Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/ CEDERJ

Matemática 9º ano – 3º bimestre/2013
Plano de Trabalho

Tarefa 1: Funções

Cursista: Eli Carlos Cavalcante Rodrigues

Tutor: Analia Maria Ferreira Freitas

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem como objetivo trabalhar um dos tópicos do currículo mínimo: Funções. Desta maneira, o tema será abordado de forma que o aluno tenha ferramentas eficientes para conseguir desenvolver plenamente o conteúdo dado.

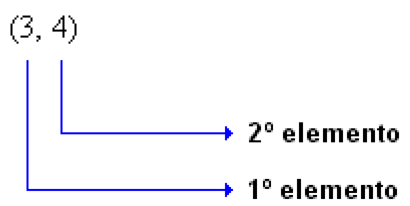
Visto que os alunos demonstram muita dificuldade na parte abstrata da Matemática, este tópico pode minimizar este problema. Com isso, o tópico Funções é de suma importância para o bom andamento da vida escolar, visto que é um conteúdo rico em informações e seus desdobramentos permitem realizar um elo entre vários conteúdos

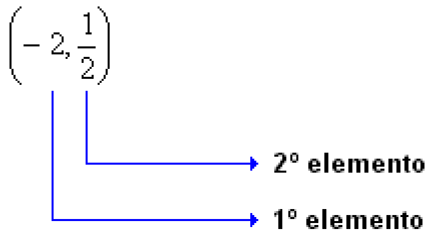
Com o objetivo de despertar o interesse no aluno, sempre que possível, trabalharemos questões contextualizadas, deste modo, o aluno entenderá a necessidade dessa aprendizagem. Na abordagem desse tema, serão necessários doze tempos de aula, distribuídos em 08 tempos de cinquenta minutos cada para a revisão e o desenvolvimento do conteúdo e 04 tempos de cinquenta minutos cada, para avaliação da aprendizagem.

TEORIA

Pares ordenados

Muitas vezes, para localizar um ponto num plano, utilizamos dois números racionais, numa certa ordem. Denominamos esses números de **par ordenado**. Exemplos:





Assim:

Indicamos por (*x*, *y*) o par ordenado formado pelos elementos *x* e *y*, onde *x* é o 1º elemento e *y* é o 2º elemento.

- Observações

1. De um modo geral, sendo *x* e *y* dois números racionais quaisquer, temos: $(x, y) \neq (y, x)$.

   Exemplos: (1,3) ≠ (3,1)

2. Dois pares ordenados (*x*, *y*) e (*r*, *s*) são iguais somente se *x* = *r* e *y* = *s*.

- **Representação gráfica de um Par Ordenado**

Podemos representar um par ordenado através de um ponto em um plano. Esse ponto é chamado de **imagem** do par ordenado.

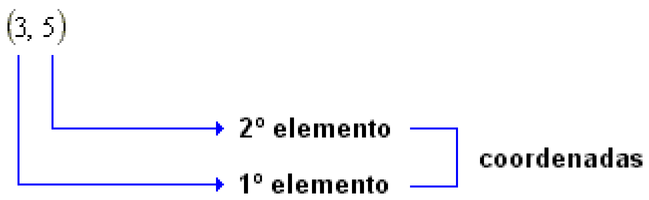
- **Coordenadas Cartesianas**

Os números do par ordenados são chamados **coordenadas cartesianas.**

Exemplo:

A (3, 5) ==> 3 e 5 são as coordenadas do ponto *A*.

Denominamos de **abscissa** o 1º número do par ordenado, e **ordenada**, o 2º número desse par. Assim:



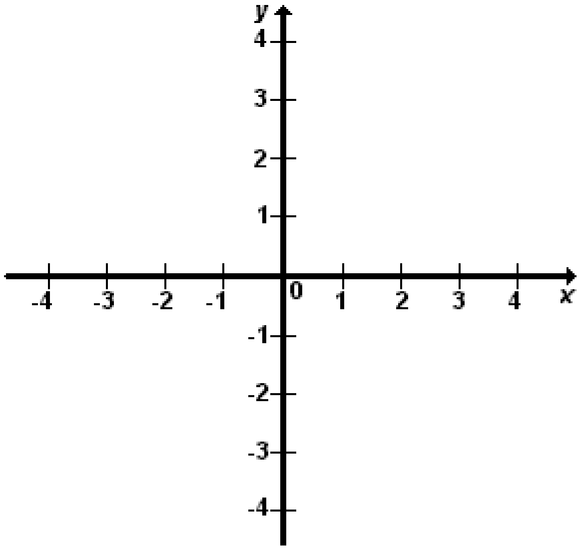
- **Plano Cartesiano**

Representamos um par ordenado em um plano cartesiano.

