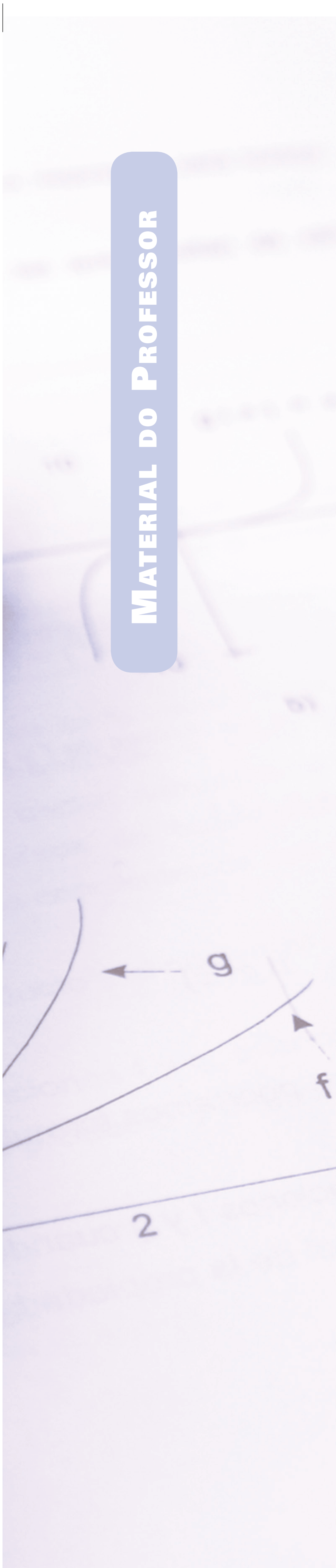


Volume 2 • Módulo 4 • Matemática

Expansão: Geometria Analítica Parte II

Heitor Barbosa Lima de Oliveira (coordenação), Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenação), Gabriela Barbosa, Luciana Felix da Costa Santos, Luciane de Paiva Moura Coutinho, Patrícia Nunes da Silva

Introdução

Na expansão Geometria Analítica 2 do material do aluno são apresentadas várias situações cotidianas que envolvem Geometria Analítica. Preparamos com muito carinho para você um material complementar, cujo objetivo é ampliar as possibilidades de exploração do tema em suas aulas e enriquecer a abordagem dos objetivos deste módulo, que são os seguintes:

- Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações;
- Calcular as coordenadas do ponto de interseção entre retas;
- Determinar a equação da circunferência na forma reduzida, dados o centro e o raio;
- Conhecer as cônicas.

A nossa sugestão é que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora, para a qual trazemos duas propostas. EmIdentificando retas paralelas e perpendiculares, os alunos poderão assistir a um vídeo sobre retas paralelas e perpendiculares e, em seguida, fazer conjecturas sobre semelhanças e diferenças entre os ângulos formados por tais retas.Já em Algumas posições entre retas, com auxílio dos aplicativos, os alunos poderão explorar as relações entre os coeficientes angulares de retas paralelas e de retas perpendiculares.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos que sejam utilizados nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Ressaltamos a importância de fazer as alterações e adaptações que julgar necessárias.

Na Seção 1, trazemos duas propostas de trabalho. EmMemória das retas paralelas, os alunos irão identificar pares de retas paralelas com base na observação de seus coeficientes angulares. Já na atividadeIdentificando retas perpendicularesvocê poderámostrar aos alunos a relação que se estabelece entre os coeficientes angulares de duas retas perpendiculares.

Para a Seção 2, preparamos a atividade Jardim de números, baseada em uma atividade que usa a geometria analítica para planejar a construção de um jardim que tem a forma da bandeira brasileira.Também temos Descobrindo a equação da circunferência, onde os alunos irão medir as distâncias dos pontos de uma circunferência até o seu centro para verificarem a propriedade do lugar geométrico: a equidistância.

Na Seção 3, a atividade Que curva é essa chamada elipse?propõe queos alunos construam uma elipse com o auxílio de uma garrafa pet. E para fechar esta seção, temosA parábola de ponto a ponto, onde os alunos traçarão uma parábola sendo dados a reta diretriz e o foco através de régua e compasso.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos: o primeiro dedicado a uma revisão geral do estudo realizado, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já segundo momento deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

A descrição e o detalhamento de nossas sugestões são apresentados nas tabelas e textos a seguir.

A descrição e o detalhamento das atividades sugeridas estão nos textos e tabelas a seguir

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	2	4	Geometria Analítica Parte II	4 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Geometria Analítica – Parte 2	Geometria Analítica
Objetivos da unidade	
Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações;	
Calcular as coordenadas do ponto de interseção entre retas;	
Determinar a equação da circunferência na forma reduzida, dados o centro e o raio;	
Conhecer as cônicas.	

Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	247 a 248
Seção 1 – Retas ainda	249 a 262
Seção 2 – Circunferência	262 a 268
Seção 3 – As cônicas	268 a 270
Resumo	270
Veja ainda...	270
O que perguntam por aí?	275 a 276

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:

Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.

Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.

Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.

Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.

Exercícios

Proposições de exercícios complementares

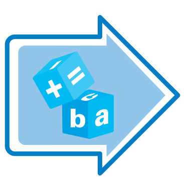
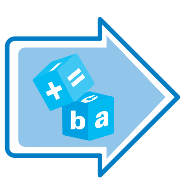
Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Identificando retas paralelas e perpendiculares.	Computador com Datashow e acesso à internet, transferidor, caixa de fósforos.	Os alunos farão duas atividades on line relacionadas ao jogo do máximo, que envolve o conceito de probabilidade	O vídeo será assistido por toda turma e a atividade deve ser realizada em dupla.	40 minutos
	Algumas posições entre retas	Computadores com acesso à internet e cópias da folha de atividades.	Nessa atividade, com auxílio dos aplicativos, os alunos vão explorar as relações entre os coeficientes angulares de retas paralelas e de retas perpendiculares.	Duplas	40 minutos

Seção 1 – Retas, ainda

Páginas no material do aluno

249 a 262

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Memória das retas paralelas	Fichas, construídas a partir do modelo da folha de atividades.	Identificar pares de retas paralelas com base na observação de seus coeficientes angulares.	A atividade pode ser realizada em dupla.	40 minutos
	Como são as retas perpendiculares?	Um conjunto de cartas, construído a partir de modelo da folha de atividades.	O objetivo da atividade é mostrar aos alunos a relação que se estabelece entre os coeficientes angulares de duas retas perpendiculares.	Dupla	2 tempos de 40 minutos

Seção 2 – Circunferência

Páginas no material do aluno

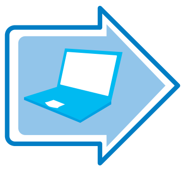
262 a 268

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jardim de números	Vídeo Jardim de números, disponível em no Pendrive, cópias da folha de atividade, régua, calculadora.	O vídeo utilizado nessa atividade usa a geometria analítica para planejar a construção de um jardim que tem a forma da bandeira brasileira. No problema proposto, os alunos devem determinar as equações das retas que dão suporte aos lados do losango e a equação da circunferência presentes no jardim.	Duplas	40 minutos
	Descobrindo a equação da circunferência	Cópias da folha de atividades, tesoura, régua, lápis de cor ou hidrocor.	Nesta atividade, os alunos irão medir as distâncias dos pontos de uma circunferência até o seu centro para verificar a equidistância do lugar geométrico. Além disso, determinarão a equação de uma circunferência de centro na origem.	Duplas	2 tempos de 40 minutos

Seção 3 – As cônicas

Páginas no material do aluno

268 a 270

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Que curva é essa chamada elipse?	Garrafa plástica cilíndrica transparente com líquido,caneta, tesoura, folha de papel.	Os alunos construirão uma elipse com o auxílio de uma garrafa pet. Em seguida, a elipse obtida será desenhada no papel para a construção da curva no plano. Experimento disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1374.	Trios ou quartetos	2 tempos de 40 minutos
	A Parábola Ponto-a-ponto	Lápis, papel milimetrado, régua e compasso.	Os alunos traçarão uma parábola sendo dados a reta diretriz e o foco através de régua e compasso.	Individual	2 tempos de 40 minutos

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo dividido em duas etapas. A primeira consiste no registro de aprendizagens e a segunda é constituída por questões objetivas e dissertativas, a serem escolhidas pelo professor.	Individual.	40 minutos
	Exercícios Complementares	Cópia da folha de atividades.	-	Duplas ou trios.	-

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Identificando retas paralelas e perpendiculares.	Computador com Datashow e acesso à internet, transferidor, caixa de fósforos.	Os alunos farão duas atividades on line relacionadas ao jogo do máximo, que envolve o conceito de probabilidade	O vídeo será assistido por toda turma e a atividade deve ser realizada em dupla.	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, na aula anterior à aula em que for usada esta atividade, peça para que os alunos tragam uma caixa de fósforos para a aula seguinte. No dia da aula propriamente dita, peça para que os alunos assistam ao vídeo Identificando retas paralelas e perpendiculares, disponível no site oficial da Khan Academy em português, em https://www.youtube.com/watch?v=3xOuxvV0rnQ. Você também o encontrará em seu Pendrive / DVD.

Após assistir ao vídeo, peça para os alunos, em duplas,refletirem a respeito das semelhanças e diferenças dos ângulos relacionados às retas paralelas e perpendiculares e realizem o passo a passo sugerido a seguir.

Identificando retas perpendiculares

Peça para que os alunos desenhem e recortem um ângulo reto com o auxílio de um transferidor ou a partir do modelo da ilustração a seguir.

