

Estudo de Funções – parte 2

Cleber Fernandes, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves

Introdução

Na unidade 3 do material do aluno, são apresentadas diversas situações e atividades que abordam a construção e a análise de gráficos que podem representar funções.

Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas. Apresentamos a descrição e o detalhamento destas sugestões nas tabelas e páginas seguintes.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora, cujos objetivos são iniciar a exposição do tema e promover uma dinâmica entre os alunos. Neste momento, espera-se que os alunos consigam construir gráficos a partir de informações apresentadas e que reconheçam a relação de um gráfico com a função.

Para dar sequência ao estudo desta unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático. Tais recursos apresentam-se associados a atividades descritas detalhadamente neste material. Sugerimos a sua realização nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Recomendamos que você faça alterações e adaptações sempre que achar necessário.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento seria dedicado a uma revisão geral dos conceitos estudados por meio de uma questão discursiva. Já no segundo momento, a revisão seria feita por intermédio da escolha de uma questão objetiva que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade. A ideia é que o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	2	3	3 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Estudo de Funções – parte 2	Gráficos de Função
Objetivos da unidade	
Construir gráficos de funções, utilizando tabelas de pares ordenados;	
Reconhecer se um gráfico representa uma função;	
Determinar o Domínio e Imagem de uma função pela análise de um gráfico;	
Ler e interpretar gráficos de função.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	5 a 6
Seção 1 – Gráficos: sua construção	7
Seção 2 – Construção de um gráfico cartesiano	8 a 10
Seção 3 – Reconhecer uma função pelo seu gráfico cartesiano	11 a 14
Seção 4 – Interpretação de um gráfico	15 a 21
Veja ainda...	22 a 26
O que perguntam por aí?	27 a 29

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

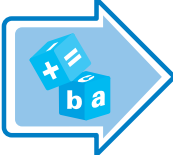
Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividade Inicial


Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reservatórios	Cópias da folha de atividades	Os alunos vão discutir o comportamento do nível da água em reservatórios de diferentes formatos e vão associar estes comportamentos a gráficos que os representem	Duplas	20 minutos
	Todo dia	Computador com datashow e acesso à Internet, cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos irão trabalhar com dados não padronizados. Vão estabelecer uma relação entre conjuntos a partir das informações contidas na letra da música Cotidiano. Posteriormente, vão considerar um subconjunto desses dados que revela um padrão de repetição, associado ao significado da palavra cotidiano	Duplas	20 minutos

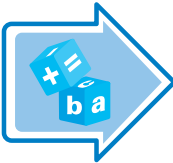
Seção 1 – Gráficos: sua construção

Seção 2 – Construção de um gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

7; 8 a 10

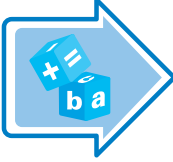
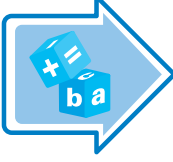
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Na balada	Computador com datashow e acesso à Internet, cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão coletar dados fornecidos ao longo de uma animação apresentada pelo professor. Posteriormente, eles devem utilizar esses dados para representar graficamente as informações coletadas	Duplas	30 minutos

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Peso das crianças	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar uma tabela que relaciona o peso com a idade de crianças. Vão também construir um gráfico, utilizando esses dados. É importante destacar que os dados não estão associados a uma expressão algébrica que possa ser facilmente deduzida	Turma disposta em duplas	30 minutos

Seção 3 – Reconhecer uma função pelo seu gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

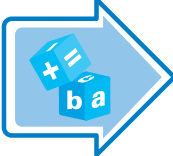
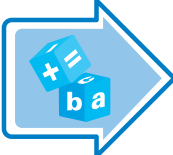
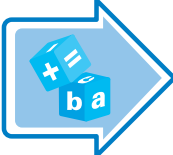
11 a 14

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Consumo de energia	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar e comparar gráficos sobre o consumo anual de energia do carvão e de energia nuclear	Duplas	30 minutos
	Ida para a escola	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar um mapa e pontos do plano cartesiano para determinar como cada criança foi para a escola e quanto tempo levou pra chegar lá	Duplas	30 minutos

Seção 4 – Interpretação de um gráfico

Páginas no material do aluno

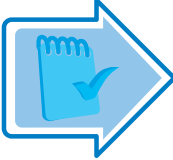
15 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O caminho para a festa	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão acompanhar a ida de Priscila à festa de Camila. Eles vão associar informações dadas a partir de um mapa e de um gráfico, que registra a movimentação de Priscila. Haverá também uma atividade de construção de gráfico	Duplas	30 minutos
	Imposto de renda	vídeo A parte do leão, acessível no endereço http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1153 e cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos assistirão a um vídeo sobre um recém-formado que recebe um aumento salarial e quer saber o imposto que será descontado de seu novo salário. Através do vídeo e da leitura de um texto sobre a cobrança de imposto de renda, os alunos vão utilizar uma função constante por partes para determinar a alíquota de cálculo do imposto de renda devido	Duplas	30 minutos
	Desperdício de água	vídeo A mãe, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1130 , e cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos assistirão a um vídeo sobre uma senhora que liga para o filho, pois sua conta de água do mês tinha dobrado, apesar do consumo não ter aumentado tanto. O filho esclarece que o valor cobrado por litro de água está distribuído em faixas de consumo de acordo com uma função descontínua. No problema proposto, vamos descobrir qual foi o valor da conta de água que deixou a mãe do rapaz tão indignada	Duplas	25 minutos

Seção Avaliação

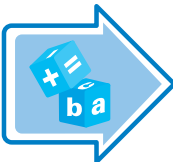
Páginas no material do aluno

22 a 29

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questão de avaliação discursiva	Cópias da folha de atividades, régua	Os alunos serão chamados a registrar, num plano cartesiano, a trajetória feita por uma aeronave ao longo de um dia. Esta etapa pode também ser articulada à seção Veja ainda disponível na p. 22 do material do aluno	Trios	25 minutos
	Questões de avaliações de larga escala	Cópias da folha de atividades	Sugerimos nesta etapa, a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc	Individual	20 minutos

Descrevemos a seguir situações motivadoras a partir das quais queremos que os alunos iniciem uma discussão coletiva. A ideia é que, antes da etapa de formalização, os alunos familiarizem-se com o conteúdo matemático a ser trabalhado de forma empírica e com atividades de fácil compreensão. Sugerimos que você escolha a que julgar mais adequada à sua realidade. Fique à vontade também para adaptá-las, se for o caso.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reservatórios	Cópias da folha de atividades	Os alunos vão discutir o comportamento do nível da água em reservatórios de diferentes formatos e vão associar estes comportamentos a gráficos que os representem	Duplas	20 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Peça para que leiam o texto e, antes de as duplas estabelecerem a correspondência entre os gráficos das funções e os reservatórios, analise e discuta separadamente as seis afirmações. Estimule os alunos a verbalizá-las com suas próprias palavras. Posteriormente, considere apenas os gráficos e analise juntamente com os alunos cada um deles. Estimule-os a descrever em palavras o que acontece com o nível da água, conforme o tempo passa.

Aspectos pedagógicos

Os alunos terão dificuldades em abstrair o comportamento do nível da água para cada reservatório. Faça paralelo com objetos conhecidos. Por exemplo, o nível de água aumenta mais rápido, quando encho um copo ou uma panela com água?

Como há formatos não usuais de reservatórios, recorra à ideia de encher garrafas de mesmo fundo e gargalos diferentes: o nível vai aumentando lentamente e, quando chega perto do gargalo, que é mais estreito, o nível aumenta rapidamente.

