

# Estudo de Funções - parte 1

Érika Silos de Castro (coordenação), André Luiz Martins Pereira, Leo Akio Yokoyama e Luciana Felix da Costa Santos

## Introdução

Na unidade 2 do material do aluno, são apresentadas várias situações que exemplificam como o conceito de função está presente no nosso cotidiano. Nesta unidade, o aluno terá a oportunidade de ampliar as discussões realizadas no módulo 1, utilizando a representação por diagramas para identificar funções, além de reconhecer as noções de variáveis, dependência e regularidade.

Para potencializar o material didático do aluno, pesquisamos alguns recursos e atividades com o objetivo de oferecer a você, professor, mais recursos para explorar estes temas em suas aulas.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora. A proposta é que essa atividade seja realizada em grupo, promovendo uma dinâmica entre os alunos. Neste momento, é esperado que eles desenvolvam algumas noções básicas relacionadas ao conceito de função.

Para dar sequência ao estudo desta unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos a sua utilização nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Ressaltamos a importância de realizar as alterações e adaptações que se fizerem necessárias.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento será dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento consiste num momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

A descrição e o detalhamento das sugestões que elaboramos estão nas tabelas e textos a seguir.

## Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	2	2	3 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Estudo de Funções – parte 1	Função
Objetivos da unidade	
Construir a ideia de função, utilizando situações-problema da aritmética, geometria e álgebra.	
Reconhecer as noções de variáveis, dependência, regularidade.	
Escrever a expressão algébrica que representa uma relação entre duas grandezas que apresenta regularidade.	
Identificar e justificar, quando uma relação é uma função.	
Reconhecer que, toda vez que duas grandezas variam proporcionalmente, a relação entre elas é uma função.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	57 a 58
Seção 1 – Conhecendo uma conta d'água	59 a 60
Seção 2 – Noção intuitiva de Função	60 a 71
Veja ainda...	73
O que perguntam por aí?	77 a 78

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

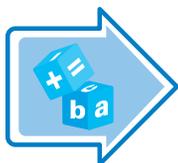
Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

# Recursos e ideias para o Professor

## Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



### Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



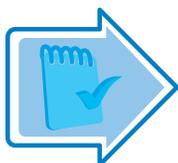
### Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



### Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



### Avaliação

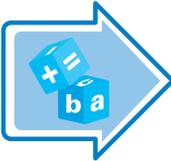
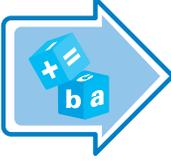
Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



### Exercícios

Proposições de exercícios complementares

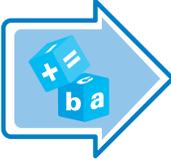
## Atividade Inicial

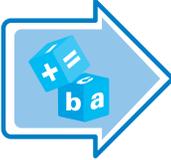
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criptografia de Júlio César	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade propõe a apresentação de uma forma de criptografia e convida os alunos a criarem seus próprios textos criptografados. Esta é uma situação que relaciona cada letra do alfabeto a uma única letra, ou seja, a relação apresentada é uma função.	Duplas ou trios	30 minutos
	Triângulos e suas áreas	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade considera X um conjunto de triângulos num plano e a função f associa cada triângulo de X a sua respectiva área, elemento de Y. Pretende, assim, mostrar que a regra que associa x a f(x) não precisa ser uma fórmula que envolve x.	Duplas ou trios	30 minutos

## Seção 1 – Relações e Funções

Páginas no material do aluno

**59 a 60**

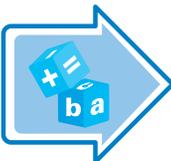
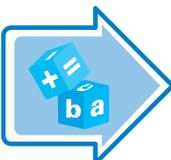
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reconhecendo funções	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade apresenta cinco representações de relações por meio de diagramas e pode servir para complementar a atividade do enigma proposta na seção 1 (p. 8) do material do aluno. O objetivo é que o aluno identifique quais dessas relações representam funções.	Duplas ou trios	40 minutos

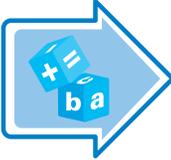
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criando uma adivinhação	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade complementa a adivinhação proposta na seção 1 (p. 7 a 9) no material do aluno, desvendando o “truque” matemático envolvido nesta “mágica”. Os objetivos são estimular os alunos a identificarem que o resultado obtido a partir da sequência de operações pode ser escrito em função do número pensado e, também, estimulá-los a criarem suas próprias adivinhações a partir de um número pensado “x”.	Duplas ou trios	30 minutos

## Seção 2 – Mais sobre a noção de função – Exemplos de funções

*Páginas no material do aluno*

**60 a 71**

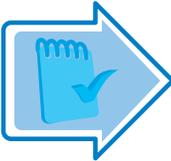
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Compras no sacolão	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade complementa os exemplos propostos na seção 2 (p. 9 a 20) do material do aluno. Propõe a descrição e a exploração de uma situação que relaciona o peso dos produtos, selecionados em um sacolão ao valor da compra. A função é representada por diagrama e de forma tabular.	Duplas ou trios	30 minutos
	Modelando um problema	Folha de atividades, uma folha de papel lápis/caneta	Esta atividade complementa as situações-problema apresentadas na seção 2 (p. 9 a 20) do material do aluno e propõe a modelagem matemática de uma situação-problema do cotidiano.	Duplas ou trios	30 minutos

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Proporcionalidade – Função	Folha de atividades, uma folha de papel lápis/caneta	Na página 17, o material do aluno dá uma atenção especial à proporcionalidade, tratando-a como um tipo particular de função e apresentando exemplos que ilustram este caso especial. Esta atividade propõe uma complementação a este tratamento, partindo da identificação de proporcionalidade (direta e inversa) entre as variáveis envolvidas e propondo representação tabular, algébrica e gráfica do comportamento destas funções.	Duplas ou trios	30 minutos

## Avaliação

*Páginas no material do aluno*

**64 a 71**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade, dividido em duas etapas: A primeira consiste no registro de aprendizagens. Já a segunda consiste em questões objetivas e dissertativas, cuja escolha fica a critério do professor.	individual	40 minutos

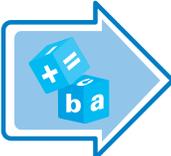
## Atividade Complementar

Páginas no material do aluno

77 a 78

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios de fixação complementares	Folhas de atividades, lápis/caneta	Atividades complementares para fixar as principais noções ligadas ao conceito de função: definição de função, domínio, contradomínio, imagem, representação por diagrama e representação tabular.	Duplas ou trios	

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criptografia de Júlio César	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade propõe a apresentação de uma forma de criptografia e convida os alunos a criarem seus próprios textos criptografados. Esta é uma situação que relaciona cada letra do alfabeto a uma única letra, ou seja, a relação apresentada é uma função.	Duplas ou trios	30 minutos

## Aspectos operacionais

A *criptografia de Júlio César* foi assim nomeada em homenagem ao imperador romano Júlio César (101 a.C. - 44 a.C.), que a usava para proteger mensagens de significado militar.

