

Regularidades numéricas – sequências e progressões

Cleber Dias da Costa Neto, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves. Juliana Bezerra

Introdução

Na unidade 26 do módulo 3 do material do aluno são apresentadas diversas situações e atividades sobre sequências.

Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas. O detalhamento dessas atividades está presente no texto que segue.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora. É uma atividade cujo intuito, além de iniciar a exposição do tema, é promover uma dinâmica entre os alunos. Neste momento, espera-se que os alunos consigam identificar sequências numéricas, obtendo a expressão algébrica do seu termo geral, além disso, que utilizem o conceito de sequência para resolver problemas que abordem situações cotidianas.

Para dar sequência ao estudo desta unidade, abordando Progressões Aritméticas (P.A.) e Progressões Geométricas (P.G.), disponibilizamos alguns recursos complementares vinculados ao conteúdo do material didático. Tais recursos apresentam-se associados às atividades descritas detalhadamente neste material. Sugerimos a sua realização nas aulas subsequentes à aula inicial de acordo com a realidade da sua turma. Recomendamos que sejam feitas as alterações e adaptações sempre que achar necessário.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro, dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o seu estudo. E o segundo, um momento de

avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos em detrimento da mera reprodução de exercícios feitos anteriormente. Também disponibilizaremos algumas questões de avaliações de larga escala, como Enem, Vestibulares, Concursos Público, entre outros.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	3	2	6 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Regularidades numéricas – sequências e progressões	Sequências
Objetivos da unidade	
Identificar sequências numéricas e obter a expressão algébrica do seu termo geral;	
Utilizar o conceito de sequência numérica, para resolver problemas;	
Diferenciar Progressão Aritmética (P.A.) de Progressão Geométrica (P.G.);	
Utilizar as fórmulas do termo geral e da soma dos termos da P.A. e da P.G., na resolução de problemas.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	----
Seção 1 – As sequências, regularidades e generalizações.	----
Seção 2 – As progressões Aritméticas.	-----
Seção 3 – Progressões Geométricas.	-----
Resumo e Conclusão	----
Veja ainda	-----
Respostas das atividades	-----
O que perguntam por aí?	----
Caiu na rede	-----

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

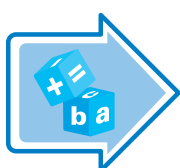
Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



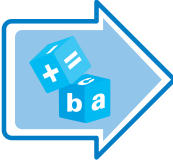
Exercícios


Proposições de exercícios complementares

Atividade(s) inicial(is)

Descrevemos a seguir situações motivadoras nas quais queremos que os alunos iniciem uma discussão coletiva e familiarizem-se com o conteúdo matemático a ser trabalhado de forma empírica e com atividades de fácil compreensão antes da formalização. Sugerimos que você escolha a que seja mais adequada à sua realidade, ou, se preferir, utilize uma atividade própria.

Atividade Inicial


Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Torre de Hanói	Aplicativo Torre de Hanói, disponível em http://www.ufrgs.br/psicoeduc/hanoi/ e cópias da folha de atividades — Torre de Hanói (disponível na Seção Aspectos operacionais).	<p>Nesta atividade, os alunos irão tentar resolver o problema da Torre de Hanói para diferentes números de discos. Para isso, eles terão de criar uma sequência que associa o número de discos ao menor número de movimentos necessários à resolução e vão tentar estabelecer uma regra para o “termo geral” dela.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1361</p>	Turma disposta em duplas	25 minutos



Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reconhecimento de Padrões	Cópias da folha de atividades — Reconhecimento de padrões (disponível na Seção Aspectos operacionais).	<p>Nesta atividade, os alunos irão tentar identificar padrões em sequências numéricas e não numéricas.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching, N. Bednarz, C. Kieran, L. Lee (disponível em http://bookos.org/s/?q=approaches+to+algebra+perspectives+for+research+and+teaching&t=0)</p>	Turma disposta em duplas.	25 minutos


Seção 1 – As sequências, regularidades e generalizações

Páginas no material do aluno

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Cloro na piscina	Vídeo Cloro na piscina, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1068 , calculadoras e cópias da Folha de atividades – Medicação (disponível na Seção Aspectos operacionais)	<p>O vídeo utilizado nesta atividade apresenta rotinas de aplicação de cloro em uma piscina, deduzindo e analisando matematicamente a sequência associada à quantidade de cloro adicionada semanalmente. No problema proposto, os alunos deverão fazer uma análise análoga à apresentada no vídeo no caso de administração de um remédio.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1068</p>	Turma dividida em duplas ou trios	25 minutos.
	Generalizando os termos da Sequência	Cópias da Folha de atividades – Generalizando os termos da Sequência (disponível na Seção Aspectos operacionais).	<p>Nesta atividade, os alunos irão observar uma sequência de imagens e deduzirão expressões algébricas que generalizem as sucessões.</p> <p>Obs: Essa atividade foi adaptada de http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/generalizacoes-calculos-algebricos-602390.shtml. Acesso em 22/06/2013</p>	Turma dividida em duplas.	25 minutos.


Seção 2 – As Progressões Aritméticas

Páginas no material do aluno


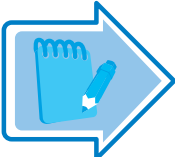
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Números Vizinhos	Cópias da folha de atividades — Números Vizinhos (disponível na Seção Aspectos operacionais).	Nesta atividade, os alunos irão tentar identificar padrões em sequências numéricas dispostas em tabelas.	Turma dividida em duplas.	25 minutos.
	Para correr a São Silvestre	Vídeo Para correr a São Silvestre disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1150 e cópias da Folha de atividades – Sequência de quadradinhos (disponível na Seção Aspectos operacionais)	<p>O vídeo utilizado nesta atividade descreve a logística de distribuição de água aos atletas durante a corrida de São Silvestre. Ele também deduz e analisa matematicamente a sequência associada à quantidade de água distribuída. Nos problemas propostos, os alunos deverão identificar o padrão de uma sequência e obter a fórmula de seu termo geral.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1150</p>	Turma dividida em duplas.	25 minutos.

