

Geometria Analítica 1

Cleber Dias da Costa Neto, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves

Introdução

Na unidade 5 do módulo 4 do material do aluno são apresentadas diversas situações e atividades sobre geometria analítica, mais precisamente sobre distância entre pontos, posição relativa entre retas e equação da reta.

Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas.

Sugerimos que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora. É uma atividade que tem por objetivos iniciar a exposição do tema e promover uma dinâmica entre os alunos. Nesse momento, espera-se que os alunos consigam identificar e utilizar o sistema cartesiano ortogonal, calcular a distância entre pontos e determinar a posição relativa de duas retas no plano.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático, e que têm como objetivo trabalhar a identificação de pontos, distâncias e retas no plano cartesiano, apresentar ao aluno a equação da reta em diferentes formas, e fazer com que os alunos consigam determinar as equações da reta a partir de informações envolvendo pontos por onde a reta passa e/ou inclinação. Sugerimos a sua realização nas aulas subsequentes à aula inicial, sempre de acordo com a realidade da sua turma. Recomendamos que você faça alterações e adaptações nas atividades sempre que achar necessário.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento deve ser dedicado a uma revisão do estudo realizado durante esta unidade, utilizando problemas que permitam consolidar o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. E o segundo momento consiste num momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos em detrimento da mera reprodução de exercícios feitos anteriormente. Também disponibilizaremos algumas questões de avaliações de larga escala, como o ENEM, os Vestibulares, os Concursos Públicos, entre outros.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	4	5	6 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Geometria Analítica 1	Distância entre pontos e Equação da Reta
Objetivos da unidade	
Identificar e utilizar Sistema Cartesiano ortogonal	
Calcular Distância entre dois pontos	
Identificar a posição relativa de duas retas no plano	
Conhecer a equação da reta na sua forma reduzida, fundamental e paramétrica	
Determinar a equação de uma reta que passe por dois pontos ou que passe por um ponto e que possua uma determinada inclinação	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	115 a 116
Seção 1 – Plano Cartesiano	117 a 121
Seção 2 – Distância entre dois pontos	121 a 125
Seção 3 – Retas	125 a 131
Conclusão	132
Resumo	132
Veja ainda	133
Referências	133
O que perguntam por aí?	137 a 138
Atividade Extra	139 a 141
Gabarito	142 a 143

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



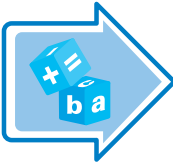
Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividades Iniciais

Descrevemos a seguir situações motivadoras que tem por objetivo fazer com que os alunos iniciem uma discussão coletiva e, antes da etapa de formalização, se familiarizem com o conteúdo matemático a ser trabalhado de forma empírica e com atividades de fácil compreensão. Sugerimos que você escolha a que seja mais adequada à sua realidade, ou, se preferir, utilize uma atividade própria.

Atividade Inicial 1

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Pontos e Retas no papel milimetrado	Cópias da folha de atividades, papel milimetrado	Os alunos são chamados a marcar, no papel milimetrado, os pontos que estão disponibilizados na folha de atividades e a determinar as retas que passam por esses pontos	Turma disposta em duplas	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua as folhas de atividades.

Nesta atividade, os alunos deverão marcar os pontos e perceber uma regularidade. Para isso, os alunos devem utilizar um papel milimetrado disponibilizado por você, professor. Tenha uma postura observadora durante a atividade, mas auxilie os alunos que encontrarem dificuldades.

Aspectos pedagógicos

Professor, primeiramente oriente seus alunos quanto à necessidade de fazer cada passo da atividade. Além disso, fique atento às dificuldades que eles terão ao se depararem com termos como colineares, triângulo retângulo e perpendiculares. É um bom momento para reforçar alguns conceitos anteriores.

Nos itens g e h, as justificativas dos alunos podem ser calcadas na observação do desenho esboçado por eles. Estimule-os a investigarem matematicamente o problema, a fim de que construam argumentos matemáticos.

Não interfira na produção dos alunos de imediato, pois é importante que eles se deparem com o erro e tentem corrigi-los.

Ao final da atividade, proponha que uma dupla verifique o que foi produzido e respondido por outra dupla. Assim, terão uma visão crítica sobre o que foi realizado. Nessa ação, há a transferência de responsabilidade do aprendizado para o aluno, o que é bem saudável.

Caso queira, pode retornar a essa atividade mais a frente para determinar as equações das retas r , s e t .

Folha de atividades – Pontos e Retas

Nome da escola: _____


Nome do aluno: _____

Momento de Reflexão

Atividade: Marque os pontos $A(1, 0)$, $B(3, 1)$ e $C(2, 3)$ no papel milimetrado.

- Esses pontos são colineares? Por quê?
- Qual a distância entre A e B ? E entre B e C ? E entre A e C ?
- Esboce a reta que passa por A e B , nomeando-a de reta r .
- Esboce a reta que passa por B e C , nomeando-a de reta s .
- Esboce a reta que passa por A e C , nomeando-a de reta t .
- Quantos pontos são necessários para definir uma reta? Por quê?
- O triângulo ABC é retângulo? Por quê?
- Existem retas perpendiculares em seu desenho? Por quê? Em caso positivo, informe quais.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Tesouro cartesiano	vídeo Tesouro cartesiano, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1183 , calculadoras e cópias da folha de atividades	o vídeo utilizado nessa atividade usa a geometria analítica para determinar a localização de um tesouro. No problema proposto, os alunos deverão calcular distâncias entre pontos para determinar a localização do tesouro	Duplas ou trios	25 minutos

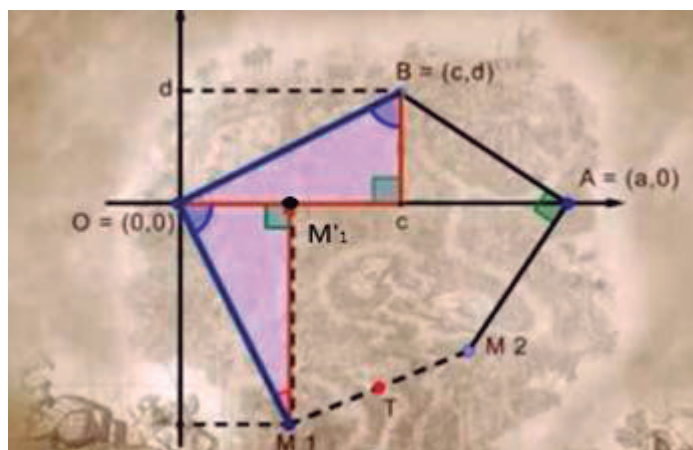
Aspectos operacionais

Exiba o vídeo para a turma. Divida a turma em duplas ou trios e distribua as folhas de atividades. Depois que as duplas trabalharem com os problemas propostos, promova uma discussão com toda a turma sobre as resoluções propostas.