A transformação pode ser representada, alinhando-se “dois” alfabetos: o alfabeto normal e o alfabeto codificado, obtido pela rotação do alfabeto normal à direita ou à esquerda por um determinado número de posições. Por exemplo, a representação a seguir é uma codificação de César usando uma rotação à esquerda de três posições (o parâmetro de troca, três neste caso, é usado como chave).

Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Código	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Para criptografar uma mensagem, deve-se simplesmente observar cada letra da mensagem na linha normal e escrever a letra correspondente na linha código. Para decodificar, isto é, desfazer o código, basta fazer o contrário. Veja o exemplo:

Normal: A MATEMÁTICA É INTERESSANTE

Codificado: D PDWHPDWLFD H LQWHUHVVDQWH

Hoje em dia, a denominação de código de César é utilizada para todas as codificações em que as letras da mensagem original são substituídas por outras, deslocadas de um número  $x$  de posições – e não necessariamente três. Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos se organizem em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividades com as tabelas de criptografia para cada grupo. Cada tabela serve para cada uma das atividades propostas. Ao apresentar a atividade para os alunos, oriente-os no preenchimento das tabelas de criptografia.

## Aspectos pedagógicos

Você pode iniciar a discussão da atividade relacionando a criptografia a um contexto histórico, explicando, por exemplo, a origem da criptografia de César.

Para motivar os alunos, você ainda pode desafiá-los a tentarem decodificar palavras de outros grupos. Porém, note que a decodificação não é um assunto de função, e sim de contagem de letras. A título de curiosidade, para decodificar as palavras é preciso determinar a frequência de cada letra que aparece na mensagem codificada e comparar com uma tabela de frequência das letras, que varia de idioma para idioma.

É importante comentar que a relação entre essas letras na codificação representa uma função, pois cada letra da linha “normal” da tabela está associada a uma única letra da linha “código”.

### Folha de atividades - Criptografia de Júlio César

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

Utilize uma tabela de codificação dada para cada atividade proposta a seguir:

Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Código	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Código	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Código	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Atividades:

1. Codifique a palavra "VIDA" no código de César de chave  $c = 10$ . Codifique outras palavras ou frases.
2. Decodifique a palavra "CADZDN" no código de César de chave  $c = 9$ .
3. Crie uma nova cifra com outra chave e codifique uma palavra ou frase de sua escolha.

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Triângulos e suas áreas	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade considera $X$ um conjunto de triângulos num plano e a função $f$ associa cada triângulo de $X$ a sua respectiva área, elemento de $Y$ . Pretende, assim, mostrar que a regra que associa $x$ a $f(x)$ não precisa ser uma fórmula que envolve $x$ .	Duplas ou trios	30 minutos

## Aspectos operacionais

Cada grupo receberá uma folha de atividades com um conjunto de triângulos e outro conjunto com elementos reais. O primeiro conjunto será chamado de  $X$  e o segundo de  $Y$ . Ao receberem esta folha, os alunos serão orientados a associarem com uma seta os diferentes triângulos com os números que representam suas áreas (em uma unidade de área dada) e a responderem às questões propostas na folha. A folha de atividade está disponível para reprodução neste material.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo.

---

## Aspectos pedagógicos

Muitas vezes, nos exemplos de funções  $f: X \rightarrow Y$  a que recorremos,  $X$  e  $Y$  são conjuntos numéricos e a regra que associa  $x$  a  $f(x)$  exprime o valor de  $x$  por meio de uma fórmula que envolve  $x$ .

No entanto, isso não precisa ser assim. A natureza da regra que “ensina” como obter  $f(x)$  quando é dado  $x$  é inteiramente arbitrária, desde que respeite as seguintes condições:

- Para que a função  $f$  tenha  $X$  como domínio, a regra deve fornecer  $f(x)$  seja qual for  $x \in X$  dado.
- A cada  $x \in X$  a regra deve fazer corresponder um único  $f(x)$  em  $Y$ .

Professor, primeiro você pode deixar os alunos analisarem os conjuntos dados e tentarem recordar como poderiam obter o valor das áreas destes triângulos a partir das medidas das respectivas bases e alturas dadas.

Caso os alunos apresentem dificuldades, você pode orientá-los a calcularem a área pela fórmula  $A = \frac{b \cdot h}{2}$ , em que  $b$  é a medida da base e  $h$  a da altura.

Vale ressaltar que aqui não estamos interessados na fórmula algébrica da função e sim na observação da existência de uma regra que associa cada triângulo dado a um número real e como deve se caracterizar uma relação para que ela seja uma função.

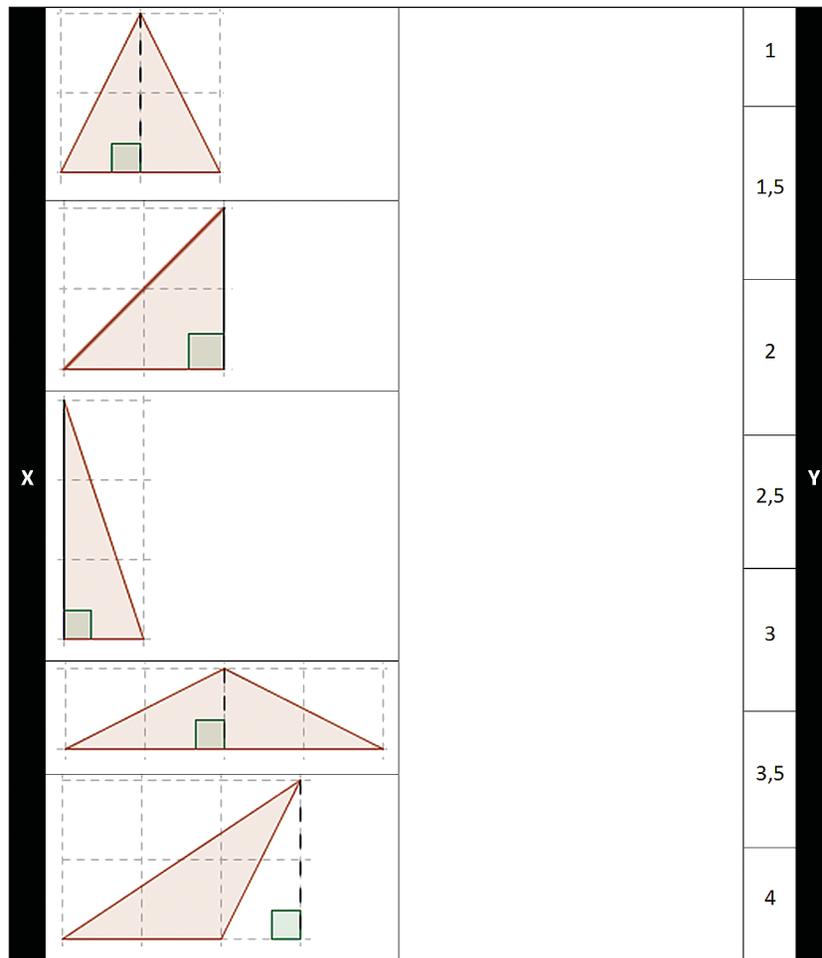
Sugerimos que a discussão com os alunos não recaia na existência de duas variáveis independentes, esta relação de dependência pode ser tratada de forma natural (sem formalidade matemática) se os alunos observarem que a área de um triângulo depende das medidas da base e da altura. Nesta atividade, nosso objetivo é fazer com que os alunos reconheçam e identifiquem, quando uma relação é uma função.