Note que o comportamento dos reservatórios (5) e (6) é parecido. Por terem base larga, sofrerem um estreitamento até a metade de sua altura e voltarem a se alargar da metade para cima, o nível de água subirá lentamente no

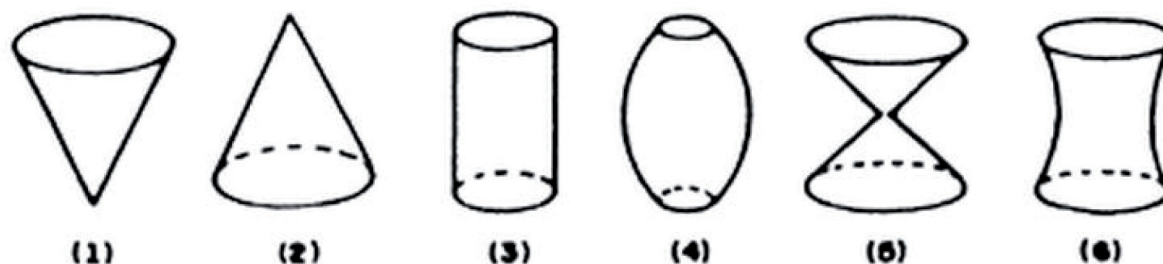
início e depois continuará aumentando cada vez mais rapidamente. Da metade da altura em diante, o comportamento se inverterá: começará aumentando rapidamente e depois continuará aumentando cada vez mais devagar. Nisto os dois são parecidos. Isto ajuda a associá-los aos gráficos (e) e (f). Explore com os alunos o efeito causado no nível da água pelo estreitamento mais acentuado que observamos no reservatório (5) em relação ao reservatório (6).

Folha de Atividades – Construindo triângulos com palitos

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Considere os diferentes reservatórios (numerados de 1 a 6), apresentados na Figura 1. Cada um deles tem capacidade de 60 litros e todos têm 50 cm de altura.



Considere os diferentes reservatórios (numerados de 1 a 6), apresentados na Figura 1. Cada um deles tem capacidade de 60 litros e todos têm 50 cm de altura.

Vamos colocar uma torneira para encher cada um destes reservatórios. Vamos admitir que a vazão da água é a mesma em todas as torneiras, isto é, elas liberam a mesma quantidade de água por minuto.

Queremos investigar, em cada reservatório, o comportamento do nível de água no decorrer do tempo.

É claro que o nível da água aumenta à medida que o tempo passa. Mas existem diferenças significativas no comportamento do nível da água em cada um dos reservatórios. Devido aos diferentes formatos, haverá um aumento mais rápido ou mais lento do nível de água, conforme o tipo de reservatório.

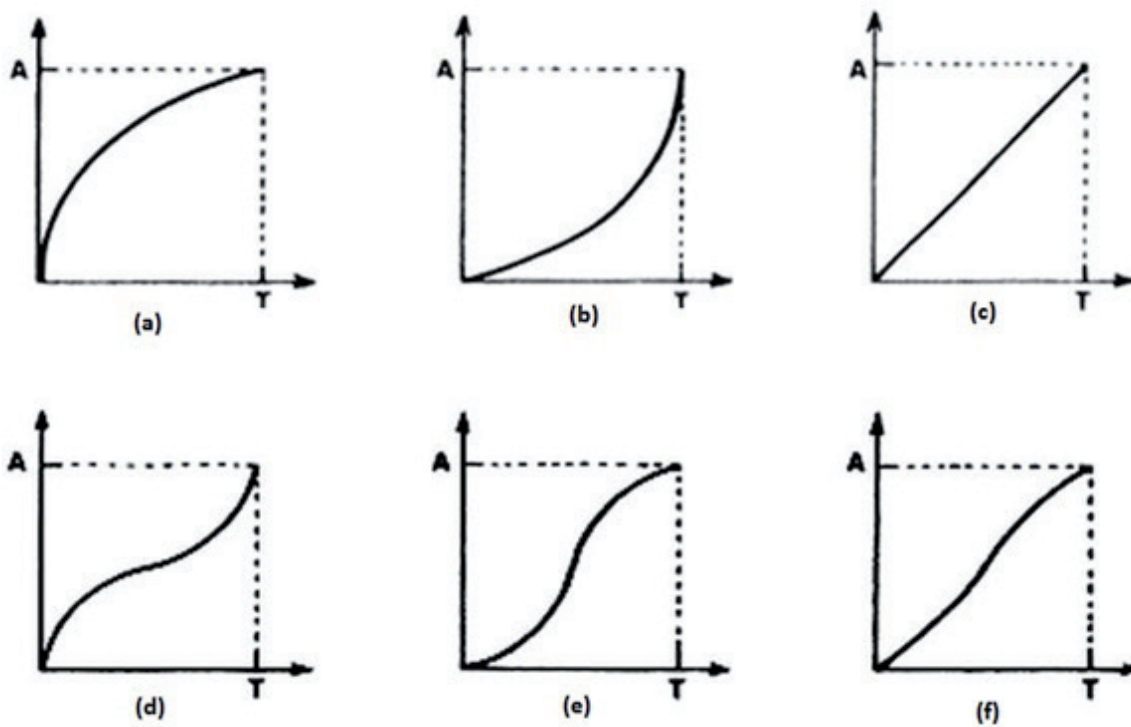
Antes de começarmos, analisem as afirmações a seguir. Todas elas estão corretas. Tente justificar e explicar cada uma delas com suas próprias palavras.

- Reservatório (1): no início do processo, o nível da água aumenta rapidamente e depois continua aumentando, mas não tão rapidamente;
- No reservatório (2), acontece exatamente o contrário. No início do processo, o nível da água aumenta lentamente e depois continua aumentando cada vez mais rapidamente;
- No reservatório (3), o nível da água aumenta de modo constante;

- d. No reservatório (4), o nível da água vai aumentando cada vez mais devagar, até chegar à metade do reservatório. Depois inverte o seu comportamento;
- e. Até a metade da altura, o comportamento do reservatório (5) é similar ao do reservatório (2). Depois, é similar ao do reservatório (1). No meio do reservatório, o nível da água está aumentando rapidamente.
- f. O comportamento do reservatório (6) é similar ao do reservatório (5). Porém, no meio do reservatório, o nível da água não aumenta de modo tão rápido.


Problema:

Considere os seguintes gráficos:



Em cada um dos gráficos, o eixo horizontal representa o tempo em minutos e o vertical representa o nível da água do reservatório em metros. Eles expressam o comportamento do nível da água em cada um dos reservatórios, conforme eles estão se enchendo de água. Sua tarefa é descobrir qual gráfico representa cada um dos reservatórios da Figura 1.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Todo dia	Computador com datashow e acesso à Internet, cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos irão trabalhar com dados não padronizados. Vão estabelecer uma relação entre conjuntos a partir das informações contidas na letra da música Cotidiano. Posteriormente, vão considerar um subconjunto desses dados que revela um padrão de repetição, associado ao significado da palavra cotidiano	Duplas	20 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas, acesse o site do compositor Chico Buarque (http://chicobuarque.com.br/construcao/mestre.asp?pg=cotidian_71.htm) e exiba a letra da música Cotidiano. Espere que todos leiam. Distribua a folha de atividades e oriente os alunos a usarem a letra da música, para resolver os problemas propostos.

Aspectos pedagógicos

Esta é uma interessante oportunidade para a aplicação de uma estratégia interdisciplinar: o trabalho do texto pelo professor de Língua Portuguesa irá facilitar, em muito, o desenvolvimento da atividade pelo professor de Matemática.

