

Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/Consórcio

CEDERJ

Matemática 9º Ano – 1º Bimestre/2014

Plano de Trabalho

Semelhança de polígonos

Tarefa 2

Cursista: Antônio de Souza Almeida Júnior

Tutor: Maria Cláudia Padilha Tostes

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho foi elaborado com o objetivo de mostrar aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental os conceitos básicos sobre semelhança de polígonos. É indicado para ser utilizado em sala de aula, como reforço ao estudo do conteúdo.

Pretendo que essa abordagem motive os alunos a buscarem ferramentas de cálculo para resolver os problemas práticos propostos, despertando o interesse em aprender formas rápidas, com significado, que determinem com facilidade o resultado buscado.

A tônica desta aula é ajudar o aluno a construir, desenvolver e aplicar idéias e conceitos sobre semelhança, sempre compreendendo e atribuindo significados ao que está fazendo, buscando relacionar a aplicação dos conceitos à sua vida cotidiana.

Este Plano de Trabalho foi produzido de forma a conter recursos visuais que levassem os alunos a ter uma oportunidade de visualizar de forma agradável o conteúdo estudado e conseqüentemente compreender os valores sobre o conteúdo estudado.

Semelhança de polígonos, áreas e perímetros de figuras semelhantes são alguns exemplos de conceitos que estão muito mais presentes no nosso cotidiano do que imaginamos.

Todas as tarefas propostas neste Plano de Trabalho envolvem ligações com conhecimentos já adquiridos e também com as técnicas e compreensão de conceitos algébricos como a resolução de problemas, os quais partem de contextos reais e também de assuntos matemáticos que precisam ser lembrados e aprofundados.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

As tarefas que proponho visam contribuir para desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento geométrico, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e geométricos e de utilizar estes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos.

Na primeira etapa do Plano de Trabalho, iremos classificar ou agrupar figuras discutindo se estas são semelhantes ou não.

Na etapa seguinte, o professor deve trabalhar a atividade de dobraduras onde a ideia é usar dobraduras de papel para construir o conceito de semelhança de polígonos, mediante o reconhecimento da proporcionalidade dos seus lados.

A terceira etapa será a exploração e resolução de uma lista de exercícios.

Atividade 1:

→ **Habilidade relacionada:**

- Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
- Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão, potenciação).

→ **Pré-requisitos:**

Para desenvolver esta atividade é requerido dos alunos o conhecimento prévio de:

- ✓ Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos.
- ✓ Conceito de razão;

→ **Tempo de Duração:**

300 minutos (6 horas/aulas).

→ **Recursos Educacionais Utilizados:**

Para a realização destas atividades, serão necessários os seguintes recursos:

- ✓ Quadro branco;
- ✓ Caneta para quadro branco;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Régua;
- ✓ Lápis e papel A4;
- ✓ Folha de aula;

→ **Organização da turma:**

Esta tarefa será realizada em pequenos grupos (3 ou 4 participantes) para que o trabalho seja colaborativo e que ninguém fique ocioso durante a aula e sim participando e descobrindo o conteúdo apresentado.

→ **Objetivos:**

Ao término das aulas, o aluno deverá ser capaz de:

- ✓ Construir o conceito de semelhança;
- ✓ Verificar a semelhança entre polígonos através da comparação das suas medidas.

→ **Metodologia adotada:**

Para a realização destas atividades são necessários 300 minutos de aula. As atividades estão divididas em três etapas.

1ª etapa:

Na primeira etapa do Plano de Trabalho, iremos classificar ou agrupar figuras discutindo se estas são semelhantes ou não. Será distribuída uma folha com as seguintes imagens para que os alunos analisem e tirem suas conclusões:



Nesta etapa, o professor, discutirá a ideia de semelhança com seus alunos a partir das figuras distribuídas. É importante diferenciar o termo popular “parecido” do termo matemático “semelhante”, percebido claramente nas duas imagens dos fuscas. As garrafas de coca-cola não são semelhantes, pois o gargalo de ambas possuem as mesmas dimensões. Já os cilindros, não possuem dimensões proporcionais. É importante fazer distinção entre as diferentes transformações

empregadas nas imagens da borboleta e do trevo de quatro folhas. No caso das borboletas, deve-se considerar que a rotação, e a proporcionalidade de suas dimensões mantêm as figuras semelhantes. Já no caso dos trevos de quatro folhas, as transformações lineares empregadas não preservaram a proporcionalidade de suas mediadas, portanto não são semelhantes.

