The background is a collage of various geometric diagrams and a classical bust. In the top left, there is a diagram of a circle with a right-angled triangle inscribed inside. To the right, there are diagrams of intersecting lines with points labeled A, B, C, D, S, and T. In the middle left, there is a diagram of an isosceles triangle with vertices A, B, and C, and angles labeled α and β . Below that, there is a diagram of two intersecting lines with angles labeled α , β , γ , and δ . At the bottom left, there is a diagram of a pyramid with a person standing next to it. In the bottom right, there is a classical bust of a man with a beard and long hair.

Tema: Plano de Trabalho sobre Semelhança de Polígonos

Trabalho realizado para o Curso de Formação
Continuada

da Fundação CECIERJ – Consórcio CEDERJ

Orientador: Andréa Silva de Lima (Tutora)

Grupo: 2

Série: 9º ano do ensino fundamental

Cursista: Cynthia dos Santos Martins

Nova Friburgo

2014

SUMÁRIO

1 – Introdução.....	3
2 – Desenvolvimento –	4
3 – Avaliação -	16
4 – Referências Bibliográficas	19

INTRODUÇÃO

Esse trabalho visa colocar o aluno no centro do processo educativo, assumindo um papel ativo na construção de seu conhecimento matemático.

Procuramos fugir um pouco da abordagem tradicional, escolhemos uma abordagem mais simples e intuitiva apoiada na ideia de ampliação e redução, visando identificar as propriedades de semelhança para usá-las na resolução de problemas.

Temos o objetivo de mostrar que o conceito de semelhança é essencial na matemática: está presente em mapas e escalas, dele decorrem as relações métricas, associamos noções de proporcionalidade, fazemos reduções e ampliações entre outros.

Além disso, podemos discutir a aplicabilidade para semelhança na arte, arquitetura, na aviação, no setor de moda: em que confecções e fábricas de calçados utilizam estes conceitos para produzirem roupas e calçados de tamanhos diferentes.

DESENVOLVIMENTO: Semelhança de polígonos

9º Ano | 1º Bimestre | 2º Campo conceitual

Atividade 1

Duração prevista: 100 minutos.

Área de conhecimento: Matemática.

Assunto: Semelhança de Polígonos.

Objetivos: Construir o conceito de semelhança e apresentar ao aluno uma forma simples e intuitiva de identificar as propriedades de semelhança entre as figuras.

Pré-requisitos: Conceitos de medidas, polígonos e seus elementos e razão.

Material necessário: Folha de atividades, cartolina, tangram, transferidor, régua e lápis.

Organização da classe: Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores associados:

- H 02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
- H33 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, com ou sem malhas.
- .H 61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

1) Procure no dicionário o que significa semelhante:

A palavra semelhante quer dizer parecido. Mas, na Geometria, essa palavra tem um significado mais preciso. Na geometria, a palavra semelhante está ligada à ideia de mesma forma. Assim, uma ampliação, uma redução e até mesmo uma congruência são exemplos de semelhança.

Veja dois mapas do Brasil. De acordo com Geometria, será que podemos dizer que estes mapas são figuras semelhantes?



✚ Ao final de nossos estudos você será capaz de responder o item acima:

2) Vamos utilizar a imagem quadriculada abaixo e vamos fazer sua ampliação de forma muito simples:

- ✚ Construa uma malha quadriculada em que o tamanho dos quadrados seja maior do que está apresentado na figura ao lado.
- ✚ Agora pinte os quadrados da mesma forma como apresentado nesta imagem.

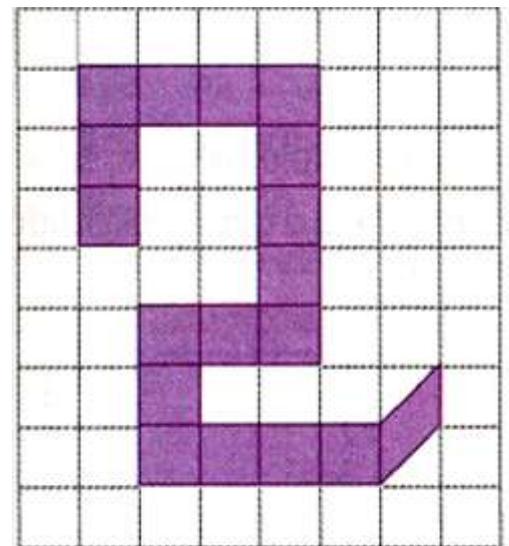


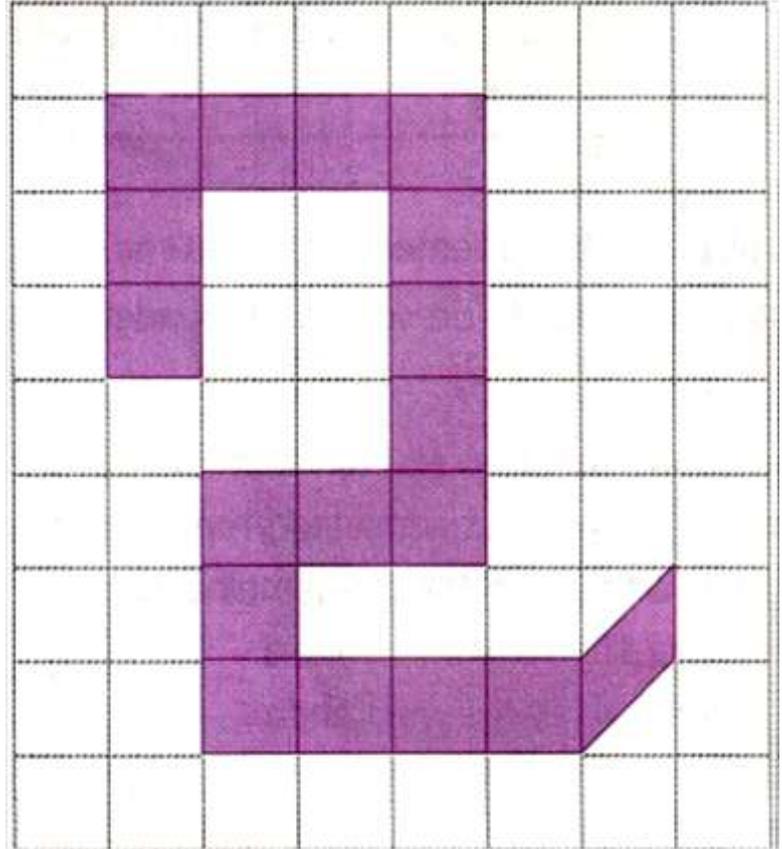
Figura original

Espera-se que o aluno consiga realizar a tarefa mais ou menos como a apresentada ao lado.