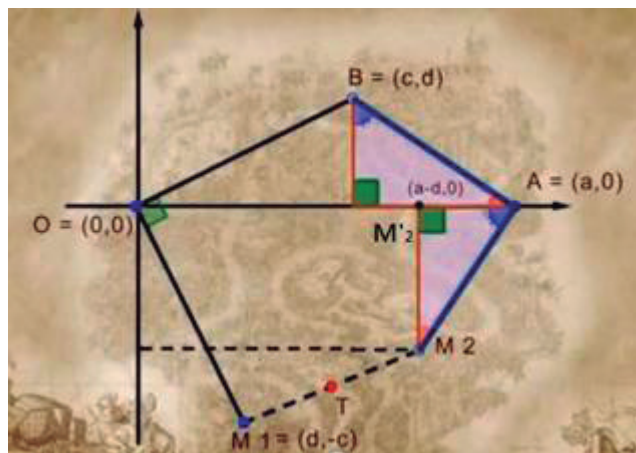
Aspectos pedagógicos

Para justificar as coordenadas de M_1 , é necessário mostrar a congruência entre os triângulos OBC e OM_1M_1' : OM_1' tem a mesma medida de BC , ou seja, mede d ; M_1M_1'

tem a mesma medida de OC , ou seja, mede c . Por isso M_1 tem abscissa d e ordenada $-c$;



Da mesma forma, os triângulos ABC e AM_2M_2' são congruentes: BC é congruente a AM_2' , ou seja, mede d . Dessa forma a abscissa de M_2 é $a-d$, M_2M_2' é congruente a AC . AC mede $a-c$, mas como M_2 é ponto do quarto quadrante, então sua ordenada é $-(a-c)$, que é igual a $c-a$.



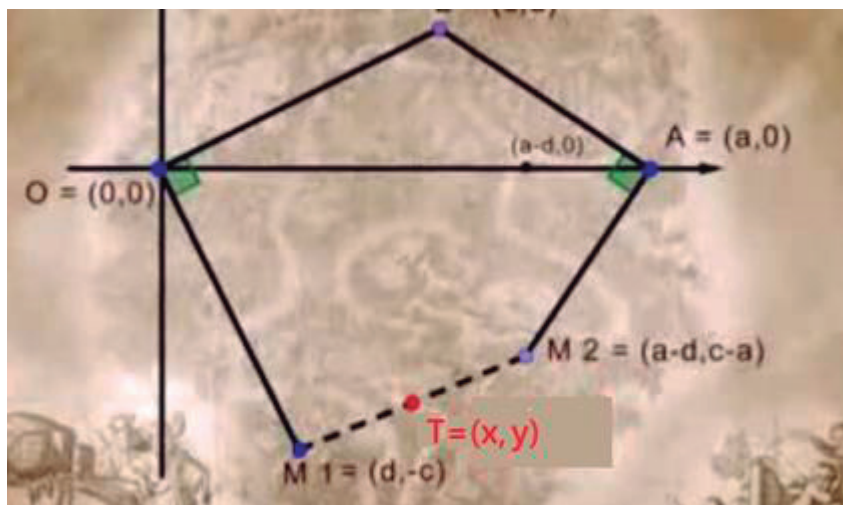
Professor, é comum os alunos terem muitas dúvidas em trabalhar com as coordenadas em termos literais. Por isso, para aproveitar melhor esta atividade, faça um desenho com medidas simples e que mostre de uma forma mais concreta – usando números! - o raciocínio acima. Aproveite o seu exemplo numérico e mostre o cálculo das coordenadas do ponto T .

Folha de atividades – Ache o tesouro

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Olhe o mapa abaixo:



Problema

No vídeo, as coordenadas do ponto $T = (x, y)$ onde está o tesouro foram determinadas fazendo-se a média aritmética das coordenadas dos pontos $M_1 = (d, -c)$ e $M_2 = (a - d, c - a)$. Isto

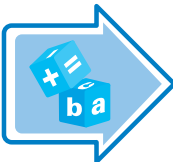
$$T = \left(\frac{d + a - d}{2}, \frac{-c + c - a}{2} \right) = \left(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2} \right).$$

Verifique que a distância entre os pontos T e M1 é igual à distância entre os pontos T e M2.

Seção 1 – Plano Cartesiano

Páginas no material do aluno

117 a 121

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Imagem secreta	Cópias da folha de atividades, lápis de cor	nessa atividade, os alunos marcam os pontos que estão disponibilizados na folha de atividades para construir uma imagem secreta	Trios	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em trios e distribua as folhas de atividades. Nesta atividade, os alunos deverão marcar e ligar os pontos que estiverem num mesmo grupo. Os pontos de grupos diferentes não devem ser ligados. Os alunos devem utilizar o plano cartesiano disposto na folha de atividades para marcar os pontos. Em seguida, devem pintar a imagem com lápis de cor. O professor deve ter uma postura apenas de observador da atividade.

Aspectos pedagógicos

Professor, o mais interessante dessa atividade são os erros, pois os pontos marcados de forma errada vão gerar figuras estranhas que, depois de coloridas, vão se diferenciar da figura correta. Isso pode gerar alguma descontração na turma. Por isso, deixe os erros acontecerem. Os próprios alunos vão comparar, entre si, e verão que algo está errado.

Estimule-os na ação da correção de possíveis erros. Essa é uma boa forma de lidar com algo que, em geral, é desestimulante em aulas de matemática.

Destaque a informação de que devem utilizar o plano cartesiano disposto na folha de atividades para marcar os pontos.

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

1º grupo:

Matemática e suas Tecnologias • Matemática

2º grupo:

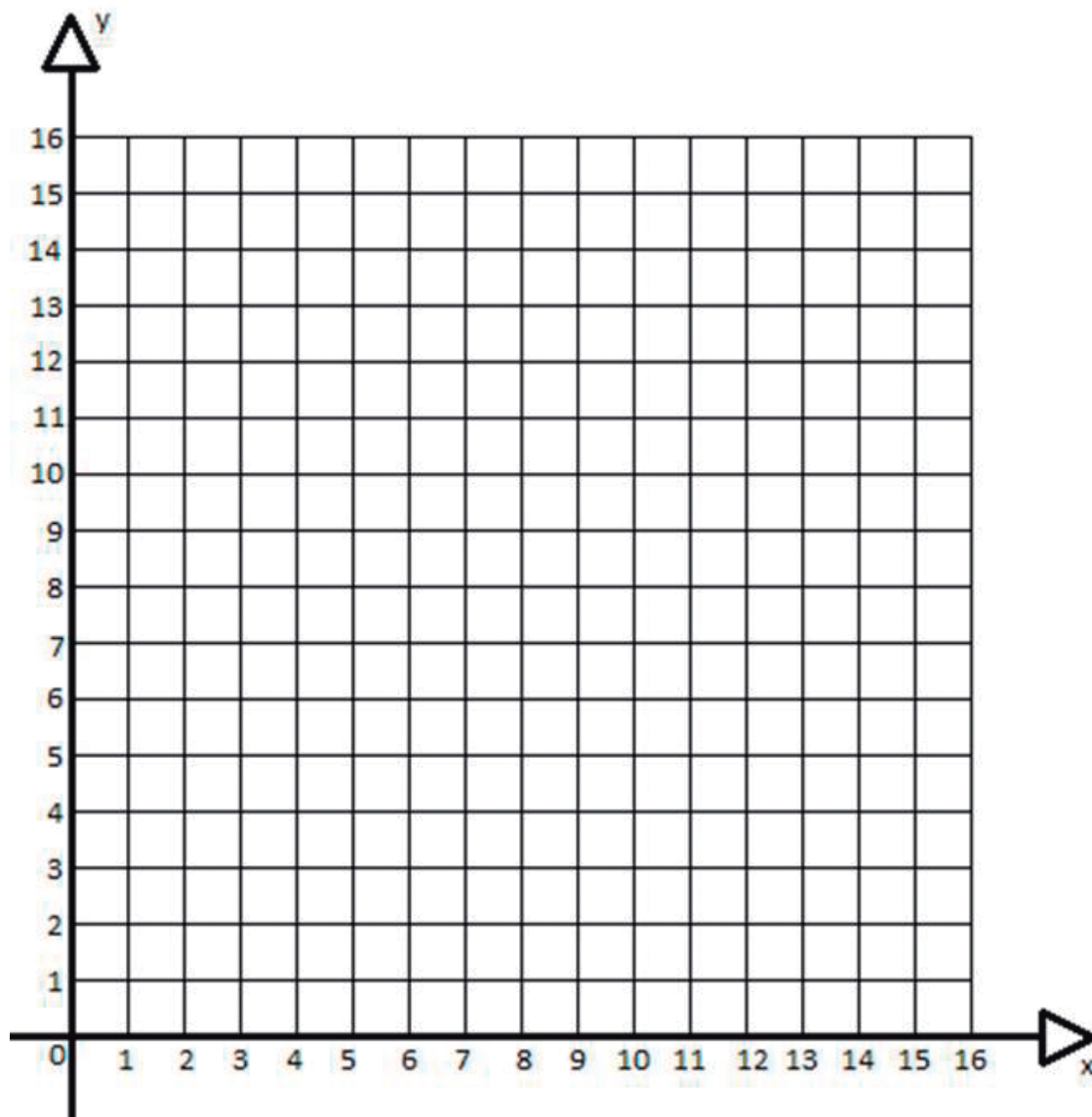
(3, 11) (3, 13) (5, 13) (3, 11)

3º grupo:

(4, 13) (4, 12) (3, 12)

4º grupo:

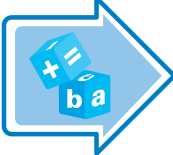
(8, 7) (3, 6) (2, 5) (2, 3) (5, 1) (11, 1) (14, 4) (12, 5) (9, 3) (13, 7) (11, 7) (7, 4) (8, 6) (8, 7)



Seção 2 – Distância entre dois pontos

Páginas no material do aluno

121 a 125

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Navegando na baía	Cópias da folha de atividades	Nessa atividade, os alunos deverão utilizar o quadrilátero cartesiano para determinar a trajetória da embarcação e, assim, calcular ângulos e equações de reta	Duplas	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas, distribua a folha de atividades e oriente seus alunos na marcação dos pontos indicados no texto da atividade. Incentive que as duplas discutam entre si a resolução do problema e apenas observe as possíveis e diversas soluções.

Aspectos pedagógicos

Professor, esta atividade pode se tornar muito mais interessante se cada grupo desenvolver sua solução de forma independente. Por isso, procure não intervir nas resoluções, mesmo que elas estejam incorretas. Afinal, nesta atividade, são exploradas orientações de direção, geometria e cálculos, temas em que a autocorreção se mostra muito eficaz.

O valor obtido no cálculo da tangente é aproximado. Informe aos alunos que a aproximação é permitida a fim de verificar o ângulo de inclinação.

Alguns alunos podem tentar calcular o ângulo $\angle OAB$ na resolução do item (a). Embora o gabarito não contemple este ângulo, os alunos podem encontrar como solução o ângulo 110° .

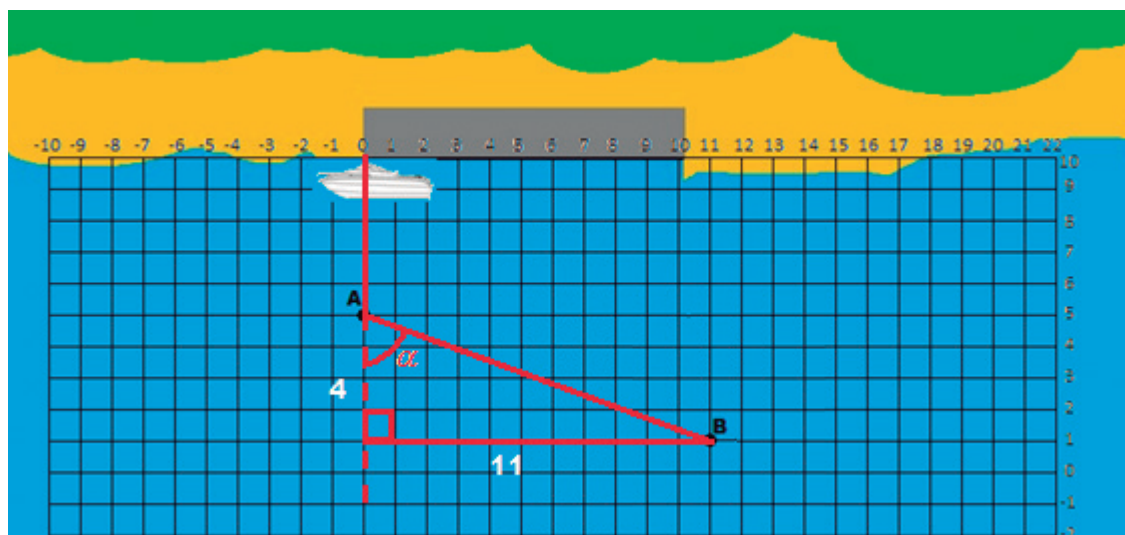
Espera o término da atividade para discutir todas as soluções encontradas. É uma prática muito enriquecedora.

Solução da atividade:

- De acordo com o desenho abaixo e as posições dos pontos no plano cartesiano inserido na figura, temos que o ângulo de inclinação é obtido através do cálculo da tangente.

$$\tan \alpha = \frac{11}{4} = 2,75$$

Logo, de acordo com a tabela, $\alpha \cong 70^\circ$.



- b. Como a reta passa pelos pontos (0, 5) e (11, 1), basta aplicarmos esses dados na equação reduzida da reta $y = mx + n$.

$$\begin{cases} 5 = 0m + n \\ 1 = 11m + n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 = n \\ 1 = 11m + n \end{cases}$$

Substituindo a primeira equação na segunda, temos:

$$11m + 5 = 1$$

$$11m = -4$$

$$m = -\frac{4}{11}$$

Então, a equação da reta é $y = -\frac{4}{11}x + 5$.