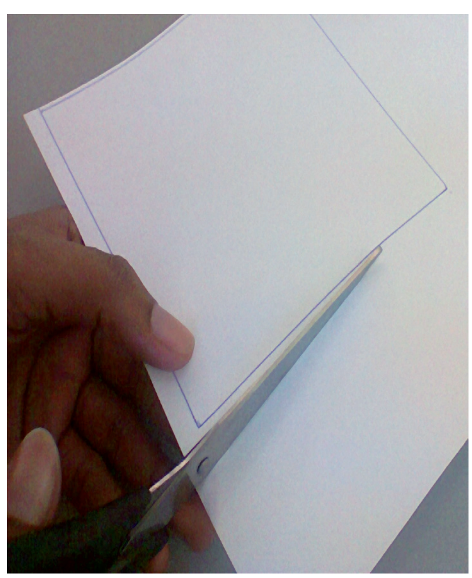


Figura 1: Cortando o ângulo reto

Com o ângulo reto em mãos, peça para que eles identifiquem retas perpendiculares em objetos na sala de aula.

Identificando retas paralelas

Nesta etapa, os alunos irão analisar as caixas que eles levaram. Peça que eles identifiquem duas retas paralelas na caixa, como na ilustração a seguir.

Parte superior da caixa de fósforos:

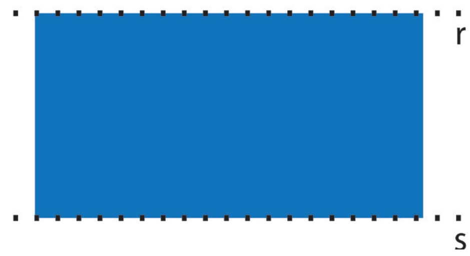


Figura 2: Tampa superior da caixa de fósforos com retas paralelas r e s marcadas

A reta r é paralela à reta s.

Após essa identificação, eles irão traçar uma reta perpendicular a uma das retas (r ou s) com o auxílio do ângulo reto da atividade anterior.

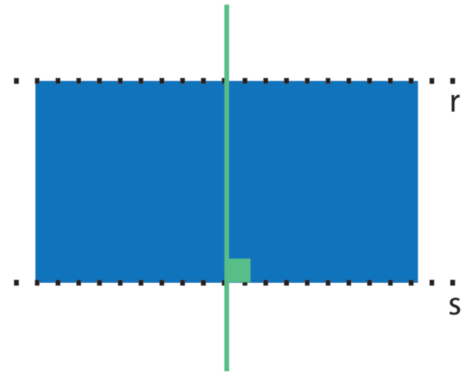


Figura 3: Tampa superior da caixa de fósforos com reta perpendicular à reta s

Agora, peça para que os alunos verifiquem que o ângulo entre a reta desenhada e a outra reta também é reto.

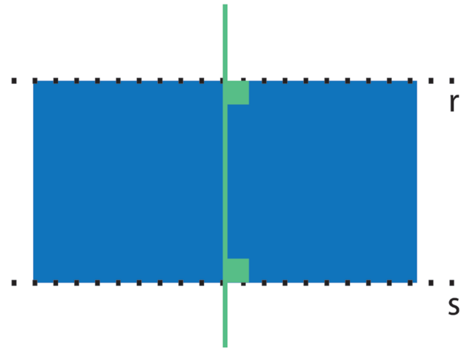


Figura 4: Tampa superior da caixa de fósforos com reta perpendicular às retas r e s

Aspectos pedagógicos

Professor, um dos objetivos dessa unidade é identificar retas paralelas e perpendiculares a partir de suas equações. Escolhemos esse vídeo para que pudéssemos primeiramente sanar qualquer dúvida sobre a identificação do paralelismo e da perpendicularidade.

Já a segunda etapa da atividade permite ao aluno fazer conjecturas a respeito dos ângulos relacionados às retas paralelas e perpendiculares a partir de suas próprias observações. Note que é importante que os alunos, ao final da aula, concluam que

Duas retas são paralelas se, e somente se, os ângulos que elas fazem com uma terceira retasão congruentes.

Duas retas são perpendiculares se, e somente se, elas se interceptam e o ângulo formado entre elas é reto (90o).

Note que, por estarmos buscando uma definição bem intuitiva, ainda não estamos utilizando os termos inclinação ou coeficiente angular. A ideia é que esse momento inicial sejaum facilitador para a seção seguinte, onde iremos aprofundar o tema da identificação das retas paralelas e perpendiculares por meio das equações das retas.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Algumas posições entre retas	Computadores com acesso à internet e cópias da folha de atividades.	Nessa atividade, com auxílio dos aplicativos, os alunos vão explorar as relações entre os coeficientes angulares de retas paralelas e de retas perpendiculares.	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Leve os alunos para o laboratório de informática da escola, divida a turma em duplas, peça para que cada dupla se posicione em frente a um computador e faça a distribuição da folha de atividades. Na primeira parte da atividade, oriente os alunos a acessar o aplicativo Retas paralelas, disponível em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/medio/geometria_analitica/paralelas.htm. Posteriormente, peça que acessem o aplicativo Retas perpendiculares, disponível em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/medio/geometria_analitica/perpendicular.htm.

Os alunos devem seguir as orientações da folha de atividades e preenche-la de acordo com as observações nos links.

Aspectos pedagógicos

Professor, o objetivo dessa atividade é explorar as relações entre os coeficientes angulares de retas paralelas e de retas perpendiculares. Auxilie os alunos a explorarem o software de modo a evidenciar essa relação.

Ao final da atividade, escreva no quadro os valores dos coeficientes angulares escolhidos pelas duplas na segunda pergunta (tanto para a parte das Retas paralelas como na parte das Retas perpendiculares). Use esses dados para tentar discutir com eles a relação entre os coeficientes.

As respostas para os itens propostos são livres. Tente analisar algumas respostas junto com o grupo. Para o item 3 das retas perpendiculares, os alunos deverão obter a seguinte tabela:

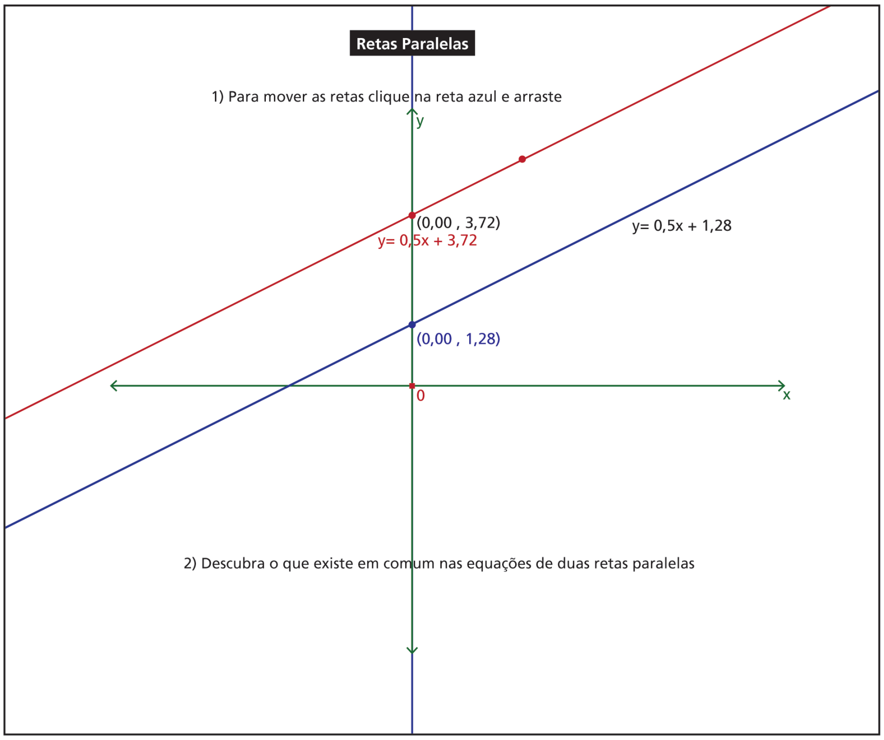
Coeficiente angular da reta azul	5	2	-3	0,5	1
Coeficiente angular da reta vermelha	- 1/5	- 1/2	1/3	2	-1

Folha de atividades

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

Você está acessando um aplicativo chamado Retas paralelas. Na figura abaixo, vemos sua interface inicial:



A equação das retas está apresentada na forma $y = ax + b$ ao lado de cada uma delas.

Use o mouse para mover a reta azul. Observe o que acontece com os coeficientes angulares das retas enquanto você movimenta a reta azul.