Seção 3 – Progressões Geométricas

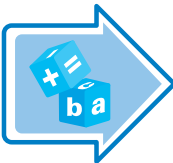
Páginas no material do aluno

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Para salvar o mundo	<p>Vídeo Para salvar o mundo disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1151 e cópias da Folha de atividades – Para salvar o mundo (disponível na Seção Aspectos operacionais)</p>	<p>O vídeo utilizado nesta atividade descreve a dinâmica de transmissão de uma doença. Ele também deduz e analisa matematicamente a sequência associada à quantidade de pessoas infectadas em uma população. Os problemas propostos envolvem progressões geométricas.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1151</p>	Turma dividida em duplas.	25 minutos.
	Número do meio	<p>Cópias da folha de atividades — Número do meio (disponível na Seção Aspectos operacionais).</p>	<p>Nesta atividade, os alunos irão preencher os números que aparecem no meio de cada uma das sequências, utilizando, para isso, as propriedades de PA e PG.</p>	Turma dividida em duplas.	25 minutos.

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens	Lápis de cor, canetas coloridas ou hidrocor e Cópias do texto da Seção Aspectos Operacionais	Esta etapa pode estar articulada à seção “Veja ainda” no material do aluno. Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, numa folha de papel, as resoluções dos exercícios de revisão, enfatizando as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade.	Individual	25 minutos
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso	Cópias das questões.	Sugerimos nesta etapa, a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc.	Individual	20 minutos

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Torre de Hanói	Aplicativo Torre de Hanói, disponível em http://www.ufrgs.br/psicoeduc/hanoi/ e cópias da folha de atividades — Torre de Hanói (disponível na Seção Aspectos operacionais).	<p>Nesta atividade, os alunos irão tentar resolver o problema da Torre de Hanói para diferentes números de discos. Para isso, eles terão de criar uma sequência que associa o número de discos ao menor número de movimentos necessários à resolução e vão tentar estabelecer uma regra para o “termo geral” dela.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1361</p>	Turma disposta em duplas	25 minutos

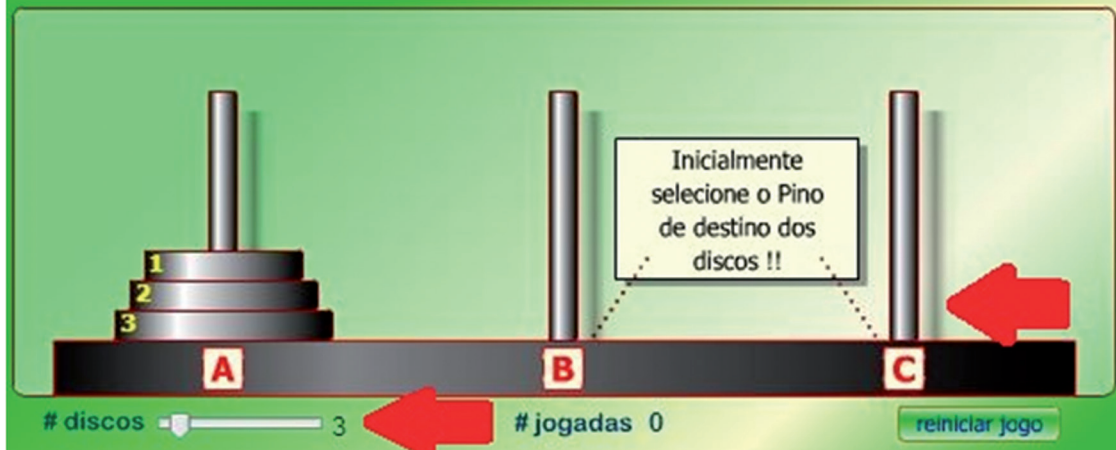
Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua as folhas de atividades. Oriente-os a lerem a parte inicial do texto que fala sobre o jogo Torre de Hanói e ilustra a resolução, quando a torre é formada por um disco e por dois discos.

Discuta com os alunos e certifique-se que as regras e o objetivo do jogo tenham ficado bem claros.

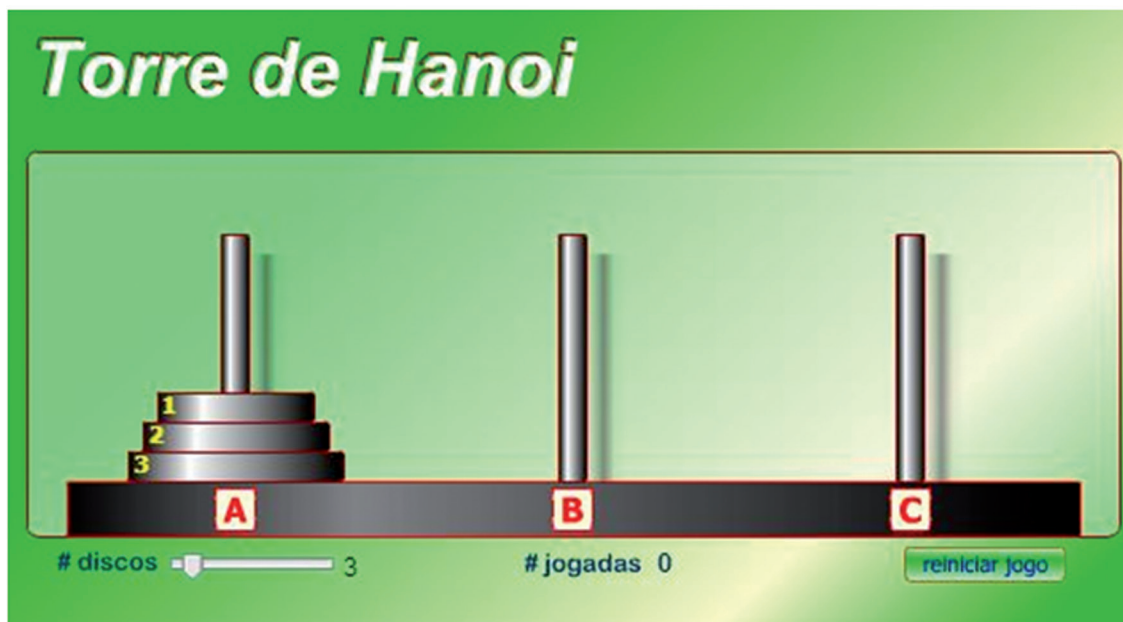
Abra o aplicativo Torre de Hanói disponível em <http://www.ufrgs.br/psicoeduc/hanoi/>