Esse plano é formado por duas retas, *x* e *y*, perpendiculares entre si.

A reta horizontal é o eixo das abscissas (eixo *x*). A reta vertical é o eixo das ordenadas (eixo *y*).

O ponto comum dessas duas retas é denominado **origem**, que corresponde ao par ordenado (0, 0).



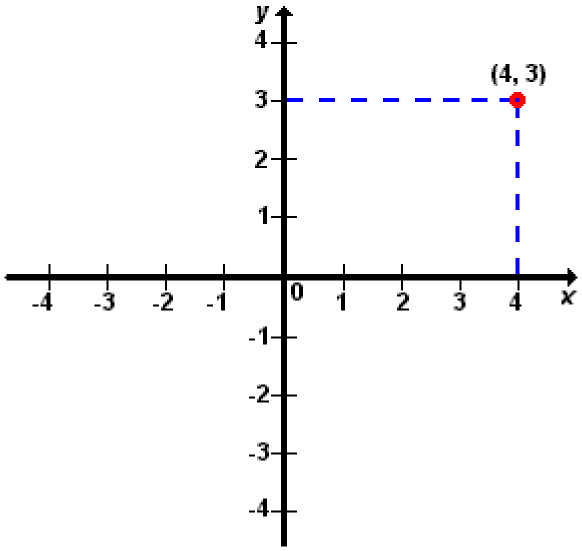
- **Localização de um Ponto**

Para localizar um ponto num plano cartesiano, utilizamos a seqüência prática:

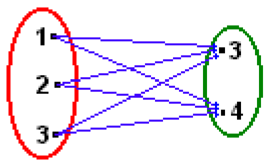
- O 1º número do par ordenado deve ser localizado no eixo das abscissas.
- O 2º número do par ordenado deve ser localizado no eixo das ordenadas.
- No encontro das perpendiculares aos eixos *x* e *y*, por esses pontos, determinamos o ponto procurado.

Exemplo:

Localize o ponto (4, 3).



- **Produto Cartesiano**

Sejam os conjuntos *A* = {1, 2, 3} e *B* = {3, 4}. Com auxílio do diagrama de flechas ao lado formaremos o conjunto de todos os pares ordenados em que o 1º elemento pertença ao conjunto *A* e o 2º pertença ao conjunto *B*.	

Assim, obtemos o conjunto: {(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)}. Esse conjunto é denominado **produto cartesiano de *A* por *B***, e é indicado por:

$x \in A \quad e \quad y \in B.$

Logo:

Dados dois conjuntos *A* e *B*, não-vazios, denominamos produtos cartesiano *A* x *B* o conjunto de todos os pares ordenados (*x*, *y*) onde $x \in A \quad e \quad y \in B.$

$$\boxed{A \times B = \{(x,\ y) \mid\ x \in A \quad \text{e} \quad y \in B\}}$$

Funções

- **Função polinomial do 1°grau**

Para a confecção de apostilas uma gráfica cobra um valor de **R$ 5,00** referentes ao custo da capa, contra-capa e da encadernação, mais um valor de **R$ 0,50** para cada página da apostila.

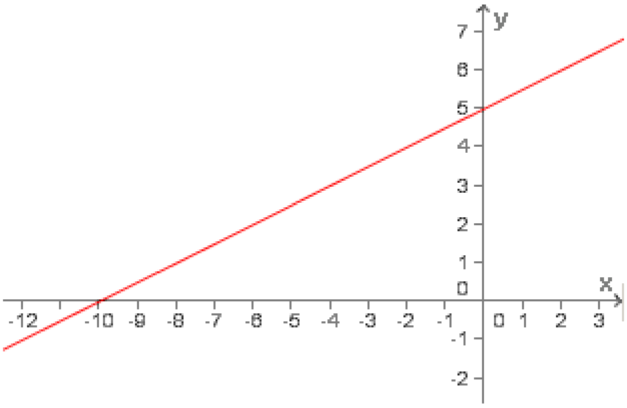
Repare que há uma relação de dependência entre duas grandezas, o **número de páginas da apostila** e o seu **custo total**.

