

# Matemática

## Financeira II

Érika Silos de Castro (coordenação), André Luiz Martins Pereira, Luciana Felix da Costa Santos e Renata Cardoso Pires de Abreu.

### Introdução

Na unidade 38 do material do aluno, são apresentadas várias situações cotidianas em que é possível observar a presença da Matemática Financeira, principalmente às relacionadas a noções de juros simples e compostos. Nesta unidade, o aluno terá a oportunidade de ampliar as discussões realizadas nos módulos anteriores, compreendendo conceitos, como: capital, montante, juros e taxa de juros, envolvidos neste tópico da Matemática.

Para potencializar o material didático do aluno, pesquisamos alguns recursos e atividades para auxiliar a você, professor, a ampliar possibilidades para exploração deste tema em suas aulas.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora. Esta é uma atividade proposta para ser realizada em grupo, promovendo uma dinâmica entre os alunos. Neste momento, é esperado que eles desenvolvam algumas noções básicas, relacionadas ao conceito de esfera e seus elementos.

Para dar sequência ao estudo desta unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos que sejam utilizados nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Ressaltamos a importância de fazer as alterações e adaptações que julgar necessárias.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos: o primeiro dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o seu estudo e o segundo, um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

Uma descrição destas sugestões está colocada nas tabelas a seguir e seus detalhes no texto que segue.

## Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	3	4	4 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Matemática Financeira II	Matemática Financeira
Objetivos da unidade	
Resolver situações-problema que envolvem cobranças de juros simples;	
Resolver situações-problema que envolvem cobrança de juros compostos;	
Avaliar e comparar os dois tipos de situações.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	31 e 32
Seção 1 – Capital, juros e montante	33 a 41
Seção 2 – Juros e funções	42 a 44
Resumo	44
Veja ainda...	44
O que perguntam por aí?	49 e 50

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

# Recursos e ideias para o Professor

## Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



### Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



### Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



### Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



### Avaliação


Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



### Exercícios

Proposições de exercícios complementares

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Juros Simples x Juros Compostos	Computador, projetor multimídia (data show), pendrive ou DVD do professor, lápis/caneta, folha de atividades e calculadora.	A atividade propõe, a partir de um pequeno texto, as definições dos regimes de capitalização simples e composto. Após a leitura e discussão a respeito dos dois regimes de capitalização, os alunos serão convidados a resolver dois problemas, usando como auxílio a construção de tabelas.	A turma deve ser dividida em grupos de quatro alunos.	30 min
	Trabalhando com juros compostos	Folha de atividades, lápis, caneta, calculadoras, computador, projetor multimídia (data show), vídeo "Huguinho e Zezinho", folha para anotações	A atividade propõe, a partir de um pequeno vídeo, a familiarização com o conceito de juros e com cálculos que envolvem juros compostos. Após o vídeo, os alunos serão convidados a discutir e resolver questões propostas numa folha de atividades.	A turma pode ser dividida em duplas ou trios.	45 min

## Seção 1 – Capital, juros e montante

Páginas no material do aluno

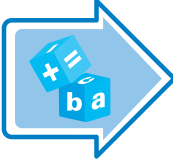
**33 a 41**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Trabalhando com juros simples	Folha de atividades, lápis, caneta e calculadora	A atividade a seguir baseia-se na leitura de um texto, com o objetivo de apresentar conceitos básicos de matemática financeira, como o juro simples e propõe, após a leitura, exercícios relacionados a esses conceitos.	Turma dividida em duplas ou trios	45 min
	Tomando decisões	lápiz/caneta, folha de atividades e calculadora	A atividade a seguir baseia-se na ideia relativa do valor do dinheiro no tempo, com o objetivo de apresentar conceitos básicos de matemática financeira, como o de equivalência de capitais. Após uma discussão inicial, os alunos serão convidados a discutir e resolver questões propostas numa folha de atividades.	A turma pode ser dividida em grupos de até quatro alunos.	80 min

## Seção 2 – Juros e funções

Páginas no material do aluno


42 a 44

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Juros e Progressões	lápiz/caneta, caderno ou folha para anotações, folha de atividades e lousa	A atividade propõe, a partir da leitura de um pequeno texto, uma discussão acerca dos conceitos envolvidos (juros e progressões). Ao final, os alunos devem ser capazes de resolver um problema simples de pagamento de uma dívida em uma única parcela.	A turma deve ser dividida em grupos de quatro alunos.	45 min
	Poupando para o futuro	Computador, projetor multimídia (data show), pendrive ou DVD do professor, lápis/caneta, folha de atividades e calculadora	A atividade propõe uma problematização a cerca das reflexões que podem nortear a escolha da melhor forma de aplicação do capital de um pequeno investidor. Essa problematização é apresentada a partir de um vídeo e de uma situação-problema que poderá ser estudada a partir de conceitos relacionados aos estudos de juros compostos e progressão geométrica.	A turma deve ser dividida em grupos de quatro alunos.	45 min

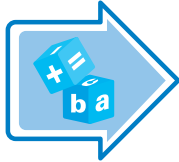
## Seção – O que perguntam por aí?

Páginas no material do aluno

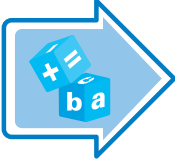
**42 a 44**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de vestibular	Imagem para projeção disponível neste material e no DVD do professor; material do aluno.		Turma dividida em duplas	

## Seção – Momento de Reflexão


Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade. Ele dividido em duas etapas: a primeira consiste no registro de aprendizagens e a segunda consiste em questões objetivas e dissertativas, cuja escolha fica a critério do professor.	Participação individual dos alunos	40 min

## ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios de Fixação Complementares	Folha de Atividades disponível para reprodução no pendrive ou DVD do professor, lápis/caneta	–	Turma dividida em duplas ou em trios	



## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Juros Simples x Juros Compostos	Computador, projetor multimídia (data show), pen-drive ou DVD do professor, lápis/caneta, folha de atividades e calculadora.	A atividade propõe, a partir de um pequeno texto, as definições dos regimes de capitalização simples e composto. Após a leitura e discussão a respeito dos dois regimes de capitalização, os alunos serão convidados a resolver dois problemas, usando como auxílio a construção de tabelas.	A turma deve ser dividida em grupos de quatro alunos.	30 min

## Aspectos operacionais

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Em seguida, solicite que a turma divida-se em grupos de quatro alunos, distribua a folha para os grupos, apresente e leia com eles a definição de Regime de Capitalização, conforme o texto a seguir. Você poderá projetar este texto com auxílio de um computador e um projetor multimídia. Há um arquivo em formato PDF em seu DVD, contendo o texto para sua apresentação.

### Definição: Regime de Capitalização

É a forma assumida pelo crescimento do capital. O regime pode ser de capitalização simples ou composta. No regime de capitalização simples, *o juro incide exclusivamente sobre o capital inicial. O montante, neste caso, resulta de um processo de crescimento linear do capital. No regime de capitalização composta, o juro incide sobre o capital inicial, bem como sobre os juros acumulados, obtendo-se um montante que resulta de um crescimento exponencial do capital.*

Após a leitura da definição, apresente a tabela “Capitalização Simples versus Composta”, cuja imagem também está disponível em arquivo PDF em seu DVD. Para tal apresentação, utilize novamente um computador e um projetor multimídia. Caso esse tipo de material multimídia não esteja disponível para uso em sua unidade escolar, você poderá, simplesmente, escrever tanto o texto da definição quanto a tabela na lousa.

### CAPITALIZAÇÃO SIMPLES VERSUS COMPOSTA

Valor da Aplicação	Taxa de Juros (% a. m.)	Prazo de Aplicação (em meses)	Montante pelo Regime de Capitalização Simples	Montante pelo Regime de Capitalização Composta
R\$ 5.000,00	4,50%	1	R\$ 5.225,00	R\$ 5.225,00
R\$ 5.000,00	4,50%	2	R\$ 5.450,00	R\$ 5.460,13
R\$ 5.000,00	4,50%	3	R\$ 5.675,00	R\$ 5.705,83
R\$ 5.000,00	4,50%	4	R\$ 5.900,00	R\$ 5.962,59
R\$ 5.000,00	4,50%	5	R\$ 6.125,00	R\$ 6.230,91
R\$ 5.000,00	4,50%	6	R\$ 6.350,00	R\$ 6.511,30

Nesta tabela, podemos verificar a diferença de valores obtidos para uma mesmo capital de R\$ 5.000,00 aplicado a uma taxa de juros de 4,5 % a. m. ao final dos períodos indicados nos casos de regime de capitalização simples e composta.

Após a apresentação e discussão da tabela, deverá ser entregue a todos os grupos a folha de atividades que contém seguintes questões:

**Questão 1:** Calcular o montante de uma aplicação de R\$ 1 000,00 à taxa de 10% ao mês, no regime de capitalização composto, durante 4 meses.

**Questão 2:** Um banco empresta R\$ 1 000,00 a juros de 2% ao mês pelo prazo de 10 meses com capitalização composta. Qual o montante a ser recebido após decorrido o período?

Ao final da atividade, promova um debate sobre a atividade, baseado nos resultados obtidos, sempre salientando a diferença entre juros simples e compostos.

## Aspectos pedagógicos

Esta é uma atividade foi adaptada de uma das etapas da proposta desenvolvida pelo Portal do Professor que se encontra disponível no site: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=24132>.

Seu objetivo é apresentar aos alunos, num primeiro momento, os regimes de capitalização, envolvendo juros simples e juros compostos. Após isso, serão discutidas as diferenças entre esses regimes de capitalização, isto é, entre juros simples e juros compostos.

É importante que você, professor, apresente e efetue os cálculos que foram necessários à construção da tabela junto com os alunos. Dessa forma, acreditamos que eles terão uma facilidade maior para compreender a diferença entre os juros simples e compostos. Para isso:

- Você pode orientar aos alunos que construam tabelas parecidas com a tabela trabalhada na atividade que possam ajudá-los a responder às questões propostas.
- Frise sempre que o montante na capitalização simples resulta de um crescimento linear, já o montante na capitalização composta tem crescimento exponencial. Neste ponto não será necessário o uso das fórmulas.

## Folha de Atividades – “Juros Simples x Juros Compostos”

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

**Questão 1:** Calcular o montante de uma aplicação de R\$ 1 000,00 à taxa de 10% ao mês, no regime de capitalização composto, durante 4 meses.

---

---

---

---

---

---

---

---

**Questão 2:** Um banco empresta R\$ 1 000,00 a juros de 2% ao mês pelo prazo de 10 meses com capitalização composta. Qual o montante a ser recebido, após decorrido o período?

---

---

---

---


---

---

---

---

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Trabalhando com juros compostos	Folha de atividades, lápis, caneta, calculadoras, computador, projetor multimídia (data show), vídeo “Huguinho e Zezinho”, folha para anotações	A atividade propõe, a partir de um pequeno vídeo, a familiarização com o conceito de juros e com cálculos que envolvem juros compostos. Após o vídeo, os alunos serão convidados a discutir e resolver questões propostas numa folha de atividades.	A turma pode ser dividida em duplas ou trios.	45 min

## Aspectos operacionais

O objetivo desta atividade é estimular o estudo da Matemática Financeira, enfatizando no conceito de juros compostos, aplicados a situações cotidianas. Ela utiliza um vídeo desenvolvido pela UNICAMP que se encontra disponível no site: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1118>, assim como no seu material multimídia.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Em seguida, solicite que a turma divida-se em duplas ou trios, distribua a folha para os grupos e apresente o vídeo.

Você poderá projetar este vídeo com auxílio de um computador e um projetor multimídia ou com um aparelho de DVD e televisão.

Após a apresentação do vídeo, solicite aos alunos que resolvam as questões propostas na folha de atividades.