Torre de Hanoi



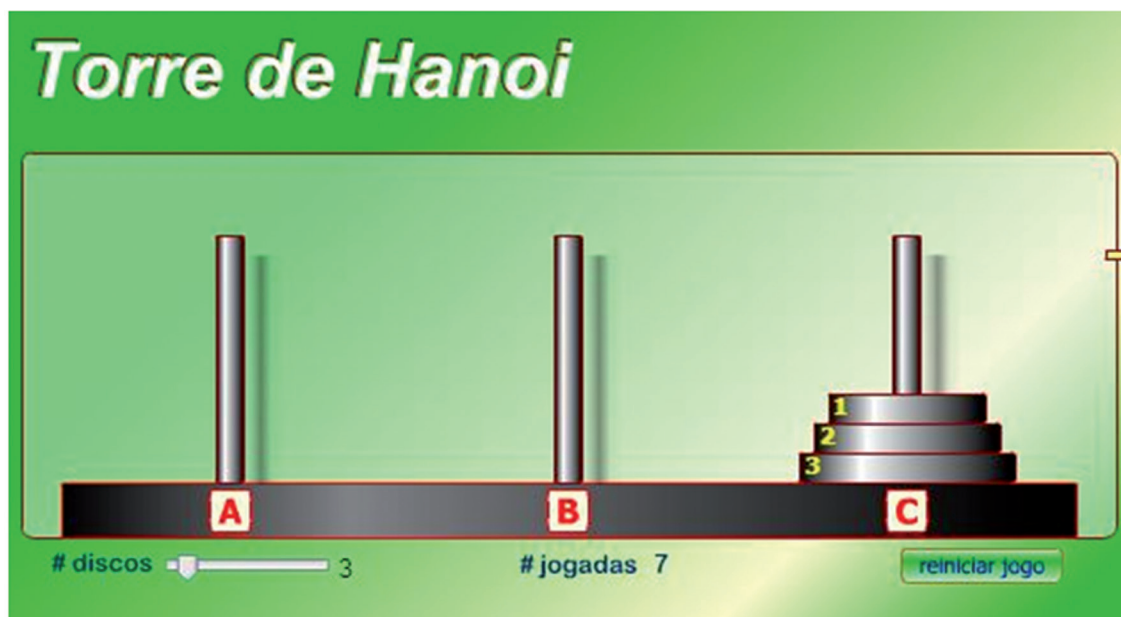
- A barra deslizante #discos configura a quantidade de discos que farão parte do jogo. Essa quantidade pode variar de 3 a 7 discos. Inicialmente, selecione 3 discos.
- Clique sobre a letra C para selecionar o terceiro pino como o pino para o qual a torre será transferida.

Torre de Hanoi



- Solicite às duplas que pensem em como transferir a torre de um pino para outro de acordo com as regras do jogo.

- Para mover cada disco, clique sobre ele (mantenha o botão do mouse abaixado) e o leve até o pino desejado. Para soltar o disco, solte o botão do mouse.
- Realize os movimentos sugeridos pelas duplas até que a torre seja completamente transferida.



Caso o número de movimentos tenha sido maior do que o mínimo necessário, proponha aos alunos recomeçar o jogo e discuta com eles meios de evitar movimentos desnecessários.

- Quando a transferência for feita com o menor número de movimentos, peça aos alunos para anotarem esse valor na tabela da folha de atividades.
- Repita o procedimento acima e jogue novamente com eles com 4 e 5 discos.

Folha de atividades – Torre de Hanói

Nome da Escola: _____

Nome: _____

A Torre de Hanói é um jogo de origem oriental, composto por uma base contendo três pinos. Em um deles, estão colocados discos, formando uma pilha com os menores sobre os

maiores. O desafio do jogo consiste em transferir essa pilha de discos para outro pino, de modo que fiquem dispostos como originalmente. Há apenas duas regras que devem ser obedecidas:

- Apenas um disco pode ser movimentado de cada vez;

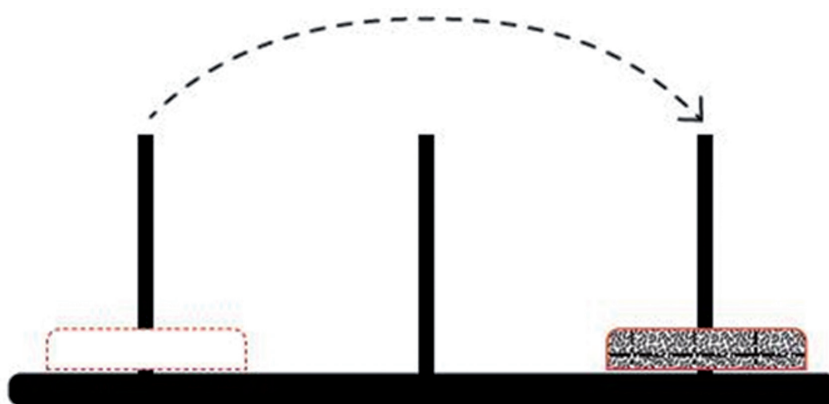
- Não se pode colocar um disco maior sobre um outro menor.

Vamos discutir hoje como resolver este problema. Queremos também determinar o menor número de movimentos necessários para a transferência da pilha. Além disso, queremos investigar a relação entre este número e o número de discos utilizados.