### Folha de Atividades – Triângulos e suas áreas

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

1. Seja  $X$  um conjunto de triângulos e  $Y$  um conjunto cujos elementos são números reais positivos. Utilize setas para associar cada triângulo de  $X$  ao número real de  $Y$  que representa a suas respectivas áreas, considerando cada quadradinho da malha como uma unidade de área.



2. A relação  $f: X \rightarrow Y$  acima representa uma função? E a relação  $g: Y \rightarrow X$ ? Tente justificar as suas repostas.

---

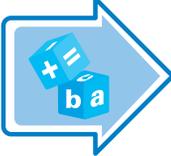


---

## Seção 1 – Relações e Funções

Páginas no material do aluno

59 a 60

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reconhecendo funções	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade apresenta cinco representações de relações por meio de diagramas e pode servir para complementar a atividade do enigma proposta na seção 1 (p. 8) do material do aluno. O objetivo é que o aluno identifique quais dessas relações representam funções.	Duplas ou trios	40 minutos

### Aspectos operacionais

Cada grupo receberá uma folha de atividades com cinco relações representadas por diagramas. Ao receberem esta folha, os alunos serão orientados a identificarem e justificarem, quando uma relação representa uma função. A folha de atividade está disponível para reprodução neste material.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo. Primeiro, deixe os alunos analisarem os diagramas recebidos e tentarem identificar as associações entre os elementos de um conjunto e os de outro.

### Aspectos pedagógicos

Após esta etapa, você pode lembrá-los das condições necessárias para que uma relação seja uma função e orientá-los a identificarem tais características nos diagramas apresentados.

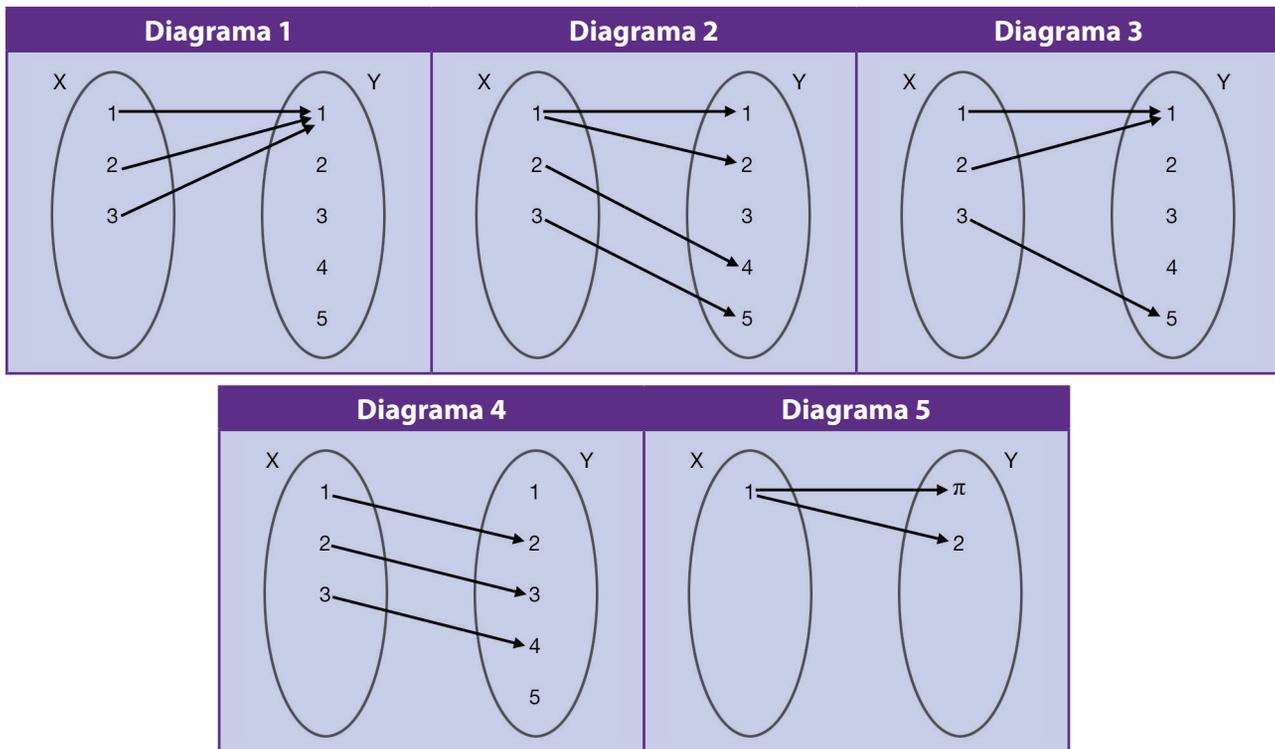
Ao final da atividade, você pode promover um debate a partir dos resultados obtidos na folha de atividades e estimulá-los a pensar em situações cotidianas que possam ser representadas por uma função.

## Folha de Atividades – Reconhecendo funções

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

Os diagramas a seguir representam relações que associam elementos de X a elementos de Y, isto é,  $R: X \rightarrow Y$ .



Identifique, dentre as relações representadas nos diagramas acima, quais são funções e quais não são. Justifique suas respostas.

---

---

---

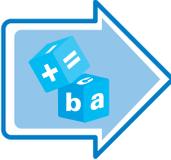
---

---

## Seção 1 – Relações e Funções

Páginas no material do aluno

59 a 60

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criando uma adivinhação	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade complementa a adivinhação proposta na seção 1 (p. 7 a 9) no material do aluno, desvendando o “truque” matemático envolvido nesta “mágica”. Os objetivos são estimular os alunos a identificarem que o resultado obtido a partir da sequência de operações pode ser escrito em função do número pensado e, também, estimulá-los a criarem suas próprias adivinhações a partir de um número pensado “x”.	Duplas ou trios	30 minutos

### Aspectos operacionais

Antes de distribuir a folha de atividades, reproduza com a turma a adivinhação proposta no material do aluno, desvendando a lista de operações envolvidas para a descoberta do resultado.

Para iniciar a atividade, peça que os alunos sigam as seguintes instruções, registrando as operações numa folha:

- Pense em um número de 1 a 9;
- Multiplique o número escolhido por 5;
- Agora, multiplique o resultado por 2;
- Some um número de 1 a 9.
- Qual foi o resultado que você obteve?

Note que o número pensado no início da sequência será sempre aquele que está na casa das dezenas do resultado. Isso ocorre porque ao multiplicar o número pensado por 2 e por 5, sucessivamente, estaremos multiplicando este número por 10. Portanto, ao somar a este resultado um número de 1 a 9, a dezena preservará o número pensado.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, disponível neste material, com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo. Quando os alunos receberem a folha, oriente-os a preencherem as tabelas propostas na folha de atividade. Primeiro,

deixe os alunos analisarem as atividades propostas e tentarem identificar o resultado de uma adivinhação em função de um número “x” pensado.