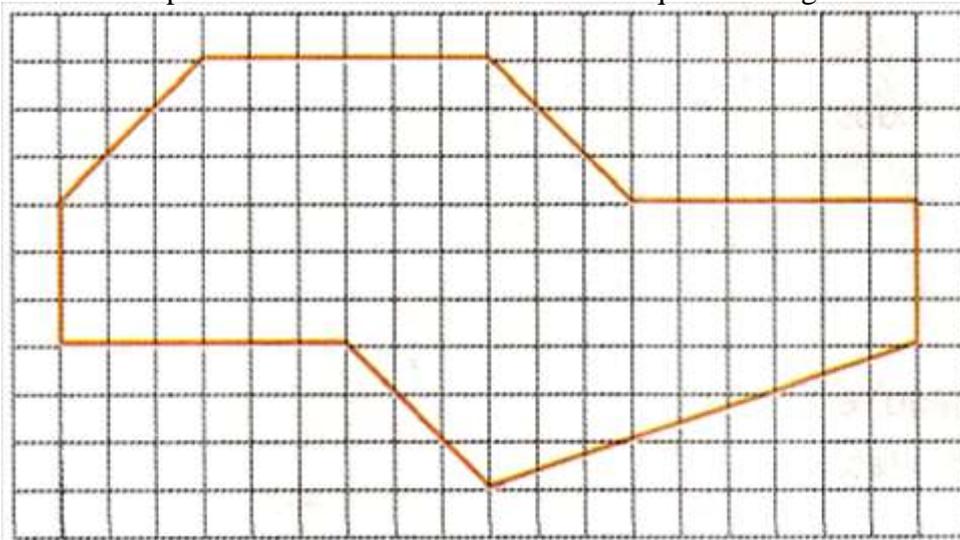
Figura ampliada



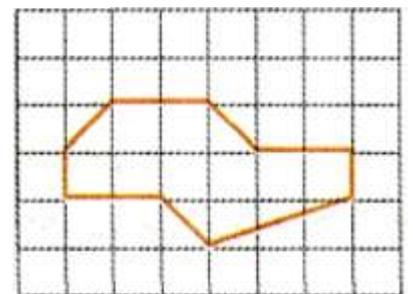
Foi fácil!!!



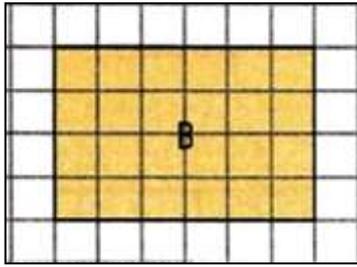
- 3) Agora vamos fazer uma redução, mas utilizando o mesmo tamanho de quadriculado. Como poderemos realizar esta atividade? O que você sugere?



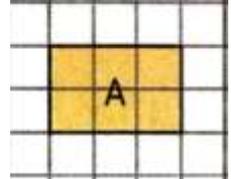
Neste momento o aluno terá liberdade para tentar reproduzir a imagem acima a sua maneira, aparecendo possivelmente figuras com deformações, espera-se que ao final o aluno consiga chegar a conclusão que precisa utilizar a mesma razão de redução para todos os lados como, por exemplo, a cada 3 unidades podemos utilizar 1 unidade na redução.



- 4) O que você achou de realizar esta redução foi difícil? Justifique:
 5) Vamos tentar com outra figura! Faça a redução:

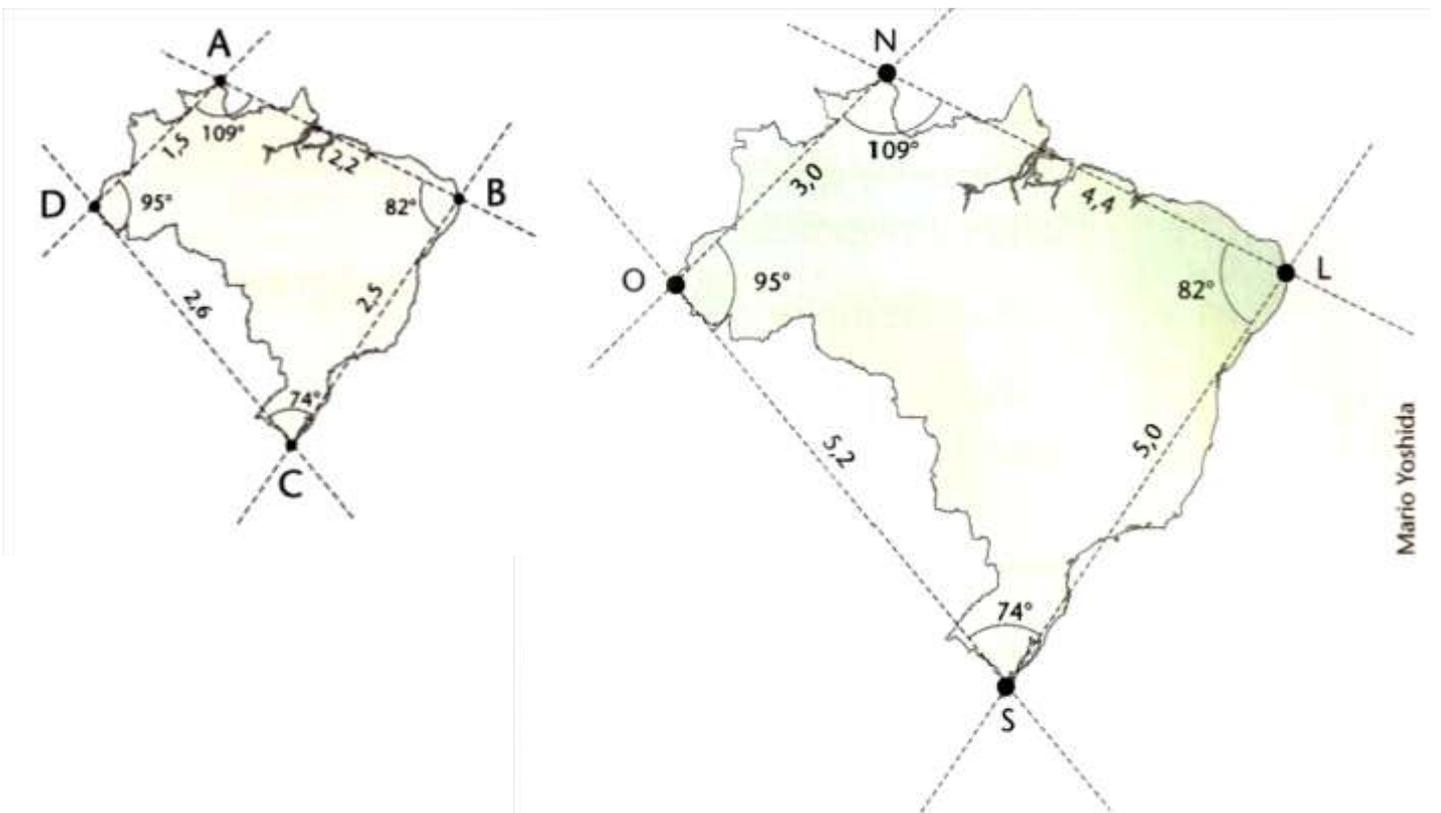


Espera-se que o aluno represente
 a imagem ao lado. →



- ✚ Analisando as características das imagens nas atividades anteriores, podemos concluir que tanto na redução quanto na ampliação, as figuras mantiveram a mesma FORMA, as medidas dos lados foram reduzidas, porém há uma proporção entre elas.

- 6) Agora com a ajuda de um transferidor, meça os ângulos das imagens originais com suas respectivas reproduções (ampliação e redução)
 7) O que você pode concluir, quanto aos ângulos?
 8) Agora você já é capaz de responder a questão 1:



- ✚ De acordo com Geometria, será que podemos dizer que estes mapas são figuras semelhantes?

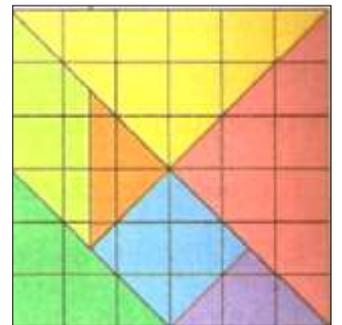
- a) Os ângulos correspondentes no mapa possuem a _____ medida.
- b) Observando os lados correspondentes temos:

$\frac{NL}{AB} = \frac{4,4}{2,2} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{LS}{BC} = \frac{5,0}{2,5} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{OS}{DC} = \frac{5,2}{2,6} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{NO}{AD} = \frac{3,0}{1,5} = \underline{\hspace{2cm}}$
--	--	--	--

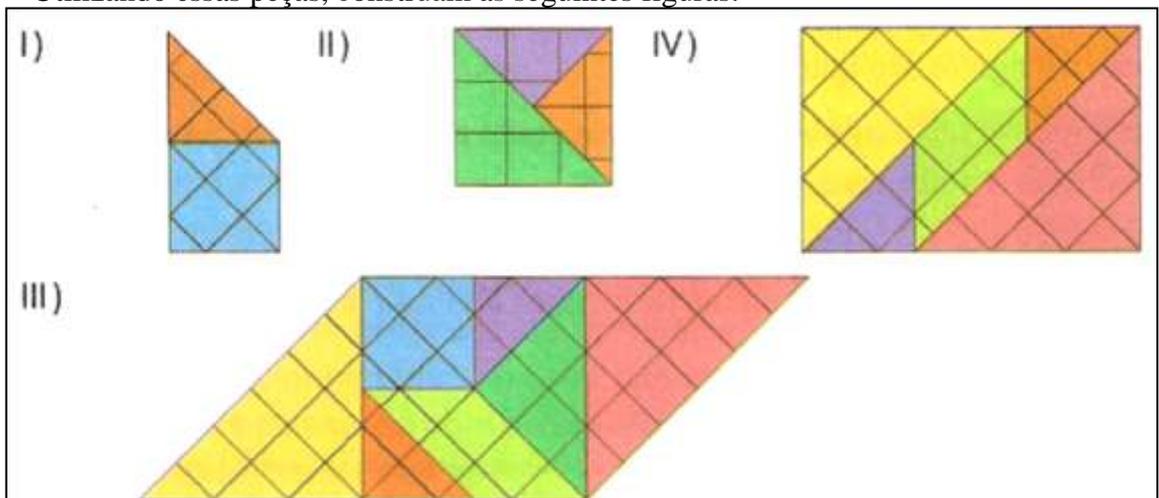
- ✚ Esse número que você acabou de encontrar chama-se a razão de proporcionalidade entre os mapas o 2º mapa tem o dobro do tamanho de 1º.
- ✚ Fazendo uma análise geral, quais seriam os critérios necessários para obtermos uma figura semelhante?

Duas figuras são semelhantes quando as medidas dos lados de uma figura são proporcionais aos lados da outra e se há ângulos, os ângulos correspondentes de duas figuras semelhantes devem ser congruentes.

- 9) Utilizando a malha quadriculada com quadradinhos de 2 cm de lado construam um tangram de acordo com a imagem e pintem--no. Em seguida, colem o tangram em uma cartolina ou outro papel e recortem cada uma das peças.

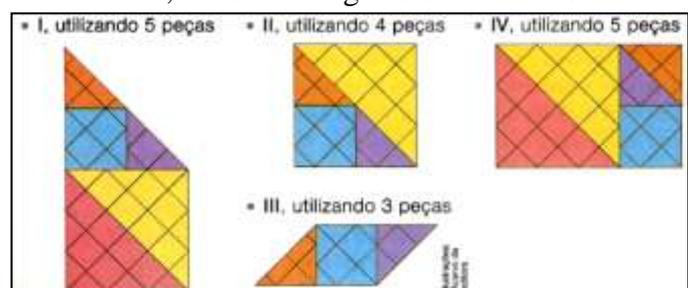


Utilizando essas peças, construam as seguintes figuras.



Com as peças do tangram que eles construíram, construam figuras semelhantes à imagem:

- Figura I, utilizando 5 peças
- Figura II, utilizando 4 peças
- Figura III, utilizando 3 peças
- Figura IV, utilizando 5 peças



DESENVOLVIMENTO: Semelhança de polígonos
9º Ano | 1º Bimestre | 2º Campo conceitual

Atividade 2

Duração prevista: 100 minutos.