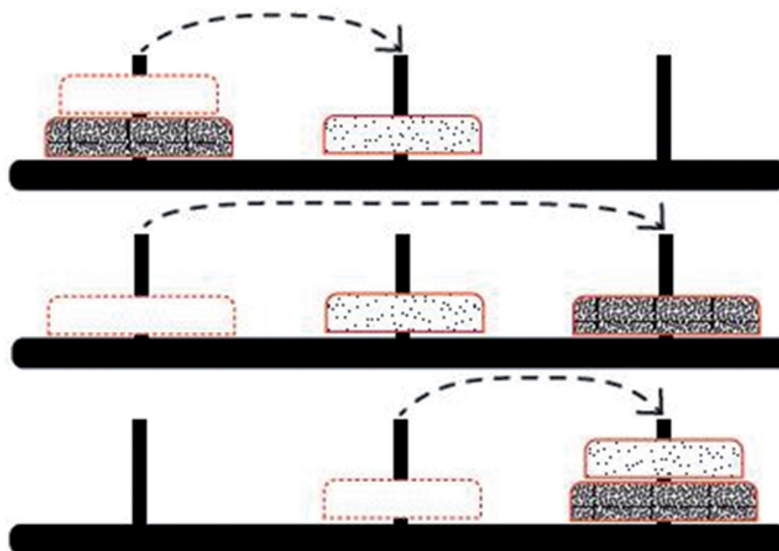
Em 1883, inspirado pela lenda sobre a Torre de Brahma, o matemático francês Edouard Lucas inventou o jogo Torre de Hanói.

Para organizar nossa investigação, vamos trabalhar pouco a pouco.

Vamos considerar a torre formada por apenas um disco. Para transferir esse disco, respeitando as regras do jogo, precisamos de apenas um movimento, certo?



E se fossem dois discos?



Você poderia colocar o menor disco no pino do meio. Mover o maior disco do primeiro pino para o último. Finalmente, você move o disco que está no pino do meio para o último pino. Foram 3 movimentos, para transferir a torre!


Vamos montar uma tabela que associa a quantidade mínima de movimentos com o número.

n = Quantidade de discos na torre	J = número mínimo de movimentos para transferir a torre.	Regra geral
1	1	
2	3	
3		
4		
5		
6		
7		
n		

Aspectos pedagógicos

- Deixe que eles tentem deduzir sem o auxílio do aplicativo a quantidade mínima de movimentos para os casos: 6 e 7 discos.
- Observe a sequência (1,3,7,15,31,...) de movimentos necessários para transferir as torres. Discuta e tente, se possível, deduzir com os alunos um padrão e uma relação entre a quantidade de discos e a quantidade de movimentos. Tentem obter a relação geral entre o número n de discos e o número mínimo J de movimentos necessários para a transferência da torre: $J=2^n-1$.
- Caso não obtenha a expressão geral, tente instigá-los a observar a relação entre dois termos consecutivos: o segundo é o dobro do anterior mais 1. Por exemplo, $7=2 \times 3 + 1$.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reconhecimento de Padrões	Cópias da folha de atividades — Reconhecimento de padrões (disponível na Seção Aspectos operacionais).	<p>Nesta atividade, os alunos irão tentar identificar padrões em sequências numéricas e não numéricas.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching, N. Bednarz, C. Kieran, L. Lee (disponível em http://bookos.org/s/?q=approaches+to+algebra+perspectives+for+research+and+teaching&t=0)</p>	Turma disposta em duplas.	25 minutos

Aspectos operacionais

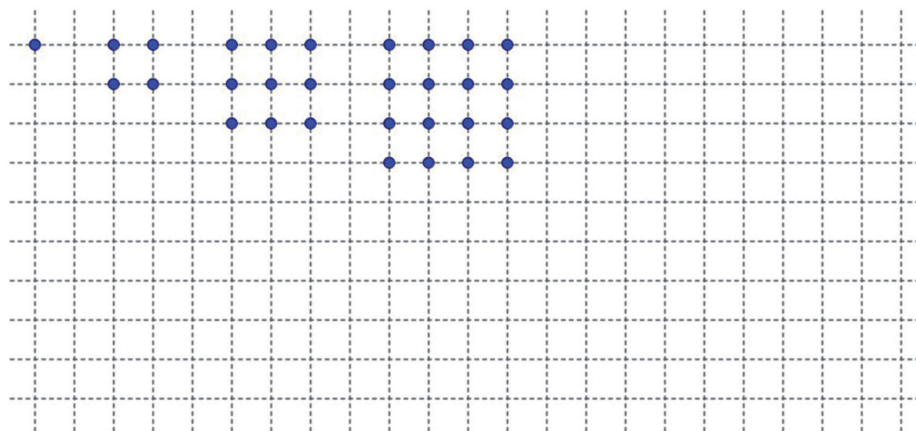
Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades.

Folha de atividades – Reconhecimento de padrões

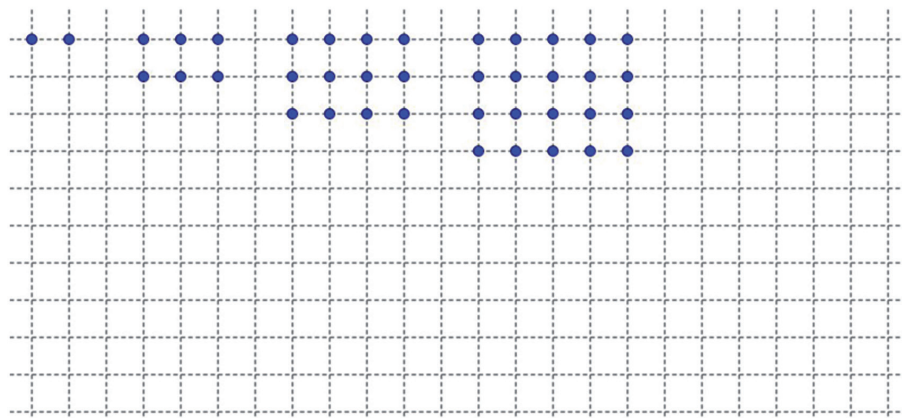
Nome da Escola: _____

Nome: _____

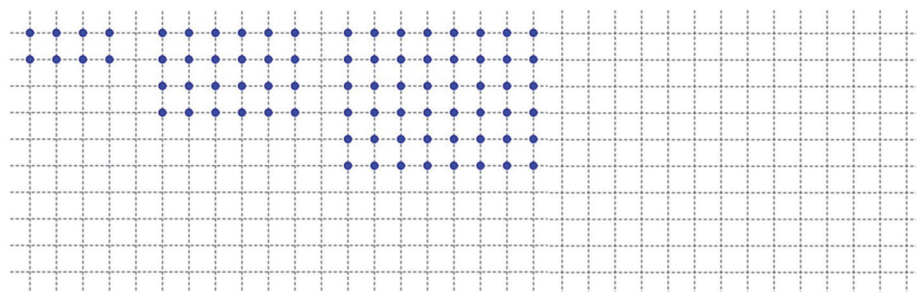
1. Determine o próximo termo da sequência.