## Aspectos pedagógicos

Após esta etapa, você pode orientá-los a seguirem a lista de operações propostas e a completarem as tabelas da folha de atividades. Estimule-os, também, a criarem suas próprias adivinhações. Ao final da atividade, você pode sugerir que alguns grupos apresentem à turma a adivinhação que criaram. É importante que os alunos percebam como o resultado das operações propostas depende do número pensado anteriormente.

### Folha de Atividades – Criando uma adivinhação

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

1. Complete a tabela a seguir, utilizando o equivalente em linguagem matemática das operações propostas em linguagem corrente.

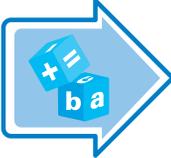
LINGUAGEM CORRENTE	LINGUAGEM MATEMÁTICA
Pense em um número de 1 a 9	x
Multiplique o número escolhido por 5	
Agora, multiplique o resultado por 2	
Some o número que você pensou ao resultado anterior	
Qual foi o resultado que você obteve?	R(x) =

2. A partir da sequência da questão anterior, responda:
  - a. Qual será o resultado obtido por alguém que pensar no número 8? \_\_\_\_\_.
  - b. Se o resultado final for 33, qual foi o número pensado? \_\_\_\_\_.
3. Agora, crie a sua adivinhação a partir de uma sequência de operações que leve o resultado obtido a depender do número pensado. Se desejar testar, aplique com os seus colegas de turma.

## Seção 2 – Mais sobre a noção de função – Exemplos de funções

Páginas no material do aluno

60 a 71

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Compras no sacolão	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade complementa os exemplos propostos na seção 2 (p. 9 a 20) do material do aluno. Propõe a descrição e a exploração de uma situação que relaciona o peso dos produtos, selecionados em um sacolão ao valor da compra. A função é representada por diagrama e de forma tabular.	Duplas ou trios	30 minutos

### Aspectos operacionais

Cada grupo receberá uma folha de atividades com uma situação problema na qual os alunos serão levados a transitar por duas diferentes representações de uma função: a tabular e por diagramas. A folha de atividade está disponível para reprodução neste material. Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo. Professor, primeiro é importante deixar os alunos analisarem a situação problema. Oriente-os a preencherem as tabelas com os valores do preço a ser pago por peso dos produtos selecionados

### Aspectos pedagógicos

Com o preenchimento das tabelas, já é possível identificar que a relação da questão é uma função. Você pode retomar a esta discussão e ampliá-la através da definição de domínio e imagem de uma função. Ao final da atividade, promova um debate baseado nos resultados obtidos, questionando a possibilidade de surgirem números decimais no domínio e na imagem.

Mostre que, no caso desta atividade, a restrição da dona de casa limita o domínio até 5 kg. Outra discussão relevante chama atenção para o fato de, apesar de o domínio da função ser de 0 kg a 5 kg, as balanças não registram números irracionais, somente decimais ou inteiros.

## Folha de Atividades - Compras no sacolão

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

Um sacolão volante cobra R\$ 3,00 o quilo de seus produtos. O preço por quilo é sempre o mesmo e não depende das frutas e legumes que o cliente tiver escolhido. Sabe-se que uma determinada dona de casa só consegue carregar até 5 quilos de produtos.

Sugestão: Utilize o verso da folha para os itens (a) e (b).

- Construa uma tabela que relaciona o peso e o valor da compra para os pesos de 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg e 5 kg;
- Represente a relação do item anterior através de diagramas para os pesos de 1,5 kg, 2,5 kg, 3,5 kg, 4,5 kg e 5 kg;
- Existe uma função entre as grandezas "peso" e "custo"? Por quê?

---

---

- Esta situação apresenta proporcionalidade entre as grandezas envolvidas? Justifique.

---

---

- Qual é o domínio dessa função, considerando o peso máximo de 5 kg?

---

- Qual a imagem dessa função, considerando o peso máximo de 5 kg?

---

- É possível escrever uma expressão matemática que relaciona o preço cobrado em função do peso dos produtos selecionados? Se sim, qual é essa expressão?

---

---

---

## Seção 2 – Mais sobre a noção de função – Exemplos de funções

Páginas no material do aluno

**60 a 71**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Modelando um problema	Folha de atividades, uma folha de papel lápis/caneta	Esta atividade complementa as situações-problema apresentadas na seção 2 (p. 9 a 20) do material do aluno e propõe a modelagem matemática de uma situação-problema do cotidiano.	Duplas ou trios	30 minutos

### Aspectos operacionais

Cada grupo receberá uma folha de atividades com uma situação-problema na qual os alunos serão levados a obter a função matemática que modela o problema, além de estudar algumas propriedades dessa função e construir uma tabela de valores. A folha de atividade está disponível para reprodução neste material. Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo. Primeiro, deixe os alunos analisarem a situação-problema. Em seguida, oriente-os a responderem as questões propostas na folha de atividades, justificando o raciocínio usado para obter as respostas.

### Aspectos pedagógicos

É possível que os alunos tenham dificuldades na tradução da linguagem corrente para a linguagem matemática. Caso isto ocorra, você pode sugerir a montagem de uma tabela complementar que faça esta tradução por partes.

Por exemplo:

Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R\$ 1.000,00 e uma parte variável que corresponde a uma comissão de 18% do total de vendas que ele fez durante o mês.

Linguagem corrente	Linguagem matemática
"...uma parte fixa, no valor de R\$ 1.000,00"	1000
total de vendas que ele fez durante o mês	X
"uma parte variável que corresponde a uma comissão de 18% do total de vendas que ele fez durante o mês."	$\frac{18}{100}$ de $x = 0,18 \cdot x$
salário mensal deste trabalhador em função das suas vendas.	Lei matemática $S(x) = 1000 + 0,18 \cdot x$

Ao final da atividade, promova um debate a partir dos resultados obtidos, discutindo sobre a possibilidade de se escrever uma situação cotidiana a partir de um modelo matemático. Você pode instigá-los a dar exemplos de outras situações cotidianas que podem ser representadas matematicamente por uma função e montar uma nova tabela de tradução.

Desta forma, acreditamos que os alunos consigam ampliar as discussões e identificar situações que possam ser modeladas matematicamente por funções.

### Folha de Atividades – Modelando um problema

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R\$ 1.000,00 e uma parte variável que corresponde a uma comissão de 18% do total de vendas que ele fez durante o mês.

Agora, analise e responda às questões propostas:

1. Construa uma tabela que relaciona as vendas totais e o salário mensal do vendedor, para as vendas totais de R\$ 100,00, R\$ 500,00, R\$ 1000,00, R\$ 5000,00 e R\$ 10000,00.
2. Determine a lei matemática que descreve o salário mensal deste trabalhador em função das suas vendas.