De início, os alunos poderão estranhar bastante a atividade. Estimule-os a estabelecer relações entre os elementos do texto e mostre que essa é uma atitude matemática. Antes que os alunos iniciem a resolução dos problemas propostos na folha de atividades, auxilie na compreensão do texto e identificação dos elementos que funcionam como marcadores temporais e as atitudes da esposa que são associadas a eles durante a letra da música.

Estimule os alunos a interpretarem a repetição da primeira estrofe no final da música como um elemento que, juntamente com os marcadores temporais (seis da manhã até meia-noite), introduzem uma ideia de periodicidade e repetição. Explore este aspecto também através do título da música.

Folha de Atividades – Cotidiano

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

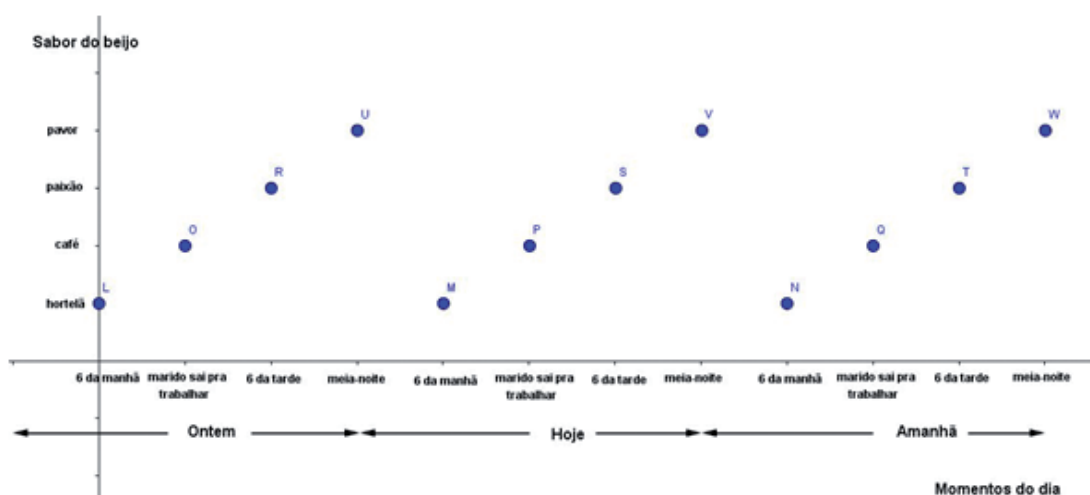
Problemas:

1. A primeira coluna apresenta momentos do dia que foram citados ao longo da letra da música Cotidiano. Consulte a letra da música e identifique as atitudes da esposa que podem ser associadas a esses momentos.

Momentos do dia	Atitudes da esposa
Seis da manhã	
Saída do marido para o trabalho	
Meio-dia	
Seis da tarde	
Meia-noite	

Todos os momentos do dia puderam ser associados a atitudes da esposa? Quando foi possível fazer a associação, a letra da música associava uma única atitude da esposa a cada momento do dia?

2. Identifique as duas informações (coordenadas) que podem ser identificadas nos pontos representados no gráfico a seguir. Você consegue identificar neles uma relação entre o momento do dia e o “sabor” do beijo da esposa?




3. Tente estabelecer uma relação entre o gráfico e a letra da música. Você identifica na música um processo repetitivo na vida diária do casal? O gráfico traduz essa ideia de repetição presente na música?

Seção 1 – Gráficos: sua construção

Seção 2 – Construção de um gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

7; 8 a 10

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Na balada	Computador com datashow e acesso à Internet, cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão coletar dados fornecidos ao longo de uma animação apresentada pelo professor. Posteriormente, eles devem utilizar esses dados para representar graficamente as informações coletadas	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades, que contém instruções, um mapa e uma tabela para os alunos anotarem os dados fornecidos por Fábio ao longo da animação.

Acesse o site http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Trajetoria/mat_ativ_trajetoria.swf. A cada tela, narre as ações de Fábio (conforme indicado adiante) e oriente os alunos a anotarem no mapa e na tabela os dados fornecidos pelo personagem Fábio ao longo da animação.

Fábio escolheu o CAMINHO A.



Está é a casa de Fábio.



Ele está pronto para sair de casa:



Fábio decidiu ir à boate:



Fábio chegou à boate:



Decidiu ir à Lanchonete:



Chegou à Lanchonete:



Foi pra casa da namorada.

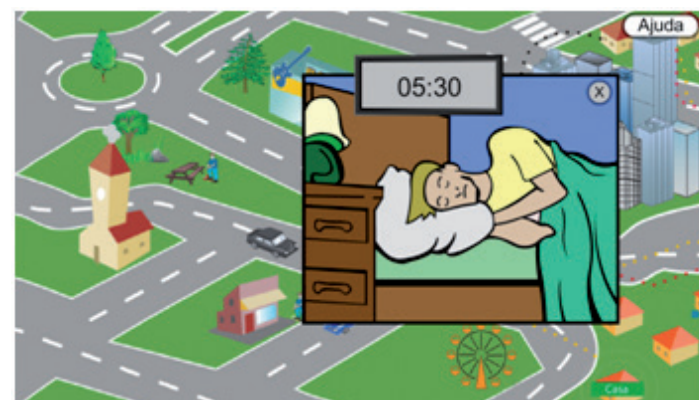
Deixou a namorada em casa:



Foi pra casa.



Chegou a casa:



A noite de Fábio:



Antes que os alunos comecem a fazer o gráfico, preencha coletivamente no quadro os dados da tabela. Se necessário, exiba novamente a apresentação.

Aspectos pedagógicos

Os alunos podem ter dificuldade para construir o gráfico. Comece por questionar quais informações serão inseridas nos eixos. A seguir, pergunte sobre o que ficará descrito no gráfico ao final de sua construção: as curvas que Fábio faz no trajeto, as distâncias que ele percorre em metros ou os lugares em que ele permanece no decorrer da balada? Após essa discussão, construa com eles o sistema de coordenadas indicado no problema. Os alunos terão dificuldade em identificar os horários de 22h45min e 24h45min. Construa coletivamente o trecho do gráfico correspondente à saída de Fábio de sua casa até a saída da casa da namorada, para irem dançar na boate. Discuta e analise cada trecho: aquele em que há deslocamento e aquele em que a distância permanece constante. Instigue os alunos, perguntando, por exemplo: por que o gráfico fica constante? Mas eles não estão dançando? Lembre-os de que Fábio e a namorada estão dançando, sim - mas a boate não! Por isso a distância entre a boate e a casa de Fábio permanece a mesma!

Folha de Atividades – Na balada

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Vamos acompanhar Fábio em uma noite de sexta-feira. Fábio arrumou-se e foi buscar a namorada para irem dançar na boate. Assista à apresentação e utilize o mapa e a tabela a seguir para anotar os horários de Fábio durante sua balada.

Mapa



Tabela

Onde	Horário de chegada	Horário de saída
Casa de Fábio		
Casa da Namorada (antes da boate)	22:30h	23:30h
Boate		03:00h
Lanchonete		04:30h
Casa da Namorada		

Problemas:

1. Determine por quanto tempo Fábio e a namorada permaneceram na boate.
2. Sabendo as distâncias entre os lugares por onde Fábio passou e os horários de chegada e saída, que vocês anotaram, façam um gráfico que represente a trajetória de Fábio durante essa longa noite. No eixo vertical, representem a distância de Fábio até sua casa. No horizontal, representem as horas.

