

Circunferência e polígonos regulares

Cleber Dias da Costa Neto, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves.

Introdução

Nessa unidade de expansão do módulo 1, são apresentadas diversas situações e atividades sobre circunferência e polígonos regulares. Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas.

Sugerimos que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora, que tem por objetivos iniciar a exposição do tema e promover uma dinâmica entre os alunos. Nesse momento, espera-se que os alunos consigam reconhecer circunferências, polígonos regulares e seus principais elementos, e medir o comprimento da circunferência, relacionando essa medida com o raio.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares vinculados ao conteúdo do material didático. Eles têm por objetivo desenvolver no aluno as capacidades de reconhecer e medir os arcos e ângulos na circunferência, de identificar os polígonos regulares e seus principais elementos, de entender o conceito de inscrição e circunscrição e de relacionar medidas de lados e ângulos de polígonos regulares a medidas de circunferências inscritas e circunscritas a eles.

Sugerimos a utilização destes recursos nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. É importante que você esteja à vontade para alterar e adaptar essas atividades sempre que achar necessário.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro deve ser dedicado a uma revisão do estudo realizado durante esta unidade, através de problemas e consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando

questionamentos reflexivos em detrimento da mera reprodução de exercícios feitos anteriormente. Também disponibilizaremos algumas questões de avaliações de larga escala, como o ENEM, os Vestibulares, Concursos Públicos, entre outros.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

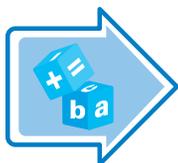
Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	2	1	Expansão 02	5 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Circunferência e polígonos regulares	Inscrição e Circunscrição de Polígonos Regulares
Objetivos da unidade	
Reconhecer uma circunferência e seus principais elementos;	
Expressar e calcular o comprimento de uma circunferência em função da medida do seu raio;	
Reconhecer o conceito de inscrição e circunscrição de polígonos;	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	379
Seção 1 – Circunferência e círculo	381 a 387
Seção 2 – Comprimento da circunferência	388 a 393
Seção 3 – Polígonos regulares inscritos e circunscritos	393 a 394
Resumo	394
O que perguntam por aí?	399

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Folha de atividades

Atividades que requerem a reprodução e distribuição de folhas de atividades disponíveis neste material para que possam ser aplicadas conforme planejadas.



Ferramentas

Atividade que requer o uso de algum recurso tecnológico em sala ou laboratório, como o computador ou material concreto, para sua execução



Avaliação

Sugestão de um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões tanto objetiva como dissertativas..

Atividades Iniciais

Descrevemos a seguir as situações motivadoras, que têm por objetivo promover uma discussão coletiva entre os alunos. A idéia é fazer com que os alunos, antes da etapa de formalização, se familiarizem com os conceitos trabalhados, de forma empírica e com tarefas simples. Sugerimos que você escolha a atividade que seja mais adequada à sua realidade - ou, se preferir, utilize uma atividade própria.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Circunferência e seus elementos.	Aplicativo "Circunferência" que pode ser acessado em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html , cópias da folha de atividades e calculadoras.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá identificar os principais elementos de uma circunferência e explorar a relação entre raio, cordas e diâmetro.	Duplas	20 minutos
	Polígonos.	Aplicativo "Classificação de polígonos" que pode ser acessado em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/ead/classificando_poligonos/ e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá relembrar a classificação de polígonos em função do número de lados.	Duplas	20 minutos

Seção 1 – Circunferência

Páginas no material do aluno

381 a 387

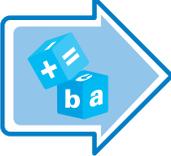
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Perímetro de uma circunferência.	Computador com acesso à internet e som, aplicativo “Circunferência” que pode ser acessado em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá explorar a relação entre os comprimentos de uma circunferência e de seu raio.	Duplas	20 minutos

Seção 2 – Comprimento da circunferência

Páginas no material do aluno

388 a 393

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Perímetro de uma circunferência e raio.	Software “Circunferência” que pode ser acessado em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/2009/circunferencia/ , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão determinar experimentalmente a relação entre o perímetro de uma circunferência e seu raio.	Duplas	25 minutos

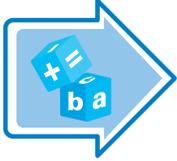
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O número π .	Software "Perímetro do círculo" que pode ser acessado em http://via-jarnamatematica.esse.ipp.pt/moodle/file.php/1/vnm_v1/med_app/pi.html , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão utilizar o quociente entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de seu diâmetro para calcular π .	Duplas	30 minutos

Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

393 a 395

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polígonos regulares.	Software "Polígonos regulares" que pode ser acessado em http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-pr-br.html e cópias da folha de atividades "Polígonos regulares".	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão investigar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a medida de seus ângulos internos.	Duplas	30 minutos
	Razões trigonométricas.	Software "Triângulo retângulo", que pode ser acessado em http://www.es.iff.edu.br/softmat/aple/Blo1/1trianguloretangulo.html , e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão resolver um problema que envolve razões trigonométricas em um triângulo retângulo.	Duplas	30 minutos

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Cabe ou não cabe?	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos irão investigar se um paralelepípedo passa ou não por um buraco circular. Para isso, utilizarão o cálculo de diagonais, apótemas de retângulos inscritos na circunferência.	Duplas ou trios.	30 minutos
	Desvendando as áreas.	Cópias da folha de atividades "Desvendando as áreas", régua e calculadora.	Os alunos deverão descobrir as áreas das regiões hachuradas em circunferências cujos centros estão ocultos.	Duplas ou trios.	30 minutos

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens.	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá resolver exercícios que permitirão rever os conceitos estudados.	Individualmente.	25 minutos
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso.	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá resolver exercícios que permitirão rever os conceitos estudados.	Individualmente	20 minutos

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Circunferência e seus elementos.	Aplicativo "Circunferência" que pode ser acessado em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html , cópias da folha de atividades e calculadoras.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá identificar os principais elementos de uma circunferência e explorar a relação entre raio, cordas e diâmetro.	Duplas	20 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade exploratória. Os alunos deverão movimentar os pontos na tela para investigar as relações entre os elementos da circunferência. Leve aos alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua as folhas de atividades e as calculadoras para as duplas.