\_\_\_\_\_

3. Analisando o problema proposto:

a. Identifique o domínio da função:

\_\_\_\_\_

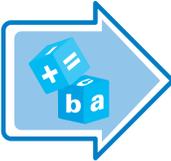
b. Identifique o conjunto imagem da função:

\_\_\_\_\_

## Seção 2 – Mais sobre a noção de função – Exemplos de funções

Páginas no material do aluno

60 a 71

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Proporcionalidade – Função	Folha de atividades, lápis/caneta	Na página 17, o material do aluno dá uma atenção especial à proporcionalidade, tratando-a como um tipo particular de função e apresentando exemplos que ilustram este caso especial. Esta atividade propõe uma complementação a este tratamento, partindo da identificação de proporcionalidade (direta e inversa) entre as variáveis envolvidas e propondo representação tabular, algébrica e gráfica do comportamento destas funções.	Duplas ou trios	30 minutos

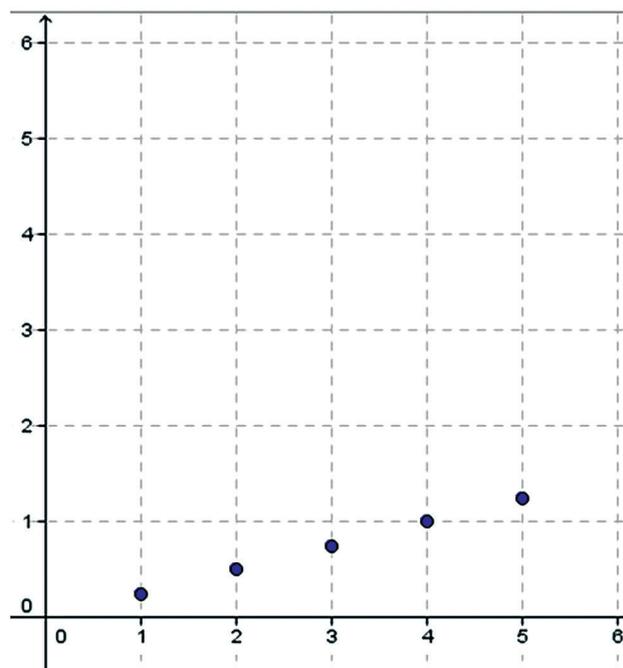
## Aspectos operacionais

Antes de distribuir a folha de atividades, você pode reproduzir no quadro a tabela do exemplo 1, apresentado na p. 17, representar graficamente os pontos que relacionam o total a pagar em função do número de cópias e, a partir daí, gerar uma discussão a respeito de função e proporcionalidade.

Exemplo 1:

Número de cópias	Total a pagar
1	0,25
2	0,50
3	0,75
4	1,00
5	1,25
:	:

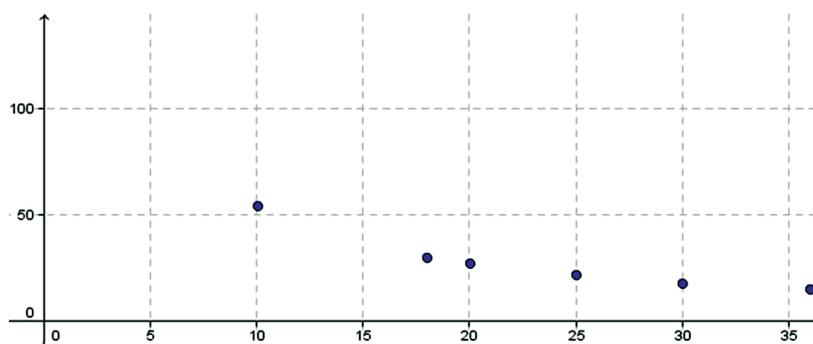
Graficamente:



A discussão pode ser enriquecida a partir do exemplo 2, apresentado na p. 18 do material do aluno, que traz uma função cujas variáveis envolvidas são inversamente proporcionais. O exemplo descreve o rateio do aluguel de um ônibus de acordo com o número de passageiros, conforme a tabela a seguir:

Número de cópias	Total a pagar
10	54,00
36	15,00
20	27,00
25	21,60
30	18,00
18	30,00

Graficamente, os pontos que representam a quantia a pagar em função do número de participantes podem ser representados no sistema cartesiano da seguinte forma:



Após esta discussão, cada grupo receberá uma folha de atividades com 2 tabelas, nas quais os alunos serão levados a reconhecer as características e obter a representação gráfica das funções. A folha de atividades está disponível para reprodução neste material. Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência.

Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividades para cada grupo. Após distribuir a folha, primeiro deixe os alunos analisarem as questões propostas e tentarem reconhecer os padrões de proporcionalidade discutidos anteriormente. Se necessário, oriente os alunos a responderem às questões propostas e a representarem no gráfico cartesiano as variáveis dadas nas tabelas.

## Aspectos pedagógicos

Professor, é importante que os alunos percebam que, no exemplo 1, o número de cópias é diretamente proporcional ao total a pagar, uma vez que variam numa mesma razão, isto é, quando o número de cópias dobra, o total a pagar também dobra.

Da mesma forma, no exemplo 2, sugerimos uma revisão do conceito de grandezas inversamente proporcionais, mostrando aos alunos que quando o número de participantes dobra, a quantia a pagar se reduz à metade; quando o número de passageiros triplica, a quantia reduz-se a terça parte - e assim por diante. Isto é, o aumento do número de passageiros corresponde a uma diminuição do valor a ser pago, numa razão inversa.

Outra discussão relevante é sobre a disposição gráfica de variáveis proporcionais. É importante discutir com os alunos que os pontos do gráfico gerados por grandezas diretamente proporcionais pertencem a uma mesma reta, que passa pela origem do sistema cartesiano. Já no caso das grandezas inversamente proporcionais, os pontos não são alinhados.

Você também pode levar os alunos a determinarem as razões entre as variáveis que formam cada par ordenado. No exemplo 1, considerando  $x$  como o número de cópias e  $y$  como o total a pagar, é possível observar a igualdade entre estas razões. Ela determina o fator de proporcionalidade,  $\frac{x}{y} = \frac{1}{0,25} = \frac{2}{0,5} = \frac{3}{0,75} = \frac{4}{1} = \frac{5}{1,25} = 4$ , mostrando que os números relativos ao número de cópias são 4 vezes maiores que os números relativos ao total a pagar. Além disso, você pode mostrar que a partir daí, os alunos podem obter a fórmula matemática que representa esta função:  $y = 0,25x$ .

No caso do exemplo 2, chamando de  $x$  o número de participantes e de  $y$  a quantia a ser paga, você pode mostrar aos alunos que as razões entre  $x$  e o inverso de  $y$  são sempre iguais. Isto equivale a dizer que o produto dos nú-

meros que formam cada par  $(x, y)$  é sempre igual:  $x \cdot y = 10 \cdot 54 = 36 \cdot 15 = 20 \cdot 27 = 21 \cdot 21,60 = 30 \cdot 18 = 18 \cdot 30 = 540$ . Segue daí que a fórmula matemática que representa esta função pode ser representada por  $y = \frac{540}{x}$ .