Para cada número de páginas existe um valor único para a apostila. Estamos então diante de uma **função** que pode ser definida como:

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R},\ f(x) = 0{,}50x + 5{,}00$

Ou, se trabalharmos com números fracionários, por:

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R},\ f(x) = \frac{1}{2}x + 5$



Graficamente temos a seguinte **representação da função no plano cartesiano**:

Toda função $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ na forma $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$ ($a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}$) é denominada **função afim**, ou **função polinomial do 1° grau**. Como sabemos, o polinômio **ax + b** é um **polinômio do primeiro grau** na variável **x**.

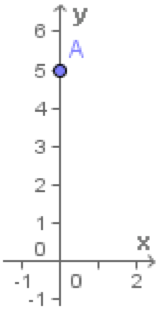
Como podemos observar o gráfico desta função é formado por uma **reta**. Toda **função afim** é representada no **plano cartesiano** por uma **reta** não paralela ao **eixo x**, ou **eixo das abscissas**.

Normalmente **f(x)** é representado pela letra **y**, como no caso deste gráfico. Então a função também pode ser definida por:

$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R},\ y = \frac{1}{2}x + 5$

- **Representação Gráfica de uma Função Afim**

Para montarmos o gráfico de uma **função polinomial do 1° grau** basta conhecermos dois **pares ordenados** cujo primeiro elemento pertence ao **domínio da função** e o segundo pertence à sua **imagem**.



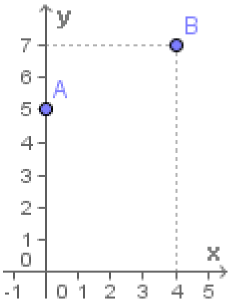
Para o primeiro **par ordenado** vamos escolher aquele onde **x = 0**. Substituindo **x** por **0** na **regra de associação** ou **lei de formação** da função, temos:

$$y = \frac{1}{2}x + 5 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 5 \Rightarrow y = 5$$

Então o nosso par ordenado será **(0, 5)** representado no gráfico ao lado pelo ponto **A**:

Voltando ao problema da apostila, o ponto **(0, 5)** do gráfico da função nos indica que caso a apostila não tenha nenhuma página, o seu custo será de **R$ 5,00** referentes ao custo da capa, contra-capa e da encadernação apenas.

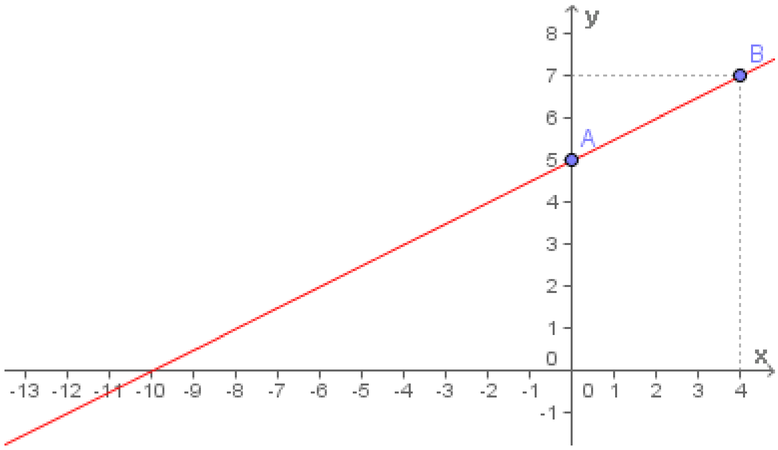
Para o outro par ordenado, arbitrariamente podemos escolher o ponto com **abscissa** igual a **4** e realizarmos os cálculos como no caso do primeiro ponto, agora trocando **x** por **4**:



Tal ponto pode ser observado neste outro gráfico, representado pelo ponto **B**:

O ponto **(4, 7)** do gráfico da função nos aponta que o custo de uma apostila com **4** páginas é de **R$ 7,00**.

Como sabemos que **o gráfico de uma função polinomial do 1° grau é uma reta**, basta traçarmos uma reta unindo tais pontos, como podemos ver no gráfico abaixo:



Observe que obtivemos o mesmo gráfico do início das explicações deste tópico. Neste exemplo partimos da **lei de formação da função**, escolhemos arbitrariamente dois pontos conhecidos e a partir deles montamos o gráfico da função.