2. Determine o próximo termo da sequência.



3. Determine o próximo termo da sequência.



4. Observe a sequência

1,5,1,5,1,5,...

5. Qual é o próximo termo da sequência? Você saberia dizer qual é o 100o termo desta sequência? E o 21o? E o 22o? E o 105o?

6. Observe a sequência

0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,1,1,0,1,1,1,1...

Quais são os próximos sete termos da sequência?

Fim da folha de atividades


- Ao final da atividade, peça que as duplas socializem suas resoluções. Discuta coletivamente as estratégias e soluções apresentadas.
- Depois da troca de ideias, para explorar ainda mais o raciocínio que a atividade propõe, peça a cada dupla que crie sua própria sequência com três termos e apresentem como desafio às outras duplas.

Aspectos pedagógicos

- A habilidade em identificar e reconhecer padrões é importante no estudo de sequências. É fundamental explorar essa habilidade em sequências não numéricas e em numéricas cujos termos gerais não podem ser escritos em uma única fórmula fechada.
- Os alunos podem ter dificuldade de como expressar o próximo termo, por isso peça para que eles desenhem o próximo termo.
- Ao explorar as sequências não numéricas, sugira aos alunos que observem a variação da quantidade de pontos nos lados das figuras. Peça, também, que expliquem em palavras as regras de formação das sequências.

Seção 1 – As sequências, regularidades e generalizações

Páginas no material do aluno

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Cloro na piscina	Vídeo Cloro na piscina, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1068 , calculadoras e cópias da Folha de atividades – Medicação (disponível na Seção Aspectos operacionais)	<p>O vídeo utilizado nesta atividade apresenta rotinas de aplicação de cloro em uma piscina, deduzindo e analisando matematicamente a sequência associada à quantidade de cloro adicionada semanalmente. No problema proposto, os alunos deverão fazer uma análise análoga à apresentada no vídeo no caso de administração de um remédio.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1068</p>	Turma dividida em duplas ou trios	25 minutos.

Aspectos operacionais

- Exiba o vídeo para a turma.
- Divida a turma em duplas ou trios e distribua as folhas de atividades.
- Depois que as duplas trabalharem com os problemas propostos, promova uma discussão com toda a turma sobre as resoluções propostas.

Folha de atividades – Medicação

Nome da Escola: _____

Nome: _____

Quando um médico prescreve um medicamento, você toma na hora certa? Você interrompe o tratamento, assim que melhora ou respeita o tempo indicado pelo médico?

Não respeitar os intervalos entre as doses de um medicamento pode atrapalhar seu tratamento. Quando você ingere um medicamento, a quantidade de medicamento no organismo vai diminuindo e pode alcançar um nível em que ele não tenha mais eficácia. Por isso, é importante tomar o medicamento, respeitando os intervalos indicados para manter um nível adequado da droga no corpo e garantir que ele será capaz de combater sua doença! O nível adequado da droga no corpo é chamado de nível de manutenção.

Problema

Um jovem sofreu uma contusão no joelho após uma partida de futebol. O médico prescreveu um anti-inflamatório. Ele orientou o jogador a tomar a cada 8 horas, um comprimido de 440 mg durante 10 dias. A bula do remédio informa que os rins do organismo humano eliminam 60% desta droga a cada 8 horas.

Indique por A_n a quantidade de medicamento que estará no corpo do jogador imediatamente depois da ingestão de cada comprimido e use a **calculadora** para preencher a tabela abaixo

n	A_n
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	

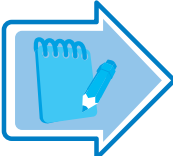
Se o medicamento for tomando corretamente, a quantidade da droga permanece praticamente constante. Essa quantidade é chamada de nível de manutenção. Quando este anti-inflamatório atinge o seu nível de manutenção e qual é?

Aspectos pedagógicos

- O vídeo e o problema proposto exigem o cálculo de porcentagens. Talvez seja necessário fazer uma pequena revisão sobre o tema.
- Sugere-se, para melhor aproveitamento da atividade, que ela seja realizada na forma de estudo dirigido. Acompanhando cada passo, é possível corrigir erros de cálculo e dificuldades de interpretação que podem desestimular os alunos.
- Os alunos podem sentir dificuldades na compreensão do padrão que representa a eliminação dos 60% da droga a cada 8 horas; além das dificuldades de efetuar os cálculos, mesmo com a calculadora. Caso seja possível utilizar a calculadora do computador através de um data show, eles poderão ver como o professor efetua os cálculos e podem repetir na própria calculadora.
- É uma boa oportunidade para mostrar a Matemática que existe por trás de práticas do cotidiano: garantir que a substância mantenha os níveis necessários ao tratamento do organismo.
- Os alunos podem encontrar dificuldade para calcular a quantidade de anti-inflamatório. É importante destacar que se 60% da droga são eliminados, resta no corpo a diferença: $100\% - 60\% = 40\%$ da droga.

Seção 1 – As sequências, regularidades e generalizações

Páginas no material do aluno

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Generalizando os termos da Sequência	Cópias da Folha de atividades – Generalizando os termos da Sequência (disponível na Seção Aspectos operacionais).	<p>Nesta atividade, os alunos irão observar uma sequência de imagens e deduzirão expressões algébricas que generalizem as sucessões.</p> <p>Obs: Essa atividade foi adaptada de http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/generalizacoes-calculos-algebricos-602390.shtml. Acesso em 22/06/2013</p>	Turma dividida em duplas.	25 minutos.