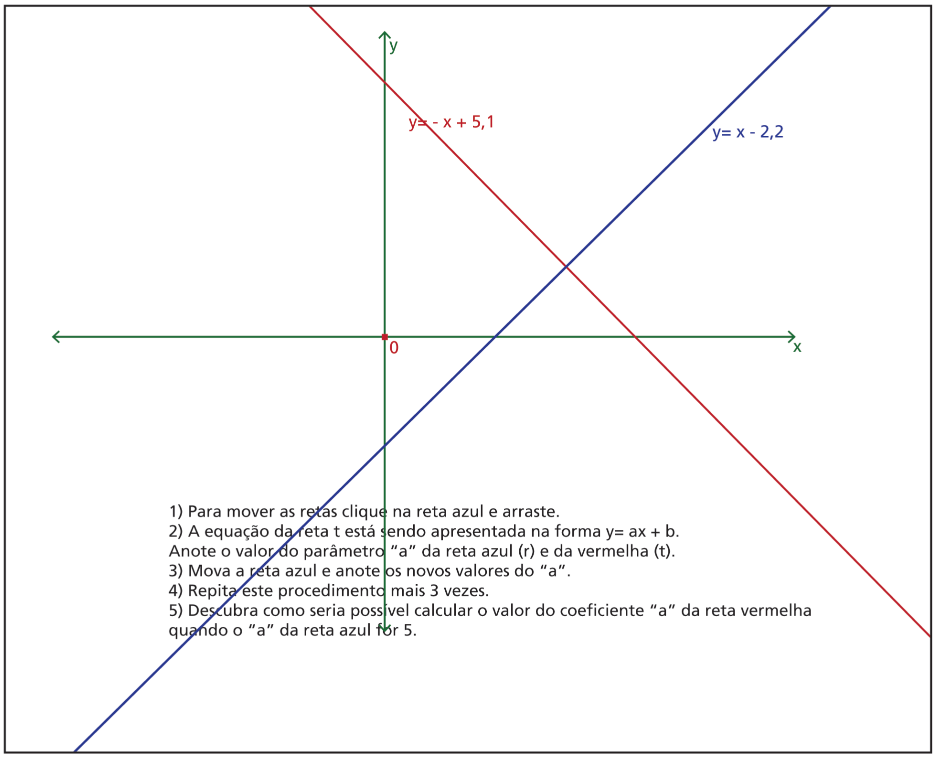
Anote na tabela abaixo alguns valores dos coeficientes angulares encontrados

Coeficiente angular da reta azul					
Coeficiente angular da reta vermelha					

As duas retas apresentadas são paralelas. O que há em comum entre as equações dessas retas?

Retas perpendiculares

Você está acessando um aplicativo chamado Retas perpendiculares. Na figura abaixo, vemos sua interface inicial:



A equação das retas está apresentada na forma ao lado de cada uma delas.

1. Use o mouse para mover a reta azul. Observe o que acontece com os coeficientes angulares das retas enquanto você movimenta a reta azul.

2. Anote na tabela abaixo alguns valores dos coeficientes angulares encontrados

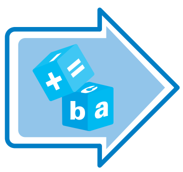
Coeficiente angular da reta azul					
Coeficiente angular da reta vermelha					

3. As duas retas apresentadas são perpendiculares. Determine o coeficiente angular da reta vermelha quando o coeficiente angulara da reta azul é igual ao indicado na tabela abaixo.

Coeficiente angular da reta azul	5	2	-3	0,5	1
Coeficiente angular da reta vermelha					

Seção 1 – Retas, ainda

Páginas no material do aluno
249 a 262

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Memória das retas paralelas	Fichas, construídas a partir do modelo da folha de atividades.	Identificar pares de retas paralelas com base na observação de seus coeficientes angulares.	A atividade pode ser realizada em dupla.	40 minutos

Aspectos operacionais

O objetivo desta atividade é criar condições para que os alunos consigam identificar pares de retas paralelas com base na observação de seus coeficientes angulares. Trata-se de um jogo de memória em que os pares de cartas procurados são os pares que apresentam equações de retas paralelas.

Inicialmente você pode estabelecer um diálogo com a turma, levantando os seguintes questionamentos: O que são retas paralelas? O que são retas perpendiculares? É possível reconhecer se duas retas são perpendiculares entre si sem construí-las no plano cartesiano? Por que é importante escrevermos a equação de uma reta em sua forma reduzida?

Em seguida, distribua para cada dupla um conjunto de cartas, explique as regras e dê início às partidas. As cartas devem ser construídas a partir do modelo da folha de atividades (disponível no pendrive). Quando concluírem, peça-lhes que incrementem o conjunto de cartas, criando novos pares. As regras são as seguintes:

Regra 1: na dupla, um aluno é adversário do outro e eles decidem, no par ou ímpar, quem jogará primeiro.

Regra 2: as cartas devem ser embaralhadas e distribuídas sobre uma mesa sem que seus conteúdos estejam visíveis.

Regra 3: o primeiro jogador deve virar duas cartas e, se elas formarem um par de paralelas, tomá-las para si e desvirar outro par. Caso contrário, ele deverá colocá-las na posição em que se encontravam inicialmente e passar a vez para o seu adversário.

Regra 4: vencerá o jogador que tiver tomado mais pares de cartas.

Aspectos pedagógicos

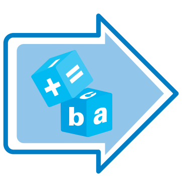
Professor, no diálogo inicial, é importante que os alunos relembrem que as paralelas não se interceptam e que as retas perpendiculares se interceptam formando ângulo de 90°. Além disso, devem reconhecer que é possível concluir que uma reta é paralela à outra sem necessariamente representá-las no plano cartesiano. Afinal, como sabemos, retas paralelas possuem coeficientes angulares iguais. Fique atento, professor, pois estas reflexões permitem destacar as características que diferenciam o estudo da geometria analítica de outros estudos em geometria. A abordagem analítica nos permite tirar conclusões sobre as figuras sem observá-las ou construí-las. Em muitos casos, basta realizar cálculos simples ou fazer comparações com base nas equações que as descrevem.

Empregando os conhecimentos adquiridos sobre condições de paralelismo e perpendicularidade, alguns alunos podem se equivocar na identificação dos coeficientes angulares das retas. Podem, por exemplo, achar que o coeficiente angular é o coeficiente de x independentemente da forma em que as equações das retas estão escritas. Vale sempre lembrar que o coeficiente angular é o coeficiente de x quando a reta está escrita na forma reduzida. Se for necessário, faça uma revisão dos procedimentos algébricos utilizados pelos alunos quando precisam escrever a equação de uma reta nesta forma. E, para fixar estas ideias, você pode concluir a aula pedindo-lhes que criem novos pares de cartas, mas com a seguinte restrição: cada par deve conter a forma reduzida e a forma geral da equação de uma mesma reta.

Seção 1 – Retas, ainda

Páginas no material do aluno

249 a 262

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Como são as retas perpendiculares?	Um conjunto de cartas, construído a partir de modelo da folha de atividades.	O objetivo da atividade é mostrar aos alunos a relação que se estabelece entre os coeficientes angulares de duas retas perpendiculares.	Dupla	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade simples, que deve ser usada para fazer com que seus alunos reflitam com seus alunos sobre a relação que se estabelece entre os coeficientes angulares de duas retas perpendiculares. Para começar, entregue um conjunto de cartas como o que segue em anexo para cada dupla e explique as regras a seguir:

Regra 1: As cartas devem ser embaralhadas e, depois, dispostas sobre a mesa com seus conteúdos à mostra.

Regra 2: Na dupla, um aluno será adversário do outro e, quando o professor autorizar, os alunos devem selecionar pares de cartas que apresentam retas perpendiculares.

Regra 3: Não há ordem de participação dos jogadores, entretanto, o aluno só poderá colocar a mão na carta para tirá-la da mesa.

Regra 4: Quando as cartas acabarem, os jogadores, cada jogador, mostrando seus pares ao adversário, deverá contar seus pontos de acordo com a seguinte tabela:

Cada par...	Pontuação
Certo (par de retas perpendiculares)	+ 2
Errado (par de retas que não são perpendiculares)	- 3

Regra 5: O vencedor será aquele que tiver o maior número de pontos.

Aspectos pedagógicos

Professor, antes de os alunos começarem a jogar, é aconselhável que você relembre com eles que, quando duas retas são perpendiculares, o produto de seus coeficientes angulares é -1. Um equívoco comum, neste estudo, ocorre quando os alunos têm dificuldades para identificar o coeficiente angular. Nunca é demais lembrar a eles que o coeficiente angular pode ser identificado facilmente se a equação da reta estiver na forma reduzida, ou seja, na forma $y = ax + b$.

Observe também que, na soma dos pontos, os alunos terão que efetuar cálculos com números positivo (quando acertarem o par) e negativos (quando errarem o par). Aproveite para também fazer uma revisão das operações com números inteiros.

Como já mencionamos em outras oportunidades, depois que os alunos jogarem, refletir sobre as estratégias que empregaram no jogo pode favorecer o processo de aprendizagem. Assim, sugerimos, ainda, que você peça a eles que exponham suas estratégias e criem novas cartas para o jogo - ou, mesmo, um novo jogo.

Seção 2 – Circunferência

Páginas no material do aluno

262 a 268

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jardim de números	Vídeo Jardim de números, disponível em no Pendrive, cópias da folha de atividade, régua, calculadora.	O vídeo utilizado nessa atividade usa a geometria analítica para planejar a construção de um jardim que tem a forma da bandeira brasileira. No problema proposto, os alunos devem determinar as equações das retas que dão suporte aos lados do losango e a equação da circunferência presentes no jardim.	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, use o computador com Datashow para exibir para a turma o vídeo Jardim de Números, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1121.Ele também será disponibilizado em seu Pendrive / DVD. Em seguida, divida a turma em duplas e distribua as folhas de atividades. Peça que eles utilizem régua e calculadora para resolver o problema.

Depois que as duplas concluírem a atividade proposta, promova uma discussão com toda a turma sobre as resoluções propostas.

Aspectos pedagógicos

Professor, ao exibir o filme pela primeira vez perceba a reação dos alunos para identificar se será necessário repetir a exibição parando em determinados momentos. Talvez seja interessante provocar os alunos a fazerem um rascunho de acordo com o que assistem, antes do trabalho formal com a folha de atividades; isso estimula a atenção. Certifique-se de que o aluno entendeu que a escala da atividade é 1 para 100.

Folha de atividades

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

Leia atentamente as questões abaixo e tente responde-las.