Área de conhecimento: Matemática.

Assunto: Semelhança de Polígonos.

Objetivos: Construir o conceito de semelhança de polígonos e apresentar ao aluno uma forma de verificação da semelhança entre triângulos retângulos através da comparação.

Pré-requisitos: Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão.

Material necessário: Folha de atividades, papel (A4, carta ou ofício), transferidor, régua e lápis.

Organização da classe: Turma disposta em grupos 3, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores associados:

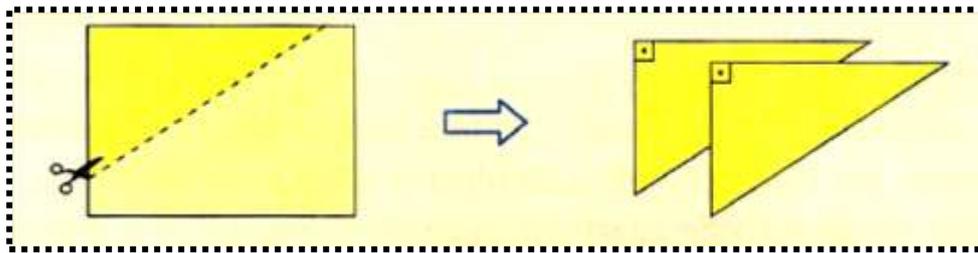
- H 02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
- H 32 – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.
- H 61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

Através desta atividade buscamos construir o conceito de semelhança de polígonos mediante o reconhecimento da proporcionalidade dos seus lados e apresentar ao aluno uma forma de verificação da semelhança entre triângulos retângulos através de dobraduras de papel e de sua comparação.

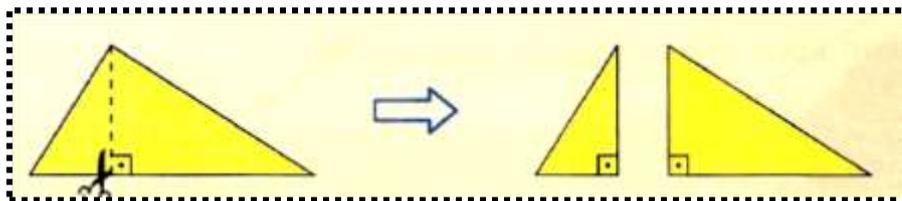
Siga as instruções:

- 1) Construa dois triângulos retângulos congruentes. O maior lado deve ter mais de 15 cm.

Para isso, sobreponha duas folhas de papel retangular (tamanho A4, carta ou ofício) e recorte um dos cantos como abaixo.



2) Separe um dos triângulos e, nele, trace a altura relativa ao lado maior. Depois, recorte o triângulo na linha da altura, obtendo mais dois triângulos.



3) Agora sobreponha os três triângulos retângulos.

4) Examine os três triângulos obtidos. Procure saber se dois deles são semelhantes ou se os três são semelhantes entre si.

✚ A semelhança pode ser verificada comparando ou medindo ângulos dos triângulos. E relacionando a medida dos lados.

5) Com o auxílio da régua, meça as bases e as alturas de cada um dos triângulos retângulos, calcule a razão entre a base e a altura e preencha a tabela abaixo.

	BASE	ALTURA	$\frac{BASE}{ALTURA}$
TRIÂNGULO RETÂNGULO MAIOR			
TRIÂNGULO RETÂNGULO MÉDIO			
TRIÂNGULO RETÂNGULO MENOR			

6) O que você pode observar com relação às razões entre a base e a altura de cada retângulo?

Converse com seus colegas sobre as respostas que eles encontraram.

Diferenças muito pequenas entre essas medidas não querem dizer que não há semelhança. Em geral, tais diferenças são causadas por imprecisões inevitáveis nas construções.

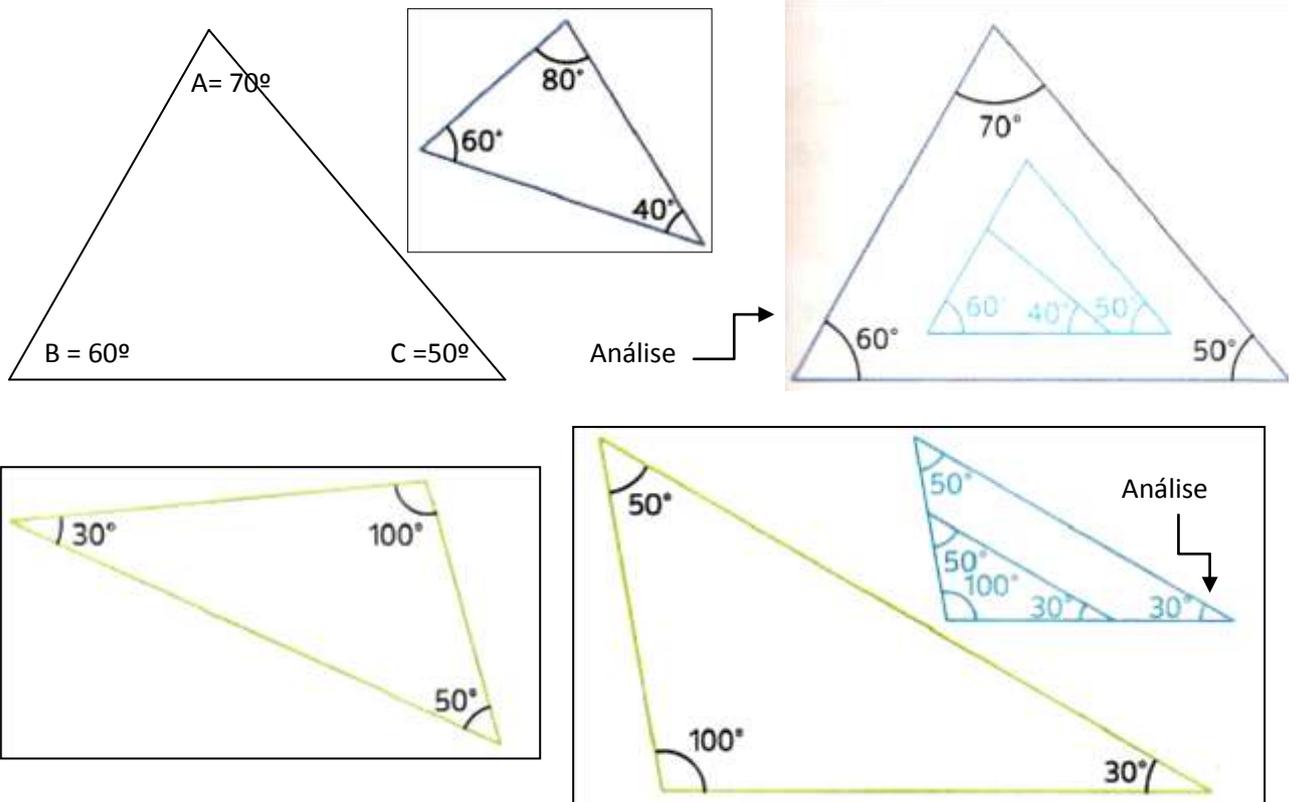
- 7) Usando um transferidor, verifique a relação entre as medidas dos ângulos correspondentes. O que vocês concluíram?
- 8) Agora faça um cartaz e mostre como foram feitas as construções (cole os triângulos construídos) e apresente as conclusões sobre semelhança.