Ao final da atividade, promova um debate sobre a atividade, baseado nos resultados obtidos, estimulando os alunos a darem outros exemplos do cotidiano que utilizam juros compostos, como juros do cartão de crédito, empréstimos, compras parceladas, poupança etc.

## Aspectos pedagógicos

Professor, sugerimos que você inicie a atividade reproduzindo o vídeo “Huguinho e Zezinho”. Após a apresentação e discussão do vídeo, oriente os grupos nas questões da folha de atividades. Para isso:

- Você pode iniciar o estudo de juros compostos, dando ênfase a situações-problema, que envolvam esse conceito, propostas na folha de atividades.
- Oriente os alunos na leitura e auxilie-os nos cálculos, quando necessário. Procure valorizar as respostas dadas, destacando cada estratégia ou raciocínio aplicados.
- O uso da calculadora pode ser pensado para evitar que a atividade estenda-se muito em função das dificuldades de cálculo dos alunos.
- Aproveite para mostrar que o montante na capitalização composta apresenta crescimento exponencial, orientando que este tipo de capitalização pode ser positivo quando se trata de um investimento, ou poupança, porém perigoso quando se trata de dívidas.

## Folha de Atividades – “Trabalhando com juros compostos”

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

**Problema 1:** Imagine que você deseja investir R\$ 1.000,00 em uma aplicação financeira durante 6 meses. O banco oferece-lhe duas alternativas: a poupança a uma taxa média de 0,5% ao mês e um investimento de médio risco a uma taxa de 2% ao mês, ambos sob o regime de juros compostos.

A partir desses dados, preencha as tabelas a seguir:

Poupança (juros de 0,5% ao mês)

Período de aplicação	Capital no início de cada mês	Montante
1º mês		
2º mês		
3º mês		
4º mês		
5º mês		
6º mês		

Investimento médio risco (2% ao mês)

Período de aplicação	Capital no início de cada mês	Montante
1º mês		
2º mês		
3º mês		
4º mês		
5º mês		
6º mês		

Baseado nas tabelas, responda:

- a. quais seriam as previsões de valores a serem recebidos de volta após 6 meses de aplicação?

---

- b. em cada caso, quais seriam os juros efetivos obtidos neste período?

---

Agora, com o auxílio de uma calculadora e utilizando a fórmula  $M = C \cdot (1 + i)^n$ , responda às mesmas questões anteriores. O que você observa?

---



---



---

Utilizando a fórmula apresentada na questão anterior e com o auxílio de uma calculadora, resolva os seguintes problemas propostos.

**Problema 2:** Paguei de juros um total R\$ 435,00 por um empréstimo de 6 meses a uma taxa de juro composto de 1,4% a.m. Qual foi o capital tomado emprestado? Dica:..

---



---



---

**Problema 3:** Meu irmão deseja comprar um carro. Para isso, planejo emprestar a ele R\$ 18.000,00, financiado a juros compostos por um período de 18 meses, ao final do qual pretendo receber de volta um total de R\$ 26.866,57. Qual deve ser o percentual da taxa de juro composto para que eu venha a conseguir este montante?

---



---

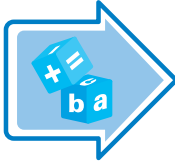


---

## Seção 1 – Capital, juros e montante

Páginas no material do aluno

**33 a 41**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Trabalhando com juros simples	Folha de atividades, lápis, caneta e calculadora	A atividade a seguir baseia-se na leitura de um texto, com o objetivo de apresentar conceitos básicos de matemática financeira, como o juro simples e propõe, após a leitura, exercícios relacionados a esses conceitos.	Turma dividida em duplas ou trios	45 min

## Aspectos operacionais

Esta atividade foi proposta com a intenção de enriquecer a seção 1 no que diz respeito à noção de juros simples, apresentada no material do aluno e convida os alunos a resolverem problemas propostos numa folha de atividades.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Em seguida, solicite que a turma divida-se em duplas ou trios, distribua a folha para os grupos, apresente e leia com eles o texto a seguir:



### **Entendendo um pouco mais sobre juros**

*Quem nunca ouviu falar do tal dos juros? Ou das taxas de juros fixadas pelo Copom (Banco Central do Brasil), taxas selic e etc?*

*Primeiro, vamos entender o que é juros: Juros é um atributo de uma aplicação financeira, ou seja, referimos a uma quantia em dinheiro que deve ser paga por um devedor (o que pede emprestado), pela utilização de dinheiro de um credor (aquele que empresta).*

*Praticamente, todo mundo já ouviu falar em juros, no entanto, muitas pessoas não sabem como eles funcionam, como são aplicados a um determinado valor (montante). O mais curioso é que existem pessoas que já pagaram ou ainda pagam juros, seja em financiamento, empréstimos etc., mas não tem ideia do que eles são e como agem em suas dívidas.*

*Existem diversas definições para juros. Para um melhor entendimento, vamos definir juros como sendo: lucro ou remuneração obtida através da aplicação de uma taxa de juros sobre um valor inicialmente investido.*

*Por exemplo, quando colocamos um dinheiro na poupança, e após trinta dias o valor disponível é maior, concluímos que o valor sofreu um acréscimo devido à aplicação de uma taxa de juros.*

*Existem dois tipos de juros, os **juros simples** e os **juros compostos**. Apesar de serem semelhantes, pois ambos são aplicados mediante uma taxa de juros, veremos que geram valores completamente diferentes, e que devem ser usados com cautela, para que nem o credor nem o devedor sejam prejudicados.*



Se preferir, você poderá projetar este texto com auxílio de um computador e um projetor multimídia. Há um arquivo em formato PDF em seu DVD, contendo o texto para sua apresentação.

Após a leitura do texto, apresente na lousa exemplos que recorrem à utilização de juros simples, conforme a generalização apresentada no material do aluno:

Podemos então, generalizando, escrever a fórmula para o cálculo dos juros:

$$j = cxixt$$

ou

$$j = c.i.t$$

sendo: j: total de juros;

c: capital;

i: taxa de juros;

t: tempo de empréstimo.

Neste exemplo, os juros não são acrescentados ao capital ao final de cada mês, por isso o capital permanece o mesmo a cada mês. Portanto, os juros pagos a cada mês são todos iguais, calculados sobre o mesmo valor.

Após a apresentação e discussão do texto, e da definição de juros simples, solicite aos alunos que resolvam as questões propostas na folha de atividades:

**Questão 1:** Calcule o juro produzido por R\$ 1.500,00, durante 4 anos, a uma taxa de 8% ao ano.

**Questão 2:** Calcule o juro produzido por R\$ 6.000,00, durante 3 meses, a uma taxa de 2% ao mês.

**Questão 3:** Mario tomou emprestado R\$ 240000,00 durante 3 meses, a taxa de 60% ao ano. Que quantia devolveu após os 3 meses?

Ao final da atividade, ao corrigir as questões propostas, você pode promover uma discussão sobre a atividade baseado nas respostas obtidas pelos alunos, estimulando-os a darem outros exemplos do cotidiano que utilizam juros simples, como os juros parciais do cartão de crédito (antes de completar 1 mês de atraso, os juros calculados sobre o valor da fatura, em dias, utilizam o regime de juros simples).

---

## Aspectos pedagógicos

Professor, sugerimos que você inicie a atividade com a leitura coletiva do texto. Após a apresentação do texto e discussão sobre o conceito de juros simples, oriente os grupos nas questões da folha de atividades. Para isso:

Você pode iniciar o estudo de juros simples, dando ênfase que nesse regime, os juros não são acrescentados ao montante obtido no final de cada mês e sim são calculados sempre sobre o mesmo capital, que permanece o mesmo valor durante todo o período. O material do aluno enfatiza esse conceito na página 35:



Regime de Capitalização Simples é o sistema de capitalização no qual os juros são sempre calculados tendo por base de cálculo o valor do capital original.

No regime de capitalização simples, a evolução dos juros ocorre de forma linear ao longo do tempo.

A aplicação dos juros simples tem utilização limitada nos dias atuais, pois que o mercado financeiro adota por critério os juros compostos (que veremos a seguir), limitando-se a utilização dos juros simples para operações financeiras de curto prazo.



- Utilize situações-problema que envolvam esse conceito para exemplificar, conforme o apresentado na página 35 do material do aluno:

Cléber guardou R\$ 16.000,00 por 3 anos e 2 meses, recebendo juros simples à taxa de 9% ao ano (a.a.). Verifique se o montante que Cléber acumulou nesse período dá para comprar um carro de R\$ 20.000,00.

Como, nesse caso, a taxa de juros se refere ao período de 1 ano e o tempo é dado em anos e meses, devemos fazer algumas transformações.

3 anos e 2 meses =  $3\frac{2}{12}$  do ano = 38 meses.

9% ao ano =  $\frac{9}{12}$  % ao mês = 0,75% ao mês = 0,0075% ao mês.

Agora vamos calcular o montante usando a fórmula

$$M = c (1 + it)$$

$$M = 16\,000(1 + 0,0075 \cdot 38) = 16\,000(1 + 0,285) = 16\,000 \cdot 1,285$$

$$M = 20\,560$$

- É importante lembrar aos alunos que a **taxa** e o **tempo** considerados, devem estar sempre em uma mesma unidade, ou seja, se a taxa é anual, deve-se considerar o tempo em anos, se for mensal o tempo em meses etc.
- Oriente os alunos na leitura das questões e auxilie-os nos cálculos, quando necessário. Procure valorizar as respostas dadas, destacando cada estratégia ou raciocínio aplicados.
- O uso da calculadora pode ser pensado para evitar que a atividade estenda-se muito em função das dificuldades de cálculo dos alunos.

## Folha de Atividades – “Trabalhando com juros simples”

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Texto:



### Entendendo um pouco mais sobre juros

*Quem nunca ouviu falar do tal dos juros? Ou das taxas de juros fixadas pelo Copom (Banco Central do Brasil), taxas selic e etc?*

Primeiramente, vamos entender o que é juros: Juros é um atributo de uma aplicação financeira, ou seja, referimos a uma quantia em dinheiro que deve ser paga por um devedor (o que pede emprestado), pela utilização de dinheiro de um credor (aquele que empresta).

Praticamente todo mundo já ouviu falar em juros, no entanto, muitas pessoas não sabem como eles funcionam, como são aplicados a um determinado valor (montante). O mais curioso é que existem pessoas que já pagaram ou ainda pagam juros, seja em financiamento, empréstimos etc., mas não tem ideia do que eles são e como agem em suas dívidas.

Existem diversas definições para juros. Para um melhor entendimento, vamos definir juros como sendo: lucro ou remuneração obtida através da aplicação de uma taxa de juros sobre um valor inicialmente investido.

*Por exemplo, quando colocamos um dinheiro na poupança, e após trinta dias o valor disponível é maior, concluímos que o valor sofreu um acréscimo devido à aplicação de uma taxa de juros.*

*Existem dois tipos de juros, os **juros simples** e os **juros compostos**. Apesar de serem semelhantes, pois ambos são aplicados mediante uma taxa de juros, veremos que geram valores completamente diferentes, e que devem ser usados com cautela, para que nem o credor nem o devedor sejam prejudicados.*



Nesta atividade, vamos nos deter aos juros simples.

$$j = c \times i \times t$$

ou

$$j = c.i.t$$

sendo: **j**: total de juros;

**c**: capital;

**i**: taxa de juros;

**t**: tempo de empréstimo.

Lembre-se de que:

Regime de Capitalização Simples é o sistema de capitalização no qual os juros são sempre calculados tendo por base de cálculo o valor do capital original.

No regime de capitalização simples, a evolução dos juros ocorre de forma linear ao longo do tempo.

A aplicação dos juros simples tem utilização limitada nos dias atuais, pois que o mercado financeiro adota por critério os juros compostos (que veremos a seguir), limitando-se a utilização dos juros simples para operações financeiras de curto prazo.