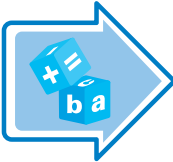
Entre	Distância
Casa de Fábio e a casa da Namorada	2 km
Casa da Namorada e Boate	1 km
Boate e Lanchonete	1,5 km
Lanchonete e casa da Namorada	2,5 km

Seção 1 – Gráficos: sua construção

Seção 2 – Construção de um gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

7; 8 a 10

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Peso das crianças	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar uma tabela que relaciona o peso com a idade de crianças. Vão também construir um gráfico, utilizando esses dados. É importante destacar que os dados não estão associados a uma expressão algébrica que possa ser facilmente deduzida	Turma disposta em duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Professor, você pode explorar mais a tabela, fazendo outras perguntas, como por exemplo, os meninos sempre pesam mais do que as meninas nas idades indicadas na tabela? Ou ainda: calcule a diferença de peso entre os dois gêneros na idade de 7 anos.

Explore com os alunos a passagem da representação em linguagem corrente - escrita ou oral - para os gráficos e vice-versa.

Os alunos terão dificuldade em efetuar a leitura de valores como, por exemplo, 10,39. É difícil para eles compreender a divisão da escala utilizada. Explore, no problema 5, a possibilidade de usar a tabela para inferir informação sobre dados que, inicialmente, não estão nela representados.

Folha de Atividades – Peso das crianças

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

É bastante comum que os pais preocupem-se em saber se o peso e a altura de seu filho estão adequados à sua idade. Para responder a essa pergunta, além de consultar uma tabela de pesos e alturas, o pediatra deve conhecer, levar em conta e analisar alguns aspectos relacionados à criança e sua família. Por exemplo, o peso e a altura dos pais, como foi o crescimento deles, dados da gestação, o peso e a altura do filho no nascimento, a alimentação do bebê etc.

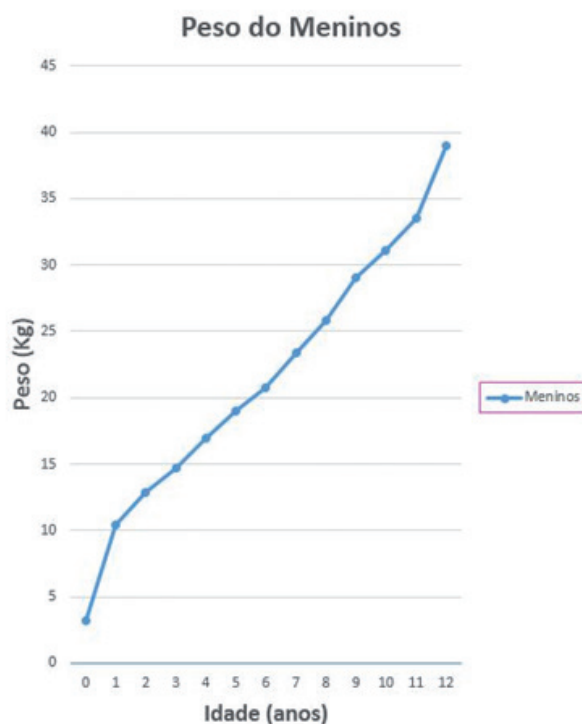
Ainda que esses dados devam ser também levados em consideração, o Ministério da Saúde fornece uma tabela que relaciona peso e idade das crianças por idade e por gênero (feminino ou masculino).

A consulta a essa tabela deve servir apenas como referência! Lembre-se cada criança é única e não cabe em uma tabela! Para cada par de idade e gênero (feminino ou masculino), a tabela apresenta o peso típico da criança. Este valor corresponde ao valor médio de peso, encontrado em crianças com essa idade.

Na tabela a seguir, estão listados os pesos médios de meninas e meninos de acordo com sua idade:

		IDADE EM ANOS													
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
PESO EM QUILOS	MENINOS	3,22	10,39	12,86	14,71	16,92	19,04	20,73	23,35	25,84	29,03	31,07	33,55	38,98	
	MENINAS	3,22	9,95	12,20	14,75	16,65	18,51	21,02	23,13	23,94	28,57	30,51	33,96	40,05	

O gráfico a seguir foi construído, usando os dados da tabela referentes aos pesos e idades de meninos.



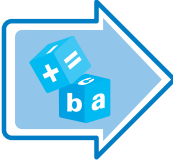
1. De acordo com a tabela, de quanto aumenta o peso de um menino dos 4 aos 5 anos?
2. Utilizando o gráfico, faça uma estimativa para o peso de um menino com 3 anos.
3. Verifique que entre que idades (no período de um ano) os meninos aumentam mais o peso.
4. Utilizando o gráfico, estime a idade de um menino cujo peso é 34,5 Kg.

Utilizando o mesmo plano cartesiano, utilize a tabela para construir o gráfico de peso e idade das meninas.

Seção 3 – Reconhecer uma função pelo seu gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

11 a 14

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Consumo de energia	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar e comparar gráficos sobre o consumo anual de energia do carvão e de energia nuclear	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua o texto. Espere que todas as duplas leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientar as duplas a resolverem os problemas propostos na folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

A informação Mwh, que aparece no texto, deve ser explicada. A abreviatura M (mega = 1 000 000) é um prefixo do sistema internacional de unidades que indica que a unidade padrão foi multiplicada por um milhão. Já o watt-hora é uma unidade derivada do watt (plural: watts; símbolo: W), que é a unidade do Sistema Internacional de Unidades para potência. Em Física, potência é a grandeza que determina a quantidade de energia concedida por uma fonte a cada unidade de tempo. Logo o watt-hora é a quantidade de energia fornecida em uma hora.

Estimule os alunos a criar questionamentos a partir do gráfico; leve-os a perceber o poder da representação gráfica e a importância que ela tem na ideia de função.

Sempre podemos obter muitas informações a respeito de uma determinada função a partir de seu gráfico. Estas informações também podem ser obtidas a partir de uma expressão $y = f(x)$, nos casos em que é possível encontrá-la. Entretanto, mesmo quando temos a lei da função $y = f(x)$, é a sua representação gráfica que fornece uma visualização das suas propriedades, sobretudo as relativas ao crescimento e de decrescimento, valores mínimos e máximos atingidos.

Folha de Atividades – Consumo de energia

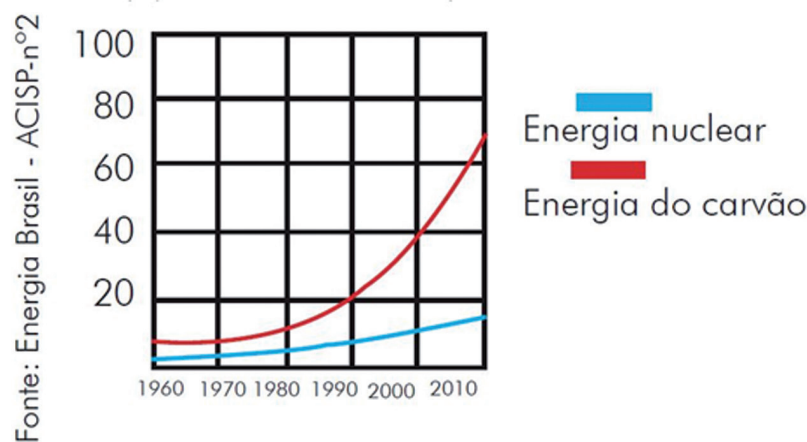
Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Nos dias de hoje, o carvão natural é predominantemente usado para geração de energia elétrica por meio de usinas termelétricas. Ele também é utilizado para gerar calor (energia térmica). Neste caso, ele pode ser utilizado para secagem de produtos, cozimento de cerâmicas em fornos, fabricação de vidros e outros processos de produção.

