

CEJA >>

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA

e suas TECNOLOGIAS >>

Fascículo 1

Unidades 1, 2 e 3

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Wilson Witzel

Vice-Governador
Claudio Castro

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Secretário de Estado
Leonardo Rodrigues

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Estado
Pedro Fernandes

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Gilson Rodrigues

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Coordenação Geral de Design
Instrucional

Cristine Costa Barreto

Coordenação de Matemática

Aginaldo da C. Esquinalha

Gisela M. da F. Pinto

Heitor B. L. de Oliveira

Revisão de conteúdo

José Roberto Julianelli

Luciana Getirana de Santana

Elaboração

Cléa Rubinstein

Daniel Portinha Alves

Heitor B. L. de Oliveira

Leonardo Andrade da Silva

Luciane de P. M. Coutinho

Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Raphael Alcaires de Carvalho

Rony C. O. Freitas

Thiago Maciel de Oliveira

Atividade Extra

Benaia Sobreira de Jesus Lima

Carla Fernandes e Souza

Diego Mota Lima

Paula Andréa Prata Ferreira

Vanessa de Albuquerque

Coordenação de Design Instrucional

Flávia Busnardo

Paulo Miranda

Design Instrucional

Rommulo Barreiro

Letícia Terreri

Revisão de Língua Portuguesa

Paulo Cesar Alves

Coordenação de Produção

Fábio Rapello Alencar

Capa

André Guimarães de Souza

Projeto Gráfico

Andreia Villar

Imagem da Capa e da Abertura das
Unidades

**[http://www.sxc.hu/
photo/789420](http://www.sxc.hu/photo/789420)**

Diagramação

Equipe Cederj

Ilustração

Bianca Giacomelli

Clara Gomes

Fernando Romeiro

Jefferson Caçador

Sami Souza

Produção Gráfica

Verônica Paranhos

Sumário

Unidade 1	Coordenadas	5
<hr/>		
Unidade 2	Utilizando porcentagens	47
<hr/>		
Unidade 3	Equações do primeiro grau	73
<hr/>		

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço:
<http://cejarj.cecierj.edu.br/ava>

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos "nome de usuário" e "senha".

Feito isso, clique no botão "Acesso". Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!



Coordenadas

Fascículo 1
Unidade 1

Coordenadas

Para início de conversa...

É muito comum nos depararmos com gráficos em nosso dia a dia, seja em reportagens de revistas, jornais ou mesmo na TV. Eles são utilizados para que possamos visualizar informações de forma rápida e direta. Mas, será que isso sempre ocorre? Que conhecimentos devem ser utilizados para que possamos interpretar o que um gráfico quer dizer?

O gráfico abaixo, por exemplo, está relacionado à qualidade de vida. Entre as medidas de qualidade de vida, temos o Índice de Desenvolvimento Humano – IDH que tem como finalidade comparar o nível de desenvolvimento humano, considerando, para efeitos de cálculo, algumas dimensões, como: Educação, Longevidade, Renda, Saúde, Moradia, Lazer etc. Um IDH até 0,499 indica que o desenvolvimento humano é baixo. Locais com índices de 0,500 a 0,799 são considerados de médio desenvolvimento humano. O desenvolvimento humano é considerado alto, quando o IDH é igual ou superior a 0,800.

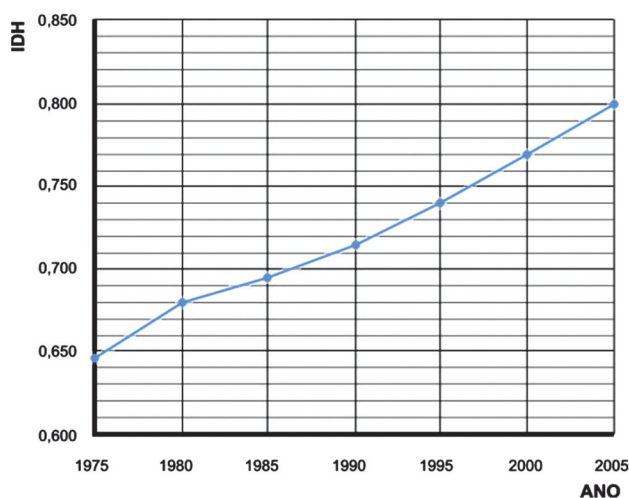


Figura 1: Evolução do IDH no Brasil de 1975 a 2005.

- Qual o IDH brasileiro no ano de 1990?
- Em que ano o IDH era de 0,680?
- Em qual período houve menor crescimento do IDH? Qual foi esse crescimento?
- Em qual período houve maior crescimento do IDH? Qual foi esse crescimento?

O gráfico anterior foi adaptado. O original pode ser encontrado em www.pnud.org.br e foi desenhado da seguinte maneira:

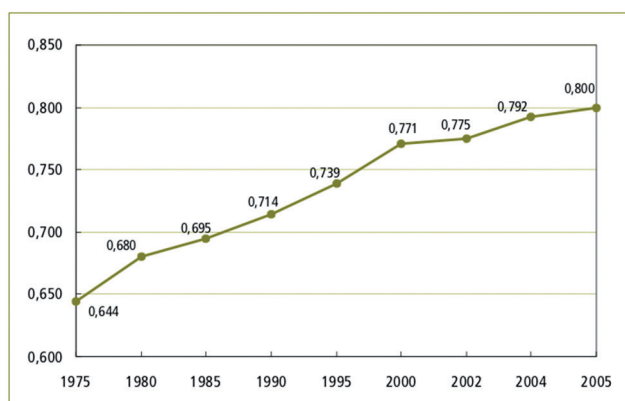


Figura 2: Versão original do gráfico da Figura 1. Você pode encontrar este gráfico em: www.pnud.org.br.

- Quais as principais diferenças entre os dois gráficos?

Objetivos de aprendizagem

- Reconhecer o uso de coordenadas.
- Representar pontos no sistema de coordenadas cartesianas.
- Utilizar coordenadas na construção de gráficos.

Seção 1

Coordenadas em diversas situações

Situação Problema 1

São várias as situações em que precisamos organizar um desenho ou um esquema em uma superfície plana. Fazemos uso desse artifício em jogos, aplicações computacionais, ou em mapas, por exemplo. Em Matemática, esse tipo de representação é essencial para a construção e leitura de gráficos, o que ajuda também a compreender assuntos relacionados a outras áreas do conhecimento. Vamos dar continuidade ao nosso exercício de interpretação com o desenho a seguir. Nele está representada a localização de alguns Municípios ao longo do perfil longitudinal do Rio Araguaia.

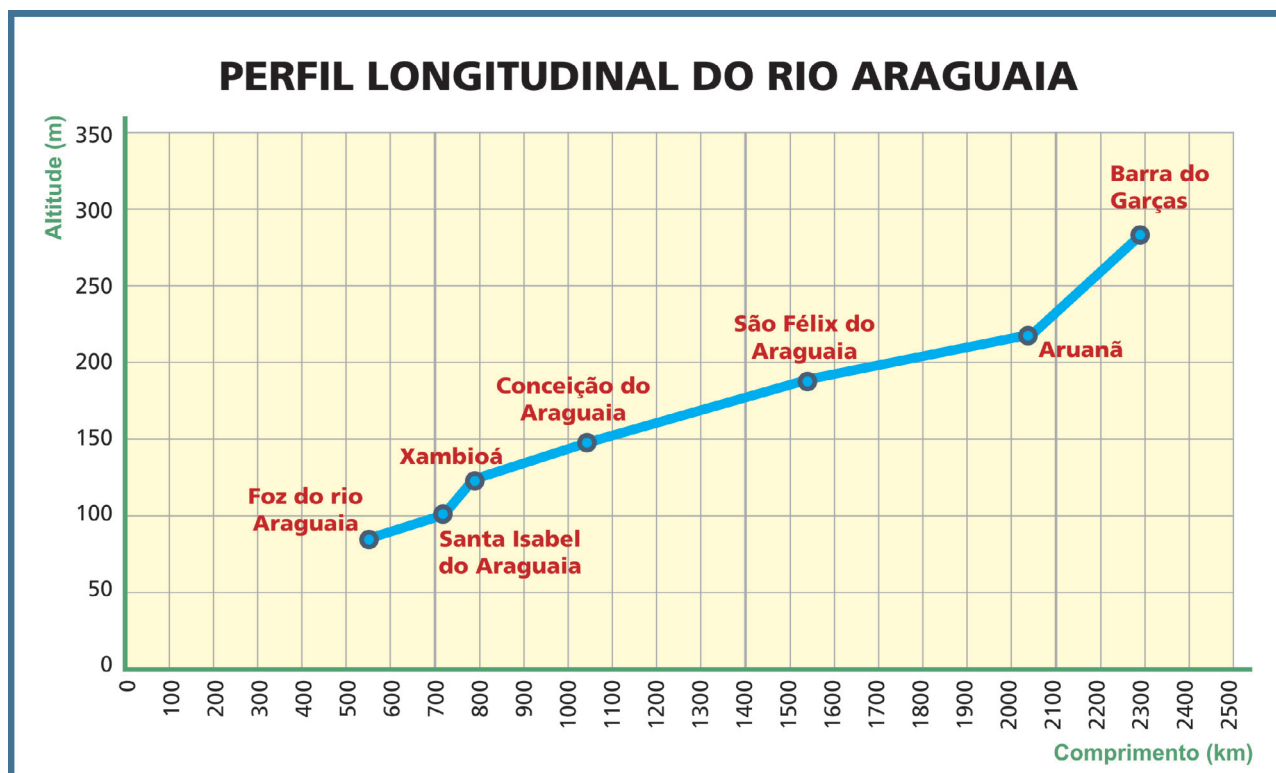
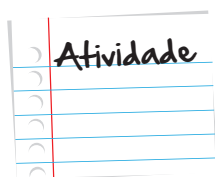


Figura 3: Veja no gráfico os pontos que representam cada um dos Municípios por onde passa o Rio Araguaia.

Observe que há duas séries de números, uma vertical (representada na linha em pé) e outra horizontal (representada na linha deitada). O conjunto de um valor horizontal e outro vertical é o que identifica os pontos marcados no gráfico.



Vejamos quais informações podemos retirar do gráfico.

1. Em que posição encontra-se Conceição do Araguaia?
2. Qual a diferença de altitude entre Santa Isabel do Araguaia e Barra do Garças?

Anote suas
respostas em
seu caderno

Fazer a leitura desse tipo de informação, bem como responder às questões como essas é o objetivo dessa unidade.

Situação Problema 2

Você já jogou batalha naval? É um jogo de tabuleiro muito conhecido bem antes dos famosos jogos de computadores de hoje em dia. Caso nunca o tenha jogado ou tenha se esquecido como jogar, veja como é simples. Cada jogador recebe dois tabuleiros, um para marcar seu jogo e outro para acompanhar suas jogadas:

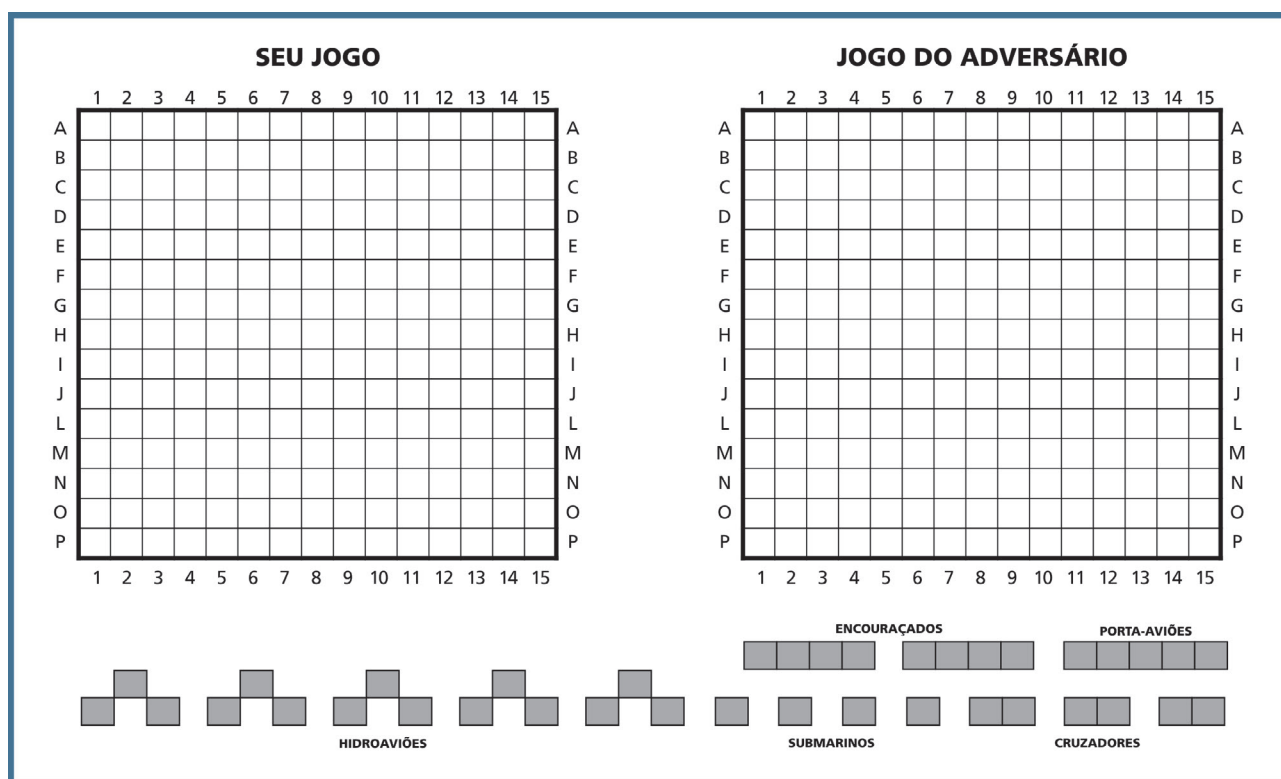


Figura 4: Cartela contendo os tabuleiros de um jogo de batalha naval.