Saiba Mais

E que você deve sempre relacionar **taxa** e **tempo** em uma mesma unidade.

Taxa anual \_\_\_\_\_ tempo em anos.  
Taxa mensal \_\_\_\_\_ tempo em meses  
Taxa diária \_\_\_\_\_ tempo em dias.

**Agora é com você!**

**Questão 1:** Calcule o juro produzido por R\$ 1.500,00, durante 4 anos, a uma taxa de 8% ao ano.

---

---

---

---

**Questão 2:** Calcule o juro produzido por R\$ 6.000,00, durante 3 meses, a uma taxa de 2% ao mês.

---

---

---

---

**Questão 3:** Mario tomou emprestado R\$ 240000,00 durante 3 meses, a taxa de 60% ao ano. Que quantia devolveu após os 3 meses?

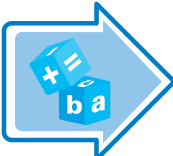
---

---

## Seção 1 – Capital, juros e montante

Páginas no material do aluno

**33 a 41**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Tomando decisões	lápiz/caneta, folha de atividades e calculadora	A atividade a seguir baseia-se na ideia relativa do valor do dinheiro no tempo, com o objetivo de apresentar conceitos básicos de matemática financeira, como o de equivalência de capitais. Após uma discussão inicial, os alunos serão convidados a discutir e resolver questões propostas numa folha de atividades.	A turma pode ser dividida em grupos de até quatro alunos.	80 min

### Aspectos operacionais

Esta atividade foi adaptada de uma das etapas da proposta desenvolvida pelo Portal do Professor que se encontra disponível no site: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25767>.

Esta atividade tem como objetivo mostrar ao aluno que o valor do dinheiro transforma-se no tempo, mostrando que essa transformação depende do tempo e da taxa a ele associado e pode ser entendida a partir do conceito de equivalência de capitais. Por exemplo, 10 reais hoje podem valer muito mais que 20 reais daqui a um ano. Isso depende da taxa que se consiga para fazer o dinheiro render, seja na poupança, em um investimento em ações etc.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Em seguida, solicite que a turma divida-se em grupos de quatro alunos e distribua a folha para os grupos.

Utilize a lousa para reproduzir as seguintes questões para reflexão:

Vocês preferem ganhar agora uma nota de 10 reais ou de 20 reais?

O que eles preferem: uma nota de 10 agora ou a de 20 reais daqui a 1 ano. E se fossem 5 anos?

Após essa discussão inicial, solicite aos alunos que resolvam as questões propostas na folha de atividades.

## Aspectos pedagógicos

Professor, sugerimos que você inicie a atividade com uma simples dinâmica para motivar a discussão, conforme exposta a seguir:

- Tenha em mão duas notas diferentes; uma de 20 reais e outra de 10 reais por exemplo. A partir das questões para reflexão: “Vocês preferem ganhar agora uma nota de 10 reais ou de 20 reais? O que eles preferem: uma nota de 10 agora ou a de 20 reais daqui a 1 ano. E se fossem 5 anos?” leve os alunos a refletirem sobre uma opção mais vantajosa e estimule-os a justificarem as suas respostas.
- À medida que os alunos argumentem, tente sintetizar as falas deles, escrevendo no quadro-negro os conceitos de matemática financeira que aparecem direta ou indiretamente nos discursos dos alunos.
- Você pode acrescentar novas indagações como: **10 reais daqui a 5 anos, valem menos, mais ou o mesmo que 20 reais?** O importante é que os alunos observem que o valor das notas não é absoluto. Ele depende, essencialmente, do tempo e da taxa de aplicação aos quais podemos submeter o dinheiro. Assim, 10 reais hoje podem valer muito mais que 20 reais daqui a um ano. Isso depende da taxa que se consiga para fazer o dinheiro render, seja na poupança, em um investimento em ações etc.
- Utilize situações-problema que envolvam esses conceitos para exemplificar, conforme o apresentado a seguir:

**Exemplo:** Imagine que você pegou R\$10,00 emprestados com o seu irmão a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. Qual será o valor da sua dívida daqui a 1 ano?

Para resolver o problema, precisamos deslocar o dinheiro no tempo. Ou seja, 10 reais hoje valem quanto daqui a 1 ano, a essa taxa de 2% ao mês?

Utilizemos a fórmula  $C_{12} = C_0 \cdot (1+i)^{12}$  para obtermos o valor  $C_{12}$ .

Daí,

$$C_{12} = 10 \cdot (1 + 0,02)^{12}$$

$$C_{12} = 10 \cdot (1,02)^{12}$$

$$C_{12} \cong 10 \cdot (1,268)$$

$$C_{12} \cong 12,68$$

A partir desse exemplo, retome as questões de reflexão e promova um debate, possibilitando que os alunos construam suas próprias conjecturas em relação à decisão mais vantajosa para o irmão.

Estimule-os a observarem que, nesse contexto, fica fácil para o irmão decidir o que é mais vantajoso para ele, se é receber 10 reais agora ou 20 daqui a 1 ano? O exemplo mostra-nos que nessas condições 10 reais agora equivale a 12,68 reais daqui a 1 ano. Assim, receber 20 reais daqui a 1 ano seria muito mais vantajoso para ele.

Portanto, podemos dizer que esta atividade mostra-se bastante interessante, pois é possível mostrar que com conhecimentos básicos de juros compostos todos nós podemos decidir racionalmente entre duas ou mais propostas. Dessa forma, acreditamos que os alunos sintam-se motivados a conhecer e compreender esse conteúdo.

Após essa discussão, oriente os alunos na leitura das questões a seguir, propostas na folha de atividades, auxiliando-os nos cálculos, quando necessário.

**Questão 1:** Fernando fez um empréstimo de R\$ 10.000,00, a uma taxa de juros compostos de 5% ao mês. Qual a dívida de Fernando daqui a 5 meses, sabendo-se que não efetuou pagamentos nesse período?

**Questão 2:** Fernando pegou uma quantia emprestada em Janeiro, a juros compostos de 5% ao mês, com o compromisso de pagar tudo até JUNHO. Para seu espanto, sua dívida em Abril era de R\$ 11.576,25. Sabendo que não efetuou nenhum pagamento da dívida nesse período, responda aos itens abaixo.

- Qual foi o valor do empréstimo feito por Fernando?
- Preencha a tabela baixo com os valores da dívida a cada mês.

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN
			11.576,25		

- Procure reforçar o fato de que 10.000 reais em janeiro e 11.576,25 reais em abril são valores equivalentes. Ou seja, para quem pegou e para quem emprestou o dinheiro, 10.000 reais em janeiro valem 11.576,25 reais em abril. Isso significa que Fernando pagaria 11.576,25 reais em abril para usufruir do dinheiro que pegou em janeiro. Entrou a quantia de 10.000 reais no seu bolso em janeiro e saíram (se pagasse) os 11.576,25 reais em abril. Faça com que os alunos pensem no dinheiro no bolso de quem emprestou. Os 10.000 reais que tinha em janeiro, viraram 11.576,25 reais em abril. Mostre-os que apesar dos valores não serem iguais eles são equivalentes. Equivalência não é igualdade.
- O que aconteceu no caso de Fernando pode ser comparado a um terreno comprado no ano 2000, por exemplo, por R\$ 10.000,00 e que em 2010 vale R\$ 50.000,00. Pode ser comparado a um carro comprado por R\$ 30.000,00 em 2008, mas que vale R\$ 25.000,00 em 2010. Os valores transformam-se no tempo, através de taxas. Se a taxa for constante, a fórmula acima nos fornece como “deslocar” o dinheiro no tempo, ou seja, entender como ele se transforma.
- O uso da calculadora pode ser pensado para evitar que a atividade estenda-se muito em função das dificuldades de cálculo dos alunos.
- A partir das questões propostas, generalize o conceito, mostrando aos alunos que a uma taxa  $i$  por período, uma quantia hoje igual a  $C_0$ , se transformará, após  $n$  períodos (meses, anos, etc.), em uma quantia  $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$ . Essa fórmula (que corresponde a aplicação a juros compostos apresentada na p. 38 do material do aluno) nos indica como podemos “ir e voltar” com o dinheiro no tempo. Ela foi utilizada para avançar com o dinheiro no primeiro problema e para voltar com o dinheiro no segundo.

Em resumo:

Para obter o valor futuro (após  $n$  períodos), basta MULTIPLICAR o atual por  $(1+i)$

Para obter o valor atual ( $n$  períodos antes), basta DIVIDIR o VALOR futuro por  $(1+i)$

- Após esta etapa, sugerimos que você, professor, resolva, com os alunos, a questão 3 da folha atividades, uma vez que essa será uma boa oportunidade para apresentar uma estratégia valiosa para a resolução desse tipo de problema.

**Questão 3:** Arthur tomou um empréstimo de R\$ 10.000,00 a juros compostos de 6% ao mês. No primeiro mês, pagou R\$ 3.000,00; no segundo mês pagou R\$ 5.000,00 e no quarto mês quitou a dívida. Qual o valor desse último pagamento?

- Aqui, recomendamos que você utilize a representação de quantias, ao longo do tempo, através de setas. Assim, a situação descrita acima pode ser representada da forma abaixo.



- Uma maneira de resolver é trazer os valores para uma mesma época, pode-se trazer tudo para a época zero (data do empréstimo aqui); levar tudo para época 4 etc.
- Lembrando que as formas de pagamento a seguir são equivalentes, ou seja, 10.000 reais hoje equivalem ao fluxo de pagamentos apresentado e trazendo os valores para a época zero, e igualando temos:

$$10.000 = \frac{3000}{1,06} + \frac{5000}{1,06^2} + \frac{P}{1,06^4}$$

Daí,  $P = R\$3.433,72$ .

Após tudo isso, estamos finalmente prontos a responder a enigmática pergunta: **O que é melhor comprar a prazo ou a vista?** Essa pergunta será feita aos alunos por meio do seguinte problema:

**Questão 4:** O professor José tem 4 opções de financiamento na compra de um Laptop, cujo preço anunciado é de R\$ 3.000,00.

- (A) À vista com 5% de desconto;
- (B) Em três prestações mensais e iguais de 1.000 reais cada, no sistema (1+2);
- (C) Em quatro prestações mensais e iguais de 750 reais cada, no sistema (1+3);
- (D) Em seis prestações de 500 reais cada, no sistema (0+6);

Sabendo que o dinheiro vale para ele 3% ao mês, qual é a opção mais vantajosa de pagamento?

- Este problema vai tomar um bom tempo dos alunos, deixe que eles possam discuti-lo com calma. Procure não interferir muito no processo de resolução. Apenas, caso seja necessário, ajude-os a estruturar o raciocínio para que possam escrevê-lo.

- Reforce, durante o processo de resolução, o conceito de capitais equivalentes e, ao final da atividade, promova um debate baseado nos resultados obtidos, sempre salientando a diferença entre juros simples e compostos e valorizando as diversas estratégias de resolução que serão propostas pelos alunos, independente de terem conduzido ou não a respostas corretas.

## Folha de Atividades – “Tomando decisões”

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

**Questão 1:** Fernando fez um empréstimo de R\$ 10.000,00, a uma taxa de juros compostos de 5% ao mês. Qual a dívida de Fernando daqui a 5 meses, sabendo-se que não efetuou pagamentos nesse período?

---



---



---

**Questão 2:** Fernando pegou uma quantia emprestada em Janeiro, a juros compostos de 5% ao mês, com o compromisso de pagar tudo até JUNHO. Para seu espanto, sua dívida em Abril era de R\$ 11.576,25. Sabendo que não efetuou nenhum pagamento da dívida nesse período, responda aos itens abaixo.

- a. Qual foi o valor do empréstimo feito por Fernando?

---



---



---



---

- b. Preencha a tabela baixo com os valores da dívida a cada mês.