2ª etapa:

Esta Atividade busca construir o conceito de semelhança de polígonos mediante o reconhecimento da proporcionalidade dos seus lados e apresentar ao aluno uma forma de verificação da semelhança entre retângulos através de dobraduras de papel e da comparação de suas diagonais.

Professor, você pode incentivar os alunos a recortarem conjuntos de retângulos com medidas diferentes da escolhida pelos colegas, Assim eles poderão verificar que os conceitos estudados se aplicam a retângulos de quaisquer tamanhos. Também os orientem para não recortarem retângulos muito pequenos para não dificultar os procedimentos de dobra dos itens subsequentes.

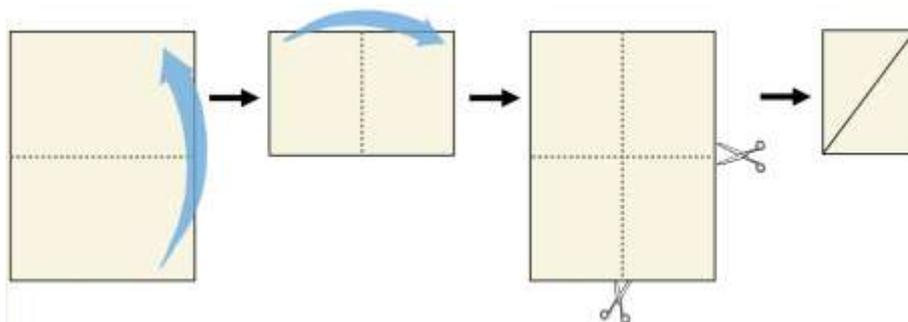
C. E. Doutor José Bastos França

Nome: _____ Nº: _____

Turma: _____ Data: ___/___/___ Prof: Antônio Júnior

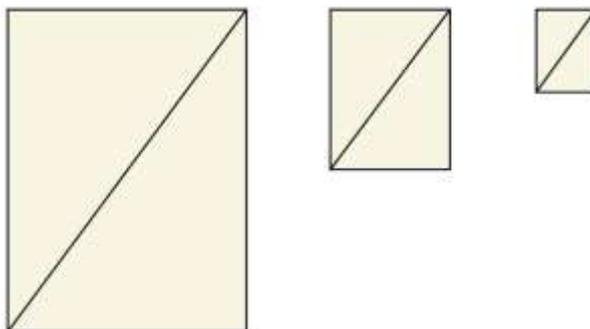
Exercícios de Fixação

- Recorte no papel A4 dois retângulos iguais, ou seja, com as mesmas medidas.
- Tome um dos retângulos recortados e desenhe uma de suas diagonais.
- Com o outro retângulo dobre-o na metade duas vezes, dividindo-o em quatro partes iguais. Recorte um dos retângulos gerados pela dobradura e desenhe uma de suas diagonais, como mostra a imagem abaixo.



- Recorte mais um retângulo gerado pelas dobraduras feitas anteriormente e realize os mesmos procedimentos de dobra indicados no item anterior. Depois recorte um dos retângulos originados desta

última dobradura e trace uma de suas diagonais. Você deve obter três retângulos como os da figura abaixo.



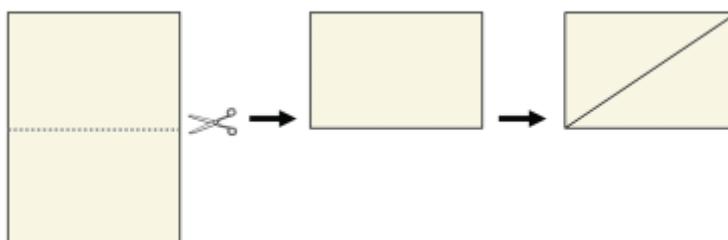
E. Agora sobreponha os três retângulos fazendo coincidir a base e o vértice de onde parte cada diagonal. O que você pode observar com relação às diagonais dos retângulos? Observe o que acontece com os retângulos dos seus colegas.