Aspectos pedagógicos

Professor, para que a atividade seja bem aproveitada pelos alunos, certifique-se de que não há dúvidas sobre a definição de circunferência e dos seus elementos. Alguns alunos podem apresentar dificuldades na utilização do aplicativo. Para que não fiquem desestimulados, auxilie-os na execução da tarefa. Estimule os alunos a pensarem sobre o que acontece com a razão diâmetro/raio em cada situação.

Folha de atividades - Circunferência e seus elementos

Nome da escola: _____

Nome: _____

Você está acessando um software chamado "Circunferência". No início de cada jogo, você enxerga a seguinte interface:

Início Circunferência Comprimento 1 Comprimento 2 Área

ATIVIDADES - Orientações e problemas

a) Movimente o ponto Q e observe o que acontece com o valor do comprimento do raio;

b) Compare o valor do comprimento do raio com o valor do comprimento do diâmetro;

c) Se o comprimento do diâmetro medir 10 cm, quanto medirá o comprimento do raio?

d) Se o comprimento do raio medir 2 cm, quanto medirá o comprimento do diâmetro?

e) Movimente o ponto P e observe o que acontece com o valor do comprimento da corda

f) Tente encontrar uma posição em que a corda fique com um comprimento maior que o diâmetro;

Centro, Raio, Diâmetro e Cordas

- Use o mouse para mover o ponto **Q**.

Início Circunferência Comprimento 1 Comprimento 2 Área

ATIVIDADES - Orientações e problemas

a) Movimente o ponto Q e observe o que acontece com o valor do comprimento do raio;

b) Compare o valor do comprimento do raio com o valor do comprimento do diâmetro;

c) Se o comprimento do diâmetro medir 10 cm, quanto medirá o comprimento do raio?

d) Se o comprimento do raio medir 2 cm, quanto medirá o comprimento do diâmetro?

e) Movimente o ponto P e observe o que acontece com o valor do comprimento da corda

f) Tente encontrar uma posição em que a corda fique com um comprimento maior que o diâmetro;

Centro, Raio, Diâmetro e Cordas

Observe o que acontece com o comprimento do raio quando você movimenta o ponto **Q**.

- Movimente o ponto **Q**. Anote na tabela abaixo os valores dos comprimentos do raio e do diâmetro. Calcule

Diâmetro
Raio

Raio	Diâmetro	$\frac{\text{Diâmetro}}{\text{Raio}}$

Há uma relação (dependência) entre o comprimento do diâmetro e do raio de uma circunferência?

- Complete a tabela abaixo (use o aplicativo para conferir suas respostas)

Raio	Diâmetro
	10,0 cm
2,0 cm	
	1 m
2,3 cm	

- Movimente o ponto **C** e observe o que acontece com o comprimento da corda indicada em vermelho na tela.

ATIVIDADES - Orientações e problemas

a) Movimente o ponto Q e observe o que acontece com o valor do comprimento do raio;

b) Compare o valor do comprimento do raio com o valor do comprimento do diâmetro;

c) Se o comprimento do diâmetro medir 10 cm, quanto medirá o comprimento do raio?

d) Se o comprimento do raio medir 2 cm, quanto medirá o comprimento do diâmetro?

e) Movimente o ponto P e observe o que acontece com o valor do comprimento da corda

f) Tente encontrar uma posição em que a corda fique com um comprimento maior que o diâmetro;

Centro, Raio, Diâmetro e Cordas

Diâmetro 8,84 cm

Raio 4,42 cm

Corda 6,75 cm

Comprimento: 27,76 cm

- Investigue se é possível deslocar o ponto **C** ao longo da circunferência de modo que o comprimento da corda seja igual ao do diâmetro.
- Investigue se é possível deslocar o ponto **C** ao longo da circunferência de modo que o comprimento da corda seja maior do que o diâmetro.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polígonos	Aplicativo “Classificação de polígonos” que pode ser acessado em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/ead/classificando_poligonos/ e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá lembrar a classificação de polígonos em função do número de lados.	Duplas	20 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade exploratória. Os alunos deverão resolver as questões propostas no software. Leve aos alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua as folhas de atividades para as duplas.

Aspectos pedagógicos

Professor, mesmo sendo uma atividade simples e rápida, acompanhe a execução junto aos alunos para ter certeza de que todos resgataram o conceito abordado.

Alguns alunos podem ter dificuldades com a utilização do aplicativo. Auxilie-os.

Ressalte a relação do prefixo dos nomes utilizados para classificar os polígonos com o número de lados. Por exemplo, tri refere-se a três lados, quadri a quatro lados, penta a cinco lados, e assim por diante.

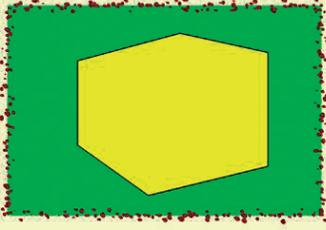
Folha de atividades - Polígonos

Nome da escola: _____

Nome: _____

Você está acessando um software chamado “Classificação de polígonos”. No início de cada jogo, você enxerga a seguinte interface:

Classificação de Polígonos
Clique na resposta certa, classificando o polígono abaixo,
conforme o número de lados que possui:



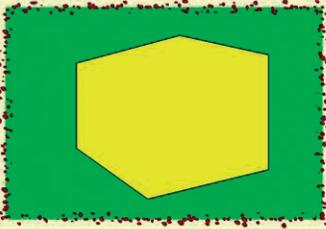
Acertos

Erros

Triângulo	Pentágono	Heptágono	Eneágono
Quadrilátero	Hexágono	Octógono	Decágono

- Use o mouse para classificar o polígono exibido, escolhendo uma das opções apresentadas na parte inferior da tela.