✚ Fazendo a gente aprende

Verifique, usando o procedimento anterior, se os pares de triângulos abaixo são semelhantes.

Desenhe, recorte, sobreponha os triângulos e, em seguida, cole-os em seu caderno.

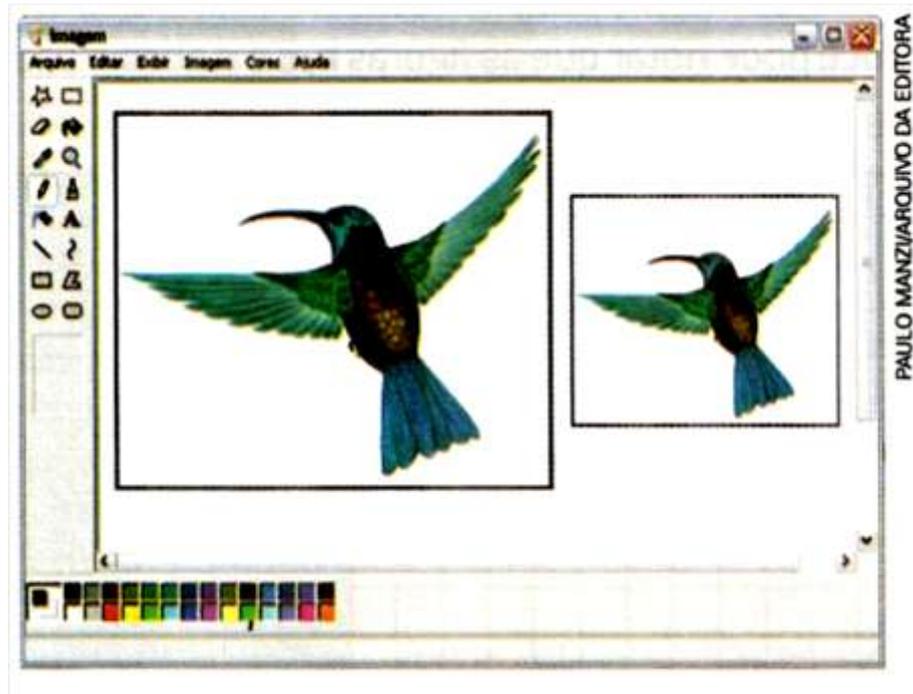


O aluno deve perceber que nem todos os triângulos são semelhantes, como nem todos os polígonos. Para serem semelhantes é necessário que possuam a congruência dos ângulos e a proporcionalidade dos segmentos correspondentes.

Leitura complementar:

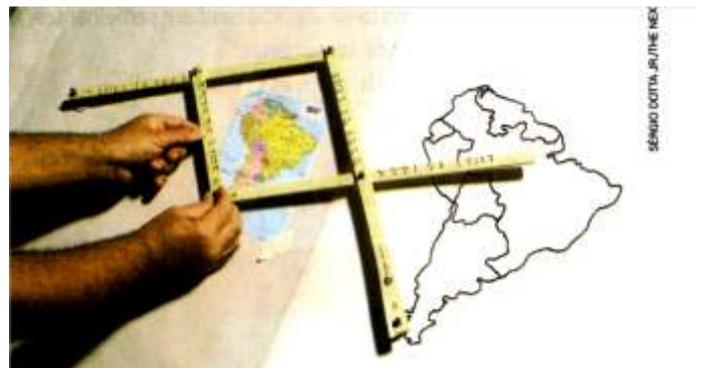
Ampliando e reduzindo figuras: ontem e hoje

Atualmente, com a infinidade de recursos tecnológicos, ampliar, reduzir, reproduzir, rotacionar, inverter e deformar imagens são operações fáceis, mesmo para aqueles sem talento para o desenho. Mas, antes desses avanços muitas dessas transformações eram feitas com sistemas articulados desenvolvidos para fins específicos.



Um exemplo desses sistemas é o pantógrafo (ponto, que significa 'tudo'; *grafo*: que significa 'escrever'). O modelo simples é constituído por quatro régua articuladas e fixadas entre si. Duas régua estão por baixo e as restantes são colocadas sobre as outras duas.

A origem do pantógrafo é incerta, mas há registros de que já era utilizado, por povos, há mais de 2000 anos. O pantógrafo já foi muito utilizado em diversas áreas: na Geografia, possibilitando confeccionar mapas; na Engenharia, facilitando na confecção de plantas de construções; na serralheria, servindo para cortar chapas metálicas; em ourivesaria, sendo empregada para fazer gravações em alianças, anéis, medalhas, etc.,



DESENVOLVIMENTO: Semelhança de polígonos
9º Ano | 1º Bimestre | 2º Campo conceitual

Atividade 3

Duração prevista: 100 minutos.

Área de conhecimento: Matemática.

Assunto: Semelhança de Polígonos.

Objetivos: Construir o conceito de homotetia e concluir que figuras homotéticas são semelhantes

Pré-requisitos: Conceitos de medidas, frações, polígonos e seus elementos e razão.

Material necessário: Folha de atividade, papel (A4, carta ou ofício), compasso régua e lápis.