Preparação do jogo:

Cada jogador distribui seus navios (ou suas esquadras) pelo tabuleiro da forma que quiser. A seguir, você pode ver um exemplo de como os navios (ou esquadras) poderão ser distribuídos:

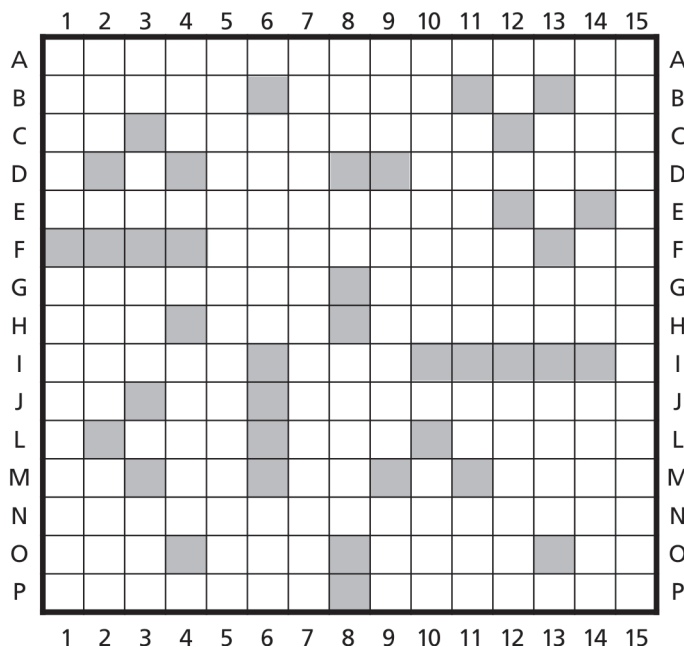


Figura 5: Antes de começar o jogo, cada jogador escolhe a localização de seus navios no tabuleiro e pinta com um lápis ou caneta.

Perceba que a posição dos elementos no tabuleiro é dada por duas referências: linha (representada por uma letra) e coluna (representada por um número). Esta representação é o que chamamos de coordenadas.

Regras do jogo:

1. Cada jogador, na sua vez de jogar, disparará um tiro indicando as coordenadas do alvo através da letra da linha e do número da coluna que definem a posição. Por exemplo, se você começar, pode falar para o seu adversário: "Lancei um tiro no ponto (H,4)."
2. Um navio é afundado quando todas as casas que formam esse navio forem atingidas. Por exemplo, de acordo com a figura inicial e com o seu primeiro tiro, você teria atingido um submarino.
3. Após o tiro, o adversário avisará se acertou e, nesse caso, qual navio ou esquadra foi atingida. Se ela for afundada, esse fato também deverá ser informado.
4. Após o tiro e a resposta do adversário, é a vez do outro jogador.
5. O jogo termina quando um dos jogadores afundar três navios ou esquadras diferentes do seu adversário.

Da mesma forma que utilizamos coordenadas para jogar batalha naval, também as utilizamos para determinar nossa exata localização no planeta. No entanto, ao invés de adotar a representação por coordenadas (A,5) ou (B,10) como no jogo de batalha naval, utilizamos paralelos e meridianos.

Meridianos e paralelos são as linhas que cortam o mapa nas direções vertical e horizontal, respectivamente. Eles indicam as chamadas coordenadas geográficas de Longitude e Latitude. Assim, pode-se localizar um objeto geográfico qualquer, como uma cidade, a foz de um rio ou o pico de uma montanha, simplesmente conhecendo o meridiano e o paralelo que passam por ele.

O Greenwich e o Equador são, respectivamente, o meridiano e o paralelo de origem (0° , 0°) de localização em nosso planeta. Veja no mapa a seguir como são representados estes elementos.

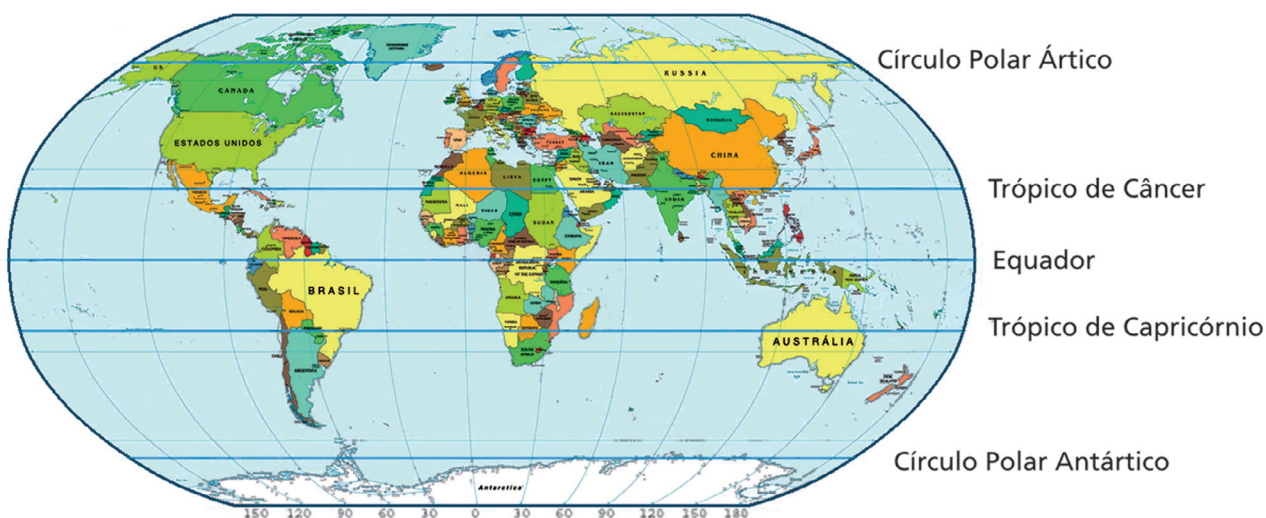
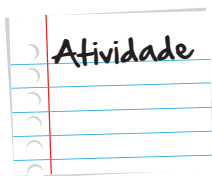


Figura 6: Representação dos paralelos e meridianos do globo terrestre.

Você já conseguiu localizar a linha do Equador e o meridiano de Greenwich no mapa? Agora, responda às perguntas a seguir:

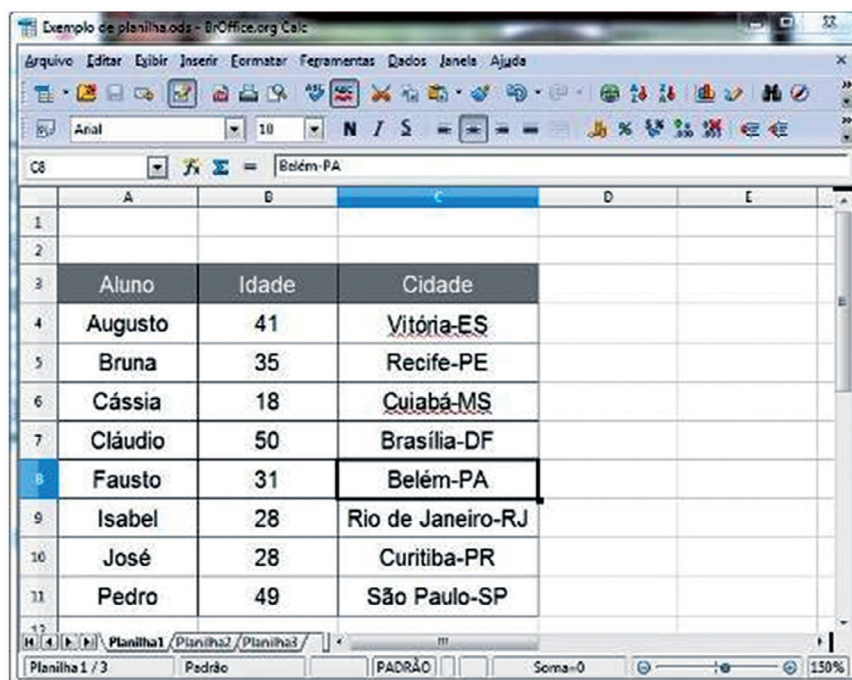


1. Como você acha que podemos localizar um ponto qualquer, utilizando coordenadas geográficas?
2. Qual paralelo passa pelo Brasil?
3. Quais meridianos e paralelos passam na Austrália?

Anote suas
respostas em
seu caderno

Situação Problema 3

Você pode encontrar outro exemplo de uso de coordenadas na utilização de planilhas eletrônicas do computador. Veja a seguir:



	A	B	C	D	E
1					
2					
3	Aluno	Idade	Cidade		
4	Augusto	41	Vitória-ES		
5	Bruna	35	Recife-PE		
6	Cássia	18	Cuiabá-MS		
7	Cláudio	50	Brasília-DF		
8	Fausto	31	Belém-PA		
9	Isabel	28	Rio de Janeiro-RJ		
10	José	28	Curitiba-PR		
11	Pedro	49	São Paulo-SP		

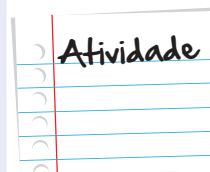
Figura 7: Planilha eletrônica de excel mostrando uma célula selecionada e indicando seu endereço.

Perceba que, nesse caso, cada elemento, que na planilha eletrônica costuma-se chamar célula, possui duas coordenadas (coluna e linha). A linha é representada por um número e a coluna por uma letra.

A célula da linha 7 e coluna C é indicada simplesmente por C7 em substituição à notação tradicional (C,7). Esta é uma notação prática, e em comparação com a tradicional a posição das linhas e colunas é invertida.

1. No exemplo acima, quais as coordenadas da célula na qual está a palavra "Fausto"?
2. O que está na célula de coordenadas C7?
3. Pesquise para que e como são utilizadas as coordenadas em planilha eletrônica.

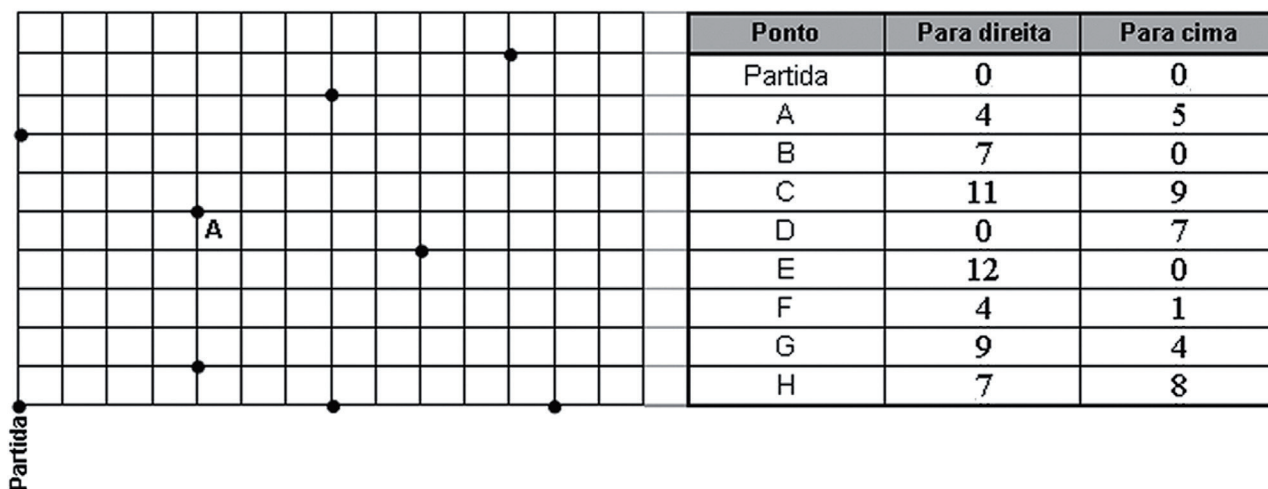
Anote suas
respostas em
seu caderno



Seção 2

Localizando e interpretando pares ordenados

Observe o quadro a seguir:



Esse quadro é parte da representação de um sistema de coordenadas.

Utilizando a linguagem da Matemática, num sistema de coordenadas, cada ponto pode ser localizado por um par de números, que chamamos par ordenado. Cada número do par ordenado é denominado “coordenada do ponto”. O ponto origem ou ponto de partida é representado pelo par ordenado (0,0).

Assim, o quadro é parte de um eixo de coordenadas onde só vemos as coordenadas que estão à direita ou acima do ponto origem (denominado nesse caso “Partida”). Dizemos que só foram dadas as referências positivas.

Observe que o ponto A tem coordenadas 4 e 5, representado pelo par ordenado (4, 5). Ou seja, é o ponto de interseção da quarta coluna à direita e da quinta linha acima do ponto de partida ou origem.

Utilizando essa mesma lógica, faça as atividades a seguir:

Localize, no quadro anterior, os pontos B, C, D, E, F, G, H.

Complete com as coordenadas de cada ponto:

A = (4, 5)

D = (,)

G = (,)

B = (7, 0)

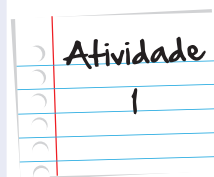
E = (,)

H = (,)

C = (,)

F = (,)

Anote suas
respostas em
seu caderno

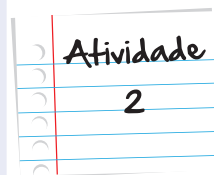


Como vimos anteriormente, o ponto de origem é representado pelo par ordenado (0,0). Se tivermos um sistema de coordenadas com pontos à direita e à esquerda, acima e abaixo, do ponto de origem, dizemos que temos referências positivas e negativas. Isto se deve ao fato de que as coordenadas que estiverem à esquerda ou abaixo do ponto de origem serão representadas por números negativos e as que estiverem à direita ou acima do ponto de origem terão números positivos em sua representação.

Assim, um ponto (-5, 6), no quadro anterior, significa que é o ponto de interseção da quinta linha vertical à esquerda e da sexta linha horizontal acima do ponto origem. E o ponto (-3, -5) é a interseção da terceira linha vertical à esquerda e da quinta linha horizontal abaixo do ponto de origem do sistema de coordenadas representado.

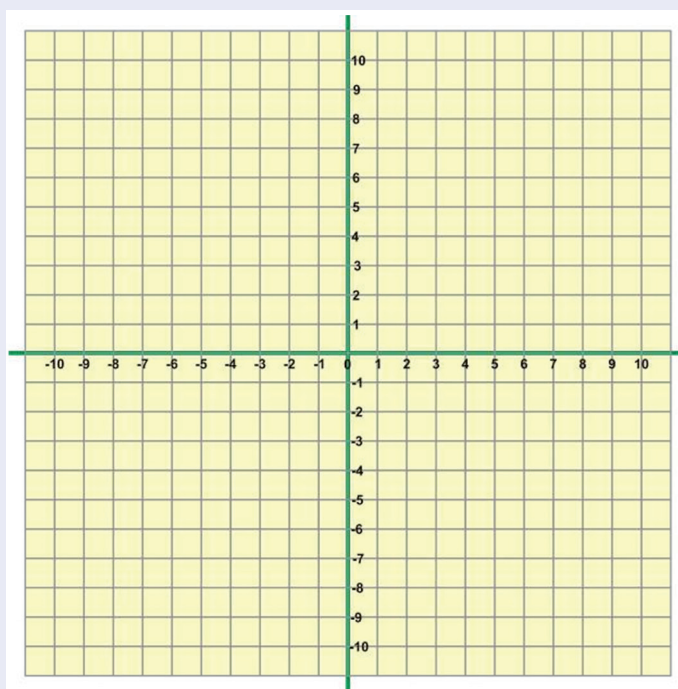
- a. A partir do que você acabou de ler, analise as informações da tabela a seguir e complete a última coluna.