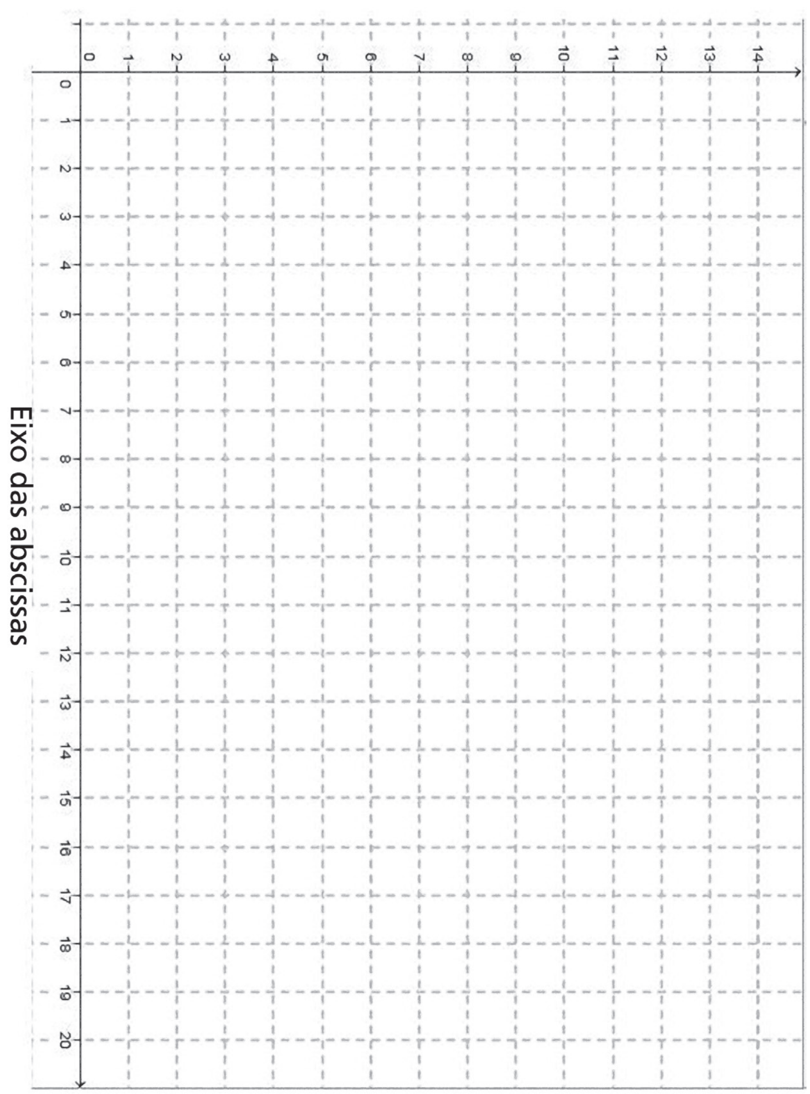
Localize no plano cartesiano, que recebeu, os seguintes pontos:

$$A(0,14), B(20,14), C(0,0), D(20,0), E(1.7,7), F(10,12.3), G(18.3,7), H(10,1.7) \; e \; O(10,7)$$

Determine as equações da reta que passa pelos pontos $E(1.7,7)$ e $F(10,12.3)$ e da reta que passa pelos pontos $G(18.3,7)$ e $H(10,1.7)$.

A reta que passa pelos pontos $E(1.7,7)$ e $F(10,12.3)$ é paralela à reta que passa pelos pontos $G(18.3,7)$ e $H(10,1.7)$

Determine a equação da circunferência cujo centro éo ponto $O(10,7)$ e a medida do raio é igual a 3.5.



Seção 2 – Circunferência

Páginas no material do aluno

262 a 268

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Descobrindo a equação da circunferência	Cópias da folha de atividades, tesoura, régua, lápis de cor ou hidrocor.	Nesta atividade, os alunos irão medir as distâncias dos pontos de uma circunferência até o seu centro para verificar a equidistância do lugar geométrico. Além disso, determinarão a equação de uma circunferência de centro na origem.	Duplas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, a ideia desta atividade é fazer com os alunos verifiquem a propriedade de equidistância de uma circunferência, usando a fórmula de distância entre dois pontos. E, ainda, utilizando a ideia de distância entre pontos, eles deverão determinar a equação de uma circunferência de centro na origem.

Distribua a folha de atividades para as duplas e auxilio-os na resolução das questões.

Aspectos pedagógicos

Professor, todas as construções geométricas devem ser justificadas aos alunos. Dessa forma, é muito importante esclarecer que as dobraduras realizadas na primeira parte da atividade localizam o centro da circunferência.

É possível que alguns alunos não consigam fazer a associação entre a dobradura e a verificação de que as distâncias entre todos os pontos da circunferência e o centro são congruentes. Se achar necessário, faça uma breve revisão sobre osconceitosde distância entre dois pontos e de circunferência como lugar geométrico dos pontos equidistantes de um ponto dado. Você pode utilizara fórmula de distância entre dois pontos para deduzir a equação da circunferência.

Neste caso, iremos obter a seguinte equação

$$d(O, P) = \sqrt{(x^2 + y^2)}$$

Mas como a distância do ponto O a qualquer ponto da circunferência coincide com o raio, isto é, d(O, P) = R, onde R é o raio da circunferência, então, podemos escrever

$$d(O, P) = \sqrt{(x^2 + y^2)} = R$$

Logo, x2 + y2 = R2

Assim, temos a conhecida equação reduzida da circunferência de centro na origem do plano cartesiano

Folha de atividades

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

Leia atentamente as questões abaixo e tente responde-las.

a. Recorte a circunferência desenhada a seguir.

b. Dobre-a ao meio de duas maneiras diferentes, formando dobras em cruz, e com o auxílio de um lápis e uma régua realce as marcas das dobras.

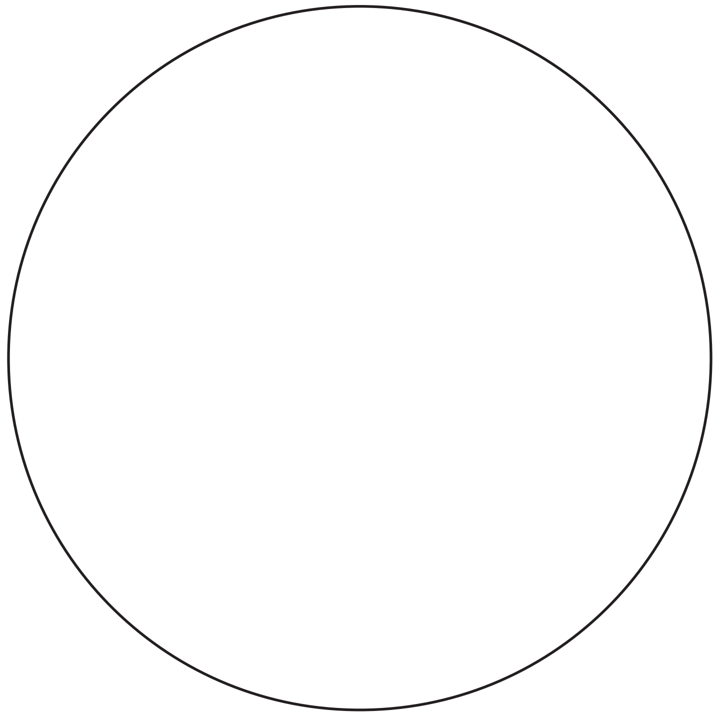
c. Marque o ponto de encontro dos segmentos de reta formados pelas dobras e chame-o de ponto C. Os pontos de encontro desses segmentos com a circunferência chame de M, N, P e Q, respectivamente.

d. Agora, com o auxílio da régua, meça a distância do ponto C aos pontos M, N, P e Q. O que você observa em relação às distâncias dos pontos M, N, P e Q ao ponto C?

e. Agora, em uma folha em branco, desenhe dois outros segmentos e considere-os como eixos coordenados do plano cartesiano. Seja o ponto O, a origem desse plano e represente-o por O(0,0).

f. Com o auxílio do compasso, desenhe uma circunferência de centro em O e marque um ponto P(x, y) sobre ela.

g. Calcule, analiticamente, a distância do ponto O a P. Você seria capaz de dizer o que a equação obtida representa?



Seção 3 – As cônicas

Páginas no material do aluno

268 a 270

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Que curva é essa chamada elipse?	Garrafa plástica cilíndrica transparente com líquido,caneta, tesoura, folha de papel.	Os alunos construirão uma elipse com o auxílio de uma garrafa pet. Em seguida, a elipse obtida será desenhada no papel para a construção da curva no plano. Experimento disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1374.	Trios ou quartetos	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, para construir a elipse, peça para que os alunos inclinem a garrafa com o líquido e marquem a curva gerada entre a superfície do líquido e a garrafa. Em seguida, peça para os alunos esvaziarem a garrafa e recortarem a curva desenhada, de forma análoga à apresentada nas imagens a seguir.

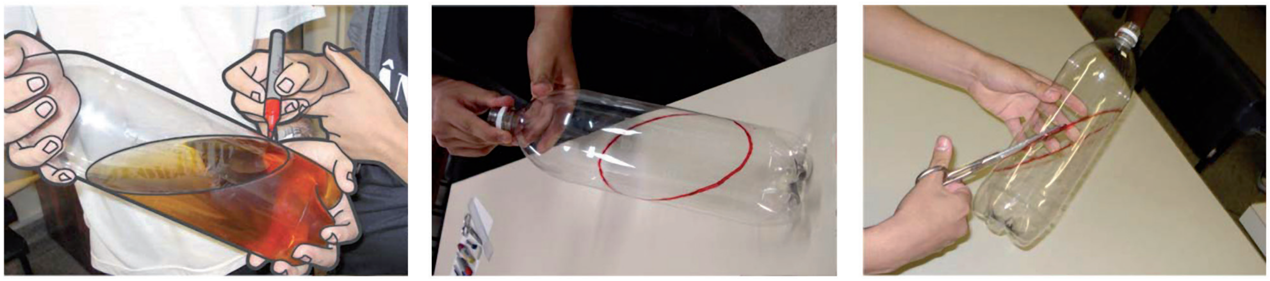


Figura 5: Marcando e cortando uma elipse numa garrafa de plástico.

