

Volume 2 • Módulo 1 • Matemática • Unidade 6

Proporcionalidade e semelhança de polígonos

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela Barbosa, Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenação), Luciane de Paiva Moura Coutinho.

Introdução

A unidade 6 do material do aluno começa com uma conversa sobre uma receita simples de preparação de um refresco de fruta a partir de um suco concentrado. Dá-se, então, a introdução ao assunto proporcionalidade e semelhança de polígonos.

Com o intuito de ampliar as possibilidades de exploração do tema em suas aulas, preparamos para você, professor, um material complementar. A idéia é enriquecer a abordagem dos objetivos do módulo do aluno, que são os seguintes:

- Identificar uma proporção;
- Resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais;
- Resolver problemas que envolvam aplicações do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras;

A nossa sugestão é que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora, para isso, trazemos duas propostas. Em Número de Ouro os alunos deverão verificar se o número de ouro está presente ou não nas figuras sugeridas com auxílio de algumas ferramentas oferecidas por um software. Já em Bife na Chapa, os alunos ouvirão um áudio onde um jovem utiliza a Matemática para garantir o emprego de auxiliar de cozinha.

Para as aulas seguintes, trazemos algumas sugestões de atividades referentes às seções do material do aluno. Para a Seção 1, que fala sobre Razões e Proporções, apresentamos a atividade A Matemática das plantas de casas e mapas, onde os alunos farão uma atividade envolvendo as escalas de plantas de casas e mapas.

Já para a Seção 3, temos a atividade A construção, em que os alunos assistirão a uma animação on line e, em seguida, serão convidados a resolver problemas utilizando proporcionalidade e regra de três. Temos também a atividade Exercícios on Line, em que os alunos deverão resolver problemas propostos on line utilizando regra de três simples.

Para a Seção 4, trazemos várias atividades. Em Medindo sem se molhar, os alunos utilizarão os conhecimentos de semelhança de triângulos para resolver um problema que envolve medidas indiretas. Em Uma aplicação do Teorema de Thales, os alunos poderão se familiarizar com os principais conceitos relacionados ao Teorema de Thales. Na atividade Quebra-cabeça de Pitágoras, os alunos terão a oportunidade de deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da montagem de um quebra-cabeça, ao passo que na atividade Deduzindo as relações métricas num triângulo retângulo, poderão vivenciar uma problematização das relações métricas de um triângulo retângulo.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro deve ser dedicado a uma revisão geral do estudo realizado, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. O segundo momento deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

A descrição e o detalhamento das atividades que sugerimos estão nas tabelas e nos textos a seguir.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	1	6	4 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Proporcionalidade e semelhança de polígonos	Proporcionalidade e semelhança de polígonos
Objetivos da unidade	
Identificar uma proporção	
Resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais	
Resolver problemas que envolvam aplicações do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	237 e 238
Seção 1 – Razões e proporções	239 a 242
Seção 2 – Ajustando as unidades de medida ao contexto: múltiplos submúltiplos	242 a 243
Seção 3 – Razão entre as medidas de duas grandezas	244 a 250
Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria - Teorema de Tales e triângulos semelhantes	251 a 261
Resumo	262
Veja ainda	262
O que perguntam por aí?	271

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Folha de atividades

Atividades que requerem a reprodução e distribuição de folhas de atividades disponíveis neste material para que possam ser aplicadas conforme planejadas.



Ferramentas



Atividade que requer o uso de algum recurso tecnológico em sala ou laboratório, como o computador ou material concreto, para sua execução



Avaliação

Sugestão de um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões tanto objetiva como dissertativas..


Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Número de Ouro	Computadores com acesso à internet	Os alunos deverão verificar se o número de ouro está presente nas figuras sugeridas com auxílio de algumas ferramentas oferecidas pelo software disponível em http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-paintings-br.html .	As atividades podem ser realizadas em duplas ou conforme a disponibilidade de computadores do laboratório de informática.	40 minutos
	Bife na Chapa	Computador com som e acesso à internet	Alunos ouvirão um áudio disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1302 , onde um jovem utiliza Matemática para garantir o emprego de auxiliar de cozinha	Grupos de 3 ou 4 alunos.	40 minutos

Seção 1 – Razões e proporções

Páginas no material do aluno


239 a 242

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A Matemática das plantas de casas e mapas.	Computador com acesso à internet.	Os alunos farão uma atividade envolvendo as escalas de plantas de casas e mapas.	Duplas	40 minutos

Seção 3 – Razão entre as medidas de duas grandezas

Páginas no material do aluno



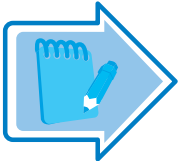
244 a 250

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A construção	Computador com acesso à internet	Os alunos assistirão a uma animação disponível em http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim_qui_aconstrucao.htm . Ao longo da animação, serão convidados a resolver problemas utilizando proporcionalidade e regra de três.	Duplas	40 minutos

Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria - Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios on line	Computador com acesso à internet	Os alunos deverão resolver problemas propostos on line utilizando regra de três simples. Os exercícios estão disponíveis em http://www.estudamos.com.br/regra_de_tres/index.php	Duplas	40 minutos
	Medindo sem se molhar	Cópias da folha de atividades, régua, esquadros	Atividade onde os alunos utilizarão os conhecimentos de semelhança de triângulos para resolver um problema que envolve medidas indiretas	Duplas.	40 minutos
	Uma aplicação do Teorema de Tales	Folhas de papel A4	A atividade propõe familiarizar os alunos com os principais conceitos relacionados ao Teorema de Tales	Duplas	40 minutos



Quebra-cabeça de Pitágoras	Uma ficha com o tabuleiro e uma ficha com peças para serem recortadas como as que seguem no DVD para cada dupla.	Atividade em que os alunos terão a oportunidade de deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da montagem de um quebra-cabeça	Duplas	40 minutos
----------------------------	--	--	--------	------------




Deduzindo as relações métricas num triângulo retângulo	Duas fichas como as que seguem no DVD para cada dupla	Atividade que propõe uma problematização das relações métricas de um triângulo retângulo	Duplas	40 minutos
--	---	--	--------	------------

Avaliação - Momento de Reflexão

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões objetivas / dissertativas, a serem escolhidas pelo professor	Individual	40 minutos

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Número de Ouro	Computadores com acesso à internet	Os alunos deverão verificar se o número de ouro está presente nas figuras sugeridas com auxílio de algumas ferramentas oferecidas pelo software disponível em http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-paintings-br.html .	As atividades podem ser realizadas em duplas ou conforme a disponibilidade de computadores do laboratório de informática.	40 minutos

Aspectos operacionais

Como a atividade sugere que cada dupla investigue pelo menos duas figuras, seria bastante interessante que todas as figuras fossem investigadas.