- c. A distância do ponto A ao ponto B é dado pela expressão $d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

Assim,

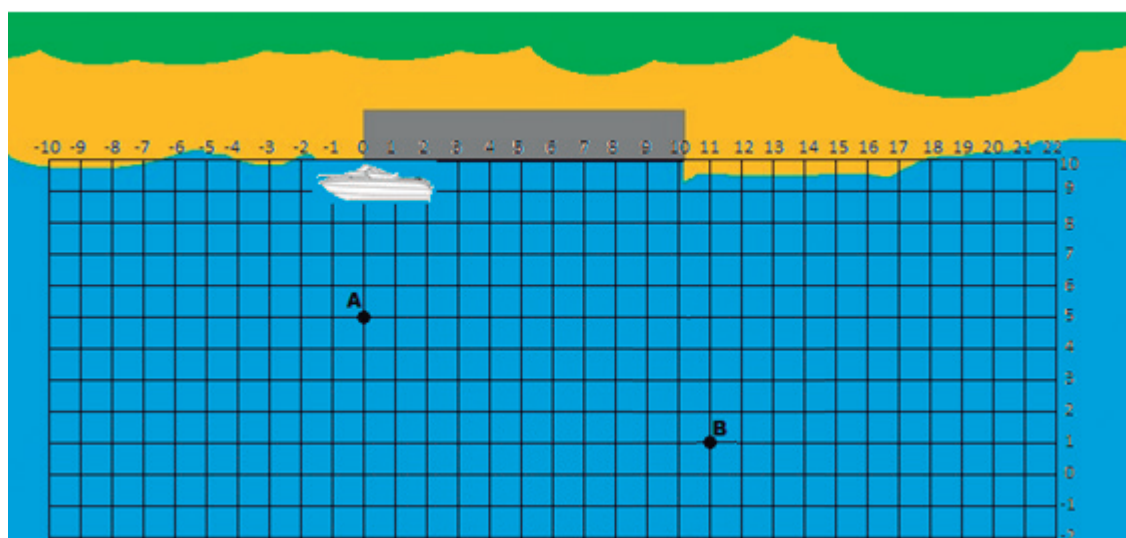
$$d_{AB} = \sqrt{(0 - 11)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{121 + 16} = \sqrt{137} \cong 11,7 \text{ unidades de comprimento.}$$

Folha de atividades – Navegando na Baía

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Uma embarcação policial parte de um porto localizado em uma para efetuar uma ronda em busca de possíveis embarcações suspeitas de contrabando. Como procedimento inicial, a região da baía foi inserida num plano cartesiano conforme a figura abaixo.



A embarcação policial parte do ponto (0, 9) e precisa averiguar duas embarcações situadas nos pontos A(0, 5) e B(11, 1). Inicialmente, abordará a embarcação situada no ponto A e, em seguida, a embarcação no ponto B.

- Admitindo-se que a embarcação policial percorra uma trajetória perpendicular em relação à costa até o ponto A, quantos graus deverá girar para se direcionar do ponto A ao ponto B?
- Qual a equação da reta que passa pelos pontos A e B?
- Qual a distância do ponto A ao ponto B?

Dados:


Tabela de tangentes (tg)

	tg
0°	0,0000
10°	0,1763
20°	0,3640
30°	0,5774
40°	0,8391
50°	1,1918
60°	1,7321
70°	2,7475
80°	5,6713

Seção 2 – Distância entre dois pontos

Páginas no material do aluno

121 a 125

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Investigador cartesiano	Computador e acesso à internet e o applet disponível em http://condigital.unicsulvirtual.com.br/conteudos/Investigador-Cartesiano/Investigador-Cartesiano.swf	Nessa atividade, os alunos irão utilizar um jogo simples que reúne conhecimentos de equação da reta, coordenadas cartesianas, coeficiente angular da reta, entre outros.	Grupos de 3 a 6 alunos	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em grupos de 3 a 6 alunos e mostre a atividade no telão. Defina, sob qualquer critério, a ordem em que os grupos irão responder às perguntas. Cada grupo deve responder às quatro perguntas que compõem um cenário. Ao final de cada cenário, o jogo deve ser reiniciado para que o outro grupo possa efetuar sua jogada.

Como os alunos devem responder corretamente para passar para a próxima galáxia no jogo, utilize o critério tempo para determinar a classificação dos grupos.

As perguntas são aleatórias e são modificadas a cada reinício de jogo. O nível de dificuldade é basicamente o mesmo em todos os cenários.

A tela inicial do jogo está disposta abaixo. Para começar, basta clicar no botão Iniciar.



Em seguida, uma tela de ajuda é exibida para que os alunos entendam os procedimentos necessários neste jogo.



Para sair da tela de Ajuda, basta clicar no botão Fechar, na parte superior direita da tela.

Após essa etapa, surge a tela inicial do jogo.



Na parte superior da tela, é exibida uma mensagem que auxilia na condução da atividade. Inicialmente, é solicitado que se procure a galáxia 1. O número da galáxia é referente ao quadrante onde ela se encontra. Logo, a galáxia 1 se encontra no 1º quadrante. Desse modo, encontraremos esta galáxia clicando sobre as coordenadas referentes ao pontinho amarelo que está sobre o número da galáxia.



Clique no botão Confirmar e uma pergunta surgirá no campo Pergunta.



Após a exibição da pergunta, os alunos deverão indicar a resposta. Os alunos só poderão prosseguir para a próxima galáxia depois de darem a resposta certa. O processo continua da mesma maneira, até que se percorram as quatro galáxias.

Aspectos pedagógicos

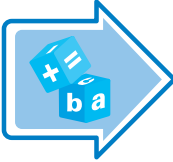
Professor, auxilie os alunos nos assuntos que forem sendo perguntados e que considerar que o grupo não domina. Lembre-se de que atividade não tem o objetivo de mostrar o quanto os alunos não sabem, e sim servir de apoio para o desenvolvimento do conhecimento.

Em alguns casos, os números digitados na resposta devem estar aproximados (não são aceitas frações, sendo, então, necessário que as transforme em números decimais). Auxilie-os nesta transformação e no arredondamento.

Seção 2 e 3 – Distância entre dois pontos e retas

Páginas no material do aluno

121 a 131

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jogo das paralelas e perpendiculares	Cópias da folha de atividades, dado montado a partir da folha	Nessa atividade, os alunos deverão construir retas determinadas por pontos obtidos através de lançamento de dados e compará-las com a reta dada no jogo. Deverão concluir se as retas são paralelas, perpendiculares ou apenas concorrentes (não perpendiculares)	Grupos de 3 ou 4 alunos	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em grupos de 3 a 4 alunos e distribua a folha de atividades que contém o plano cartesiano. Inicialmente, os alunos deverão construir o dado que servirá de apoio ao jogo. Em seguida, deverão construir a Reta do Jogo no plano cartesiano.

Os alunos deverão jogar o dado duas vezes e, assim, determinar as coordenadas do primeiro ponto. Em seguida, marcam o ponto no plano cartesiano. Para o segundo ponto, devem repetir o procedimento. Depois de marcados os pontos, o aluno que estiver jogando deverá traçar a reta que contém esses dois pontos. Em seguida, deverá calcular a equação reduzida da reta que acabou de construir. O mesmo processo se repete com os demais integrantes do grupo.