Aspectos operacionais

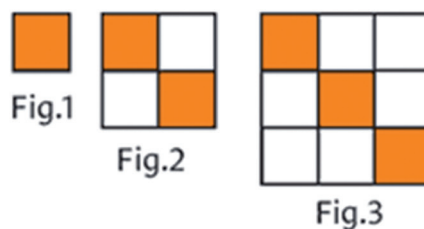
- Divida a turma em duplas e distribua as folhas de atividades.

Folha de atividades – Generalizando os termos da Sequência

Nome da Escola: _____

Nome: _____

1ª Parte: Observe a sequência de imagens abaixo.

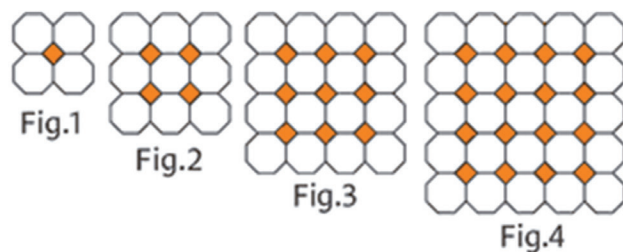


Construa as três próximas figuras abaixo e responda em seguida às perguntas.

--

- A Figura 11 terá quantos quadrados no total? E quantos serão coloridos?
- Se uma das figuras tem 144 quadrados no total, quantos são coloridos? Por quê?

2ª Parte: Observe a sequência de figuras abaixo. Sem desenhar as Figuras 5 e 6, aponte a quantidade de quadrados coloridos que elas devem ter.



Complete a tabela a seguir com os resultados obtidos nesta sequência.

Figura	Hexágonos	Quadrados Coloridos
1	4	1
2	9	4
3		
4		
n		

- Ao final da atividade, peça que as duplas socializem suas resoluções. Discuta coletivamente as estratégias e soluções apresentadas.
- Depois da troca de ideias, para explorar ainda mais a atividade proposta, recomendamos que peça a cada dupla que crie sua própria sequência com três termos, apresentando-a como desafio às outras duplas.

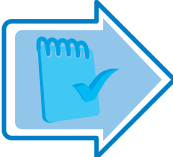
Aspectos pedagógicos

- Identificar e reconhecer padrões são ações fundamentais para o estudo de sequências. Assim, explorar sequências que, a princípio, parecem não numéricas, como as desta atividade, é importante para desenvolver a identificação de padrões.
- Os alunos podem ter dificuldade na representação das próximas figuras. Para ajudá-los, dê dicas sobre as formas presentes nas sequências.
- Ao explorar as sequências, sugira aos alunos que observem a variação da quantidade de quadradinhos/hexágonos que compõem os lados das figuras.

Peça, também, que expliquem em palavras as regras de formação das sequências.

Seção 2 – As Progressões Aritméticas

Páginas no material do aluno

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Números Vizinhos	Cópias da folha de atividades — Números Vizinhos (disponível na Seção Aspectos operacionais).	Nesta atividade, os alunos irão tentar identificar padrões em sequências numéricas dispostas em tabelas.	Turma dividida em duplas.	25 minutos.

Aspectos operacionais

- Divida a turma em duplas e distribua as folhas de atividades.

Folha de atividades – Números Vizinhos

Nome da Escola: _____

Nome: _____

A tabela abaixo é constituída de três colunas: A, B e C. Preencha as colunas A e C com os antecessores e sucessores, respectivamente, dos números que aparecem na coluna B.

A	B	C
	5	
	11	
	17	
	23	
	29	

Responda às perguntas a seguir:


- Os números contidos na coluna B formam uma progressão aritmética. Determine a razão desta progressão.
- Os números escritos na coluna A também formam uma progressão aritmética? Em caso positivo, qual a razão desta sequência?
- Faça o mesmo para os números da coluna C.
- Se a sequência continuasse infinitamente, qual seria a próxima linha?
- Qual o número que apareceria da 10ª linha da coluna A? E na 11ª linha?
- Quais os números que aparecem na n-ésima linha em cada uma das colunas?
- O número 100 pertence a que coluna?
- Qual das três colunas contém o número 350?

Aspectos pedagógicos

- Vale a pena auxiliar os alunos na questão da nomenclatura característica deste tópico, tal como n-ésimo elemento da sequência, termo geral, entre outros...
- Uma das dificuldades esperadas está em torno das sequências neste problema, pois na vertical, há sequências de razão 6 e na horizontal há sequências de razão 1.
- Nesta atividade, a sequência construída pelas colunas é infinita, enquanto que a sequência formada pelas linhas é finita (apenas três elementos). É possível que, neste sentido, os alunos demonstrem alguma dificuldade.
- A escrita algébrica do termo geral das progressões é um fator de muita dificuldade para os alunos. Auxilie-os nesta escrita.

Seção 2 – As Progressões Aritméticas

Páginas no material do aluno

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Para correr a São Silvestre	Vídeo Para correr a São Silvestre disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1150 e cópias da Folha de atividades – Sequência de quadradinhos (disponível na Seção Aspectos operacionais)	<p>O vídeo utilizado nesta atividade descreve a logística de distribuição de água aos atletas durante a corrida de São Silvestre. Ele também deduz e analisa matematicamente a sequência associada à quantidade de água distribuída. Nos problemas propostos, os alunos deverão identificar o padrão de uma sequência e obter a fórmula de seu termo geral.</p> <p>Obs: Essa atividade foi proposta em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1150</p>	Turma dividida em duplas.	25 minutos.