Agora vamos obter a regra de **associação da função** a partir de quaisquer dois pontos conhecidos pertencentes à função.

- **Raiz da Função Afim**

Observe no gráfico acima que a reta da função intercepta o **<u>eixo das abscissas</u>** no ponto **(-10, 0)**. Este valor de **x = -10** que leva a **y = 0** é denominado **raiz da função** ou **zero da função**.

Sendo $y = \frac{1}{2}x + 5$ a função, para encontramos a sua raiz basta substituirmos **y** por **0** e solucionarmos a equação do primeiro grau obtida:

- **Obtendo a Lei de Formação de uma Função Afim a partir de Dois Pontos da Reta**

No gráfico acima vemos que o ponto **(0, 5)** pertence à função, então na sentença $y = ax + b$ podemos trocar **x** por **0** e **y** por **5**, quando então iremos obter que **b = 5**:

$$y = ax + b \Rightarrow 5 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 5$$

Novamente segundo o gráfico o ponto **(-10, 0)** também pertence à função e já que **b = 5** temos:

$y = ax + b \rightarrow 0 = a. (-10) + 5 \rightarrow 10a = 5 \rightarrow a = 5/10 \rightarrow a = 1/2$

Observe que substituímos **y**, **x** e **b** por **0**, **-10** e **5** respectivamente, obtendo **a = $^1/_2$**. Visto que **a = $^1/_2$** e **b = 5**, temos:

$$y = ax + b \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 5$$

Portanto a função $f{:}\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico passa pelos pontos **(- 10,0)** e **(0, 5)** é definida por:

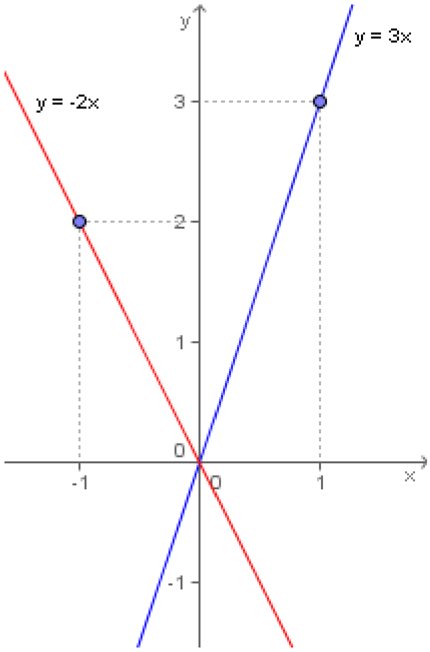
$$f{:}\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},\ f(x) = \frac{1}{2}x + 5$$

Exatamente como havíamos visto no começo da matéria. Vale ressaltar que chegaríamos à mesma definição da função, quaisquer que fossem os dois pontos distintos pertencentes a reta exemplo, que utilizássemos na realização dos cálculos.

Dentro do estudo das **funções** já vimos que toda função $f{:}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ na forma $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$ é denominada **<u>função afim</u>**. Agora vamos estudar um tipo particular de **função afim** em que o termo independente de **x** é igual a **zero**, isto é, quando $b = 0$. Neste caso particular a denominamos **função linear**.

Assim sendo, toda função $f{:}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ na forma $f(x) = ax$, com $a \neq 0$ é denominada **função linear**.

- **O Gráfico da Função Linear Passa pela Origem do Plano Cartesiano**



Uma característica das funções lineares é que o seu gráfico passa pelo ponto**(0, 0)**, a origem do **<u>sistema de coordenadas cartesianas</u>**.

Vamos analisar o gráfico ao lado contendo as funções lineares **y = 3x**, representado pela **reta em azul** e **y = -2x**, representado pela **reta em vermelho**: Ambas as funções intersectam o **eixo das abscissas** exatamente no ponto**(0, 0)**. Isto ocorre, pois o seu **coeficiente linear**, **b**, é igual a **zero**.

É o valor do coeficiente **b** que determina a **ordenada** (**y**) do ponto com **abscissa** (**x**) igual a **zero**.