Os participantes dos grupos devem computar seus pontos de acordo com a tabela abaixo:

RETA DO JOGO :	$y = 2x + 3$
RETA NÃO PERPENDICULAR	1 PONTO
RETA PARALELA	2 PONTOS
RETA PERPENDICULAR	3 PONTOS
RETA COINCIDENTE	5 PONTOS

Quem conseguir encontrar uma reta paralela à reta do jogo, ganha 2 pontos. Se encontrar uma reta perpendicular, ganha 3 pontos. Se encontrar uma reta coincidente, ganha 5 pontos. Caso encontre uma reta concorrente, mas não perpendicular à reta do jogo, o aluno ganha apenas 1 ponto.

Quem conseguir atingir 6 pontos primeiro será o vencedor.

Aspectos pedagógicos

Professor, auxilie os alunos durante as primeiras rodadas do jogo, certificando-se de que todos entenderam a dinâmica. Peça para que uns ajudem os outros nas primeiras etapas.

Deixe que os próprios alunos percebam que a pontuação atribuída a cada tipo de reta tem relação com a probabilidade de obtenção da mesma. Por exemplo, obter dois pontos que estejam sobre a reta é bem difícil.

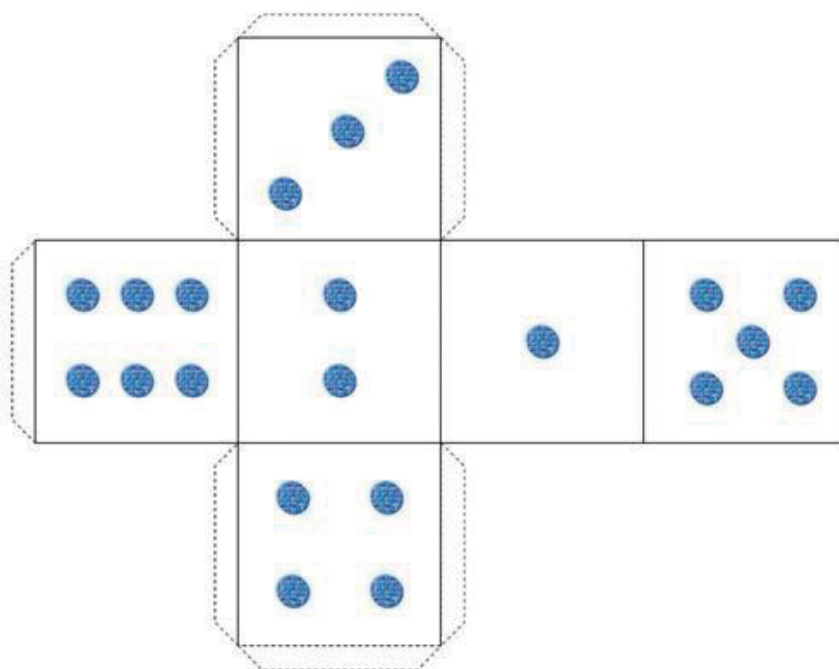
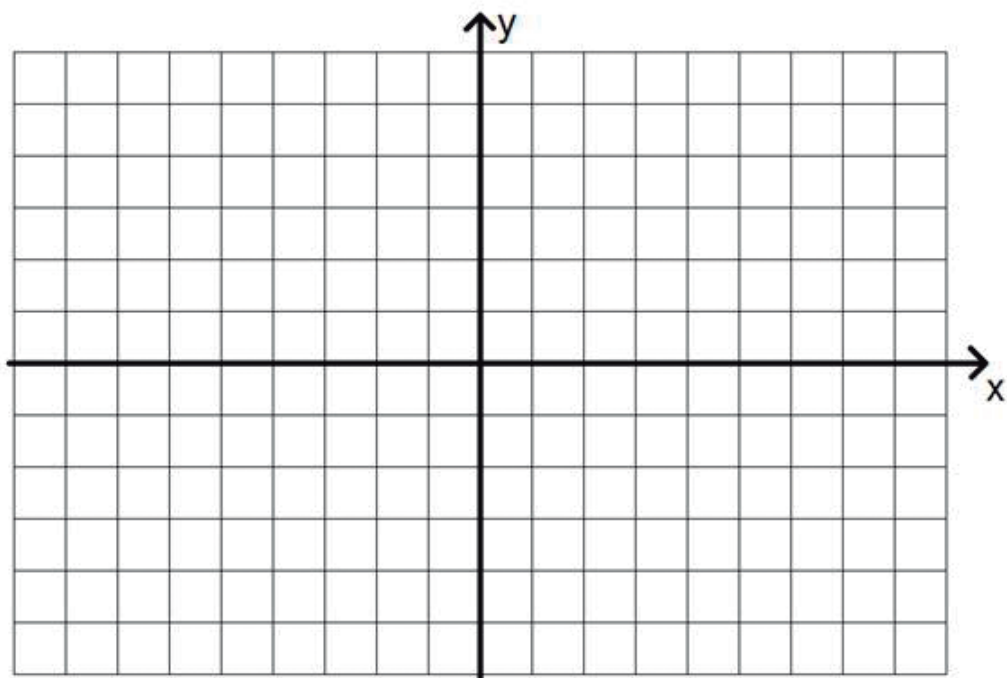
Caso queira, produza dados com faces com números negativos. Assim, conseguirá obter pontos em outros quadrantes.

O objetivo dessa atividade é que o aluno consiga determinar a equação reduzida da reta determinada pelos pontos sorteados, relacionando-a com a reta do jogo. Enfatize isso e deixe bem claro que sem essa ação não será possível avançar no jogo.

Folha de atividades – Jogo das paralelas e das perpendiculares

Nome da escola: _____


Nome do aluno: _____



Seção 2 e 3 – Distância entre dois pontos e retas

Páginas no material do aluno

121 a 131

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Missão Ecológica ²	Aplicativo “GAME - Geometria Analítica: Missão Ecológica”, que pode ser acessado em http://www.nec.fct.unesp.br/NEC/RIVED/Objetos.php , e cópias da folha de atividades	nessa atividade, ao longo de uma missão ecológica na selva, os alunos utilizam o cálculo de distância entre pontos e vão determinar equações reduzidas de retas	Duplas	25 minutos

²Fonte:

<http://www.nec.fct.unesp.br/NEC/RIVED/Objetos.php>

Aspectos operacionais

Acesse o endereço <http://www.nec.fct.unesp.br/NEC/RIVED/Objetos.php>, faça o download do jogo e acesse o arquivo Geometria_Analitica.exe. Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Oriente os alunos acompanhando as folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

O objetivo desta atividade é situar os alunos no plano cartesiano em relação à nomenclatura dos eixos, à direção, ao sentido e às inclinações. Algumas perguntas são conceituais e outras necessitam da execução de procedimentos. Por isso, peça para que os alunos respondam de maneira bem tranquila, pois podem cometer erros ao tentarem fazer a atividade rapidamente.

Folha de atividades – Missão Ecológica

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Nesta atividade você será um combatente na selva. Tente conseguir uma patente.

