

FORMAÇÃO CONTINUADA

MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática – 9º ano – 4º Bimestre /2013

Plano de Trabalho - 2



Cursista – Maria Bernardete Dias Manhães Pessanha

Grupo - 02

Tutora – Bianca Coloneze

POLÍGONOS REGULARES

E ÁREA DE FIGURAS PLANAS

**“É na matemática que o artista
acha o mais abrangente espaço
para a imaginação.”**

Henry Havelock Ellis

Sumário

INTRODUÇÃO-----	04
DESENVOLVIMENTO -----	05
AVALIAÇÃO -----	25
FONTES DE PESQUISA -----	26
ANEXOS-----	27

INTRODUÇÃO

A Geometria Euclidiana estuda as figuras geométricas abstratas do plano e do espaço. No plano, a figura mais básica é o polígono. Uma definição provisória de polígono é dizer que ele é uma linha poligonal fechada sem autointerseções. Essas figuras têm inúmeras propriedades e aplicações, pois servem de base para a construção e estudo de outras figuras geométricas, do plano e do espaço, mais complexas.

O presente plano de trabalho tem por objetivo introduzir o conteúdo de Polígonos regulares e área de figuras planas.

Mostrar ao aluno que constantemente nos deparamos com situações que envolvem diversas figuras planas, desde várias obras artísticas da literatura a modelos de revestimento de pisos ou paredes, em calçamento de ruas etc.

Trabalharemos com materiais concretos prontos e confeccionaremos outros de acordo com o aprimoramento do conteúdo em questão.

O plano será desenvolvido em doze tempos de cinquenta minutos para estudo do conceito abordado e para avaliação do conteúdo ministrado. Não esquecendo que em cada aula dada, haverá um tempo para fixação do que foi aprendido.

DESENVOLVIMENTO

INTRODUÇÃO POLÍGONOS REGULARES E ÁREA DE FIGURAS PLANAS

Nosso dia-a-dia, a arte, a linha poligonal e as formas poligonais.

Quem de nós já não desenhou alguma forma com segmentos de reta na tentativa de representar algo? Como um mapa, uma pessoa, ou até mesmo um local? Quem já não fez cenário e contou histórias apenas com a ligação de segmentos (**figura 1**)? Utilizamos a linha poligonal desde cedo em nossas iniciativas de expressão com o mundo.



Figura 1: Desenho formado por linhas poligonais

Em nosso cotidiano temos a oportunidade de identificar diferentes formas geométricas planas, entre elas os polígonos. Nossos alunos já lidaram com algumas figuras planas e suas propriedades em séries anteriores, assim a introdução do conceito de polígono vem ampliar o estudo sobre formas planas. Podemos encontrar várias formas poligonais a nossa volta, por exemplo, ao olharmos revestimentos de piso podemos observar diversos polígonos formados pelos ladrilhos. Vejamos a seguir:



Figura 1: Revestimento com formato poligonal Irregular

http://www.armazemoficinas.com.br/site/images/phocagallery/ladrilhohidraulico/thumbs/phoca_thumb_LH%20009%20Ladrilho%20Hidraulico%2020x20%20cm%20Cacos%20com%20Rejunte.jpg



Figura 2: Revestimento com formato poligonal irregular

http://4.bp.blogspot.com/_7gIHas18Lmw/TK9fKJkX4jI/AAAAAAAAACK/9sHkP3tMyNk/s1600/revestimento+de+piso,+parede+e+piso+de+piscina+de+caco.JPG

A Arte Moderna também utiliza polígonos em suas construções. A maioria dos movimentos da arte modernista (construtivismo, cubismo e abstracionismo),

iniciados no final do século XIX, utilizam linhas poligonais abertas e fechadas em suas diferentes criações através de obras geométricas e não figurativas.

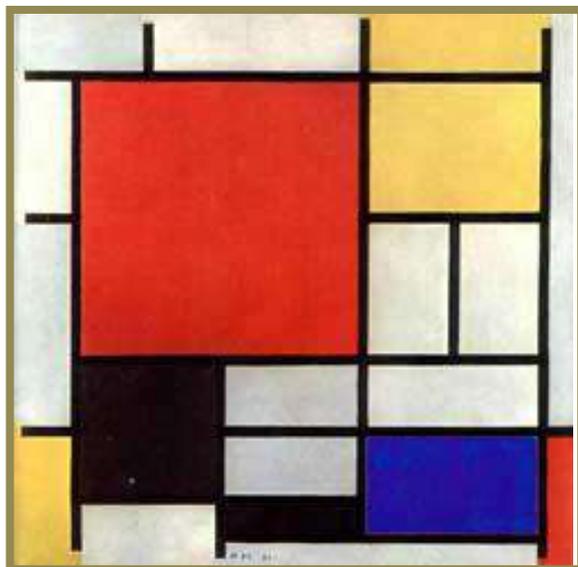


Figura 5: Mondrian



Figura 6: Picasso



Atividade:

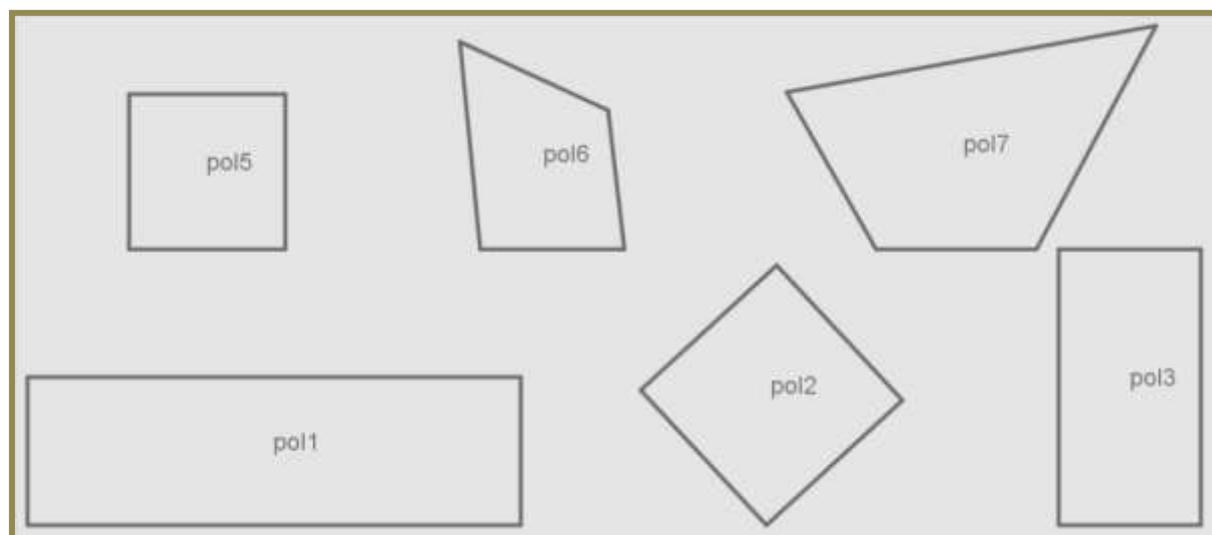
Promover um momento interdisciplinar com o professor de artes: os alunos irão criar obras artísticas (desenho livre, cada um com sua criatividade – pensei nisso baseado numa postagem da colega do grupo, no fórum 1), a partir de formas geométricas, observando os diversos polígonos utilizados.

Atividade 1

- **Habilidade Relacionada** – Definição de polígonos regulares
- **Pré –requisitos** - Conceito de polígonos, elementos de um polígono, classificação de polígonos quanto à quantidade de lados ou de vértices.
- **Tempo de duração** - 100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados** – Folha de atividade, polígonos confeccionados com palitos e bailarinas.
- **Organização da turma** – Turma organizada em grupos de 3, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **Objetivos** – Apresentar o conceito de polígono regular.
- **Metodologia adotada** – Manuseio de material concreto
- **Descritores Associados** :
 - H06 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e/ou pelos tipos de ângulos.

Para a realização dessa atividade, serão confeccionados pelos grupos polígonos com palitos de picolés e bailarinas para fixar suas extremidades.

1. Observe as figuras a seguir.



Elas possuem algo em comum?

O quê? _____

Troque ideias com seus colegas e veja se vocês chegaram às mesmas conclusões.

2. Você e seus colegas devem ter percebido que todos os polígonos possuem quatro lados. Por isso, são chamados de **quadriláteros**.

3. Agora em trio, construa polígonos feitos de palitos. Observe os polígonos e nomeie-os de acordo com a quantidade de lados (triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono).

4. Para cada um dos polígonos, é correto afirmar que os lados possuem a mesma medida? Se necessário, utilize uma régua para medir os lados. Mas esteja atento! Não estamos interessados no tamanho dos lados, apenas queremos saber se todos os lados são do mesmo tamanho.

5. Pegue o triângulo e tente “deformá-lo”, sem desmontá-lo ou destruí-lo. E aí conseguiu? Agora tente fazer o mesmo com o outro polígono. E agora, conseguiu?

6. O triângulo é uma figura rígida, ou seja, não conseguimos deformá-lo. Por isso, usamos triângulos na construção civil para garantir a estabilidade: você já reparou no portão de algumas casas ou de algumas escolas? Certamente ele tem uma ripa na diagonal! Qual a função dessa diagonal?

Outros polígonos não têm essa propriedade e, por isso, podem ser deformados.

7. Meça os ângulos internos do triângulo. Se preferir, pegue uma folha de papel sem linhas e desenhe o triângulo, passando o lápis pela borda interna do triângulo formado por palitos. Feito isso, utilize o transferidor para medir os ângulos internos.