Organização da classe: Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritores associados:

- H 02 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
- H 17 – Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou que não se alteram.
- H 61 – Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, divisão e potenciação).

Esta atividade visa obter os polígonos homotéticos através de construções geométricas, utilizando régua e compasso, utilizando para a medição régua graduada e transferidor.

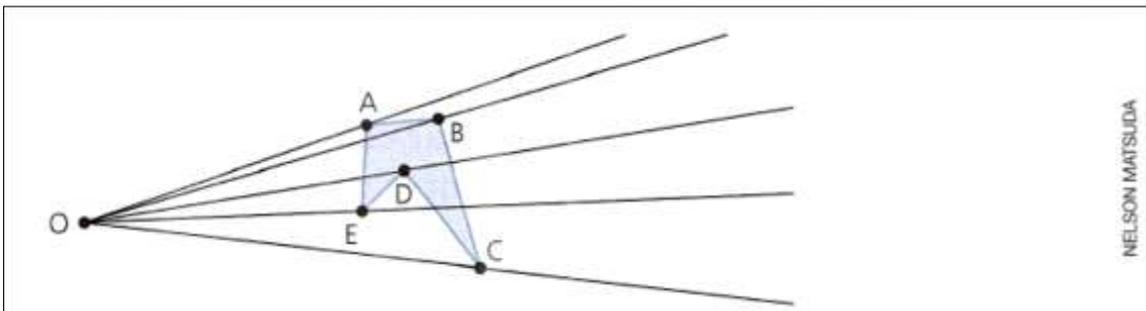
Como já vimos há vários recursos para obter figuras semelhantes, tais como máquinas copadoras e ampliação de fotos. Vamos mostrar um recurso que utiliza instrumentos de desenho.

- **Construindo figuras semelhantes por homotetia**

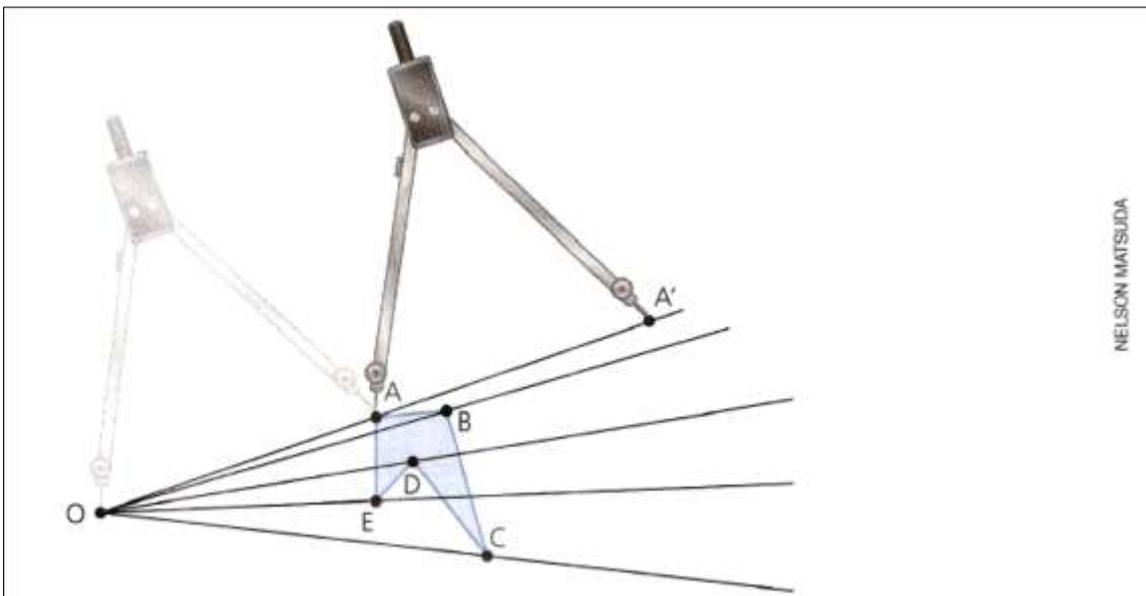
A **homotetia** é um exemplo de transformação geométrica que preserva a forma da figura original, mas não necessariamente seu tamanho. Desse modo, a figura original e a figura obtida dela por homotetia são semelhantes. Essas figuras são chamadas de **figuras homotéticas**.

Podemos ampliar ou reduzir figuras usando a homotetia. Siga as instruções:

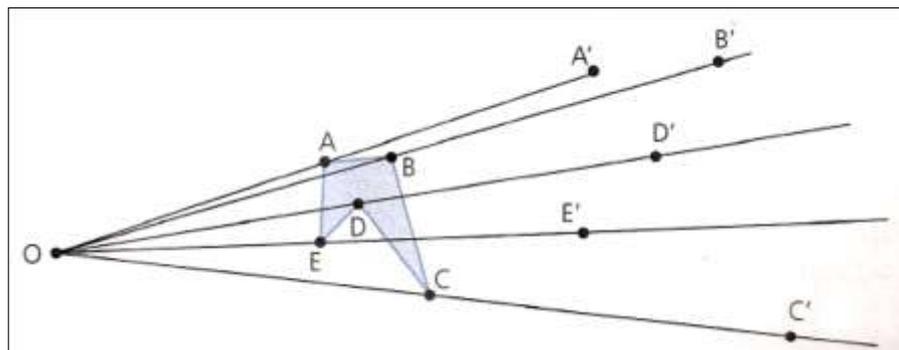
- Para ampliar ou reduzir este polígono de 5 lados, marcamos um ponto O (o polo) e traçamos as semirretas OA, OB, OC, etc.



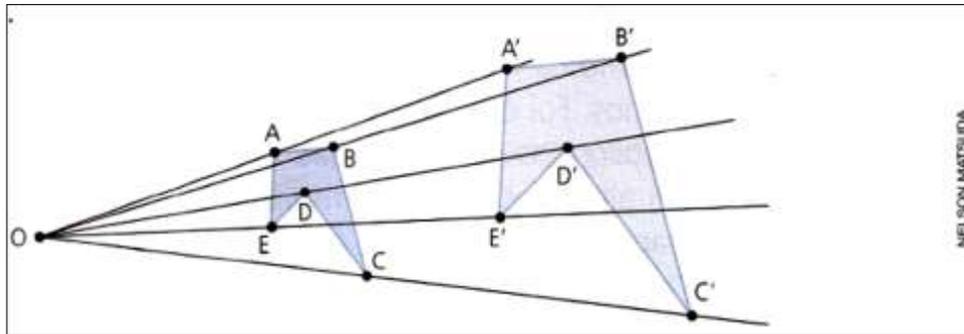
- Para duplicar o polígono, marcamos o ponto A' sobre a semirreta OA de modo que $OA' = 2 \cdot OA$. Usar o compasso diminui o trabalho.