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN
			11.576,25		

**Questão 3:** Arthur tomou um empréstimo de R\$ 10.000,00 a juros compostos de 6% ao mês. No primeiro mês, pagou R\$ 3.000,00; no segundo mês pagou R\$ 5.000,00 e no quarto mês quitou a dívida. Qual o valor desse último pagamento?

Sugestão: Utilize a representação das quantias através de setas.






---



---



---



---



---

**Questão 4:** O professor André tem 4 opções de financiamento na compra de um Laptop, cujo preço anunciado é de R\$ 3.000,00.

- (A) À vista com 5% de desconto;
- (B) Em três prestações mensais e iguais de 1000 reais cada, no sistema (1+2);
- (C) Em quatro prestações mensais e iguais de 750 reais cada, no sistema (1+3);
- (D) Em seis prestações de 500 reais cada, no sistema (0+6);

Sabendo que o dinheiro vale para ele 3% ao mês, qual é a opção mais vantajosa de pagamento?

Opção (A)

---



---



---



---



---

Opção (B)

---



---



---



---



---

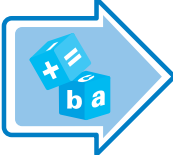
Opção (C)

Opção (D)

## Seção 2 – Juros e funções

Páginas no material do aluno

**42 a 44**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Juros e Progressões	lápiz/caneta, caderno ou folha para anotações, folha de atividades e lousa	A atividade propõe, a partir da leitura de um pequeno texto, uma discussão acerca dos conceitos envolvidos (juros e progressões). Ao final, os alunos devem ser capazes de resolver um problema simples de pagamento de uma dívida em uma única parcela.	A turma deve ser dividida em grupos de quatro alunos.	45 min

## Aspectos operacionais

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma.

No dia da aplicação da atividade, solicite que a turma divida-se em grupos de quatro alunos. Distribua uma folha de atividades para cada aluno, mas sugira que os integrantes do grupo tentem resolver às questões propostas em grupo.

Uma vez que todos estejam com o material necessário para a execução da atividade, peça que eles realizem a leitura do texto e respondam, num primeiro momento, apenas a primeira questão proposta. Você, professor, pode registrar na lousa alguns dos argumentos apresentados pelos alunos. Esta etapa não deve levar mais que 15 minutos.

Depois que as respostas dos grupos para a primeira questão sejam expostas e discutidas com os demais alunos da classe, peça para que resolvam as três próximas questões propostas.

Assim que os grupos tenham terminado a tarefa, promova uma discussão sobre as conclusões que eles alcançaram depois de responder às últimas questões comparando-as com as respostas dadas por eles para primeira questão.

---

## Aspectos pedagógicos

Podemos observar na seção Juros e funções do material do aluno (páginas 42 e 43) a relação existente entre o estudo de funções lineares e exponenciais com o comportamento dos juros de capitalizações simples e compostas, respectivamente. Mas não há uma seção que se dedique a apresentação da relação desses regimes de capitalização e o estudo de progressões (geométrica ou aritmética). O objetivo desta atividade é oportunizar o relacionamento desses dois conteúdos, agregando maiores significados para ambos.

Essa atividade foi adaptada de uma das etapas da proposta desenvolvida pelo Portal do Professor que se encontra disponível no site: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=24040>.

O texto “O valor do dinheiro” serve como introdução para a discussão sobre o fato do valor do dinheiro estar diretamente relacionado com o tempo transcorrido em uma aplicação financeira e que o objetivo básico da Matemática Financeira é justamente estudar o comportamento desse valor ao longo do tempo.

Logo depois do texto, é proposta uma primeira questão para reflexão: Por qual alternativa você optaria: receber R\$ 2.780,00 hoje ou R\$1.000,00 hoje e mais duas parcelas mensais de R\$1.000,00?

À medida que os alunos argumentem, tente sintetizar as falas deles escrevendo-as na lousa. É preciso destacar aqui que alguns alunos devem defender que é melhor esperar dois meses e acabar recebendo “mais” dinheiro no final das contas, preferindo R\$3000,00 no fim de três meses a R\$2780,00 hoje. Esse tipo de argumento será posto em xeque depois de concluída a segunda parte da atividade, de modo que os alunos poderão confrontar esse argumento com uma situação problema onde a aplicação dos R\$2780,00 renderá mais, no fim de três meses que os R\$3000,00.

As questões 2 e 3 levarão os alunos a perceber a relação existente entre o comportamento dos rendimentos por juros simples e compostos e o comportamento de progressões aritmética e geométrica, respectivamente.

É importante certificar-se de que as competências e habilidades relacionadas ao estudo de P.A. e P.G. tenham sido bem internalizadas pelos alunos para que possam compreender a relação e a associação existentes entre os juros simples e a P.A. e dos juros compostos com a P.G.

Propicie debates, possibilitando que os alunos construam suas próprias conjecturas, evitando assim que o processo não acabe se tornando uma simples repetição e comparação de fórmulas.

É muito importante que, depois que os grupos tenham terminado a tarefa, você, professor, promova uma discussão sobre as conclusões dos alunos a respeito da pergunta inicial antes e depois da exploração. Leve-os a perceber a modificação de ponto de vista em relação à questão depois de aplicar os conhecimentos de matemática financeira. Isso pode valorizar ainda mais o conhecimento construído.

## Folha de Atividades – “Juros e Progressões”

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Leia o texto abaixo e, em seguida, faça o que se pede.



### O Valor do Dinheiro

O objetivo básico da Matemática Financeira é estudar o valor do dinheiro ao longo do tempo. Um exemplo ajudará a tornar bem clara esta afirmativa básica.

Se perguntarmos a alguém com conhecimentos básicos de Matemática: “Qual o resultado de R\$ 1.000,00 + R\$ 1.000,00 + R\$ 1000,00?” A resposta imediata seria “R\$ 3.000,00”.

Se à pergunta original acrescentarmos a informação: “Cada uma destas parcelas será recebida em 30 dias” a resposta já não será tão imediata.

Em outros termos: “Você prefere receber R\$ 3.000,00 hoje ou R\$ 1.000,00 hoje e o restante em duas parcelas mensais de R\$1.000,00?”. A resposta quase unânime seria: “Prefiro receber R\$3.000,00 hoje”. Mas se perguntássemos: “Você prefere receber R\$ 2.780,00 hoje ou R\$ 1.000,00 mais duas parcelas mensais de R\$ 1.000,00?”, a resposta dependeria de conceitos de Matemática Financeira.

A consideração da variável tempo introduziu uma complexidade maior numa simples operação de soma de quantidades. Ao se abrir mão da possibilidade de receber uma determinada quantia em dinheiro no tempo presente, quando o preço de bens ou serviços que poderiam ser adquiridos com este dinheiro é conhecido, introduz-se incertezas que requerem conceitos e operações mais sofisticadas para sua quantificação. Isto vale tanto para decisões pessoais quanto para decisões de empresas quando o trato com o dinheiro está envolvido. Este é o campo básico de aplicação da Matemática Financeira.

(Fonte: <http://www.projetofundao.ufrj.br/matematica/atividades/portaldoprofessor/pdf/Atividade01JurosSimplesPA.pdf>)



**Questão 1:** O texto propõe-nos a seguinte reflexão: “Você prefere receber R\$ 2.780,00 hoje ou R\$ 1.000,00 mais duas parcelas mensais de R\$ 1.000,00?”. Usando os conhecimentos de matemática financeira, quais os motivos que poderiam levar você a preferir uma ou outra opção? (Discuta com seu grupo e, juntos, apresentem suas conclusões para a turma).

O Regime de Capitalização Simples é o sistema de capitalização no qual os juros são sempre calculados tendo por base de cálculo o valor do capital original oferecendo um incremento constante ao montante a cada período de tempo associado à taxa. Já no Regime de Capitalização Composto calculamos os juros no final de cada período, somamos esse valor ao capital e formamos um montante sobre o qual calculamos os juros do período seguinte. Isto é o que chamamos de “juros sobre juros”.

**Questão 2:** De acordo com as definições de regime de capitalização simples e composto, complete as tabelas a seguir considerando uma aplicação financeira, cujo capital inicial seria de R\$2.780,00 e a taxa de 10% ao mês, ocorrida a partir de 5 de janeiro até 5 de agosto de 2013.

Capitalização Simples

Mês	Capital (R\$)	Juros (R\$)	Montante (R\$)
05/Janeiro	2.780,00	-	2.780,00
05/Fevereiro	2.780,00	278,00	3058,00
05/Março	2.780,00	278,00	3336,00
05/Abril	2.780,00	278,00	
05/Maio			
05/Junho			
05/Julho			
05/Agosto			

Capitalização Composta

Mês	Capital (R\$)	Juros (R\$)	Montante (R\$)
05/Janeiro	2.780,00	-	2.780,00
05/Fevereiro	2.780,00	278,00	3058,00
05/Março	3058,00	305,80	3363,80
05/Abril	3363,80		
05/Maio			
05/Junho			
05/Julho			
05/Agosto			

**Questão 3:** Observe as sequências de valores dos montantes das aplicações obtidas na questão anterior.

- Podemos dizer que a sequência de montantes da aplicação a juros simples se comporta como uma progressão? De que tipo?
- Podemos dizer que a sequência de montantes da aplicação a juros compostos se comporta como uma progressão? E quanto à sequência dos valores dos juros nessa aplicação, se comporta como uma progressão? De que tipo?
- Usando os seus conhecimentos sobre sequências e progressões, determine uma expressão algébrica (fórmula) que forneça o valor do montante para cada um dos tipos de capitalização trabalhados na questão anterior depois de passados  $t$  meses da aplicação.

**Questão 4:** Agora observe a tabela a seguir construída da mesma forma que a tabela de capitalização composta da questão 1, mas considerando uma aplicação financeira cujo capital inicial seria de R\$1000,00 e a taxa de 10% ao mês, ocorrida a partir de janeiro até março de 2013. Porém nesse caso considere que tanto em 6 de fevereiro quanto em 6 de março haja um acréscimo de R\$1000,00 ao capital.

### Capitalização Composta


Mês	Capital (R\$)	Juros (R\$)	Montante (R\$)
05/Janeiro	1000,00	-	1000,00
05/Fevereiro	1000,00	100,00	1100,00
06/Fevereiro	2100,00 (1100,00 + 1000,00)	-	2100,00
05/Março	2100,00	210,00	2310,00
06/Março	3310,00 (2310,00 + 1000,00)	-	3310,00

De acordo com os resultados obtidos até aqui, para alguém que tivesse a possibilidade de fazer esse tipo de aplicação a juros compostos com taxa de 10% ao mês, o que seria mais vantajoso: receber R\$ 2.780,00 em janeiro ou R\$ 1.000,00 em janeiro mais duas parcelas mensais de R\$ 1.000,00, uma em fevereiro e outra em março?

## Seção 2 – Juros e funções

Páginas no material do aluno

**42 a 44**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Poupando para o futuro	Computador, projetor multimídia (data show), pendrive ou DVD do professor, lápis/caneta, folha de atividades e calculadora	A atividade propõe uma problematização a cerca das reflexões que podem nortear a escolha da melhor forma de aplicação do capital de um pequeno investidor. Essa problematização é apresentada a partir de um vídeo e de uma situação-problema que poderá ser estudada a partir de conceitos relacionados aos estudos de juros compostos e progressão geométrica.	A turma deve ser dividida em grupos de quatro alunos.	45 min

---

## Aspectos operacionais

Na aula anterior à da aplicação desta atividade, peça aos seus alunos que pesquisem qual é o valor atualizado da taxa de inflação acumulada no último ano. É importante que você reproduza a folha de atividades, também com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma.