Desta forma, acreditamos que os alunos conseguirão ampliar as discussões e identificar quando duas grandezas variam proporcionalmente, percebendo que a relação entre elas é uma função.

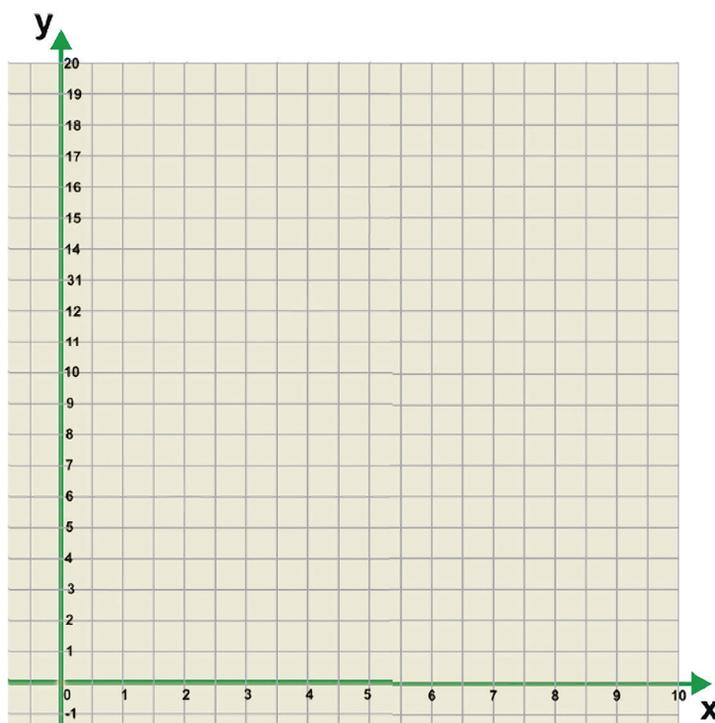
### Folha de Atividades - Proporcionalidade - Função

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

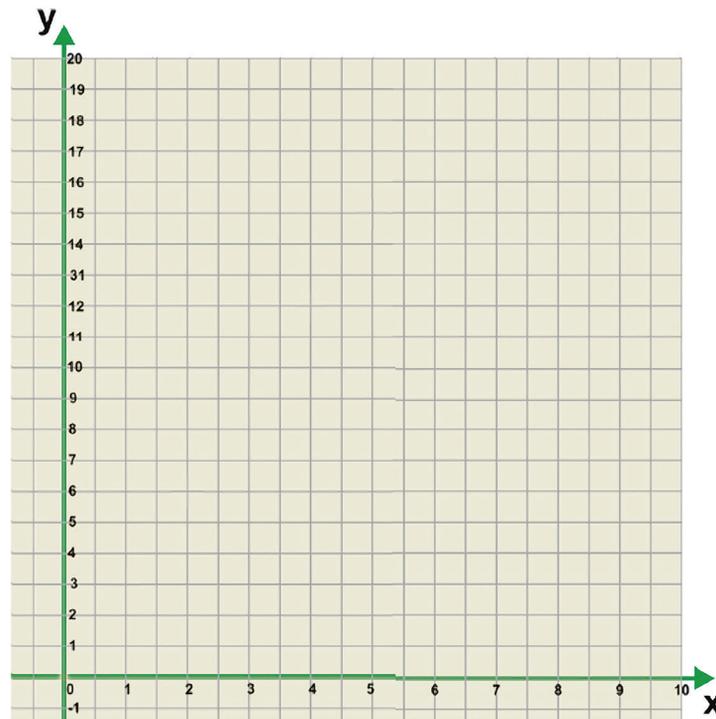
Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

As tabelas a seguir apresentam situações que envolvem variáveis proporcionais. Represente graficamente as funções que as relacionam e responda às questões propostas.

X (kg de açúcar)	Y (Preço - R\$)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8



X (nº de operários)	Y (dias de obra)
2	12
3	8
4	6
6	4
8	3



a. Verifique se, em cada tabela, as variáveis são direta ou inversamente proporcionais. Justifique a sua resposta.

---



---



---



---

b. Determine a lei matemática que representa a função correspondente aos dados de cada tabela.

---



---

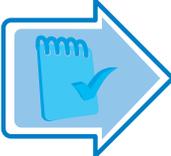


---

## Avaliação

Páginas no material do aluno

64 a 71

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade, dividido em duas etapas: A primeira consiste no registro de aprendizagens. Já a segunda consiste em questões objetivas e dissertativas, cuja escolha fica a critério do professor.	individual	40 minutos

## Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado à Unidade 2. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas nesta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir.

### Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões, que têm por objetivo avaliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas. A ideia é que elas complementem as questões de avaliação que você usa normalmente.

- Qual foi o conteúdo matemático que você estudou nesta unidade?
- Descreva uma situação que você poderia modelar com uma função e represente-a, utilizando uma das formas aprendidas nesta unidade (por tabelas, diagramas etc.).
- Como é a representação gráfica de uma função cujas variáveis são diretamente proporcionais, isto é, como os pares  $(x, y)$  ficam dispostos no gráfico?

Sugerimos também que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, que serão entregues ao seu formador, no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você a maneira como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho. Se for o caso, usaremos os relatos apresentados para repensar os caminhos escolhidos.

## Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Para compor o instrumento avaliativo desta etapa, sugerimos a escolha de pelo menos uma questão que contemple uma das habilidades pretendidas na unidade.

---

## Aspectos pedagógicos

### Respostas das questões objetivas sugeridas

1. (B)    2. (B)    3. (D)    4. (C)    5. (B)

### Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:

#### Questão 1:

$$f(0) = 0^2 - 4 \times 0 + 7 = 7$$

$$f(-3) = (-3)^2 - 4 \times (-3) + 7 = 28$$

$$f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 7 = 3$$

#### Questão 2:

Na função  $f(x) = 2x + 3$ , substituir cada um dos elementos de A no lugar de x, para obter:

$$f(1) = 2 \times 1 + 3 = 5$$

$$f(2) = 2 \times 2 + 3 = 7$$

$$f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$$

$$f(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$$

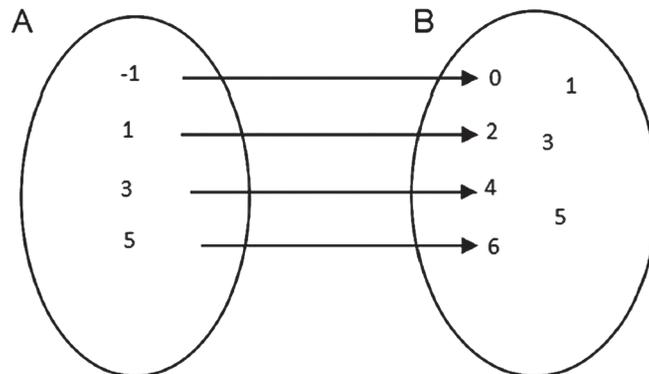
Depois montar o conjunto dos pares ordenados para os elementos da função:  $\{(1,5), (2,7), (3,9), (4,11)\}$

#### Questão 3:

$\text{Dom}_f = \{0, 2, 12\}$  que são exatamente os valores 0,  $\frac{1}{2}$  e 3 multiplicados por 4 respectivamente.