8. Você deve ter percebido que, no caso dos triângulos equiláteros, dado um tamanho de lado, temos um único triângulo possível de ser formado e que seus ângulos internos medem 60° .

9. Pegue agora o outro polígono. Você já constatou que todos os lados possuem a mesma medida, certo?

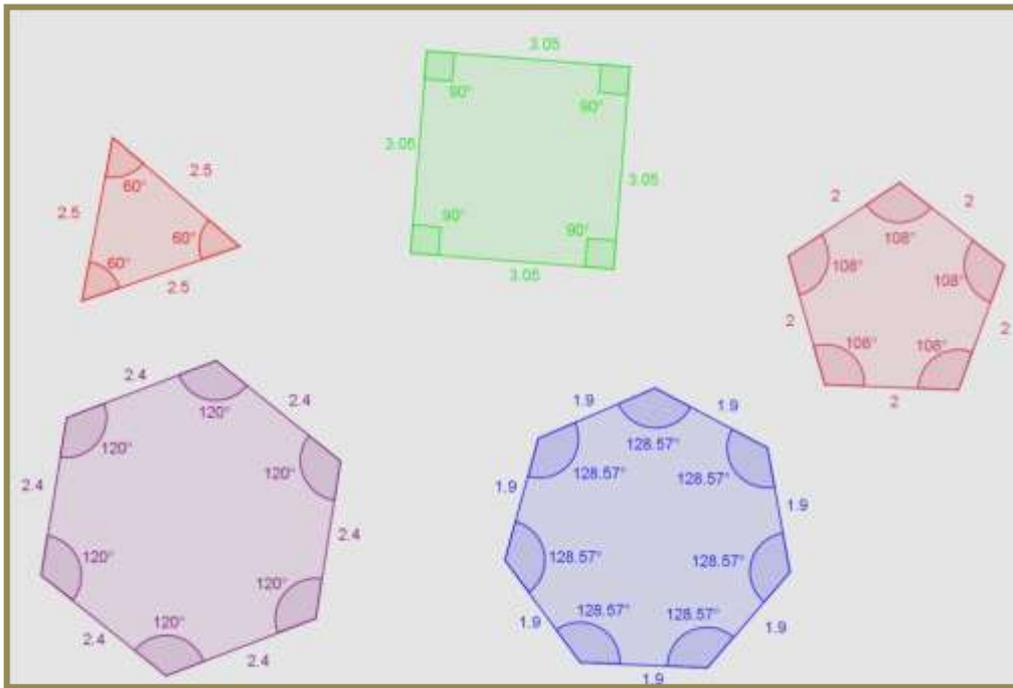
Podemos afirmar o mesmo a respeito dos ângulos internos?

Dica: deforme o polígono e veja o que acontece com os ângulos internos.

10. Você já deve ter percebido que, no caso do outro polígono, dado um tamanho de lado, podemos formar vários polígonos. Será que existe uma deformação que gera um polígono com todos os ângulos internos com exatamente a mesma medida?

11. Os polígonos que, além de possuírem a mesma medida dos lados, também possuírem a mesma medida dos ângulos internos, são chamados de **polígonos regulares**.

12. A seguir você vê cinco polígonos representados. Para cada um deles, estão indicadas as medidas dos lados (numa determinada unidade de medida) e as medidas dos ângulos internos. Observe-os.



E aí? Eles possuem algo em comum? _____. O quê? _____.
 O que seus colegas perceberam? _____. Tentem chegar a uma conclusão.

13. Você deve ter observado que os polígonos são todos regulares, uma vez que cada um possui a mesma medida dos lados e a mesma medida dos ângulos internos.

O triângulo é chamado de **triângulo equilátero** ou **equiângulo**.

O quadrilátero é chamado de quadrado.

O pentágono, de **pentágono regular**.

O hexágono, de **hexágono regular**.

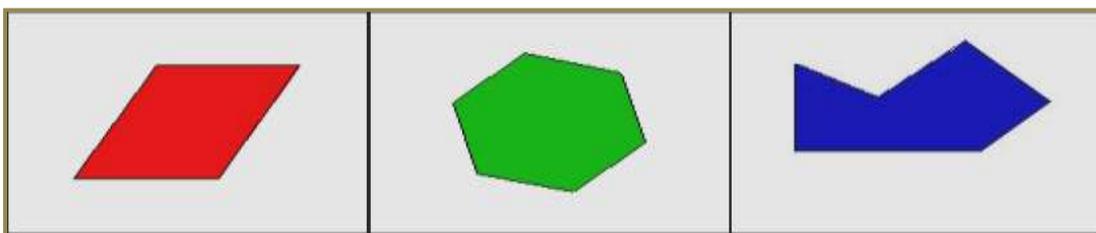
O heptágono, de **heptágono regular**.

É importante que os alunos percebam que cada um dos polígonos regulares tem todos os lados com a mesma medida e todos os ângulos internos também com medidas iguais.