No dia da aplicação da atividade, solicite que a turma divida-se em grupos de quatro alunos, distribua a folha para os grupos, apresente o vídeo “Previdência Complementar” e a apresentação da situação problema “Os planos para o futuro de João e Célia”, descrita a seguir:



### Os planos para o futuro de João e Célia

João Pedro e Célia estão namorando sério e agora decidiram que querem se casar. Existe um dito popular que diz que “quem casa quer casa”. E não foi diferente com o casal. Mas eles ainda não têm moradia própria. João possui um terreno, mas a tão sonhada casa ainda precisa ser construída.

Para construir a casa, João e Célia decidiram esperar um pouco e adiar o casamento para que possam fazer um “pezinho de meia” com o suficiente para a construção da sua casa.

Os dois pretendem guardar R\$300,00 por mês, mas sabem que o melhor lugar para guardar esse dinheiro, certamente não é no colchão. Eles estão em dúvida sobre qual a melhor forma de aplicação para as suas economias. Estão avaliando algumas possibilidades. Uma delas é a poupança, já tão conhecida dos brasileiros. Outra é o plano de previdência privada do tipo do VGBL.

Antes de decidir o que fazer com o dinheiro, o casal quer ter uma ideia do rendimento que esse dinheirinho de que eles podem dispor por mês vai retornar depois de 5 anos.



Você poderá projetar tanto o vídeo quanto à apresentação (ambos os arquivos estão disponíveis em seu DVD) com auxílio de um computador e um projetor multimídia.

Caso esse tipo de material multimídia não esteja disponível para uso em sua unidade escolar, você poderá, simplesmente, reproduzir o texto da descrição da situação-problema ou escrevê-la na lousa.

Após a apresentação do vídeo e da apresentação, você deverá pedir aos alunos que resolvam as questões propostas na folha de atividades.

---

## Aspectos pedagógicos

Esta atividade tem como objetivo apresentar algumas das reflexões que podem nortear a escolha da melhor forma de aplicação do capital para um pequeno investidor.

A partir da apresentação de uma situação-problema bastante corriqueira e bem próxima do cotidiano dos alunos do ensino de jovens e adultos, podemos levá-los a uma reflexão mais profunda sobre qual o papel e a utilidade dos conhecimentos a cerca da Matemática Financeira para um pequeno investidor.

Na aula anterior à da aplicação desta atividade, peça aos seus alunos que pesquisem qual o valor atualizado da taxa de inflação acumulada no último ano para utilização desse índice durante a atividade. Para isso, eles podem recorrer a um buscador na Internet (Google, por exemplo), a um jornal ou publicação da área econômica, ou à página do Banco Central do Brasil (<http://www.bcb.gov.br/>).

É importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma. Após exibir o vídeo, faça uma apresentação da situação-problema ***“Os planos para o futuro de João e Célia”***.

Vamos às condições atuais de cada aplicação:

- Poupança - Rende a uma taxa de juros média de 0,45% ao mês. Não cobra nenhuma taxa de administração.
- VGBL - Rende a uma taxa de juros de 6% ao ano. Cobra uma taxa de administração anual sobre o valor total da aplicação de 3%, pagamento de imposto de renda apenas sobre o valor do rendimento ao final da aplicação e tem isenção da taxa de carregamento caso as condições da simulação sejam iguais às contratadas. O valor a ser resgatado, segundo a simulação que fizeram pelo site de um determinado banco foi igual a R\$17.260,41.

Após a apresentação e discussão da situação-problema, os alunos deverão responder às questões propostas na folha de atividades, que estão organizadas de modo progressivo, tentando conduzir o aluno por reflexões a respeito das várias formas de investimento que podem estar disponíveis para um pequeno investidor.

Essas questões trabalham a noção de juros compostos atrelada ao conceito de soma de uma progressão geométrica. Depois de preencherem uma tabela, os alunos chegarão à seguinte expressão do montante acumulado no  $t$ -ésimo mês de uma aplicação de um capital  $C_0$  mensal constante, a juros compostos, a uma taxa mensal  $i$ :  $M = C_0 + C_0(1+i) + C_0(1+i)^2 + C_0(1+i)^3 + C_0(1+i)^4 + \dots + C_0(1+i)^t$ .

Auxilie seus alunos a perceber que cada parcela da soma anterior, corresponde a um termo de uma P.G. de  $t+1$  termos, termo inicial  $C_0$  e razão  $(1+i)$ . Logo, podemos expressar tal soma da seguinte forma:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow M = \frac{C_0((1+i)^{t+1} - 1)}{(1+i) - 1} \Rightarrow M = \frac{C_0((1+i)^{t+1} - 1)}{i}$$

Essa fórmula os auxiliará no cálculo do rendimento do capital aplicado pelas personagens propostos na situação-problema e a comparação dos resultados obtidos os levará à reflexão pretendida.

É importante enfatizar alguns aspectos:

- O montante proposto pela simulação da previdência privada é inferior ao valor investido pelo casal, ou seja, diante dessas condições oferecidas pela previdência privada seria mais rentável para eles guardar o dinheiro no colchão.
- Entre a poupança e o “colchão”, claramente a poupança é mais rentável, mas, de qualquer forma, esse tipo de investimento não protegeria o capital investido das perdas resultantes da inflação anual acumulada.



## Folha de Atividades – “Poupando para o futuro”

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

**Primeiro Momento:** Exibição do vídeo “Previdência Complementar”

**Segundo Momento:** Exibição da apresentação “Os planos para o futuro de João e Célia”.

**Terceiro Momento:** De acordo com a situação problema apresentada no momento anterior, responda:

**Questão 1:** Se João e Célia simplesmente colocassem os seus R\$300,00 por mês “debaixo do colchão”, quanto teriam juntado em 5 anos?

---

---

**Questão 2:** Para fazer uma comparação entre as taxas de rendimento da poupança e da previdência privada, é necessário que estas se refiram a um mesmo período de tempo. Qual seria, então, a taxa de aplicação da poupança para um rendimento anual? (Lembrando que a aplicação da poupança é feita a juros compostos).

---

---

---

Já sabemos como calcular o montante de uma aplicação a juros compostos, mas para um capital inicial dado e único. No caso do João e da Célia, todos os meses, eles terão um capital de R\$300,00 para adicionar ao montante acumulado até então. Para ajudar a modelar esse tipo de situação, responda às questões de 3 a 5.

**Questão 3:** Complete a tabela a seguir com o montante acumulado, mês a mês, para aplicação de uma quantia constante mensal  $C_0$  a uma taxa mensal igual a  $i$ .

Mês	Montante
Início da Aplicação	$M = C_0$
1º	$M = C_0 (1 + i)$
2º	$M = (C_0 + C_0 (1 + i)) (1 + i) = C_0 (1 + i) + C_0 (1 + i)^2$
3º	$M =$
4º	$M =$
5º	$M =$
...	...
tº	$M =$

**Questão 4:** Observe cada uma das parcelas que compõem a expressão para o exime mês. Podemos dizer que estas são elementos de uma Progressão Geométrica? Qual o seu primeiro termo? Qual a sua razão?

---

---

**Questão 5:** Note que  $M$  expressa, no  $t$ -ésimo mês, a soma dos termos dessa P.G.. Usando a fórmula da soma da P.G., escreva uma expressão para  $M$  no  $t$ -ésimo mês.

---

---

---

**Questão 6:** Usando a fórmula deduzida no item anterior, indique qual será o montante a ser resgatado por João e Célia no fim de 5 anos, aplicando R\$300,00 por mês na poupança. (Atenção: Se você for usar a taxa anual da poupança calculada na questão 2, não esqueça que o capital de aplicação a ser considerado corresponde ao total obtido em 12 meses por João e Célia).

---

---

---

**Questão 7:** Faça uma comparação crítica dos montantes a serem obtidos por João e Célia nas aplicações no “colchão”, na poupança e na simulação da previdência privada. Escreva, de maneira breve, suas conclusões.

---

---

---

**Questão 8:** Verifique qual seria o valor obtido por João e Célia ao fim de 5 anos se sua aplicação fosse corrigida pela inflação. (Atenção: Utilize o valor atual da inflação anual pesquisado pelo seu grupo).

---

---

---

**Questão 9:** Podemos dizer que aplicação na poupança protegerá o investimento de João e Célia da ação da inflação? Justifique.

---


---

---

## Seção – O que perguntam por aí?

Páginas no material do aluno

**42 a 44**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de vestibular	Imagem para projeção disponível neste material e no DVD do professor; material do aluno.		Turma dividida em duplas	

## Aspectos operacionais

Nas páginas 49 e 50, seção *O que perguntam por aí?*, do material do aluno, são apresentadas duas questões de vestibulares que envolvem conceitos de Matemática Financeira trabalhados nesta unidade. Essas questões já se encontram resolvidas no material do aluno, mas você poderá trabalhá-las a partir da projeção das imagens disponíveis no seu DVD e neste material, conforme a seguir:

1. (FGV-SP) A rede Corcovado de hipermercados promove a venda de uma máquina fotográfica digital pela seguinte oferta. "Leve agora e pague daqui a 3 meses". Caso o pagamento seja feito à vista, Corcovado oferece ao consumidor um desconto de 20%. Caso um consumidor prefira aproveitar a oferta, pagando no final do 3º mês após a compra, a taxa anual de juros simples que estará sendo aplicada no financiamento é:

- a. 20%
- b. 50%
- c. 100%
- d. 80%
- e. 120%

## Resposta Comentada

Daqui a 3 meses o cliente pagará x reais.

O pagamento à vista é de 0,8x reais.

$$0,2x = 0,8x \cdot i \cdot 3 \qquad 0,2x = 2,4i x \qquad i = \frac{1}{12} \text{ ao mês}$$

A taxa anual será  $\frac{1}{12} \cdot 12 = 1$ . Ou seja, 100%.

Resposta: C

2. (Unicamp-SP) Um capital de R\$ 12.000,00 é aplicado a uma taxa anual de 8%, com juros capitalizados anualmente. Considerando que não foram feitas aplicações ou retiradas, encontre:

- O capital acumulado após 2 anos.
- O número inteiro mínimo de anos para que o capital acumulado seja maior que o dobro do capital inicial (se necessário, use  $\log 2 = 0,301$  e  $\log 3 = 0,477$ ).

## Resposta Comentada

Retificando um erro de digitação no item (a) na p. 49 do material do aluno, apresentamos a seguinte solução:

$$a. M = 12.000(1 + 0,08)^2 = 13.996,80.$$

O capital acumulado foi de R\$ 13.996,80.

$$b) M > 12.000 \times 2$$

$$\cancel{12.000}(1 + 0,08)^t > \cancel{12.000} \times 2$$

$$1,08^t > 2 \rightarrow t \log 1,08 > \log 2 \rightarrow t \log \frac{108}{100} > \log 2$$

$$t (\log 108 - \log 100) > \log 2 \rightarrow t \{ \log(2^2 \cdot 3^3) - 2 \log 10 \} > \log 2$$

$$t \{ 2 \log 2 + 3 \log 3 - 2 \} > \log 2$$

$$t \cdot 0,033 > 0,301 \quad t > 9,1212$$

Resposta: O número inteiro mínimo de anos é 9.

## Aspectos pedagógicos

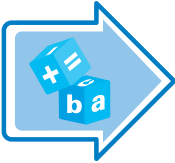
Após a resolução destas questões em aula, você pode promover uma análise coletiva das respostas encontradas pelos alunos, com uma breve discussão a respeito dos possíveis erros (erros mais comuns) por eles cometidos. Selecionamos a primeira questão para orientá-lo nesta análise.

### Analisando as alternativas da questão 1 (FGV-SP)

Vimos na resolução comentada que a alternativa correta é a **letra c**.