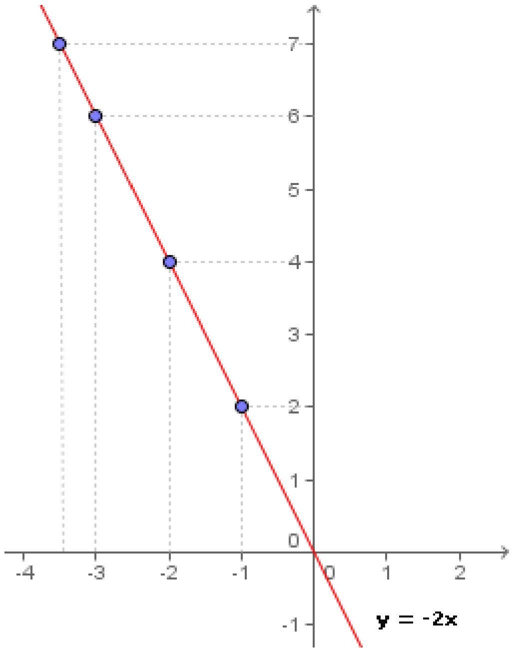
Para a função **y = - x**, quando **x = -1** temos que **y = 2**, representado pelo ponto **(-1, 2)**:

$$y = -2x \Rightarrow y = -2 \cdot -1 \Rightarrow y = 2$$

Para a função **y = 3x**, quando **x = 1** temos que **y = 3**, que representamos pelo ponto **(1, 3)**:

$y = 3x \Rightarrow y = 3 \cdot 1 \Rightarrow y = 3$

- **Proporcionalidade na Função Linear**



Analisemos ao lado novamente o gráfico da função **y = -2x**, onde destacamos os pontos **(-1, 2)**, **(-2, 4)**, **(-3, 6)** e **($-^{7}/_{2}$, 7)**:

Como vimos na página sobre **grandezas proporcionais**, "duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando ao aumentarmos o valor de uma delas um certo número de vezes, o respectivo valor da outra grandeza igualmente aumenta o mesmo número de vezes. Quando diminuímos o valor de uma delas, proporcionalmente o respectivo valor da outra também diminui".

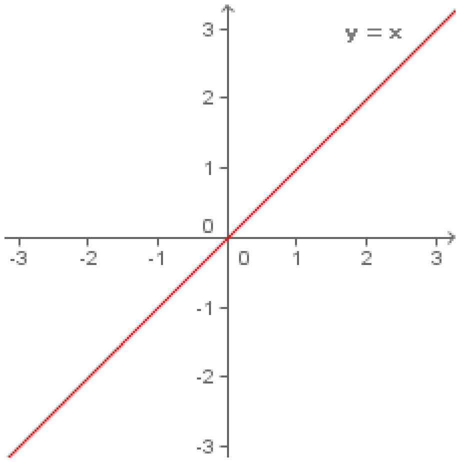
Tendo isto em mente vamos analisar os pontos **(-1, 2)** e **(-2, 4)** pertencentes a função. Observe que se multiplicarmos tanto a abscissa **-1** do primeiro ponto, quanto a sua ordenada **2** pelo mesmo valor **2**, iremos obter exatamente o ponto **(-2, 4)**.

Se tomarmos os pontos **(-1, 2)** e **($-^{7}/_{2}$, 7)** e realizarmos os mesmos procedimentos, só que agora multiplicando por **3,5**, novamente iremos obter o segundo ponto. O mesmo ocorrerá se pegarmos, por exemplo, os pontos **(-2, 4)** e **(-3, 6)**, onde a razão entras as abscissas é igual a razão das ordenadas:

$\frac{-2}{-3} = \frac{4}{6}$

Note que temos uma proporção. Isto ocorre, pois dado um ponto qualquer **(x, y)** pertencente à função, se multiplicarmos **x** e **y** por uma mesma constante **k**, iremos encontrar o ponto **(kx, ky)** que também pertence à função.
Quando aumentamos ou diminuímos **x** um número de **k** vezes, o valor de **y** será igualmente aumentado ou diminuído este mesmo número de vezes, portanto **k** é a constante de proporcionalidade.