Classificação de Polígonos
Clique na resposta certa, classificando o polígono abaixo,
conforme o número de lados que possui:



Acertos

Erros

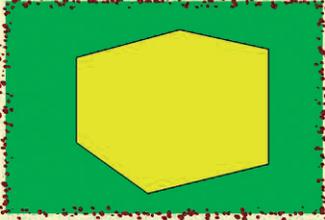
Triângulo	Pentágono	Heptágono	Eneágono
Quadrilátero	Hexágono	Octógono	Decágono



- Após classificar o polígono, use o mouse para clicar no botão "Outro" e obter um novo polígono.

Classificação de Polígonos

Clique na resposta certa, classificando o polígono abaixo, conforme o número de lados que possui:



Acertos 1

Erros 0

outro

Triângulo

Pentágono

Heptágono

Eneágono

Quadrilátero

Hexágono

Octógono

Decágono

- Classifique pelo menos 10 polígonos.

Seção 1 – Circunferência

Páginas no material do aluno

381 a 387

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Perímetro de uma circunferência.	Computador com acesso à internet e som, aplicativo “Circunferência” que pode ser acessado em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá explorar a relação entre os comprimentos de uma circunferência e de seu raio.	Duplas	20 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade exploratória. Os alunos deverão movimentar os pontos na tela para investigar as relações entre os comprimentos de uma circunferência e de seu raio. Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua as folhas de atividades para as duplas.

Aspectos pedagógicos

Professor, para aproveitar melhor a atividade, execute a tarefa com os alunos.

Comece com raio igual a 1 cm. Mostre, enfaticamente, que verificar quantas vezes o raio cabe no comprimento é a mesma coisa que calcular a divisão do comprimento pelo raio. Para raio igual a 1 u.c. chame a atenção para o fato de “cabem” 6 raios e sobrar um pedacinho sobre o segmento que representa o comprimento.

Depois faça, junto com os alunos, $r = 2$ cm ; $r = 3$ cm e, assim por diante, até se certificar que os alunos identificaram que o número de vezes que o raio “cabe” no comprimento é exatamente a divisão do comprimento pelo raio.

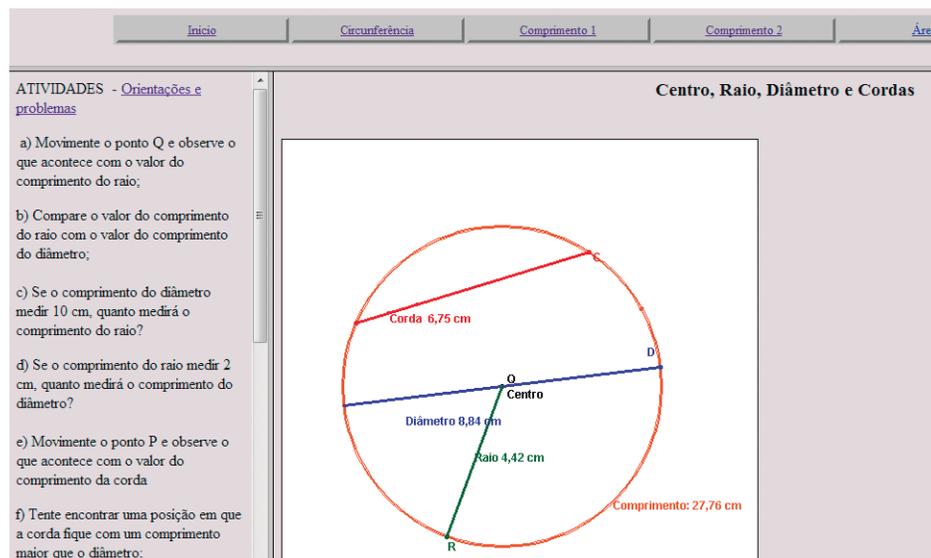
Depois que tiver certeza de que os alunos compreenderam o que está sendo feito, experimente deixá-los tentar outros valores para o raio. Pergunte a eles se conseguem identificar o quociente entre o comprimento e o raio.

Folha de atividades - Perímetro de uma circunferência

Nome da escola: _____

Nome: _____

Você está acessando um software chamado “Circunferência”. No início de cada jogo, você enxerga a seguinte interface:



- Use o mouse para selecionar a aba **Comprimento 1**.

Inicio Circunferência Comprimento 1 Comprimento 2 Área

ATIVIDADES - Orientações e problemas

a) Movimento o ponto Q e observe o que acontece com o valor do comprimento do raio;

b) Compare o valor do comprimento do raio com o valor do comprimento do diâmetro;

c) Se o comprimento do diâmetro medir 10 cm, quanto medirá o comprimento do raio?

d) Se o comprimento do raio medir 2 cm, quanto medirá o comprimento do diâmetro?

e) Movimento o ponto P e observe o que acontece com o valor do comprimento da corda

f) Tente encontrar uma posição em que a corda fique com um comprimento maior que o diâmetro;

Centro, Raio, Diâmetro e Cordas

- O comprimento do segmento vermelho é igual ao comprimento da circunferência exibida na tela. Use o mouse para transportar os segmentos verdes sobre o vermelho e determinar quantos raios correspondem ao comprimento da circunferência.