F. Agora, com o auxílio da régua, meça as bases e as alturas de cada um dos retângulos, calcule a razão entre a base e a altura de cada retângulo e preencha a tabela abaixo.

| Tabela A | Base | Altura | $\frac{Base}{Altura}$ |
|-------------------|-------------|---------------|-----------------------|
| Retângulo grande | | | |
| Retângulo médio | | | |
| Retângulo pequeno | | | |

G. O que você pode observar com relação às razões entre a base e a altura de cada retângulo? Converse com seus colegas sobre as respostas que eles encontraram.

H. Agora, tome mais dois retângulos de papel vegetal do mesmo tamanho que os recortados no item a, ou seja, do mesmo tamanho que o maior. Em um dos retângulos trace uma das diagonais. No outro dobre ao meio, horizontalmente, recorte um dos retângulos originados da dobra e também trace uma das diagonais, como ilustrado abaixo.



I. O que você observa quando sobrepõem esses dois novos retângulos? Suas diagonais se alinham? E nos retângulos dos seus colegas, o que acontece?

J. Diante disso, você acha que esses retângulos são semelhantes? Para comprovar a sua resposta, preencha a tabela abaixo.

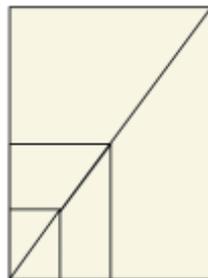
| Tabela A | Base | Altura | $\frac{Base}{Altura}$ |
|-------------------|-------------|---------------|-----------------------|
| Retângulo grande | | | |
| Retângulo pequeno | | | |

K. O que aconteceu com a razão entre a base e a altura dos retângulos? Compare suas respostas com as dos seus colegas.

L. Você acha que os procedimentos de dobra, indicados no item h, influenciaram no fato dos retângulos não serem semelhantes? O que diferencia esses procedimentos dos indicados no item c? Discuta com seus colegas essas questões, comparando as medidas anotadas nas tabelas A e B.

Na etapa A, o professor deve orientar os alunos com os cortes sucessivos. Como é possível notar, estamos dividindo o retângulo no meio duas vezes. Começamos com dois retângulos iguais: um que será guardado com a diagonal desenhada e outro que será dobrado duas vezes no meio, sendo uma dobra horizontal e outra vertical. Essas duas dobras originam quatro retângulos iguais e menores que o inicial. Desses quatro retângulos menores, recortaremos dois: um que será guardado com a diagonal desenhada e outro que será dobrado como o anterior, formando quatro retângulos menores. Por fim, recortar-se-á um desses retângulos menores e se desenhará a diagonal nele, formando um trio de retângulos, como podemos observar na figura da etapa D. O primeiro é o inicial, o segundo tem a base e a altura medindo metade da base e altura, respectivamente, do primeiro. O terceiro tem sua base e altura medindo metade da base e altura, respectivamente, do segundo. Por consequência, o terceiro tem a sua base e altura medindo a quarta parte da base e altura, respectivamente, do primeiro.

Na etapa E, o professor deve auxiliar seus alunos para que sobreponham os retângulos da forma correta, como mostra a figura abaixo. Esperamos que eles percebam que as diagonais dos retângulos ficam alinhadas.