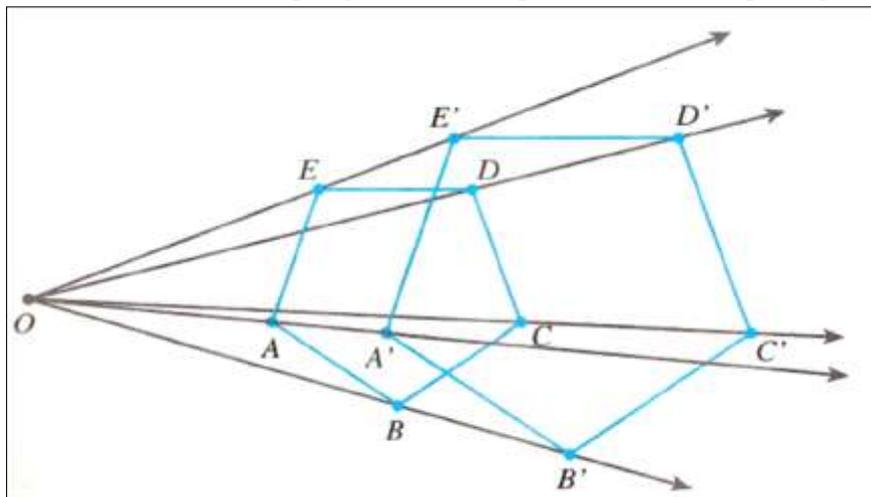
- Da mesma forma, fazemos $OB' = 2 \cdot OB$, $OC' = 2 \cdot OC$, e assim sucessivamente com os outros pontos.



- Para completar, ligamos A' com B', B' com C' e assim por diante. Neste exemplo, a ampliação é de 1 para 2.



- ✚ Agora vamos analisar a ampliação realizada por homotetia do pentágono ABCDE.



- 1) Meça os ângulos correspondentes comparando seus valores. O que você pode concluir?
- 2) Use a régua, meça os lados dos polígonos, complete a tabela abaixo e depois responda:

Polígono ABCDE	Polígono A'B'C'D'E'	Razão entre os segmentos
med (\overline{AB})	med ($\overline{A'B'}$)	$\frac{A'B'}{AB} =$
med (\overline{BC})	med ($\overline{B'C'}$)	$\frac{B'C'}{BC} =$
med (\overline{CD})	med ($\overline{C'D'}$)	$\frac{C'D'}{CD} =$
med (\overline{DE})	med ($\overline{D'E'}$)	$\frac{D'E'}{DE} =$
med (\overline{EA})	med ($\overline{E'A'}$)	$\frac{E'A'}{EA} =$

- 3) O que podemos concluir com relação às medidas dos lados correspondentes dos polígonos A'B'C'D'E' e ABCDE?
- 4) Em seu caderno, desenhe um triângulo retângulo isósceles. Fixe um ponto O e, por homotetia de centro O e razão 2, construa o triângulo homotético ao que você desenhou.

AVALIAÇÃO

A avaliação, neste trabalho, se dará mediante as observações registradas da evolução do aluno no processo ensino-aprendizagem, o seu envolvimento e comprometimento com os estudos e com o que lhe é proposto.

Além disso, o aluno terá a oportunidade não só de demonstrar o que foi assimilado, mas também fazer uma autocrítica em relação as suas atitudes e sua aprendizagem, através de uma atividade (em anexo) individual e escrita com duração de 100 minutos.

Esta atividade também servirá de parâmetro para o professor que terá a oportunidade de perceber os avanços ou as dificuldades do aluno em relação ao conteúdo desenvolvido.

COLÉGIO: _____

NOME: _____ TURMA: _____

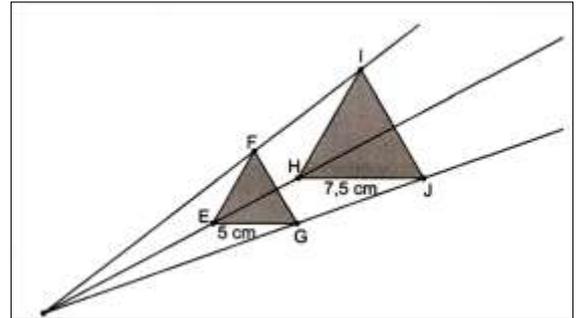
9º Ano / 1º Bimestre / 2º Campo Conceitual

Teste seus conhecimentos

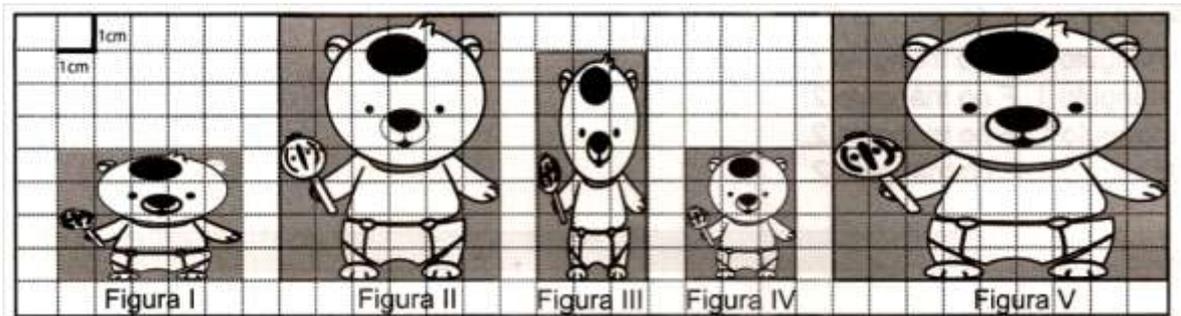
- 1) (Saerj) Observe o desenho abaixo, em que o triângulo EFG é semelhante ao triângulo HIJ.