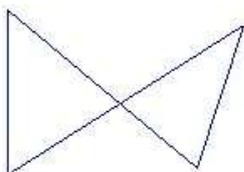
Terminamos essa atividade, apresentando a definição de polígono regular e alguns dos polígonos regulares.

Definição de Polígono

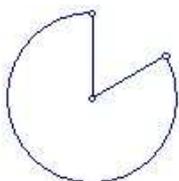
Figura plana limitada por segmentos de reta, chamados lados dos polígonos onde cada segmento de reta, intersecta exatamente dois outros extremos; se os lados forem todos iguais e os ângulos internos também, o polígono diz-se regular.



Exemplos de alguns não polígonos:



Visto que os seus lados não interceptam exatamente dois lados de cada um.

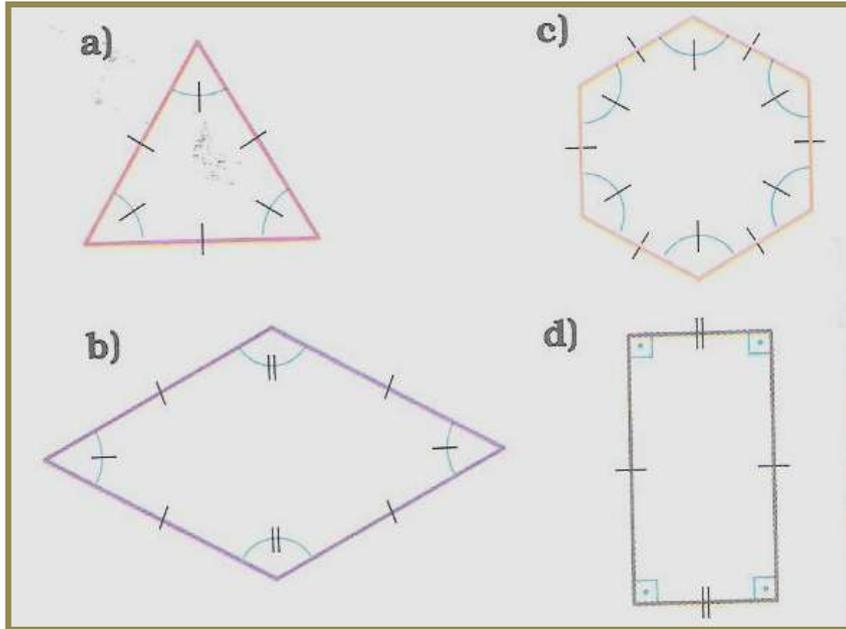


Pois não é feita de segmentos de reta.



Pois não é uma figura fechada.

1- Indique o(s) item(s) que não representa(m) polígonos regulares e justifique sua resposta.



CURIOSIDADES:



Descobrimos...



- Se você pintar qualquer das faces de um dado e carimbar numa folha, descobrirá que o quadrado é a forma geométrica encontrada.
- O triângulo é a forma geométrica de três das quatro faces das Pirâmides do Egito?
- O hexágono regular é a forma geométrica das faces de algumas bolas de futebol e também das colméias das abelhas?



Atividade 2

- **Habilidade Relacionada** – Cálculo da soma dos ângulos internos de polígonos regulares
- **Pré –requisitos** - Polígonos, elementos dos polígonos, soma dos ângulos internos de um triângulo.
- **Tempo de duração** - 100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados** – folha de atividades, papel, régua, lápis, transferidor.
- **Organização da turma** – Em duplas, proporcionando trabalho organizado e colaborativo.
- **Objetivos** - Determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo e a medida de cada um desses ângulos.
- **Metodologia adotada** – Manuseio de material concreto.
- **Descritores Associados:**
 - H06- Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e/ou pelos tipos de ângulos.

Uma atividade simples que pode ser realizada em sala rapidamente para mostrar ao aluno que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° é a que ilustramos a seguir.



De posse dessa informação, incentive que os alunos percebam que para cada triângulo, temos e, portanto, a soma dos ângulos internos do quadrilátero vale 360° .

1. E o pentágono? Qual é a soma dos seus ângulos internos?

Para o pentágono, os alunos devem perceber que como ele é dividido em três triângulos, a soma dos ângulos internos é igual a 540° .

1. Preencha a tabela a seguir. Não deixe de trocar ideias com seus colegas!

Polígono	Quantidade de lados	Quantidade de triângulos formados	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3	1	180°
Quadrilátero			
Pentágono		3	
Hexágono			
Heptágono	7		
Octógono		6	
:	:	:	:
Decágono			
:	:	:	:
n-ágono	n	n - 2	

COMO FICAM AS CONTAS?