A energia nuclear também é utilizada no Brasil para a geração de energia. Por vezes, em tempos de racionamento de energia elétrica, as duas unidades de Angra dos Reis funcionam a plena carga.

Dentre todas as formas de produção de energia elétrica, a usina nuclear é a que menos agride ao Meio Ambiente. No entanto, um acidente em uma usina nuclear pode provocar um grande impacto socioambiental. Este é um dos aspectos mais controversos de sua construção e operação.



Nos dois gráficos a seguir, apresentamos o consumo anual de energia nuclear (em azul) e o consumo anual da energia do carvão (em vermelho) até o ano de 2010 (unidade: 10 MWh):

Podemos afirmar, de acordo com eles, que:

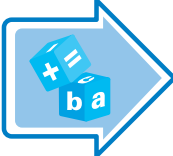
1. O consumo de energia do carvão em 1990 foi de cerca de 20 unidades?
2. O consumo de energia nuclear no ano de 2010 não chegou a 20 unidades?

3. Somente após o ano 2000, o consumo de energia nuclear ultrapassou 40 unidades?
4. O consumo de energia do carvão no ano 2010 foi maior que 60 unidades?
5. O consumo de energia cresce com o passar dos anos? O da energia nuclear cresce mais rapidamente que o da energia do carvão?
6. A partir de que ano, os gráficos acima fornecem informação sobre o consumo de energia do carvão e nuclear?
7. Qual o intervalo de tempo que os gráficos representam o consumo anual de energia do carvão e nuclear no Brasil?

Seção 3 – Reconhecer uma função pelo seu gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

11 a 14

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Ida para a escola	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar um mapa e pontos do plano cartesiano para determinar como cada criança foi para a escola e quanto tempo levou pra chegar lá	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua o texto. A escala indicada no texto é gráfica. É importante, para o bom aproveitamento da atividade, esclarecer o que é e como se usa a escala gráfica. O professor de Geografia também pode ajudar com esta explicação.

Aspectos pedagógicos

Ao trabalhar a escala gráfica, mostre que ela indica que a distância entre as casas de Joana e Paulo é de três quilômetros. Uma vez estabelecida esta relação, leve os alunos a perceber que seria possível calcular (em quilômetros) as distâncias entre as casas apresentadas na figura e a escola.

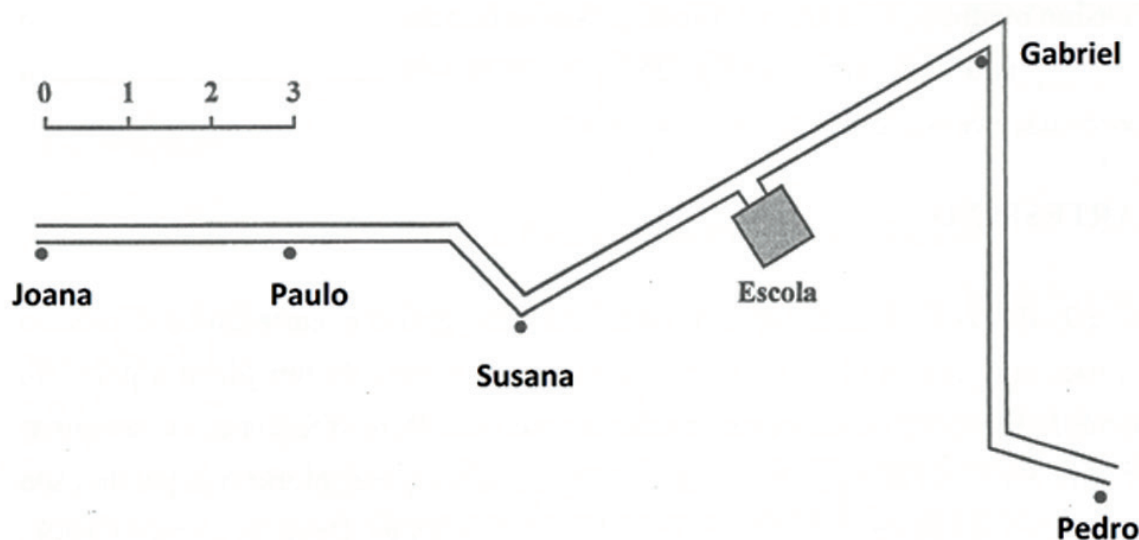
No entanto, para realização da atividade, isso não será necessário, pois todas as informações podem ser obtidas diretamente do gráfico e da observação da figura.

É interessante, de início, verificar as estratégias que serão utilizadas, bem como as dúvidas que surgirão. Também é importante lembrar aos alunos que cada ponto do gráfico guarda duas informações.

Folha de atividades – Ida para a escola

Nome da Escola: _____

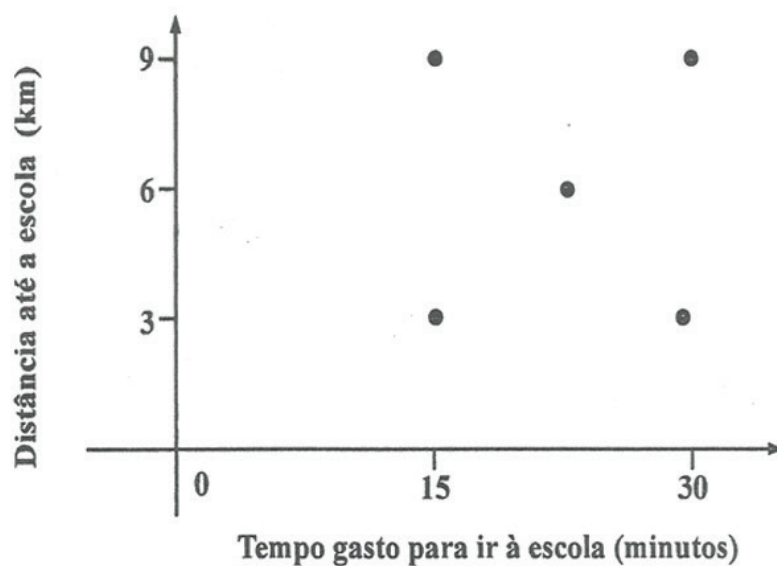
Nome dos Alunos: _____



Joana, Paulo, Susana, Gabriel e Pedro vão todos os dias para a escola, seguindo a mesma estrada. Pedro vai para escola no carro de seu pai, Joana de bicicleta e Susana, a pé. As outras duas crianças podem variar o meio de locomoção para ir à escola.

No plano cartesiano a seguir, o eixo horizontal é o eixo do tempo (em minutos) gasto para ir à escola e o eixo vertical representa a distância (em quilômetros) até a escola.

Cada um dos pontos marcados nesse plano representa a jornada de uma criança para a escola na segunda-feira passada.



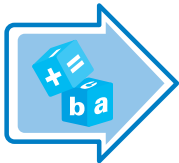
Problemas:

1. Identifique cada ponto do gráfico com o nome da criança que ele representa.
2. Como Paulo e Gabriel foram pra escola nessa segunda-feira?
3. Quem mora mais longe: Pedro ou Gabriel? Por que eles levaram o mesmo tempo para chegar à escola?

Seção 4 – Interpretação de um gráfico

Páginas no material do aluno

15 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O caminho para a festa	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão acompanhar a ida de Priscila à festa de Camila. Eles vão associar informações dadas a partir de um mapa e de um gráfico, que registra a movimentação de Priscila. Haverá também uma atividade de construção de gráfico	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua o texto. Espere que todas as duplas leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientar as duplas a resolverem os problemas propostos na folha de atividades.