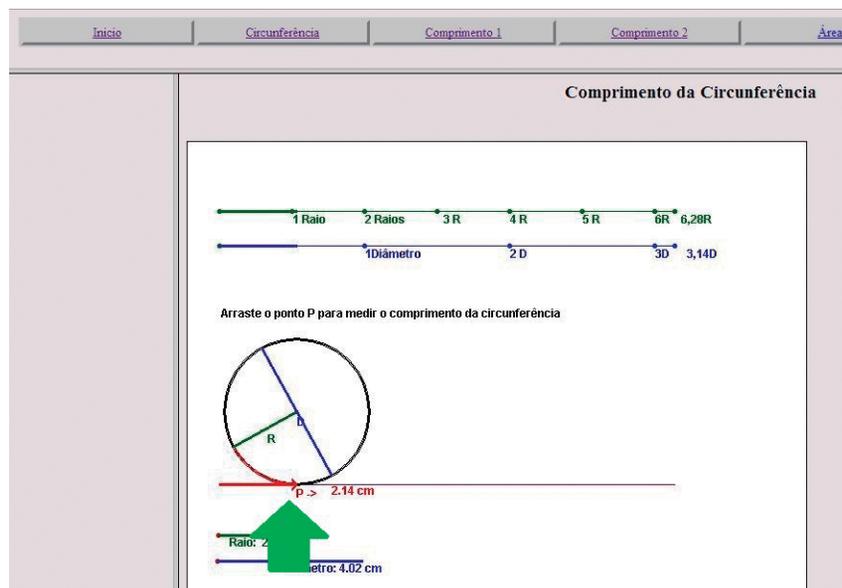
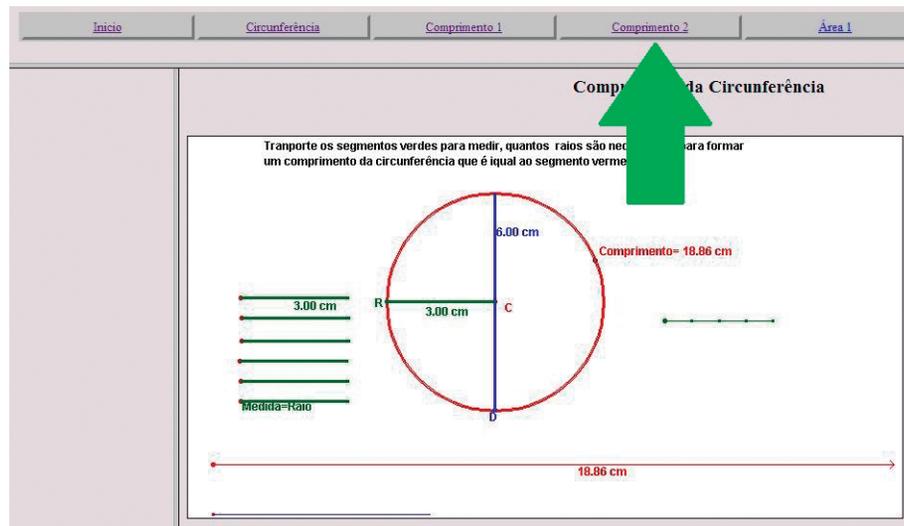
Comprimento da Circunferência

Transporte os segmentos verdes para medir, quantos raios são necessários para formar um comprimento da circunferência que é igual ao segmento vermelho.

- Mova o ponto C. Anote na tabela o valor do comprimento do raio. Use o mouse para transportar os segmentos verdes sobre o vermelho para determinar quantos raios correspondem ao comprimento da circunferência.

Raio	Aproximadamente quantos raios correspondem ao comprimento da circunferência?

- Use o mouse para selecionar a aba **Comprimento 2**.



- Arraste o ponto P para determinar o comprimento da circunferência.
- Calcule $\frac{\text{Comprimento}}{\text{Raio}}$ e compare com suas conclusões no item anterior.

Seção 2 – Comprimento da circunferência

Páginas no material do aluno

388 a 393

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Perímetro de uma circunferência e raio.	Software "Circunferência" que pode ser acessado em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/2009/circunferencia/ , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão determinar experimentalmente a relação entre o perímetro de uma circunferência e seu raio.	Duplas	25 minutos

Aspectos operacionais

Os alunos deverão utilizar o software para resolver as questões propostas na folha de atividades. Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua a folha de atividades e as calculadoras para as duplas.

Aspectos pedagógicos

Professor, acompanhe a realização da atividade junto com seus alunos. Dessa maneira, se certificará de que todos estão apreendendo os conceitos e poderá sanar algumas dúvidas em relação ao conteúdo e ao aplicativo. Durante a atividade questione seus alunos quanto à relação entre o perímetro de uma circunferência e seu raio.

Folha de atividades - Perímetro de uma circunferência e raio

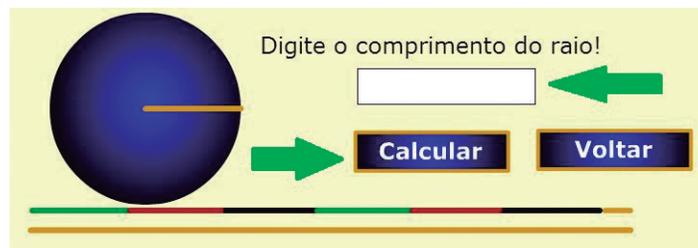
Nome da escola: _____

Nome: _____

Você está acessando um software chamado "Circunferência". No início da atividade, você enxerga a seguinte interface:



- Preencha o campo em branco com valores para o comprimento do raio. Com o mouse, clique no botão **Calcular** para determinar o comprimento da circunferência. Anote os resultados na tabela abaixo.