- **Função Identidade**



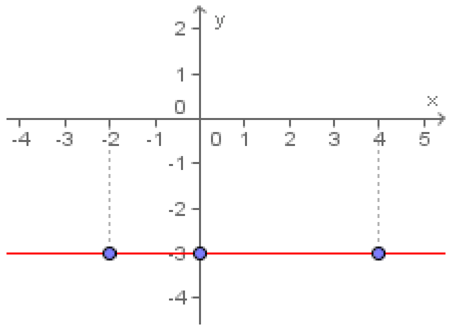
Qualquer função $f{:}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ na forma $f(x) = x$, ou seja, uma **função afim** com $a = 1$ e $b = 0$ é denominada **função identidade**.
Acima temos o gráfico da **função identidade** no **<u>sistema de coordenadas cartesianas</u>**:

Podemos observar que a **reta** que representa a **função** é formada pelas **bissetrizes** do **1°** e **3°** quadrantes.

Em uma função identidade todos os elementos do **domínio** terão como **imagem** um elemento com o mesmo valor do elemento no domínio, pois **y** sempre será igual a **x.**

Toda função $f{:}\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ na forma $f(x) = k$, com $k \in \mathbb{R}$ é denominada **função constante**.

Em uma **função constante** qualquer que seja o elemento do **domínio** eles sempre terão a mesma **imagem**, ao variarmos **x** encontramos sempre o mesmo valor **k**.



- **Gráfico da Função Constante**

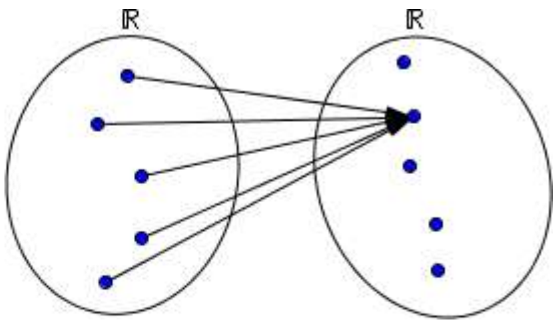
Para exemplificar vamos observar a função constante $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -3$ representada graficamente no **plano cartesiano**: Neste exemplo a constante **k** possui o valor **-3**.

Observe os pontos **(-2, -3)**, **(0, -3)** e **(4, -3)** que destacamos no gráfico da função. Em cada um destes pontos distintos temos uma **abscissa** diferente, no entanto todos os três possuem a mesma **ordenada**.

Isto vale para qualquer ponto do gráfico desta função, pois qualquer que seja o valor de **x**, o valor de **y** sempre será igual a **-3**, já que **y** não depende de **x**, pois **y** não faz parte da **lei de formação** da função, que é meramente a constante **-3**.

Assim como este gráfico é, o gráfico de qualquer função constante definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ sempre será uma **reta paralela ao eixo x**, que passa pelo ponto **(0, k)**, que neste nosso exemplo é o ponto **(0, -3)**.

- **Diagrama de Flechas da Função Constante**



Agora vamos analisar o **diagrama de flechas** desta função. O conjunto da esquerda representa o **domínio da função**, assim como o conjunto da direita representa o seu **contradomínio**.

Note que todos os elementos do **domínio** apontam para um mesmo elemento do **contradomínio**, pois independentemente do elemento do **domínio**, a **imagem** é constante, ou seja, é sempre a mesma. Todas as flechas lançadas do **conjunto de partida** acertam o mesmo elemento do **conjunto de chegada**.

PARTE I

DESENVOLVIMENTO

HABILIDADE RELACIONADA: Revisão do conceito de plano cartesiano. Localização de pontos no plano.

TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Lousa.

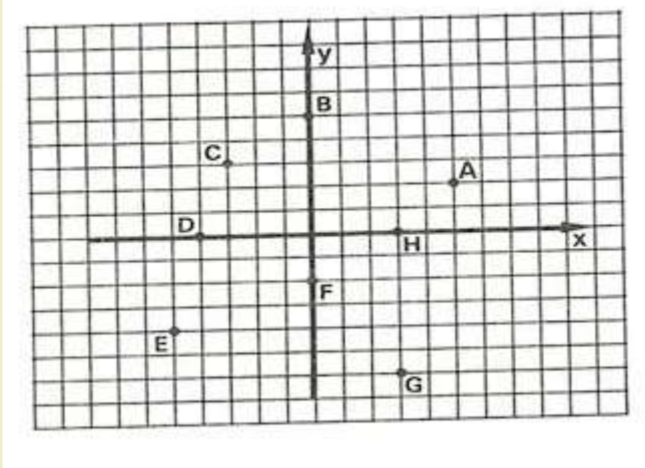
ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Fazer com que os alunos relembrem os conceitos básicos em relações à localização de pontos no plano cartesiano por meio de suas coordenadas. Servindo assim, como ponto de partida para efetuar os cálculos que futuramente serão aplicados no estudo das funções.