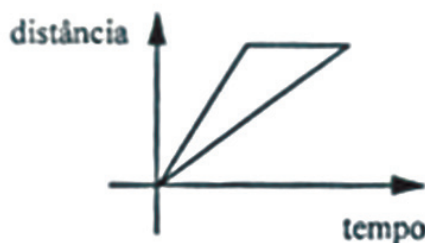
Aspectos pedagógicos

Estimule os alunos a responder à seguinte questão: por que o gráfico é uma linha contínua? Por eles confundirem o gráfico que representa o deslocamento em relação à casa de Priscila com o percurso, eles têm dificuldade de responder a essa pergunta. Neste caso, é necessário retomar que as grandezas envolvidas (deslocamento em metros e tempo em minutos) são medidas de forma contínua.

Relembre que cada ponto guarda duas informações. Porém, eles poderão ter dificuldades em compreender o que você quer dizer com a expressão cada ponto, pois eles não veem pontos e sim uma linha contínua. Os alunos tendem a identificar a linha contínua do gráfico como sendo o percurso. Ao compararem o percurso curvo e o gráfico formado por segmentos de reta, pensam que o gráfico é o percurso “esticado”.

O trecho do gráfico correspondente à volta de Priscila para casa (trecho do gráfico entre 22h45min e 23h00min) causa estranheza por ser decrescente. Explore no gráfico o fato da distância até a casa de Priscila estar diminuindo à medida que nos aproximamos de 23h00min. Essa diminuição significa que Priscila está chegando a casa.

Os alunos identificam a origem dos eixos com a casa de Priscila. Por isso, quando vão representar a volta de Priscila para casa, tendem a ligar o gráfico à origem, como ilustrado na figura seguinte.



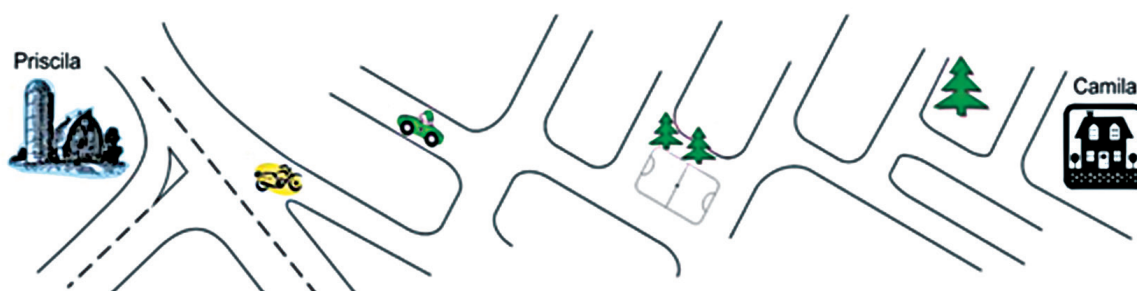
Os alunos podem ter dificuldade em identificar valores intermediários no eixo horizontal - por exemplo, 22h45min. Oriente-os a identificar a que intervalo de tempo correspondem às subdivisões indicadas no eixo horizontal. Observe que há uma subdivisão entre 22h30min e 23h00min sem indicação do horário correspondente. Como ela divide pela metade o intervalo que se inicia em 22h30min e termina em 23h00min, podemos deduzir que ele corresponde a 22h45min (15 minutos depois de 22h30min e 15 minutos antes de 23h00min).

Folha de atividades – O caminho para a festa

Nome da Escola: _____

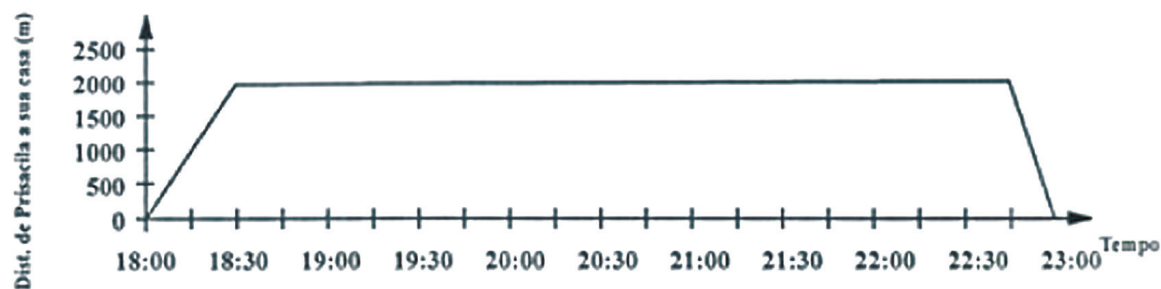
Nome dos Alunos: _____

Priscila sai de casa para ir à festa de Camila. Camila dá um mapa do caminho, para que Priscila possa chegar à sua casa. Priscila vai a pé e volta de ônibus.



Problemas:

1. Observe o gráfico e responda:



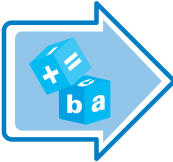
- A que horas Priscila saiu de casa?
- A que horas Priscila chegou de volta à sua casa?
- A que horas Priscila chegou à festa?
- Qual a distância entre a casa da Camila e a casa da Priscila?
- Quanto tempo Priscila levou para chegar à festa?

- f. Quanto tempo ela ficou na festa?
 - g. Quanto tempo Priscila levou para chegar a casa?
 - h. Por que no trecho entre 18h e 18h30min, o gráfico sobe?
 - i. Que grandeza é representada no eixo horizontal?
 - j. Que grandeza é representada no eixo vertical?
2. Um desafio: Suponha que Priscila já tenha andado 15 minutos em direção à festa, quando descobriu que esqueceu o presente da Camila. Teve, portanto, de voltar em casa e depois ir para a festa. Represente em um gráfico sua viagem, desde que saiu de sua casa até chegar à casa de Camila.

Seção 4 – Interpretação de um gráfico

Páginas no material do aluno

15 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Imposto de renda	vídeo A parte do leão, acessível no endereço http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1153 e cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos assistirão a um vídeo sobre um recém-formado que recebe um aumento salarial e quer saber o imposto que será descontado de seu novo salário. Através do vídeo e da leitura de um texto sobre a cobrança de imposto de renda, os alunos vão utilizar uma função constante por partes para determinar a alíquota de cálculo do imposto de renda devido	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Exiba o vídeo A parte do leão (disponível em <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1153>) para a turma (5 minutos). Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Espere que todas as duplas leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientar as duplas a resolverem os problemas propostos na folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Depois da leitura, discuta com os alunos a interpretação da tabela. Os alunos terão dúvidas sobre o significado da palavra alíquota. Ilustre o cálculo do imposto de renda, utilizando outros valores para o salário. Interprete o gráfico juntamente com os alunos. Relacione o percentual de cada faixa da tabela com os trechos do gráfico em que o valor da alíquota é constante.

Folha de atividades – Imposto progressivo

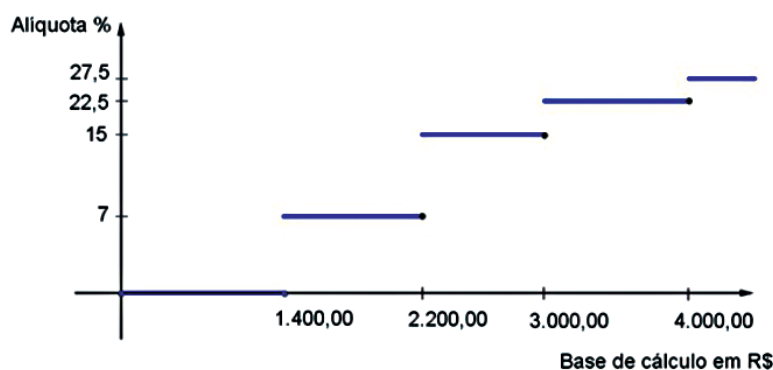
Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Quem ganha mais paga mais. Essa frase sempre aparece no noticiário, quando se fala sobre o Imposto de Renda. Por causa dela, tal como o Fabrício no vídeo, muitas pessoas pensam que um aumento de salário pode não ser tão vantajoso. A linha de raciocínio delas é a seguinte: se quanto mais eu ganho, mais imposto eu pago; então, será que a fatia do leão não vai acabar diminuindo meu salário, isto é, vou ganhar mais e receber menos?