Aspectos operacionais

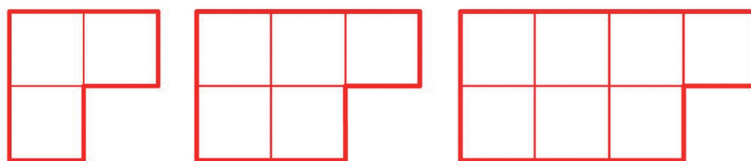
- Exiba o vídeo para a turma.
- Divida a turma em duplas e distribua as folhas de atividades.
- Depois que as duplas trabalharem com os problemas propostos, promova uma discussão com toda a turma sobre as resoluções propostas.

Folha de atividades – Sequência de quadradinhos

Nome da Escola: _____

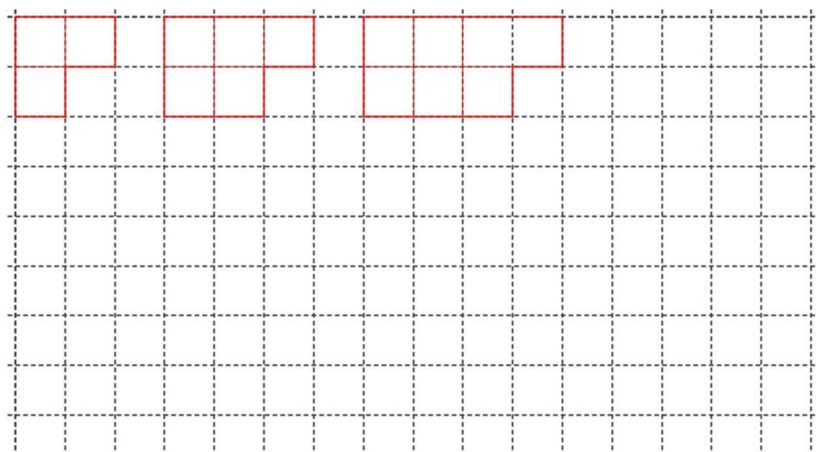
Nome: _____

Observe a sucessão de figuras



Problemas

1. Use a malha quadriculada abaixo para obter as próximas três figuras da sucessão.



2. Considere que cada quadrado da malha tenha a medida da área igual a 1 cm^2 . Obtenha uma sequência numérica que expresse a medida da área de cada uma das figuras na sucessão apresentada anteriormente.
3. Deduza a fórmula do termo geral da sequência numérica.

Aspectos pedagógicos


- É possível que os alunos encontrem dificuldade em reconhecer o padrão da sucessão de figuras. Explore as diferenças entre duas figuras consecutivas.
- É provável que os alunos apresentem, de forma “seca” (de cabeça), cada termo. Neste momento, com uma atitude de reforço positivo, os induza a escrever a resposta dada, utilizando o termo anterior.
- Estimule os alunos a verificarem qual é a diferença das medidas das áreas de duas figuras consecutivas para obtenção da razão da PA.

- Explore com os alunos a relação entre a medida da área obtida por contagem e através da fórmula obtida para o termo geral. Para facilitar, peça que preencham uma tabela:

n	Área obtida por contagem para a figura na posição n	Área obtida pela fórmula do termo geral $a_n = a_1 + (n-1)r$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
n		

Seção 3 – Progressões Geométricas

Páginas no material do aluno

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Para salvar o mundo	Vídeo Para salvar o mundo disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1151 e cópias da Folha de atividades – Para salvar o mundo (disponível na Seção Aspectos operacionais)	O vídeo utilizado nesta atividade descreve a dinâmica de transmissão de uma doença. Ele também deduz e analisa matematicamente a sequência associada à quantidade de pessoas infectadas em uma população. Os problemas propostos envolvem progressões geométricas. Obs: Essa atividade foi proposta em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1151	Turma dividida em duplas.	25 minutos.

Aspectos operacionais

- Exiba o vídeo para a turma.
- Divida a turma em duplas e distribua as folhas de atividades.
- Depois que as duplas trabalharem com os problemas propostos, promova uma discussão com toda a turma sobre as resoluções propostas.

Folha de atividades – Para salvar o mundo

Nome da Escola: _____

Nome: _____

Problemas

1. Determine a razão de cada uma das progressões geométricas:

- a. (3, 12, 48, 192,...)
- b. $(10, 5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \dots)$
- c. (5, -15, 45, -135, 405,...)
- d. (10, 50, 250, 1250,...)

Nos próximos exercícios, o termo da progressão geométrica (PG) que está na posição n , será representado por a_n e a razão da PG, por q .

- 2. Escreva uma PG de quatro termos em que $a_1=5$ e $q=3$.
- 3. Escreva uma PG de seis termos em que $a_1=-2$ e $q=2$.
- 4. Escreva uma PG de cinco termos em que $a_1=540$ e $q=1$.

Aspectos pedagógicos

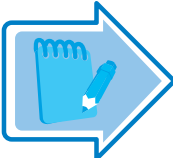
- Para melhor aproveitamento do vídeo e dos problemas propostos, é importante lembrar, a cada momento necessário, as regras de potenciação e resolução de equações exponenciais.
- Será necessário lembrar a divisão de frações; aproveite para chamar a atenção para o comportamento de uma progressão geométrica com razão cujo valor está entre 0 e 1;
- Os alunos podem ter dificuldades em compreender que o produto de um número por uma fração (número decimal) entre 0 e 1 é sempre menor. Existe o senso comum, entre os alunos, que a multiplicação sempre

aumenta o valor multiplicado.

- Professor, aproveite o exercício 1 para, depois de determinada a razão das progressões, escrever os termos de cada sequência em função da razão q ;
- Na resolução dos problemas propostos, é possível que os alunos encontrem dificuldade em lidar com razões negativas, e também com razões cujos valores estão entre 0 e 1.
- No caso da sequência (5,-15,...), sugira que eles montem uma PG com razão 3: (5,15,45,...) e depois voltem à sequência com razão -3 para perceber o efeito de alternância provocado por uma razão negativa: (5,-15,45,...).
- No caso da sequência do item b, sugira que eles montem uma PG de razão 1 e outra de razão 0,5. Dessa forma, é possível que eles identifiquem a PG constante e a PG decrescente, pois a cada termo o fator (razão elevada a n) é cada vez menor.
- É comum os alunos apresentarem dificuldades com os sinais, por isso relembre as regras de sinais para a multiplicação e divisão.
- Fomente uma pequena discussão acerca das sequências alternadas que não são nem crescentes e nem decrescentes.
- Explore, através de outros exemplos de sequências decrescentes, a questão de que nenhum termo será igual ao elemento zero, mesmo sendo uma sequência infinita e decrescente.