ASSIM:

Polígono	Quantidade de lados	Quantidade de triângulos formados	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3	1	180°
Quadrilátero	4	2	$(4 - 2) \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ$ $= 360^\circ$
Pentágono	5	3	$(5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ$ $= 540^\circ$
Hexágono	6	4	$(6 - 2) \cdot 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ$ $= 720^\circ$
Heptágono	7	5	$(7 - 2) \cdot 180^\circ = 5 \cdot 180^\circ$ $= 900^\circ$
Octógono	8	6	$(8 - 2) \cdot 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ$ $= 1080^\circ$
⋮	⋮	⋮	⋮
Decágono	10	8	$(10 - 2) \cdot 180^\circ = 8 \cdot 180^\circ$ $= 1440^\circ$
⋮	⋮	⋮	⋮
n-ágono	n	n - 2	$(n - 2) \cdot 180^\circ$

3. Você lembra o que caracteriza um polígono regular?

4. Agora é a hora de pensar!

Se o polígono regular tem todos os ângulos internos com a mesma medida e sabemos qual é medida da soma de todos os ângulos, como é possível calcular a medida de um dos ângulos internos?

5. Preencha a tabela a seguir.

Polígono Regular	Quantidade de lados	Soma dos ângulos internos	Medida do ângulo interno
Triângulo Equilátero	3	180°	$\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
Quadrado			
Pentágono			
Hexágono	6		
Heptágono			
Octógono	8		
⋮	⋮	⋮	⋮
Decágono	10		
⋮	⋮	⋮	⋮
n-ágono	n		

É muito importante que os alunos entendam o processo. Por isso, incentive-os a pensarem e a trocarem ideias entre si. Recomendamos fortemente que você conduza a discussão para que os alunos entendam como chegamos aos valores, nesse caso, muito mais do que saber que um decágono tem a soma dos ângulos internos igual a 1440° e ângulos internos medindo 144°, seus alunos devem

saber como chegar a esses valores! Faça isso e verá o resultado desse trabalho na aprendizagem deles!

A tabela preenchida está indicada a seguir.

Polígono Regular	Quantidade de lados	Soma dos ângulos internos	Medida do ângulo interno
Triângulo Equilátero	3	180°	$\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
Quadrado	4	360°	$\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$
Pentágono	5	540°	$\frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$
Hexágono	6	720°	$\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$
Heptágono	7	900°	$\frac{900^\circ}{7} \sim 128,57^\circ$
Octógono	8	1080°	$\frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ$
⋮	⋮	⋮	⋮
Decágono	10	1440°	$\frac{1440^\circ}{10} = 144^\circ$
⋮	⋮	⋮	⋮
n-ágono	n	$(n - 2) \cdot 180^\circ$	$\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$

Atividade 3

- **Habilidade Relacionada** – Cálculo de áreas e perímetros de figuras planas.
- **Pré –requisitos** – Conceito de medida e unidade de medida.
- **Tempo de duração** - 100 minutos
- **Recursos Educacionais Utilizados** - Folha de atividades, papel quadriculado e lápis.
- **Organização da turma** – Turma disposta em pequenos grupos (3 ou 4 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **Objetivos** - Apresentar ao aluno a diferença conceitual entre perímetro e área de uma figura plana, chamando a atenção para a independência dessas grandezas.
- **Metodologia adotada** – Manuseio do material concreto.
- **Descritores Associados:**
 - H23 - Resolver problemas envolvendo a noção de perímetro de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.
 - H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.

Esta atividade busca deixar claro para o aluno a diferença conceitual entre área e perímetro de uma figura plana, proporcionando a observação da independência entre as suas variações.

1. Pegue uma folha de papel quadriculado, desenhe e pinte três retângulos diferentes, de maneira que cada um deles contenha 24 quadradinhos inteiros. Observe se os retângulos desenhados pelos seus colegas são iguais aos seus.
2. Considere como unidade de perímetro (u.c.) o lado de um quadradinho desta folha e, como unidade de área (u.a.), a área de um quadradinho. Preencha a tabela com as áreas e os perímetros de cada retângulo desenhado anteriormente.

	Área (u.a.)	Perímetro (u.c.)
Retângulo 1		
Retângulo 2		
Retângulo 3		

Neste momento o aluno deve perceber que os 24 quadradinhos representam a área dos três retângulos desenhados por ele, mas que os perímetros são diferentes. É importante que os alunos identifiquem perímetro como sendo a medida do contorno de uma figura plana, portanto, como medida de comprimento, e área como medida da superfície limitada pela figura plana.

3. Desenhe e pinte no papel quadriculado três figuras quaisquer que possuam área 12 u.a. e preencha a tabela com seus perímetros.

	Área (u.a.)	Perímetro (u.c.)
Figura 1	12	
Figura 2	12	
Figura 3	12	

4. Comparando as tabelas preenchidas nos itens b e c, o que você pode observar com relação à área das figuras e dos retângulos desenhados? E com relação aos perímetros? Discuta sobre isso com seus colegas.

Agora o aluno poderá observar que o mesmo acontece para quaisquer figuras planas, ou seja, pode haver duas ou mais figuras com a mesma área e perímetros diferentes.

5. Agora, desenhe e pinte três figuras quaisquer que tenham perímetro 30 u.c e descubra as suas áreas registrando esses valores na tabela abaixo.