- Para facilitar a compreensão da questão, como a taxa independe do valor do produto, você pode considerar  $x = 100\%$ . Assim, daqui a 3 meses o cliente pagará 100 reais e o pagamento à vista sai por 80 reais.
- A interpretação do resultado pode ser feita da seguinte maneira: o desconto de 20% pode ser entendido como um aumento de 25% ao trimestre, logo como 1 ano = 4 x (3 meses), temos que a taxa anual é dada por  $4 \times 25\% = 100\%$ .
- As escolhas pelas demais alternativas podem ter sido motivadas por diversos erros comuns que tentamos identificar a seguir:
  - a. O aluno pode ter se confundido ao considerar o desconto de 20% como um aumento de 20% e ainda desconsiderado o período anual solicitado pela questão.
  - b. O aluno pode ter considerado que o desconto de 20% pode ser entendido como um aumento de 25% ao trimestre, mas se confundido ao considerar o período, fazendo indevidamente  $2 \times 25\% = 50\%$ .
  - c. O aluno pode ter se confundido ao considerar o desconto de 20% como um aumento de 20% e considerando o período anual solicitado pela questão, fez  $4 \times 20\% = 80\%$ .
  - d. Não foi encontrado nenhum indício que tenha levado o aluno a marcar esta opção. Ele pode ter escolhido esta alternativa de forma aleatória.

## Seção – Momento de Reflexão

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade. Ele dividido em duas etapas: a primeira consiste no registro de aprendizagens e a segunda consiste em questões objetivas e dissertativas, cuja escolha fica a critério do professor.	Participação individual dos alunos	40 min

## Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado à unidade 8. A seguir apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas nesta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir.

### **Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)**

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, disponível para reprodução neste material, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões para os alunos, que podem complementar às suas no que tange à avaliação do desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas:

- Cálculo de Juros Compostos
- Diferença entre Juros Simples e Compostos

Sugerimos também, que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros a serem entregues ao seu formador no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho, para se for o caso, repensá-los de acordo com as características apresentadas.

### **Etapa 2: Questões objetivas e discursivas**

Sugerimos nesta etapa, a escolha de pelo menos uma questão objetiva que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade, para compor o instrumento avaliativo.

## **Sugestões de questões objetivas para a avaliação:**

### **Questão 1: (Enem 2012)**

Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- **Opção 1:** Pagar à vista, por R\$ 55.000,00.
- **Opção 2:** Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 30.000,00, e mais uma prestação de R\$ 26.000,00 para dali a 6 meses.
- **Opção 3:** Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 20.000,00, mais uma prestação de R\$ 20.000,00, para dali a 6 meses e outra de R\$ 18.000,00 para dali a 12 meses da data da compra.
- **Opção 4:** Pagar a prazo dando uma entrada de R\$ 15.000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R\$ 39.000,00.
- **Opção 5:** pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R\$ 60.000,00.

Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor) em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores, à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.

Após avaliar a situação do ponto de vista financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso, financeiramente, escolher a opção:

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4
- e. 5

### Questão 2: (Enem 2011)

Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

- A** a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
- B** a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
- C** o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
- D** o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
- E** o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

### Questão 3: (Enem 2011)

Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

$n$	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

- Ⓐ escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.
- Ⓑ escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
- Ⓒ escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
- Ⓓ escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
- Ⓔ escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

#### Questão 4: (FGV)

Fábio recebeu um empréstimo bancário de R\$10.000,00 para ser pago em duas parcelas anuais, a serem pagas respectivamente no final do primeiro ano e do segundo ano, sendo cobrados juros compostos à taxa de 20% ao ano. Sabendo que o valor da primeira parcela foi R\$4.000,00, podemos concluir que o valor da segunda foi de:

- a. R\$ 8 800,00
- b. R\$ 9 000,00
- c. R\$ 9 200,00
- d. R\$ 9 400,00
- e. R\$ 9 600,00

## Respostas comentadas das questões objetivas sugeridas

1. Letra (D). Para responder esta questão, basta analisar cada uma das opções dadas para o pagamento a partir da taxa e período de investimento. Daí, observando que os investimentos são aplicados a juros compostos, supondo que Arthur possua exatamente R\$55.000,00 hoje e comparando os valores numa mesma data focal, após 1 ano, obtemos:

Opção 1: R\$ 55.000,00 (não sobra nada após o pagamento para investir)

Opção 2: Ele paga a entrada de R\$30.000,00 e investe os R\$25.000,00 restantes num período de 6 meses. Daí, ao final deste período ele terá  $M=25000 \times (1,10)=27500$ . Assim, pagando R\$26.000,00 ainda sobra R\$1.500,00 após o pagamento, que se investido por mais 6 meses se transformará em R\$1650,00 após 1 ano.

Opção 3: Ele paga a entrada de R\$20.000,00 e investe os R\$35.000,00 restantes num período de 6 meses, obtendo nesse período  $M=35000 \times (1,10)=38500$ , daí paga os R\$20.000,00 no 1º semestre, continuando a investir R\$18.500,00 por mais 6 meses, obtendo  $M=18500 \times (1,10)=20350$ . Assim, ao final deste 1 ano ele paga R\$18.000,00 e ainda sobra para ele R\$2.350,00 após o pagamento.



Opção 4: Ele paga a entrada de R\$15.000,00 e investe os R\$40.000,00 restantes num período de 6 meses. Daí, ao final deste período ele terá  $M = 40000 \times (1,10)^2 = 48400$ . Assim, pagando R\$39.000,00 ainda sobra R\$9.400,00 após o pagamento.

Opção 5: Ele investe os R\$55.000,00 num período de 1 ano. Daí, ao final deste período ele terá  $M = 55000 \times (1,10)^2 = 66550$ . Assim, pagando R\$60.000,00 ainda sobra R\$6.550,00 após o pagamento.

Portanto, a opção mais vantajosa é a opção 4.

2. Letra (D). Para responder esta questão, basta analisar cada uma das opções dadas para o pagamento a partir da taxa e período de investimento e comparar os montantes, daí obtemos:

Poupança:  $M = 500 \cdot 1,0056 = 502,80$ ;

CDB:  $M = 500 \cdot 1,00876 = 504,38$ ; considerando o desconto de  $4,38 \cdot 0,04 = 0,1752$ , daí  $M = 504,38 - 0,17 = 504,21$ .

3. Letra (C). Nesta questão, basta observar que os investimentos são aplicados a juros compostos, daí analisando as três opções para o mesmo período de 1 ano, obtemos:

Investimento A:  $(1,03)^{12} - 1 = 0,426$ . Isto é 42,6% ao ano;

Investimento B: 36% ao ano;

Investimento C:  $(1,18)^2 - 1 = 0,3924$ . Isto é 39,24% ao ano;

4. Letra (E). Nesta questão, basta recorrer à equivalência de capitais numa mesma data. Considerando a data focal o ano 2, obtemos a equação:  $10.000 (1,2)^2 = 4.000 (1,2) + P_2$ , daí  $P_2 = 9.600$  observar a informação de que a cada 6 horas o organismo usa ou elimina 50% da droga. Isto implica que a meia-vida deste medicamento é de 6 horas, o que sugere que quantidade de droga no corpo em cada um desses intervalos apresenta um comportamento de uma exponencial decrescente. Fato observado somente na opção (E).

## Sugestões de questões discursivas para a avaliação

### Questão 1:

Aplicando-se R\$ 15.000,00 a uma taxa de juro composto de 1,7% a.m., quanto receberei de volta após um ano de aplicação? Qual o juro obtido neste período?

### Questão 2:

Planejo emprestar R\$ 18.000,00 por um período de 18 meses ao final do qual pretendo receber de volta um total de R\$ 26.866,57. Qual deve ser o percentual da taxa de juro composto para que eu venha a conseguir este montante?

### Questão 3:

Preciso aplicar R\$ 100.000,00 por um período de quantos meses, a uma taxa de juro composto de 1,7% a.m., para que ao final da aplicação eu obtenha o dobro deste capital?

### Questão 4:

R\$ 10.000,00 aplicados por 6 meses a uma taxa de juros simples de 3% a.m., para produzir o mesmo montante na modalidade de juros composto em uma aplicação com a mesma duração, precisará ser aplicada a qual taxa mensal?

### Questão 5:

Paguei de juros um total R\$ 2.447,22 por um empréstimo de 8 meses a uma taxa de juro composto de 1,4% a.m. Qual foi o capital tomado emprestado?

## Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:

### Questão 1:

Primeiro, vamos identificar cada uma das variáveis fornecidas pelo enunciado do problema:

$$\begin{cases} C: R\$ 15.000,00 \\ i: 1,7\% \text{ a.m.} \Rightarrow \frac{1,7}{100} \text{ a.m.} \Rightarrow 0,017 \text{ a.m.} \\ n: 1 \text{ ano} \Rightarrow 12 \text{ meses} \end{cases}$$

Como a taxa de juros está em meses, também iremos trabalhar com o período de tempo em meses e não em anos como está no enunciado do problema.

Pelo enunciado, identificamos que foram solicitados o montante e o juro, utilizaremos, portanto a fórmula abaixo que nos dá o montante:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Ao substituírmos cada uma das variáveis pelo seu respectivo valor teremos:

$$M = 15000 \cdot (1 + 0,017)^{12}$$

Podemos então realizar os cálculos para encontrarmos o valor do montante:

$$M = 15000 \cdot (1 + 0,017)^{12} \Rightarrow$$

$$M = 15000 \cdot 1,017^{12} \Rightarrow$$

$$M = 15000 \cdot 1,224197 \Rightarrow$$

$$M = 18362,96$$

Logo o montante a receber será de R\$ 18.362,96. Sabemos que a diferença entre o montante e o capital aplicado nos dará os juros do período. Temos então:

$$j = M - C \Rightarrow$$

$$j = 18362,96 - 15000 \Rightarrow$$

$$j = 3362,96$$

Portanto:

Após um ano de aplicação receberei de volta um total de R\$ 18.362,96, dos quais R\$ 3.362,96 serão recebidos a título de juros.

### Questão 2:

Do enunciado, identificamos as seguintes variáveis:

$$\begin{cases} C: R\$ 18.000,00 \\ n: 18 \text{ meses} \\ M: R\$ 26.866,57 \end{cases}$$

A partir da fórmula básica para o cálculo do juro composto, iremos isolar a variável  $i$ , que se refere à taxa de juros que estamos em busca:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Como já vimos na parte teórica, esta variável pode ser isolada com os seguintes passos:

$$M = C \cdot (1 + i)^n \Rightarrow$$

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^n \Rightarrow$$

$$\sqrt[n]{\frac{M}{C}} = \sqrt[n]{(1 + i)^n} \Rightarrow$$

$$\sqrt[n]{\frac{M}{C}} = 1 + i \Rightarrow$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

Por fim, substituiremos as variáveis da fórmula pelos valores obtidos do enunciado:

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1 \Rightarrow$$

$$i = \sqrt[18]{\frac{26866,57}{18000}} - 1 \Rightarrow$$

$$i = \sqrt[18]{\frac{26866,57}{18000}} - 1 \Rightarrow$$

$$i = \sqrt[18]{1,492587} - 1 \Rightarrow$$

$$i = 1,0225 - 1 \Rightarrow$$

$$i = 0,0225$$

O valor decimal **0,0225** corresponde ao valor percentual de **2,25%**.

Logo, para que eu venha obter o montante desejado, é preciso que a taxa de juro composto seja de 2,25% a.m.