Ponto	Para esquerda	Para direita	Para baixo	Para cima	Par ordenado
A	3			6	(-3, 6)
B	0			5	(0, 5)
C	0		5		(0, -5)
D		3	3		(,)
E		2	7		(,)
F	5		0		(,)
G	4		6		(,)
H	1			7	(,)
I	2			5	(,)
J	9			6	(,)

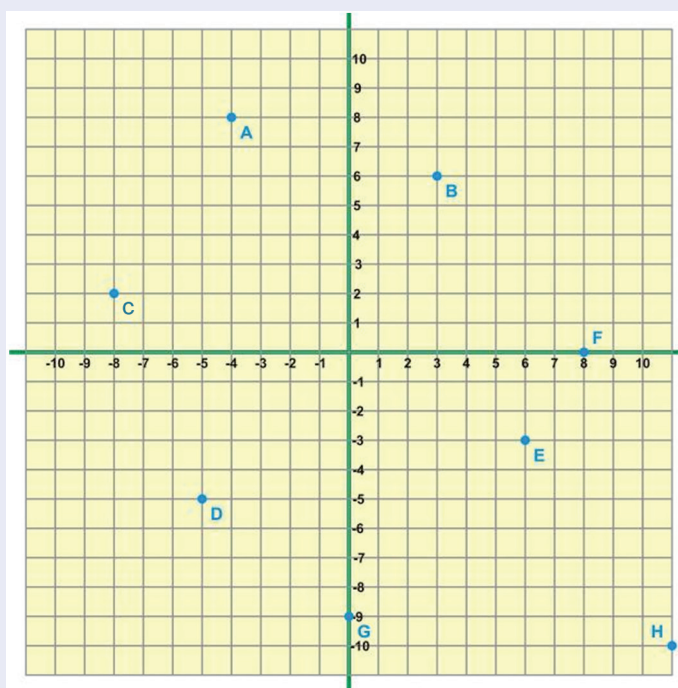


Atividade
2

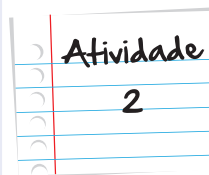
- b. Agora marque os pontos A, B, C, D, E, F, G, H, I e J no sistema de eixos que segue.



- c. Observe os pontos marcados no sistema de eixos a seguir e complete a tabela, indicando quais são as coordenadas (pares ordenados) de cada um deles:



Ponto	Para esquerda	Para direita	Para baixo	Para cima	Par ordenado
A					(,)
B					(,)
C					(,)
D					(,)
E					(,)
F					(,)
G					(,)
H					(,)



Anote suas respostas em seu caderno

Sistema Cartesiano

O sistema de coordenadas, utilizado nas atividades propostas até então, é denominado “Sistema Cartesiano” e foi introduzido pelo matemático francês que viveu no século XVII. O nome dele era Pierre de Fermat, nasceu no ano de 1601, falecendo em 1665.

Cada um dos eixos do sistema cartesiano tem um nome especial: o eixo horizontal é denominado Eixo das Abscissas e o vertical é chamado Eixo das Ordenadas. Em cada um dos eixos, podemos representar qualquer número real e não somente os inteiros como os que foram utilizados nas atividades propostas.

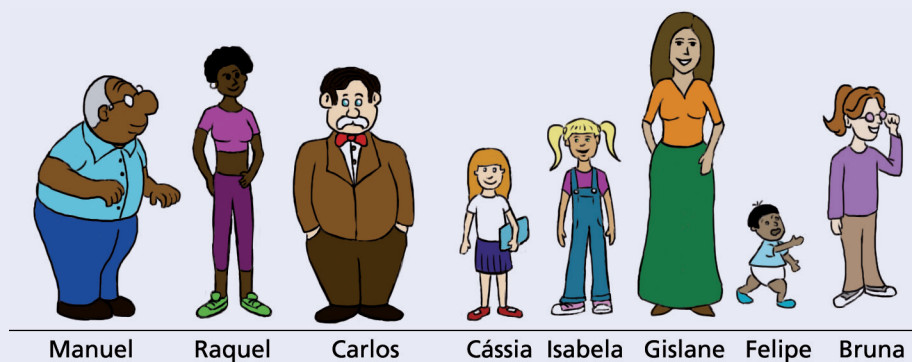
Números naturais são aqueles originalmente utilizados para contagem. 12, 29, 230 são exemplos desse tipo de número. Os números inteiros são uma extensão dos naturais, acrescentando a eles os números negativos. Dessa forma, 12, 29, 230, -34, -10, -5 são alguns números inteiros.

Os números reais englobam, além dos números inteiros, os decimais, os fracionários, as raízes quadradas não exatas, entre outros. -5; -3; 100; 198; 1, 56; são exemplos de números reais.

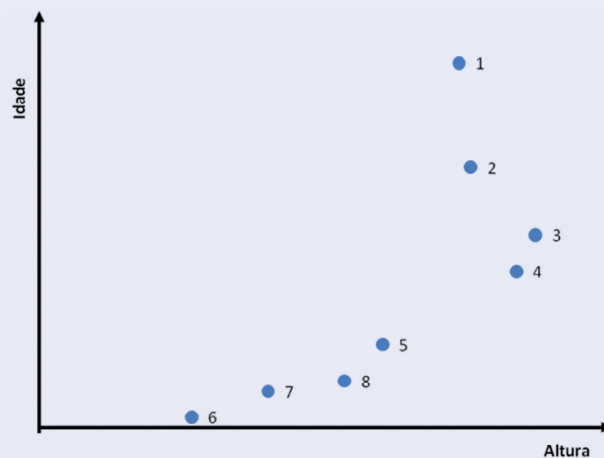


Atividade
3

Observe as pessoas a seguir:



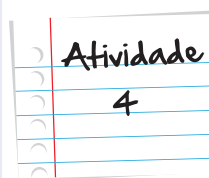
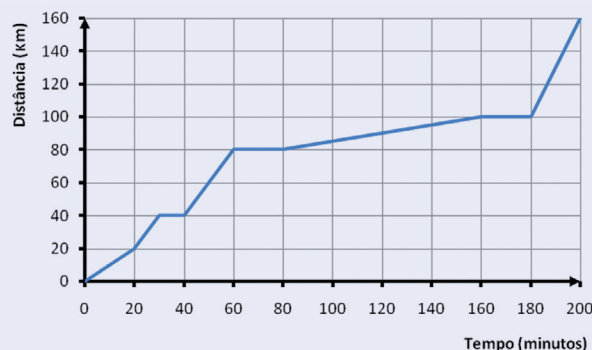
No gráfico a seguir, cada ponto representa uma dessas pessoas, relacionando alturas e idades. Associe cada ponto à pessoa correspondente.



Ponto	Pessoa
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Anote suas
respostas em
seu caderno

O gráfico abaixo relaciona a distância percorrida (em quilômetros) com o tempo (em minutos) gasto por um carro que percorre um trecho de rodovia para se deslocar de uma cidade à outra.



a. Complete a tabela a seguir com a distância ou o tempo correspondente:

Tempo (min)	Distância (Km)
60	
120	
	80
	90
190	
	160

- b. O carro percorreu quantos quilômetros desde a origem até o destino?
- c. Quanto tempo demorou a percorrer os primeiros 80 Km?
- d. Quantos quilômetros o carro tinha percorrido ao fim de 80 minutos?
- e. O motorista realizou três paradas: a primeira para fazer um lanche, a segunda para abastecer o carro e a terceira para apreciar uma linda paisagem.

i. Qual a distância entre a origem até cada um desses locais?

1ª parada:

2ª parada:

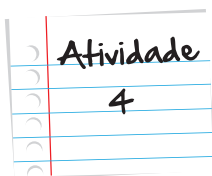
3ª parada:

ii. Quanto tempo ficou parado em cada um deles?

1ª parada:

2ª parada:

3ª parada:



iii. Qual a distância entre esses locais?

Origem até primeira parada:

Primeira parada até a segunda:

Segunda parada até a terceira:

Terceira parada até a chegada:

Anote suas
respostas em
seu caderno

Momento de reflexão

A compreensão do sistema de coordenadas cartesianas e as representações que nele podemos fazer são muito importantes para compreensão de conteúdos que serão estudados posteriormente, principalmente, as funções. Por isso, é interessante que você volte às atividades desenvolvidas nesta unidade e veja se ainda há alguma dúvida. Uma boa dica é escrever um pouco sobre o que aprendeu. Registre a seguir o que aprendeu sobre a forma de marcar um ponto em uma representação gráfica, quando são conhecidas suas coordenadas e também o contrário: como é possível descobrir as coordenadas de um ponto que está marcado em um sistema de eixos cartesianos.

Anote suas
respostas em
seu caderno

Voltando à conversa inicial...

As discussões feitas até aqui tiveram o intuito de mostrar a importância dos eixos cartesianos nas representações gráficas. Você teve a oportunidade de fazer leituras de gráficos, mas também de conhecer as estratégias uti-

lizadas para representar pontos no sistema de eixos cartesianos, quando são conhecidas as suas coordenadas. Esse assunto tem dupla finalidade: a primeira é ajudá-lo a fazer leituras de gráficos, apresentados em jornais e revistas para ilustrar reportagens e informar-nos sobre questões cotidianas; a segunda é compreender a estrutura do sistema de eixos cartesianos, para subsidiar estudos futuros dentro da própria Matemática.

Voltemos aos gráficos da problemática inicial:

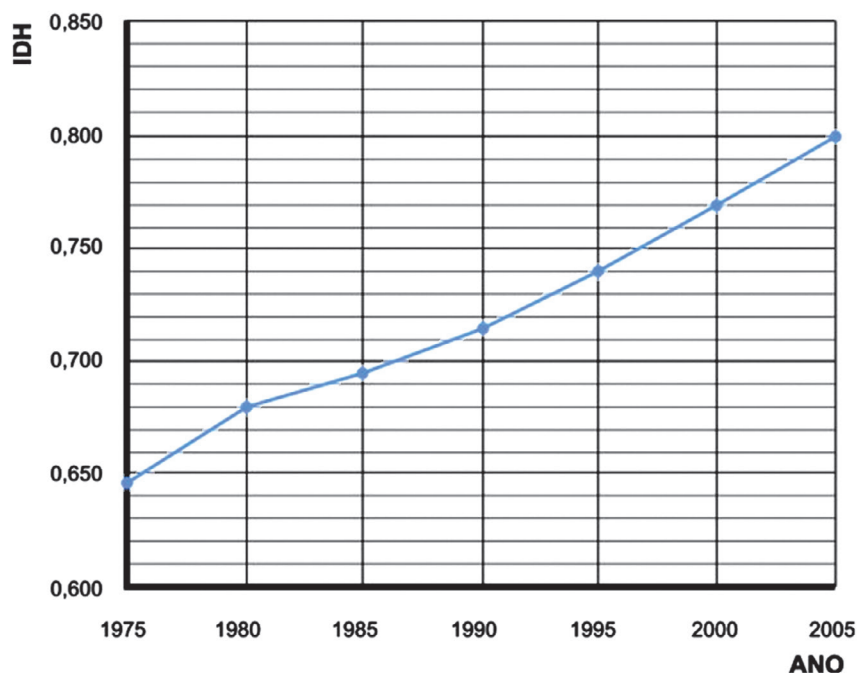


Figura 8: Evolução do IDH no Brasil de 1975 a 2005.

A primeira observação que devemos fazer é que nessa adaptação do gráfico não houve a preocupação com os valores exatos dos pontos, uma vez que foram suprimidos os números que podem ser observados no gráfico original. A interpretação, portanto, deve ser feita a partir do que se consegue ler.

- Qual o IDH brasileiro no ano de 1990?

O ponto está marcado entre 0,710 e 0,720. Considerando que está na metade o caminho, o IDH seria de aproximadamente 0,715.

- Em que ano o IDH era de 0,680?

No ano de 1980.

- Em qual período houve menor crescimento do IDH? Qual foi esse crescimento?

Observe a tabela de crescimentos entre os anos:

Período	Cálculo	Crescimento
1975 a 1980	0,680 – 0,645	0,035
1980 a 1985	0,695 – 0,680	0,015
1985 a 1990	0,715 – 0,695	0,020
1990 a 1995	0,740 – 0,715	0,025
1995 a 2000	0,770 – 0,740	0,030
2000 a 2005	0,800 – 0,770	0,030

Logo, o menor crescimento foi de 1980 a 1985, 0,015.

- Em qual período houve maior crescimento do IDH?

Ainda observando a tabela acima, podemos ver que o maior crescimento ocorreu de 1975 a 1980, 0,035.

Observando o gráfico original, podemos detectar algumas diferenças importantes:

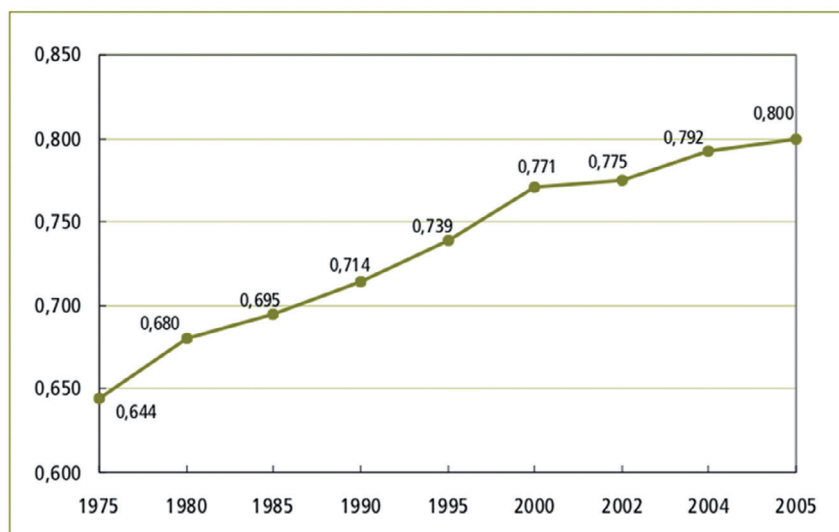


Figura 9: Versão original divulgada na mídia.