Após recortá-la, peça para os alunos desenharem a curva obtida em uma folha de papel, como mostram as figuras:

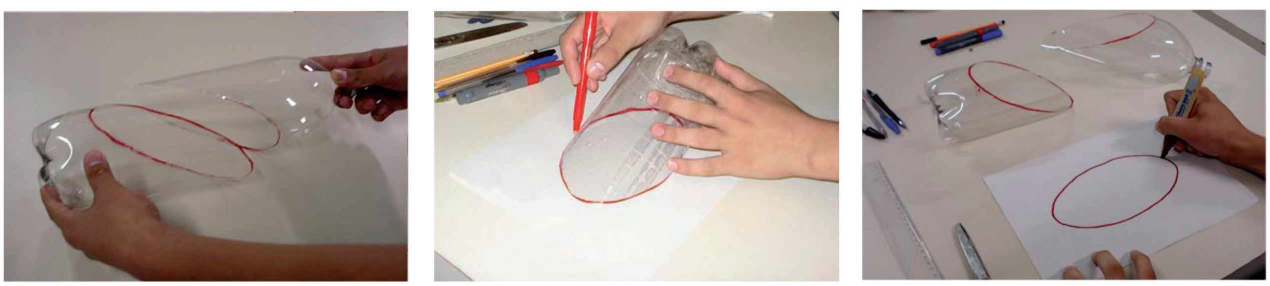


Figura 6: Marcando e cortando uma elipse numa garrafa de plástico.

Está pronto! A curva obtida pelos alunos é uma elipse.

Aspectos pedagógicos

Professor, essa é uma atividade que pode ser aproveitada de muitas maneiras. Primeiramente, um experimento costuma fazer com que os alunos se envolvam por completo na atividade. Sob outro aspecto, a construção do objeto a ser estudado facilita o entendimento do assunto a ser desenvolvido. Além disso, a possibilidade de manipular a elipse construída permitirá a identificação mais concreta dos elementos desta figura. Isso pode ser observado no passo a passo a seguir:

Dobre a região cortada no sentido do menor comprimento, odo eixo menor da elipse, e depois no sentido do maior comprimento, o do eixo maior da elipse, buscando a simetria entre as partes. Marque bem os dois vincos e note que os eixos devem ser perpendiculares.

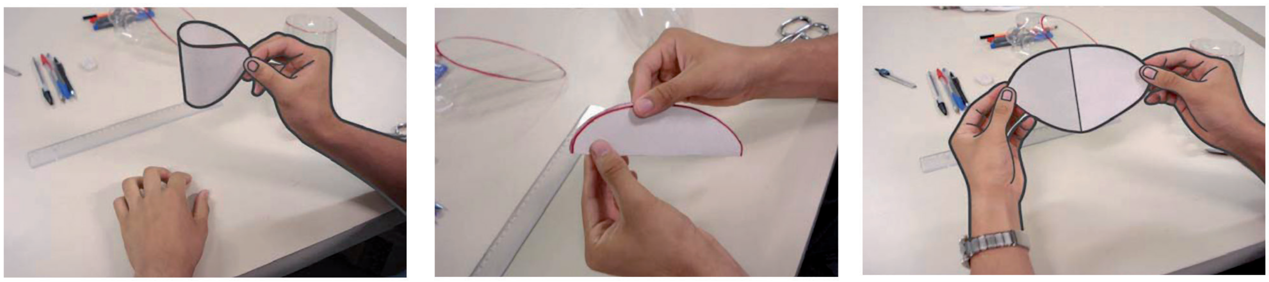


Figura 7: Marcando o eixo maior e o eixo menor da elipse

Para localizar os focos F1 e F2, utilize um compasso ou um pedaço de barbante e tome a medida igual à metade do eixo maior.

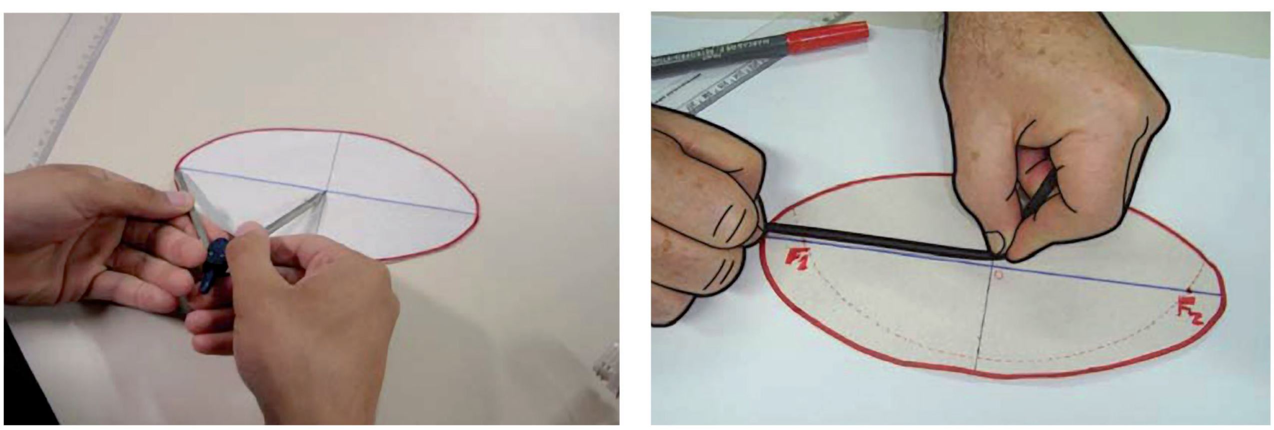


Figura 8: Medindo o eixo maior com um compasso ou com um barbante

Agora, marque no eixo maior os pontos F1 e F2.

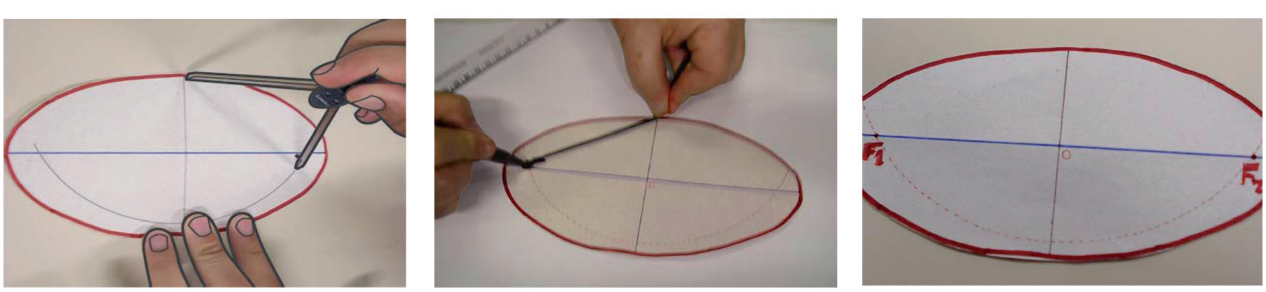


Figura 9: Marcando os focos da elipse

Com um alfinete em cada foco e um terceiro no ponto B, fixe a região obtida nas etapas anteriores.

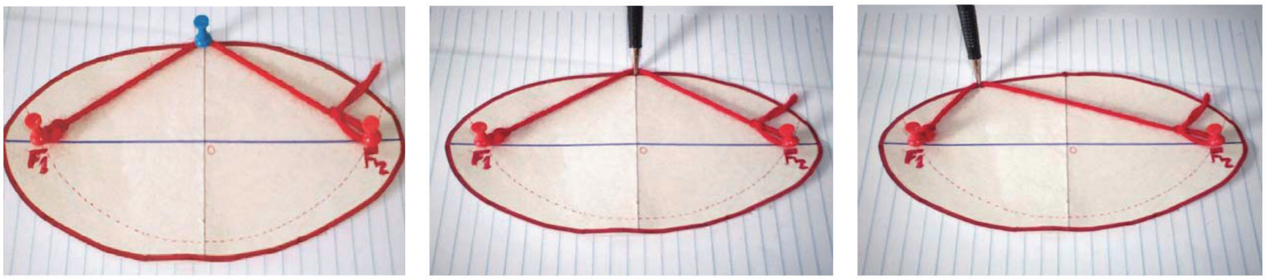


Figura 10: Reforçando o desenho da elipse

Substitua o palito de cabeça azul por um lápis e, contornando a curva, sempre observe que o tamanho do barbante não muda .

Além de identificar os elementos da elipse: eixo maior e eixo menor, focos e a distância focal, com essa atividade é possível verificar de maneira construtiva a definição de elipse como uma curva constituída pelo conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante.

Seção 3 – As cônicas

Páginas no material do aluno

268 a 270

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A Parábola Ponto-a-ponto	Lápis, papel milimetrado, régua e compasso.	Os alunos traçarão uma parábola sendo dados a reta diretriz e o foco através de régua e compasso.	Individual	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, distribua as folhas de papel milimetrado já contendo a representação da reta diretriz e o foco. Se possível, faça as retas e os focos em diversas posições para que os alunos obtenham resultados diferentes.