METODOLOGIA ADOTADA: Aula expositiva.

EXERCICIOS

1) Dê as coordenadas de cada ponto do plano cartesiano:



2) Represente os planos cartesiano, os pontos:

- A (3,4)
- B (4,3)
- C (-4,1)
- D (-2,5)
- E (-3,-4)
- F (-2,-1)
- G (3,-2)
- H (4,-1)
- I (5,2)
- J (-1,-2)
- L (-3,1)
- M (5,-1)

3) No exercício anterior:

a) Quais os pontos que pertencem ao 1º quadrante?

b) Quais os pontos que pertencem ao 2º quadrante?

c) Quais os pontos que pertencem ao 3º quadrante?

d) Quais os pontos que pertencem ao 4º quadrante?

4) Represente no plano cartesiano, os pontos:

- A (5,0)
- B (1,0)
- C (-3,0)
- D (0,4)
- E (0,1)
- F (0,-4)

5) Com base no exercício anterior, determine:

a) Os pontos que pertencem ao eixo x.

b)Os pontos que pertencem ao eixo y.

PARTE II

DESENVOLVIMENTO

HABILIDADE RELACIONADA: Calcular x ou y através de uma lei estabelecida; determinar a função dado seus pontos; calcular o zero da função; determinar quando a função é crescente, decrescente ou constante; determinar o gráfico da função.

TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Lousa.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Fazer com que os alunos consigam reconhecer e estabelecer as propriedade das funções trabalhadas

METODOLOGIA ADOTADA: Aula expositiva.

EXERCÌCIOS

1)Dada a função f(x) = –2x + 3, determine f(1).

2) Dada a função f(x) = 4x + 5, determine **x** tal que f(x) = 7.

3) Escreva a função afim $f(x) = ax + b$, sabendo que:

a) f(1) = 5 e f(-3) = - 7 b) f(-1) = 7 e f(2) = 1 c) f(1) = 5 e f(-2) = - 4

4) O gráfico de uma função afim, passa pelos pontos (-2, -63) e (5, 0). Determine essa função e calcule **f(16)**.

5) Considere a função f: IR → IR definida por f(x) = 5x – 3.

a) Verifique se a função é crescente ou decrescente

b) O zero da função;

c) O ponto onde a função intersecta o eixo **y**;

d) O gráfico da função;

e) Faça o estudo do sinal;

6) Determine a lei da função cuja reta intersecta os eixos em (-8, 0) e (0, 4) e verifique:

a) Se a função é crescente ou decrescente   b) A raiz da função   c) o gráfico da função   d) Calcule f(-1)

AVALIAÇÃO

OBJETIVO: Verificar o nível de aprendizagem do aluno referente ao conteúdo trabalhado.

TEMPO DE DURAÇÃO: 200 minutos.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

EXERCÍCIOS

1)Dada a função f(x) = ax + 2, determine o valor de a para que se tenha f(4) = 22.

2) O valor de um carro popular decresce linearmente com o tempo, devido ao desgaste. Sabendo-se que o preço de fábrica é R$7.500,00 e que, depois de 6 anos de uso, é R$ 1.200,00, qual seu valor após 4 anos de uso, em reais?

3) Dadas às funções **f** e **g**, construa o gráfico das funções e descubra o ponto de intersecção dessas retas:

a) f(x) = -2x + 5 e g(x) = 2x + 5 b) f(x) = 5x e g(x) = 2x – 6 c) f(x) = 4x e g(x) = -x + 3

4) Um comerciante teve uma despesa de R$230,00 na compra de certa mercadoria. Como vai vender cada unidade por R$5,00, o lucro final **L** será dado em função das **x** unidades vendidas. Responda:

a) Qual a lei dessa função **f**;

b) Para que valores de **x** têm f(x) < 0? Como podemos interpretar esse caso?

c) Para que valores de **x** haverá um lucro de R$315,00?

d) Para que valores de **x** o lucro será maior que R$280,00?