### Questão 3:

Do enunciado, identificamos as seguintes variáveis:

$$\begin{cases} C: R\$ 100.000,00 \\ i: 1,7\% \text{ a.m.} \Rightarrow \frac{1,7}{100} \text{ a.m.} \Rightarrow 0,017 \text{ a.m.} \\ M: R\$ 200.000,00 \end{cases}$$

Tendo por base a fórmula básica para o cálculo do juro composto, isolemos a variável **n**, que se refere ao período de tempo que estamos a procura:

$$M = C \cdot (1 + i)^n \Rightarrow$$

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C} \Rightarrow$$

$$\log(1 + i)^n = \log\left(\frac{M}{C}\right) \Rightarrow$$

$$n \cdot \log(1 + i) = \log\left(\frac{M}{C}\right) \Rightarrow$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1 + i)}$$

Substituindo o valor das variáveis na fórmula:

$$n = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1 + i)} \Rightarrow$$

$$n = \frac{\log(2)}{\log(1,017)} \Rightarrow$$

$$n = \frac{0,301030}{0,007321} \Rightarrow$$

$$n = 41,12$$

Assim sendo:

Para que eu consiga dobrar o valor do meu capital, precisarei de 42 meses de aplicação.

#### Questão 4:

Do enunciado, obtemos os seguintes valores:

$$\begin{cases} C: R\$ 10.000,00 \\ i: 3\% \text{ a.m.} \Rightarrow \frac{3}{100} \text{ a.m.} \Rightarrow 0,03 \text{ a.m.} \\ n: 6 \text{ meses} \end{cases}$$

Para sabermos qual o montante produzido na modalidade simples, utilizaremos a fórmula abaixo:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

Ao substituírmos as variáveis e realizarmos os cálculos, iremos obter o resultado:

$$M = 100000 \cdot (1 + 0,03 \cdot 6) \Rightarrow$$

$$M = 100000 \cdot (1 + 0,18) \Rightarrow$$

$$M = 100000 \cdot 1,18 \Rightarrow$$

$$M = 118000$$

Agora que sabemos que o montante produzido na modalidade simples é R\$ 11.800,00, utilizaremos a fórmula abaixo para calcularmos a taxa de juros na modalidade capitalizada:

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

Substituindo as variáveis e calculando:

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1 \Rightarrow$$

$$i = \sqrt[8]{\frac{11800}{10000}} - 1 \Rightarrow$$

$$i = \sqrt[8]{1,18} - 1 \Rightarrow$$

$$i = 1,0279698 - 1 \Rightarrow$$

$$i = 0,0279698$$

Como sabemos ao multiplicarmos **0,0279698** por cem iremos obter o valor percentual da taxa a qual estamos procurando.

Portanto, os R\$ 10.000,00 precisam ser aplicados à taxa capitalizada de 2,79698% a.m. para que se apure o montante de R\$ 11.800,00, o mesmo montante produzido na aplicação a juros simples pelo mesmo período de tempo.

#### Questão 5:

Em primeiro lugar, vamos identificar as variáveis fornecidas pelo enunciado:

$$\begin{cases} j: R\$ 2.447,22 \\ n: 8 \text{ meses} \\ i: 1,4\% \text{ a.m.} \Rightarrow \frac{1,4}{100} \text{ a.m.} \Rightarrow 0,014 \text{ a.m.} \end{cases}$$

Como sabemos, a fórmula básica para o cálculo do juro composto é

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Mas como estamos interessados em calcular o **capital**, é melhor que isolem a variável **C** como a seguir:

$$M = C \cdot (1 + i)^n \Rightarrow$$

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Note que a variável **M** não consta no enunciado, mas ao invés disto, temos a variável **j**, no entanto sabemos que o valor do montante é igual à soma do valor principal com o juro do período, então temos:

$$M = C + j$$

Podemos então substituir **M** por **C + j** na expressão anterior:

$$C = \frac{C + j}{(1 + i)^n}$$

Vamos então novamente isolar a variável **C**:

$$C = \frac{C + j}{(1 + i)^n} \Rightarrow$$

$$C \cdot (1 + i)^n = C + j \Rightarrow$$

$$C \cdot (1 + i)^n - C = j \Rightarrow$$

$$C \cdot ((1 + i)^n - 1) = j \Rightarrow$$

$$C = \frac{j}{(1 + i)^n - 1}$$

Finalmente, podemos substituir as variáveis da fórmula pelos valores obtidos do enunciado:

$$C = \frac{j}{(1 + i)^n - 1} \Rightarrow$$

$$C = \frac{2447,22}{(1 + 0,014)^8 - 1} \Rightarrow$$

$$C = \frac{2447,22}{1,014^8 - 1} \Rightarrow$$

$$C = \frac{2447,22}{1,117644 - 1} \Rightarrow$$

$$C = \frac{2447,22}{0,117644} \Rightarrow$$

$$C = 20801,91$$

Logo, o capital tomado emprestado foi de R\$ 20.801,96.

## Folha de Atividades – Avaliação

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

## Momento de Reflexão

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na unidade 28 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder as questões a seguir:

**Questão 1:** Qual foi o conteúdo matemático estudado nesta unidade? Cite alguns conceitos relacionados a este tema que foram estudados nesta unidade.

---

**Questão 2:**

Cite alguma situação do cotidiano que envolve os conhecimentos aqui estudados.

---

**Questão 3:**

Que tipo de crescimento é expresso pela fórmula do montante, utilizando juros simples?

---

Que tipo de crescimento é expresso pela fórmula do montante, utilizando juros compostos?

---

**Questão 4:**

- a. Suponhamos que um capital de R\$ 500,00 fosse aplicado a uma taxa de 2% ao mês durante 4 meses. Determine os montantes obtidos ao final de cada mês nos regimes de juros simples e compostos.

	Regime de juros simples	Regime de juros compostos
1º mês		
2º mês		
3º mês		
4º mês		

- b. Represente no verso desta folha os gráficos correspondentes aos regimes simples e compostos 4 primeiros meses.

## Respostas da Folha de Atividades - Avaliação

**Questão 1**

Matemática Financeira

Espera-se que os alunos citem conceitos como juros simples e compostos, poupança, investimentos, valor do dinheiro no tempo, equivalência de capitais etc.

**Questão 2:**

Espera-se que os alunos citem conceitos como poupança, investimentos, empréstimos, compras parcelas com ou sem juros etc.

**Questão 3:**

- a. Crescimento linear
- b. Crescimento exponencial

**Questão 4:****a. Juros simples**

$$M = C + J \quad \text{onde} \quad J = C \cdot i \cdot t$$

1º Mês	2º Mês	3º Mês	4º Mês
$J = 500 \cdot 0,02 \cdot 1$	$J = 500 \cdot 0,02 \cdot 1$	$J = 500 \cdot 0,02 \cdot 1$	$J = 500 \cdot 0,02 \cdot 1$
$J = 10$	$J = 10$	$J = 10$	$J = 10$
$M = 500 + 10 = 510$	$M = 510 + 10 = 520$	$M = 520 + 10 = 530$	$M = 530 + 10 = 540$

Montante ao final do quarto mês será igual a R\$ 540,00.

**Juros compostos**

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

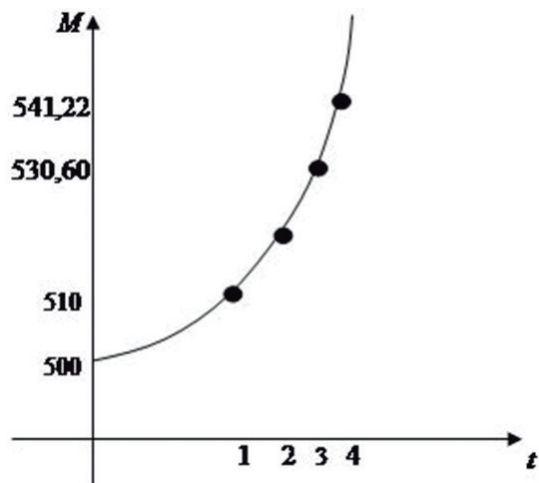
1º Mês	2º Mês	3º Mês	4º Mês
$M = 500 \cdot (1 + 0,02)^1$	$M = 500 \cdot (1,02)^2$	$M = 500 \cdot (1,02)^3$	$M = 500 \cdot (1,02)^4$
$M = 510$	$M = 500 \cdot 1,0404$	$M = 500 \cdot 1,061208$	$M = 500 \cdot 1,08243216$
	$M = 520,20$	$M = 530,60$	$M = 541,22$

Montante ao final do quarto mês será igual a R\$ 541,22

- b. Gráfico do Montante, atrelado a Juros Simples

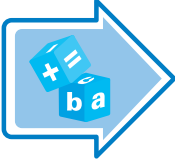


- Gráfico do Montante, atrelado a Juros Compostos





## ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios de Fixação Complementares	Folha de Atividades disponível para reprodução no pendrive ou DVD do professor, lápis/caneta	–	Turma dividida em duplas ou em trios	

### Aspectos operacionais

A seguir, apresentamos alguns exercícios que podem auxiliar você, professor, na fixação das principais noções ligadas aos conceitos de juros simples e juros compostos, trabalhadas ao longo desta unidade, tanto no material do aluno quanto nas atividades sugeridas neste material a partir da resolução de situações-problema.

Estes exercícios foram distribuídos em uma “Folha de atividades” – que se encontra disponível para reprodução no material multimídia do professor – e poderão ser aplicados ao término de cada seção do material do aluno ou todos juntos no momento reservado para a consolidação dos conteúdos trabalhados. Você também poderá encontrar as soluções desses exercícios em um arquivo pdf de seu DVD.

Peça que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua a folha de atividades.

Depois que os alunos tiverem concluído o conjunto de exercícios que você escolheu aplicar, discuta e as soluções apresentadas por eles.

### Aspectos pedagógicos

Procure distribuir uma folha de atividades para cada aluno para que todos possam ficar com uma cópia do material, tornando-o mais uma fonte de consulta.

Escolha previamente quais os exercícios adéquam-se mais à realidade de sua turma e à abordagem escolhida para apresentação dos conceitos introduzidos na Unidade 28.

É recomendado que essa atividade seja trabalhada pelos alunos com o auxílio de uma calculadora, para que as possíveis dificuldades de cálculo não interfiram no desenvolvimento das habilidades e competências que aqui estarão sendo construídas no que diz respeito às noções elementares de matemática financeira.

Ao discutir as soluções apresentadas pelos alunos, procure valorizar cada estratégia de resolução proposta mesmo que algumas delas não tenham conduzido a uma resposta verdadeira.

Procure incentivar os alunos a executar tais exercícios sem a sua intervenção, enquanto professor. Esses exercícios podem favorecer o desenvolvimento da autonomia dos alunos no que diz respeito à habilidade de resolver problemas.

## Folha de Atividades – “Exercícios de Fixação Complementares”

Nome da Escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

1. **(UFRJ)** Uma loja oferece duas formas de pagamentos para seus clientes: à vista ou em duas parcelas iguais. A loja anuncia, na sua vitrine, um vestido por um preço total de R\$200,00 para pagamento em duas vezes, sendo R\$100,00 no ato da compra e R\$100,00 trinta dias após essa data. Para pagamento à vista, a loja oferece um desconto de 10% sobre o preço total de R\$200,00, anunciado na vitrine. Considerando o preço à vista como o preço real do vestido, determine a taxa de juros cobrada pela loja no pagamento em duas vezes.

2. **(UNICAMP)** Um vendedor propõe a um comprador de um determinado produto as seguintes alternativas de pagamento:

pagamento à vista com 65% de desconto sobre o preço de tabela;

pagamento em 30 dias com desconto de 55% sobre o preço de tabela.

Qual das duas alternativas é mais vantajosa para o comprador, considerando-se que ele consegue, com uma aplicação de 30 dias, um rendimento de 25%?