Aspectos pedagógicos

Professor, alguns alunos podem sentir dificuldades em utilizar o compasso para traçar as circunferências. Caso haja necessidade, auxilie-os neste traçado ou solicite a algum colega que ajude os demais na utilização deste instrumento.

Aproveite a construção para explicar a parábola como lugar geométrico dos pontos equidistantes de uma reta e um ponto fora dela dados, além de lembra-los de algumas nomenclaturas geométricascomo perpendicular, eixo de simetria, entre outros.

A marcação dos pontos 1, 2, 3, 4 e 5 pode acarretar em problemas caso o aluno coloque esses pontos muito distante da reta diretriz. Afinal, isto acarretará em um raio de circunferência muito grande, o que poderá não caber na folha. Tal fato implicaria na não interceptação da circunferência pelas retas perpendiculares ao eixo S, ou seja, na determinação dos pontos da parábola.

Folha de atividades

Nome da escola: ____

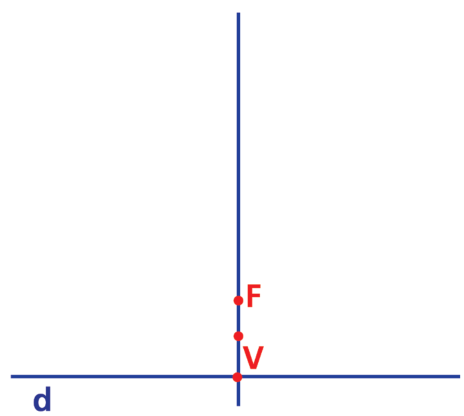
Nome do aluno: ____

Abaixo seguem as orientações para a construção de uma parábola.

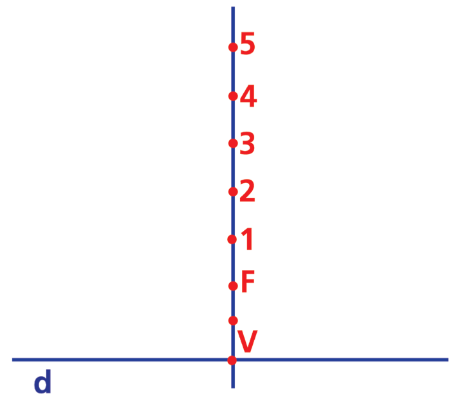
Na folha de papel milimetrado, foram dados a diretriz d e o foco F da parábola.

1º passo: Trace o eixo S de simetria da parábola que passa pelo ponto F e é perpendicular à reta diretriz.

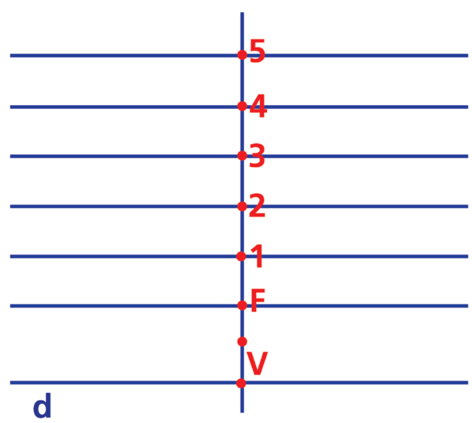
2º passo: Encontre o vértice, que está no ponto médio da distância entre o foco e a diretriz.



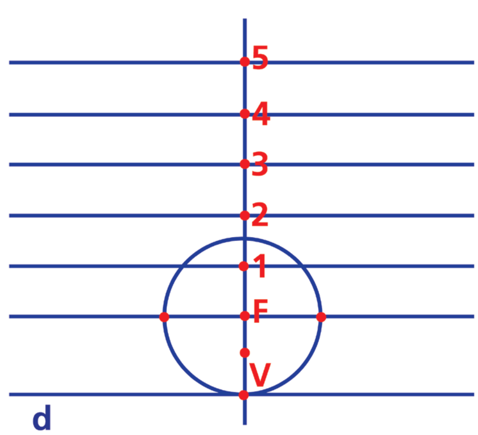
3º passo: Marque os pontos 1, 2, 3, 4 e 5 no eixo S acima de F aleatoriamente. Não marque esses pontos muito acima sob risco de as construções seguintes não caberem na folha de papel milimetrado.



4º passo: Trace retas perpendiculares ao eixo S pelos pontos F, 1, 2, 3, 4 e 5.



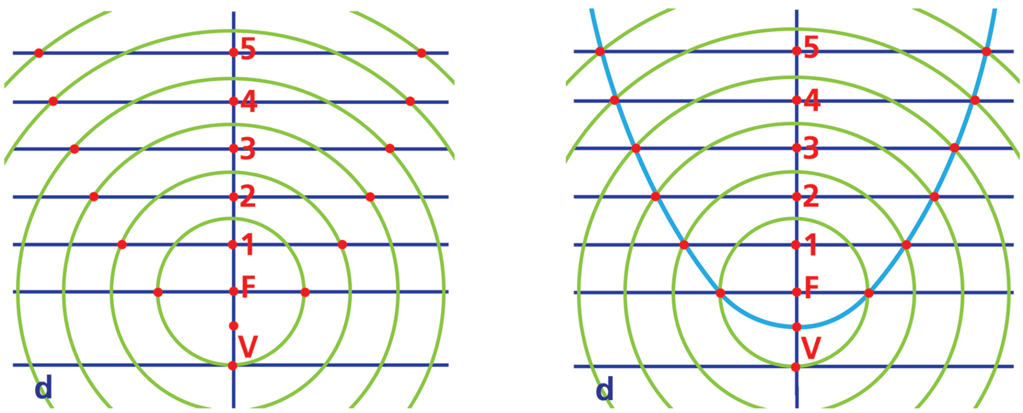
5º passo: Centre a ponta seca do compasso no ponto F e com abertura igual a medida de F até a diretriz, trace a circunferência. Esta curva cortará a reta perpendicular que passa pelo ponto F em dois pontos. Esses pontos são da parábola.



6º passo: Em seguida, centre a ponta seca novamente no ponto F e com abertura igual à distância que vai do ponto 1 até a diretriz d, trace a circunferência que cortará a reta que passa pelo ponto 1, encontrando assim outros dois pontos da parábola.

7º passo: Repita esse último passo para cada um dos demais pontos (2, 3, 4 e 5) determinando mais pontos da parábola.

Neste momento, já é visível a forma que a parábola possui. Assim, basta ligar os pontos para determina-la.



Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo dividido em duas etapas. A primeira consiste no registro de aprendizagens e a segunda é constituída por questões objetivas e dissertativas, a serem escolhidas pelo professor.	Individual.	40 minutos

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado a esta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)

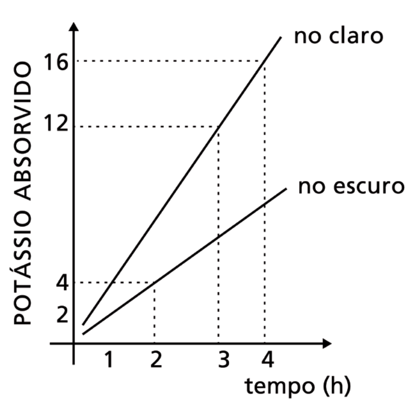
Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões para os alunos, que podem complementar as que você já usa para fazer a avaliação do desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas – que listamos novamente a seguir.

- Identificação de retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações.
- Cálculo das coordenadas do ponto de interseção entre retas.
- Determinação da equação da circunferência em sua forma reduzida, dados o centro e o raio.

Para ajudá-lo nos seus registros, sugerimos as questões seguintes questões, também disponíveis na folha de atividades:

Questão 1: Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?

Questão 2: Cite alguma situação do cotidiano que envolve os conhecimentos aqui estudados.



Questão 3: O gráfico ao lado mostra o resultado de uma experiência relativa a absorção de potássio pelo tecido da folha de um certo vegetal, em função do tempo e em condições diferentes de luminosidade.

Nos dois casos, a função linear y = mx ajustou-se razoavelmente bem aos dados, daí a referência a m como a taxa de absorção (geralmente medida em m moles por unidade de peso por hora).

a. Sabemos que o gráfico de uma função linear corresponde a uma reta e que, em sua representação algébrica reduzida, o coeficiente angular se relaciona com a inclinação dessa reta em relação ao eixo dos x. Expresse essa relação, sendo m o valor do coeficiente angular e q o ângulo formado entre a reta e o eixo dos x.

b. Com base no gráfico anterior, se m1 é a taxa de absorção no claro e m2 a taxa de absorção no escuro, qual a relação entre essas duas taxas? Justifique.

Questão 4:(FGV – 2008)

Dada a equação $x2 + y2 = 14x + 6y + 6$, se p é o maior valor possível de x, e q é o maior valor possível de y, então, $3p + 4q$ é igual a

(A) 73 (B) 76 (C) 85 (D) 89 (E) 92

Questão 5: (UNIFESP – 2002)

No triângulo QPP' do plano cartesiano, temos $Q = (a, 0)$, com $a < 0$, $P = (4, 2)$ e P' o simétrico de P em relação ao eixo x. Sabendo que a área desse triângulo é 16, o valor de a é:

(A) –5 (B) –4 (C) –3 (D) –2 (E) –1.

Sugerimos, também, que este material seja recolhido para uma posterior seleção e entrega de registros ao seu formador no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho e, se for o caso, repensá-los de acordo com as críticas e sugestões recebidas.

Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Para compor o instrumento avaliativo desta etapa, sugerimos a escolha de pelo menos uma questão objetiva e uma discursiva que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade.