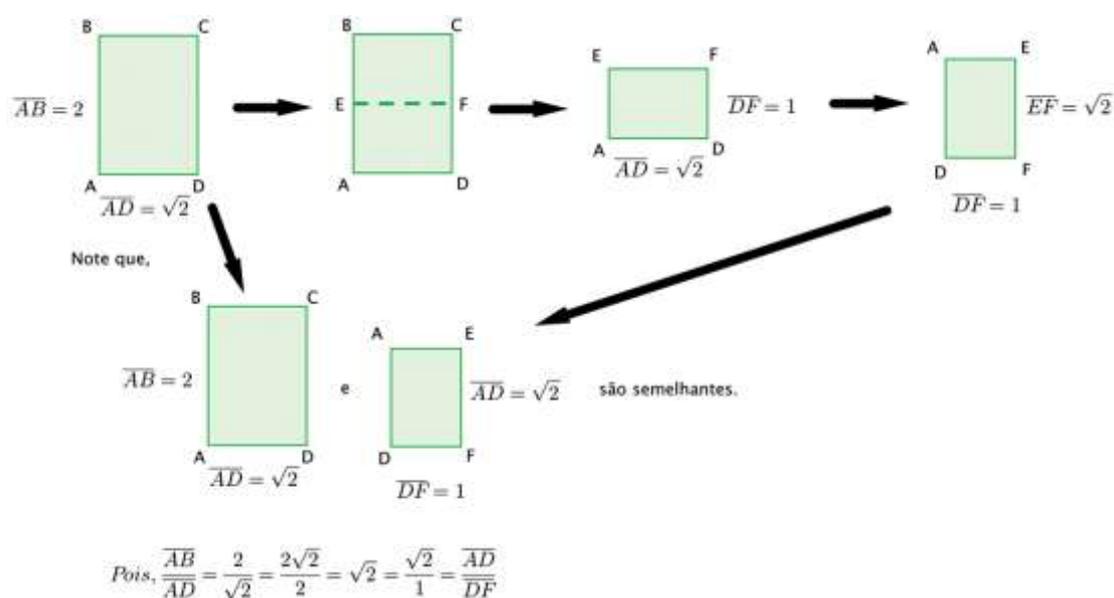


Na etapa F, os resultados da tabela dependerão do tamanho do retângulo inicial de cada aluno. Se cada grupo fez um retângulo diferente do outro então teremos tantas tabelas quantos forem os grupos de alunos participando desta Atividade. E isso é ótimo! Apesar de inúmeros retângulos diferentes, eles perceberão que a base e altura serão divididas por 2 a medida que reduzimos o retângulo pelas dobras. E Isso será constante em todos os retângulos! Além disso, perceberão que a razão entre a base e a altura permanece constante para cada trio de retângulos.

Na etapa G, é importante que o professor alerte os alunos para pequenas diferenças nos valores, devido à imprecisão dos instrumentos de medição e possíveis aproximações que possam acontecer. Analisando a tabela, os alunos terão a oportunidade de perceber que as razões entre a base e a altura de cada retângulo são iguais, em cada conjunto de retângulos considerado. Deve conversar com eles que quando isso acontece, dizemos que os retângulos são semelhantes. Caso algum aluno comente que essa razão que encontramos, entre base e altura, é a razão de semelhança, cabe aqui uma intervenção. Sabemos que a razão de

semelhança é a razão entre as bases (ou as alturas) dos retângulos semelhantes, e, portanto, é uma razão diferente da razão que calculamos. Nos retângulos semelhantes produzidos pela atividade proposta, a razão entre a base do maior retângulo e a base do retângulo intermediário é 2, assim como a razão entre as respectivas alturas também é 2. O mesmo ocorre entre o intermediário e o menor: elas são semelhantes com razão 2. Esta é a razão de semelhança. Cabe ainda ressaltar que a razão de semelhança inverte se fizermos o contrário, isto é, se compararmos a base do intermediário com a base do maior, veremos que essa razão é na verdade $\frac{1}{2}$, o inverso de 2.

Na etapa I, temos uma observação matemática a fazer. É possível que algum grupo de alunos ao cortar um retângulo inicial e dividi-lo no meio encontre um retângulo menor semelhante ao original! Observe a seguinte situação:



De fato, isso sempre acontece quando a altura do retângulo é igual à base multiplicada por $\sqrt{2}$. Na verdade, isso acontece somente nessa situação. Fato esse que pode ser provado, mas que não é nosso propósito nesse momento. Agora, o importante é que o professor esteja atento ao fato de, apesar de parecer difícil, isso não é improvável. Por exemplo, se um determinado grupo cortar um retângulo com altura medindo 20cm e a base medindo 14cm, teremos:

$$\text{altura} = 20 \text{ cm} \cong 14 \cdot 1,4231 \text{ cm} \cong 14 \cdot \sqrt{2} \text{ cm} = \text{base} \cdot \sqrt{2}$$

Note que essa diferença é muito pequena, alguns milímetros. Como o processo de medir naturalmente faz uso de estimativas, esse problema pode aparecer em sua sala de aula. Na maioria dos casos, os alunos perceberão que as diagonais dos retângulos não se alinham, e que o mesmo acontece com os retângulos dos seus colegas.