Esta atividade, além trabalhar a razão áurea, confirmando algumas verdades e desmistificando algumas lendas a respeito do número de ouro, apresenta uma boa oportunidade para que o aluno amplie um pouco mais seu horizonte cultural. Ele poderá conhecer ou aprofundar seus conhecimentos a respeito das obras Mona Lisa e San Gero-lamo de Leonardo da Vinci, da ilustração O Homem Vitruviano, também de Leonardo da Vinci, da obra La Parade de Cirque do pintor Georges Pierre e da ilustração Der Mensch das Mass aller Dinge, presente no livro Bauordnungslehre de Ernest Neufert. Você pode realizar um trabalho interdisciplinar e pedir para os professores de artes e/ou história falarem um pouco a respeito dessas obras para a turma.

Caso a turma ainda não esteja familiarizada a respeito do que é a razão áurea, acesse, no software, o link "Clique aqui para acessar a página principal". Lá os alunos encontrarão todo material necessário para entender e tirar qualquer dúvida a respeito da razão áurea. Caso ache mais interessante, faça uma breve revisão a respeito do tema.

Aspectos pedagógicos


Como a atividade sugere que cada grupo investigue pelo menos duas figuras, seria bastante interessante que todas as figuras fossem investigadas.

Esta atividade trabalha a razão áurea, confirmando algumas verdades e desmistificando algumas lendas a respeito do número de ouro. Além disso, ela apresenta uma boa oportunidade para que o aluno amplie um pouco mais seu horizonte cultural, conhecendo ou aprofundando seus conhecimentos a respeito das obras Mona Lisa e San Gerolamo de Leonardo da Vinci, da ilustração O Homem Vitruviano, também de Leonardo da Vinci, da obra La Parade de Cirque do pintor Georges Pierre e da ilustração Der Mensch das Mass aller Dinge, presente no livro Bauordnungslehre de Ernest Neufert. Você pode realizar um trabalho interdisciplinar e pedir para o professor de artes e/ou história falarem um pouco a respeito dessas obras para a turma.

Caso a turma ainda não esteja familiarizada a respeito do que é a razão áurea acesse em "Clique aqui para acessar a página principal". Lá os alunos encontrarão todo material necessário para entender e tirar qualquer dúvida a respeito da razão áurea. Caso ache mais interessante, faça uma breve revisão a respeito do tema.

Se não for possível utilizar o laboratório de informática de sua escola, leve para a sala de aula um notebook com internet e Datashow. Permita que alguns alunos manipulem o software e discuta com a turma as possíveis soluções do problema.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bife na Chapa	Computador com som e acesso à internet	Alunos ouvirão um áudio disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1302 , onde um jovem utiliza Matemática para garantir o emprego de auxiliar de cozinha	Grupos de 3 ou 4 alunos.	40 minutos

Aspectos operacionais:

Professor, acesse o áudio do primeiro módulo, disponível em <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1302> e reproduza-o para a turma. Em seguida, peça para que se dividam em grupos de 3 ou 4 alunos.

Na primeira parte do áudio, o problema "Qual o tempo mínimo necessário para assar três bifés em uma chapa com capacidade máxima de dois bifés, sendo que cada metade de um bife demora 5 minutos para assar?" é proposto e resolvido.

No final do áudio, um novo problema é sugerido: "Quanto tempo seria necessário para assar 36 bifés em uma chapa com capacidade máxima de 8 bifés, sendo que cada metade de um bife demora 5 minutos para assar?"

Estabeleça um tempo (sugestão de 20 minutos) para que, em grupos, os alunos tentem solucionar o problema. Ao final desse tempo, peça que cada grupo mostre sua solução e qual foi o resultado obtido para toda a turma. Reproduza, em seguida, o segundo módulo do áudio, em que a solução é apresentada.

Aspectos pedagógicos:

Essa atividade é interessante porque utiliza os conceitos de proporcionalidade e regra de três de maneira intuitiva, sendo uma ótima oportunidade para a introdução dos assuntos que serão trabalhados nas seções posteriores.


Antes que os alunos comecem a resolver o problema proposto no primeiro módulo do áudio, certifique-se de que os alunos compreenderam o problema inicial - "Qual o tempo mínimo necessário para assar três bifés em uma chapa com capacidade máxima de dois bifés, sendo que cada metade de um bife demora 5 minutos para assar?" - e sua solução: como 3 bifés possuem 6 metades e a chapa assa 2 metades por vez, a chapa será utilizada 3 vezes ($6/2$). Logo, como cada uso corresponde a 5 minutos, $3 \times 5 = 15$ minutos.

No final do segundo módulo do áudio, você pode montar um esquema para facilitar a compreensão dos alunos que não tenham chegado ao resultado do problema proposto explicando que, como a chapa do segundo problema equivale a 4 chapas do primeiro problema (que assam dois bifés por vez), podemos concluir que a chapa assa $3 \times 4 = 12$ bifés em 15 minutos. Como são 36 bifés e $36/12 = 3$ serão gastos $15 \times 3 = 45$ minutos.