Uma diferença que pode ser notada é o fato do gráfico original trazer os valores exatos do IDH sobre os pontos. Isso facilita a leitura e poupa-nos de fazer uma leitura aproximada.

Outra questão a ressaltar é o fato de aparecerem nesse gráfico os anos de 2002 e 2004. Embora seja um gráfico que foi divulgado na mídia, essa representação contém um erro, uma vez que coloca o espaçamento entre 2002 e 2004 (2 anos) e 2004 e 2005 (1 ano), rompendo com o intervalo entre os anos anteriores, que representam uma diferença de 5 anos. Essa diferença pode levar a uma interpretação equivocada por parte de um leitor menos atento.

Muitos gráficos apresentados na mídia trazem distorções que levam a população a inferir conclusões erradas. Assim, precisamos ter cuidado ao fazer esse tipo de leitura.

Veja ainda

Além do que já foi dito nesta unidade, há muitas outras utilizações para as coordenadas. Na Matemática, seus usos são muitos. Assuntos como Geometria Analítica, Funções, Estatística são apenas alguns exemplos disso. Porém, há também aplicações lúdicas, além do jogo Batalha Naval já apresentado. Alguns jogos de tabuleiro são bons exemplos disso, como é o caso do Xadrez.



Figura 10: Tabuleiro de xadrez.

O xadrez é um jogo que pode estimular muito o desenvolvimento do raciocínio lógico. Não conhece o jogo? Não tem problema! No site <http://www.tabuleirodexadrez.com.br/>, você encontrará tudo que precisa para conhecer mais sobre esse assunto.

O vídeo do YouTube: 200 países, 200 anos e 4 minutos, retrata em 4 minutos a saúde no mundo nos últimos 200 anos, utilizando de recursos gráficos de última geração. Nesse vídeo, o médico Hans Rosling mostra a história do desenvolvimento do planeta nos últimos dois séculos, transformando estatísticas em animação gráfica interativa. Além de esclarecedor, o vídeo nos mostra a utilização dos eixos cartesianos e de gráficos como forma de explicar sobre o desenvolvimento dos países e a saúde nos últimos 200 anos. Para conferir, acesse o link: http://www.youtube.com/watch?v=Qe9Lw_nIFQU

Referências

Livros

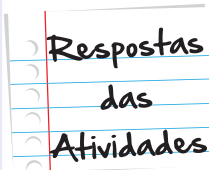
- TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de função**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática, (2009). (Projeto Fundação)

Imagens

- Figura 1: Equipe Cecierj
- Figura 2: www.pnud.org.br
- Figura 3: Equipe Cecierj
- Figura 4: Equipe Cecierj
- Figura 5: Equipe Cecierj
- Figura 6: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:WorldMapLongLat-eq-circles-tropics-non.png>
- Figura 7: Equipe Cecierj
- Figura 8: Adaptado de www.pnud.org.br/home/
- Figura 9: www.pnud.org.br
- Figura 10: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Checkmate2.jpg>

Situação Problema 1

1. Observando o mapa, é possível constatar que Conceição do Araguaia encontra-se a 500 km da foz do Rio Araguaia e a 150 metros de altitude.
2. A diferença de altitude entre Santa Isabel do Araguaia e Barra do Garças é de aproximadamente 140 metros (290-150).



Situação Problema 2

1. As coordenadas geográficas ajudam a localizar um ponto qualquer utilizando duas referências: uma horizontal, denominada latitude e outra vertical denominada longitude. O Cristo Redentor, no Rio de Janeiro, por exemplo, está localizado a uma latitude $22^{\circ}57'06''S$ e uma longitude $43^{\circ}12'39''W$. A numeração indica a distância, em graus, que a latitude está da Linha do Equador e a que longitude está do meridiano de Greenwich. A letra indica se é ao sul (S), norte (N), Leste (E) ou Oeste (W).
2. O mapa mostra que o Brasil é cortado pela Linha do Equador e pelo Trópico de Capricórnio.
3. A Austrália é cortada pelo Trópico de Capricórnio e os meridianos. $120^{\circ}W$ e $150^{\circ}W$

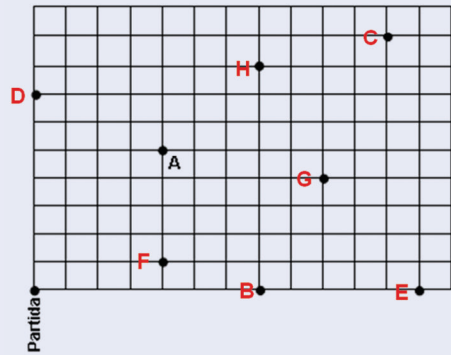
Situação Problema 3

1. Perceba que, neste caso, cada elemento que na planilha eletrônica costuma-se chamar de célula, possui duas coordenadas (coluna e linha). Neste caso, a linha é representada por um número e a coluna por uma letra.

A palavra "Fausto" está na célula A8.

2. Na célula C7 está a palavra Brasília-DF.
3. As coordenadas são utilizadas em planilhas eletrônicas para dar uma referência para a célula (local onde inserimos elementos: nomes, números e fórmulas), para que possamos efetuar cálculos relacionados com a posição em que se encontra tornando a planilha dinâmica. Assim que alteramos o valor de uma célula, alteramos também os valores das células que possuem certa dependência desta. Perceba que, na referência de célula, primeiramente escrevemos o nome da coluna e depois o da linha.

Atividade 1



Ponto	Para direita	Para cima
Partida	0	0
A	4	5
B	7	0
C	11	9
D	0	7
E	12	0
F	4	1
G	9	4
H	7	8

$$A = (4, 5)$$

$$D = (0, 7)$$

$$G = (9, 4)$$

$$B = (7, 0)$$

$$E = (12, 0)$$

$$H = (7, 8)$$

$$C = (11, 9)$$

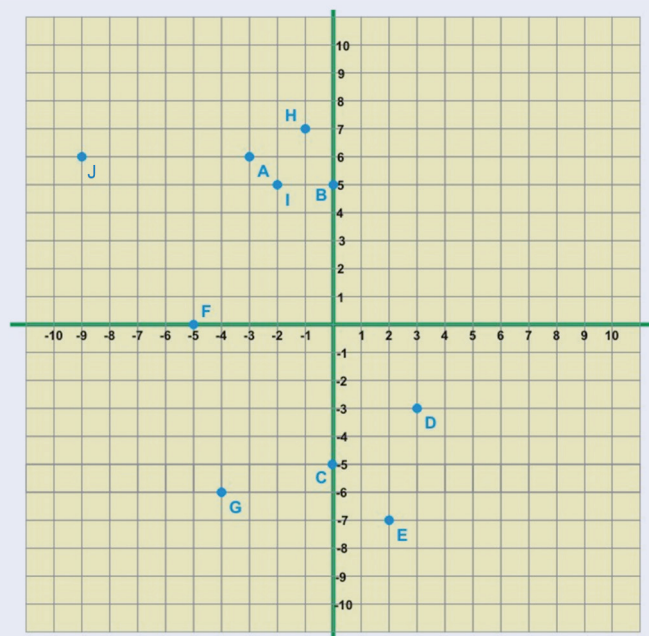
$$F = (4, 1)$$

Atividade 2

a.

Ponto	Para esquerda	Para direita	Para baixo	Para cima	Par ordenado
A	3			6	$(-3, 6)$
B	0			5	$(0, 5)$
C	0		5		$(0, -5)$
D		3	3		$(3, -3)$
E		2	7		$(2, -7)$
F	5		0		$(-5, 0)$
G	4		6		$(-4, -6)$
H	1			7	$(-1, 7)$
I	2			5	$(-2, 5)$
J	9			6	$(-9, 6)$

b.



Respostas
das
Atividades

c.

Ponto	Par ordenado
A	$(-4, 8)$
B	$(3, 6)$
C	$(-8, 2)$
D	$(-5, -5)$
E	$(6, -3)$
F	$(8, 0)$
G	$(0, -9)$
H	$(11, -10)$

Atividade 3

Ponto	Pessoa
1	Manuel
2	Carlos
3	Gislane
4	Raquel
5	Bruna
6	Felipe
7	Cássia
8	Isabela

Atividade 4

- a. Veja como deve ficar a sua tabela com a distância e o tempo correspondente:

Tempo (min)	Distância (Km)
60	80
120	90
60 a 80	80
120	90
190	130
200	160

- b. O carro percorreu 160 Km desde a origem até o destino.
c. O carro demorou 60 minutos para percorrer os primeiros 80 Km.
d. O carro tinha percorrido 80 Km ao fim de 80 minutos.
e. i. Qual a distância entre a origem até cada um desses locais?

1ª parada: 40 Km

2ª parada: 80 Km

3ª parada: 100 Km

- ii. Quanto tempo ficou parado em cada um deles?

1ª parada: 10 minutos.

2ª parada: 20 minutos.

3ª parada: 20 minutos.

- iii. Qual a distância entre os locais?

Origem até primeira parada: 40 Km.

Primeira parada até a segunda: 40 Km.

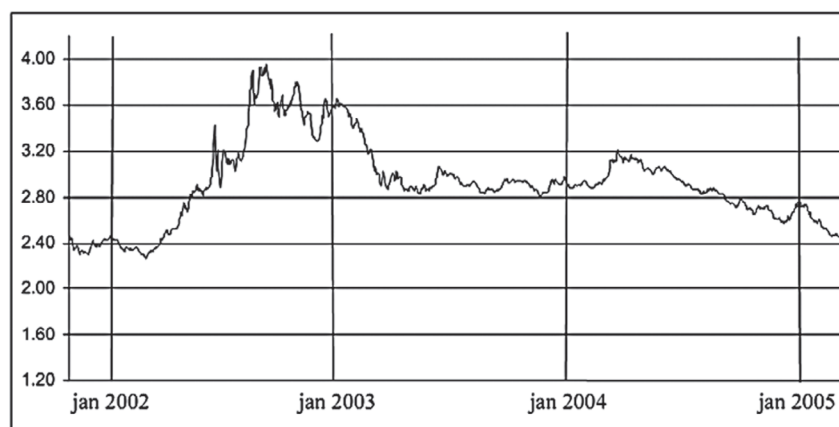
Segunda parada até a terceira: 20 Km.

Terceira parada até a chegada: 60 Km.

O que perguntam por aí?

Questão 1 (ENEM 2005)

No gráfico abaixo, mostra-se como variou o valor do dólar, em relação ao real, entre o final de 2001 e o início de 2005. Por exemplo, em janeiro de 2002, um dólar valia cerca de R\$ 2,40.



(Fonte: Banco Central do Brasil.)

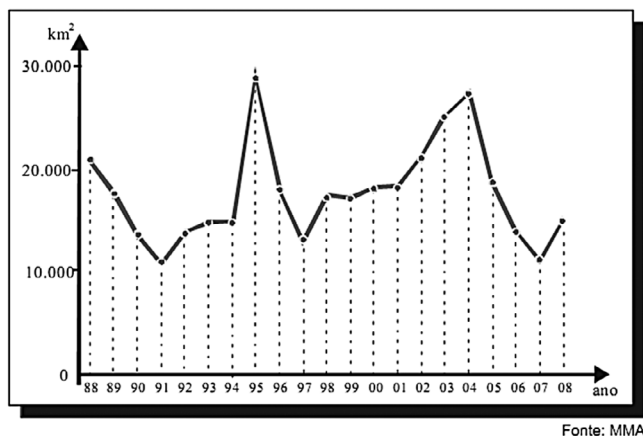
Durante esse período, a época em que o real esteve mais desvalorizado em relação ao dólar foi no

- a. final de 2001.
- b. final de 2002.
- c. início de 2003.
- d. final de 2004.
- e. início de 2005.

Resposta: Letra B

Questão 2 (ENEM 2008)

O gráfico abaixo mostra a área desmatada da Amazônia, em Km², a cada ano, no período de 1988 a 2008.



As informações do gráfico indicam que

- O maior desmatamento ocorreu em 2004.
- A área desmatada foi menor em 1997 que em 2007.
- A área desmatada a cada ano manteve-se constante entre 1998 e 2001.
- A área desmatada por ano foi maior entre 1994 e 1995 que entre 1997 e 1998.
- O total de área desmatada em 1992, 1993 e 1994 é maior que 60.000 Km².

Resposta: Letra D

Questão 3 (ENEM 2010)

O gráfico a seguir representa o gasto militar dos Estados Unidos, no período de 1988 a 2006.



Almanaque Abril 2008. Editora Abril.

Com base no gráfico, o gasto militar no início da guerra do Iraque foi de

- a. U\$ 4.174.000,00
- b. U\$ 41.740.000,00
- c. U\$ 417.400.000,00
- d. U\$ 41.740.000.000,00
- e. U\$ 417.400.000.000,00

Resposta: Letra E

Questão 4 (ENEM 2002)

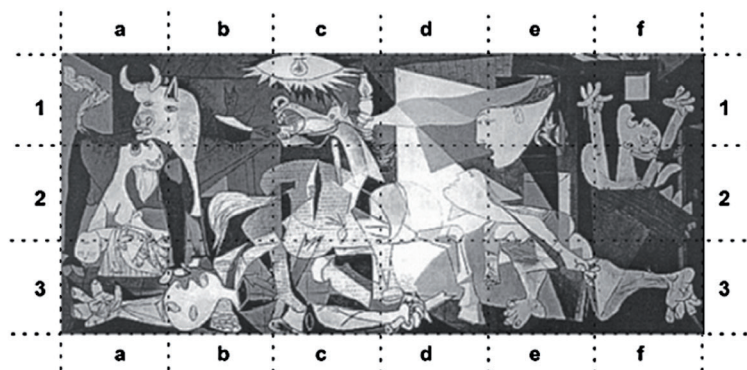
A leitura do poema Descrição da guerra em Guernica traz à lembrança o famoso quadro de Picasso.

Entra pela janela
O anjo camponês;
Com a terceira luz na mão;
minucioso, habituado
aos interiores de cereal,
aos utensílios que dormem na fuligem;
os seus olhos rurais
não compreendem bem os símbolos
desta colheita: hélices,
motores furiosos;
e estende mais o braço; planta
no ar, como uma árvore
a chama do candeeiro.
(...)