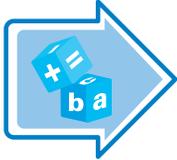


Raio	Comprimento da circunferência	$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Raio}}$

Seção 2 – Comprimento da circunferência

Páginas no material do aluno

388 a 393

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O número π .	Software “Perímetro do círculo” que pode ser acessado em http://via-jarnamatematica.esse.ipp.pt/moodle/file.php/1/vnm_v1/med_app/pi.html , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão utilizar o quociente entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de seu diâmetro para calcular π .	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Os alunos deverão utilizar o software para gerar dados para calcular π através do quociente entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de seu diâmetro. Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua a folha de atividades e as calculadoras para as duplas.

Aspectos pedagógicos

Professor, acompanhe a realização da atividade junto com seus alunos. Dessa maneira, se certificará de que todos estão apreendendo os conceitos e poderá sanar algumas dúvidas em relação ao conteúdo e ao aplicativo. Convide os alunos a relacionar o 6,28 encontrado na atividade anterior com 2π . Em seguida mostre que o 2 passado para o denominador da razão comprimento/raio a transforma para comprimento/diâmetro, que é igual a π .

Folha de atividades - O número π

Nome da escola: _____

Nome: _____

Você está acessando um software chamado “Perímetro do círculo”. No início da atividade, você enxerga a seguinte interface:

Perímetro do Círculo

Movimente o ponto B e observe o que acontece ao quociente entre o perímetro e o diâmetro do círculo. Que pode concluir?

Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)

Perímetro = 12.56637
Diâmetro = 4

$$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Diâmetro}} = \frac{12.56637}{4} = \pi$$

- Movimente o ponto **B** e anote os valores do comprimento do diâmetro e do perímetro da circunferência na tabela abaixo.

Perímetro do Círculo

Movimente o ponto B e observe o que acontece ao quociente entre o perímetro e o diâmetro do círculo. Que pode concluir?

Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)

Perímetro = 12.56637
Diâmetro = 4

$$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Diâmetro}} = \frac{12.56637}{4} = \pi$$

Use os dados das duas primeiras colunas para preencher a terceira.

Diâmetro	Perímetro da circunferência	$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Diâmetro}}$

O que você observa na terceira coluna?

Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

393 a 395

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polígonos regulares.	Software “Polígonos regulares” que pode ser acessado em http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-pr-br.html e cópias da folha de atividades “Polígonos regulares”.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão investigar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a medida de seus ângulos internos.	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Os alunos deverão usar o software para investigar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a medida de seus ângulos internos. Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua a folha de atividades para as duplas.

Aspectos pedagógicos

Professor para aproveitar melhor a atividade, execute a tarefa com os alunos: comece com o triângulo, passe para o pentágono e depois o heptágono. Depois de preencher a tabela com esses dados, deixe-os fazer a atividade com o quadrado e o hexágono. Corrija possíveis erros, tire dúvidas e retome a atividade com o eneágono. Em seguida, deixe-os fazer o octógono.

Dependendo da turma, talvez seja necessário fazer a atividade fracionada, da seguinte forma: primeiro analisando os ângulos centrais dos polígonos na sequência sugerida acima e depois analisando os ângulos internos do polígono.

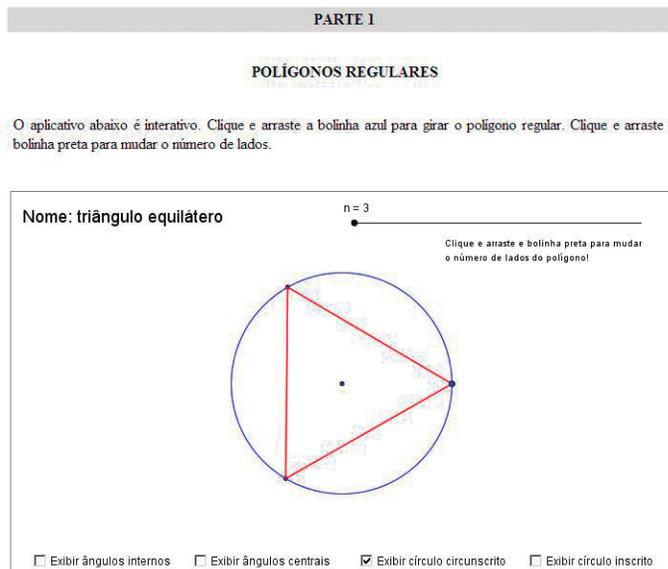
Note que, ao unir os vértices de um polígono regular de n lados ao centro da circunferência circunscrita ao polígono, ele é subdividido em n triângulos isósceles congruentes. A base de cada um deles é um lado do polígono. Discuta com os alunos que, nesses triângulos, a medida do ângulo oposto ao lado do polígono mede $\frac{360^\circ}{n}$ e que a soma das medidas dos ângulos adjacentes coincide com a medida do ângulo interno. Explore essas relações para dar sentido à fórmula $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$.

Folha de atividades – Polígonos regulares

Nome da escola: _____

Nome: _____

Você está acessando um software chamado “Polígonos regulares”. No início da atividade, você enxerga a seguinte interface:



- Com o mouse, selecione as opções Exibir ângulos internos e Exibir ângulos centrais

PARTE 1

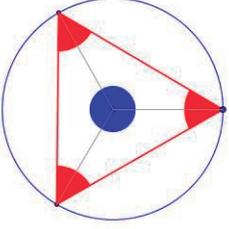
POLÍGONOS REGULARES

O aplicativo abaixo é interativo. Clique e arraste a bolinha azul para girar o polígono regular. Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados.

Nome: triângulo equilátero n = 3

Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados do polígono!

$$\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 60^\circ$$



$$\theta = \frac{360^\circ}{n} = 120^\circ$$

Exibir ângulos internos
 Exibir ângulos centrais
 Exibir círculo circunscrito
 Exibir círculo inscrito

- Para preencher a tabela abaixo, use o mouse para deslizar o seletor e escolher o número de lados do polígono regular.