Seção 1 – Razões e proporções

Páginas no material do aluno

239 a 242

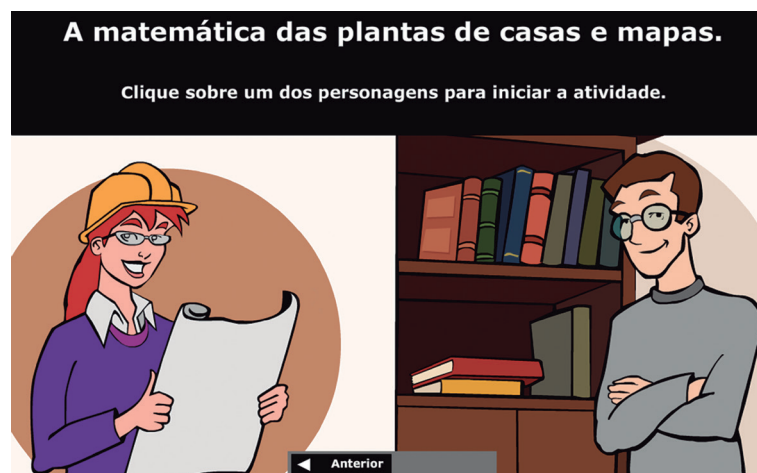
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A Matemática das plantas de casas e mapas.	Computador com acesso à internet.	Os alunos farão uma atividade envolvendo escala de plantas de casas e mapas.	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

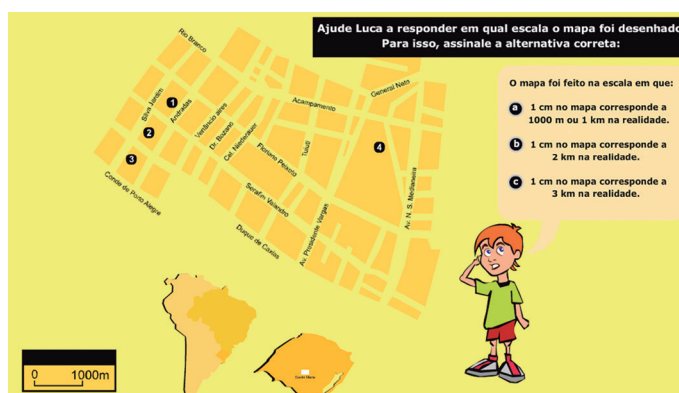
Professor, leve os alunos até o laboratório de informática da escola e peça que se dividam em duplas. Peça a cada dupla que ocupe um computador e acesse http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Escala/mat_escalas.swf.

A atividade é toda auto-explicativa. Primeiramente, o aluno deverá escolher um dos personagens: o pai do avatar Luca, que apresenta a atividade, ou a arquiteta.

Essa atividade será realizada em duas etapas. Primeiramente, peça para que os alunos escolham o pai de Luca. Em um segundo momento, a arquiteta.



Ao escolher o pai de Luca, o aluno será conduzido a uma conversa entre ele e o filho a respeito de um mapa da cidade, que foi colocado na praça. Nesta atividade, Luca deverá entender o significado da escala desenhada no mapa.

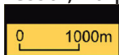


Ao escolher a arquiteta, Luca trava um diálogo com ela a respeito da obra que está sendo realizada em sua casa. Ao longo do diálogo, ela diz a escala em que foi feita a planta da casa e explica a Luca o significado de escala. Em seguida, o aluno deve medir com a régua azul (disponível no canto superior direito da página) o desenho feito pela arquiteta.



Caso o aluno não faça a medição corretamente, no final da atividade, a arquiteta diz o valor do comprimento da planta da casa. Com base na escala dada no início da atividade (1:100), peça para os alunos descobrirem o real comprimento da casa.

Aspectos pedagógicos

Professor, na primeira atividade proposta, com a escolha do pai de Luca, espera-se que o aluno entenda que a indicação  significa que neste mapa cada 1 cm corresponde a 1000 m ou 1 km na realidade, como mostra a opção a. É importante deixar claro que essa relação foi desenvolvida neste mapa e que outros mapas podem ser desenhados em outras escalas.

Já na atividade proposta com a escolha da arquiteta, após verificar que a planta mede 9 cm, o aluno poderá utilizar o raciocínio de proporcionalidade para descobrir o comprimento real da casa. Como a cada 1 cm temos 100 cm na realidade, se temos 9 cm, então $9 \times 100 = 900$ cm, ou 9 m na realidade.

Após essas duas atividades, você pode levar outras duas propostas para a turma:

1ª proposta: Pegar um mapa do seu bairro, da sua cidade, do seu Estado ou até mesmo do país e verificar sua extensão real.

Peça para que os alunos coloquem a reprodução do mapa em uma folha em branco, realize as contas necessárias e coloque o resultado em destaque. Esse trabalho pode ser exposto na sala de aula ou até mesmo no colégio.

2ª proposta: Peça para que os alunos desenhem uma planta da sala de aula ou de qualquer outro lugar interessante, respeitando as dimensões originais e uma escala estabelecida por eles. Essa atividade pode ser feita em grupo. Esse trabalho também pode ser exposto na sala de aula ou até mesmo no colégio.

Na seção 2, você pode retornar a esse problema e pedir que os alunos o resolvam utilizando a estrutura formal da regra de três (já que o raciocínio utilizado é o mesmo).

Auxilie os alunos que encontrarem maiores dificuldades, montando o seguinte esquema:

	Planta	Casa
Escala utilizada (em centímetros)	1	100
Comprimento (em centímetros)	9	x

Então, como a regra de três é diretamente proporcional:

$$\frac{1}{9} = \frac{100}{x}$$

$$1/9 = 100/x$$


$$1 \cdot x = 9 \cdot 100$$

$$x = 900 \text{ cm ou } 9 \text{ m}$$

Seção 3 – Razão entre as medidas de duas grandezas

Páginas no material do aluno

244 a 250

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A construção	Computador com acesso à internet	Os alunos assistirão a uma animação disponível em http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim_qui_aconstrucao.htm . Ao longo da animação, serão convidados a resolver problemas utilizando proporcionalidade e regra de três.	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve os alunos até o laboratório de informática da escola e peça que se dividam em duplas. Peça a cada dupla que ocupe um computador e acesse a animação disponível em http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim_qui_aconstrucao.htm.

Nessa animação, dois estudantes começam discutindo a respeito da lei de proporções, definida em química. Para entender melhor esta problemática, acabam imaginando uma situação onde um casal quer construir mais um cômodo para o neném que vai chegar. A nova situação envolve a comprar da quantidade de material necessária para a construção do novo quarto tendo como parâmetro o que foi utilizado na construção de outro cômodo. Depois da apresentação das medidas do outro cômodo construído e do quarto de bebê, os alunos são convidados a completar uma tabela.

Complete a tabela com as quantidades de material que serão gastos para fazer as paredes de 3 m e depois confirme sua resposta. Use até 3 casa decimais.