Carlos de Oliveira in ANDRADE, Eugênio. Antologia Pessoal da Poesia Portuguesa. Porto: Campo das Letras, 1999.

Uma análise cuidadosa do quadro permite que se identifiquem as cenas referidas nos trechos do poema.

Uma análise cuidadosa do quadro permite que se identifiquem as cenas referidas nos trechos do poema.



Pablo Picasso, *Guernica*, 1937. Museu Nacional Centro de Arte Reina Sofia, Madri.

Pablo Picasso, *Guernica*, 1937. Museu Nacional Centro de Arte Reina Sofia, Madri.

Podem ser relacionadas ao texto lido as partes:

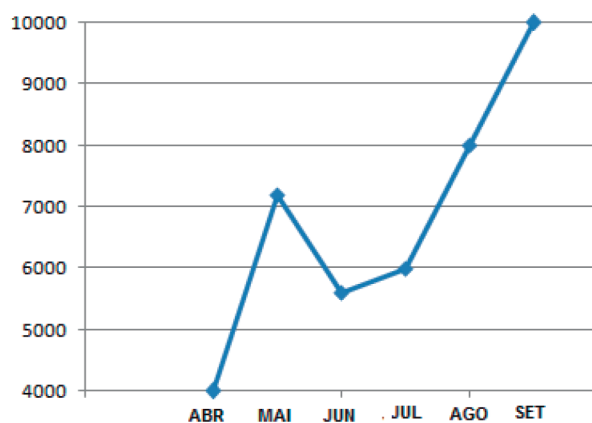
- a. a1, a2, a3
- b. f1, e1, d1
- c. e1, d1, c1
- d. c1, c2, c3
- e. e1, e2, e3

Resposta: Letra C

Atividade extra

Exercício 1

A receita de uma Clínica Médica está apresentada no gráfico abaixo:



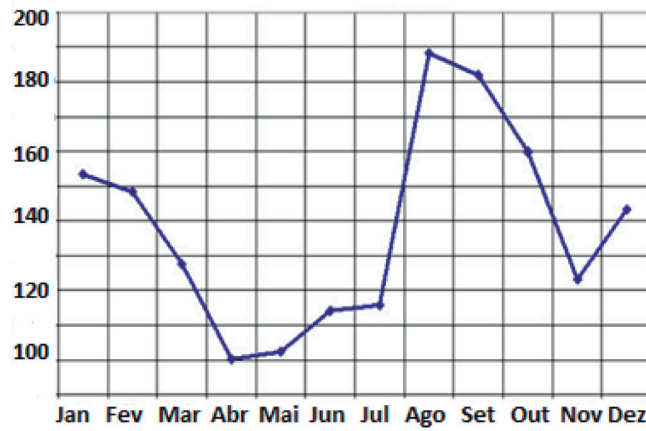
<http://www.hartsystem.com.br/index.html?redirect=PDRelat.html>

Qual a diferença entre o maior e o menor faturamento?

- (a) 6.000 (b) 5.000 (c) 3.000 (d) 2.000

Exercício 2

O gráfico abaixo apresenta a precipitação pluviométrica de uma pequena cidade na região Sul do Brasil.



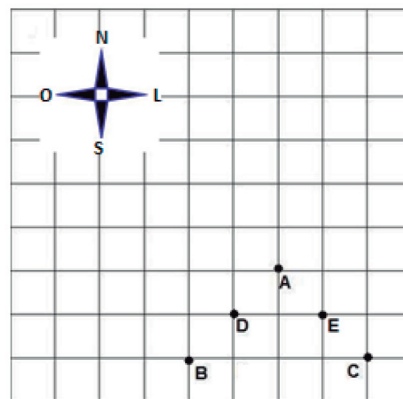
Fonte: CPRM - Serviço Geológico do Brasil

A partir de qual mês a precipitação pluviométrica supera a marca de 160?

- (a) Novembro (b) Outubro (c) Setembro (d) Agosto

Exercício 3

Uma formiga localizada no ponto A, na figura abaixo, se move 2 unidades Na direção Oeste, 3 unidades na direção Sul e 1 unidade na direção Norte.



De acordo com as orientações, qual foi o ponto onde a formiga parou?

- (a) B (b) C (c) D (d) E

Qual a soma dos valores percentuais do aproveitamento do time nos anos de 2006 e 2010?

- (a) 70% (b) 80% (c) 90% (d) 100%

Exercício 6

Batalha naval é um jogo de tabuleiro de dois jogadores, no qual estes têm de adivinhar em que quadrados estão os navios do oponente, acertando as coordenadas da posição de cada um. Temos o tabuleiro de um dos jogadores representado na figura abaixo, os retângulos em tom de cinza representam os navios, as casas com X são aquelas que já foram marcadas pelo oponente.

L	X	X	X	X	X	X	X					
K												
J		X										
I				X		X						
H				X	X		X	X	X			
G		X	X	X	X	X			X			
F			X									
E										X		
D			X									
C		X		X	X							
B				X				X				
A					X							
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12

Para que o oponente vença o jogo, quais casas deverá escolher?

- (a) (H, 6); (A, 4); (B, 9) (c) (L, 2); (I, 4); (B, 9)
- (b) (B, 9); (B, 5); (I, 9) (d) (C, 5); (G, 5); (L, 4)

Exercício 7

No Jogo de Xadrez, uma peça é eliminada quando a outra ocupa a casa onde ela está. O cavalo é a única peça desse jogo que pode pular outras peças porque se movimenta em L. O esquema abaixo (Figura 1) apresenta todas as possibilidades de movimento para esta peça:

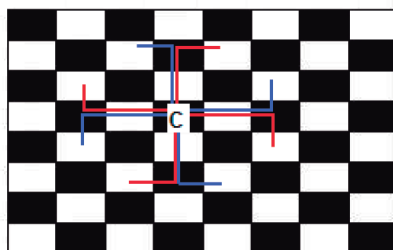


Figura 1

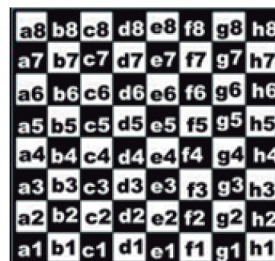


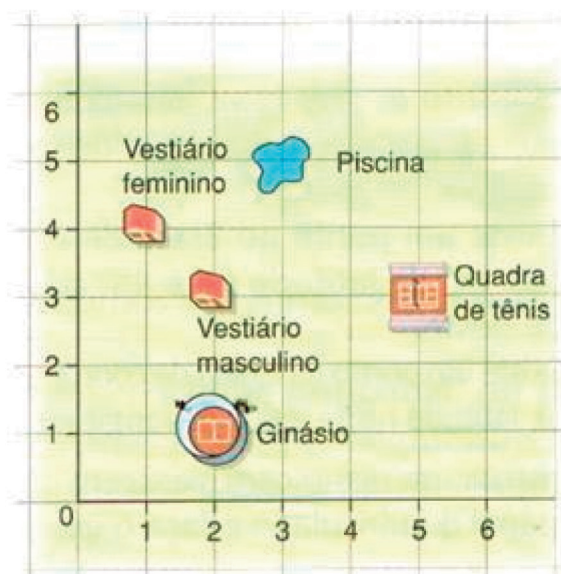
Figura 2

Se um cavalo está posicionado na casa H1 (Figura2), quantas são as possibilidades de eliminar outras peças?

- (a) 8 (b) 5 (c) 3 (d) 2

Exercício 8

No plano cartesiano abaixo está representado o mapa de um Centro Esportivo.



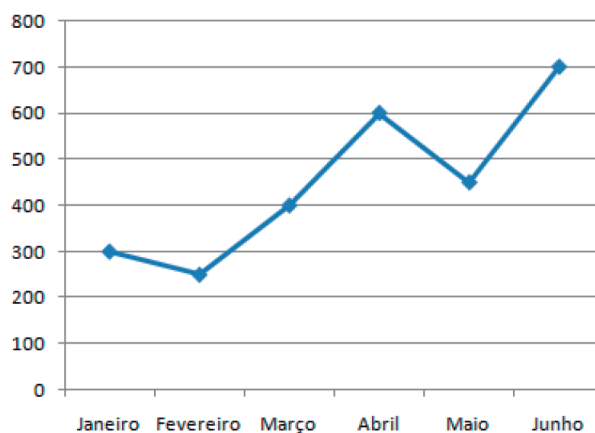
Fonte: <http://prof-rinaldo.blogspot.com.br/2010/11/do-plano-cartesiano-aos-graficos.html>

Quais pares ordenados representam, respectivamente, os vestiários masculino e feminino?

- (a) (1, 4) e (2, 3) (b) (4, 1) e (2, 3) (c) (2, 3) e (1, 4) (d) (3, 2) e (1, 4)

Exercício 9

O gráfico abaixo representa a quantidade de livros vendidos por uma grande livraria, nos primeiros seis meses de 2012:



Qual a tabela que representa os dados contidos no gráfico?

(a)

Junho	700
Maio	450
Abril	650
Janeiro	300
Fevereiro	250
Março	400

(b)

Janeiro	300
Abril	600
Maio	450
Março	400
Junho	700
Fevereiro	250

(c)

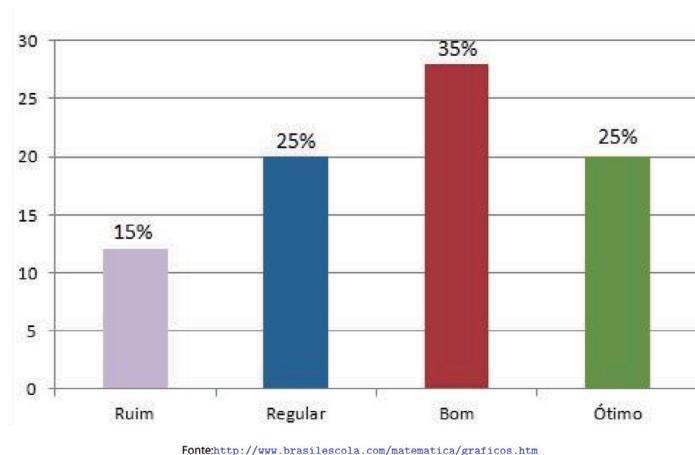
Janeiro	250
Fevereiro	300
Março	600
Abril	400
Maio	700
Junho	450

(d)

Janeiro	300
Março	450
Maio	350
Fevereiro	250
Abril	600
Junho	700

Exercício 10

O gráfico abaixo mostra o desempenho em Matemática dos alunos de uma determinada série:

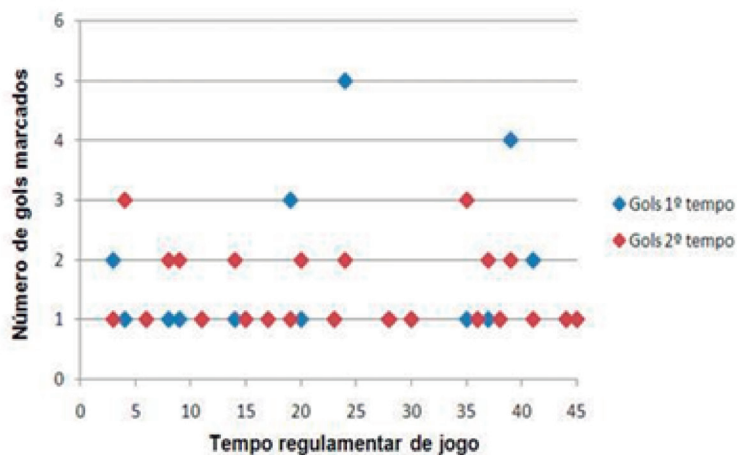


Qual o percentual de alunos com desempenho entre regular e bom?

- (a) 60% (b) 40% (c) 70% (d) 15%

Exercício 11

O gráfico abaixo mostra a quantidade de gols marcados durante os jogos da Eurocopa 2012.



<http://www.efdeportes.com/efd174/gols-anotados-durante-eurocopa-2012.htm>

Cada símbolo (azul ou vermelho) indica a quantidade de gols marcados de acordo com o tempo, na primeira ou segunda metade do jogo.

Foram marcados mais gols no primeiro ou no segundo tempo de jogo?

Exercício 12

O gráfico abaixo mostra a média Ibope do jornal Nacional de 1970 até os dias atuais.

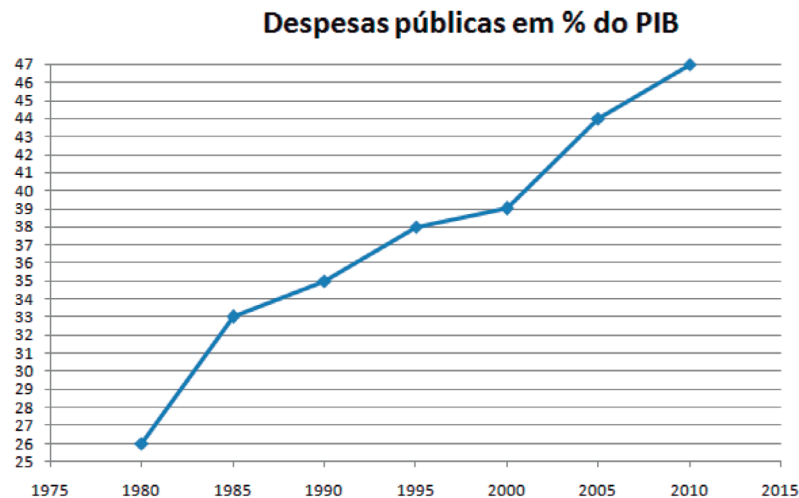


Fonte: www.slideshare.net

Em qual ano foi registrada a maior queda de audiência e de quanto foi essa queda?

Exercício 13

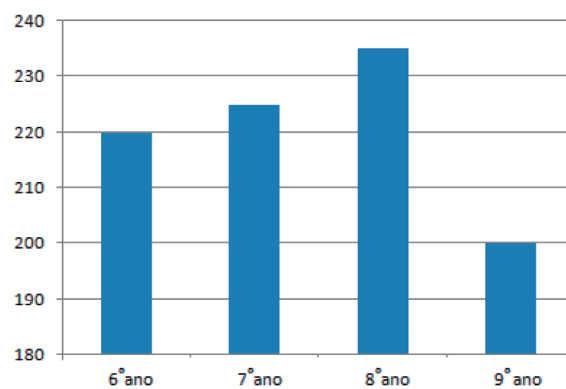
O gráfico abaixo representa os gastos em relação ao PIB (Produto Interno Bruto) com despesas públicas no Brasil.