PARTE 1

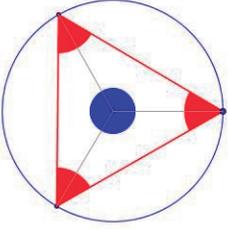
POLÍGONOS REGULARES

O aplicativo abaixo é interativo. Clique e arraste a bolinha azul para girar o polígono regular. Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados.

Nome: triângulo equilátero n = 3

Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados do polígono!

$$\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 60^\circ$$



$$\theta = \frac{360^\circ}{n} = 120^\circ$$

Exibir ângulos internos
 Exibir ângulos centrais
 Exibir círculo circunscrito
 Exibir círculo inscrito

Na quarta coluna da tabela, anote a medida do ângulo interno α (em vermelho na figura) calculada pelo aplicativo.

Número de lados n	Nome do polígono regular	$\frac{360^\circ}{n}$	α	$180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$
3	triângulo equilátero			
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

393 a 395

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Razões trigonométricas.	Software “Triângulo retângulo”, que pode ser acessado em http://www.es.iff.edu.br/softmat/ape/Blo1/1trianguloretangulo.html , e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão resolver um problema que envolve razões trigonométricas em um triângulo retângulo.	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua a folha de atividades para as duplas. Os alunos devem seguir as instruções do software.

Aspectos pedagógicos

Professor, inicie aumentando e diminuindo o ângulo várias vezes. Essa é uma ótima oportunidade para mostrar que, variando a medida k , obtemos vários triângulos semelhantes e as razões trigonométricas se mantêm. Porém, quando variamos o ângulo, as razões variam.

Depois varie o k . Talvez seja necessário ir ao quadro desenhar dois ou mais triângulos um ao lado do outro, pois, para alguns, o dinamismo da atividade pode interferir na compreensão do conteúdo.

Folha de atividades – Razões trigonométricas

Nome da escola: _____

Nome: _____

Você está acessando um software chamado “Triângulo retângulo”. No início da atividade, você enxerga a seguinte interface:

Triângulo Retângulo 1

No applet abaixo:

- mova o seletor k e observe, na janela de visualização, o triângulo e as razões;
- altere a medida do ângulo α , movendo o seletor correspondente, e observe o triângulo e as razões;
- marque as três caixas e visualize o nome dessas razões.

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Ajuda

$k = 7$

$\alpha = 31^\circ$

$\alpha = 31^\circ$

$b/a = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{4.20602}{8.16643} = 0.51504$

$c/a = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{7}{8.16643} = 0.85717$

$b/c = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}} = \frac{4.20602}{7} = 0.60086$

hipotenusa a

cateto oposto b

cateto adjacente c

31° 90°

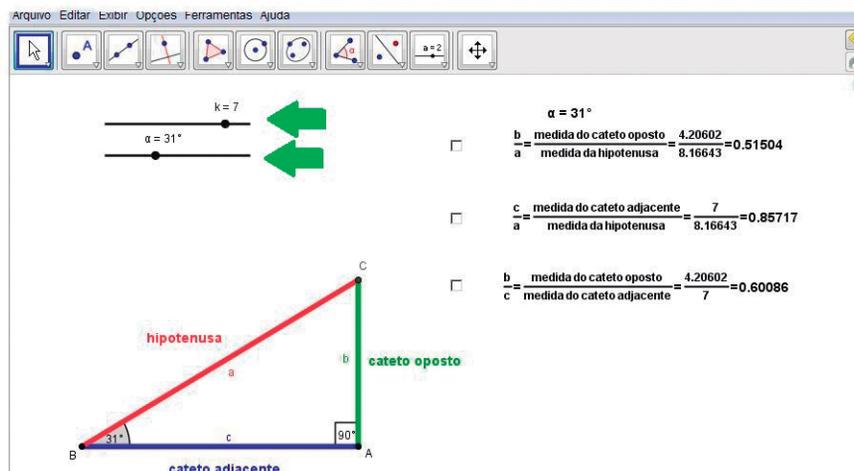
Na tela, as medidas dos catetos do triângulo retângulo estão indicadas por b e c . A medida da hipotenusa, por a . Ao variar o valor de k , as medidas dos lados do triângulo retângulo variam, mas as medidas de seus ângulos internos não sofrem alteração. Ao variar o valor de α , o valor do ângulo B é alterado. Com isso, os valores de a , b e a medida do ângulo C se modificam, de modo que o triângulo ABC permaneça retângulo em A . Use o mouse para variar o valor de k no seletor e observe o que acontece com os quocientes $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$ e $\frac{b}{c}$.

- Use o mouse para variar o valor de α no seletor e observe o que acontece com os quocientes $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$ e $\frac{b}{c}$.

Triângulo Retângulo 1

No applet abaixo:

- mova o seletor k e observe, na janela de visualização, o triângulo e as razões;
- altere a medida do ângulo a, movendo o seletor correspondente, e observe o triângulo e as razões;
- marque as três caixas e visualize o nome dessas razões.



Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

393 a 395

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Cabe ou não cabe?	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos irão investigar se um paralelepípedo passa ou não por um buraco circular. Para isso, utilizarão o cálculo de diagonais, apótemas de retângulos inscritos na circunferência.	Duplas ou trios.	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, divida a turma em duplas ou trios e distribua a folha de atividades para todos. Em seguida, lance a seguinte situação problema:

“Um bloco retangular de madeira, com 18 cm de largura e 12 cm de altura, passa por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

Deixe que cada grupo analise os dados do problema e busque justificativas para as soluções apresentadas. Em seguida, lance aos alunos a segunda situação:

“Um bloco retangular de madeira, com 16 cm de largura e 16 cm de altura, passa por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

No final, apresente a última situação:

“Um bloco retangular de madeira, com 12 cm de largura pode ter, no máximo, quantos centímetros de altura para passar por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

Encerre a atividade, mostrando a eles a solução dos problemas.