**Questão 4:**

a.



b.  $\text{Dom}_f = \{-1, 1, 3, 5\}$

c.  $\text{Contra domínio}_f = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

d.  $\text{Im}_f = \{0, 2, 4, 6\}$

**Questão 5:**

$$10.000 + 10.(500) = 15.000$$

$$6.000 + 10.(600) = 12.000$$

$10.000 + 500.x < 6.000 + 600.x$ . Logo, teremos  $4000 < 100x$ , isto é,  $40 < x$ . A partir de 40 km.

**Folha de Atividades - Avaliação - Etapa 1**

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na Unidade 2 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder às questões a seguir:

**Questão 1:**

Qual foi o conteúdo matemático que você estudou nesta unidade?

---

**Questão 2:**

Descreva uma situação que você poderia modelar com uma função. Represente essa função, utilizando uma das formas aprendidas nesta unidade (por tabelas, diagramas etc.).

---

---

---

---

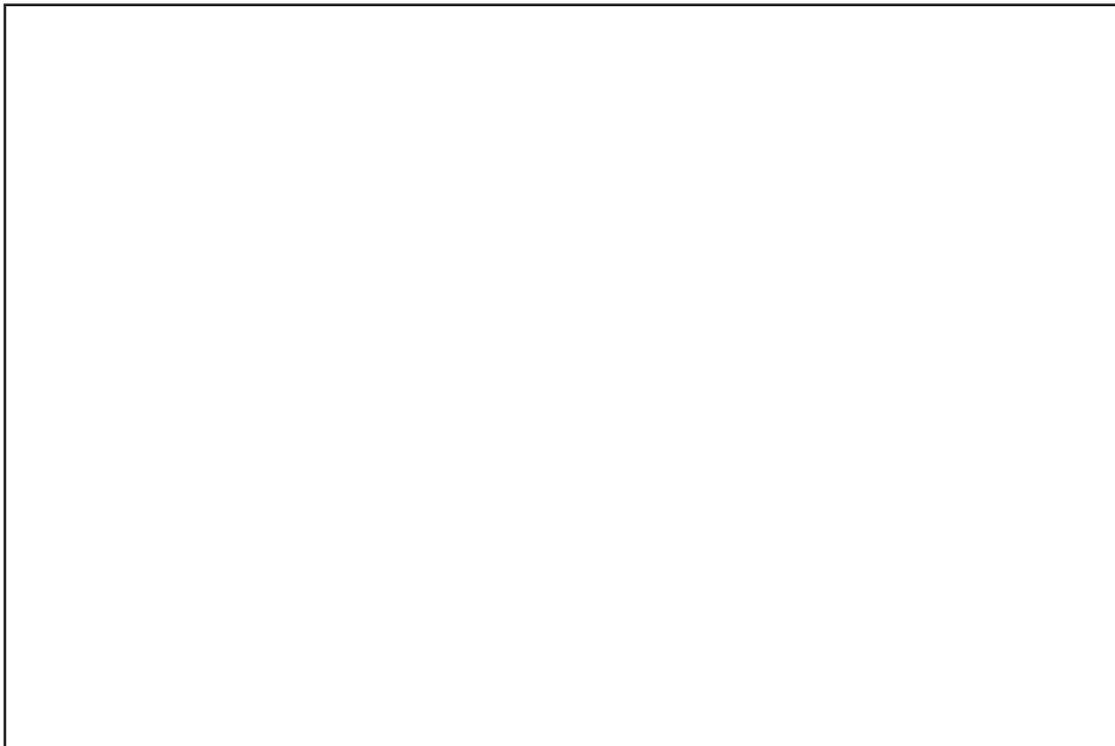
---

---

---

---

---



### Questão 3:

Como é a representação gráfica de uma função cujas variáveis são diretamente proporcionais, isto é, como os pares  $(x, y)$  ficam dispostos no gráfico?

---

---

### Folha de Atividades - Avaliação - Etapa 2

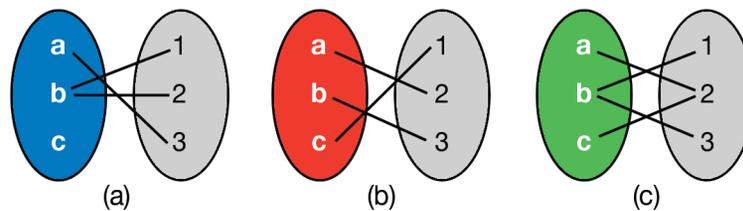
Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

### Sugestões de questões objetivas para a avaliação:

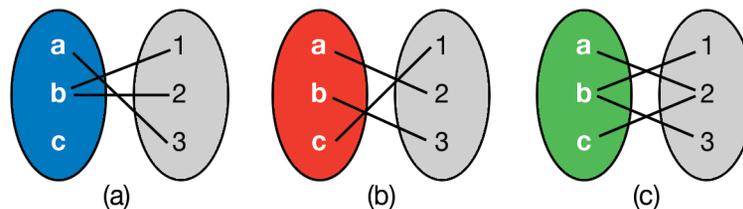
#### Questão 1:

Quais dos diagramas abaixo se encaixam na definição de função de  $A$  em  $B$ , onde  $A=\{a,b,c\}$  e  $B=\{1,2,3\}$ .



#### Questão 2:

Quais dos diagramas abaixo não representa uma função de  $A$  em  $B$ , onde  $A=\{a,b,c\}$  e  $B=\{1,2,3\}$ .



**Questão 3: (PUC-SP - adaptada)**

Um grupo de amigos “criou” uma nova unidade de medida para temperaturas: o grau Patota. Estabeleceram, então, uma correspondência entre as medidas de temperaturas em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ), já conhecida, e em graus Patota ( $^{\circ}\text{P}$ ), mostrada na tabela abaixo:

$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{P}$
20	40
60	48

Lembrando que a água ferve a  $100^{\circ}\text{C}$ , então mantendo este mesmo padrão, na unidade Patota ela ferverá:

- a.  $96^{\circ}$
- b.  $88^{\circ}$
- c.  $78^{\circ}$
- d.  $64^{\circ}$
- e.  $56^{\circ}$

**Questão 4: (UFPA)**

Sejam os conjuntos  $A = \{1,2\}$  e  $B = \{0,1,2\}$ . Qual das alternativas abaixo é verdadeira?

- (A)  $f : x \rightarrow 2x$  é uma função de A em B
- (B)  $f : x \rightarrow x + 1$  é uma função de A em B
- (C)  $f : x \rightarrow x^2 - 3x + 2$  é uma função de A em B
- (D)  $f : x \rightarrow x^2 - x$  é uma função de B em A
- (D)  $f : x \rightarrow x - 1$  é uma função de B em A

**Questão 5: (PUC- SP)**

A função de Euler  $f$  é definida para todo número natural  $n > 1$  da seguinte maneira:  $f(n)$  é o número de números naturais primos com  $n$  (relativamente primos) e menores ou iguais a  $n$ . Quanto vale  $f(12)$  ?