Qual a soma dos percentuais com as despesas públicas nos anos de 1990, 1995, 2000 e 2005?

Exercício 14

No gráfico abaixo está representada a quantidade de alunos, por ano de escolaridade, de uma escola do Rio de Janeiro.



Fonte: <http://efisica.if.usp.br/mecanica/basico/mruv/intro/>

Quanto alunos essa escola possui?

Exercício 15

A tabela abaixo mostra o balanço de vendas de cada funcionário de uma empresa, em um período de 3 dias.

	A	B	C
1	Vendedor	Valor	Data
2	1	R\$ 1.039,00	02/01/2010
3	2	R\$ 2.030,00	02/01/2010
4	3	R\$ 3.920,00	02/01/2010
5	1	R\$ 990,00	03/01/2010
6	2	R\$ 1.200,00	03/01/2010
7	3	R\$ 1.900,00	03/01/2010
8	1	R\$ 990,00	04/01/2010
9	2	R\$ 1.900,00	04/01/2010
10	3	R\$ 3.250,00	04/01/2010

Fonte: <http://efisica.if.usp.br/mecanica/basico/mruv/intro/>

Qual foi o faturamento total no dia 04 de janeiro de 2010?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 2

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Exercício 3

A	B	C	D
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 4

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 5

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Exercício 6

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 7



Exercício 8



Exercício 9



Exercício 10



Exercício 11

Foram marcados 23 gols no primeiro tempo e 34 gols no segundo tempo. Portanto, foram marcados mais gols no segundo tempo..

Exercício 12

No ano de 2001. A queda foi de 14,5 pontos de audiência.

Exercício 13

$$35 + 38 + 39 + 43 = 155$$

Exercício 14

880

Exercício 15

R\$ 6140,00





Utilizando porcentagens

Fascículo 1
Unidade 2

Utilizando porcentagens

Para início de conversa...

Você já deve ter se defrontado várias vezes com situações que demandam o uso de porcentagens e, provavelmente, deve ter usado suas próprias estratégias para realizar os cálculos necessários. Algumas situações, como calcular o desconto que poderia obter na compra de algum produto à vista ou quanto pagaria a mais a prazo; ou mesmo o quanto pagaria a mais no caso de atrasar o pagamento de alguma conta requerem esse tipo de cálculo. Além dessas situações, saber lidar com porcentagens auxilia-nos a exigir nossos direitos. Por exemplo, para conferir o contracheque, ou seja, o recibo de pagamento de salário, com as informações da quantia e das taxas, e impostos cobrados. Para discutir sobre esse tipo de situação, vamos pensar em uma situação fictícia. Marisa trabalha na Papelaria do Bairro. Veja que no seu contracheque, alguns campos estão sem preenchimento:

300 - PAPELARIA DO BAIRRO - ME Rua das Oliveiras, 300 Cnpj/Cpf: 00.000.000/0001-00		Reibo de Pagamento de Salário						
		Março/2008						
Códig.	Nome do Funcionário	CBO	Emp.	Local	Depdo.	Setor	Seção	Fl.
00011	MARISA DA SILVA SANTANA	991110-COME		OPER	NIV 3		35.00.00	
Cod.	Descrição	Referência	Vencimentos	Descontos				
1	SALÁRIO NORMAL	30	852,60					
101	IN.S.S.	8,0%						
144	VALE TRANSPORTE	6,0%						
156	PLANO DE SAÚDE	2,5%						
			Total de Vencimentos	Total de Descontos				
			Valor Líquido					
Salário Base		Sal. Contr. INSS	Base Calc. FGTS	FGTS do Mês	Base Calc. IRPF	Faixa IRPF		
852,60		852,60	852,60		852,60			

DECLARO TER RECEBIDO A IMPORTÂNCIA LÍQUIDA CORRESPONDENTE A ESTE RECIBO

ASSINATURA DO FUNCIONÁRIO

DATA

Figura 1: Nesse contracheque fictício, algumas informações importantes relacionadas aos descontos mensais estão ausentes. Saber realizar os cálculos para descobrir esses valores é fundamental.

Perceba que, após os 30 dias trabalhados, o salário de Marisa tem alguns descontos: 8% de INSS, 6% de vale transporte e 2,5% de plano de saúde. Com esses abatimentos, o salário líquido de Marisa não será mais o de R\$ 852,60. Qual será, então, o valor do salário líquido de Marisa no mês em questão?

Não se preocupe em realizar essa tarefa agora, pois retornaremos a ela no final dessa unidade. Com o seu estudo, esperamos que você seja capaz de fazer esse e outros cálculos de porcentagens que podem ser muito importantes para o seu dia a dia.

Objetivos de aprendizagem

- Calcular porcentagem de um valor conhecido.
- Calcular a porcentagem que um valor representa de outro.

Seção 1

Porcentagem no dia a dia

Observe o seguinte anúncio:



Figura 2: Oferta de calçados masculinos. Qual será o preço de cada sapato, com 20% de desconto?

Veja que a loja anuncia desconto de 20% em todo o seu estoque. Imagine que o modelo abaixo foi escolhido por Paulo.



Figura 3: Paulo escolheu um modelo de sapato que custa R\$ 120,00, sem o desconto.

Nesse caso, qual é o valor do desconto e quanto deverá ser pago por Paulo?

Utilizando o conceito de proporcionalidade

Provavelmente, você já possui uma estratégia para cálculos de porcentagens ou até mesmo sabe utilizar uma calculadora para ajudá-lo a resolver essa situação. Que tal discutir um pouco mais a respeito?

Importante

Quando afirmamos que 50% dos alunos da turma A são meninas, referimo-nos $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ dos alunos, ou seja, a metade dos alunos são meninas. Isso corresponde a dizer que um em cada dois alunos são meninas. Ao falarmos 50% de certa quantidade ou valor queremos dizer que vamos fracionar em 100 partes iguais e delas retiraremos 50.

Dessa forma, também é possível observar que há várias formas de representar uma porcentagem: com o símbolo %, como uma fração ou um número decimal. Assim:

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 0,04$$

Para resolver a situação da loja de sapatos, podemos utilizar o conceito de proporcionalidade para calcular porcentagens. Acompanhe o esquema a seguir para calcular o valor do desconto:

100%

R\$ 120,00

- Primeiro dividimos os valores das duas colunas por 100. Dessa forma encontraremos quanto é 1% de R\$120,00.

100%

↓ ÷ 100

1%

R\$ 120,00

↓ ÷ 100

R\$ 1,20

- Agora multiplicamos os valores por 20 para encontrar quanto é 20% de R\$120,00.

1%

↓ x 20

20%

R\$ 1,20

↓ x 20

R\$ 24,00

- Perceba, então, que para encontrar 20% de R\$ 120,00 realizamos as seguintes operações: dividimos por 100 e multiplicamos por 20.

Esse mesmo resultado pode ser encontrado por caminhos diversos. Por exemplo, se fizéssemos essas duas operações na ordem inversa. Multiplicar por 20 e dividir por 100, da seguinte forma:

$$120 \times 20 \div 100 = 24$$

ou

$$120 \times \frac{20}{100} = 24$$

ou

$$120 \times 0,2 = 24$$

ou ainda

$$120 \times 20\% = 24$$

Assim, o valor do desconto que Paulo terá ao pagar o sapato é de R\$ 24,00. Logo, Paulo pagará pelo sapato: R\$ 120,00 – R\$ 24,00 = R\$ 96,00.

Utilizando a calculadora

Agora, veja como podemos calcular esses valores com a calculadora:



Digite: **1 2 0 X 2 0 % =**

O resultado aparecerá no seu visor: 24

Lembrando que $20\% = 0,2$, este procedimento poderia ser feito da seguinte forma:

Digite: **1 2 0 X 0 . 2 =**

Calculando a porcentagem

Na situação anterior, vimos como calcular porcentagem de um valor dado, mas existem outras situações em que precisamos definir quantos por cento um valor representa de outro. Observe a situação a seguir:

Um trabalhador possui um salário bruto mensal de R\$ 1200,00. Porém, desse valor são descontados R\$ 180,00 por mês. Qual o percentual descontado do salário desse trabalhador?

Vamos resolver a situação, utilizando o que já conhecemos. Vamos, para isso, adotar que o desconto é de A%. Dessa forma, poderíamos escrever:

$$1200 \times A\% = 180$$

Ou

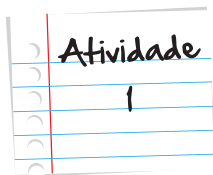
$$A\% = \frac{180}{1200}$$

$$A\% = 0,15, \text{ ou seja } A\% = \frac{15}{100} = 15\%$$

É equivalente a dizer que $A\% = 15\%$.

Assim, todo mês o trabalhador tem um desconto de 15% de seu salário bruto.

Agora é com você. A seguir são apresentadas algumas atividades relacionadas com o conceito de porcentagem. Você pode utilizar estratégias de resolução que já conhece de experiências anteriores, aquelas que já usa em seu dia a dia. Mas, se desejar, use as ideias mostradas nesta unidade.



Pesquisas recentes têm mostrado que o número de usuários de Internet no Brasil tem crescido a cada ano. Em junho de 2010, o Brasil ocupava o quinto lugar entre os países com maior número de internautas do mundo, segundo levantamento feito pelo Site Royal Pingdom. Segundo esse *site*, dos 198.700.000 habitantes brasileiros, cerca de 36% já tinham acesso à internet.

Quantas pessoas já tinham acesso à Internet no período citado? Utilize o esquema a seguir, preenchendo os espaços em branco, para ajudá-lo na resolução:

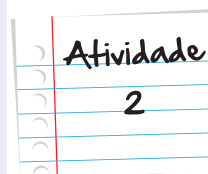
100%	198.700.000
↓ ÷ 100	↓ ÷ 100
↓ x 36	↓ x 36

Anote suas
respostas em
seu caderno

Como foi falado anteriormente, há situações em que queremos calcular o valor da porcentagem, por exemplo, quando queremos calcular o percentual de aumento do salário mínimo. Será que foi maior ou menor que a inflação? É esse tipo de cálculo que você deve fazer aqui. Para isso, calcule que percentual representam os valores a seguir e responda, dando o valor exato ou aproximado:

- a. R\$ 300,00 de R\$ 1.200,00.
- b. R\$ 45,00 de R\$ 1.100,00.
- c. R\$ 120,00 de R\$ 2.000,00.
- d. 60 pessoas de 170 pessoas.
- e. 130 pessoas de 2.000 pessoas.

Anote suas
respostas em
seu caderno



Observe a propaganda:



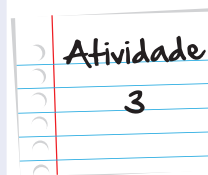
- a. Qual o valor total do computador na venda a prazo?
- b. Quantos por cento de aumento há em relação ao valor à vista?
- c. Quantas horas uma pessoa que ganha um salário mínimo deve trabalhar para conseguir comprar um computador como esse, utilizando todo o seu salário?

Considere os seguintes dados:

Valor do salário mínimo: R\$622,00

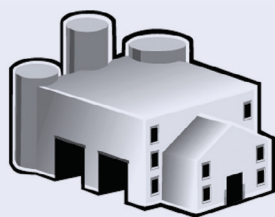
Quantidade de horas trabalhadas por mês: 220 horas

Anote suas
respostas em
seu caderno



Atividade
4

Analise a seguinte situação:



O negócio de Joana é vender calculadoras. Ela compra direto da fábrica e as repassa com um acréscimo de 20% sobre o valor da compra. Joana compra cada calculadora por R\$ 28,00.

Esta semana Joana vendeu 30 calculadoras para a Papelaria do Bairro. Ana, a dona da Papelaria do Bairro revende as calculadoras que compra de Joana com um acréscimo de 30% sobre o valor que paga.



Hoje, Ana vendeu uma calculadora para Rodolfo. Como Rodolfo é cliente antigo da loja, ela resolveu lhe conceder um desconto de 5% sobre o preço de venda da calculadora em sua papelaria.

A. Operando da forma que achar mais conveniente, responda:

- Por quanto Joana vende cada calculadora?
- Quanto Joana recebeu de Ana pela compra das 30 calculadoras?
- Quanto custa a calculadora na Papelaria do Bairro?
- Quanto Rodolfo pagou pela calculadora que comprou?

B. Repita os mesmos cálculos feitos no item A, utilizando agora a tecla % da calculadora.

Importante

Para acrescentar $x\%$ a um valor V basta fazer:

$$V + x \text{ } \boxed{\%} \text{ } \boxed{=}$$

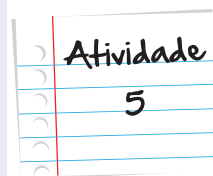
Para subtrair $x\%$ de um valor V basta fazer

$$V - x \text{ } \boxed{\%} \text{ } \boxed{=}$$

Anote suas
respostas em
seu caderno

Lara comprou um terreno por R\$ 5.400,00 e o revendeu com um lucro de 12%. Por quanto Lara vendeu o terreno?

Anote suas
respostas em
seu caderno



Momento de reflexão

Como falamos anteriormente, porcentagens estão presentes em várias situações do dia a dia e há muitas formas de se efetuarem cálculos, envolvendo esse conceito. Também falamos que é muito provável que você já utilize alguma estratégia para esses cálculos, utilizando ou não uma calculadora. Tente se lembrar de alguma situação em que já tenha precisado fazer algum cálculo, envolvendo porcentagem. Escreva a estratégia que utilizou para revolver o problema, comparando o seu método com os mostrados nesta unidade.

Anote suas
respostas em
seu caderno

Voltando à conversa inicial...

Nesta unidade, pudemos avançar nos cálculos de porcentagens. Trabalhamos o cálculo de porcentagens de um número dado e também a porcentagem que um determinado valor representa de uma quantidade dada.