5) Dada a função afim f(x) = - 2x + 3, determine:

a) f(1) b) f(0) c) $f\left(f\left(\frac{1}{3}\right)\right)$ d) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

6) Dada a função afim f(x) = 2x + 3, determine os valores de **x** para que:

a) f(x) = 1 b) f(x) = 0 c) f(x) = $\frac{1}{3}$

7) Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$8,00 mais um custo variável de R$0,50 por unidade produzida. Sendo **x** o número de unidades produzidas:

a) escreva a lei da função que fornece o custo total de **x** peças.

b) calcule o custo para 100 peças.

8) Dadas às funções **f(x) = ax + 4** e **g(x) = bx + 1**, calcule **a** e **b** de modo que os gráficos das funções se interceptem no ponto (1, 6).

9) Seja f a função afim definida por **f(x) = – 4x + 1** e cujo gráfico é a reta **r**. Determinar a função afim **g** cuja reta correspondente passa por (1,– 1) e é paralela à reta **r**.

10) Seja $f : IR \to IR$ uma função tal que f(x + 1) = 2.f(x) – 5 e f(0) = 6. Calcule f(2).

11) Dada a função g(x) = ax + b e sabendo-se que g(3) = 5 e g(-2) = - 5.
Calcule: g(1/2).

12) Em algumas cidades, você pode alugar um carro por 154 reais por dia mais um adicional de 16 reais por km rodado. Diante dessa situação:

a) Determine a função por um dia de aluguel do carro.
b) Calcule o preço para se alugar por um dia e dirigi-lo por 200 km.

13) O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa,

denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 5,50 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,90, calcule:

a) O preço de uma corrida de 10 km.
b) A distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 19,00 pela corrida.

14) O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 3,44 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,86, calcule:

a) O preço de uma corrida de 11 km.
b) A distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,50 pela corrida.

15) Na revelação de um filme, uma óptica calcula o preço a ser cobrado usando a fórmula P = 12 + 0,65n, onde P é o preço, em reais, a ser cobrado e n o número de fotos reveladas do filme.

a) Quanto pagarei se forem reveladas 22 fotos do meu filme?
b) Se paguei a quantia de R$ 33,45 pela revelação, qual o total de fotos reveladas?

16) Dada a função f (x) = 8x + 15, calcule:

a) f(0) – f(3)
b) f(5) – f (10)
c) f(7) + f(-3)
d) f(2) + f(3)

17) Dada a função f(x) = 3x + 1, calcule:

a) f(9) – f(1)
b) f(4) – f(-2)
c) f(-5) + f(3)
d) f(2) + f(6)
e) f(10) + f (3)

18)Determine a função afim f(x) = ax + b, sabendo que f(1) = 5 e f(–3) = –7.

19) **(U. F. Viçosa-MG)** Uma função f é dada por f(x) = ax + b, em que a e b são números reais. Se f(–1) = 3 e f(1) = –1, determine o valor de f(3).

20) **(U. Católica de Salvador-BA)** Seja a função f de R em R definida por f(x) = 54x + 45, determine o valor de f(2 541) – f(2 540).

- **Descritores associados às atividades de desenvolvimento e avaliação:**

H38 – Identificar o gráfico de uma função, a partir da correspondência entre duas grandezas representadas em uma tabela.

H39 – Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.

H41 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números (padrões).

H71 – Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.

H72 – Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

Referências bibliográficas:

CORRÊA, Marlene Lima Pires & VIVEIRO, Tânia Cristina Neto G. **Manual Compacto de Matemática - Teoria e Prática.** São Paulo: Rideel, 1996.

DANTE, Luiz Roberto.**Matemática - Contexto e Aplicações - Volume Único**.São Paulo: Ática, 3ª edição,2009.

IEZZI, Gelson;DOLCE,Osvaldo;DEGENSZAJN, David& PÉRIGO, Roberto. **Matemática - volume único.**São Paulo: Atual, 4ª edição, 2007.

http://www.matematicadidatica.com.br/FuncaoAfim.aspx

http://www.matematicadidatica.com.br/FuncaoLinear.aspx

http://www.matematicadidatica.com.br/FuncaoConstante.aspx

http://exercicios.brasilescola.com/matematica/exercicios-sobre-funcao-1-o-grau.htm

http://www.somatematica.com.br/fundam/paresord.php

http://jmpgeograafia.blogspot.com.br/2011/10/produto-cartesiano.html

http://www.professorwaltertadeu.mat.br/FuncaodoprimGrau2010.doc