Tijolos (unidades)	Areia (m³)	Cimento (Sacos)	Parede
240	1,5	3	1 parede de 12m
			1 parede de 3m
			2 paredes de 3m

CALCULADORA ajuda LabVirt

Ao completar a tabela, o aluno tem o auxílio de uma calculadora e de um ícone ajuda, onde um raciocínio similar é apresentado. Ao completar a tabela, o aluno deve clicar no símbolo “Verificar”, abaixo da tabela. Se os números estiverem corretos, a atividade continua. Caso contrário, o simulador pede para tentar outra vez.

Depois de preencher corretamente a primeira tabela, o aluno deve completar uma nova tabela.

Complete a tabela com as quantidades de material que serão gastos para fazer as paredes de 4 m e depois confirme sua resposta. Use até 3 casa decimais.

Tijolos (unidades)	Areia (m³)	Cimento (Sacos)	Parede
240	1,5	3	1 parede de 12m
			1 parede de 4m
			2 paredes de 4m

CALCULADORA LabVirt

Por fim, o aluno deve completar uma terceira tabela, para encontrar o total de material que será gasto.

Complete a tabela com as quantidades de material que serão gastos para fazer as paredes de 4 m e de 3m e depois confirme sua resposta. Use até 3 casa decimais.

Tijolos (unidades)	Areia (m³)	Cimento (Sacos)	Parede
120	0,75	1,5	2 parede de 3 m
160	1	2	2 parede de 4 m
			2 paredes de 3m + 2 paredes de 4m

CALCULADORA LabVirt

Em seguida, problemas relacionados à química são apresentados

Resolva o exercício. Use até 2 casas decimais.

$$4\text{Fe} + 3\text{O}_2 = 2\text{Fe}_2\text{O}_3$$

224 g	96 g	320 g
36 g	X g	Y g
X =	Y =	


CALCULADORA ajuda LabVirt

Aspectos pedagógicos

Professor, essa atividade é bastante rica, pois apresenta, de uma só vez, duas situações em que a proporcionalidade e a regra de três podem ser utilizadas para resolver situações cotidianas. Primeiramente, é apresentado um problema de química pouco usual. Depois, para construir o raciocínio, o autor utiliza um problema cotidiano, que envolve a quantidade de material necessário para a realização de uma obra, utilizando um parâmetro – no caso, uma construção já realizada anteriormente.

Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria - Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno
251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios on Line	Computador com acesso à internet	Os alunos deverão resolver problemas propostos on line utilizando regra de três simples. Os exercícios estão disponíveis em http://www.estudamos.com.br/regra_de_tres/index.php	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve ao alunos até o laboratório de informática da escola e peça que se dividam em duplas. Peça a cada dupla que ocupe um computador e acesse o link http://www.estudamos.com.br/regra_de_tres/index.php.

Na página, eles encontrarão, primeiramente, um problema resolvido utilizando regra de três. Em seguida, serão propostos alguns outros. Basta o aluno clicar no problema para que ele seja apresentado. Toda a estrutura da regra de três já aparece esquematizada. O aluno deve completar cada espaço com os números correspondentes. O programa mostrará uma indicação de certo ou errado assim que os problemas forem respondidos.

Aspectos pedagógicos


São quinze os problemas propostos. Caso sinta que a turma não conseguirá realizá-los em um tempo de aula, você pode propor menos problemas ou dar continuidade à resolução em aulas posteriores.

Essa atividade tem alguns aspectos interessantes. Primeiramente, ela estimula o aluno a realizar – e, conseqüentemente, praticar - o tema que está sendo estudado de maneira dinâmica, uma vez que é on line. Além disso, o fato de o problema apresentar a construção da resposta de maneira estruturada ajuda o aluno a internalizar e compreender o passo a passo necessário para a realização do cálculo utilizando regra de três simples.

Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria- Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Medindo sem se molhar	Cópias da folha de atividades, réguas, esquadros	Atividade onde os alunos utilizarão os conhecimentos de semelhança de triângulos para resolver um problema que envolve medidas indiretas	Duplas.	40 minutos

Aspectos operacionais

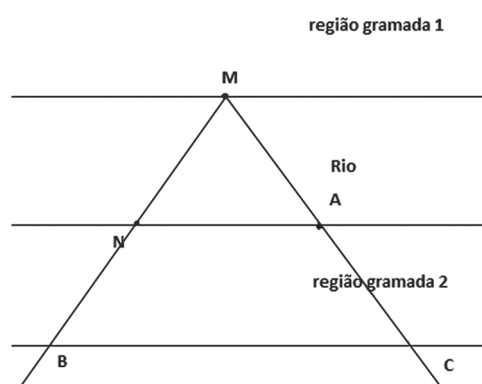
Professor, esta é uma atividade simples em que os alunos utilizarão seus conhecimentos de semelhança de triângulos para resolver um problema que envolve medidas indiretas. A ideia é medir a distância entre dois pontos situados nas margens opostas de um rio sem precisar atravessá-lo.

Para começar, você pode refletir com a sua turma sobre a obtenção de medidas indiretas, ou seja: como é possível medir uma distância que, muitas vezes, não podemos percorrer? Como se obtém a altura de um morro ou de um prédio muito alto? E a distância entre duas ilhas observadas quando nos sentamos na areia da praia? E a largura de um rio?

Nossa sugestão é que você reflita sobre este assunto, mas procure não dar respostas definitivas. Ao contrário, quando as dúvidas e questionamentos dos alunos começarem a surgir, entregue uma ficha como a que segue em anexo para cada dupla e marque um tempo para que eles resolvam a situação ali proposta. Perceba que a atividade requer a utilização de régua e par de esquadros. Se for preciso, peça previamente aos alunos que tragam estes materiais. Ao final, reserve um tempo para que eles exponham suas soluções.

