =

b) 6,2444... =

c) 7,1555... = =

d) 2,31444... =

Atividade 2 : Radiciação

●**Habilidades relacionadas**: Efetuar cálculos que envolvam operações com radicais; compreender o conceito de racionalização.

● **Pré-requisitos:** Conhecimento de cálculos com potência, estudado em momento anterior.

●**Tempo de Duração:** 100 minutos

● **Recursos Utilizados:** Quadro Branco;
Caderno e lápis para cada aluno;
Uma régua por grupo.

● **Organização da Turma:** Grupos de dois ou três alunos.

● **Objetivos:** Resolver situações-problema envolvendo radicais.

● **Metodologia Adotada:** Iniciar o estudo dos radicais revisando potências com expoente fracionário.

Quando se fala sobre a origem do símbolo √ (**radical**), as opiniões são bastantes controvérsias. Alguns atribuem essa descoberta aos árabes e o seu primeiro uso a *Al-Qalasadi*, matemático do século XIV. Porém, os primeiros registros do uso de radicais para solução de problemas vieram dos Hindus. Eles utilizaram, a princípio, as regras de extração de raízes quadradas e cúbicas, dando passos gigantescos nos meios resolutivos da matemática.

- Definições

Uma raiz nada mais é que uma operação inversa à potenciação, sendo assim, ela é utilizada para representar, de maneira diferente, uma potência com expoente fracionário.

Exemplos

$\sqrt[4]{2^3} = 2^{3/4}$ $\sqrt{5} = 5^{1/2}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$

1 - Raiz com índice par

Para um número real *a* positivo, com *n* sendo um número natural par e positivo, maior que 1, tem-se um *b*, tal que, se $\sqrt[n]{a} = b$, então $b^n = a$, onde *a* é o radicando, *n* é o índice, *b* é raiz e √ é o radical. Com a e $b \in \mathbb{R}_+$ e $n \in \mathbb{N} > 1$.

Nenhum valor de ***a*** negativo (***-a***) tem definição nesse caso.

Observação: *quando o índice não aparecer no radical, isso indica que n = 2 e teremos uma **raiz quadrada**.*

Exemplos:

$\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$, onde $n = 2$, $a = 25$ e $b = 5$.

$\sqrt{16} = 4$, pois $4^2 = 16$, onde $n = 2$, $a = 16$ e $b = 4$.

2 - Raízes com índice ímpar

Sendo *a* um número real, positivo ou negativo, com *m* sendo um número natural ímpar e positivo, maior que 1, tem-se um *b*, tal que, se $\sqrt[m]{a} = b$, então $b^m = a$, onde *a* é o radicando, *m* é o índice, *b* é raiz e √ é o radical. Com a e $b \in \mathbb{R}$ e $m \in \mathbb{N} > 1$.

Nesse caso é possível obtermos raízes negativas dentro do conjunto dos números reais (ℝ).

Exemplos:

$\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.

$\sqrt[3]{-27} = -3$, pois $(-3)^3 = -27$.

3 - Propriedades

A) Para o radicando que tenha, como resultado de uma fatoração, expoente igual a seu índice, então este radicando é igual à raiz procurada.

$$\sqrt[n]{a^n} = \mathbf{a}, \textbf{ sendo que } \mathbf{a} \in \mathbb{R}_+, n \in \mathbb{N} > 1.$$

Exemplos:

$\sqrt[4]{81} \rightarrow \sqrt[4]{3^4} = 3$ $\sqrt[3]{125} \rightarrow \sqrt[3]{5^3} = 5$ $\sqrt[3]{-8} \rightarrow \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

B) Podemos dividir o radicando e o índice por um mesmo número real, desde que este seja diferente de zero e maior que um, e divisor comum do radicando e do índice.

$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$, **sendo que $a \neq 0$, n, m e p $\in \mathbb{N}$ - {0,1}, p é divisor comum de n e m.**

Exemplos:

$\sqrt[4]{5^6} \rightarrow \sqrt[4:2]{5^{6:2}} = \sqrt[2]{5^3}$ ou $\sqrt{5^3}$ $\sqrt[9]{7^3} \rightarrow \sqrt[9:3]{7^{3:3}} = \sqrt[3]{7^1}$ ou $\sqrt[3]{7}$

C) Para resolvermos a raiz m-esima de uma raiz n-ésima, multiplicamos os índices entre si mantendo intacto o radical interno.

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$ **, com a $\in \mathbb{R}_+$, m e n $\in \mathbb{N} > 1$.**

Exemplos:

$\sqrt[3]{\sqrt{6}} \rightarrow \sqrt[3.2]{6} = \sqrt[6]{6}$ $\sqrt[4]{\sqrt[3]{24}} \rightarrow \sqrt[4.3]{24} = \sqrt[12]{24}$

D) A raiz n-ésima de um produto é igual ao produto das raízes n-ésimas.

$\sqrt[n]{a\,.\,b} = \sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b}$, **com a e $b \in \mathbb{R}_+$ e $n \in \mathbb{N} > 1$.**

Exemplos:

$\sqrt[5]{5\,.\,4} \rightarrow \sqrt[5]{5}\,.\,\sqrt[5]{4}$ $\sqrt[3]{0{,}5\,.\,0{,}2} \rightarrow \sqrt[3]{0{,}5}\,.\,\sqrt[3]{0{,}2}$

E) A raiz n-ésima de um quociente (divisão) de a por b é igual ao quociente entre as raízes n-ésimas.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ com } a \in \mathbb{R}_+, b \in \mathbb{R}^*_+ \text{ e } n \in \mathbb{N} > 1.$$

Exemplos:

$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$ $\sqrt[4]{\frac{81}{256}} \rightarrow \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{3}{4}$ $\sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$

F - Racionalização de denominadores

Considere a fração: $\frac{5}{\sqrt{3}}$ que seu denominador é um número irracional.

Vamos agora multiplicar o numerador e o denominador desta fração por $\sqrt{3}$, obtendo uma fração equivalente:

$$\frac{5.\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

Observe que a fração equivalente $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ possui um denominador racional.

A essa transformação, damos o nome de **racionalização de denominadores**.

Atividades propostas para fixação dos conceitos

O aluno deverá ser capaz de aplicar corretamente a teoria estudada em momento anterior, sendo capaz de resolver todas as operações envolvendo radicais.

1 - Escreva simplificadamente:

a) $(\sqrt{5})^3 =$

b) $\sqrt{\frac{1}{16}} =$

c) $\dfrac{\sqrt[5]{13}}{\sqrt[5]{9}} =$

2 -Efetue as operações, escrevendo de forma mais simplificada:

a) $\sqrt{45} \div \sqrt{5} =$

b) $\sqrt{5} \div \sqrt[3]{4} =$

3 - Racionalize os denominadores:

a) $\dfrac{7.\sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$

b) $\dfrac{3}{\sqrt{8}} =$

c) $\dfrac{6}{\sqrt{145}} =$

d) $\dfrac{8}{\sqrt[3]{6}} =$

3. Avaliação

A avaliação será realizada durante todo processo mediante a participação do aluno, interesse e acertos na resolução dos exercícios.

4. Referências

IMENES, Luiz Márcio, Marcio Lellis, Matemática: Imanes e Lellis, 1ª edição, 9º ano, editora Scipione, São Paulo, 2009.

Brasil. Ministério de Educação e do desposto. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília – DF: MEC/SEF, 1998.

IEZZI, Gelson. Matemática e Realidade. 9° ano, 5 ed. São Paulo: Atual,2012.