Aspectos pedagógicos

Professor, o paralelepípedo e o buraco circular apenas indicam uma análise em cima de uma circunferência e um retângulo inscrito. Alguns alunos podem ter dificuldades em “planificar” as situações. Nesta atividade, a profundidade do paralelepípedo não interfere na resolução do problema

Folha de atividades – Cabe ou não cabe?

Nome da escola: _____

Nome: _____

Resolva cada uma das situações a seguir.

SITUAÇÃO 1:

“Um bloco retangular de madeira, com 18 cm de largura e 12 cm de altura, passa por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

SITUAÇÃO 2:

“Um bloco retangular de madeira, com 16 cm de largura e 16 cm de altura, passa por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

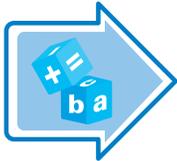
SITUAÇÃO 3:

“Um bloco retangular de madeira, com 12 cm de largura pode ter, no máximo, quantos centímetros de altura para passar por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

393 a 395

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Desvendando as áreas.	Cópias da folha de atividades "Desvendando as áreas", régua e calculadora.	Os alunos deverão descobrir as áreas das regiões hachuradas em circunferências cujos centros estão ocultos.	Duplas ou trios.	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas ou em trios. Distribua a folha de atividades. Oriente os alunos na resolução da atividade. Comente sobre a ocultação dos centros das circunferências. Peça aos alunos que encontrem um jeito de descobrir as medidas que não foram apresentadas, de forma a poder calcular a área das regiões hachuradas.

Aspectos pedagógicos

Professor, existem diversas maneiras de determinar o centro das circunferências. A mais comum é a dobradura.

A determinação dos centros das circunferências é um ponto importante para o cálculo das áreas. Todavia, existem soluções que não necessitam dessa informação. Esse tipo de solução de baseia na medição do lado do polígono e na posterior utilização das relações entre lado do polígono inscrito ou circunscrito e os raios das circunferências.

Os alunos podem ter dificuldades no cálculo das áreas. Caso isto ocorra, relembre as fórmulas das áreas dessas figuras.

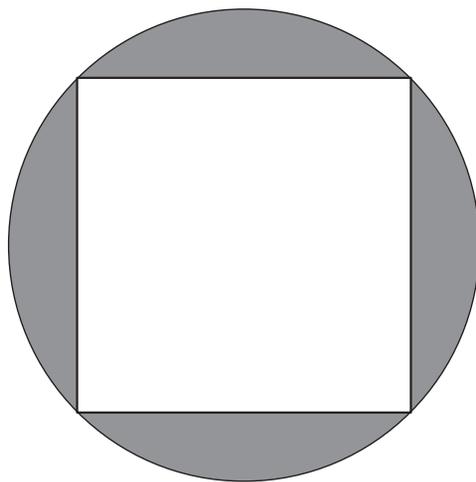
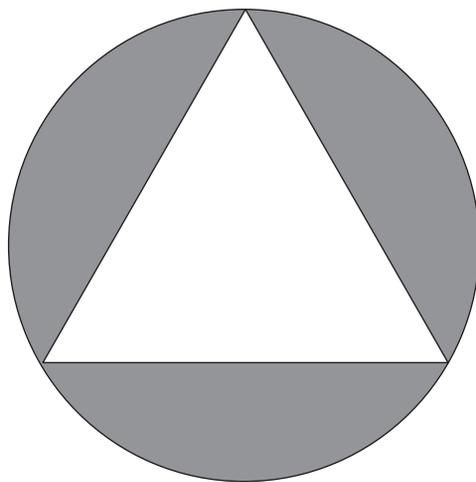
A utilização da calculadora se resume ao cálculo das áreas, envolvendo principalmente o valor de π . Vale lembrar que o valor aproximado de π a ser utilizado neste cálculo fica a critério do professor.

Folha de atividades - Desvendando as áreas

Nome da escola: _____

Nome: _____

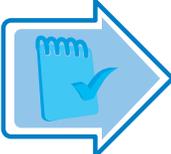
Determine as áreas das regiões hachuradas a seguir. Repare que os centros das circunferências não estão aparecendo.



Atividades de Avaliação

Nessa seção, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto. As atividades dessa seção também promoverão a reflexão do aluno sobre os conteúdos abordados.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir:

Avaliação					
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá resolver exercícios que permitirão rever os conceitos estudados.	Individualmente.	25 minutos

Aspectos operacionais

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, numa folha de papel, a resolução dos exercícios de revisão, para o aprimoramento das aprendizagens que obteve durante as últimas aulas.

Aspectos pedagógicos

Durante a execução da Atividade 1, verifique como os alunos utilizam as informações do enunciado para a resolução do problema.

Auxilie os alunos que apresentam dificuldades, lembrando as definições e resultados.

Enfatize a necessidade dos conceitos básicos para a realização da Atividade 2, pois é importante que eles utilizem a imagem conceitual que foi modificada após as aulas.