Aspectos pedagógicos

Professor, esta é uma boa oportunidade para mostrarmos as aplicações da Matemática a outras áreas como a Cartografia, as várias Engenharias e mesmo a Arquitetura. Isso nos leva ainda a refletir de uma forma mais ampla sobre a importância de estudarmos Geometria. Os conceitos e propriedades da Geometria nos permitem, muitas vezes, obter medidas indiretas. Estamos propondo um problema que envolve semelhança de triângulos, mas você pode comentar com seus alunos que, além da semelhança, a trigonometria pode ajudar muito nestes casos. Seguindo os passos propostos na ficha, eles devem chegar a desenhos semelhantes ao que segue:



Observando este desenho, é importante que eles reconheçam que os triângulos MNA e MBC são semelhantes. Além disso, se chamarmos de x a medida do segmento MN, o segmento MB poderá ser expresso por $x + 30$ e poderemos escrever:

$$\frac{x}{x + 30} = \frac{25}{40}$$

E concluir que a distância entre os pontos M e N é $x = 50$ m. Em resumo, foi possível descobrir tal distância sem precisar se molhar.

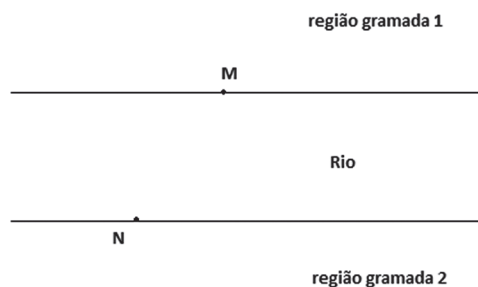
Folha de atividades

Nome da escola: _____

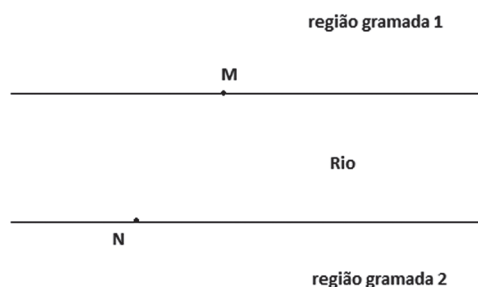
Nome: _____

É possível descobrir a distância entre dois pontos situados nas margens opostas de um rio sem precisar entrar na água? Para responder esta questão, siga os passos a seguir.

1. Observe o desenho a seguir. Trata-se da figura de um rio cujas margens são paralelas. Pretendemos descobrir a distância entre os pontos MN. Atenção: Não adianta medir com a régua. Temos apenas um esboço da situação!



2. Você concorda que não é necessário atravessar o rio para marcar um ponto A qualquer que está na mesma margem que o ponto N? Se concordar, faça isso.
3. Agora trace uma reta paralela à margem NA que passe por qualquer ponto da região gramada 2.
4. Por fim, marque sobre a paralela à margem que você acabou de traçar, os pontos B e C que ficam alinhados, respectivamente, com os pares de pontos M e N e N e A.




Você concorda que os segmentos NB, NA e BC podem ser medidos facilmente, sem que seja necessário entrar na água? Suponha que você já obteve estas medidas e que elas são $NB = 30$ m, $NA = 25$ m e $BC = 40$ m. Agora, aplicando seus conhecimentos de semelhança de triângulos, calcule a distância entre os pontos M e N.

Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria- Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Uma aplicação do Teorema de Tales	Folhas de papel A4	A atividade propõe familiarizar os alunos com os principais conceitos relacionados ao Teorema de Tales	Duplas	40 minutos

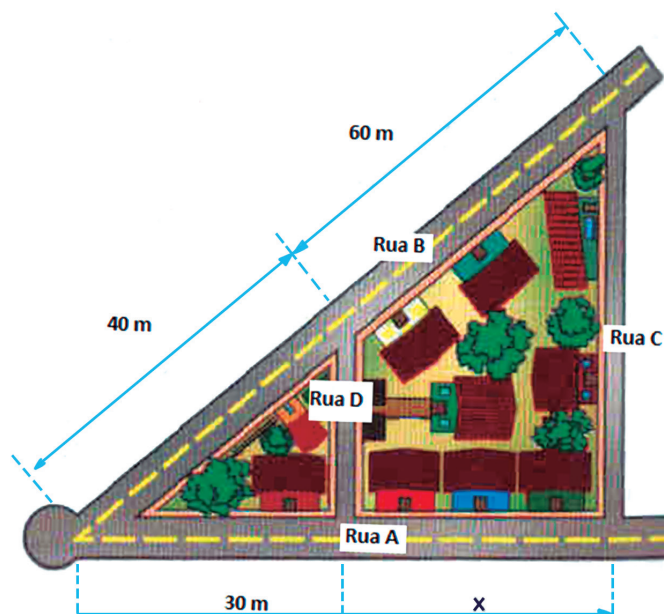
Aspectos operacionais

Professor, nossa ideia nesta atividade é familiarizar os alunos com os principais conceitos relacionados ao Teorema de Tales e explorar coletivamente uma situação problema cuja solução envolve tais conceitos. Primeiramente, você pode entregar uma folha de papel A4 para cada dupla e pedir aos alunos que façam uma planta do bairro ou, pelo menos, do quarteirão onde a escola se situa. Em seguida, peça que apresentem as plantas produzidas. Certamente nestas apresentações, os alunos empregarão expressões como “paralela”, “transversal” e “perpendicular”, entre outras.

Dando sequência, você pode ainda colocar um desenho semelhante ao que segue no quadro e pedir aos alunos que identifiquem as ruas que são paralelas e as ruas que são transversais a estas paralelas.



E, acrescentando as medidas que apresentamos a seguir, pedir aos alunos que calculem a distância x.



Aspectos pedagógicos

Professor, quando usamos o espaço real para introduzir conceitos geométricos, precisamos tomar alguns cuidados. O principal deles é deixar sempre claro para os alunos que os elementos da realidade se assemelham aos conceitos geométricos, mas não são cópias fiéis deles. Por exemplo, no caso da situação que propomos nesta atividade, as ruas paralelas se assemelham a retas paralelas, mas, na verdade, sequer são retas, dado que elas têm um início e um fim enquanto as retas são infinitas. Contudo, é importantíssimo construir um vocabulário adequado para o trato de situações que envolvem o Teorema de Thales e partir da realidade pode ajudar bastante o seu trabalho, professor. Se, durante as apresentações, seus alunos não empregarem as expressões “paralelas” e “transversais”, é aconselhável que você introduza estes termos com base nos desenhos que surgirem.