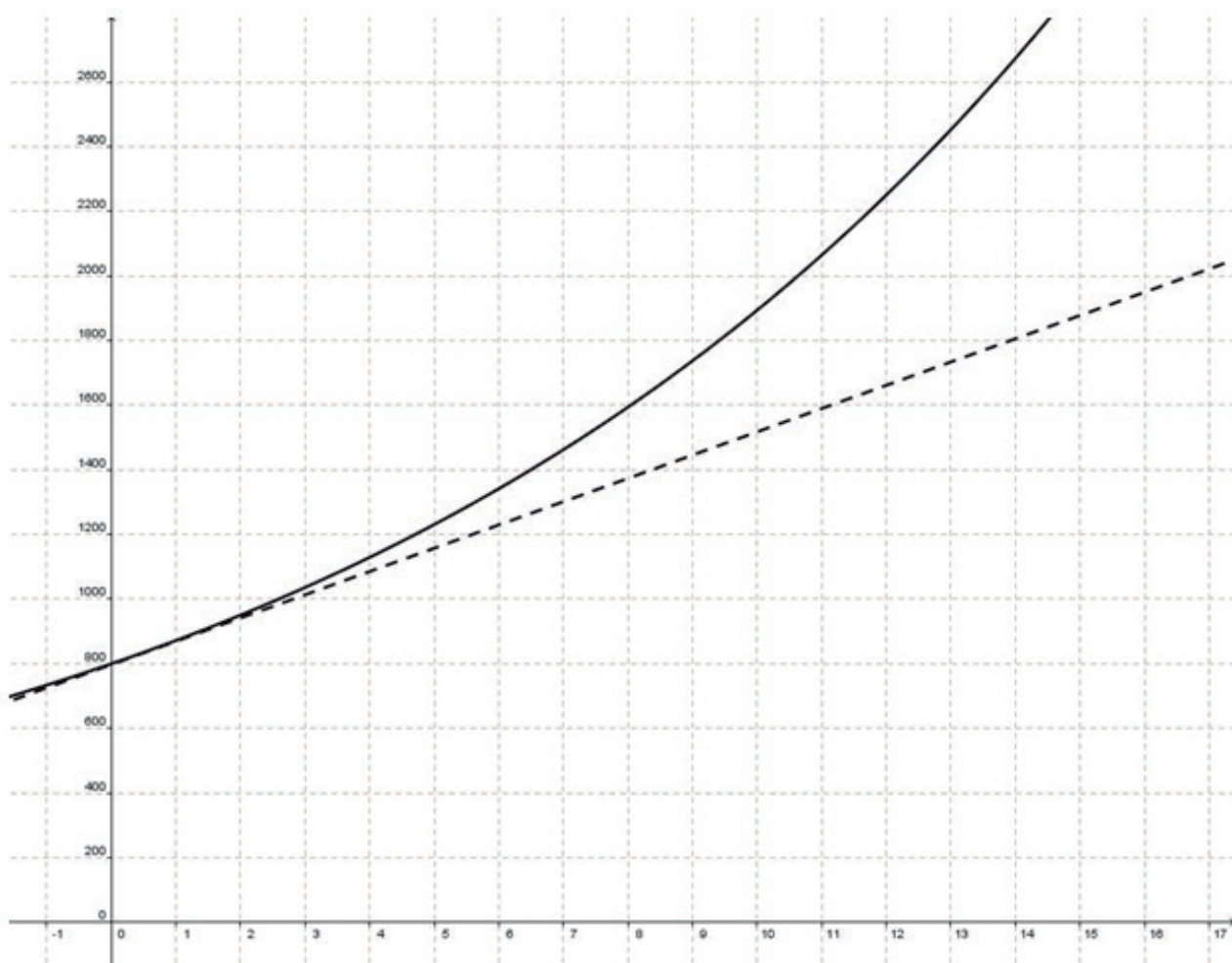
3. O capital de R\$ 360,00 foi aplicado a juros simples durante 3 anos e 2 meses, sob taxa de 0,5 % ao mês. Qual o montante final?

- a. R\$ 68,40
- b. R\$ 428,40
- c. R\$ 542,60
- d. R\$ 654,00
- e. R\$ 420,00

4. Se uma pessoa deseja obter um rendimento de R\$2700,00, dispondo de R\$9000,00 de capital, a que taxa de juros simples quinzenal o dinheiro deverá ser aplicado no prazo de 5 meses?

- a. 10%
- b. 5%
- c. 3%

- d. 8%
- e. 5,5%
5. Um investidor aplicou R\$600 000,00 a juros compostos mensais, durante 2 anos e recebeu um montante de R\$3 804 708,60. Qual foi a taxa da operação? (Dica:  $\sqrt[24]{6,341181} \cong 1,08$  )
- a. 8% a.m
- b. 9% a.m
- c. 10% a.m
- d. 5% a.m
- e. 6% a.m
6. Ao final de quanto tempo, aproximadamente, os juros compostos produzidos por certo capital são iguais à metade deste, se usarmos a taxa de 8%, com capitalização anual?
- a. 5 anos
- b. 6 anos
- c. 7anos
- d. 8 anos
- e. 9 anos
7. Qual o montante gerado pelo capital de R\$ 1.500,00, aplicados a juros compostos durante 6 meses, a uma taxa de 2% ao mês?
8. Um investidor dispõe de um capital de R\$800,00 com o qual fará uma aplicação a uma taxa de 9% ao ano. Abaixo estão dados dois esboços de gráficos, um correspondente à função que representa essa aplicação se realizada a juros compostos e outro que correspondente à função que representa essa aplicação se realizada a juros simples.



Observe e analise o gráfico e responda:

- Qual dos dois gráficos corresponde à aplicação a juros compostos: o de linha contínua ou o de linha pontilhada? Justifique.
- Utilizando os gráficos, faça uma estimativa de em quanto o tempo o investidor poderá dobrar seu investimento, através de uma aplicação a juros compostos?
- Utilizando os gráficos, faça uma estimativa de em quanto o tempo o investidor poderá dobrar seu investimento, através de uma aplicação a juros simples?
- Utilizando os gráficos, faça uma estimativa da diferença entre os montantes obtidos em cada uma das duas modalidades de aplicação, após 12 anos?

## Respostas da Folha de Atividades – Exercícios Complementares

- Para o cálculo do preço à vista do vestido, devemos determinar o valor do desconto em reais. Assim, queremos determinar quanto é 10% de 200. Como  $10\% \text{ de } 200 = 0,10 \cdot 200 = 20$ , temos que o valor à vista do vestido será  $200 - 20 = 180$  reais. Como 100 reais serão pagos no ato da compra, a apenas há incidência de

juros sobre os 80 reais restantes do preço real do vestido. Após passados 30 dias, será cobrado o valor de 100 reais e não mais os 80. Então podemos dizer que uma certa taxa  $i$  de juros, ao incidir sobre os 80 reais, resulta em 100 reais. Assim  $80 \cdot i = 100$ . Logo  $i = \frac{1}{4}$  ou  $i = 0,25$ . O que corresponde a uma taxa de 25%.

2. Suponhamos que o preço de tabela do produto corresponda a um valor  $P$ . Optando pela alternativa  $a$ , o comprador teria um desconto de 65% e, portanto, pagaria 35% (100% - 65%) do preço de tabela, o que podemos representar por  $0,35P$ . Optando pela alternativa  $b$ , o comprador pagaria um desconto de 55% e, portanto, pagaria 45% (100% - 55%) do preço de tabela –  $0,45P$  –, mas apenas 30 dias após compra. Se, ao invés de pagar os 35% do valor de tabela no ato da compra, conforme a alternativa  $a$  de pagamento, o comprador aplicasse esse capital a uma taxa de 25% ao mês, 30 dias depois ele teria um montante de  $0,35P + 0,25 \cdot 0,35P = 0,35P + 0,0875P = 0,4375P$ . Esse montante é menor que o necessário para a compra do produto pela alternativa  $b$ . Logo a alternativa  $a$  é a mais vantajosa para o comprador.
3. Numa aplicação a juros simples o montante  $M$  pode ser calculado da seguinte forma:  $M = C + C \cdot i \cdot t$ , onde  $C$  corresponde ao capital inicial,  $i$  à taxa e  $t$  ao tempo de aplicação. Logo, o montante resultante da aplicação de 360 reais a uma taxa de 0,5% (0,005) ao mês por 3 anos e 2 meses (38 meses), será:  $M = 360 + 360 \cdot 0,005 \cdot 38 = 360 + 68,40 = 428,40$ . Assim a alternativa correta é a letra B.
4. Numa aplicação a juros simples o montante  $M$  pode ser calculado da seguinte forma:  $M = C + C \cdot i \cdot t$ , onde  $C$  corresponde ao capital inicial,  $i$  à taxa e  $t$  ao tempo de aplicação. Logo, se o rendimento resultante da aplicação de 9000 reais é igual a 2700 ao final de 5 meses (10 quinzenas), a taxa de aplicação quinzenal pode ser obtida da seguinte forma:  $9000 + 2700 = 9000 + 9000 \cdot i \cdot 10$ , ou seja,  $90000 i = 2700$ . Logo  $i = 0,03$  ou 3%. Assim a alternativa correta é a letra C.
5. Numa aplicação a juros compostos o montante  $M$  pode ser calculado da seguinte forma:  $M = C (1 + i)^t$ , onde  $C$  corresponde ao capital inicial,  $i$  à taxa e  $t$  ao tempo de aplicação. Logo, se o montante resultante da aplicação de 600000 reais é igual a 3804708,60 ao final de 2 anos (24 meses), a taxa de aplicação mensal pode ser obtida da seguinte forma:  $3804708,60 = 600000 (1 + i)^{24}$ , ou seja,  $(1 + i)^{24} = 6,341181$ . Usando a dica informada no enunciado do exercício, temos  $1 + i = 1,08$ . Logo  $i = 0,08$  ou 8%. Assim a alternativa correta é a letra A.
6. Numa aplicação a juros compostos o montante  $M$  pode ser calculado da seguinte forma:  $M = C (1 + i)^t$ , onde  $C$  corresponde ao capital inicial,  $i$  à taxa e  $t$  ao tempo de aplicação. Logo, se  $M = C + C/2$  e  $i = 0,08$ , temos:  $C + 0,5 C = C (1 + 0,08)^t$ . Assim,  $1,5 C = C (1 + 0,08)^t$ . Logo,  $1,5 = (1,08)^t$ . Essa equação exponencial pode ser resolvida a partir de logaritmo, mas, por se tratar de uma questão objetiva, também pode ser resolvida por “tentativa e erro” utilizando os valores indicados nas alternativas.  $1,08^5 = 1,469328077$ ;  $1,08^6 = 1,586874323$ ;  $1,08^7 = 1,713824269$ ;  $1,08^8 = 1,85093021$  e  $1,08^9 = 1,999004627$ . Dos valores obtidos, 1,586874323 é o mais aproximado de 1,5. Logo a alternativa correta é a letra B.
7. Numa aplicação a juros compostos o montante  $M$  pode ser calculado da seguinte forma:  $M = C (1 + i)^t$ , onde  $C$  corresponde ao capital inicial,  $i$  à taxa e  $t$  ao tempo de aplicação. Logo, se o capital é de 1500, durante 6 meses a uma taxa  $i$  de 2% ou 0,02, temos:  $M = 1500 (1 + 0,02)^6$ . Assim,  $M = 1500 (1,02)^6$ . Logo,  $M = 1500 \cdot 1,126162419 = 1689,243629$ . Logo, o montante será de aproximadamente R\$1689,24.
8.
  - a. O gráfico de linha contínua é o correspondente à função que representa a aplicação a juros compostos uma vez que este é representado por uma curva exponencial e não por uma reta, como é o caso do gráfico de linha pontilhada.

- b. Ao dobrar seu investimento, o investidor terá um montante de 1600 reais. Esse valor é atingido, na aplicação a juros compostos, depois de decorridos 8 anos.
- c. Ao dobrar seu investimento, o investidor terá um montante de 1600 reais. Esse valor é atingido, na aplicação a juros simples, depois de decorridos 11 anos.
- d. A diferença entre os montantes obtidos em cada uma das duas modalidades de aplicação após 12 anos é de, aproximadamente, 600 reais.