Folha de atividades - Registros de Aprendizagens

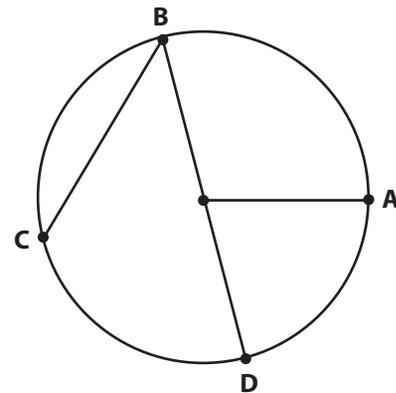
Nome da escola: _____

Nome: _____

Atividade 1:

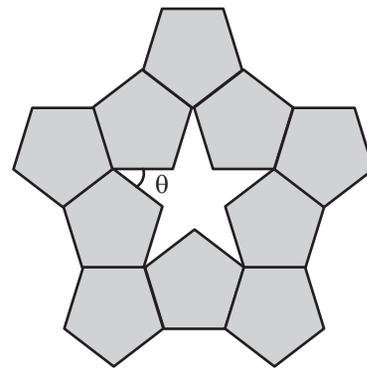
1. Observe a figura e classifique em (V) se verdadeiro ou (F) se falso.

- () o segmento de reta OA é diâmetro.
- () o segmento de reta OB de raio.
- () o segmento de reta BC é diâmetro.
- () o segmento de reta BC é corda.
- () o segmento de reta BD é diâmetro.



2. Observe com atenção a figura abaixo. Todos os polígonos sombreados são idênticos e regulares. Responda:

- Qual o nome de cada polígono sombreado de acordo com o número de lados que possui?
- Qual o valor de cada ângulo interno de um polígono sombreado?
- Qual o valor do ângulo assinalado na estrela de cinco pontas?



3. Um disco voador é avistado, numa região plana, a uma certa altitude, parado no ar. Em certo instante, algo se desprende da nave e cai em queda livre, conforme mostra a figura. A que altitude se encontra esse disco voador?

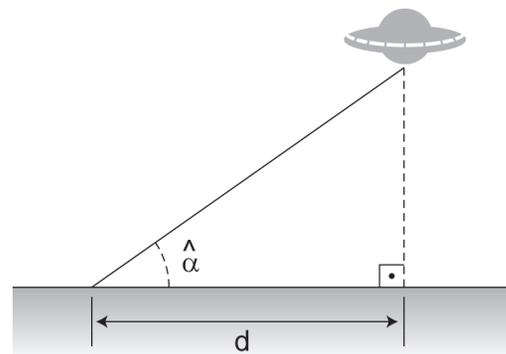
Considere as afirmativas:

I - a distância d é conhecida;

II - a medida do ângulo α e a tg do mesmo ângulo são conhecidas.

Então, tem-se que:

- a I sozinha é suficiente para responder à pergunta, mas a II, sozinha, não.



- b. a II sozinha é suficiente para responder à pergunta, mas a I, sozinha, não.
- c. I e II, juntas, são suficientes para responder à pergunta, mas nenhuma delas, sozinha, não é:
- d. ambas são, sozinhas, suficientes para responder à pergunta.
- e. a pergunta não pode ser respondida por falta de dados.

Atividade 2:

1. Defina com suas palavras o que significa:
 - a. Circunferência:
 - b. Círculo:
 - c. Raio:
 - d. O número π :
 - e. Polígonos regulares:
 - f. Inscrição:
 - g. Circunscrição:

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso.	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá resolver exercícios que permitirão rever os conceitos estudados.	Individualmente.	20 minutos

Aspectos operacionais

Sugerimos a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno se familiarize com questões cobradas em avaliações de larga escala, como o ENEM, vestibulares, concursos, etc.

Aspectos pedagógicos

Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas.

As questões objetivas, em geral, têm em suas alternativas erradas sempre uma justificativa com erro plausível. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Dessa forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere sobre as equivocadas, ressaltando onde reside o erro.

Folha de Atividades – Questões de avaliações de larga escala ou concurso

Nome da escola: _____

Nome: _____

Questão 1 (ENEM 2002):

Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:

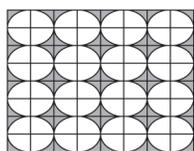
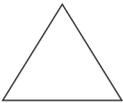
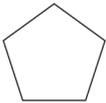
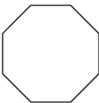


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano



Figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono
Figura			
Ângulo interno	60°	90°	108°
Nome	Hexágono	Octógono	Eneágono
Figura			
Ângulo interno	120°	135°	140°

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

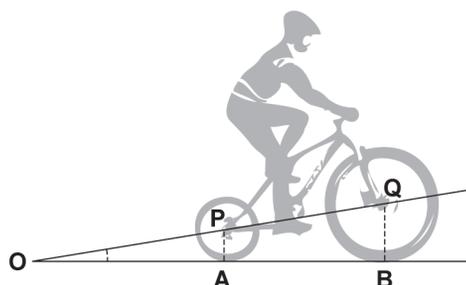
Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um

- triângulo
- quadrado
- pentágono
- hexágono
- eneágono.

Questão 2 (UERJ 2000):

Observe a bicicleta e a tabela trigonométrica.

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
10°	0,174	0,985	0,176
11°	0,191	0,982	0,194
12°	0,208	0,978	0,213
13°	0,225	0,974	0,231
14°	0,242	0,970	0,249

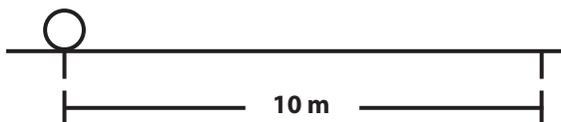


Os centros das rodas estão a uma distância PQ igual a 120 cm e os raios PA e QB medem, respectivamente, 25 cm e 52 cm. De acordo com a tabela, o ângulo $A\hat{O}P$ tem o seguinte valor:

- a. 10° b. 12° c. 13° d. 14°

Questão 3 (UFRJ 2005):

Uma roda de 10 cm de diâmetro gira em linha reta, sem escorregar, sobre uma superfície lisa e horizontal.



Determine o menor número de voltas completas para a roda percorrer uma distância maior que 10m.