Observe ainda que o desenho que sugerimos foge ao modelo clássico de desenho utilizado na apresentação do Teorema de Thales pela maioria dos livros didáticos. No nosso desenho, as retas paralelas são verticais. Aproveite para refletir com seus alunos sobre esta possibilidade. Se você não fizer isso, alguns poderão construir a ideia equivocada de que as paralelas devem ser sempre horizontais para que o Teorema possa ser empregado.

Por fim, aplicando o Teorema de Thales, você pode escrever com o auxílio dos alunos a proporção:


$$\frac{40}{60} = \frac{30}{x}$$

E concluir com a turma que $x = 45$ m.

Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria- Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Quebra-cabeça de Pitágoras	Uma ficha com o tabuleiro e uma ficha com peças para serem recortadas como as que seguem no DVD.	Atividade em que os alunos terão a oportunidade de deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da montagem de um quebra-cabeça	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, nesta atividade os alunos terão a oportunidade de deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da montagem de um quebra-cabeça.

Para começar, peça que os alunos se dividam em duplas, entregue uma ficha de cada tipo (modelos em anexo) para cada dupla e peça que recortem as peças da ficha 2. Em seguida, faça uma análise do tabuleiro apresentado na ficha 1. É importante que eles identifiquem um triângulo retângulo e três quadrados distintos e reconheçam que a^2 , b^2 e c^2 são termos que expressam, respectivamente, as áreas dos quadrados grande, médio e pequeno. As regras do jogo são:

Regra 1: O jogo é formado por duas rodadas. Ganha o jogo a dupla que cumprir as duas rodadas no menor tempo.

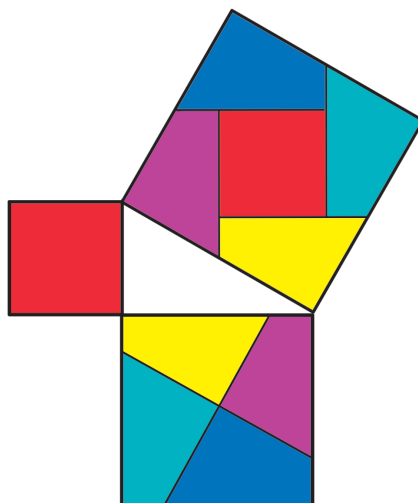
Regra 2: A primeira rodada consiste em cobrir os quadrados pequeno e médio do tabuleiro usando todas as peças sem, contudo, sobrepô-las.

Regra 3: A segunda rodada consiste em cobrir o quadrado grande do tabuleiro também usando todas as peças sem sobrepô-las.

Perceba que você pode modificar a regra 1 e tratar cada rodada como um jogo separado. O importante é que, ao final das duas rodadas, você questione seus alunos, levando-os a concluir que a área do quadrado grande é igual à soma das áreas dos quadrados pequeno e médio.

Aspectos pedagógicos

Professor, a figura a seguir mostra a arrumação das peças na primeira e na segunda rodada.

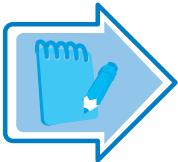


Note que estamos usando um argumento relacionado a áreas para mostrar um enunciado que estabelece uma relação entre medidas lineares (a medida da hipotenusa e as medidas dos catetos). Isto pode não ser tão trivial para os alunos. Por isso, insistimos na importância de você destacar durante o jogo que o quadrado da hipotenusa nada mais é do que a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa. Do mesmo modo, os quadrados dos catetos nada mais são do que as áreas dos quadrados cujos lados são os catetos.

Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria- Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Deduzindo as relações métricas num triângulo retângulo	Duas fichas como as que seguem no DVD para cada dupla	Atividade que propõe uma problematização das relações métricas de um triângulo retângulo	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Para começar, você pode entregar a ficha 1 (em anexo) para cada dupla e questionar sobre quantos triângulos podem ser observados na figura. Além disso, você também pode pedir aos alunos que identifiquem os ângulos de cada triângulo, as letras que indicam as medidas dos lados, a altura relativa à hipotenusa e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa do triângulo maior. Acreditamos que, neste momento, alguns alunos tenham dificuldades para reconhecer que os ângulos CAH e BAH medem, respectivamente, β e α . Por isso, aconselhamos que você entregue a ficha 2, que apresenta os três triângulos da ficha 1 desenhados separadamente, e peça que recortem as figuras que encontraram, manipulando-as e sobrepondo-as. Para finalizar, você pode desenhar tabelas como as que seguem e preenchê-las com o auxílio da turma.

Tabela do triângulo ABC

Lado oposto ao ângulo α	
Lado oposto ao ângulo β	
Lado oposto ao ângulo de 90°	

Tabela do triângulo AHB

Lado oposto ao ângulo α	
Lado oposto ao ângulo β	
Lado oposto ao ângulo de 90°	

Tabela do triângulo AHC

Lado oposto ao ângulo α	
Lado oposto ao ângulo β	
Lado oposto ao ângulo de 90°	

Com base nestas tabelas, você pode, usando a semelhança entre os pares de triângulos ABC e AHB, ABC e AHC e AHB e AHC deduzir com a turma as relações métricas de um triângulo retângulo.


Aspectos pedagógicos

Professor, apesar da aparência, esta é uma atividade de resolução de problemas. Não estamos propondo uma clássica lista de problemas para que os alunos resolvam, mas acreditamos que os questionamentos que você poderá propor enquanto os seus alunos manipulam as peças recortadas servirão para problematizar as relações métricas de um triângulo retângulo.

Desde o início da atividade é aconselhável que você esteja atento às respostas da turma, pois alguns questionamentos, cujas respostas nos parecem óbvias, podem não ser óbvios para nossos alunos. Por exemplo, na análise da figura da ficha 1, alguns alunos podem considerar que há apenas dois triângulos, o AHB e o AHC, desconsiderando o triângulo ABC. Também não é elementar reconhecer que os ângulos CAH e BAH medem, respectivamente, β e α - e é nesse sentido que destacamos a importância de os alunos recortarem e manipularem as figuras da ficha 2. A manipulação associada à ideia de que, no triângulo ABC, $\beta + \alpha = 90^\circ$ pode contribuir para a compreensão dos alunos. Perceba

ainda que as tabelas nos ajudam a reconhecer não só que os triângulos são semelhantes, mas também a identificar os ângulos homólogos. Vale sempre lembrar que, se dois triângulos são semelhantes, os lados de um são proporcionais aos lados homólogos do outro. Os ângulos congruentes são chamados ângulos correspondentes. Os lados opostos aos ângulos correspondentes, por sua vez, são chamados lados homólogos. Em síntese, da semelhança dos triângulos AHC e ABC, você pode deduzir que $bc = ah$ e que $b^2 = am$; da semelhança dos triângulos AHB e ABC, você pode deduzir que $c^2 = an$; e, da semelhança dos triângulos AHB e AHC, você pode deduzir que $h^2 = mn$.

