

Função Polinomial do 1º grau – Parte 1

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela dos Santos Barbosa, Josemeri Araujo Silva
Rocha (coordenadora) e Luciane de Paiva Moura Coutinho

Introdução

Caro professor, na Unidade 4 do material do aluno são apresentadas algumas situações que envolvem o conceito de função afim. Ao iniciar este módulo, é importante que você tenha uma visão ampla da proposta pedagógica da nossa equipe.

Os seis objetivos destacados no módulo do aluno são: reconhecer uma função afim; calcular um valor da função afim; encontrar o zero ou a raiz da função afim; reconhecer situações-problema que envolvam a função afim; modelar problemas do dia a dia através da função afim e resolver problemas que envolvam grandezas proporcionais. A abordagem destes objetivos pode ser enriquecida com algumas das atividades propostas neste material. A equipe que produziu este material procurou, a todo o momento, elaborar propostas que pudessem efetivamente ajudá-lo a desenvolver seu trabalho pedagógico nas aulas de Matemática.

No material do aluno, é possível verificar que o conceito de função afim aparece nas mais diversas situações do nosso dia a dia, como na hora de encher o tanque do carro, de acordo com a distância até o seu destino, ou o valor pago para um buffet de acordo com o número de convidados de uma festa. Com as atividades aqui apresentadas, procuramos ampliar a possibilidade de resolver situações que envolvam os objetivos propostos.

Segundo os PCN de Matemática:

A proporcionalidade, por exemplo, que já vem sendo trabalhada nos ciclos anteriores, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. [...]. O aluno poderá desenvolver essa noção a analisar a natureza da interdependência de duas grandezas em situações-problema em que elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais (função afim ou quadrática). Essas situações são oportunas para que se expresse a variação por meio de uma sentença algébrica, representando-a no plano cartesiano. (BRASIL, 1998: 84-85).

Dessa forma, sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora, onde os alunos serão apresentados a um problema prático – procurar por alguém perdido em uma determinada região - que será modelado por uma função afim.

Ainda de acordo com os PCN:

No trabalho com a álgebra, é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos, pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador. (BRASIL, 1998:84).

Por essa razão, em algumas de nossas atividades você poderá encontrar alguns desses recursos tecnológicos citados.

Na Seção 1, você pode optar pela atividade Alugando carros e resolvendo problemas, onde os alunos deverão responder a algumas perguntas a partir da utilização de um aplicativo que calcula e exibe os custos do aluguel de automóveis; ou, ainda, optar pela atividade Função afim no Excel, em que eles montarão no Excel uma planilha, baseada numa situação problema, cuja modelagem é feita por uma função afim.

Propomos na Seção 2 duas atividades ligadas à ideia de função afim. Na primeira, os alunos participarão de um jogo nos moldes do bingo, com aspectos que envolvem funções afins. Na segunda, serão chamados a resolver um problema com base numa reportagem sobre telefonia celular.

Para a Seção 3, apresentamos duas atividades: um jogo e uma atividade com ficha, que promove a integração da Matemática com a Física. Nos dois casos, procuramos trabalhar o tema raiz de uma função afim, que foi priorizado nesta seção. Entretanto, além deste tema, foi inevitável abordar também a construção de tabelas e gráficos, além da obtenção de uma lei de associação para funções afins.

Na Seção 4, enfatizamos as funções lineares e propomos uma atividade lúdica (a criação de uma peça de teatro) e uma atividade de resolução de problemas.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em três momentos. O primeiro dedicado a uma revisão geral do estudo realizado, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram ao longo do processo de aprendizagem. O segundo consiste numa avaliação do estudante, com uma proposta de questão objetiva baseada em avaliações de larga escala, como o Enem. Finalmente, no terceiro momento, lançamos mão de uma questão dissertativa para priorizar questionamentos reflexivos em detrimento da reprodução de exercícios feitos anteriormente.

A descrição e o detalhamento das propostas são apresentados nos textos e tabelas seguintes.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

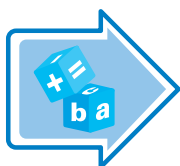
Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	2	4	4

Título da unidade	Tema
Função Polinomial do 1º grau – Parte 1	Função Afim
Objetivos da unidade	
Reconhecer uma função afim;	
Calcular um valor da função afim;	
Encontrar o zero ou a raiz da função afim;	
Reconhecer situações problemas que envolvam função afim;	
Modelar problemas do dia a dia através da função afim;	
Resolver problemas que envolvam grandezas proporcionais.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	5
Seção 1 – Reconhecendo a função afim	7 a 11
Seção 2 – Modelando e encontrando os valores da função afim	12 a 17
Seção 3 – Zero ou raiz da função afim	17 a 19
Seção 4 – Função linear, um caso particular	20 a 22
Conclusão	22 a 24

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação


Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Procurando com a função	Computador com datashow	Os alunos serão apresentados a um problema prático: procurar por alguém perdido em um determinado tipo de terreno. Este problema será modelado por uma função afim.	Individualmente; duplas	30 minutos

Seção 1 – Reconhecendo a função afim

Páginas no material do aluno

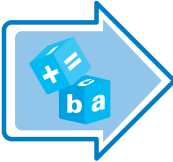
7 a 11

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Alugando carros e resolvendo problemas	Computadores com acesso à Internet	Os alunos deverão responder a algumas perguntas apresentadas por um aplicativo que calcula e exibe os custos do aluguel de automóveis em uma determinada locadora.	Individualmente, em dupla ou de acordo com a disponibilidade de computadores da escola.	30 minutos
	Função afim no Excel	Computadores com Excel ou outro programa de planilha eletrônica	Os alunos montarão no Excel uma planilha, baseada numa situação-problema cuja modelagem é uma função afim.	Duplas	30 minutos

Seção 2 - Modelando e encontrando os valores da função afim

Páginas no material do aluno

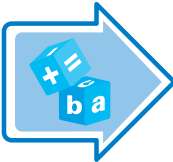
12 a 17

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bingo das funções	Cartolina, caneta hidrocor, régua, uma garrafa descartável para armazenar os números do bingo, círculos numerados de 1 a 50, cópias da folha de atividades	Os alunos participarão de um jogo nos moldes do bingo tradicional, mas com aspectos que envolvem funções afins.	Individual	30 minutos
	Pagando a conta	Quadro negro/lousa, lápis e papel	Alunos serão chamados a resolver uma situação-problema que envolve o cálculo do valor de uma conta telefônica.	Individual	30 minutos

Seção 3 - Zero ou raiz da função afim

Páginas no material do aluno

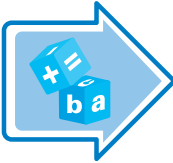
17 a 19

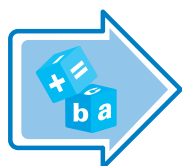
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Dominó das funções afins	Um conjunto de peças de dominó, como o que segue no pendrive, para cada grupo de alunos	Os alunos irão jogar um jogo baseado no dominó tradicional, em que as peças contêm informações sobre sete funções afins específicas.	Grupos de 2 a 4 alunos	30 minutos
	Integrando Matemática e Física	Uma cópia da folha de atividades para cada grupo	Os alunos responderão a questionamentos, baseados em três situações-problema.	A atividade pode ser realizada em grupos 3 alunos	30 minutos

Seção 4 – Função linear, um caso particular

Páginas no material do aluno

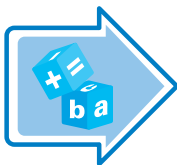
20 a 22

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Teatro das funções afins	Papel A4 e lápis	Os alunos terão a oportunidade de escrever e encenar uma pequena cena teatral, baseada em experiências cotidianas que envolvem grandezas cuja relação pode ser modelada por uma função linear.	Grupos de 4 alunos.	30 minutos




Modelando e solucionando	Cópias da folha de atividades	Os alunos irão discutir possíveis soluções e resolver problemas que envolvem funções afins lineares e não lineares.	Duplas	30 minutos
--------------------------	-------------------------------	---	--------	------------

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades	Incentivar o registro das aprendizagens por meio de algumas perguntas que não privilegiem exclusivamente a linguagem matemática.	Individual	40 minutos

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Procurando com a função	Computador com datashow	Os alunos serão apresentados a um problema prático: procurar por alguém perdido em um determinado tipo de terreno. Este problema será modelado por uma função afim.	Individualmente; duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, apresente a seguinte situação como motivação a seus alunos:

Quando se deseja encontrar alguém que esteja perdido em um determinado tipo de terreno, a sugestão é que se monte uma equipe e que os membros da equipe façam a busca, caminhando paralelamente uns aos outros na área investigada.

Acesse o site <http://www.uff.br/cdme/afim/afim-html/info-br.html>, desça a página até encontrar o tópico Alguém se perdeu na excursão? e mostre a imagem deste tópico para a turma.

A experiência mostra que a chance de encontrar o indivíduo perdido está relacionada com a distância d entre cada membro da equipe de busca. Esta teoria afirma que a probabilidade P (em %) de encontrar o indivíduo é dada pela função $P = 100 - \frac{1}{2}d$ onde d é a distância entre as pessoas que estão procurando quem está perdido, medida em pés (não esqueça de que 1 pé corresponde a 30,48 centímetros).

Após a apresentação da situação, proponha a seus alunos que calculem a probabilidade de encontrar uma pessoa nesse determinado tipo de terreno, caso a equipe de busca faça a varredura em paralelo a uma distância de 150 pés, ou seja, 45,72 metros.

Aspectos pedagógicos

Professor, primeiro observe com seus alunos que o modelo deve ser utilizado com restrições, uma vez que para $d = 200$ pés, a probabilidade de encontrar a pessoa é zero, ou seja, segundo o modelo, ela não será encontrada (peça para que os alunos façam o cálculo dessa probabilidade).

Esta é uma boa atividade para ser utilizada como introdução ao estudo de função afim, pois além de estimular a intuição e o espírito investigativo (fundamental nas ciências), pode despertar no aluno uma motivação para que ele faça suas próprias descobertas.

Além disso, já que o modelo não abrange todas as possíveis situações, que tal você estimular a turma para uma reflexão sobre as possíveis fragilidades dos modelos matemáticos e científicos? Motive seus alunos às seguintes reflexões: os modelos científicos são sempre os mesmos? A ciência sempre traz verdades absolutas? Devemos estar sempre atentos aos resultados de todos os modelos?

No momento da resolução do problema proposto, você pode aproveitar para relembrar operações com frações, tais como:

$$P = 100 - \frac{1}{2} \cdot 150$$


$$P = 100 - 75 = 25\%$$

Você também pode resgatar o conceito de porcentagem.

Seção 1 – Reconhecendo a função afim

Páginas no material do aluno

7 a 11

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Alugando carros e resolvendo problemas	Computadores com acesso à Internet	Os alunos deverão responder a algumas perguntas apresentadas por um aplicativo que calcula e exibe os custos do aluguel de automóveis em uma determinada locadora.	Individualmente, em dupla ou de acordo com a disponibilidade de computadores da escola.	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve a turma até o laboratório de informática de sua escola. Em seguida, peça para que os alunos acessem o *link* <http://www.uff.br/cdme/afim/afim-html/AP5.html>.

Leia com os alunos a situação proposta no *link*. Para o aluguel de um carro classe A (popular e econômico), a empresa cobra R\$ 40,00 de taxa fixa ($q = 40$) e R\$ 0,50 ($p = 0,5$) para cada quilômetro rodado. Peça que os alunos desloquem os botões na tela de modo a termos $q = 40$ e $p = 0,50$.

Sugira que o aluno escolha o valor de 10 km para Δs . Isto significa que o aplicativo irá calcular o valor a ser pago pelo cliente a cada 10 km.

Em seguida, peça para os alunos clicarem no botão Iniciar. O aplicativo irá elaborar uma tabela com valores, variando com a quilometragem rodada e baseada nos valores da locadora. Irá, também, apresentar uma série de perguntas. Ao final de cada pergunta, há um local para que o aluno dê sua resposta. Peça a todos que só confirmem as respostas no final de cada questionamento, clicando em Confirma sua resposta ou Visualizar resposta.

Aspectos pedagógicos

Professor, nada melhor do que começar uma unidade, já propondo à sua turma uma atividade que faça uso de recursos tecnológicos. Além de ser um estímulo aos alunos, esta é uma boa oportunidade de familiarizar e, muitas vezes, iniciar o contato de alguns alunos com o computador.


Esta atividade, além desse aspecto interativo, traz outra grande vantagem, que é o estudo de um aspecto da Matemática – a modelagem – para resolver problemas cotidianos.

Estimule os alunos a apresentarem suas diferentes estratégias de solução, compare as respostas dos alunos e tente solucionar as dificuldades encontradas na realização dos exercícios. Valorize inclusive o erro, como substituir as variáveis por valores diferentes dos propostos, errar cálculos (nos itens em que o aluno não deve usar o aplicativo) ou até mesmo usar o aplicativo de maneira equivocada etc.

Seção 1 – Reconhecendo a função afim

Páginas no material do aluno

7 a 11

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Função afim no Excel	Computadores com Excel ou outro programa de planilha eletrônica	Os alunos montarão no Excel uma planilha, baseada numa situação-problema cuja modelagem é uma função afim.	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve sua turma para o laboratório de informática. Peça para que os alunos abram o Excel e que salvem um documento em branco com um nome que acharem conveniente.

Apresente a seguinte situação a seus alunos:

Uma loja está dando uma porcentagem de desconto em todos os seus produtos. Carlos é vendedor dessa loja e deseja montar uma tabela no Excel para facilitar seu trabalho. Vamos ajudar Carlos nessa tarefa?

Em primeiro lugar, peça para os alunos escreverem na primeira linha as seguintes informações:

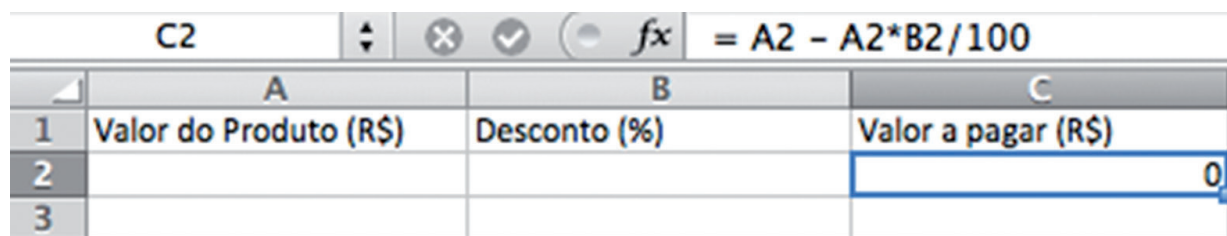
	A	B	C
1	Valor do Produto (R\$)	Desconto (%)	Valor a pagar (R\$)
2			

Questione seus alunos como seria calculado o valor a pagar, a partir das informações Valor do Produto e Desconto. É possível que alguns deles tenham dificuldades em responder a tal questionamento. Mostre, então, que o valor a pagar será o valor do produto menos o valor do desconto.

Podemos escrever o Valor a pagar, usando a fórmula

$$V(p) = p - p \cdot d/100$$

Peça para os alunos escreverem a fórmula “= a2 - a2*b2/100” na célula C2, como ilustramos na imagem a seguir.



	A	B	C
1	Valor do Produto (R\$)	Desconto (%)	Valor a pagar (R\$)
2			0
3			

Terminada esta inserção, a tabela de Carlos estará pronta. Para incluir mais produtos, basta inserir o valor de cada um na coluna Valor do produto e copiar a fórmula da célula C2 para baixo, na linha correspondente ao produto novo.

Aspectos pedagógicos

Professor, esta atividade permite uma iniciação ao programa Excel, que é uma excelente ferramenta para resolução de problemas do dia a dia.

Como estamos utilizando o conceito de porcentagem nesta atividade, talvez seja necessário que se faça uma breve revisão do assunto com a turma.

Caso considere que seus alunos encontrarão muitas dificuldades com o problema, proponha uma situação que você ache mais simples, tal como cálculo do salário de um vendedor que ganha comissão por produto vendido - ou outro exemplo que preferir. Você pode também sugerir valores de produtos e porcentagem de desconto para que a planilha feita pela turma mostre o valor a pagar pelo produto. Eis um exemplo:

Um produto que custe R\$ 300 e tenha um desconto de 20%, basta substituir na tabela:

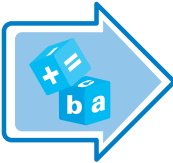
	A	B	C
1	Valor do Produto (R\$)	Desconto (%)	Valor a pagar (R\$)
2	300	20	240
3			

É importante que os alunos percebam a regra que determina o Valor a pagar e que esta regra é uma função afim.

Seção 2 - Modelando e encontrando os valores da função afim

Páginas no material do aluno

12 a 17

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bingo das funções	Cartolina, caneta hidrocor, régua, uma garrafa descartável para armazenar os números do bingo, círculos numerados de 1 a 50, cópias da folha de atividades	Os alunos participarão de um jogo nos moldes do bingo tradicional, mas com aspectos que envolvem funções afins.	Individual	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, comece a aula apresentando a atividade que será realizada. Como ela é baseada num jogo de bingo tradicional, os alunos poderão compreender melhor as regras do jogo.

Distribua as cartelas com as diferentes funções, que você deverá confeccionar a partir da tabela apresentada na folha de atividades. Em seguida, explique aos alunos que será sorteado um número do globo do bingo (que você, professor, pode improvisar com garrafa pet ou um saquinho plástico). Lembre aos alunos que esse número será o valor de x da função dada na cartela. Por exemplo:

Se o número sorteado for 38, o aluno que possui essa cartela deverá proceder da seguinte maneira:

$$x = 38$$

$$f(x) = x - 3$$

$$f(38) = 38 - 3 = 35$$

Como 35 está na cartela, o aluno deverá marcá-lo.

Se número sorteado for 5, o aluno teria:

$$x = 5$$

$$f(x) = x - 3$$

$$f(5) = 5 - 3 = 2$$

Como não há 2 na cartela, o aluno não deverá marcar nada.

Vencerá o jogo quem completar toda a cartela e gritar a palavra BINGO.

Aspectos pedagógicos

Antes do início do jogo, você pode fazer uma breve revisão do conceito de função afim para que os alunos sintam-se mais confiantes para participar.

Faça algumas perguntas do tipo: o aluno que ganhou a cartela cuja função afim é dada por $f(x) = 3x - 2$ pode encontrar valor zero? Por quê?

Caso eles não cheguem à resposta correta, explique que, para que isso aconteça, x precisaria ser igual $2/3$ e, no jogo, os valores de x são os naturais de 1 a 50.

De maneira geral, os alunos são muito receptivos ao uso de jogos como recurso didático. Aproprie-se disso para facilitar o processo de aprendizagem. Normalmente, nas aulas com jogos, a compreensão é facilitada, pois o processo se dá muitas vezes de maneira mais descontraída e prazerosa, proporcionando ao aluno mais autonomia e confiança diante do tema explorado e aproximando todo o grupo.

Folha de atividades – Bingo

Nome da escola: _____

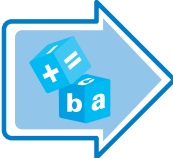
Nome do aluno: _____

$F(x) = X - 3$			
-1	14	21	35
3	15	35	36
5	17	46	37

Seção 2 - Modelando e encontrando os valores da função afim

Páginas no material do aluno

12 a 17

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Pagando a conta	Quadro negro/lousa, lápis e papel	Alunos serão chamados a resolver uma situação-problema que envolve o cálculo do valor de uma conta telefônica.	Individual	30 minutos

Aspectos operacionais

Proponha a seguinte situação para que os alunos resolvam:

Depois de realizar uma pesquisa, Sandra resolveu optar por um determinado plano de uma operadora que cobrava um valor fixo de R\$ 10,00 de assinatura e R\$ 0,75 por minuto falado, independente do horário. Se nesse mês Sandra falou 67 minutos, qual será o valor da conta de Sandra?

Deixe aproximadamente uns 15 minutos para a resolução. Em seguida, faça uma correção coletiva.

Aspectos pedagógicos

Professor, atente a turma a alguns aspectos durante a correção coletiva:

Primeiro, faça a modelagem da situação, caracterizando o valor constante (representado por b) como a assinatura e a taxa de variação (representado por a) como o valor cobrado por minuto.

$$f(m) = am + b$$

$$f(m) = 0,75m + 10$$

Propomos aqui a troca da letra x pela letra m (que representará os minutos utilizados) para que os alunos tenham facilidade de reconhecer uma função afim independente das letras utilizadas e não apenas baseando-se na repetição das letras mais usuais, tais como x , y etc.

Como Sandra falou 67 minutos e o valor cobrado por minuto é R\$ 0,75, aproveite para rever com seus alunos, ao longo da resolução, a multiplicação de números decimais. Então, teremos:

$$m = 67$$

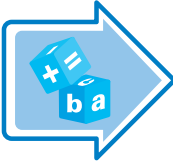
$$f(67) = 0,75.67 + 10 = 60,25$$

Procure saber com a turma se houve erros nas resoluções individuais. Verifique também se, após a correção, os alunos que eventualmente erraram conseguiram entender o motivo de seus equívocos.

Seção 3 - Zero ou raiz da função afim

Páginas no material do aluno

17 a 19

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Dominó das funções afins	Um conjunto de peças de dominó, como o que segue no pendrive, para cada grupo de alunos	Os alunos irão jogar um jogo baseado no dominó tradicional, em que as peças contêm informações sobre sete funções afins específicas.	Grupos de 2 a 4 alunos	30 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade, propomos um jogo de dominó cuja diferença para o dominó tradicional está no conteúdo das peças. No dominó tradicional, cada peça está dividida em duas partes e em cada parte estão representadas quantidades de zero a seis. Já no jogo que propomos, as peças continuam divididas em duas partes, porém em cada parte há um tipo de informação sobre uma das sete funções afins, trabalhadas no jogo.

As informações podem ser: a lei de formação, uma tabela com valores que satisfaçam esta lei, o gráfico, os coeficientes angular e linear, a raiz da função, pares de pontos que pertencem ao gráfico da função e os pontos onde este gráfico intercepta, respectivamente, os eixos x e y.

Para realizar esta atividade, professor, você pode pedir previamente aos alunos que decidam se vão jogar em dupla, em trio ou num grupo com quatro componentes. Peça também que tragam uma tesoura de casa. No desenvolvimento da atividade, irá entregar a cada grupo um conjunto de peças como as que seguem no pendrive e pedir para que recortem as 28 peças. Em seguida, deverão observá-las e sorteá-las, fazendo zerinho ou um ou par ou ímpar para decidir quem vai começar o jogo. Se necessário, procure lembrar as regras do jogo: cada participante deve inicialmente pegar sete peças e, na sua vez de jogar, procurar encaixar uma dessas peças nas peças que estiverem na mesa. No dominó tradicional, o critério para o encaixe é a igualdade entre os números das peças. No jogo que propomos é a correspondência entre as representações e propriedades da função afim. Quando o jogador não tiver uma peça apropriada para fazer o encaixe, deverá comprar peças e, quando não houver mais peças disponíveis para isso, deverá passar a vez. Ganha o jogo quem ficar sem peças mais rapidamente.

No jogo de bingo original, as peças que trazem números repetidos são chamadas de carrossel. Lembre-os de que os carrosséis, nesta nova versão, são as peças com informações sobre uma mesma função e, assim como no jogo original, devem ser posicionadas na vertical, enquanto as outras peças devem estar na horizontal.

No segundo momento da atividade, é importante que você reflita com os grupos sobre as estratégias que empregaram, enquanto jogavam. São questões que podem orientar esta reflexão: como podemos calcular o coeficiente angular de uma reta, quando conhecemos dois pontos pertencentes a ela? E o seu coeficiente linear? Como é possível verificarmos se um ponto pertence ou não ao gráfico de uma função? É possível, a partir da simples observação da lei de associação da função, identificar o ponto em que ela intercepta o eixo y ? Como? Qual a relação entre o coeficiente angular e a reta correspondente ao gráfico da função afim? Que cálculos podemos fazer para obter a raiz de uma função afim?

Aspectos pedagógicos

Professor, nunca se esqueça de que o jogo pode contribuir muito no processo de ensino e aprendizagem - desde que você e seus alunos consigam aproveitar bem as oportunidades que ele cria! Por isso, nossa sugestão é que você não abra mão das reflexões após o jogo. Além disso, se for necessário interromper o jogo para discutir os conceitos em questão, faça isso com a certeza de que está tomando uma decisão extremamente benéfica para o grupo.

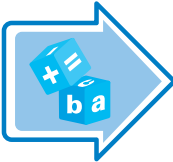
Como já mencionamos em outras atividades, as representações têm muito valor na construção de um conceito, sejam elas feitas com desenhos, com linguagem matemática, gráficos, tabelas e mesmo com a própria língua materna. Nas peças, procuramos diversificar ao máximo a linguagem associada às funções afins. É importante que você leve seus alunos a concluir que, no estudo deste assunto, há várias maneiras de registrarmos a mesma informação. Sempre que possível, procure verificar a adequação da linguagem que estão utilizando. Há alguns vícios de linguagem que podem conduzir a erros conceituais futuros. Eles devem ser evitados. Um exemplo disso ocorre quando, por exemplo, diante do gráfico da função $y = x + 3$, um aluno comenta que a reta “corta” o eixo y no 3. Ora, se estamos nos referindo ao ponto de interseção do gráfico da função com o eixo y , precisamos informar duas coordenadas, pois um ponto no plano é definido assim.

Por fim, durante a atividade, esteja atento à possibilidade de alguns alunos, apressadamente, levantarem a hipótese de que pares de pontos diferentes geram retas diferentes. Nesse sentido, é fundamental que você crie condições para que eles percebam o quanto esta ideia é equivocada. Pares de pontos diferentes podem pertencer à mesma reta. Um par volta nossas atenções para um trecho da reta – digamos, o par $(0,0)$ e $(1,1)$ - enquanto outro par pode nos voltar para outro trecho da mesma reta – digamos, o par $(15, 15)$ e $(21, 21)$. Como a reta é infinita, quando prolongarmos os dois trechos indefinidamente, eles irão se conectar, gerando uma única reta.

Seção 3 - Zero ou raiz da função afim

Páginas no material do aluno

17 a 19

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Integrando Matemática e Física	Uma cópia da folha de atividades para cada grupo	Os alunos responderão a questionamentos, baseados em três situações-problema.	A atividade pode ser realizada em grupos de 3 alunos	30 minutos

Aspectos operacionais

Para realizar esta atividade, professor, você pode pedir aos alunos que se dividam em trios e entregar a cada trio uma cópia da folha de atividades, que segue no pen drive. Peça para que os alunos façam as duas primeiras questões e, quando chegarem à terceira, peça para que preencham a tabela, lembrando que, em cada situação, o tempo transcorrido de t é chamado de t e a posição da estrada em que o motorista encontra-se depois deste tempo é chamada de s .

Para finalizar, você pode convidar um representante de cada trio para ir à frente da turma expor a produção do grupo. Com base nas apresentações, você poderá aprofundar ainda mais as reflexões teóricas desta aula.

Aspectos pedagógicos

Nesta atividade, temos uma boa oportunidade de promover o encontro da Matemática com a Física, dando um passo importante no caminho da interdisciplinaridade. Entretanto, é preciso criar condições para que os alunos reconheçam os pontos de aproximação e os pontos que diferenciam estas duas ciências. Neste sentido, inicialmente, você pode questioná-los sobre o uso das letras s e t em vez de x e y , muito frequentes nos livros didáticos. Eles precisam perceber que são livres para escolher as letras que quiserem para representar as variáveis de uma função, mas aspectos como a dependência entre as variáveis, a observação de regularidades na tabela, as possibilidades de construção de um gráfico e de obtenção de uma lei de associação entre as variáveis podem ser verificados independentemente das letras escolhidas.

É de suma importância também refletir com os alunos sobre os valores atribuídos à variável t . Quando estamos estudando funções que associam números reais a números reais, podemos atribuir quaisquer valores à variável livre,

inclusive valores negativos. Porém, nas três situações apresentadas, a variável livre t corresponde ao tempo e não faz sentido atribuímos valores negativos a ele. Isto explica também porque, na construção dos gráficos, não se deve prolongar indefinidamente o gráfico para que ele contenha pontos cujas abscissas sejam números negativos. Essas são algumas das diferenças entre a Física e a Matemática que mencionamos anteriormente.

Na observação de regularidades da tabela, você tem uma oportunidade de discutir com seus alunos, ainda que informalmente, o teorema de caracterização das funções afins. Como é possível, diante dos dados, identificar que eles serão modelados por uma função afim?

No livro *A Matemática do Ensino Médio*, volume 1, o professor Elon Lages Lima e os demais autores asseguram-nos que, numa função afim, sendo x e $f(x)$, respectivamente, as variáveis livre e dependente, “a acréscimos iguais de x correspondem acréscimos iguais de $f(x)$ ” (LIMA et al., 1998: 100). Assim, é aconselhável que você insista na observação dos “saltos” em cada coluna das tabelas.

Finalmente, os estudos destas situações da Física levam-nos a contextualizar a ideia de raiz de uma função. Para identificar os instantes em que cada condutor vai passar pelo início da estrada, os alunos terão de calcular a raiz de cada função que associa a posição s na estrada ao tempo transcorrido t . Afinal, precisam identificar para que valor de t a variável s assumirá o valor zero (lembre-se: o início da estrada é o km 0!). Atente apenas para o fato de que, na situação 3, a raiz da função é um número negativo e, portanto, o condutor não passará com seu carro pelo início da estrada.

Folha de atividades – Integrando Matemática e Física

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Situação 1: Um carro encontra-se no Km 200 de uma determinada rodovia e desloca-se com velocidade constante de 60 km/h, indo em direção ao início dela, ou seja, na direção do km 0. Ao mesmo tempo, o condutor verifica seu relógio e percebe que o mesmo marca 0 h.

Situação 2: Um carro encontra-se a 100 km do início de uma determinada rodovia e desloca-se com velocidade constante de 40 km/h, indo em direção a ela, ou seja, na direção do km 0. Ao mesmo tempo, o condutor verifica seu relógio e percebe que o mesmo marca 0 h.

Situação 3: Um carro encontra-se no km 70 de uma determinada rodovia e desloca-se com velocidade constante de 80 km/h, indo na direção em que a marcação da estrada aumenta. Ao mesmo tempo o condutor verifica seu relógio e percebe que o mesmo marca 0 h. Preencha a tabela e responda às questões seguintes.

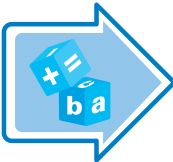
t (h)	S (km)
0	
1	
2	
3	
4	
5	

- Escreva a lei que informa a posição s em função do tempo transcorrido t ;
- Construa o gráfico $s \times t$;
- Desenhe uma reta, representando a estrada e marque os dados da tabela;
- Se o condutor mantiver as condições do movimento, apresentadas no enunciado, ele vai passar pelo início da estrada? Em caso afirmativo, em quanto tempo isso acontece?

Seção 4 – Função linear, um caso particular

Páginas no material do aluno

20 a 22

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Teatro das funções afins	Papel A4 e lápis	Os alunos terão a oportunidade de escrever e encenar uma pequena cena teatral, baseada em experiências cotidianas que envolvem grandezas cuja relação pode ser modelada por uma função linear.	Grupos de 4 alunos.	30 minutos

Aspectos operacionais

Diariamente, vivemos, ainda que informalmente e sem nos darmos conta, situações em que estão envolvidos os principais conceitos associados às funções lineares. Quando lidamos com grandezas diretamente proporcionais, temos um bom exemplo disso. Se, para cada panela de arroz que fazemos, utilizamos dois copos de água, a lei que associa a quantidade de panelas de arroz que fazemos à quantidade de copos de água que utilizamos é uma função linear. Se vamos comprar blusas e cada blusa custa R\$25,00, a lei que associa o dinheiro gasto ao número de blusas compradas também é uma função linear. A ideia desta atividade é que seus alunos revejam suas experiências cotidianas e identifiquem aquelas em que existem grandezas cuja relação pode ser modelada por uma função linear. Em seguida, deverão escolher uma delas, montar uma pequena cena de teatro e fazer uma apresentação para a turma.

Para dar início, professor, você pode estabelecer uma conversa com a turma, chamando a atenção dos alunos para as grandezas diretamente proporcionais. Dê os exemplos do arroz e do custo das blusas que mencionamos anteriormente. Busque outros exemplos, como a relação entre a distância percorrida numa estrada e o tempo gasto, se o motorista mantiver a velocidade constante ou, ainda, a quantidade de salgadinhos e a quantidade de convidados numa festa, admitindo que cada convidado come em média 12 salgadinhos. Não hesite se, para cada par de grandezas diretamente proporcionais, você tiver de construir uma tabela e listar valores para que os alunos consigam perceber as regularidades da situação e enunciar a lei de associação entre as grandezas.

Quando a conversa já estiver esgotada, proponha, então, a elaboração da cena. Se possível, lembre aos alunos que, apesar de se tratar de uma cena curta, é preciso haver uma ambientação, personagens bem definidos com falas encadeadas que favoreçam o entendimento da situação, como em qualquer peça de teatro. Reserve um tempo, no final da aula ou no início da aula seguinte, para que cada grupo faça a sua apresentação e possa ser assistido pelo restante da turma. Depois das encenações, é aconselhável que você reflita com a turma sobre as situações apresentadas: Quais envolvem grandezas diretamente proporcionais? Qual é a constante de proporcionalidade?

Aspectos pedagógicos

Inicialmente, os alunos podem ficar inibidos ou até mesmo desconfiados. Mas, se você conseguir criar um ambiente de respeito e descontração em que todas as vivências e comentários deles sejam valorizados, aos poucos, eles irão se descontraindo. Permitir que os alunos relatem as experiências que tiveram assistindo ou apresentando peças de teatro, organizar eventos culturais na escola, levando-os a demonstrar seus talentos artísticos, procurar ouvir seus pontos de vista sobre questões sociais e sobre questões relacionadas ao conteúdo estudado – sempre com o cuidado de não constrangê-los, caso não utilizem a língua culta ou caso cometam erros conceituais – são exemplos de ações que podem promover um ambiente de respeito e descontração.

Nossa experiência tem mostrado que este tipo de atividade, além de promover a aprendizagem de conceitos matemáticos específicos, tem um papel importante na socialização dos alunos, o que, por sua vez, conduz à diminuição da evasão escolar. Alunos que encontram um ambiente acolhedor e têm seus conhecimentos prévios e vivências reconhecidos dificilmente abandonam a escola.

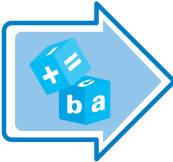
Temos aqui novamente outra oportunidade de trabalhar de forma interdisciplinar. A redação das falas da peça e a encenação favorecem uma parceria bastante frutífera com os professores de Língua Portuguesa e de Educação Artística. Pode não parecer, mas a redação das falas, no esforço de se fazer entender pela suposta plateia, faz com que, neste processo, os alunos organizem mentalmente suas próprias ideias, entre elas as ideias matemáticas em questão.

Pode acontecer de nem todas as situações terem o perfil desejado. Nestes casos, é aconselhável que você sinalize para os alunos os elementos ali envolvidos que impedem que a relação entre as grandezas possa ser modelada por uma função linear. É muito comum que os alunos tratem qualquer par de grandezas em que, quando uma aumenta (diminui), a outra aumenta (diminui) também, como grandezas diretamente proporcionais. No entanto sabemos que isso nem sempre corresponde a uma relação linear. Se, por exemplo, uma grandeza crescer em progressão aritmética enquanto a outra crescer em progressão geométrica, não teremos um par de grandezas diretamente proporcionais. Por isso, é importante enfatizar a constante de proporcionalidade – que, por sua vez, é o coeficiente angular da função linear que estabelece a relação entre as grandezas.

Seção 4 – Função linear, um caso particular

Páginas no material do aluno

20 a 22

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Modelando e solucionando	Cópias da folha de atividades	Os alunos irão discutir possíveis soluções e resolver problemas que envolvem funções afins lineares e não lineares.	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade de resolução de problemas. Para começar, professor, você pode entregar para cada dupla uma cópia da folha de atividades, que está disponível no pen drive. Em seguida, estabeleça um tempo para que as duplas resolvam os problemas. Por fim, faça uma grande roda com os alunos, para que os problemas sejam debatidos.

Enquanto os alunos estiverem tentando resolver os problemas, é importante que você circule pela sala de aula, percebendo as estratégias que eles empregam e esclarecendo as dúvidas que surgirem - mas atenção: não dê respostas ou apresente resoluções. Ouvindo-os, você terá condições de perceber o tipo de questionamento que pode ser esclarecedor. Em outras palavras, procure responder a cada pergunta com outra pergunta.

Aspectos pedagógicos

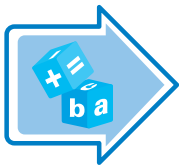
Analisando os problemas propostos na ficha, você perceberá que o primeiro apresenta uma função afim que não é linear e o segundo apresenta uma função linear. Acreditamos que, para que ocorra a construção de um conceito, é necessário identificar os elementos que o caracterizam e, além disso, fazer uma contraposição com outros conceitos. Desta forma, será bastante útil para este processo se, durante esta atividade, o aluno comparar funções afins e reconhecer que a função linear é um caso particular da função afim. Se for necessário, você pode oferecer novos exemplos além dos que estão na ficha.

Os problemas oferecem também a possibilidade de se discutir o domínio, a imagem e o gráfico de uma função afim. Perceba que, levando-se em consideração o contexto, o domínio das funções é, nos dois casos, o conjunto dos números naturais. Já os conjuntos imagem são, respectivamente, os naturais e os racionais. É importante que os alunos reconheçam que estes fatos os impedem de traçar uma reta, unindo os pontos que satisfazem à função e foram

marcados nos gráficos. Aproveitando os gráficos que os próprios alunos construirão, você ainda pode levá-los a reconhecer que, se a função afim não for linear, o ponto (0,0) não pertencerá à sua representação gráfica.

Por fim, aconselhamos que você esteja atento para desenvolver nos alunos o gosto e a iniciativa para resolver problemas. Não é de espantar que alguns alunos, frente aos problemas, cruzem os braços, aguardando pelo momento em que as soluções serão escritas no quadro. Esta postura passiva é fruto de um processo de ensino tradicional que, durante muito tempo, pregou a ideia de que o conhecimento deve ser transmitido do professor para o aluno. O professor era considerado o detentor do saber e o aluno, um mero receptor. Entretanto, lembre-se: isto pode mudar! Trabalhar frequentemente a resolução de problemas é um bom caminho para a mudança. Além dos problemas da folha de atividades, você pode propor outros ou fazer adequações nos que ali estão para torná-los acessíveis aos seus alunos. Valorize a diversidade de soluções que eles oferecerem, argumente para indicar possíveis erros que cometerem, ouça seus pontos de vista e, aos poucos, você poderá identificar o surgimento de novas posturas.

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades	Incentivar o registro das aprendizagens por meio de algumas perguntas que não privilegiem exclusivamente a linguagem matemática.	Individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Sugerimos que você utilize o último tempo de aula desta unidade para a avaliação do desenvolvimento das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em três etapas, conforme explicitadas a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagem

Caso você siga nossa estimativa de aulas para abordar o conteúdo, esperamos que no quarto dia seja possível realizar com seus alunos um momento de consolidação do que foi estudado. Você pode propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. A folha está disponível para a reprodução no pen drive. Após este momento, seria interessante que você e seus alunos pudessem avaliar esta aprendizagem.

Aspectos pedagógicos

Certifique-se de fazer com que os resultados deste momento de avaliação indiquem os pontos em que os alunos que ainda não conseguiram êxito no aprendizado. Parabenize e elogie o quanto for necessário, para que este momento de avaliação torne-se agradável.

Ao final de seus registros de avaliação, compartilhe as informações com os alunos. Indique exercícios e atividades para que as dúvidas e erros possam ser devidamente contornados.

Etapa 2: Questão objetiva

Sugerimos nesta etapa a escolha de questões objetivas que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. Se desejar, você pode buscar outras questões de acordo com o perfil da sua turma. A ideia é que além de avaliar o aprendizado, o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc. Apresentamos, na folha de atividades, uma sugestão de atividade objetiva para ser explorada em sala de aula.

Aspectos pedagógicos

Você pode intervir, sugerindo que os alunos inicialmente determinem o custo total C de produção e, a seguir, a receita total V na produção de n objetos. Alerta-os de que há um custo fixo de R\$ 4000,00 que não pode ser esquecido! Daí em diante, é só utilizar a lei do mercado: $L = V - C$. É interessante alertá-los novamente de que esta é mais uma situação real em que o assunto estudado mostra toda sua aplicabilidade.

Etapa 3: Questão dissertativa

Disponibilizamos, na folha de atividades, uma questão dissertativa que complementa o que foi proposto no material do aluno.

Aspectos pedagógicos

Você pode intervir, caso perceba algum problema no que diz respeito à notação, algo que certamente eles não estão acostumados. Rompa esta barreira, os cálculos são imediatos, porém interessantes, pois são informação de grande interesse em geral. Tente encorajá-los de modo a que cheguem às respostas desejadas. Ressalte a importância do assunto estudado, mostrando a abrangência do mesmo.

Folha de atividades – Avaliação - Etapa 1

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na Unidade 4 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder às questões a seguir:

- 1) Qual foi o conteúdo matemático estudado nesta unidade?

- 2) A tabela de valores descreve uma função afim?

x	0	50	100	200	300
f(x)	5,50	45,50	85,50	165,50	245,50

Explique.

- 3) Qual é a forma geral de uma função afim?

- 4) A distância medida num mapa varia proporcionalmente com a real distância medida. Se 2 cm no mapa representam 30 Km, escreva a função que dá distância real a partir da distância medida no mapa.

- 5) Há várias situações no seu cotidiano em que o conceito de função afim está presente. Você poderia descrever uma?

Folha de atividades – Avaliação – Etapa 2

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

(UNIMINAS) De modo geral, a lei que rege as transações comerciais é dada por:

$$L = V - C$$

Em que

V = é o dinheiro arrecadado na venda dos produtos

C = é o custo total da produção dos produtos

L = é a função lucro total

Se L for positivo, diz-se que a empresa teve *lucro*; caso L seja negativo, diz-se que a empresa teve *prejuízo*.

(I) Para produzir um objeto, uma firma gasta R\$1,20 por unidade produzida. Além disso, há uma despesa fixa de R\$ 4000,00, independente da quantidade produzida. O preço de venda é de R\$2,00 por unidade. A função (afim) lucro desta empresa na produção de n objetos é expressa por:

- (a) $L = 0,8 n - 4000$
- (b) $L = 1,2 n + 4000$
- (c) $L = 4000 - 0,8n$
- (d) $L = 4000 - 1,2 n$
- (e) $L = 2n - 4000$

(II) A quantidade de objetos vendidos, a partir da qual a empresa começa a ter lucro é:

- (a) 4000
- (b) 4500
- (c) 5000
- (d) 5500
- (e) 6000

Folha de Atividade – Avaliação – Etapa 3

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

A zona-alvo para treinamentos é região limitada pela frequência máxima e mínima dos batimentos cardíacos que você deve manter para realizar exercícios físicos com segurança. Esta medida é usada por todo atleta ou por pacientes em recuperação de ataques do coração. A fórmula de Karvonen é usada comumente para determinar tal frequência, quando o indivíduo está em exercício. Essa fórmula leva em consideração tanto a idade do indivíduo quanto sua frequência cardíaca em repouso.

A fórmula de Karvonen utiliza os seguintes medidas:

(I) Frequência cardíaca máxima , calculada por

$$FC_{max} = 220 - I$$

em que I representa a idade do indivíduo.

(II) Frequência cardíaca de reserva, calculada por

$$FC_{res} = FC_{max} - FC_{rep}$$

em que FC_{rep} representa a frequência cardíaca em repouso, em batidas por minutos (bpm). Usando estas medidas, a zona-alvo para treinamentos é calculada por

(III) Fórmula de Karvonen

$$FC_{alvo} = p FC_{res} + FC_{rep}$$

em que p é o percentual do treinamento, que de acordo com o *objetivo do treinamento*, pode ser escolhido entre 50% e 85%. Normalmente, valores mais baixos de p correspondem a atividades para manutenção da saúde ou perda de peso, enquanto que valores mais altos correspondem a atividades para condicionamento físico. Valores de p maiores que 85% são utilizados por atletas com acompanhamento especializado.

Agora, imagine que Joana, uma mulher de 42 anos de idade, tem frequência cardíaca de repouso em torno de 80 bpm.

- Utilizando a fórmula (I), calcule a frequência cardíaca máxima desta mulher.
- Utilizando a fórmula (II), calcule a frequência cardíaca de reserva.
- Utilizando a fórmula (III) de Karvonen, escreva a função afim correspondente à zona alvo de treinamento.
- Se o objetivo de Joana for ganhar um excelente condicionamento físico, qual a frequência-alvo você sugere? E se for simplesmente perder peso, qual frequência- alvo você sugere?

Sua frequência de repouso pode ser medida, ficando 5 minutos em repouso. Feito isto, escreva a função afim que descreve sua própria frequência-alvo de treinamento. Se você quiser perder peso, em que frequência-cardíaca você irá malhar? E se quiser um condicionamento exuberante, qual a frequência-cardíaca alvo?

OBSERVAÇÃO IMPORTANTÍSSIMA: Não inicie uma atividade física, sem antes consultar um médico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1998.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio.** Volume 1. Rio de Janeiro: SBM, 1998.