Você está acessando um aplicativo chamado “GAME - Geometria Analítica: Missão Ecológica”. Na figura abaixo,

vemos sua interface inicial:



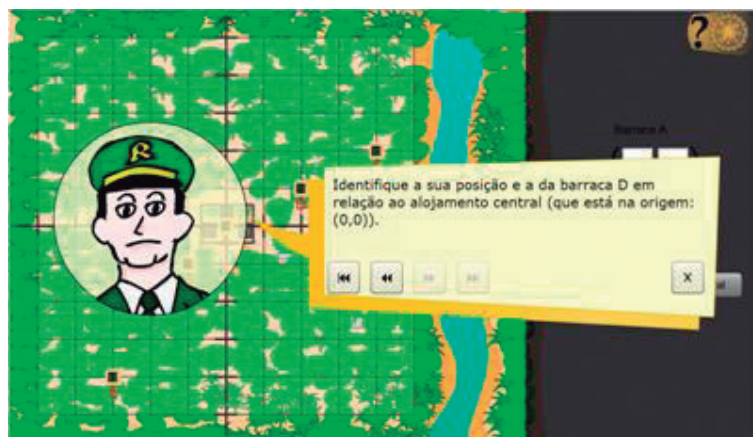
Clique no soldado para iniciar sua missão e aguarde as instruções de seu general. Em suas respostas, quando necessário, use apenas uma casa decimal e use a vírgula como separador decimal.

1. Sua missão

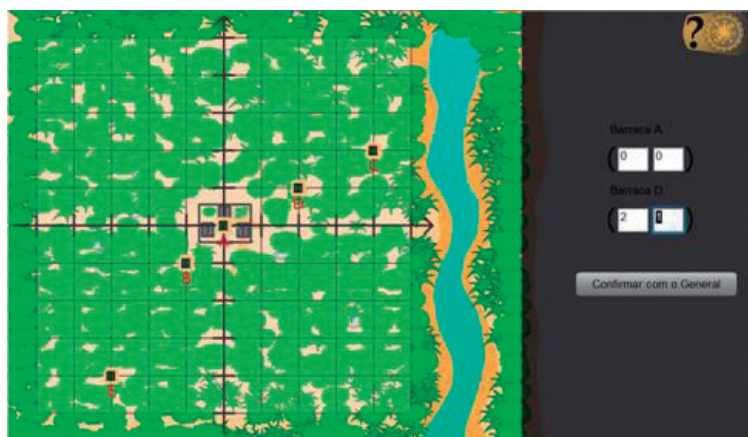
- Com o mouse, selecione a opção “Iniciar treinamento” na parte inferior da tela.



- Clique nas setas para receber as instruções de seu general



Questão: Determine as coordenadas dos pontos solicitados, preencha os campos correspondentes e clique no botão “Confirmar com o general” para conferir sua resposta.



Questão: determine a distância (em metros e em passos) entre as barracas localizadas nos pontos A e D. Cada passo que você dá em direção à barraca D corresponde a meio metro.



Preencha os campos correspondentes e clique no botão “Confirmar com o general” para conferir sua resposta.

Questão: determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos D e A. Preencha os campos correspondentes e clique no botão “Confirmar com o general” para conferir sua resposta.

1. Conquiste sua patente

- Com o mouse, selecione a resposta às perguntas.




Após ter respondido corretamente às perguntas, você pode terminar sua atividade assistindo a um dos vídeos disponíveis. Clique no “Assistir vídeo” na parte inferior da tela.



Seção 2 e 3 – Distância entre dois pontos e retas

Páginas no material do aluno

121 a 131

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A Horta ³	Aplicativo O Problema do Caminho para A Horta, que pode ser acessado em http://www.uff.br/cdme/pch/pch-html/pch-01-br.html , cópias da folha de atividades, calculadoras e régua	nessa atividade, os alunos utilizam o aplicativo para calcular a distância que o agricultor percorre de sua casa até o ponto do rio onde encherão regador	Duplas	25 minutos

³Fonte:

<http://www.uff.br/cdme/pch/pch-html/pch-01-br.html>

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua régua, calculadoras e as folhas de atividades. Trata-se de uma atividade exploratória. Oriente os alunos acompanhando as folhas de atividades a seguir.

Aspectos pedagógicos

Ao final da atividade, escreva no quadro quais foram os valores de x escolhidos pelos alunos na parte inicial da atividade que corresponderam ao menor valor de d . Use esses dados para tentar discutir com eles a variação de d em função de x .

Discuta com eles, até que concluam que no ponto $M(x^*, 0)$ o valor de d será o menor possível.

Folha de atividades – A horta

Nome da escola: _____

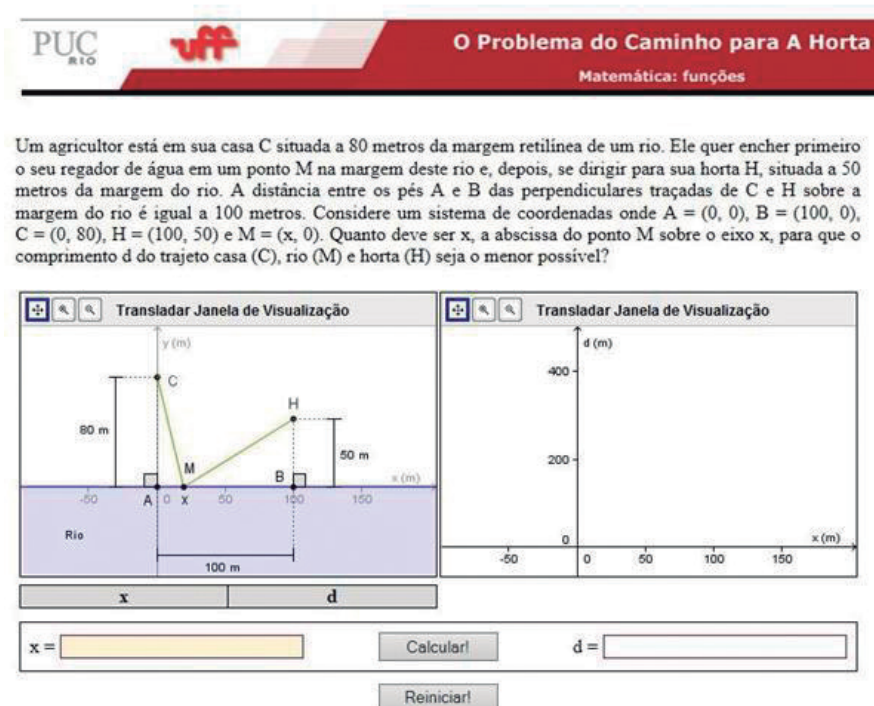
Nome do aluno: _____

Nesta atividade vamos investigar o seguinte problema:

Para regar sua horta, um agricultor sai de sua casa, enche seu regador no rio e vai até a horta. Em que ponto do rio ele deve encher o regador para que o seu percurso seja o menor possível?

Para representar nosso problema, vamos considerar um sistema de coordenadas em que o eixo das abscissas coincide com a margem retilínea do rio, a casa do agricultor está no ponto C (0, 80) e a horta está no ponto H (100, 50). O agricultor irá encher seu regador em um ponto M (x, 0) na margem do rio. Vamos testar vários valores para x, calcular o comprimento d do percurso do agricultor e tentar determinar o valor de x para que o trajeto tenha comprimento mínimo.