Avaliação - Momento de Reflexão

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões objetivas / dissertativas, a serem escolhidas pelo professor	Individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir

Etapas 1: Registro de aprendizagem (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, disponível para reprodução no DVD, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões, que podem complementar as que você normalmente usa para avaliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas. Para facilitar, listamos, novamente, os objetivos de aprendizagem desta unidade:

- Identificar uma proporção;
- Resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais;
- Resolver problemas que envolvam aplicações do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras;

Para ajudá-lo nos seus registros, sugerimos as questões a seguir, disponíveis na folha de atividades:

Questão 1: Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?

Questão 2: Há alguma situação do cotidiano que você julgue importante e que envolve os conhecimentos aqui apresentados?

Questão 3: O quadro a seguir refere-se ao preço da gasolina e à distância percorrida com um litro do combustível. Complete-o adequadamente, respeitando a proporcionalidade:

Quantidade (litros)	Preço (reais)	Distância (Km)
1	?	12
?	9	36
4	?	?

Questão 4: Sabe-se que a medida real de 108 m é representada num mapa por 1 cm.

Pode-se dizer que a escala é :

- (A) $\frac{1}{108}$ (B) $\frac{1}{1080}$ (C) $\frac{1}{10800}$ (D) $\frac{1}{108000}$ (E) $\frac{1}{1080000}$

Questão 5: Atualmente, João está com 12 anos de idade, enquanto Maria tem 10 anos idade. Daqui a 8 anos, qual será a razão entre as idades de João e Maria?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{10}{9}$ (D) $\frac{5}{6}$ (E) $\frac{7}{8}$

Sugerimos também que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, que deverão ser entregues ao seu formador, no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho e, se for o caso, repensá-los de acordo com as críticas e sugestões apresentadas.

Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Para compor o instrumento avaliativo desta etapa, sugerimos a escolha de pelo menos uma questão objetiva e de uma discursiva que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade.

Sugestões de questões objetivas para a avaliação:

Questão 1:

Uma torneira "A" enche um tanque de 150 litros em 1 hora. A torneira "B" tem a mesma capacidade da "A". Qual o tempo necessário para as duas torneiras encherem um tanque de 300 litros?

- (A) 1 hora (B) 2 horas (C) 30 minutos (D) 40 minutos (E) 50 minutos

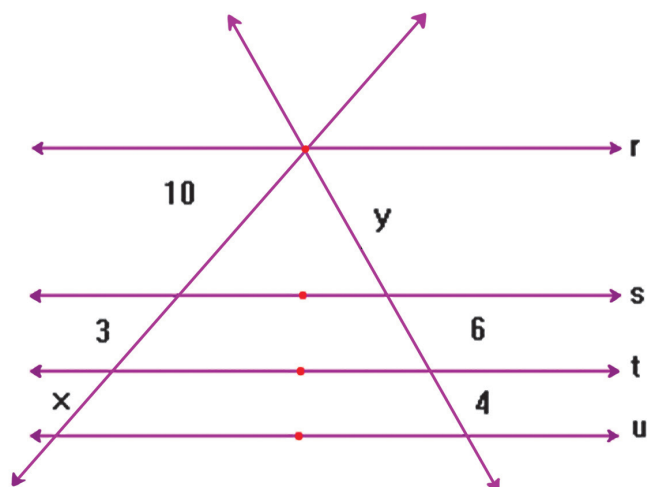
Questão 2:

A razão entre o comprimento e a largura de uma piscina é de $\frac{2}{5}$. Sabendo-se que a diferença entre o comprimento e a largura é 9 m, o valor da largura é:

- (A) 10 m (B) 8 m (C) 6 m (D) 4 m (E) 2m

Questão 3:

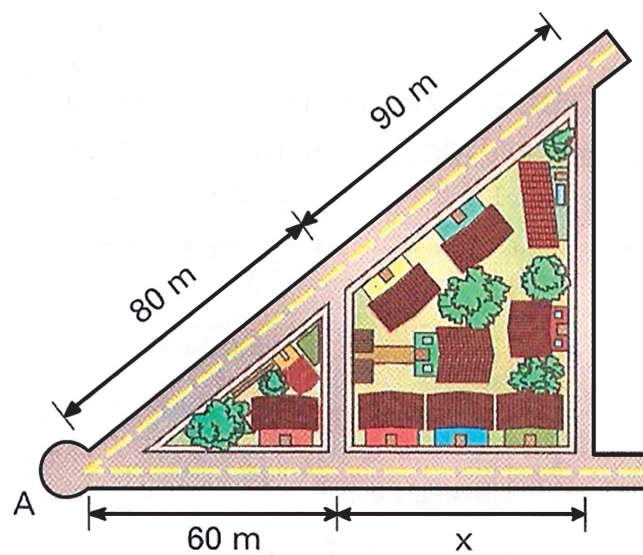
Os valores de x e y na figura a seguir são respectivamente:



- (A) $\frac{3}{2}$ e 10 (B) 3 e 20 (C) $\frac{3}{2}$ e 20 (D) 3 e 10 (E) $\frac{3}{2}$ e 15

Questão 4:

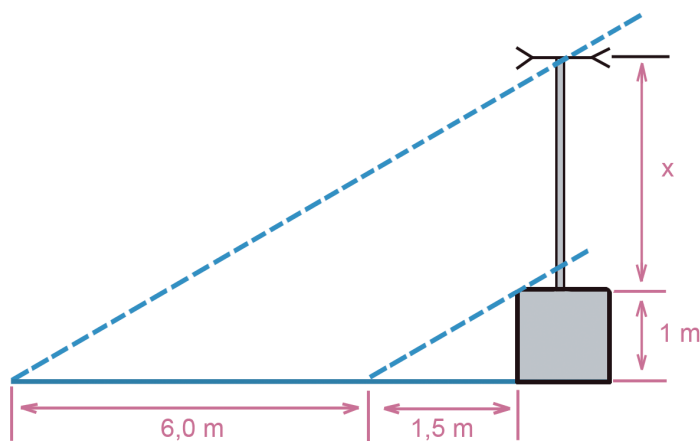
A figura a seguir nos mostra duas avenidas que partem de um mesmo ponto A e cortam duas ruas paralelas. Na primeira avenida, os quarteirões determinados pelas ruas paralelas tem 80 m e 90 m de comprimento, respectivamente. Na segunda avenida, um dos quarteirões determinados mede 60 m. Qual o comprimento aproximado do outro quarteirão?