Sugestões de questões objetivas para a avaliação:

Questão 1: (UFAM - 2005)

As retas dadas pelas equações $x + 5y = 5$ e $3x + y = 1$ se interceptam:

(A) Em nenhum ponto

(B) Num ponto da reta y = 0

(C) Num ponto da reta x = 0

(D) No ponto (1, 0)

(E) No ponto (5, 0)

Questão 2:(FAETEC – 2007)

A área do quadrilátero determinado pelos pontos de intersecção da circunferência de equação (x + 3)2 + (y – 3)2 = 10 com os eixos coordenados, em unidades de área, é igual a:

(A) 4

(B) 6

(C) 8

(D) 10

(E) 12

Questão 3: (UEA – 2005)

Qual é o valor de p para o qual os pontos (3p, 2p), (4, 1) e (2, 3) são colineares?

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) 2

(E) 3

Questão 4: (UFAM – 2005)

Os pontos A= (4, 0) e B= (0, 6) são extremos de um diâmetro da circunferência. Então a equação da circunferência é:

(A) x2 + y2 - 6x – 4x = 0

(B) x2 + y2 - 4x – 6y = 0

(C) x2 + y2 + 4x – 6y = 0

(D) x2 + y2 + 4x + 6y = 0

(E) x2 + y2 - 6x + 4y = 0

Questão 5: (FUVEST – 1988)

Os pontos M=(2,2), N=(-4,0) e P=(-2,4) são, respectivamente, os pontos médios dos lados AB, BC e CA do triângulo ABC. A reta mediatriz do lado AB tem a equação:

(A) $x + 2y - 6 = 0$

(B) $x - 2y + 2 = 0$

(C) $2x - 2y - 2 = 0$

(D) $2x + y - 6 = 0$

(E) $-x + 2y - 6 = 0$

Sugestões de questões discursivas para a avaliação:

Questão 1: (FUVEST – 2008 - Adaptada)

São dados, no plano cartesiano de origem O, a circunferência de equação x2 + y2 = 5, o ponto P (1,) e a reta s que passa por P e é paralela ao eixo y. Seja E o ponto de ordenada positiva em que a reta s intercepta a circunferência. Assim sendo, determine a reta tangente à circunferência no ponto E.

Questão 2: (UNICAMP 2001)

Considere, no plano xy, as retas $y = 1$, $y = 2x - 5$ e $x - 2y + 5 = 0$.

a) Quais são as coordenadas dos vértices do triângulo ABC formado por essas retas? b) Qual é a área do triângulo ABC?

Questão 3: (UNESP – 2009 - Adaptada)

Determine a equação da circunferência com centro no ponto C = (2, 1) e que passa pelo ponto P = (0, 3).

Questão 4: (UNIFESP – 2002 - Adaptada)

A equação x2 + y2 + 6x + 4y + 12 = 0, em coordenadas cartesianas, representa uma circunferência de raio 1. Quais as coordenadas de seu centro?

Questão 5: (VASSOURAS – 2004 - Adaptada)

Qual é o valor de a para o qual as retas $6x + ay = 5$ e $x + 3y = 10$ são perpendiculares?

Aspectos pedagógicos

Respostas das questões objetivas sugeridas

1. (C) 2. (B) 3.(C) 4.(B) 5. (A)

Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:

Questão 1:

A reta tangente à circunferência no ponto E deve ser perpendicular à reta que passa pelo centro O e pelo ponto E (raio perpendicular à reta tangente no ponto de tangência). Sendo assim, a equação da reta tangente será dada por $x + 2y - 5 = 0$.

Questão 2:

a. Para encontrar as coordenadas dos vértices é preciso determinar os pontos onde essas retas se interceptam duas a duas. Esses pontos são A = (3,1); B = (-3,1) e C = (5,5).

b. Desenhar o esboço de um plano cartesiano com esses três pontos pode ajudar a verificar que, tomando AB como base e sabendo que, por AB ser paralela ao eixo dos x, a altura relativa a essa base do triângulo é a distância do ponto C à reta y = 1, a área do triângulo ABC será igual a 12 u. a.

Questão 3:

A equação da circunferência com centro no ponto C = (2, 1) e que passa pelo ponto P = (0, 3) é igual a $(x - 2)2 + (y - 1)2 = 8$.

Questão 4:

Completando quadrados e reescrevendo a equação da circunferência, temos: $(x + 3)2 + (y + 2)2 = 1$. Logo as coordenadas de seu centro serão: (-3, -2).

Questão 5:

Escrevendo as equações das retas em suas foras reduzidas, temos:

$y = -\frac{6}{a}x + \frac{5}{a}$ e $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$.

Para que essas retas sejam perpendiculares entre si é necessário que seu coeficientes angulares, quando multiplicados, resultem em -1. Assim, $-\frac{6}{a} . -\frac{1}{3} = -1$. Logo a = -2.

Folha de atividades

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

Momento de Reflexão:

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na unidade 10 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder as questões a seguir:

Questão 1: Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?

____

____

____

Questão 2: Cite alguma situação do cotidiano que envolve os conhecimentos aqui estudados.

____

____

____

Questão 3:

O gráfico ao lado mostra o resultado de uma experiência relativa a absorção de potássio pelo tecido da folha de um certo vegetal, em função do tempo e em condições diferentes de luminosidade.

Nos dois casos, a função linear y = mx ajustou-se razoavelmente bem aos dados, daí a referência a **m** como a taxa de absorção (geralmente medida em m moles por unidade de peso por hora).

a. Sabemos que o gráfico de uma função linear corresponde a uma reta e que, em sua representação algébrica reduzida, o coeficiente angular se relaciona com a inclinação dessa reta em relação ao eixo dos x. Expresse essa relação sendo m o valor do coeficiente angular e q o ângulo formado entre a reta e o eixo dos x.

____

____

____

b. Com base no gráfico anterior, se $\mathbf{m_1}$ é a taxa de absorção no claro e $\mathbf{m_2}$ a taxa de absorção no escuro, qual a relação entre essas duas taxas? Justifique.

____

____

____

Questão 4:(FGV – 2008)

Dada a equação $x2 + y2 = 14x + 6y + 6$, se p é o maior valor possível de x, e q é o maior valor possível de y, então, $3p + 4q$ é igual a

(A) 73 (B) 76 (C) 85 (D) 89 (E) 92

Questão 5: (UNIFESP – 2002)

No triângulo QPP’ do plano cartesiano, temos $Q = (a, 0)$, com $a < 0$, $P = (4, 2)$ e P’ o simétrico de P em relação ao eixo x. Sabendo que a área desse triângulo é 16, o valor de a é:

(A) –5 (B) –4 (C) –3 (D) –2 (E) –1.

Gabarito da folha de atividades – Registros de Aprendizagem

Questão 1: Aprendemos um pouco mais sobre Geometria Analítica, destacando a identificação de retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações, aprendemos a calcular as coordenadas do ponto de interseção entre retas e a determinar a equação da circunferência na sua forma reduzida, dados o seu centro e o seu raio. Também conhecemos as cônicas.

Questão 2: No nosso dia a dia, existem várias situações em que utilizamos a geometria analítica sem perceber. Por exemplo, ao utilizarmos um aparelho GPS, estamos fazendo proveito da divisão do globo terrestre em um sistema de coordenadas. Além disso, sua posição exata é um par ordenado. Também encontramos aplicações em vários ramos do conhecimento: medicina, robótica, aeronáutica, etc. A geometria analítica também é muito usada para construir jogos, é o princípio da Computação gráfica e serve também para projetar simulações para áreas de Engenharia.

Questão 3: a) $m = tg\ \theta$

b) $m1 > m2$, pois a inclinação da reta que representa a taxa de absorção no claro é maior que a inclinação da reta que representa a taxa de absorção no escuro.

Questão 4: Letra D

Questão 5: Letra B

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios Complemen-tares	Cópia da folha de atividades.	-	Duplas ou trios.	-

Aspectos operacionais

Peça que os seus alunos organizem-se em duplas ou em trios, mas procure distribuir uma folha de atividades para cada aluno para que todos possam ficar com uma cópia do material tornando-o mais uma fonte de consulta.

Escolha previamente os exercícios que se adéquam melhor à realidade de sua turma e à abordagem escolhida para apresentação dos conceitos introduzidos nesta unidade. Depois que os alunos concluírem o conjunto de exercícios escolhido por você, procure discutir as soluções apresentadas, valorizando cada estratégia mesmo que ela não tenha conduzido a uma resposta verdadeira.

Procure incentivar os alunos a executar tais exercícios sem a sua intervenção. Isso pode favorecer o desenvolvimento da autonomia dos alunos no que diz respeito à habilidade de resolver problemas.

Aspectos pedagógicos

A seguir, apresentamos alguns exercícios que podem auxiliar você, professor, na fixação de algumas noções importantes, trabalhadas ao longo dessa unidade. Com esses exercícios você poderá trabalhara localização de pontos no plano e suas coordenadas, a identificação de retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações, o cálculo das coordenadas do ponto de interseção entre retas e a determinação da equação da circunferência na forma reduzida, dados o centro e o raio.

Esses exercícios foram dispostos em uma folha de atividades, que poderá ser aplicada de forma fracionada ao término de cada seção do material do aluno ou de uma só vez, no momento reservado para a consolidação dos conteúdos trabalhados.

Não é necessária a aplicação da totalidade dos exercícios. Apenas selecione para a aplicação os exercícios que julgar mais adequados ao ritmo de aprendizagem e às características particulares de sua turma. Você também poderá encontrar as soluções desses exercícios em um arquivo no Grid de aula de seu Pendrive / DVD.