O imposto de renda no Brasil é progressivo. No imposto progressivo, o mais correto é falar: quem ganha mais paga percentualmente mais. Isto é, não paga apenas mais dinheiro, mas uma fatia maior de seu salário. O imposto progressivo é fixado por faixas salariais, como mostram a tabela e o gráfico a seguir:

Base de cálculo em R\$	Alíquota %
Até 1.400,00	Isento
De 1.400,01 a 2.200,00	7
De 2.200,01 a 3.000,00	15
De 3.000,01 a 4.000,00	22,5
Acima de 4.000,00	27,5



Para um desavisado, a tabela e o gráfico são, no mínimo, esquisitos. Parece que é melhor ter um salário de R\$ 1.400,00 do que um de R\$ 1.500,00, pois o primeiro vem inteirinho, sem nenhum imposto, e no segundo seria preciso pagar 7% de imposto, isto é, R\$ 105,00, restando apenas R\$ 1.395,00.

Agora, se assim fosse, quem gostaria de receber aumento salarial? Mas, se assim não é, como é que funciona esse Imposto de Renda Progressivo?

Na verdade, para calcular o imposto, devemos dividir o salário em frações. Por exemplo, vamos considerar um salário de R\$ 1.500,00. A tabela diz-nos que até R\$ 1.400,00 não há desconto. Vamos calcular o imposto apenas sobre o que passar de R\$ 1.400,00. Isto é vamos calcular o imposto sobre R\$ 100,00. Como um salário de R\$ 1.500,00 cai na faixa de 7% de desconto, vamos descontar 7% de R\$ 100,00. Isto é, R\$ 7,00. O empregado ficaria no final com

$$R\$ 1.500,00 - R\$ 7,00 = R\$ 1.493,00.$$

E agora, o que você acha? É melhor receber um aumento de salário ou não?

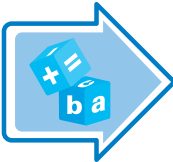
Problemas:

1. Compreendendo o exemplo dado acima, calcule o imposto que o Fabrício irá pagar se seu salário for igual a R\$ 1.600,00?
2. Se antes do aumento, Fabrício não pagava imposto de renda, o que você pode dizer sobre o valor de seu antigo salário?

Seção 4 – Interpretação de um gráfico

Páginas no material do aluno

15 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Desperdício de água	vídeo A mãe, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1130 , e cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos assistirão a um vídeo sobre uma senhora que liga para o filho, pois sua conta de água do mês tinha dobrado, apesar do consumo não ter aumentado tanto. O filho esclarece que o valor cobrado por litro de água está distribuído em faixas de consumo de acordo com uma função descontínua. No problema proposto, vamos descobrir qual foi o valor da conta de água que deixou a mãe do rapaz tão indignada	Duplas	25 minutos

Aspectos operacionais

Exiba o vídeo A mãe para a turma (5 minutos). Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Espere que todas as duplas leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientar as duplas a resolverem os problemas propostos na folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Professor, toda a cobrança em faixas de consumo é difícil de compreender! A ideia desse tipo de cobrança é fazer com que as pessoas que consomem mais água paguem mais caro por 1 m³ de água. Porém o valor mais caro é cobrado para a quantidade que excedeu a faixa imediatamente anterior. Para facilitar a compreensão dos alunos, utilize vários exemplos da primeira faixa e, em seguida, progrida para as faixas seguintes.

Explore com os alunos a relação entre os dois tipos de representação para os dados. Discuta com eles a ausência da primeira faixa na representação gráfica. Lembre-os de que na primeira faixa, o valor da conta é fixo e não é cobrado em função dos metros cúbicos de água consumidos. Por isso, não informamos o custo de um metro cúbico.

O gráfico não analisa o valor da conta em função do consumo. Ele ilustra a relação entre o custo do metro cúbico de água e a faixa de consumo a que o consumidor pertence. Explore no gráfico com os alunos alguns casos que podem gerar dúvida. A que faixa pertence um consumidor que gastou 10 metros cúbicos de água? E o que consumiu 10,1 metros cúbicos?

Folha de atividades – Desperdício de água

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

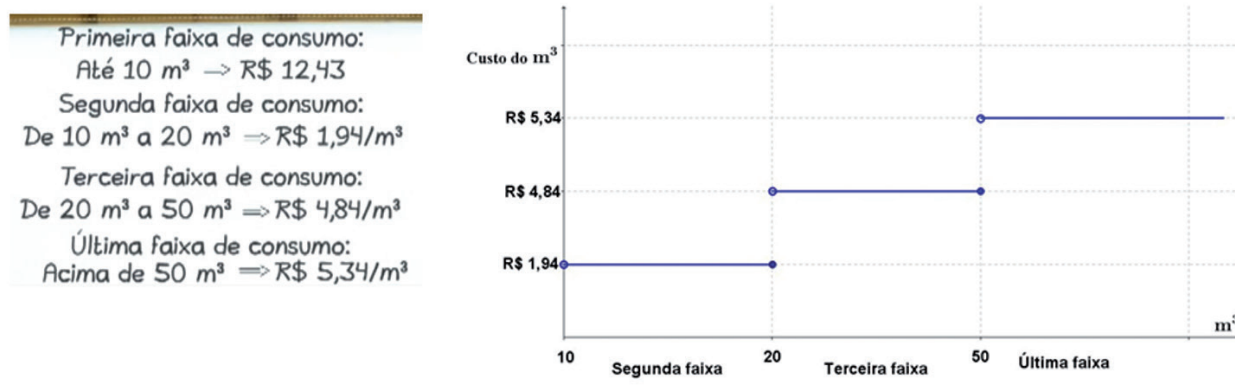
O gasto com a conta de água para quem está na última faixa de consumo no estado de São Paulo é superior ao quádruplo do gasto de quem se encontra na primeira faixa de consumo, de acordo com a pesquisa realizada pelo Centro de Pesquisas e Análise da Informação do Sindicato da Habitação do Rio de Janeiro.

De acordo com o estudo, o consumidor que gasta até 10 metros cúbicos de água por mês (e está na primeira faixa de consumo) paga, em média, R\$ 1,306 por metro cúbico. Já aquele que consome mais de 50 metros cúbicos paga R\$ 5,610 por metro cúbico - uma diferença de 330% !

Problemas:

No vídeo, a mãe do rapaz afirma que sua conta de água praticamente dobrou de valor. Neste mês, a conta registrou o consumo de 21 metros cúbicos de água. Na conta do mês passado, o consumo registrado foi de 19 metros cúbicos de água.

1. Use os dados e o gráfico seguintes para calcular o valor de cada conta.



2. A afirmação de que a conta dobrou foi exagerada?

Atividades de avaliação

Nesta seção, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula, destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir:

Seção Avaliação

Páginas no material do aluno

22 a 29

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questão de avaliação discursiva	Cópias da folha de atividades, régua	Os alunos serão chamados a registrar, num plano cartesiano, a trajetória feita por uma aeronave ao longo de um dia. Esta etapa pode também ser articulada à seção Veja ainda disponível na p. 22 do material do aluno	Trios	25 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade, oriente os alunos na determinação da trajetória feita por uma aeronave durante um dia inteiro. Para isto, distribua uma cópia da folha de atividades. Antes de pedir aos alunos que façam a atividade, é importante fazer as discussões explicitadas na seção aspectos pedagógicos.