Seção 3 – Progressões Geométricas

Páginas no material do aluno

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Número do meio	Cópias da folha de atividades — Número do meio (disponível na Seção Aspectos operacionais).	Nesta atividade, os alunos irão preencher os números que aparecem no meio de cada uma das sequências, utilizando, para isso, as propriedades de PA e PG.	Turma dividida em duplas.	25 minutos.

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Evite que os alunos saiam, fazendo os dois conjuntos de sequências de forma aleatória. Acompanhe-os na resolução da atividade, expondo, se necessário, as propriedades de progressão aritmética e geométrica.

Folha de atividades – Para salvar o mundo

Nome da Escola: _____

Nome: _____

Nesta atividade, buscaremos encontrar o número do meio em cada uma das sequências a seguir:

1ª sequência: Abaixo, há três sequências que estão em progressão aritmética. A tarefa é descobrir qual o número que está no meio. Para isso, lembre-se da propriedade das progressões aritméticas.

20		30
11		19
23		31

2ª sequência: Abaixo, há três sequências que estão em progressão geométrica. A tarefa é descobrir qual o número que está no meio. Para isto, lembre-se da propriedade das progressões geométricas.

2		8
10		90
3		48

Aspectos pedagógicos


- Possivelmente, alguns alunos não lembrarão ou não saberão utilizar as propriedades de PA e PG. Fazer uma revisão deste assunto é fundamental para a realização da atividade.
- Após os alunos inserirem os números do meio, verifique junto a eles que, de fato, trata-se de uma PA ou de uma PG, respectivamente. Como sugestão, instigue-os a determinar as razões em cada caso.
- Na 2ª sequência, o cálculo de raízes quadradas de números grandes pode causar certo desconforto por parte dos alunos. Procure auxiliá-los, mostrando possíveis cálculos de raízes através de fatoração. Não é aconselhável o uso de calculadora.

Atividade(s) de Avaliação

Nesta seção, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto. Uma parte desta seção também enfatizará a reflexão do aluno sobre os conteúdos abordados.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula, destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir:

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens	Lápis de cor, canetas coloridas ou hidrocor e Cópias do texto da Seção Aspectos Operacionais	Esta etapa pode estar articulada à seção “Veja ainda” no material do aluno. Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, numa folha de papel, as resoluções dos exercícios de revisão, enfatizando as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade.	Individual	25 minutos

Resolva os exercícios da folha de atividades para o aprimoramento e registro das aprendizagens que obteve durante as últimas aulas.

Nome da Escola: _____

Nome: _____

				1					
			1	1					
		1	2	1					
	1	3	3	1					
	1	4	6	4	1				
	1	5	10	10	5	1			
	1	6	15	20	15	6	1		
	1	7	21	35	35	21	7	1	
1	8	28	56	70	56	28	8	1	
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1


- Identifique no triângulo de Pascal uma progressão aritmética cuja razão é 0. Pinte-a de vermelho.
- Identifique no triângulo de Pascal uma progressão aritmética cuja razão é 1. Pinte-a de azul.
- Encontre uma progressão aritmética, formada por quatro elementos cuja razão é 5. Pinte-a de verde.
- Encontre uma progressão aritmética, formada por três elementos cuja razão é 14. Pinte-a de amarelo.
- Você consegue identificar uma progressão geométrica neste triângulo? Para isso, basta identificar 3 termos. Pinte-a de marrom.

- f. Some todos os elementos de cada linha do triângulo e forme uma sequência. Que tipo de sequência é formada? É uma progressão aritmética, geométrica ou nenhuma delas? É possível calcular uma razão? Em, caso positivo, qual o valor dessa razão?
- g. Quais as diferenças entre progressões aritméticas e progressões geométricas?

Aspectos pedagógicos

- Durante a execução da tarefa, verifique como os alunos utilizam as informações do enunciado e do Triângulo de Pascal para a resolução dos problemas. É possível que não compreendam o que está sendo solicitado nos itens da atividade.
- Auxilie os alunos que apresentam dificuldades, lembrando as definições e resultados de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.
- No item e, é possível que o aluno não consiga identificar progressões geométricas no triângulo de Pascal. Nesse caso, reforce a ideia de necessidade de apenas 3 termos para a definição de uma PG.
- No item f, procure deixar claro o que significa linha do triângulo para que os alunos não tenham dificuldades na resolução do exercício. Enfatize que no caso da primeira linha a “soma” é o próprio número 1.

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso	Cópias das questões.	Sugerimos nesta etapa, a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc.	Individual	20 minutos

Aspectos operacionais

A seguir, oferecemos questões sobre prismas e cilindros.

Folha de atividades – Questões

Nome da Escola: _____

Nome: _____

Questão 1 (Unirio 2004)

Há exatamente um ano, José iniciou uma criação de coelhos e, durante este período, o número de coelhos duplicou a cada 3 meses. Hoje, preocupado com a falta de espaço para os coelhos, José vai vender parte dessa criação, de modo que apenas a quantidade inicial fique com ele. Se N_0 denota a quantidade inicial de coelhos, então a quantidade a ser vendida é:

- a. $15 N_0$
- b. $13 N_0$
- c. $12 N_0$
- d. $8 N_0$
- e. $7 N_0$

Questão 2 (Enem 2011)

O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento mantém-se para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

- a. 38.000
- b. 40.500
- c. 41.000
- d. 42.000
- e. 48.000

Aspectos pedagógicos

- Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas.
- Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere as equivocadas, ressaltando onde reside o erro.
- As questões objetivas de vestibulares ou Enem, em geral, têm em suas alternativas erradas sempre uma justificativa com erro plausível. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Desta forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