A razão de semelhança entre os triângulos HIJ e EFG é

- A) 1,5
B) 2,5
C) 7,5
D) 12,5



- 2) (Saerj) Manoel representou, na malha quadriculada abaixo, figuras de um ursinho de pelúcia de vários tamanhos. o par de figuras semelhantes é

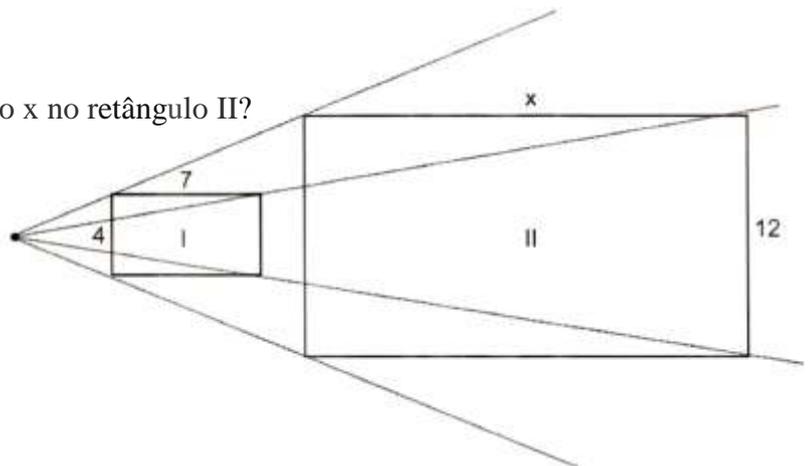


- A) I e V. B) I e III. C) II e IV. D) III e IV.

- 3) (Saerj) Os retângulos I e II da imagem abaixo são semelhantes e o fator de ampliação é 3. Veja.

Qual é o valor do comprimento x no retângulo II?

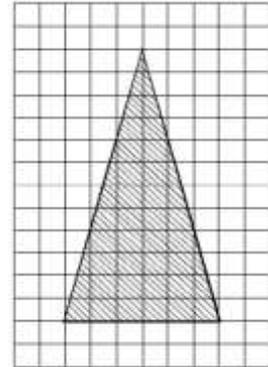
- A) 10
B) 15
C) 21
O) 24



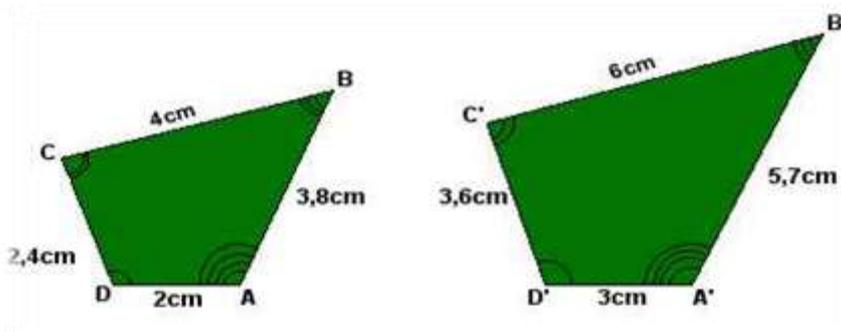
4) (SITE_INEP_PROVA BRASIL - SAEB_MT_9ºANO)

Se um novo projeto de dimensões duas vezes menores que as do projeto original for desenvolvido, as dimensões obtidas serão:

- A) multiplicadas por dois.
- B) divididas por dois.
- C) subtraídas em duas unidades.
- D) divididas por quatro.



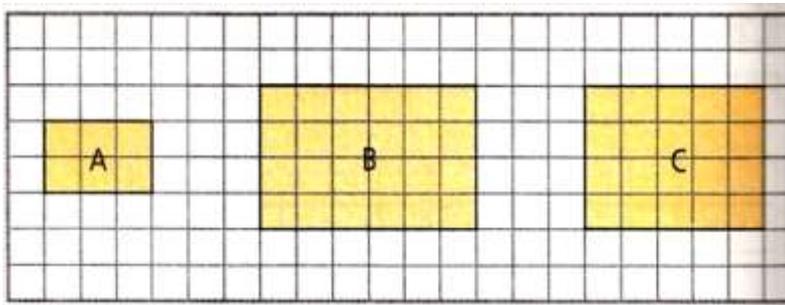
5) Os polígonos ao lado são semelhantes? Qual é a constante de proporcionalidade?



6) Dois polígonos são semelhantes, sendo que os lados do polígono maior medem o dobro dos lados do polígono menor. Nesse caso, os ângulos do polígono maior:

- A) são congruentes aos ângulos do polígono menor.
- B) medem a metade dos ângulos do polígono menor.
- C) medem o dobro dos ângulos do polígono menor.
- D) medem o quádruplo dos ângulos do polígono menor.

7) Observe as figuras.



a) Os retângulos A e B são semelhantes? Justifique:

b) Os retângulos A e C são semelhantes? Justifique:

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

ROTEIROS DE AÇÃO – Semelhança de polígonos - Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9º ano do Ensino Fundamental – 1º bimestre –disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=169>

EDUCOPÉDIA – Caderno 9º ano - 1º Bimestre
http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Aula/Visualizar.aspx?pgn_id=212

MATEMATIZANDO -<http://radicaisfanaticos.blogspot.com.br/2011/03/atividade-com-editor-de-desenho.html>

PROVA BRASIL-
http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/downloads/9ano_SITE_MT.pdf

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. PRATICANDO A MATEMÁTICA: Edição renovada. 3ª Edição: São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. MATEMÁTICA IMENES & LELLIS: 2ª Edição: São Paulo: Moderna, 2012.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. VONTADE DE SABER MATEMÁTICA: 2ª Edição: São Paulo: FTD, 2012.

BIANCHINI, Edwaldo. MATEMÁTICA BIANCHINI: 7ª Edição: São Paulo: Moderna, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. PROJETO TELÁRIS: Matemática. 1ª Edição: São Paulo: Ática, 2012.

JAKUBOVIC, José; CENTURIÓN, Marília. MATEMÁTICA: Teoria e contexto. 1ª Edição: São Paulo: Saraiva, 2012.

IMAGENS, <https://lh4.googleusercontent.com/flhaSIE1fULxDXaaG2H9tatzscMy2SSzLE9XbCJdVob9uCs4OFdcHCgKhkt1RSAbYicOXEGwkuQZMkCU9eXUnrWsHdVr2tWtPI36AgZ-sg3clsTsxeLA>