	Área (u.a.)	Perímetro (u.c.)
Figura 1		30
Figura 2		
Figura 3		

6. Os desenhos dos seus colegas são iguais aos seus? E as áreas das figuras desenhadas por eles? Converse com seus colegas o que vocês podem concluir a partir disso. _____

7. A partir das discussões anteriores, você saberia dizer se dada uma das medidas (área ou perímetro) é possível determinar a outra? Pergunte o que seus colegas pensam sobre isso e troquem opiniões.

VAMOS REFLETIR!!!

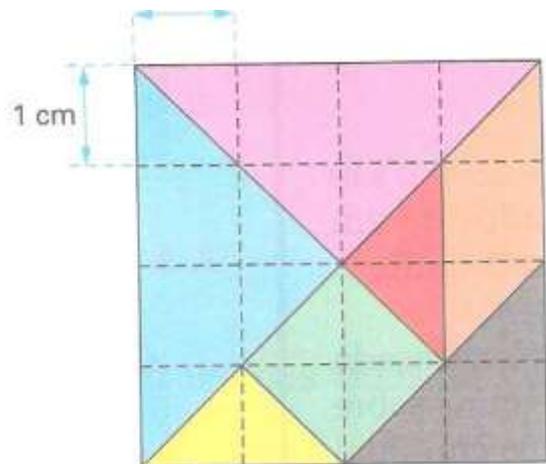
Fazer uso das diversas figuras desenhadas pelos alunos para mostrar que dada uma área é possível desenhar diversas figuras e com perímetros diferentes. O mesmo acontece se for dada a medida do perímetro, uma diversidade de figuras poderá ser desenhada e todas possuírem áreas diferentes.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

As atividades a seguir foram aplicadas em dupla. Foi distribuída para as duplas folhas com a malha quadriculada.

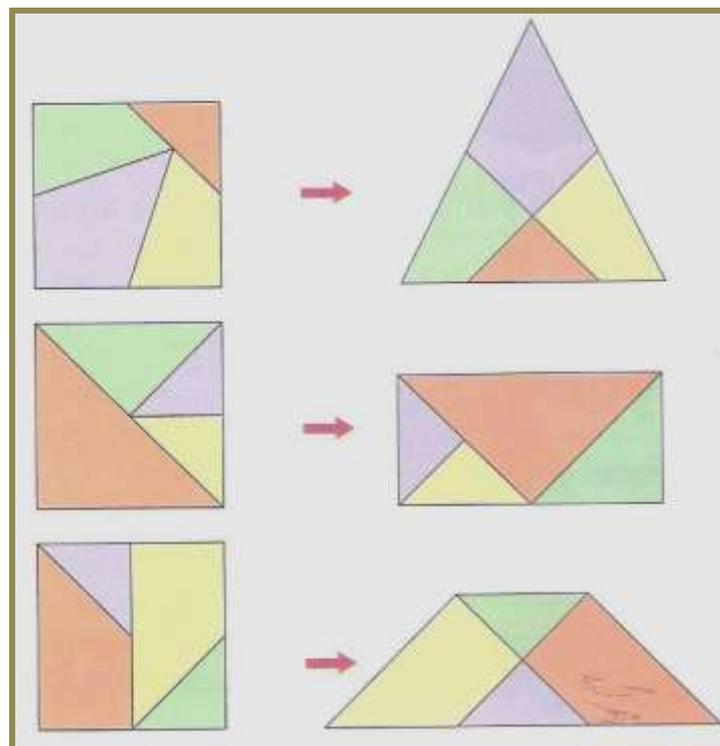
No esquema do Tangram cada  representa 1cm^2 . Calcule em centímetros quadrados, a área do:

- a) Triângulo maior _____
- b) Triângulo médio _____
- c) Paralelogramo _____
- d) Quadrado _____
- e) Triângulo menor _____



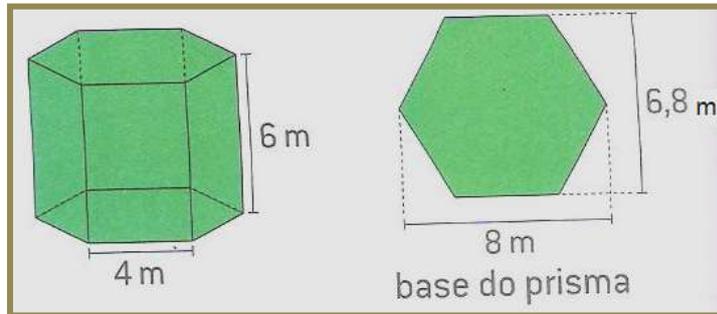
Você já conhece o Tangram e as áreas das figuras planas. Então se junte ao seu colega e responda:

O triângulo, o retângulo e o trapézio apresentados nas imagens abaixo foram obtidos a partir dos quadrados com dimensões iguais.