Folha de atividades - Exercícios de fixação complementares

Nome da escola: ____

Nome do aluno: ____

Questão 1: Em um restaurante há 12 mesas, todas ocupadas. Algumas, por 4 pessoas; outras, por apenas 2 pessoas, num total de 38 fregueses. O número de mesas ocupadas por apenas 2 pessoas é:

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

Questão 2: O diretor de uma empresa, o Dr. Antonio, convocou todos os seus funcionários para uma reunião. Com a chegada do Dr. Antonio à sala de reuniões, o número de homens presentes na sala ficou quatro vezes maior que o número de mulheres também presentes na sala. Se o Dr. Antonio não fosse à reunião e enviasse sua secretária, o número de mulheres ficaria a terça parte do número de homens. A quantidade de pessoas, presentes na sala, aguardando o Dr. Antonio é:

(A) 14 (B) 15 (C) 18 (D) 19 (E) 20

Questão 3: A empresa Brinque Muito realizou uma grande doação de brinquedos para um orfanato. Essa doação compreendeu 535 brinquedos, entre bolas e bonecas, 370 brinquedos entre bonecas e carrinhos, e o total da doação entre bolas e carrinhos foi de 455 brinquedos. É possível afirmar que, para realizar a doação, a empresa produziu:

(A) 320 bolas (B) 145 carrinhos (C) 235 bonecas (D) 780 brinquedos (E) 1350 brinquedos

Questão 4: Dois casais foram a um barzinho. O primeiro pagou R$ 5,40 por 2 latas de refrigerante e umaporção de batatas fritas. O segundo pagou R$ 9,60 por 3 latas de refrigerante e 2 porções de batatas fritas. Nesse local e nesse dia, a diferença entre o preço de uma porção de batas fritas e o preço de uma lata de refrigerante era de:

(A) R$ 1,40 (B) R$ 1,60 (C) R$ R$ 1,80 (D) R$ 2,00 (E) R$ 2,20

Questão 5: Um pacote tem 48 balas: algumas de hortelã e as demais de laranja. Se a terça parte do dobro do número de balas de hortelã excede a metade do de laranjas em 4 unidades, então nesse pacote há:

(A) igual número de balas dos dois tipos

(B) duas balas de hortelã a mais que de laranja

(C) 20 balas de hortelã

(D) 26 balas de laranja

(E) duas balas de laranja a mais que de hortelã

Questão 6: ITA – 2007

Considere no plano cartesiano xy o triângulo delimitado pelas retas $2x = y$, $x = 2y$ e $x = -2y + 10$. A área desse triângulo mede:

(A) 15/2

(B) 13/4

(C) 11/6

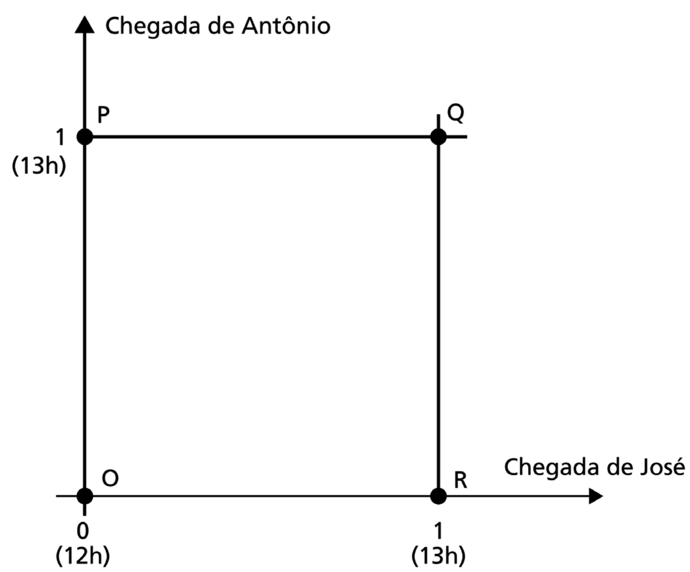
(D) 9/4

(E) 7/2

Questão 7: ENEM 1999

José e Antônio viajarão em seus carros com as respectivas famílias para a cidade de Serra Branca. Com a intenção de seguir viagem juntos, combinam um encontro no marco inicial da rodovia, onde chegarão, de modo independente, entre meio-dia e 1 hora da tarde. Entretanto, como não querem ficar muito tempo esperando um pelo outro, combinam que o primeiro que chegar ao marco inicial esperará pelo outro, no máximo, meia hora; após esse tempo, seguirá viagem sozinho.

Chamando de x o horário de chegada de José e de y o horário de chegada de Antônio, e representando os pares (x,y) em um sistema de eixos cartesianos, a região OPQR ao lado indicada corresponde ao conjunto de todas as possibilidades para o par (x,y):



Na região indicada, o conjunto de pontos que representa o evento "José e Antônio chegam ao marco inicial exatamente no mesmo horário" corresponde

(A) à diagonal OQ.

(B) à diagonal PR.

(C) ao lado PQ.

(D) ao lado QR.

(E) ao lado OR

Respostas - Folha de Atividades – "Exercícios de Fixação Complementares "

1. B

2. D

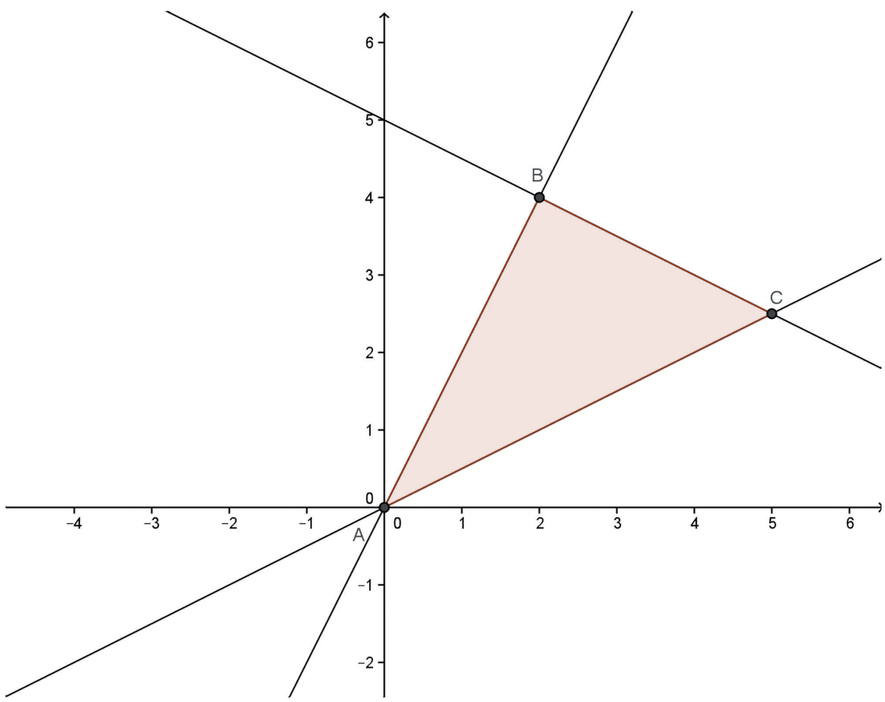
3. B

4. C

5. A

6.

O triângulo delimitado pelas retas r: $2x = y$, s: $x = 2y$ e t: $x = -2y + 10$ dadas, pode ser observado a partir do gráfico a seguir:



Sendo A = (0, 0) o ponto de interseção entre as retas r e s, B = (2,4) o ponto de interseção entre as retas r e t e C = $\left(5, \frac{5}{2}\right)$ o ponto de interseção entre as retas s e t (para verificar as coordenadas destes pontos, basta determinar os valores de x e y que verificam as equações duas a duas).

Escrevendo as equações das retas r, s e t em suas formas reduzidas, temos: r: $y = 2x$, s: $y = $ — x e t: $y = -\frac{1}{2}x + 5$. Note que os coeficientes angulares das retas r e t, quando multiplicados um pelo outro, resultam em -1. Logo essas retas são perpendiculares. Sendo assim, podemos tomar BC como base e AB como altura do triângulo ABC e, desta forma, a área desse triângulo será igual a $\frac{d_{BC} \times d_{AB}}{2}$. Como:

$$d_{BC} = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \Rightarrow d_{BC} = \sqrt{(5-2)^2 + \left(\frac{5}{2} - 4\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{BC} = \sqrt{9 + \frac{9}{4}} \Rightarrow d_{AB} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \Rightarrow d_{AB} = \sqrt{(2-0)^2 + (4-0)^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d_{AB} = \sqrt{4+16} \Rightarrow d_{AB} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Temos: $\dfrac{d_{BC} \times d_{AB}}{2} = \dfrac{\frac{3}{2}\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{2} = \dfrac{3\sqrt{5}\sqrt{5}}{2} = \dfrac{3\sqrt{25}}{2} = \dfrac{3 \times 5}{2} = \dfrac{15}{2}$. Letra A.

7.

O evento "José e Antônio chegam ao marco inicial exatamente no mesmo horário" corresponde ao lugar geométrico dos pontos tais que $y = x$. Sendo 1 o coeficiente angular dessa reta, sabemos que a tangente do ângulo que essa reta forma com o eixo x é igual a 1 também. Logo o ângulo formado pela reta e o eixo dos x é igual a 45°. Sendo OPQRum quadrado (lados opostos iguais, lados adjacentes perpendiculares), sua diagonal OQ forma um ângulo de 45° com o lado OR, que está sobre o eixo x. Logo sua diagonal está sobre a reta $y = x$. Assim, o conjunto de pontos que representa o evento "José e Antônio chegam ao marco inicial exatamente no mesmo horário" corresponde à diagonal OQ. Letra A.