Você está acessando um aplicativo chamado “O Problema do Caminho para A Horta”. Na figura abaixo, vemos sua interface inicial:



Note que o comprimento d do percurso do agricultor é dado pela soma da distância entre os pontos C e M e da distância entre os pontos M e H. Isto é,

$$d = \sqrt{x^2 + 80^2} + \sqrt{(100 - x)^2 + 50^2}$$

- Atribua valores para x, clique no botão calcular para determinar o valor correspondente de d e anote os dados na tabela abaixo.

x	d

- Analise seus dados e tente deduzir qual é a posição do ponto M que torna o comprimento do percurso do agricultor o menor possível. (use o aplicativo para calcular o comprimento do percurso correspondente à sua escolha e anote abaixo)

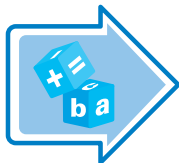
x	d

- Determine a equação da reta r que passa pelos pontos C (0,80) e H' (100, -50)
- Determine as coordenadas (x^*, y^*) do ponto de interseção da reta r com o eixo das abscissas.
- Calcule o comprimento d do percurso do agricultor quando ele enche o regador no ponto M $(x^*, 0)$.

Seção 2 e 3 – Distância entre dois pontos e retas

Páginas no material do aluno

121 a 131

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Retas ⁴	Cópias da folha de atividades	nessa atividade exploratória, os alunos utilizam um aplicativo para investigar a posição relativa de duas retas no plano	Duplas	25 minutos

⁴ Fonte

<http://www.geogebraTube.org/material/show/id/3564>

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Oriente os alunos, acompanhando a folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Escolha $m = 2$ e $b = 3$ e pergunte aos alunos o que eles percebem na reta que aparecerá no plano. Em seguida, escolha $m = -2$ e $b = 1$ e novamente pergunte aos alunos o que eles percebem. Finalmente, escolha $m = -2$ e $b = 3$.

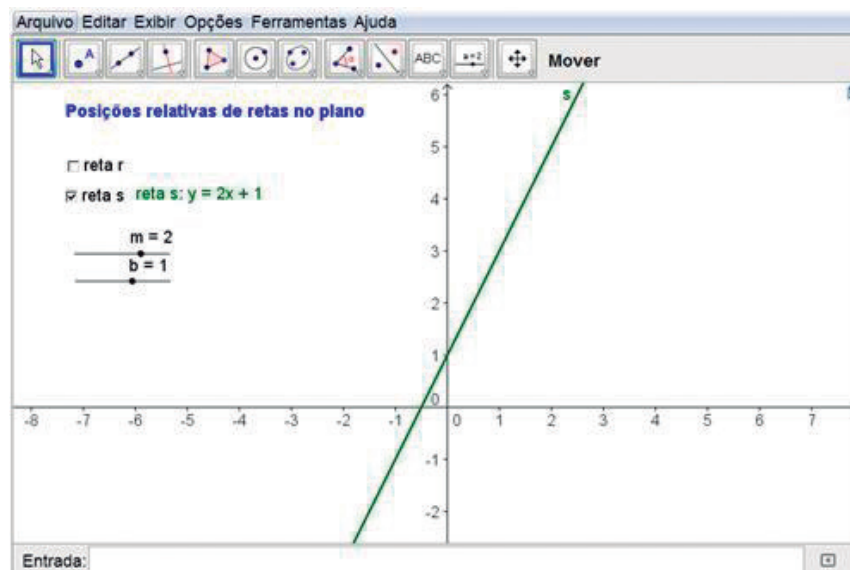
Caso seja necessário, use o quadro para mostrar como as retas são desenhadas e induzir os alunos a responder. Estimule os alunos a escolherem valores (positivo e negativo) para m e o mesmo valor para b ; em seguida, estimule-os a escolher o mesmo valor para m e valores diferentes para b ;

Folha de atividades – Retas

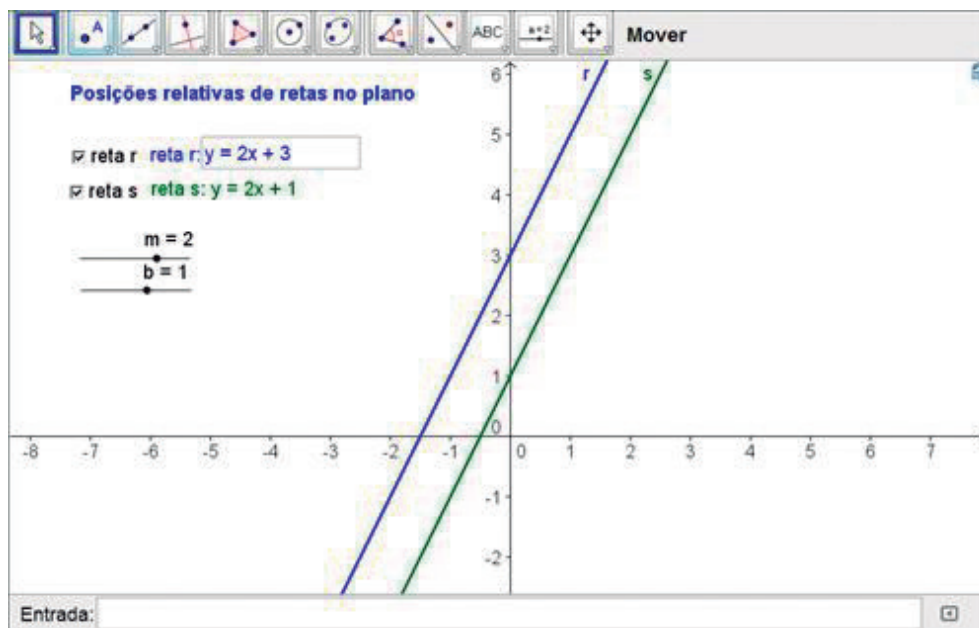
Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Você está acessando um aplicativo chamado Posições relativas de retas no plano. Na figura abaixo, vemos sua interface inicial:



- Marque com o mouse a caixa ao lado do campo “reta r” para visualizar simultaneamente as retas r (em azul) e s (em verde).



- Inicialmente, a equação da reta s é dada por $y = mx + b$, onde $m=2$ e $b=1$. Use os controles deslizantes para alterar os valores de m e b e observe o que acontece com a reta s.

Problemas

- Use os controles deslizantes para escolher os valores de m e b indicados na tabela abaixo. Em cada caso, indique na terceira coluna a posição relativa das retas r e s.

m	b	posição relativa das retas r e s
2	3	
2	1	
3	0	
-1	2	
-0.5	1	

- Use os controles deslizantes para determinar valores de m e b indicados para os quais a posição relativa das retas r e s seja a indicada na terceira coluna.