- a. 4
- b. 5

c. 3

d. 6

e. 0

Sugestões de questões discursivas para a avaliação:

### Questão 1:

Qual conjunto é formado pelos valores  $f(0)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(2)$  e  $f(10)$ , se a função está definida por ?

### Questão 2:

Dada a função real definida sobre o conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , apresente o conjunto de todos os pares ordenados, pertencentes à função  $f$ .

### Questão 3:

Uma função associa a cada número a sua quarta parte. Se o conjunto imagem dessa função é  $\text{Im } f = \{0, 1/2, 3\}$ , qual é o domínio da função  $f$ ?

### Questão 4:

Sejam  $A = \{-1, 1, 3, 5\}$  e  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Para a função  $f$ , definida por  $f(x) = \frac{x+1}{2}$ , determine:

- A representação de  $f$  por diagrama;
- Domínio de  $f$ ;
- Contradomínio de  $f$ ;
- Conjunto imagem de  $f$ .

### Questão 5:

O custo de transporte de certa carga por ferrovia é composto de uma quantia fixa de R\$ 10000,00 mais R\$ 500,00 por quilômetro rodado. A mesma carga, transportada por rodovia, tem um custo fixo de R\$ 6000,00 mais R\$600,00 por quilômetro rodado.

- Qual será o custo de transporte, por ferrovia, para 10 km rodados?
- Qual será o custo de transporte, por rodovia, para 10 km rodados?
- A partir de quantos km rodados, o transporte por rodovia se tornará mais caro do que por ferrovia?

### Atividade Complementar

Páginas no material do aluno

77 a 78

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios de fixação complementares	Folhas de atividades, lápis/caneta	Atividades complementares para fixar as principais noções ligadas ao conceito de função: definição de função, domínio, contradomínio, imagem, representação por diagrama e representação tabular.	Duplas ou trios	

## Aspectos operacionais

A seguir, apresentamos alguns exercícios que podem auxiliar você, professor, na fixação das principais noções trabalhadas ao longo desta unidade. São elas: definição de função, domínio, contradomínio e imagem de uma função, representação por diagrama e representação tabular de funções.

Estes exercícios foram distribuídos em uma folha de atividades, que se encontra disponível para reprodução neste material. Eles poderão ser aplicados ao término de cada seção do material do aluno ou todos juntos, no momento reservado para a consolidação dos conteúdos trabalhados. Você também poderá encontrar as soluções destes exercícios neste material.

Peça que os alunos organizem-se em duplas ou em trios, mas procure distribuir uma folha de atividades para cada aluno. Dessa forma, todos poderão ficar com uma cópia do material e usá-lo mais tarde, como fonte de consulta. Escolha previamente os exercícios que mais se adequam à realidade de sua turma e à abordagem escolhida para apresentação dos conceitos introduzidos na Unidade 2.

## Aspectos pedagógicos

Depois de os alunos concluírem o conjunto de exercícios que você escolheu aplicar, procure discutir as soluções apresentadas por eles, valorizando cada estratégia, mesmo que esta não tenha conduzido a uma resposta verdadeira.

Procure incentivar os alunos a executar tais exercícios sem a sua intervenção. Isso pode favorecer o desenvolvimento da autonomia deles no que diz respeito à habilidade de resolver problemas.

Respostas da Folha de atividades – Exercícios adicionais

1.

a.  $D(f) = A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b.  $CD(f) = B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

c.  $Im(f) = \{1, 3, 5, 7\}$

2.  $f(4) = 7$

3. Quando  $x = 5, y = 3$

4. Quando  $y = 3, x = 5$

5. Quando  $f(x) = 1, x = 1$  ou  $x = 3$

6. Quando  $x = 6, f(x) = f(6) = 7$

7. Quando  $y = 7, x = 4$  ou  $x = 6$

8.

a.  $Im(f) = \{-3, -1, 1, 5\}$

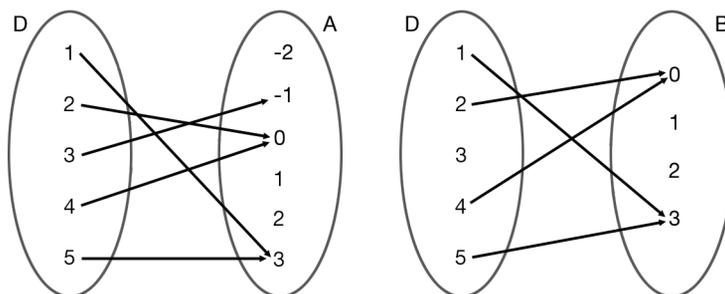
b.

x	-2	-1	0	2
f(x)	-3	-1	1	5

9. a)  $f(-3) = 4$  e  $f(0) = 5$  b)  $f(x) = 3x + 5$

10.

a.



b.  $r$  representa função, mas  $s$  não representa função, pois há um elemento do domínio que não possui imagem correspondente.

### Folha de Atividades - Avaliação - Etapa 1

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome dos Alunos: \_\_\_\_\_

Considere a função  $f: A \rightarrow B$  dada pelo diagrama abaixo e faça o que se pede nos itens de 1 a 7:

1. Determine:

- O domínio da função  $f$ .
- O contradomínio da função  $f$ .
- O conjunto imagem da função  $f$ .

2. Determine a imagem de 4 pela função  $f$ .

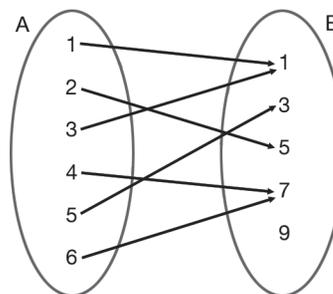
3. Determine o valor de  $y$  quando  $x = 5$ .

4. Determine o valor de  $x$  quando  $y = 3$ .

5. Determine o valor de  $x$  quando  $f(x) = 1$ .

6. Determine o valor de  $f(x)$  quando  $x = 6$ .

7. Determine o valor de  $x$  quando  $y = 7$ .



8. Seja a função  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 2x + 1$ , de domínio  $D = \{-2, -1, 0, 2\}$ .

- Determine o conjunto imagem de  $f$ .
- Construa uma tabela que relacione os elementos do domínio com suas respectivas imagens.

9. Uma função real  $f$  tem parte de seu domínio e suas respectivas imagens, representados na tabela a seguir.

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-7	-4	-1	2	5	8	11	14	17	20

Depois de analisar a tabela, faça o que se pede:

- Determine  $f(-3)$  e  $f(0)$ .
  - Identifique sua possível expressão algébrica.
10. Considere os conjuntos  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  e  $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Considere as relações  $r: D \rightarrow A$  e  $s: D \rightarrow B$ , que possuem como lei de formação a mesma expressão  $r(x) = s(x) = (x - 2)(x - 4)$ . Agora faça o que se pede:
- Construa uma representação por diagramas para cada uma das duas relações.
  - A partir da observação dos diagramas, identifique qual delas representa função. Justifique a sua resposta.