Na etapa K, os alunos perceberão que os retângulos não são semelhantes, pois suas diagonais não se alinham e a razão entre a base e a altura dos retângulos não são iguais.

Na etapa L, o professor deve auxiliar seus alunos a perceberem que, no item c, tanto a base como a altura dos retângulos foram divididos ao meio, o que fez com que o retângulo oriundo dessas dobras fosse semelhante ao original. Fato que não acontece no item h, já que somente a altura foi dividida ao meio, fazendo com que não se possa garantir a semelhança entre esses retângulos.

3ª etapa:

Na terceira etapa, os alunos resolverão uma lista de exercícios que será corrigida na aula e discutidas as respostas.

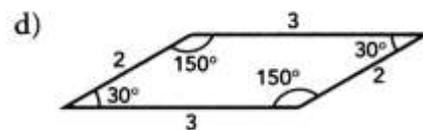
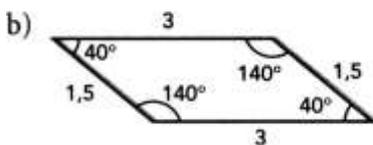
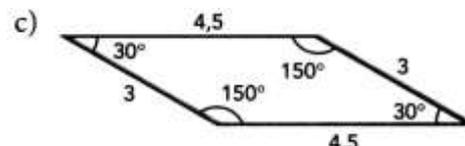
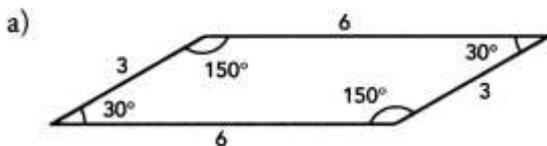
C. E. Doutor José Bastos França

Nome: _____ Nº: _____

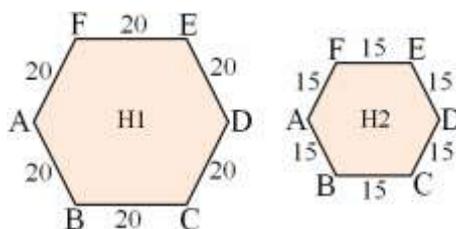
Turma: _____ Data: ___/___/___ Prof: Antônio Júnior

Exercícios de Fixação

1) Entre os polígonos abaixo há dois semelhantes. Quais são eles?



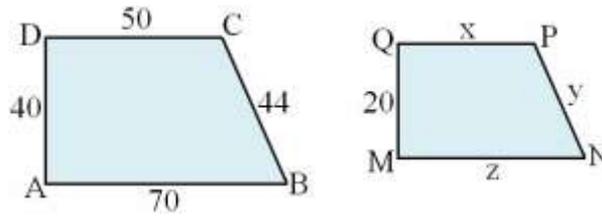
2) Os hexágonos H1 e H2 abaixo são semelhantes.



Nessas condições:

- a) Qual é a razão de semelhança entre H1 e H2?
- b) Qual é a razão de semelhança entre os perímetros de H1 e H2?
- c) O que podemos afirmar sobre os ângulos internos de H1 e H2?

3) Os trapézios abaixo são semelhantes.



Nessas condições:

a) Qual é a razão de semelhança entre ABCD e MNPQ?

b) Calcule as medidas x, y e z indicadas.

c) Sem fazer cálculos, determine a razão entre os perímetros de ABCD e MNPQ.

4) A planta de uma casa, que é uma redução da casa real, foi feita na escala $\frac{1}{200}$ (razão de semelhança).