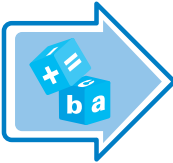
m	b	posição relativa das retas r e s
		Concorrentes
		Perpendiculares
		Paralelas
		Coincidentes

Atividades de avaliação

Nessa seção, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores. As atividades dessa seção também promoverão a reflexão do aluno sobre os conteúdos abordados.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir:

Seção Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens	Cópias da folha de atividades	Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, numa folha de papel, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade, bem como a resolução dos exercícios de revisão	Individualmente	25 minutos

Aspectos operacionais

- Resolva os exercícios da folha de atividades para o aprimoramento e registro das aprendizagens que obteve durante as últimas aulas.

Aspectos pedagógicos

Durante a execução da atividade 1, verifique como os alunos utilizam as informações do enunciado e da figura para a resolução dos problemas.

Auxilie os alunos que apresentam dificuldades, lembrando as definições e resultados.

Na Atividade 2, enfatize a necessidade de utilizarem os conceitos básicos, pois é importante que eles utilizem a imagem conceitual que foi modificada após as aulas. Esta etapa pode estar articulada à seção Veja ainda no material do aluno.

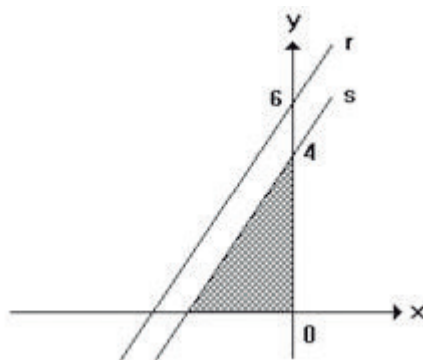
Folha de atividades – Registros de aprendizagens

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Atividade 1:

Na figura ao lado, o triângulo sombreado tem a medida de sua área igual a 6 u.a..

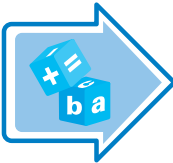


- Escreva as coordenadas dos vértices do triângulo sombreado.
- Determine as coordenadas do ponto médio da hipotenusa do triângulo sombreado.
- Considerando que as retas r e s são paralelas, escreva as coordenadas dos pontos de intersecção da reta r com os eixos OX e OY .
- Determine os coeficientes angulares das retas r e s . Justifique sua resposta.
- Qual a equação da reta s ?
- Qual a equação da reta r ?
- Verifique se o ponto $X(3,10)$ pertence à reta r .
- Calcule a distância do ponto X ao ponto $Y(-6,-4)$.

Atividade 2:

1. Defina com suas palavras o que significa:
 - a. Coeficiente angular:
 - b. Coeficiente linear:
 - c. Parâmetro:
 - d. Retas concorrentes:
 - e. Retas perpendiculares:
 - f. Retas paralelas:
2. Quando duas retas são paralelas, o que podemos dizer sobre os seus coeficientes angulares?

Seção Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso	Cópias da folha de atividades	Para compor o instrumento avaliativo desta etapa, sugerimos a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade. A ideia é que o aluno se familiarize com questões cobradas em avaliações de larga escala, como o ENEM, os vestibulares, os concursos públicos, etc.	Individualmente	20 minutos

Aspectos operacionais

A seguir, oferecemos questões sobre geometria analítica.

Aspectos pedagógicos

Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas.

Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere as equivocadas ressaltando onde reside o erro.

Em geral, existe uma justificativa plausível para as alternativas erradas das questões. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Dessa forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

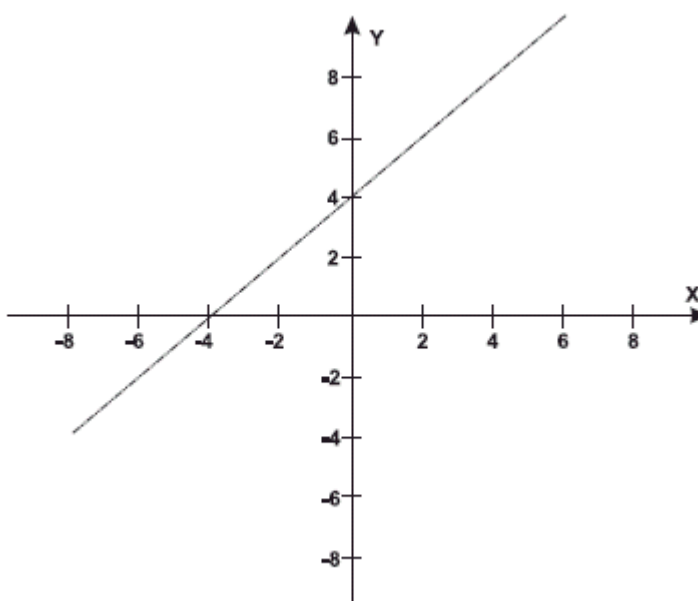
Folha de atividades – Questões de avaliações de larga escala ou concurso

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Questão 1:

ENEM 2011 - Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade.

No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior do que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a:

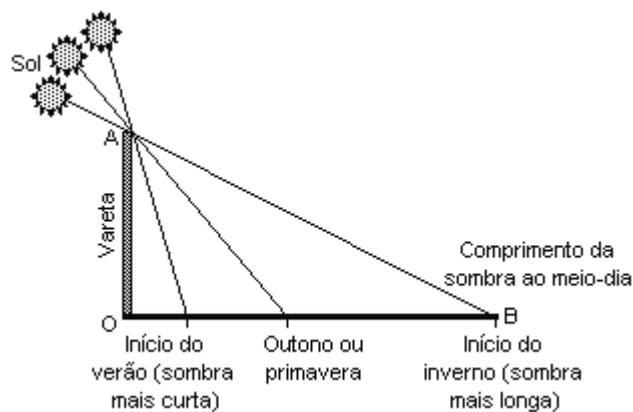
- a. $(-5,0)$
- b. $(-3,1)$
- c. $(-2,1)$
- d. $(0,4)$
- e. $(2,6)$

Questão 2: (UERJ - 2002)

Sabedoria egípcia

Há mais de 5.000 anos os egípcios observaram que a sombra no chão provocada pela incidência dos raios solares de um gnômon (um tipo de vareta) variava de tamanho e de direção. Com medidas feitas sempre ao meio dia, notaram que a sombra, com o passar dos dias, aumentava de tamanho. Depois de chegar a um comprimento máximo, ela recuava até perto da vareta. As sombras mais longas coincidiam com dias frios. E as mais curtas, com dias quentes.

(Adaptado de Revista "Galileu", janeiro de 2001.)



Um estudante fez uma experiência semelhante à descrita no texto, utilizando uma vareta OA de 2 metros de comprimento. No início do inverno, mediu o comprimento da sombra OB, encontrando 8 metros. Utilizou, para representar sua experiência, um sistema de coordenadas cartesianas, no qual o eixo das ordenadas (y) e o eixo das abscissas (x) continham, respectivamente, os segmentos de reta que representavam a vareta e a sombra que ela determinava no chão.

Esse estudante pôde, assim, escrever a seguinte equação da reta que contém o segmento AB:

a. $y = 8 - 4x$

b. $x = 6 - 3y$

c. $x = 8 - 4y$

d. $y = 6 - 3x$