- (A) 75 m (B) 73 m (C) 70 m (D) 68 m (E) 65 m

Questão 5:

Uma antena de TV é colocada sobre um bloco de concreto. Esse bloco tem 1 m de altura. Em certo instante, a antena projeta uma sombra de 6 m, enquanto o bloco projeta uma sombra de 1,5 m. Nessas condições, qual é a altura da antena?



- (A) 1 m (B) 2 m (C) 3 m (D) 4 m (E) 5 m

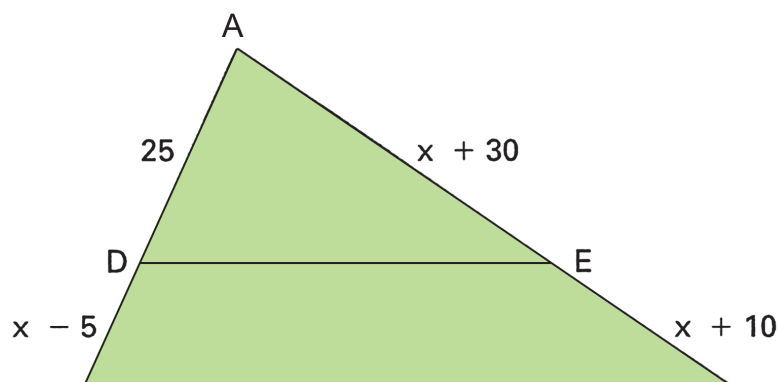
Respostas das questões objetivas sugeridas.

1. (A) 2. (C) 3. (C) 4. (D) 5. (D)

Sugestões de questões discursivas para a avaliação:

Questão 1:

No triângulo ABC da figura, sabe-se que $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$. Calcule as medidas dos lados \overline{AB} e \overline{AC} do triângulo.



Questão 2:

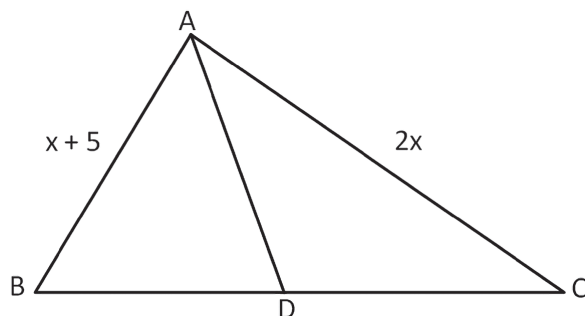
A grandeza P é diretamente proporcional a Q, enquanto Q é inversamente proporcional a R. A partir de um exemplo, julgue a afirmação: “P é inversamente proporcional a R”.

Questão 3:

O quadrado Q1 tem lado a, enquanto o quadrado Q2 tem lado 2a. Determine a razão entre as áreas de Q1 e Q2.

Questão 4:

Se \overline{AD} é bissetriz de \hat{A} . Sendo $BD = 8$ e $CD = 9$, determine o valor de x.



Questão 5:

Uma empresa tem 750 funcionários e comprou marmitas individuais congeladas suficientes para o almoço deles durante 25 dias. Se essa empresa tivesse mais 500 empregados, a quantidade de marmitas já adquiridas seria suficiente para quantos dias?

Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:**Questão 1:**

De acordo com o teorema de Tales, tem-se $\frac{25}{x-5} = \frac{x+30}{x+10}$ donde resulta que $x=20$.

Questão 2:

(a) P diretamente proporcional a Q : $P = a Q$

(b) Q inversamente proporcional a R: $Q = b/r$

De (a) e (b), resulta que $P = ab/R$ de modo que P é inversamente proporcional a R. Você pode usar o exemplo das grandezas preço, quantidade de combustível e distância.

Questão 3:

O quadrado Q1 possui área a^2 , enquanto o quadrado Q2 possui área $4a^2$. A razão entre as áreas é $1/4$.

Questão 4:

De acordo com o teorema da bissetriz interna, temos:

$$\frac{x+5}{8} = \frac{2x}{9}$$

donde resulta que $x = 45/7$

Questão 5:

Trata-se de uma regra de três inversa: quanto mais funcionários, menos dias durará a comida. Se d é o número de dias e h o número de funcionários, então vale que:

$$d = k \frac{1}{h}$$

A informação do problema dá que $d = 25$ e $h = 750$, donde $k = 25 \times 750$. Daí, se o número de homens é aumentado de 500, temos:

$$d = (25 \times 750) \frac{1}{(750 + 500)} = 15 \text{ dias}$$

Folha de atividades

Nome da escola: _____

Nome: _____

Leia atentamente as questões abaixo e tente responde-las.

Questão 1: Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?

Questão 2: Há alguma situação do cotidiano que você julgue importante e envolve os conhecimentos aqui apresentados?

Questão 3: O quadro a seguir refere-se à gasolina. Complete-o adequadamente, respeitando a proporcionalidade:

Quantidade (litros)	Preço (reais)	Distância (Km)
1	?	12
?	9	36
4	?	?

Questão 4: Sabe-se que a medida real de 108 m é representada num mapa por 1 cm.

Pode-se dizer que a escala é :

- (A) $\frac{1}{108}$ (B) $\frac{1}{1080}$ (C) $\frac{1}{10800}$ (D) $\frac{1}{108000}$ (E) $\frac{1}{1080000}$

Questão 5: Atualmente, João está com 12 anos de idade, enquanto Maria tem 10 anos idade. Daqui a 8 anos, qual será a razão entre as idades de João e Maria?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{10}{9}$ (D) $\frac{5}{6}$ (E) $\frac{7}{8}$