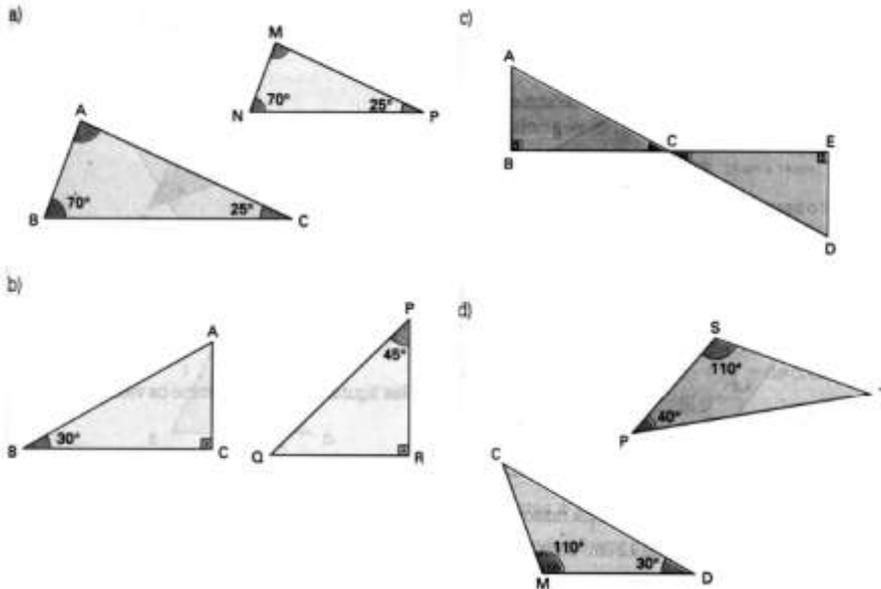
Uma sala retangular dessa casa tem 5 cm e 6 cm de dimensão nessa planta. Nessas condições:

a) Quais as dimensões reais da sala?

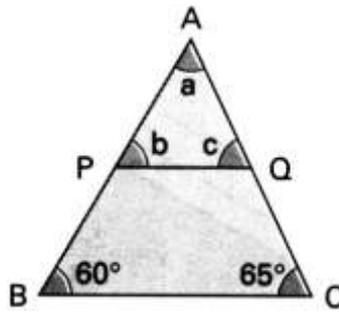
b) Qual a área da sala da planta?

c) Qual a área da sala real?

5) Diga se os pares de triângulos abaixo são ou não semelhantes.



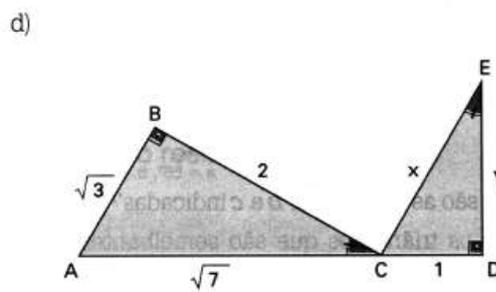
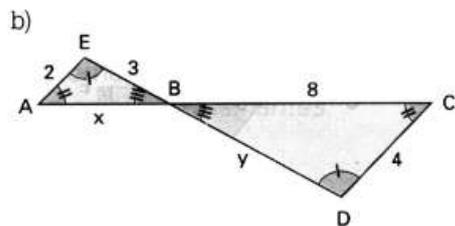
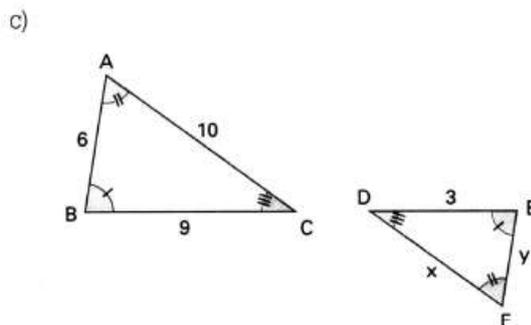
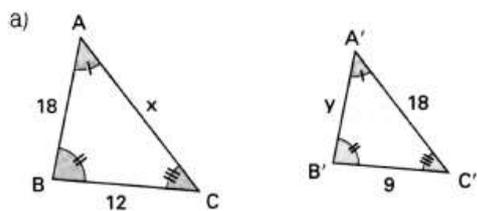
6) Na figura a seguir, temos $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$. Nessas condições, responda:



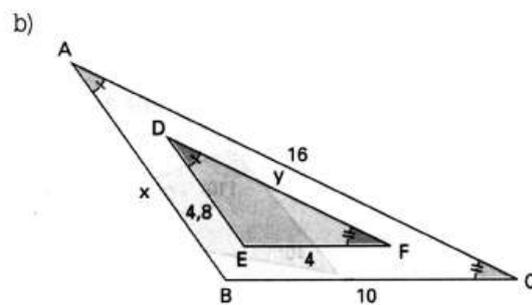
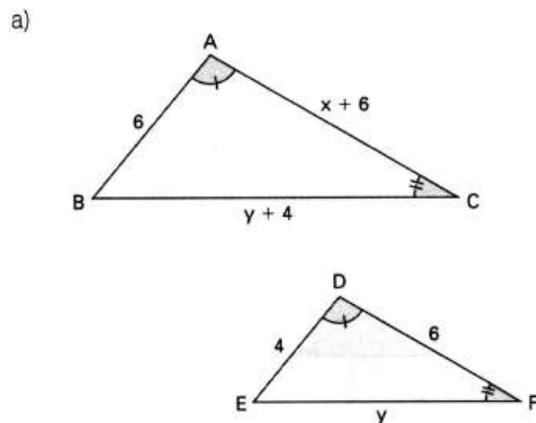
a) Quais as medidas a, b e c indicadas?

b) Quais os triângulos que são semelhantes nessa figura?

7) As figuras abaixo nos mostram pares de triângulos semelhantes. Calcule x e y em cada uma delas.

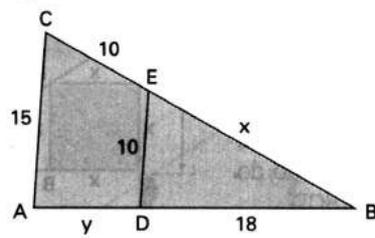


8) Nas figuras abaixo, determine os valores de x e y.

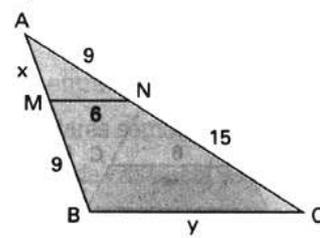


9) Nas figuras abaixo, determine as medidas x e y.

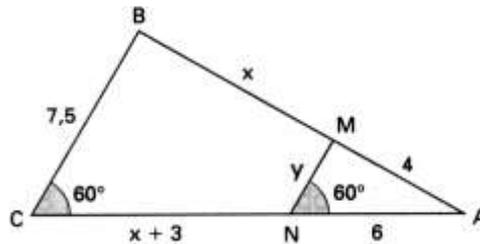
a) $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$



b) $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$

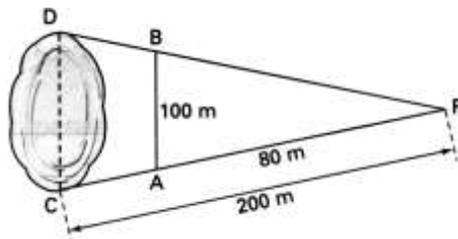


10) Na figura abaixo, $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$, Nessas condições, determine:



- As medidas x e y indicadas.
- As medidas dos lados \overline{AB} e \overline{AC} .
- Os perímetros dos triângulos ABC e AMN .
- A razão de semelhança entre os triângulos ABC e AMN .

11) Para determinar a largura de um lago, foi utilizado o esquema representado pela figura abaixo. Qual é a largura do lago?



3. Avaliação:

A avaliação do processo consiste na auto-avaliação e/ou avaliação mútua. A avaliação dispensa qualquer processo formal, tais como: nota, exames, etc. Além do mais, neste processo, tanto o professor quanto o aluno saberão suas dificuldades e, também seus progressos. O professor pode observar a evolução do aluno, isto é, se ele construiu seu conhecimento com relação ao que se propõe.

A avaliação levará em conta a participação de cada aluno na execução de cada tarefa proposta, tentativa de resolução dos exercícios de fixação e entendimento do aluno perante os conteúdos apresentados.

4. Referências:

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília – DF: MEC/SEF, 1998.

STOLF, Denise Ortigosa, **Semelhança**. Disponível em:

<http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/denise_matematica_8a_serie_semelhanca.pdf> Acesso em: 26 mar. 2012.