Os polígonos acima possuem áreas iguais ou diferentes? Por quê?

A figura abaixo é um prisma reto, cujas bases são hexágonos regulares.



De acordo com as medidas indicadas, determine a área total da superfície deste prisma. _____

ATIVIDADE AVALIADA _ Extra classe – (fazer em casa)

Colégio Estadual Benta Pereira.

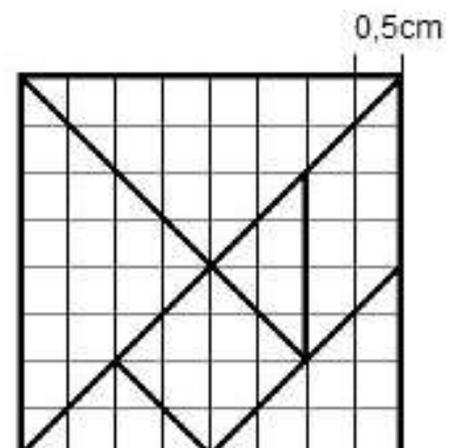
Nome: _____ n° _____

Professora: Bernadete 9º ano _ Turma: 901

Atividades de Matemática

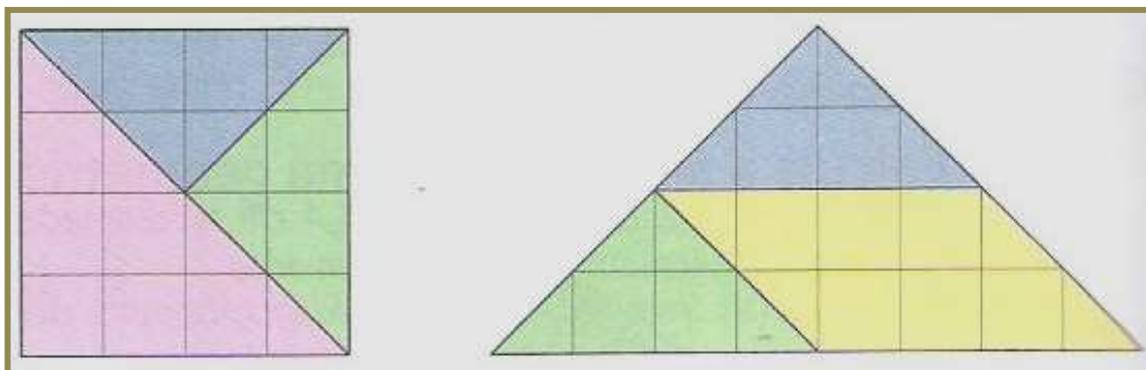
1-Você já sabe que o Tangram é um quebra-cabeça chinês de origem milenar composto de 7 peças: 2 triângulos grandes, 1 triângulo médio, 2 triângulos pequenos, 1 paralelogramo e 1 quadrado.

Utilizando a malha quadriculada, é possível construir um Tangram como o representado abaixo.



Com as peças desse Tangram foram formados o quadrado e o triângulo abaixo.

Só que para ficar mais bonito e destacar bem as peças eles foram coloridos.



Agora, construa um Tangram utilizando uma malha com quadradinhos de 1cm de lado de modo que ele tenha 64cm^2 de área. Com as peças deste Tangram, construa os polígonos indicados abaixo.

Dica - Construa um Tangram e tire Xerox em quantidade suficiente para a atividade.

Após não se esqueça de colorir as suas peças.

a) Um paralelogramo com 16cm^2 de área. b) Um trapézio com 12cm^2 de área.

c) Um pentágono com 48cm^2 de área. d) Um quadrado e um triângulo com 32cm^2 de área.

VAMOS TREINAR!!!!

- Em anexo

Uma parte feita em aula, o restante terminaram em casa.

AVALIAÇÃO

A avaliação é um processo contínuo e diário, com o objetivo de analisar se o aluno está desenvolvendo as competências e habilidades necessárias em relação ao conteúdo ministrado. E também a professora avalia se é necessário fazer ajustes.

A avaliação será feita todos os dias, individual ou em pequenos grupos, para que os alunos possam discutir entre si os seus resultados, avaliando o aproveitamento e sanando as dúvidas da seguinte forma:

- ✓ Atividades em sala.
- ✓ Lista de exercícios envolvendo aplicações do assunto no cotidiano.
- ✓ Durante as aulas observando o interesse e a participação do aluno.
- ✓ As atividades aplicadas em dupla.
- ✓ Exercícios de fixação
- ✓ Questões do saerj, saerjinho e do material pedagógico fornecido pela Conexão Professor.
- ✓ Atividades para casa.

Observação: (todas as tarefas citadas acima estão contidas no desenvolvimento do PT)

Referências Bibliográficas

Roteiros de Ação: 1, 2 e 3 – Polígonos Regulares e Área de Figuras Planas – Curso de Formação Continuada oferecido pelo CEDERJ/CECIEJ, em parceria com a SEEDUC – 4º bimestre.