Aspectos pedagógicos

Para esta consolidação, pensamos em algo com uma visão um pouco mais prática sobre a construção de gráficos. Para isto, iremos disponibilizar informações que serão necessárias – e mesmo cruciais – para sua construção pelos alunos.

Seria interessante que, antes do início da atividade, houvesse uma breve discussão, no intuito de ambientar o aluno ao contexto da questão e aos motivos que levam as aeronaves a realizar tantos voos ao longo de um só dia. Discuta também sobre possíveis trajetórias, retilíneas, elípticas etc...

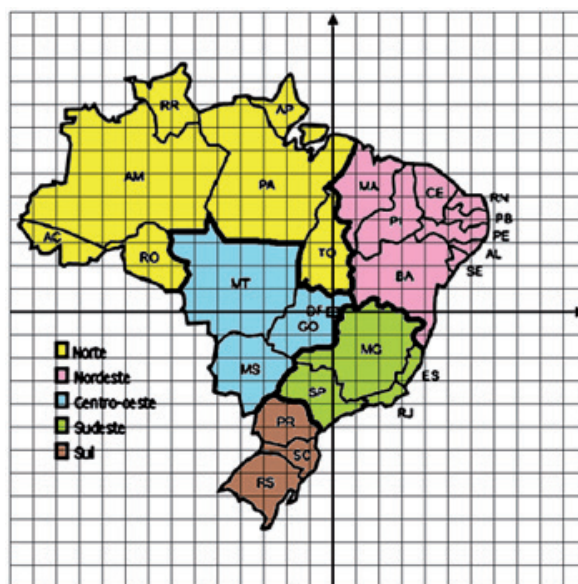
É possível que haja dificuldade com o uso do termo função par. Sua orientação é extremamente importante neste ponto, pois esta informação é crucial para a construção do gráfico. Afinal, as coordenadas oferecidas variam dentro dos 2º e 3º quadrantes e o termo função par auxiliará o aluno a “levar” o gráfico ao 1º e ao 4º quadrantes.

É possível que ainda haja dificuldades com a marcação dos pontos no plano cartesiano. É necessário observar para possíveis trocas na ordem das coordenadas. Por exemplo, $(-2, +1)$ é marcado em $(+1, -2)$.

Folha de atividades – Questão de avaliação discursiva

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____



Acima, temos um mapa de Brasil, inserido em um plano cartesiano.

Uma aeronave de uma grande empresa aérea brasileira é utilizada cerca de três a quatro vezes por dia, fazendo as mais diversas escalas. Certo dia, o piloto de uma dessas aeronaves resolveu colocar num plano cartesiano a trajetória que ele e a aeronave que pilotou fizeram ao longo do expediente. Para isto, colocou uma imagem do mapa político do Brasil sob um plano cartesiano, conforme pode ser visto na figura acima, e reuniu as seguintes informações que o auxiliaram na construção deste gráfico.

Vamos observar essas informações para que nós também consigamos construí-lo.

- A trajetória feita pela aeronave naquele dia é uma função.
- Esta função é par.
- O domínio desta função é o intervalo $[-3,5; +3,5]$
- A imagem desta função é o intervalo $[-2, +4]$
- A primeira viagem partiu do ponto $(-3,5; -2)$ e em trajetória retilínea, chegou ao ponto $(-3, +1)$.
- A segunda viagem teve uma trajetória crescente até o ponto $(-2, +4)$
- A terceira viagem teve uma trajetória decrescente até o ponto $(0, 0)$.

Com essas informações, responda às perguntas e faça o que se pede:

- a. O piloto desta aeronave comenta que a trajetória que realizou é uma função par. Você sabe dizer o que é uma função par? Que tipo de informação traz para a construção do gráfico?
- b. O que é uma trajetória retilínea? Escreva com suas palavras.
- c. Qual foi o estado brasileiro que o piloto iniciou seu dia de trabalho?
- d. Qual foi seu primeiro destino?
- e. Monte o gráfico de acordo com as informações dadas pelo piloto.
- f. Monte na tabela seguinte o itinerário completo, seguido pelo piloto, até o seu destino final.


Viagens	Estado A foi para o Estado B
Viagem 1	
Viagem 2	
Viagem 3	
Viagem 4	
Viagem 5	
...	

- g. Quantas viagens a aeronave fez neste dia?

Seção Avaliação

Páginas no material do aluno

22 a 29

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala	Cópias da folha de atividades	Sugerimos nesta etapa, a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc	Individual	20 minutos

Aspectos operacionais

Distribua a folha de atividades. Espere que todos os alunos leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientá-los a resolverem os problemas propostos na folha de atividades

Aspectos pedagógicos

Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas, abordando os distintos procedimentos que podem ter sido utilizados e os conceitos envolvidos. Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere as equivocadas, ressaltando onde reside o erro. Destaque, também, a partir das questões, a importância da representação gráfica na relação entre grandezas.

As questões objetivas de vestibulares, em geral, têm em suas alternativas erradas sempre uma justificativa com erro plausível. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Desta forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

Resposta das questões:

Questão 1 – Letra A

Questão 2 – Letra A

Folha de atividades – Questões de avaliação de larga escala

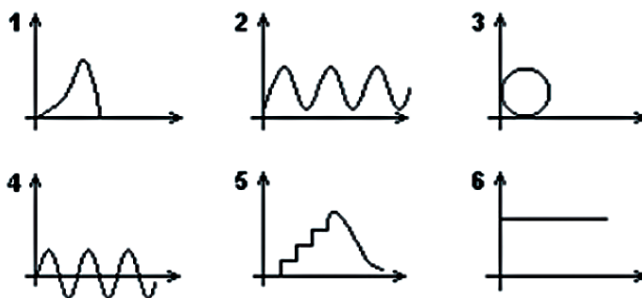
Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Questão 1 (UFRRJ 2001)

O matemático Mathias levou seu filho a um parque de diversões. Enquanto o menino divertia-se nos brinquedos, Mathias passava o tempo, fazendo tentativas de representar graficamente os movimentos do seu filho. Tentando representar:

1. A altura de seu filho em função do tempo na roda gigante,
2. A velocidade de seu filho em função do tempo no escorrega,
3. A velocidade de seu filho em função do tempo na gangorra,
4. A distância de seu filho até o centro do carrossel, em função do tempo no carrossel. O matemático Mathias fez os seguintes gráficos:



O conjunto que melhor representa as relações entre movimentos e gráficos é:

- A) { (I, 2), (II, 1), (III, 4), (IV, 6) }
- B) { (I, 1), (II, 2), (III, 3), (IV, 4) }
- C) { (I, 3), (II, 5), (III, 2), (IV, 1) }
- D) { (I, 2), (II, 3), (III, 5), (IV, 6) }
- E) { (I, 3), (II, 4), (III, 5), (IV, 6) }

Questão 2 (UFRN - 2002)

O banho de Mafalda. Na hora do banho, Mafalda abriu a torneira da banheira de sua casa e ficou observando o nível da água subir. Deixou-a encher parcialmente para não desperdiçar água. Fechou a torneira, entrou, lavou-se e saiu sem esvaziar a banheira. O gráfico a seguir que mais se aproxima da representação do nível (N) da água na banheira em função do tempo (t) é:

