

Volume 1 • Módulo 2 • Matemática • Expansão

Função Polinomial do 1º grau – Parte 2

Érika Silos de Castro (coordenação), André Luiz Martins Pereira, Leo Akio Yokoyama
e Luciana Felix da Costa Santos

Introdução

Na Unidade 5 do material do aluno, são apresentadas várias situações que mostram como os gráficos estão presentes no nosso cotidiano. Nesta unidade, o aluno terá a oportunidade de ampliar as discussões realizadas no módulo 1, entendendo como é possível representar as funções afins por meio de gráficos.

Para potencializar o material didático do aluno, pesquisamos e apresentamos alguns recursos e atividades. Nosso objetivo é colaborar com você, professor, ampliando ainda mais seu leque de opções, para explorar este tema durante as aulas.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora. A proposta é que essa atividade seja realizada em grupo, promovendo uma dinâmica entre os alunos. Neste momento, é esperado que eles desenvolvam algumas noções básicas relacionadas a gráficos de funções afins.

Para dar sequência ao estudo desta unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos que sejam utilizados nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Ressaltamos a importância de realizar as alterações e adaptações que se fizerem necessárias.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento será dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento consiste num momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

A descrição e o detalhamento das sugestões que elaboramos estão nas tabelas e textos a seguir.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

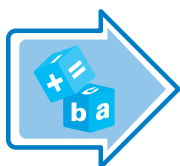
Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	2	2	Expansão	4 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Função Afim	Função Afim
Objetivos da unidade	
Interpretar gráficos de funções afins.	
Construir gráficos de funções afins.	
Resolver situações do dia a dia que envolvam gráficos de funções afins.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	5 a 8
Seção 1 – Funções em toda parte	9 a 14
Seção 2 – Crescente ou decrescente?	14 a 19
Seção 3 – Mãos à obra!	20 a 24
Seção 4 – Observando gráficos. Enxergando funções.	24 a 28
Resumo	28
Veja ainda...	29
O que perguntam por aí?	33 e 34
Respostas das atividades	35 e 36

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



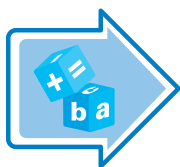
Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividade Inicial



Matemática por trás da notícia

Descrição sucinta: Esta atividade propõe a utilização de matérias, publicadas em revistas e jornais como fontes para a identificação e a interpretação dos mais diversos assuntos, expressos em diferentes linguagens. Relacionando os conteúdos matemáticos com suas aplicações e implicações, a atividade contribui para o desenvolvimento de habilidades e competências para uma leitura crítica de gráficos.

Material necessário: Exemplares diversos de jornais, revistas, lousa e material do aluno

Divisão da turma: Grupos de quatro ou cinco alunos

Tempo estimado: 30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, primeiro, peça para que os alunos abram o material na página 5 (DIAG: numeração a ser trocada após diagramação do material do aluno.) e releiam o conceito de gráfico, destacado abaixo.

Gráfico

Expressa visualmente dados ou valores numéricos com o objetivo de facilitar e dinamizar sua leitura

Em seguida, divida a turma em grupos de quatro ou cinco alunos e distribua entre os grupos alguns exemplares de jornais e revistas. Caso a sua unidade escolar não disponha desses materiais para utilização dos alunos, você poderá solicitar, na aula anterior a esta, que os próprios alunos tragam exemplares de jornais e revistas para a sala de aula (tais materiais geralmente são de baixo custo, o que poderá garantir uma boa participação dos alunos).

Uma vez que os materiais tenham sido distribuídos, peça para que os alunos folheiem-nos livremente, de maneira que possam se familiarizar com o tipo de mídia. Em seguida, peça a eles que identifiquem, de acordo com a

descrição de gráfico sugerida no material do aluno, matérias em que as informações apresentadas também estejam registradas sob a forma de gráficos. Depois dessa pesquisa preliminar, sugira que cada grupo, então, apresente brevemente os assuntos das matérias que selecionaram e discuta a respeito das características das diversas representações gráficas apresentadas pelos alunos.

Aspectos pedagógicos

Na seção inicial Para início de conversa..., na Unidade 5 do módulo 2 do material do aluno, é introduzida uma discussão a respeito do uso de gráficos para expressar e também interpretar a relação entre duas grandezas. Nesta discussão, percebemos uma tentativa de aproximação entre o conceito de gráfico e algumas situações que pertenciam naturalmente ao cotidiano do aluno, como a leitura de jornais e revistas, ou pesquisas na Internet.

Sabemos que essa, no entanto, não é a realidade de muitos dos alunos do Ensino de Jovens e Adultos. Muitos não mantêm contato regular com a imprensa escrita por inúmeros motivos, dentre os quais figura a falta de hábito de leitura.

Assim, a partir da descrição fornecida no material do aluno para o significado e uso de um gráfico, buscamos apresentar estratégias para fomentar a interação dos alunos com esses tipos de mídias impressas, sugerindo a utilização de matérias, publicadas em revistas e jornais, como importantes recursos e fontes de informação.

Com esta atividade será possível demonstrar como estes recursos são amplamente utilizados pelos meios de comunicação para a facilitação do entendimento das informações e dados numéricos, apresentando assim a importância do seu estudo.

Durante a discussão que será realizada depois da apresentação das matérias selecionadas pelos alunos e dos respectivos gráficos, leve-os a refletir sobre a importância dos gráficos para interpretação das informações fornecidas por cada uma das matérias.

Analise também os dados contidos em cada gráfico apresentado, para demonstrar como a ausência ou a presença de alguns componentes - como título, fonte, cabeçalho etc. - pode dificultar ou facilitar o entendimento das informações transmitidas por eles.

Fazendo uso da lousa, apresente aos alunos exemplos dos tipos de gráficos mais utilizados pelos meios de comunicação (gráficos de setores, de colunas, de barras, de segmentos ou pictográficos). Destaque os componentes que são essenciais para a compreensão de cada tipo de gráfico.

No caso dos gráficos de barras, colunas ou pictográficos, é importante destacar o significado dos eixos, além do fato de que cada ponto do gráfico representa a correspondência entre dois valores das grandezas relacionadas

e representadas sobre os eixos. É importante destacar também que eles possibilitam, principalmente, a análise e a comparação de vários componentes ao mesmo tempo.

No caso dos gráficos de segmentos, é importante destacar o significado dos eixos e o fato de que cada ponto do gráfico representa a correspondência entre dois valores das grandezas relacionadas e representadas sobre os eixos. Além disso, mostre que eles possibilitam, principalmente, uma análise evolutiva de um dado em relação ao outro.

No caso dos gráficos de setores, é importante destacar a ausência de eixos e mostrar que eles possibilitam, principalmente, uma comparação de uma parte com o todo.

Atividade Inicial



Na cidade ou no campo? Eis a questão

Descrição sucinta: Esta atividade propõe a utilização de uma tabela com os dados sobre a distribuição da população brasileira entre zonas urbana e rural entre 1960 e 2010 (ano do último censo) para criar uma tabela e um gráfico dessa distribuição em relação à população fluminense, fazendo uso de uma planilha de cálculo eletrônica.

Material necessário: Folha de atividades (disponível no material do professor), computadores para os alunos, software BrOffice.org Calc e lousa

Divisão da turma: Duplas ou trios

Tempo estimado: 30 minutos

Aspectos operacionais

Essa atividade foi planejada para aplicação em laboratório de informática, onde cada aluno poderá interagir diretamente com o software que dará a apoio a construção da tabela e do gráfico propostos: uma planilha eletrônica, a BrOffice.org Calc, do pacote OpenOffice.

Antes de conduzir seus alunos até o laboratório de informática, certifique-se de que o software foi devidamente instalado e testado, para que não seja necessário realizar tais procedimentos durante a aula. Lembre-se de que durante o tempo de espera para a devida instalação e teste do software, seus alunos estarão ociosos, o que pode fazer com que eles dispersem a atenção, prejudicando a aplicação da atividade.

O pacote OpenOffice, que contém o programa de edição de planilhas eletrônicas, é livre e pode ser obtido gratuitamente através do site <http://www.openoffice.org/pt-br/>. Uma vez que tudo esteja preparado, leve os alunos até o laboratório de informática e divida-os em duplas ou em trios, dispondo-os diante dos computadores.

Peça para que os alunos abram o software BrOffice.org Calc e apresente-o rapidamente. Em seguida, distribua a cópia impressa da folha de atividades, que se encontra disponível em seu material. Uma vez aberto o software, peça que abram uma planilha e construam uma tabela de dados, contendo três colunas: uma para representar os anos, outra para a população rural e outra para a população urbana. A planilha será preenchida com base nos dados sobre a população do estado do Rio de Janeiro, que constam da tabela impressa. Selecionando a tabela elaborada e escolhendo a opção inserir e gráfico, solicite que construam um gráfico de colunas.

Convide-os a explorar os recursos, introduzindo títulos ou retirando e acrescentando rótulos de dados nos eixos X e Y. Em seguida, peça que optem por construir gráficos diferentes, como os de barras, linhas e setores, discutindo as possibilidades e execução de cada um deles e a sua eficiência na representação da evolução das populações rural e urbana fluminense ao longo dos 50 anos do período observado. Aproveite para discutir em qual das opções a informação fica mais clara.

Caso a sua unidade escolar não disponha de um laboratório de informática, a mesma atividade poderá ser aplicada em sala de aula com auxílio de um computador, ligado a um projetor multimídia ou a uma TV. Neste caso, os alunos poderão interagir com o software de maneira indireta e coletiva.

Aspectos pedagógicos

O objetivo desta atividade é levar o aluno a construir uma tabela e, em seguida, representar por meio de gráficos os dados sobre a distribuição da população fluminense nas zonas urbana e rural. Esses dados serão obtidos a partir dos dados de outra tabela, que contém dados mais gerais, fornecidos pelo IBGE (<http://www.censo2010.ibge.gov.br/sinopse/index.php?dados=8&uf=00>), a respeito da distribuição da população brasileira como um todo.

Em relação ao software em si, é interessante esclarecer aos alunos os seguintes aspectos:

- O documento básico do BrOffice.org Calc é uma pasta, ou seja, uma coleção de planilhas (planilha 1, planilha 2, ...). Ao ser iniciado, ele abre uma nova pasta, pronta para receber a entrada de dados.
- Observe que uma planilha é um conjunto de colunas e linhas. A área de interseção de uma coluna e uma linha é chamada de célula. Os identificadores das colunas são alfabéticos, enquanto os identificadores das linhas são numéricos.
- O BrOffice.org Calc referencia cada célula pela coluna e pela linha nas quais ela se encontra. Por exemplo, o endereço A2 corresponde a uma célula, localizada na coluna A e na linha 2 da planilha.

- Para formatação da tabela, com ela selecionada, clicamos sobre o menu Formatar e nele escolhemos a opção Células. Será possível definir, entre outros atributos, as bordas da tabela e a cor do seu fundo.
- Ao final da exploração do software, os alunos terão produzido uma tabela como a sugerida a seguir:

Situação de domicílio da população fluminense de 1960 a 2010		
Ano	Rural	Urbana
1960	1409262	• 5300629
1970	1097267	• 8013057
1980	943250	• 10546547
1991	606617	• 12177144
2000	568987	• 13798096
2010	525690	• 15464239

- A partir dessa tabela, poderão construir os gráficos. Para isto, basta que selecionem a tabela toda (todas as suas células) e, em seguida, cliquem no menu Inserir e selecionem a opção Gráficos. Surgirá então uma janela onde será possível selecionar o tipo de gráfico, modificar sua aparência, adicionar seu título etc. Veja alguns exemplos a seguir:

Gráfico de colunas

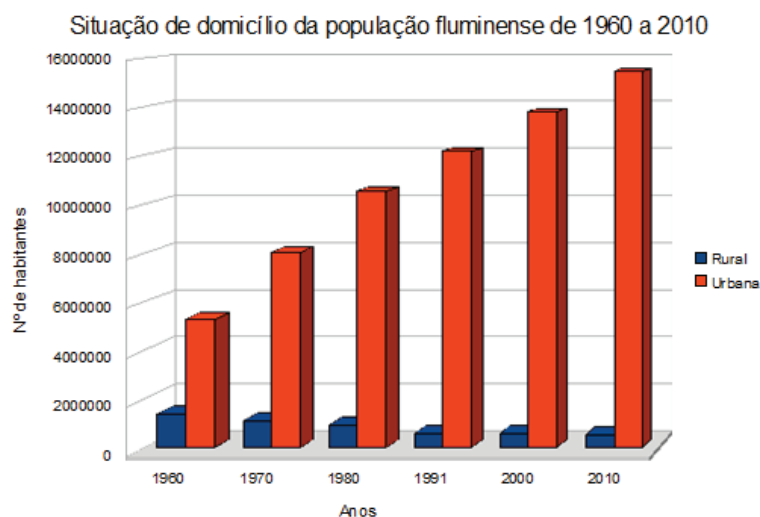


Gráfico de barras

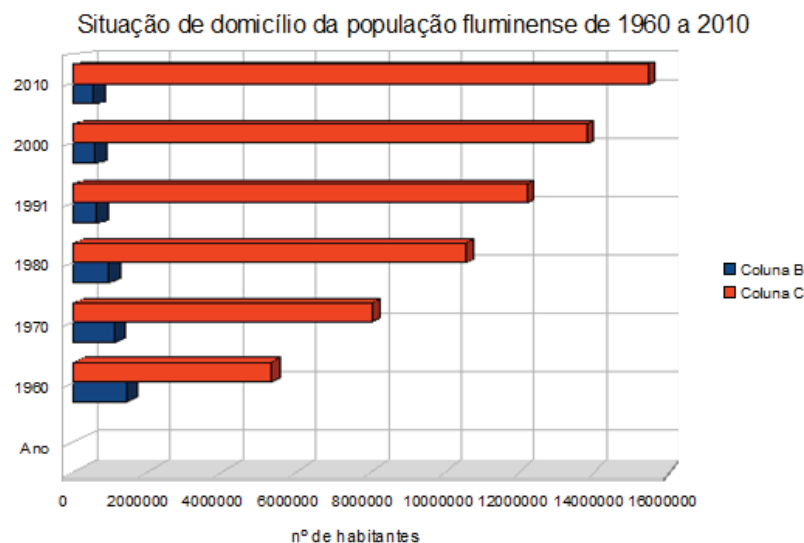
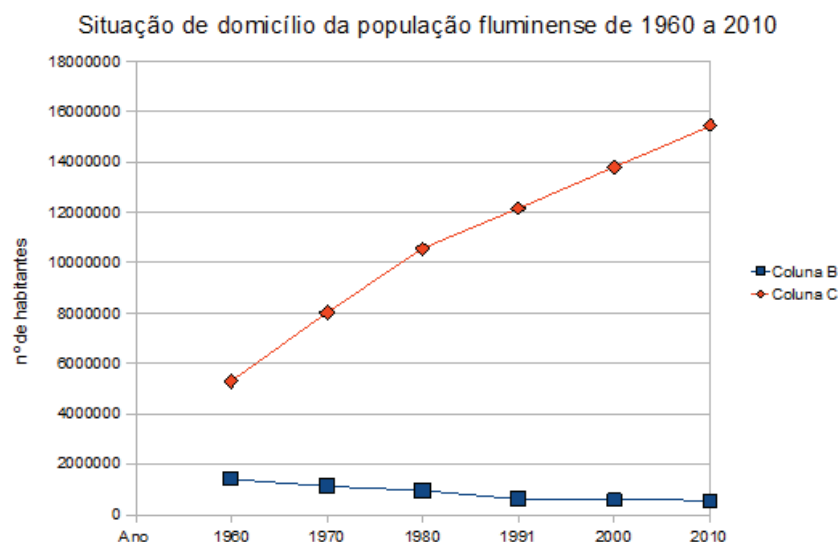


Gráfico de linha ou segmento



Para fixação dos conteúdos trabalhados, use a lousa para apresentar aos alunos exemplos e conceitos dos tipos de gráficos mais utilizados pelos meios de comunicação (gráficos de setores, de colunas, de barras, de segmentos ou pictográficos). Destaque os componentes que são essenciais para a compreensão de cada tipo de gráfico.

No caso dos gráficos de barras, colunas ou pictográficos, é importante destacar o significado dos eixos e também o fato de que cada ponto do gráfico representa a correspondência entre dois valores das grandezas relacionadas e representadas sobre os eixos. Isso possibilita, principalmente, a análise e a comparação de vários componentes ao mesmo tempo.

No caso dos gráficos de segmentos, é importante destacar o significado dos eixos e o fato de que cada ponto do gráfico representa a correspondência entre dois valores das grandezas relacionadas e representadas sobre os eixos. Além disso, mostre que eles possibilitam, principalmente, uma análise evolutiva de um dado em relação ao outro.

No caso dos gráficos de setores, é importante destacar a ausência de eixos e mostrar que eles possibilitam, principalmente, uma comparação de uma parte em relação ao todo.

Os alunos devem perceber que os gráficos de barras e de colunas são os mais adequados para comparar os valores de diferentes categorias; os de linhas, para mostrar o “sobe e desce” (crescimento e decrescimento) de uma variável ao longo do tempo; e que os de setor não são adequados para esse registro, uma vez têm por objetivo exibir a relação entre uma parte e o todo.

Seção 1 – Funções em toda parte

Páginas no material do aluno

9 a 14



Interpretando gráfico de uma função afim

Descrição sucinta: A atividade a seguir complementa a seção 1 do material do aluno, apresentando mais exemplos da utilidade dos gráficos para interpretar situações cotidianas. Também sugere questões e reflexões que levam os alunos a observarem e interpretarem as informações contidas nos gráficos dados.

Material necessário: Folha de atividades, uma folha de papel quadriculado/milimetrado, régua, lápis/caneta

Divisão da turma: Duplas ou trios

Tempo estimado: 40 minutos

Aspectos operacionais

A atividade inicialmente propõe a interpretação da situação representada por gráfico, que consta da folha de atividades, disponível neste material. Com os dados apresentados no gráfico, alunos serão convidados a responderem às questões – que também se encontram na folha de atividades – e, posteriormente, a ampliarem as discussões para as situações propostas no material do aluno.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios. Primeiro, deixe-os analisar o gráfico e as situações problema propostas. Em seguida, oriente os alunos a responderem às questões 3 e 4 com o auxílio de uma régua, para que avaliem a viabilidade desta construção no espaço limitado de uma folha de papel.

Aspectos pedagógicos

Ao final desta etapa, você pode promover um debate baseado nos resultados obtidos pelos alunos, discutindo a possibilidade de um investimento financeiro, nos dias atuais, ser a juros simples de 1% ao mês. Você pode fazer aos alunos perguntas do tipo: se vocês estivessem dispostos a investir, escolheriam o investimento apresentado? Por quê? Esse debate pode dar início a uma discussão sobre função exponencial e matemática financeira, a serem trabalhados futuramente.

Outra discussão relevante é em relação às escalas utilizadas para graduar os eixos x e y . Aqui, você pode retomar aos gráficos apresentados na seção 1 do material do aluno e mostrar aos alunos que, em algumas situações, devido à grande diferença entre os valores das variáveis que representam as grandezas modeladas (no caso, x e y), é importante adotar escalas distintas nos eixos para possibilitar uma melhor observação e interpretação do gráfico.

Para melhor ilustrar esta discussão, você pode solicitar que os alunos verifiquem se é possível construir os gráficos apresentados na seção 1 (exemplo da Evolução de casos da influenza A (H1N1)- p. 12 e nas atividades 1 e 2 - p. 13 e 14), usando uma folha de papel quadriculado (ou milimetrado) e a escala 1:1.

Ao final da atividade, estimule-os a encontrar uma escala que permita reconstruir com a régua os gráficos das atividades do material do aluno a que nos referimos anteriormente. A régua, neste caso, auxilia na decisão da escolha de unidades de comprimento e de escala que permitam a construção dos gráficos dados no espaço limitado de uma folha de papel.

Para ficar mais claro: pensemos na possibilidade de escolher como unidade de comprimento o centímetro e escala 1:1 no exemplo da “Evolução de casos da influenza A (H1N1)”- p. 12. Se assim optássemos, marcaríamos as ordenadas de 500 em 500 cm - o que, evidentemente, seria inviável. Então uma boa sugestão seria a escala de 1:100, isto é em que cada unidade de comprimento no eixo x representa 100 unidades de comprimento do eixo y .

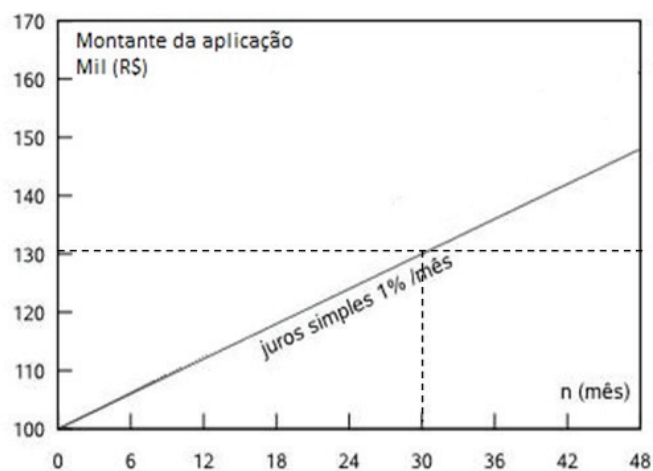
Folha de Atividades – “Interpretando o gráfico de uma função afim”

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Vamos interpretar a situação apresentada a seguir:

Observe o gráfico:



1) Indique as afirmativas a seguir como verdadeiras ou falsas:

- a) O gráfico relaciona o tempo em meses e o valor final após n meses (montante da aplicação) de uma aplicação a juros simples, em reais. ()
- b) O eixo horizontal representa o tempo de investimento e o eixo vertical, o valor aplicado (montante da aplicação). ()
- c) Com 18 meses, o montante é maior que 120 mil reais. ()

2) Responda:

- a) Esse gráfico é crescente ou decrescente?
- b) Com base em qual característica, o gráfico acima representa uma função afim?
- c) Quando o valor aplicado é de R\$ 130 mil reais, quantos meses passaram-se desde o início da aplicação?
- d) Qual foi o valor inicial investido?

3) Agora, observe as escalas, utilizadas para graduar os eixos x e y . Estas escalas são iguais? Tente construir, numa folha de papel quadriculado (ou milimetrado), o gráfico acima na escala 1:1. Avalie a viabilidade desta construção.

4) Encontre uma escala que permita a construção deste gráfico numa folha de papel quadriculado/milimetrado. Justifique sua resposta.

Seção 2 – Crescente ou decrescente?

Páginas no material do aluno

14 a 19



Analizando gráficos de funções do 1º grau

Descrição sucinta: Esta atividade tem por objetivo trabalhar a classificação das funções afins quanto ao crescimento ou decrescimento. Será feita com o auxílio do software Geogebra e de questões propostas na folha de atividades.

Material necessário: Computadores para os alunos com o software Geogebra instalado, folha de atividades e lápis/caneta

Divisão da turma: Individual ou duplas

Tempo estimado: 40 minutos

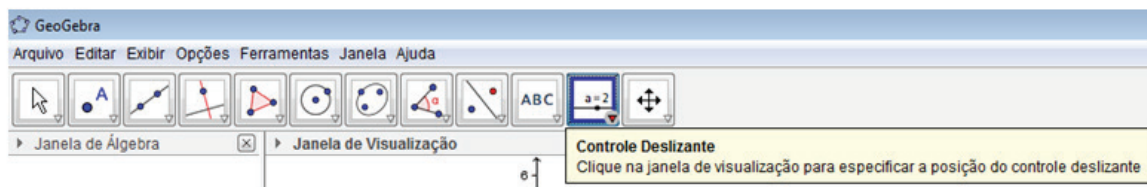
Aspectos operacionais

Esta atividade foi planejada para aplicação em laboratório de informática, onde cada aluno poderá interagir diretamente com o software que dará apoio à construção dos gráficos. Isso permitirá, também, a exploração das atividades propostas no material do aluno através da utilização de um recurso tecnológico. Antes de conduzir seus alunos até o laboratório de informática, certifique-se de que o software foi devidamente instalado e testado, para que não seja necessário realizar tais procedimentos durante a aula.

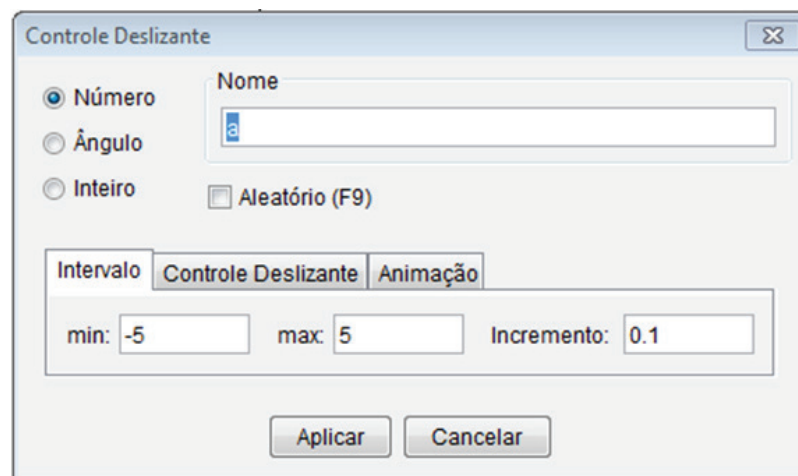
O software Geogebra é livre e pode ser obtido gratuitamente através do site <http://www.geogebra.org/cms/en/download/>.

Uma vez aberto o software, convide os alunos a explorar os recursos, construindo alguns gráficos da função afim. Para isso, oriente os alunos a adotarem os seguintes passos:

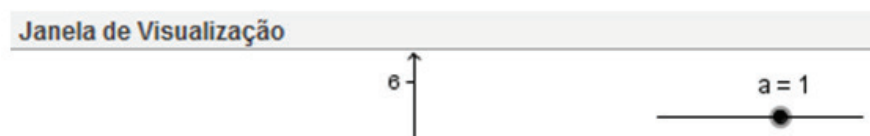
Localize e selecione o ícone Controle deslizante na barra de ferramentas, localizado na parte superior da tela.



Com o botão esquerdo do mouse, clique em um lugar qualquer da janela de visualização do software (sugerimos canto superior da tela branca). Aparecerá um quadro, que utilizaremos para definir propriedades do coeficiente angular da função afim a ser analisada, que será chamado de a . Neste caso, podemos selecionar a opção Número, preencher o Nome e determinar o intervalo de variação deste coeficiente de acordo com o que se deseja analisar. Por exemplo, Nome: a , e intervalo: -5 a 5.

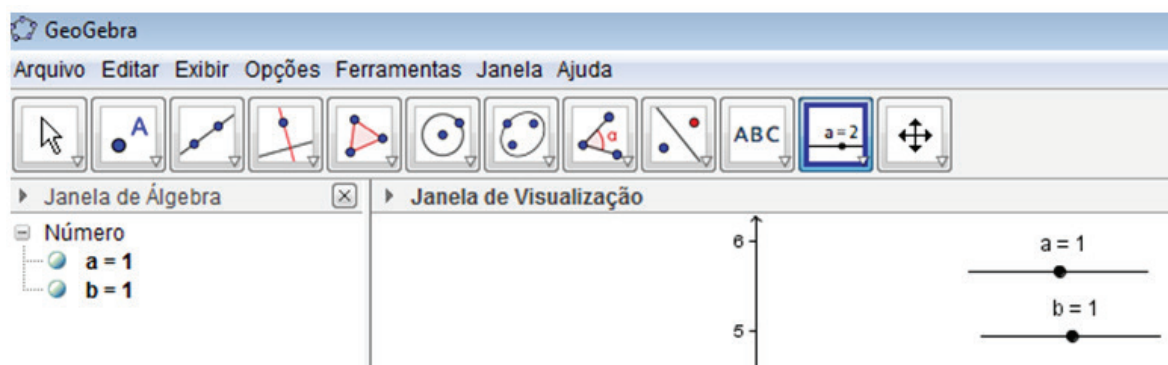


Após esta etapa, clique em Aplicar. Neste momento, aparecerá uma barra deslizante com o nome do coeficiente e o intervalo escolhido.



Você poderá deslizar este ponto sobre o segmento apresentado na tela. Para isto, basta selecionar o ícone Novo ponto e clicar sobre ele com o botão esquerdo do mouse, segurá-lo e movimentá-lo.

Se desejar ampliar a discussão, repita os procedimentos anteriores para criar um controle deslizante para o coeficiente b .



No canto inferior esquerdo da tela, no campo Entrada, digite a lei de formação de uma função afim - por exemplo, $f(x)=ax+b$ ou $f(x)=a \cdot x+b$ e pressione Enter. Entrada: $f(x)=ax+b$.

Se você não criar um controle deslizante para o coeficiente “b”, digite a lei de formação de uma função afim com o valor de b fixo, por exemplo, $f(x)=ax+2$.

O software construirá automaticamente o gráfico desta função de primeiro grau, com os coeficientes indicados nos controles deslizantes.

Após estes passos, você pode propor aos alunos que variem o coeficiente a e observem as consequências desta variação.

Para perceber como variam x e y, o aluno pode criar um novo ponto sobre a reta gerada pelo software – clicando sobre Novo ponto - e arrastá-lo, observando o comportamento das coordenadas nos casos de funções crescentes e decrescentes.

Caso a sua unidade escolar não disponha de um laboratório de informática, a mesma atividade poderá ser aplicada em sala de aula com auxílio de um computador, ligado a um projetor multimídia ou a uma TV. Nesse caso, os alunos poderão interagir com o software de maneira indireta e coletiva.

Depois desta etapa, convide os alunos a responderem às questões propostas na folha de atividades, disponível neste material e, posteriormente, a ampliarem as discussões para as situações propostas na seção “crescente ou decrescente?” (p. XX a XX) do material do aluno.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Uma vez que tudo esteja preparado para a atividade, leve os alunos até o laboratório de informática e organize os estudantes individualmente ou em duplas, dispondo-os diante dos computadores. Peça para que os alunos abram o software Geogebra e apresente-o rapidamente.

Aspectos pedagógicos

A atividade tem como objetivo levar o aluno a observar, a partir do uso do software Geogebra, a implicação da variação do coeficiente angular na classificação de funções afins crescentes e decrescentes. Sugere ainda a exploração e interpretação das situações propostas no material do aluno, também a partir do uso deste software.

Neste momento, é importante que os alunos percebam que, ao variarem o coeficiente “a” no controle deslizante, a inclinação da reta que representa o gráfico da função será afetada. É importante que percebam também que o sinal deste coeficiente determina se a função é crescente ou decrescente.

Caso alguns alunos ainda apresentem dificuldades, você pode orientá-los a posicionar o controle deslizante em um número positivo, depois sobre o zero e, finalmente, sobre um número negativo. Em seguida, pergunte a eles sobre a direção de inclinação da reta quando $a = 3$, quando $a = 0$ e quando $a = -2$. Acreditamos que estas provocações auxiliem na percepção destes alunos.

Ao deslizarem um ponto sobre a reta, é importante que eles notem que:

Uma função é crescente no conjunto dos números reais (\mathbb{R}), quando os valores de x_1 e x_2 , sendo $x_1 < x_2$, resultar em $f(x_1) < f(x_2)$.

Uma função é decrescente no conjunto dos reais, quando temos $x_1 < x_2$ resultando em $f(x_1) > f(x_2)$.



Além disso, você poderá aproveitar esta atividade para explorar a variação do coeficiente linear “b”.

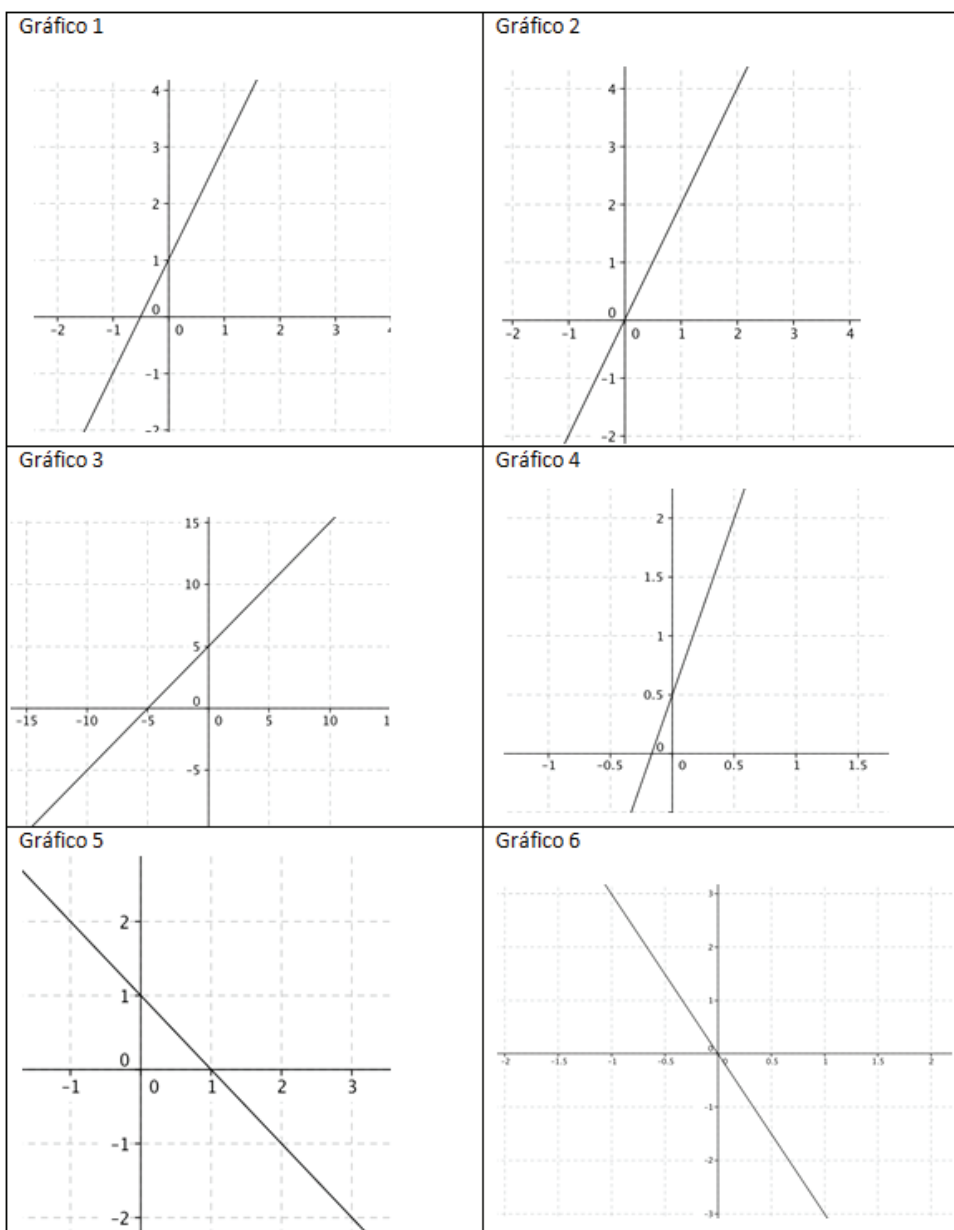
Ao final desta atividade, convide os alunos a resolverem as atividades propostas na seção “crescente ou decrescente?” (p. XX a XX) do material do aluno e as questões propostas na folha de atividades. Essas questões convidam os alunos a reconhecer se uma função afim é crescente ou decrescente, apenas observando sua representação gráfica. Acreditamos que a atividade aqui proposta com o Geogebra facilite o entendimento do aluno a esse respeito, dando subsídios para a realização das demais atividades propostas no material do aluno e neste material.

Folha de Atividades – “Analisando gráficos de funções do 1º grau”

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Questão 1: Associe os gráficos abaixo com suas respectivas leis de formação:



Leis de formação:

() $f(x) = 2x$

() $f(x) = x + 5$

() $f(x) = -x + 1$

() $f(x) = 2x + 1$

() $f(x) = 3x + \frac{1}{2}$

() $f(x) = -3x$

Questão 2:

a) Diga quais das funções acima são crescentes e quais são decrescentes, justificando pelo formato do gráfico.

b) Qual a relação que existe entre a função ser crescente ou decrescente com o coeficiente angular?

Seção 3 – Mãos à obra!

Páginas no material do aluno

20 a 24



Transporte via táxi

Descrição sucinta: A atividade a seguir apresenta mais uma situação-problema que envolve a utilização dos gráficos para interpretar situações cotidianas. Ela complementa a seção Mãos à obra! , do material do aluno, retomando um exemplo explorado na unidade anterior e apresentando um passo a passo para a construção do gráfico de uma função afim.

Material necessário: Folha de atividades, uma folha de papel quadriculado/milimetrado, régua, lápis/caneta

Divisão da turma: Duplas ou trios

Tempo estimado: 40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, antes de dar início à atividade, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Providencie, também, folhas de papel milimetrado na quantidade adequada. Feito isso, distribua a folha de atividades e o papel milimetrado aos alunos, solicitando que eles se organizem em duplas ou em trios.

Primeiro, deixe-os analisar a situação problema e oriente-os a responderem às questões propostas na folha de atividades, mediando a discussão, se necessário. Peça aos alunos que peguem uma folha de rascunho, o papel milimetrado e tentem construir o gráfico da função que representa a situação apresentada a partir dos passos descritos. Ao final da atividade, promova um debate com base nos resultados obtidos, discutindo as questões apresentadas na seção aspectos pedagógicos.

Aspectos pedagógicos

A atividade inicialmente propõe a interpretação da situação-problema representada a seguir:

Um estudante tem apenas 60 reais e precisa chegar até a faculdade e realizar uma prova sobre função afim. Ele está atrasado e a única possibilidade de chegar a tempo é pegando um táxi. A bandeirada do táxi custa R\$ 4,00 e o quilômetro rodado custa R\$2,00. A distância de sua casa até a faculdade é de 30 km.

Esse estudante conseguirá chegar ao seu destino com essa quantia de dinheiro?

Procure mediar as discussões que surgirem durante o processo de resolução das questões, indagando sobre outras estratégias possíveis para esboçar o gráfico desejado e levantando as maneiras que utilizaram para identificar função que representa o problema.

Durante o debate, procure discutir o intervalo do domínio - neste caso a restrição do início da corrida e o final - em que o taxímetro atinge R\$ 60,00. Pergunte também aos alunos se o gráfico ajuda a prever se o aluno conseguirá ou não chegar ao destino desejado com o valor que possui.

A discussão sobre a utilidade de previsão do gráfico pode ser ampliada para as atividades propostas na seção *Mãos à obra!*, do material do aluno. Nesta seção, são apresentadas outras situações em que os gráficos são utilizados para auxiliar no planejamento e na tomada de decisões, como por exemplo, na p. XX a XX do material do aluno, em que a personagem Ana precisa decidir acerca da contratação de um Buffet de acordo com a reserva financeira que possui. Neste caso, o gráfico apresenta o custo de uma festa em função do número de convidados e isto pode auxiliar a Ana na sua decisão.

Folha de Atividades – “Transporte via táxi”

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Situação-problema:

Um estudante tem apenas 60 reais e precisa chegar até a faculdade para realizar uma prova sobre função afim. Ele está atrasado e a única possibilidade de chegar a tempo é pegando um táxi. A bandeirada do táxi custa R\$ 4,00 e o quilômetro rodado custa R\$2,00. A distância de sua casa até a faculdade é de 30 km.

Mesmo preocupado se essa quantia em dinheiro era suficiente para que ele conseguisse chegar ao seu destino, ele pegou o taxi e, motivado pelo tema da prova, decidiu construir um gráfico para tentar sanar sua dúvida, seguindo os seguintes passos:

1º PASSO: Identificou a função que representa o valor da corrida em função da quilometragem rodada.

2º PASSO: Analisou a taxa de variação e identificou se a função é crescente ou decrescente.

Lembrete

Taxa de variação é determinada pelo valor de a na função $f(x) = ax + b$.

3º PASSO: Identificou dois pontos que pertencem à função;

4º PASSO: Localizou e marcou esses pontos no plano cartesiano;

5º PASSO: Uniu os pontos marcados, traçando uma reta.

Analise o raciocínio deste estudante e responda:

1) De que maneira você faria a construção do gráfico desta função. Use esta maneira para construir o gráfico no papel milimetrado e, em seguida, descreva seus passos.

2) Que ponto do gráfico representa o início da corrida?

3) Que ponto do gráfico representa o término da corrida? Suponha que o estudante descerá do táxi, quando o taxímetro marcar R\$60,00. (Dica: coloque o valor de 60 reais na função e descubra com quantos quilômetros o taxímetro atinge 60,00).

4) Afinal, com R\$60,00, o estudante conseguiu chegar à faculdade com o táxi?

Seção 4 – Observando gráficos. Enxergando funções.

Páginas no material do aluno

24 a 28



Empresa de cópias

Descrição sucinta: Esta atividade convida os alunos a investigarem informações sobre uma função que representa uma situação-problema. A investigação será feita a partir do gráfico da função.

Material necessário: Folha de atividades, lápis/caneta

Divisão da turma: Duplas ou trios

Tempo estimado: 40 minutos

Aspectos operacionais

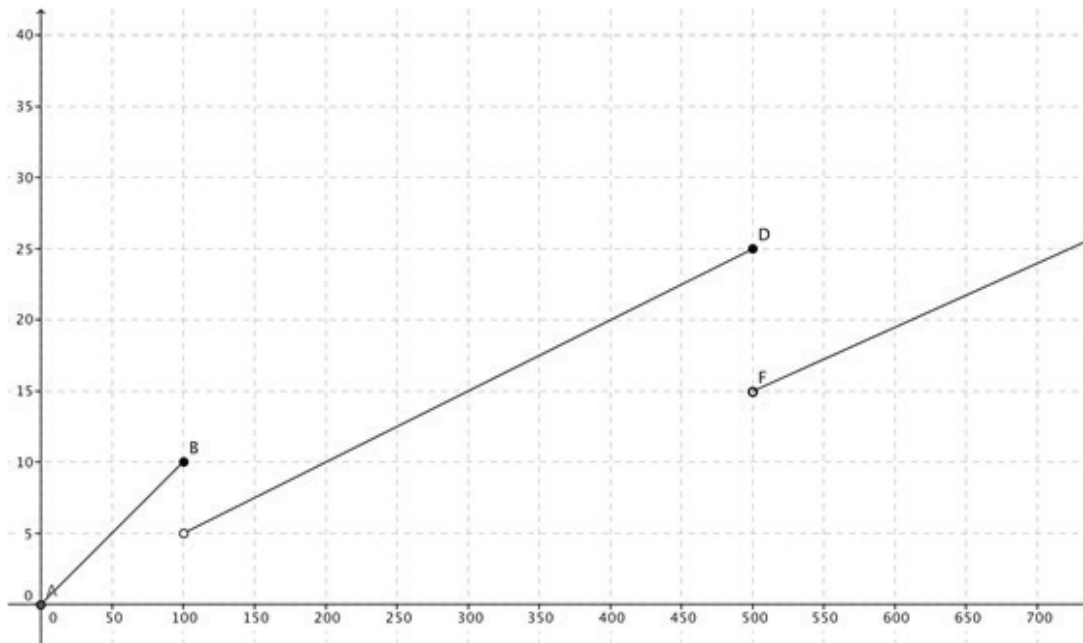
Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Primeiro, solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua a folha. Em seguida, convide-os a analisar o gráfico e oriente-os a responderem às questões propostas a partir das informações obtidas pelo gráfico.

Aspectos pedagógicos

A seção Observando gráficos. Enxergando funções percorre o sentido inverso das seções anteriores, partindo da análise cuidadosa das informações contidas em um gráfico para chegar a conclusões sobre a situação modelada. Esta atividade complementa a seção, apresentando um gráfico obtido a partir de uma situação-problema e convidando os alunos a investigarem informações sobre a função que representa essa situação.

A atividade inicialmente propõe a interpretação da seguinte situação-problema:

Suponha que o professor de Matemática precisou fazer cópias de uma folha de atividades para uma turma de 35 alunos. Quando chegou à empresa de cópias, observou que os preços cobrados variavam de acordo com o gráfico a seguir, onde o eixo x representa o número de cópias e o y representa o valor a ser pago:



Quanto o professor gastaria para fazer cópias para toda a turma?

Caso seja necessário, você pode orientar os alunos a resolver as questões propostas a partir do passo a passo apresentado na seção Observando gráficos. Enxergando funções (p. XX a XX) do material do aluno.

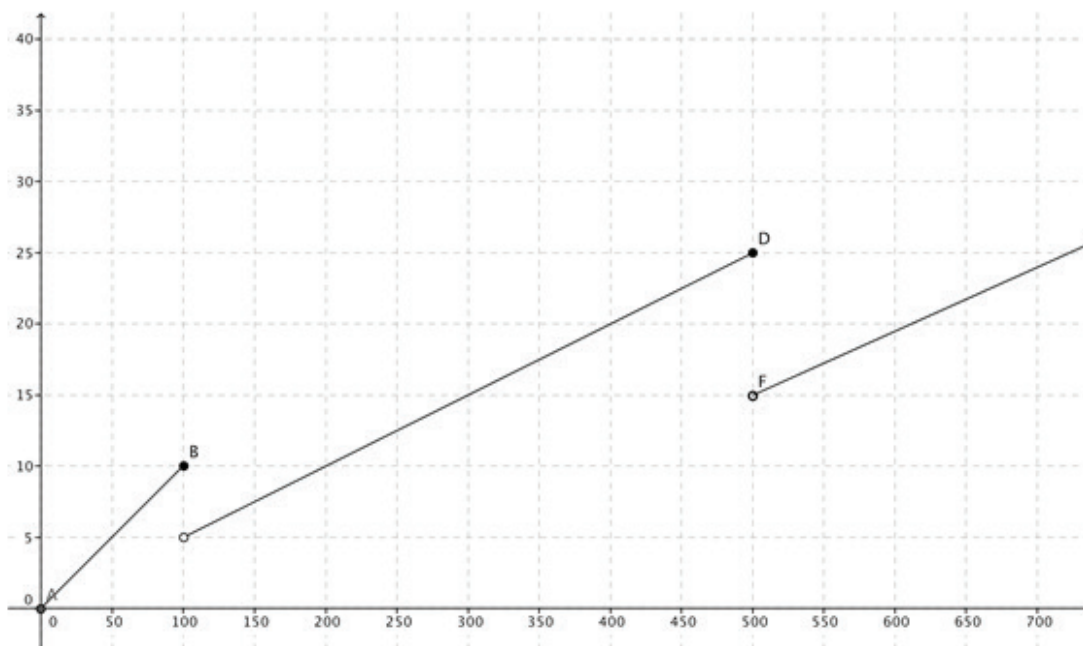
Folha de Atividades – “Empresa de Cópias”

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Situação-problema:

Suponha que o professor de matemática precisou fazer cópias de uma folha de atividade para uma turma de 35 alunos. Quando chegou à empresa de cópias, observou que os preços cobrados variavam de acordo com o gráfico a seguir, onde o eixo x representa o número de cópias e o y representa o valor a ser pago:



Quanto o professor irá gastar para fazer cópias para toda a turma?

Para resolver este problema, o professor descobriu a função que determina este gráfico e em seguida encontrou o valor devido. Vejamos o passo a passo que ele realizou:

1º PASSO: Identificou dois pontos que pertencem ao “pedaço” do gráfico a partir do número de cópias que lhe interessava.

2º PASSO: Montou um sistema de equações, substituindo os valores dos pontos na função, ou seja, $f(x)=ax+b$.

3º PASSO: Resolveu o sistema.

4º PASSO: Montou a função que representa a variação do valor a ser pago em função do número de cópias

5º PASSO: Para encontrar o valor a ser pago pelas cópias, substituiu o número de cópias na função obtida.

Agora, siga os passos do professor para descobrir o valor gasto por ele para tirar estas cópias.

Avaliação



Momento de reflexão

Descrição sucinta: Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas. Na primeira, será feito um registro de aprendizagens. Na segunda, serão realizadas questões objetivas e dissertativas, cuja escolha ficará a critério do professor.

Material necessário: Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta

Divisão da turma: Individual

Tempo estimado: 40 minutos

Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula, destinado à Unidade 5. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas nesta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, disponível para reprodução neste material, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões para os alunos, que podem ser usadas para avaliar o desenvolvimento das seguintes habilidades matemáticas: esboçar gráfico de funções do primeiro grau e analisar gráficos de funções do primeiro grau. A ideia é que elas complementem as questões que você normalmente usa para fazer este tipo de avaliação.

Sugerimos também que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, que serão entregues ao seu formador, no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você a maneira como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho. Se for o caso, usaremos os relatos apresentados para repensar os caminhos escolhidos.

Etapla 2: Questões objetivas e discursivas

Nesta etapa, sugerimos, para compor o instrumento avaliativo, a escolha de pelo menos uma questão objetiva que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade. As questões sugeridas estão reproduzidas na folha de atividades desta etapa.

Aspectos pedagógicos

Respostas das questões objetivas sugeridas

1.(A) 2.(B) 3.(D) 4.(C) 5. (A)

Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:

Questão 1: $f(x) = 1/2x+2$

Questão 2:

a) 10.000 pés

b) -50°C

Questão 3: 16.000 pessoas

Questão 4: $f(x) = 4/3 x + 1$

Questão 5: R\$ 1.680,00

Folha de Atividades – Avaliação – Etapa 1

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na Unidade 5 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder às questões a seguir:

Questão 1:

Qual foi o conteúdo matemático que você estudou nesta unidade?

Questão 2:

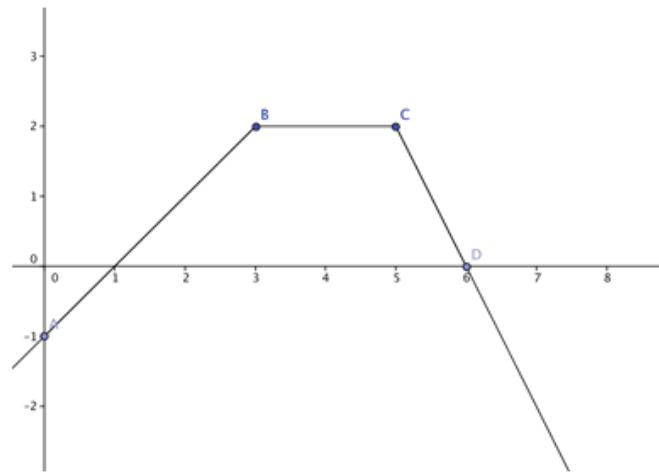
Construa os gráficos das seguintes funções de primeiro grau:

a) $f(x) = -1/2 x + 2$

b) $f(x) = x - 1$

Questão 3:

A partir do gráfico a seguir, determine:



a) Os intervalos em que a função é crescente e os intervalos em que a função é decrescente:

b) As respectivas leis de formação para a função em cada um desses intervalos em que a função é crescente ou decrescente.

Folha de Atividades – Avaliação – Etapa 2

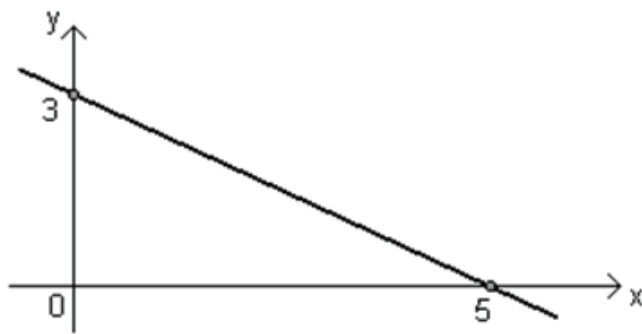
Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Questões objetivas

Questão 1:

No plano cartesiano da figura a seguir, está representada uma reta.

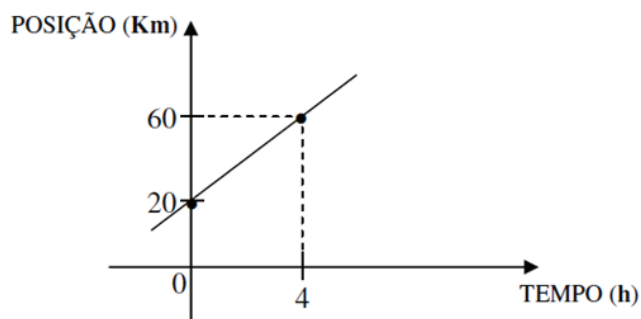


Ela é o gráfico de qual função do primeiro grau?

- (a) $y = -3/5 x + 3$
- (b) $y = -5/3 x + 5$
- (c) $y = -3x + 5$
- (d) $y = -5x + 3$

Questão 2:

O gráfico a seguir representa a posição de um carro em movimento numa estrada



Determine a posição do carro no instante 7h.

- (a) 90 km
- (b) 105 km
- (c) 110 km
- (d) 120 km

Questão 3:

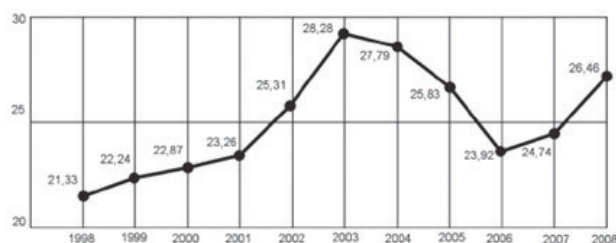
Analisando a função $f(x) = -3x - 5$, podemos concluir que :

- (a) O gráfico da função é crescente.
- (b) O ponto onde a função corta o eixo y é (0, -5).
- (c) $x = -5/2$ é o zero da função
- (d) O gráfico da função é decrescente

Questão 4: (Enem - 2011)

O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.

O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). *Almanaque abril 2010*. São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.

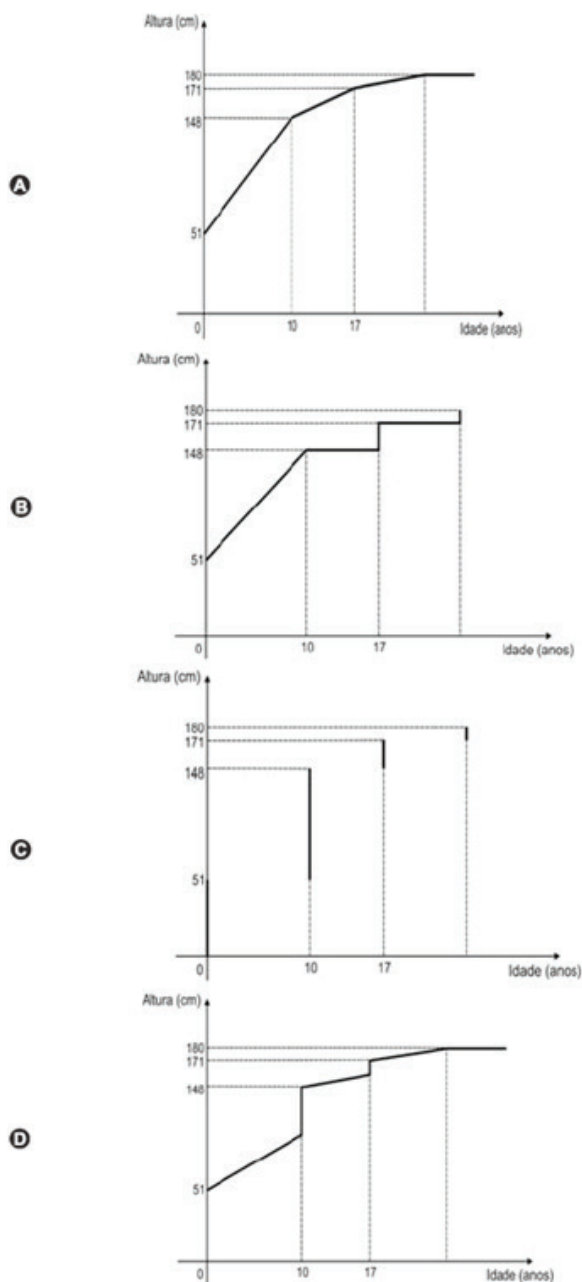
Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de

- A** 1998 e 2001.
- B** 2001 e 2003.
- C** 2003 e 2006.
- D** 2003 e 2007.
- E** 2003 e 2008.

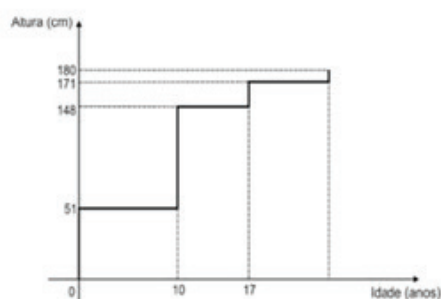
Questão 5: (ENEM- 2010)

Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?



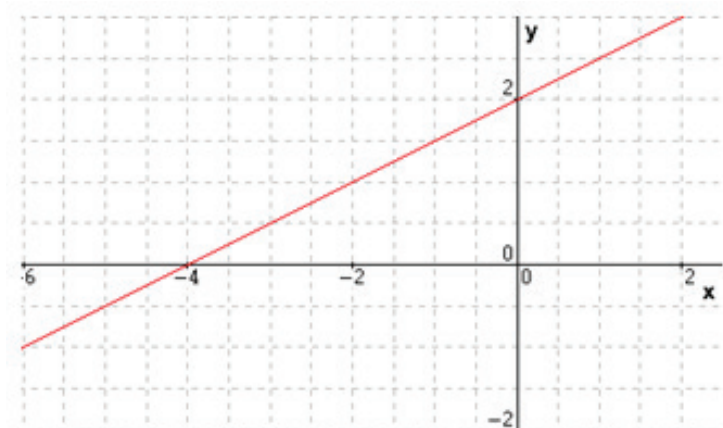
E



Questões discursivas

Questão 1:

Determine a expressão da função representada pelo gráfico a seguir:



Questão 2: (UNICAMP)

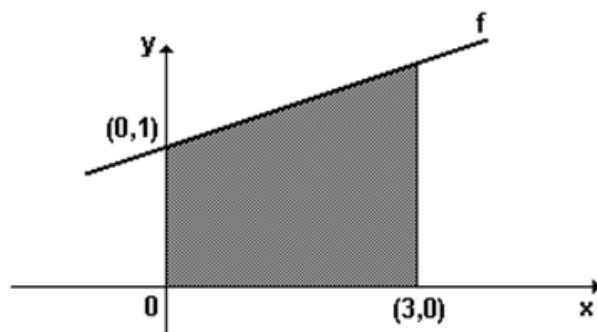
A troposfera que é a primeira camada da atmosfera e estende-se do nível do mar até a altitude de 40.000 pés. Nela, a temperatura diminui 2°C a cada aumento de 1.000 pés na altitude. Suponha que em um ponto A, situado ao nível do mar, a temperatura seja de 20°C . Pergunta-se:

- Em que altitude acima do ponto A, a temperatura é de 0°C ?
- Qual a temperatura a 35.000 pés acima do mesmo ponto A?

Questão 3: (UNICAMP)

Alguns jornais calculam o número de pessoas presentes em atos públicos, considerando que cada metro quadrado é ocupado por 4 pessoas. Qual a estimativa do número de pessoas presentes numa praça de 4000 m² que tenha ficado lotada para um comício, segundo essa avaliação?

Questão 4: (UNIRIO – adaptada)



Considere a figura anterior, onde um dos lados do trapézio retângulo encontra-se apoiado sobre o gráfico de uma função f . Sabendo-se que a área da região sombreada é de 9 cm^2 , qual é a lei que define a função f ?

Questão 5: (UNICAMP)

A companhia de abastecimento de água de uma cidade cobra mensalmente pela água fornecida a uma residência de acordo com a seguinte tabela:

Pelos primeiros 12 m^3 fornecidos R\$ 15,00 por m^3 , pelos 8 m^3 seguintes R\$ 50,00 por m^3 , pelos 10 m^3 seguintes R\$ 90,00 por m^3 e pelo consumo que ultrapassar 30 m^3 , R\$ 100,00 o m^3 . Calcule o montante a ser pago por um consumo de 32 m^3 .

Atividade Complementar



Exercícios de fixação complementares

Material necessário: Folha de atividades, lápis/caneta

Divisão da turma: Duplas ou trios

Aspectos operacionais

Peça que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua a folha de atividades. Mas procure distribuir uma folha para cada aluno, de forma que todos possam ficar com uma cópia do material. Assim, ele poderá ser tornar mais uma fonte de consulta. Escolha previamente os exercícios que mais se adequam à realidade de sua turma e à abordagem escolhida para apresentação dos conceitos introduzidos na Unidade 5.

Depois de os alunos concluírem o conjunto de exercícios que você escolheu aplicar, procure discutir as soluções apresentadas pelos alunos.

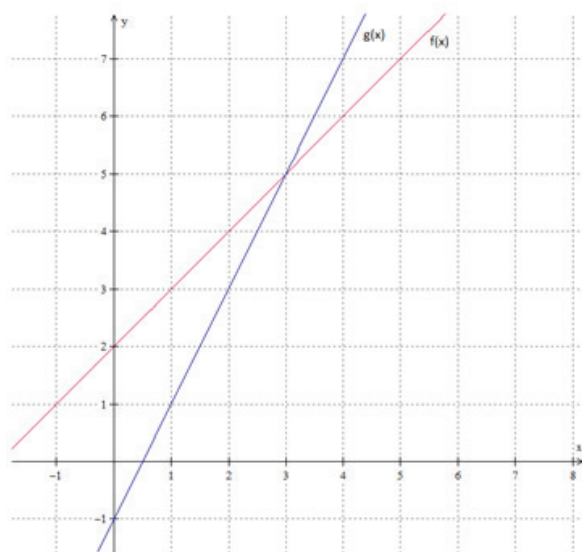
Aspectos pedagógicos

Os exercícios que apresentamos têm por objetivo auxiliar você, professor, na fixação das principais noções ligadas ao conceito de função afim, trabalhadas tanto no material do aluno, quanto nas atividades sugeridas neste material. São elas: expressão analítica da função afim, gráfico de uma função afim, análise do comportamento da função afim quanto ao seu crescimento ou decrescimento e relação com os coeficientes.

Procure incentivar os alunos a executar os exercícios propostos sem a sua intervenção. Isso pode favorecer o desenvolvimento da autonomia deles no que diz respeito à habilidade de resolver problemas. Durante a discussão das soluções, procure também valorizar cada estratégia, mesmo que ela não tenha conduzido a uma resposta verdadeira.

Respostas e comentários sobre as questões da folha de atividades

1.



$f(x) > g(x)$ quando $x < 3$. Note que nesse intervalo o gráfico da função $f(x)$ (vermelho) mantém-se acima do gráfico da função $g(x)$ (azul).

2.

$$\begin{cases} a(3) + b = 5 \\ a(-2) + b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 5 \\ -2a + b = -5 \times (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 5 \\ 2a - b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow 5a = 10 \Leftrightarrow a = 2$$
$$3a + b = 5 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 + b = 5 \Leftrightarrow 6 + b = 5 \Leftrightarrow b = 5 - 6 \Leftrightarrow b = -1$$

Logo $f(x) = 2x - 1$. Assim $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 1 = 0$.

3. a) $y = 2 + 0,5x$ b) R\$7,50

4. E 5. B 6. D 7. D 8. D 9. C 10. C

Folha de Atividades – Exercícios adicionais

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

1. Sendo $f(x) = x + 2$ e $g(x) = 2x - 1$, construa sobre um mesmo sistema de eixos um esboço de seus gráficos. Depois de observar e analisar esses gráficos, determine os valores reais de x para que se tenha $f(x) = g(x)$.

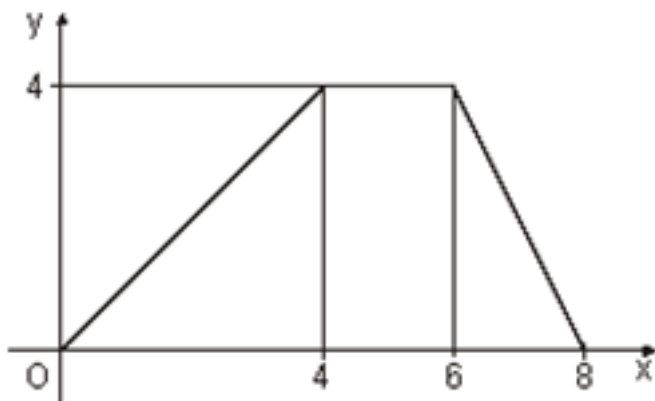
2. Dada função $f(x) = ax + b$ e sabendo que $f(3) = 5$ e $f(-2) = -5$, calcule $f(1/2)$.

3. O preço a pagar por uma corrida de táxi depende da distância percorrida. A tarifa y é composta de duas partes: uma parte fixa, denominada bandeirada, e uma parte variável, que depende do número x de quilômetros rodados. Suponha que a bandeirada esteja custando R\$2,00 e o quilômetro rodado, R\$0,50.

a) Expresse y em função de x .

b) Quanto se pagará por uma corrida em que o táxi rodou 11 Km?

4. (UFF) O gráfico da função f está representado na figura:



Sobre a função f é falso afirmar que:

- (A) $f(1) + f(2) = f(3)$
- (B) $f(2) = f(7)$
- (C) $f(3) = 3f(1)$
- (D) $f(4) - f(3) = f(1)$
- (E) $f(2) + f(3) = f(5)$

5. (UFF) As empresas ALFA e BETA alugam televisores do mesmo tipo. A empresa ALFA cobra R\$ 35,00 fixos pelos primeiros 30 dias de uso e R\$ 1,00 por dia extra. A empresa BETA cobra R\$ 15,00 pelos primeiros 20 dias de uso e R\$ 1,50 por dia extra. Após n dias o valor cobrado pela empresa BETA passa a ser maior do que o cobrado pela empresa ALFA. O valor de n é:

- (A) 25 (B) 35 (C) 40 (D) 45 (E) 50

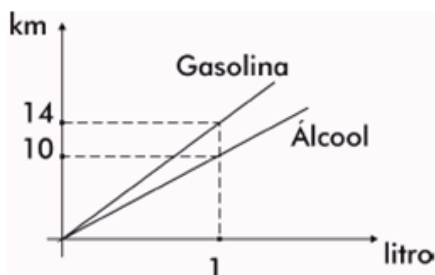
6. (UERJ) Observe o gráfico:



Se o consumo de vinho branco alemão, entre 1994 e 1998, sofreu um decréscimo linear, o volume total desse consumo em 1995, em milhões de litros, corresponde a:

- (A) 6,585 (B) 6,955 (C) 7,575 (D) 7,875

7. (UERJ) Analise o gráfico e a tabela:

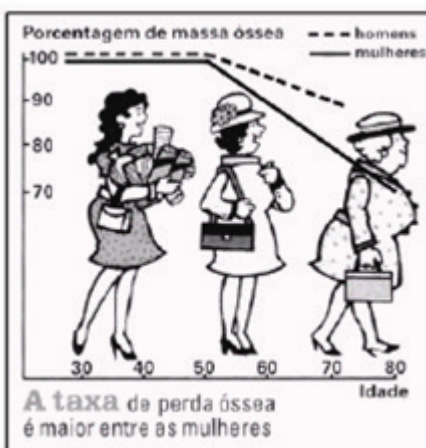


COMBUSTÍVEL	PREÇO POR LITRO (em reais)
Gasolina	1,50
Álcool	0,75

De acordo com esses dados, a razão entre o custo do consumo, por km, dos carros a álcool e à gasolina é igual a:

- (A) $\frac{4}{7}$ (B) $\frac{5}{7}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{7}{10}$

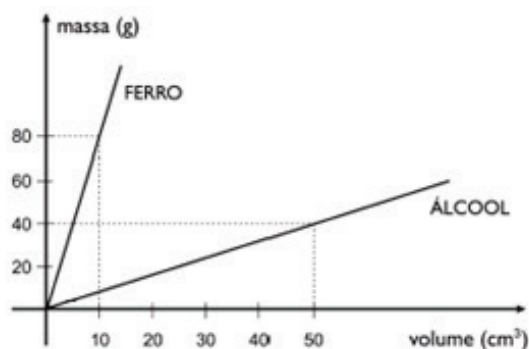
8. (UERJ) Admita que, a partir dos cinquenta anos, a perda da massa óssea ocorra de forma linear, conforme mostra o gráfico abaixo.



Aos 60 e aos 80 anos, as mulheres têm, respectivamente, 90% e 70% da massa óssea que tinham aos 30 anos. O percentual de massa óssea que as mulheres já perderam aos 76 anos, em relação à massa aos 30 anos, é igual a:

- (A) 14 (B) 18 (C) 22 (D) 26

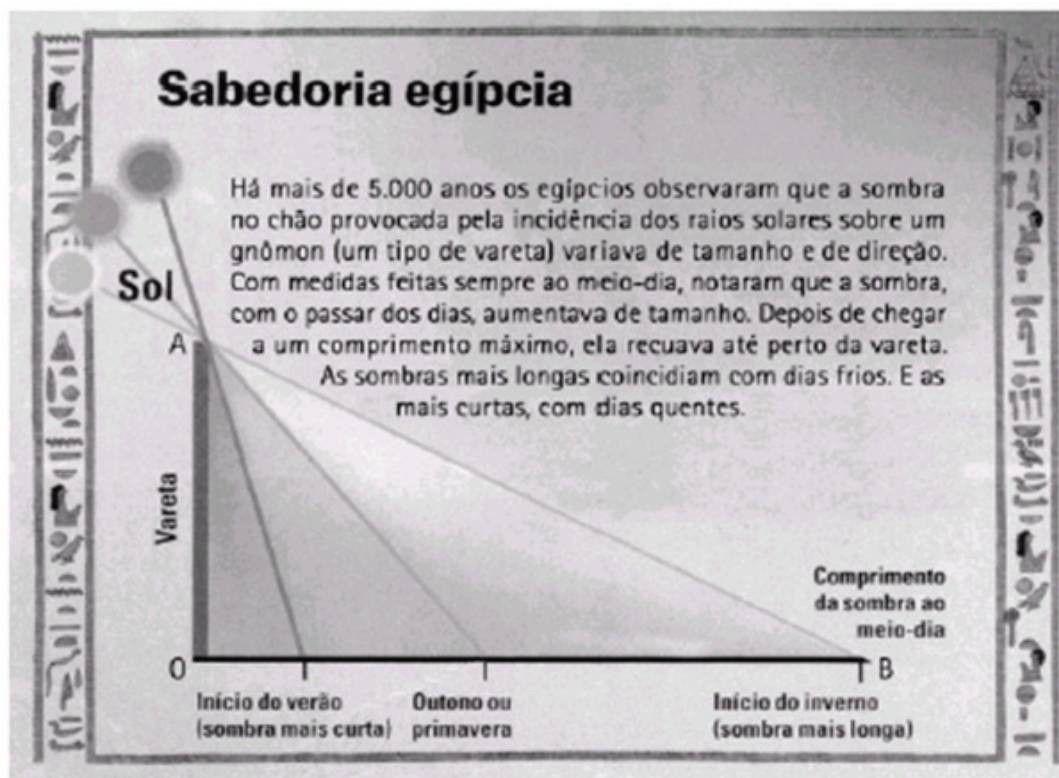
9. (UERJ) A razão entre a massa e o volume de uma substância, ou seja, a sua massa específica, depende da temperatura. A seguir, são apresentadas as curvas aproximadas da massa em função do volume para o álcool e para o ferro, ambos à temperatura de 0° C.



Considere F a massa específica do ferro e A a massa específica do álcool. De acordo com o gráfico, a razão $\frac{\rho_F}{\rho_A}$ é igual a:

- (A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 20

10. (UERJ) Leia o texto a seguir.



Um estudante fez uma experiência semelhante à descrita no texto, utilizando uma vareta AO de 2 metros de comprimento. No início do inverno, mediu o comprimento da sombra OB, encontrando 8 metros. Utilizou, para representar sua experiência, um sistema de coordenadas cartesianas, no qual o eixo das ordenadas (y) e o eixo das abscissas (x) continham, respectivamente, os segmentos de reta que representavam a vareta e a sombra que ela determinava no chão. Esse estudante pôde, assim, escrever a seguinte equação da reta que contém o segmento AB:

(A) $y = 8 - 4x$ (B) $x = 6 - 3y$ (C) $x = 8 - 4y$ (D) $y = 6 - 3x$