[HTTP://projeto.seeduc.cecierj.edu.br/](http://projeto.seeduc.cecierj.edu.br/) acessado em 05/11/2013

JR, José Ruy Giovanni e CASTRUCCI, Benedito. A CONQUISTA DA MATEMÁTICA, 9º Ano - Ed. FTD - São Paulo, 2009.

RIBEIRO, Jackson. Projeto Radix - Raiz do Conhecimento, 8º ano -Ed. Scipione- São Paulo, 2009.

Endereços eletrônicos acessados de 05/11/2013 a 15/11/2013

<<http://www.slideshare.net/FAMSilva/objeto-de-aprendizagem-polgonos-regulares#btnNext>>

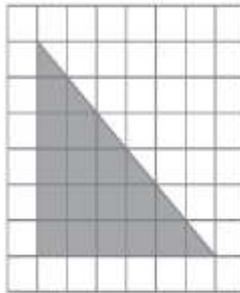
<http://www.dm.ufscar.br/dm/attachments/article/5/TCC_2011_Eriem_Cortez_Marques.pdf>

<<http://polareas.blogspot.com.br/2008/12/permetros-de-algumas-figuras-planas.htm>>

ANEXOS

Questões do Saerj, Saerjinho e Material Pedagógico

(PAMA06016AC.1) Observe a figura desenhada na malha quadriculada abaixo.



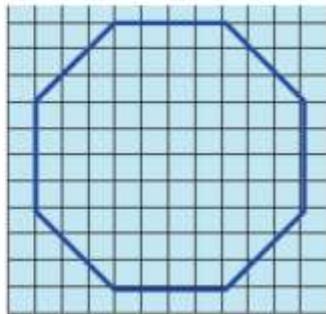
Tomando como unidade de medida o quadradinho da malha, a área da figura é igual a

- A) 36 unidades.
- B) 30 unidades.
- C) 18 unidades.
- D) 15 unidades.

(M08020SI) O piso de um quarto tem a forma de um quadrado, cujo lado mede 3 m. Esse piso foi recoberto com tacos medindo 0,10 m por 0,30 m. Quantos tacos contém o piso desse quarto?

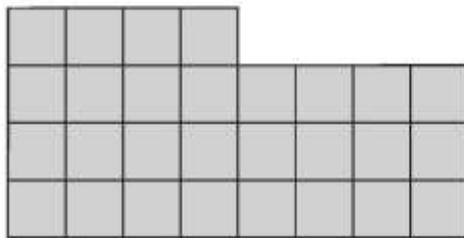
- A) 100
- B) 300
- C) 400
- D) 540

- Em uma aula sobre polígonos regulares, a professora Marta explicava para seus alunos como calcular o ângulo interno de polígonos regulares. Gustavo, que é um aluno muito esperto, pensou no octógono com todos os lados iguais em uma malha quadrangular, conforme ilustrado abaixo.



Rapidamente, conseguiu determinar o ângulo interno do octógono angular. Determine a medida desse ângulo.

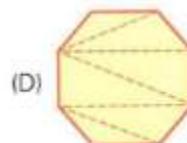
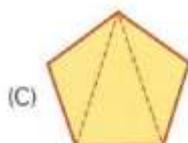
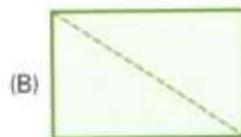
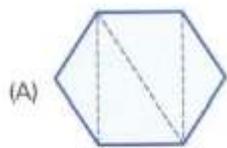
(M0812551) A figura a seguir representa o piso de uma sala.



O lado de cada quadradinho corresponde a 1 m. A área dessa sala é:

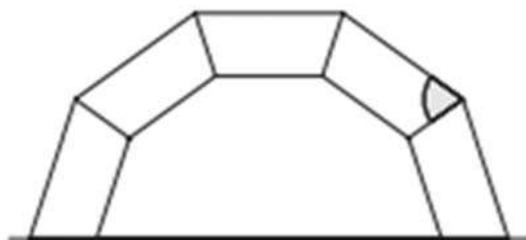
- A) 21 m^2
- B) 25 m^2
- C) 26 m^2
- D) 28 m^2

- Todos os polígonos abaixo foram montados com triângulos. Dessa forma, aquele cuja soma das medidas dos ângulos internos é igual a 540° é:



6-(Banco de Questões da OBMEP) A figura é formada por 5 trapézios isósceles iguais. Qual é a medida do ângulo indicado?

- A) 72°
- B) 74°
- C) 76°
- D) 78°
- E) 80°



7-(Banco de Questões da OBMEP) Na figura o retângulo ABCD tem área 40 cm^2 . Os pontos P, Q, R e S são pontos médios dos lados do retângulo e T está no segmento RS. Qual é a área do triângulo PQT?

- A) 10 cm^2
- B) 12 cm^2
- C) 14 cm^2
- D) 16 cm^2
- E) 18 cm^2