Agora podemos voltar à situação inicial e calcular o salário líquido de Marisa, após os devidos descontos. Veja a seguir como fica o contracheque depois dos percentuais calculados:

300 - PAPELARIA DO BAIRRO - ME Rua das Oliveiras, 300 Cnpj/Cpf: 00.000.000/0001-00				Reibo de Pagamento de Salário			
				Março/2008			
Código	Nome do Funcionário	CBO	Emp.	Local	Deplo.	Sector	Seção
00011	MARISA DA SILVA SANTANA	991110	PROF	OPER	NIV 3	35.00.00	

Cód.	Descrição	Referência	Vencimentos	Descontos
1	SALÁRIO NORMAL	30	852,60	
101	I.N.S.S.	8,0%		68,20
144	VALE TRANSPORTE	6,0%		51,15
156	PLANO DE SAÚDE	2,5%		21,31
			Total de Vencimentos 852,60	Total de Descontos 140,66
			Valor Líquido 711,94	

Salário Base	Sal. Contr. INSS	Base Calc. FGTS	FGTS do Mês	Base Calc. IRRF	Faixa IRRF
852,60	852,60	852,60	68,20	852,60	

ASSINATURA DO FUNCIONÁRIO

 DATA

DECLARO TER RECEBIDO A IMPORTÂNCIA LIQUIDA DISCRIMINADA NESTE RECIBO

O salário líquido de Marisa (após os descontos) é de R\$ 711,94 (setecentos e onze reais e noventa e quatro centavos). Se você trabalha e recebe um contracheque, tente analisar o seu também!

Veja ainda

Quer fazer cálculos rápidos envolvendo porcentagens? Acesse o site <http://www.profcardy.com/calculadoras/aplicativos.php?calc=18>. Lá você encontrará o seguinte quadro:

Calculadora de porcentagem

Esta é a resposta:

Quanto é <input type="text"/> % de <input type="text"/> ?	<input type="text"/>	Calcule
O valor <input type="text"/> é qual porcentagem de <input type="text"/> ?	<input type="text"/> %	Calcule
Eu tenho um valor de <input type="text"/> que AUMENTOU para <input type="text"/> . Qual foi o aumento percentual?	<input type="text"/> %	Calcule
Eu tenho um valor de <input type="text"/> que DIMINUIU para <input type="text"/> . Qual foi a diminuição percentual?	<input type="text"/> %	Calcule
O valor <input type="text"/> sobre o valor <input type="text"/> é quantos por cento?	<input type="text"/> %	Calcule
Eu tenho um valor de <input type="text"/> e quero AUMENTAR <input type="text"/> %. Qual é o resultado?	<input type="text"/>	Calcule
Eu tenho um valor de <input type="text"/> e quero DIMINUIR <input type="text"/> %. Qual é o resultado?	<input type="text"/>	Calcule

Limpe

Uma calculadora simples sobre porcentagem.

Observe que os parâmetros são bem diretos e fáceis de compreender. Faça bom uso!

Referências

Livros

- SILVA, Albano; LOUREIRO, Cristina; VELOSO, Graciosa. **Calculadoras na Educação Matemática**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1989.

Atividade 1

Utilizando o esquema proposto nesta atividade, veja quantas pessoas já tinham acesso à internet no Brasil em junho de 2010.

100%	198.700.000
↓ ÷ 100	↓ ÷ 100
1%	1.987.000
↓ x 36	↓ x 36
36%	71.532.000

Atividade 2

Calculando os percentuais nesta atividade, você deve ter chegado aos seguintes valores:

- R\$ 300,00 de R\$ 1.200,00: 25%

$$\frac{300}{1200} = 0,25 = 25\%$$
- R\$ 45,00 de R\$ 1.100,00: 4,09%

$$\frac{45}{1100} = 0,0409 = 4,09\% \text{ aproximadamente}$$
- R\$ 120,00 de R\$ 2.000,00: 6%

$$\frac{120}{2000} = 0,06 = 6\%$$
- 60 pessoas de 170 pessoas: 35,29%

$$\frac{60}{170} = 0,3529 = 35,29\% \text{ aproximadamente}$$
- 130 pessoas de 2.000 pessoas: 6,5%

$$\frac{130}{2000} = 0,065 = 6,5\%$$

Atividade 3

Observando a propaganda você deve ter constatado que:

- O valor total do computador na venda a prazo é: R\$1.740,00
- Em relação ao valor à vista, ouve um aumento de:

$$\text{Aumento à R\$1.740,00 - R\$1.599,00 = R\$141,00}$$

$$\text{Percentual à } 141 \div 1599 = 0,088 = 8,8\% \text{ (aproximado)}$$

c. Salário mínimo à R\$ 622,00

Carga horária de trabalho mensal à 220 horas.

Salário bruto por hora à $R\$ 622,00 \div 220 = R\$ 2,83$ (aproximado).

Quantidade de horas trabalhadas necessárias para a compra de um computador à $R\$ 1.599,00 \div R\$ 2,83 = 565$ horas, aproximadamente.

Atividade 4

A.

a. Por quanto Joana vende cada calculadora?

$$R\$ 28,00 \times 20 \div 100 = R\$ 5,60$$

$$R\$ 28,00 + R\$ 5,60 = R\$ 33,60$$

Joana vende cada calculadora por R\$33,60.

b. Quanto Joana recebeu de Ana pela compra das 30 calculadoras?

$$R\$ 33,60 \times 30 = R\$ 1.008,00$$

Joana recebeu R\$ 1.008,00.

c. Quanto custa a calculadora na Papelaria do Bairro?

$$R\$ 33,60 \times 30 \div 100 = R\$ 10,08$$

$$R\$ 33,60 + R\$ 10,08 = R\$ 43,68$$


Cada calculadora custa R\$ 43,68.

d. Quanto Rodolfo pagou pela calculadora que comprou?


$$R\$ 43,68 \times 5 \div 100 = R\$ 2,18 \text{ (aproximado)}$$

$$R\$ 43,68 - R\$ 2,18 = R\$ 41,50$$

Rodolfo pagou R\$ 41,50.

B. Repita, os mesmos cálculos feitos no item A, utilizando agora a tecla  da calculadora.

a. 

b. 

c. $33 \cdot 6 + 30\%$

d. $43 \cdot 68 - 5\%$

Atividade 5

Utilizando a calculadora, você deve ter chegado a conclusão de que ao comprar um terreno por R\$ 5.400,00 e o revender com um lucro de 12%, Joana vendeu o terreno por:

$$5400 + 12\% = \text{R\$ } 6.048,00$$

O que perguntam por aí?

Atividade 1 (ENEM 2010)

Uma empresa possui um sistema de controle de qualidade que classifica o seu desempenho financeiro anual, tendo como base o do ano anterior. Os conceitos são: insuficiente, quando o crescimento é menor que 1%; regular, quando o crescimento é maior ou igual a 1% e menor que 5%; bom, quando o crescimento é maior ou igual a 5% e menor que 10%; ótimo, quando é maior ou igual a 10% e menor que 20%; e excelente, quando é maior ou igual a 20%.

Essa empresa apresentou lucro de R\$ 132.000,00 em 2008 e de R\$ 145.000,00 em 2009. De acordo com esse sistema de controle de qualidade, o desempenho financeiro dessa empresa no ano de 2009 deve ser considerado

- a. insuficiente.
- b. regular.
- c. bom.
- d. ótimo.
- e. excelente.

Resposta: Letra C

Atividade 2 (ENEM 2009)

O gráfico a seguir mostra a evolução, de abril de 2008 a maio de 2009, da população economicamente ativa para seis Regiões Metropolitanas pesquisadas.



FONTE: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Mensal de Emprego.

Disponível em: www.ibge.gov.br.

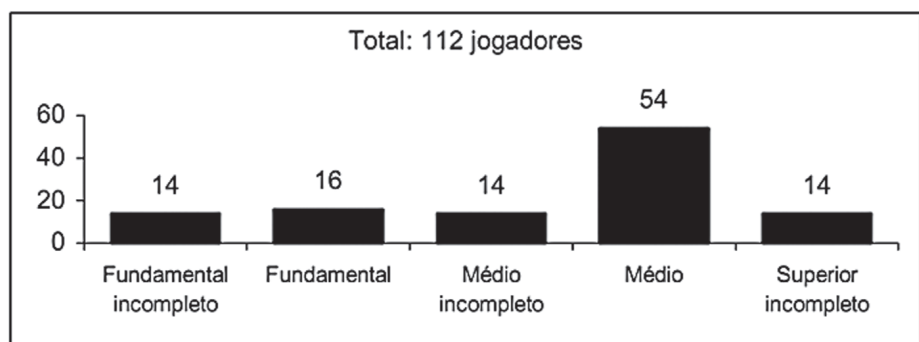
Considerando que a taxa de crescimento da população economicamente ativa, entre 05/09 e 06/09, seja de 4%, então o número de pessoas economicamente ativas em 06/09 será igual a

- a. 23.940
- b. 32.228
- c. 920.800
- d. 23.940.800
- e. 32.228.000

Resposta: Letra D

Atividade 3 (ENEM 2005)

A escolaridade dos jogadores de futebol nos grandes centros é maior do que se imagina, como mostra a pesquisa abaixo, realizada em os jogadores profissionais dos quatro principais clubes de futebol do Rio de Janeiro.



(O Globo, 24/7/2005.)

De acordo com esses dados, o percentual dos jogadores dos quatro clubes que concluíram o Ensino Médio é de aproximadamente:

- a. 14%
- b. 48%
- c. 54%
- d. 60%
- e. 68%

Resposta: Letra D



Atividade extra

Exercício 1

Um microondas custa R\$ 300,00 e possui um desconto de 15% no pagamento à vista. Qual o valor do microondas à vista?

- (a) R\$ 285,00 (b) R\$ 255,00 (c) R\$ 270,00 (d) R\$ 215,00

Exercício 2

Uma turma do Ensino Fundamental de uma escola possui 50 alunos, sendo que 10% usam óculos e 2% usam lentes de contato. Quantos alunos não usam óculos nem lentes?

- (a) 47 (b) 46 (c) 45 (d) 44

Exercício 3

Um funcionário de uma empresa recebeu a quantia de R\$ 215,00, a mais no seu salário, referente a um aumento de 5%. Qual o seu salário atual?

- (a) R\$ 4.300,00 (b) R\$ 1.075,00 (c) R\$ 4.075,00 (d) R\$ 2.150,00

Exercício 4

Uma pesquisa constatou que a população de uma cidade havia aumentado de 89.250 para 105.315 habitantes.

Qual o valor percentual desse aumento?

- (a) 15% (b) 18% (c) 22% (d) 24%

Exercício 5

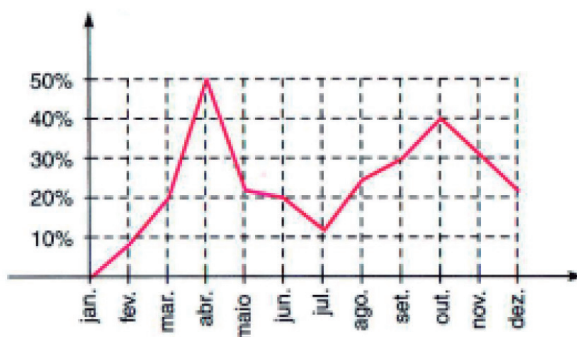
Após um aumento de 15% no preço do etanol, um posto passou a vender o litro do combustível por R\$ 2,599

Qual o preço do litro do etanol antes do aumento?

- (a) R\$ 2,31 (b) R\$ 2,26 (c) R\$ 2,23 (d) R\$ 2,18

Exercício 6

O gráfico apresenta, em porcentagem, a oscilação do preço do vestuário no ano de 1988. (Fonte: Revista ISTO É Senhor)



Devido a circunstâncias excepcionais há maior interesse nos meses de março, maio, agosto, setembro, outubro e novembro. Qual a diferença entre a maior e a menor oscilação nos meses de maior interesse?

- (a) 25% (b) 20% (c) 15% (d) 10%

Exercício 7 (ENEM – Adaptado)

João deve 12 parcelas de R\$ 150,00 referentes ao cheque especial de seu banco e 5 parcelas de R\$ 80,00 referentes ao cartão de crédito. O gerente do banco lhe ofereceu duas parcelas de desconto no cheque especial, caso João quitasse esta dívida imediatamente ou na mesma condição, isto é, quitação imediata, com 20% de desconto na dívida do cartão. João também poderia renegociar suas dívidas em 18 parcelas mensais de R\$ 125,00. Sabendo desses termos, José, amigo de João, ofereceu-lhe emprestar o dinheiro que julgasse necessário pelo tempo de 18 meses, com juros de 25% sobre o total emprestado. Qual a opção que dá a ele o menor gasto?

- (a). pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação das duas dívidas.
- (b). recusar o empréstimo de José e pagar todas as parcelas pendentes nos devidos prazos.
- (c). pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagar as parcelas do cartão de crédito.
- (d). pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.

Exercício 8

Segundo uma pesquisa recente, 7% da população brasileira é analfabeta, e 64% da população de analfabetos é do sexo masculino. Qual percentual da população brasileira é formada por analfabetos do sexo feminino?

- (a) 2,52% (b) 5,20% (c) 3,60% (d) 4,48%

Exercício 9

Maria comprou um frango congelado que pesava 2,4 kg. Após o descongelamento e de ter escorrido toda a água, o frango passou a pesar apenas 1,44 kg. Qual o percentual de perda?

- (a) 35% (b) 40% (c) 45% (d) 48%

Exercício 10

Uma televisão foi comprada a prazo por R\$ 2.204,00 com um desconto de 5%. Se a compra tivesse sido à vista, a televisão teria saído por R\$ 1.972,00. Qual seria o desconto obtido no pagamento à vista?

- (a) 13% (b) 14% (c) 15% (d) 18%

Exercício 11

Rodrigo recebeu um aumento de 14% e com isso seu salário chegou a R\$ 1.368,00. O salário dele antes do aumento era igual a?

Exercício 12

Em uma prova de rali, um carro percorreu 65% do percurso. Sabendo-se que faltam 875km para completar a prova. Qual o percurso total desse rali?

Exercício 13

Márcia tem duas opções de pagamento na compra de um fogão: sem juros, em quatro parcelas mensais iguais de R\$ 350,00 ou à vista, com 15% de desconto. Qual o preço desse fogão, à vista?

Exercício 14

Uma academia ofereceu um desconto de 7,5% na mensalidade para novos alunos. Sabendo que a mensalidade para alunos antigos é de R\$ 80,00, responda: Qual o valor da mensalidade para os novos alunos?

Exercício 15

No período de um ano, certa aplicação financeira obteve um rendimento de 26%. No mesmo período, porém, ocorreu uma inflação de 20%. Qual o rendimento percentual, efetivo da referida aplicação?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 2

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Exercício 3

A	B	C	D
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 4

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 5

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 6

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 7

A **B** **C** **D**
☐ ☐ ☐ ☒

Exercício 8

A **B** **C** **D**
☒ ☐ ☐ ☐

Exercício 9

A **B** **C** **D**
☐ ☒ ☐ ☐

Exercício 10

A **B** **C** **D**
☐ ☐ ☒ ☐

Exercício 11

R\$ 1.200,00

Exercício 12

2500 km

Exercício 13

R\$ 1.190,00

Exercício 14

R\$ 74,00

Exercício 15

5%





Equações do primeiro grau

Fascículo 1
Unidade 3

Equações do primeiro grau

Para início de conversa...

Você tem um telefone celular ou conhece alguém que tenha?

Você sabia que o telefone celular é um dos meios de comunicação que mais se populariza e que, em 2001, já tínhamos mais de 212 milhões no Brasil? Ou seja, há mais celulares no Brasil do que brasileiros!

Escolher o celular, no entanto, pode não ser uma tarefa simples! São várias ofertas tanto de aparelhos quanto de planos e tem se tornado cada vez mais difícil fazer a melhor escolha. São muitos fatores que devem ser levados em consideração, mas vamos considerar aqui apenas a quantidade de minutos que utilizaremos por mês. Observe, a seguir, alguns planos disponíveis:



Empresa	Quantidade de minutos disponíveis	Valor fixo mensal	Valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis
A	120 min	R\$ 96,90	R\$ 0,59
B	90 min	R\$ 83,00	R\$ 0,71
C	110 min	R\$ 89,90	R\$ 0,65
D	0	0	R\$ 1,39

Tabela 1: Opções de planos para celulares, oferecidos por empresas distintas. Os planos apresentam variações quanto ao preço, à quantidade de minutos disponíveis e ao valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis pelo plano.

Como poderíamos escolher o melhor plano de telefonia, a partir das situações apresentadas? Essa decisão dependerá da quantidade de minutos que serão utilizados mensalmente. Então, qual seria a melhor alternativa para quem utiliza, por mês:

- a. 50 minutos.
- b. 100 minutos.
- c. 120 minutos.
- d. 200 minutos.

Objetivos de aprendizagem

- Visualizar o princípio da igualdade numa equação;
- Compreender estratégias para resolução de equações do primeiro grau;
- Utilizar as propriedades das operações para resolver equações.

Seção 1

A letra como Incógnita

Situação problema 1

Em equações matemáticas, utilizamos uma “letra” para representar valores que não conhecemos. Dizemos, assim, que essa letra é a **incógnita** da equação.

Em Matemática, uma incógnita representa um valor que deve ser determinado por meio da resolução de uma equação ou inequação. Normalmente, representam-se as incógnitas pela letra x .

O uso de letras na Matemática é importante para facilitar a comunicação dentro de uma linguagem própria que essa ciência possui.

Dessa maneira, a expressão: “qual o número que multiplicado por dois e adicionado a cinco tem 11 como resultado?” poderia ser substituída, simplesmente pela igualdade:

$$2x + 5 = 11$$

O resultado seria: o número procurado é 3.



Vamos utilizar a situação dos planos de telefonia, citados anteriormente, para exemplificar. Observe o quadrinho a seguir:



Figura 2: Essa é uma situação fictícia, mas muito comum. Muitas vezes, escolhemos o plano de celular a partir do preço que podemos pagar.

Observe como o vendedor pensou:

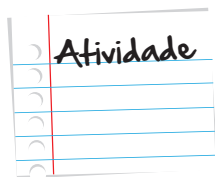
Vamos começar pelo plano D, uma vez que é o que apresenta minutos disponíveis sem valor fixo mensal.

Plano D: R\$1,39 por minuto.

Quantidade de minutos utilizados	Cálculo	Valor pago
10	$1,39 \times 10$	R\$ 13,90
50	$1,39 \times 50$	R\$ 69,50
100	$1,39 \times 100$	R\$ 139,00
t	$1,39 \times t$	R\$ 160,00

O vendedor escreveu, portanto: **$1,39 \times t = 160$**

Ou seja, o valor de cada minuto vezes a quantidade de minutos utilizados pelo comprador deve ser igual a R\$160,00.



Qual seria a quantidade (t) de minutos que poderiam ser utilizados, gastando R\$160,00 por mês?

Anote suas
respostas em
seu caderno

Plano B: R\$ 83,00 para utilizar 90 minutos e R\$ 0,71 para cada minuto que exceder esses 90 minutos.

Quantidade de minutos utilizados	cálculo	Valor pago
10	83	R\$ 83,00
50	83	R\$ 83,00
100	$83 + 0,71 \times (100-90)$	R\$ 90,10
120	$83 + 0,71 \times (120-90)$	R\$ 104,30
t	$83 + 0,71 \times (t-90)$	R\$ 160,00

Repare que quando a quantidade de minutos utilizados excede os 90 minutos do plano B, devemos realizar os cálculos da seguinte forma:

83 reais mais o valor da quantidade de minutos utilizados
que excederam o plano. Isto é, no caso de

100 min:

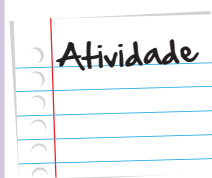
$$100 \text{ min} - 90 \text{ min} = 10 \text{ min}$$

$$10 \text{ min} \times 0,71 \text{ reais} = 7,10 \text{ reais}$$

$$83 \text{ reais} + 7,10 \text{ reais} = 90,10$$

E nesse caso, qual seria a quantidade (t) de minutos disponíveis para ser utilizado, gastando R\$ 160,00 por mês?

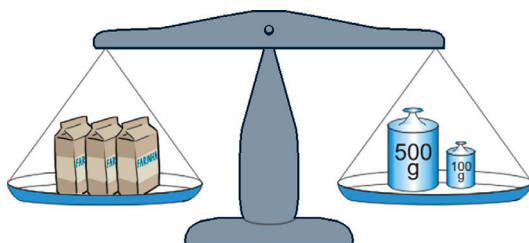
Anote suas
respostas em
seu caderno



Seção 2

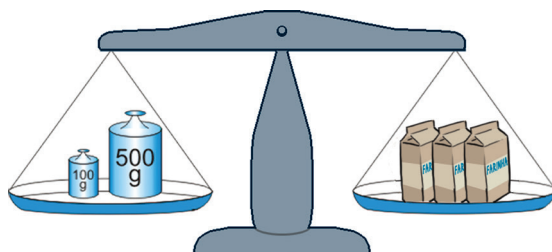
O princípio da igualdade

Para resolver uma equação, como as mostradas na seção anterior, é preciso recorrer ao princípio da igualdade. Para compreender melhor esse princípio, vamos utilizar como ponto de partida a ideia existente no equilíbrio da balança de pratos. Por falar nisso, você já utilizou ou viu alguém utilizar uma balança de pratos? Elas eram muito comuns em armazéns de tempos atrás, antes do surgimento das balanças digitais. Ainda hoje, podemos encontrá-las em feiras livres.

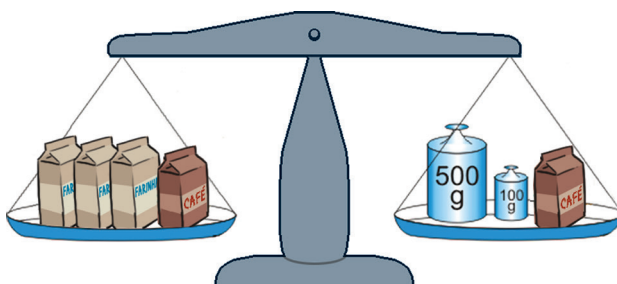


Ela é utilizada para comparar massa. Observe que a balança mostrada está equilibrada, isto significa que os três sacos juntos pesam 600 g. Este equilíbrio pode ser mantido, ou seja, as massas dos dois pratos continuam sendo iguais se ocorrerem algumas situações, como as mostradas a seguir:

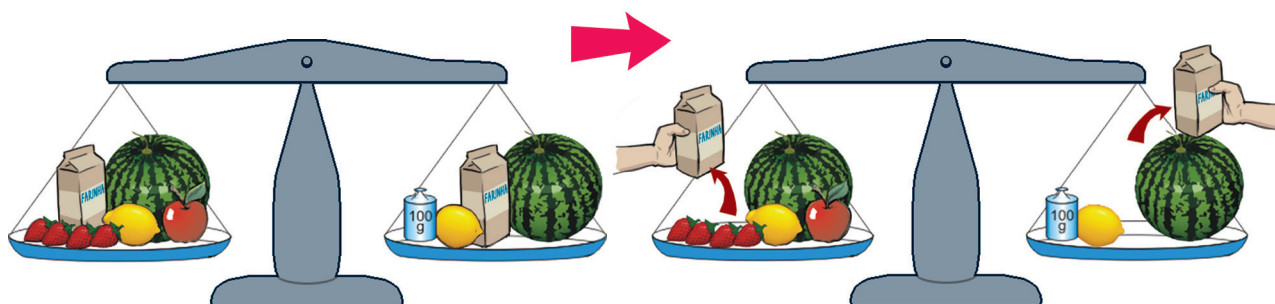
1ª situação: se os elementos forem trocados de pratos.



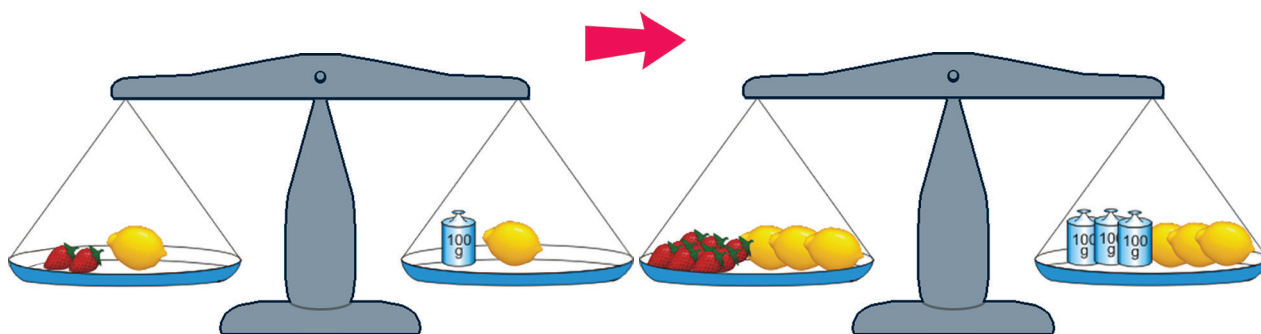
2ª situação: se acrescentarmos outros elementos de mesma massa a cada um dos pratos.



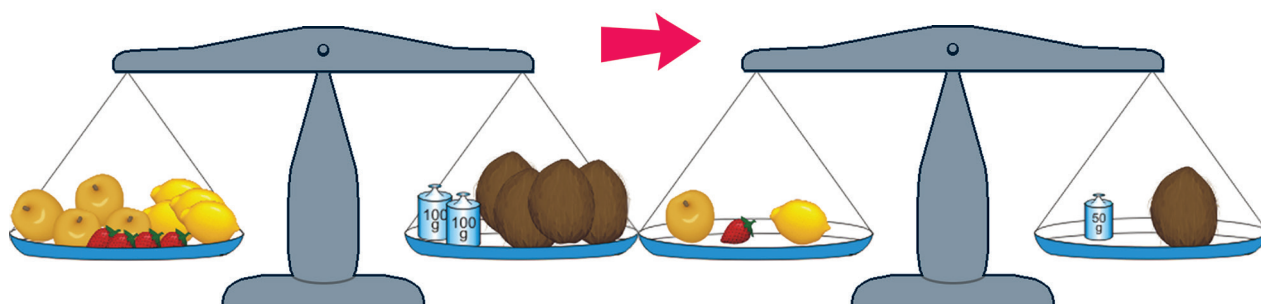
3ª situação: se retirarmos elementos de mesma massa de cada um dos pratos.



4ª situação: se multiplicarmos os elementos existentes em cada um dos pratos pelo mesmo valor.



5ª situação: se dividirmos os elementos existentes em cada um dos pratos pelo mesmo valor.



Embora as situações com uso de balanças mostradas acima só sejam possíveis de serem feitas quando tratamos de números positivos, uma vez que não existem medidas de massa negativas, a ideia de equilíbrio da balança pode ser utilizada em qualquer equação, substituindo a ideia de equilíbrio pela ideia de igualdade. As situações, portanto, passam a compor o que denominamos princípio da igualdade nas equações.

É possível trazer essas propriedades de igualdade da balança para uma equação qualquer. Vejamos como procederíamos para solucionar a equação abaixo de acordo com essa propriedade:

$$5x + 230 = 2x - 130$$

Perceba que, como na balança, um lado da equação precisa ser igual ao outro.

1. Como queremos calcular o valor de x , vamos isolá-lo no primeiro membro da igualdade. Para tal, temos de subtrair $2x$ a ambos os lados da igualdade para que ela não se altere (como na balança de dois pratos).

a. $5x - 2x + 230 = 2x - 2x - 130$

b. Obtemos a equação equivalente: **$3x + 230 = -130$** .

Para eliminar 230 do primeiro membro, subtraímos 230 aos dois lados da equação, que é o mesmo que somar o simétrico de 230.

- c. Temos: $3x + 230 - 230 = -130 - 230$.
- d. Obtemos igualdade: $3x = -360$.
2. Se $3x$ valem -360 ; então, $1x$ valerá -120 . O que é o mesmo que dividirmos ambos os membros da equação por 3.
- a. $3x/3 = (-360)/3$
- b. $x = -120$

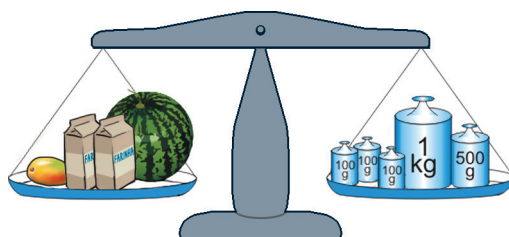
Então o valor de x que satisfaz à equação $5x + 230 = 2x - 130$ é $x = -120$.



No dia a dia, é comum falarmos que estamos pesando a carne, os legumes, enfim, tudo que compramos por quilograma ou grama, o que nos leva a acreditar que pagamos esses itens pela medida de seu peso. Entretanto, as balanças utilizadas nos supermercados, mercearias, açougues etc. dão-nos a medida da massa do que está sendo pesado. Você estudará as diferenças entre massa e peso em Física.

Situação problema 2

Agora que você já viu várias possibilidades de simulações com balanças e resolvemos uma equação, observe a balança a seguir:

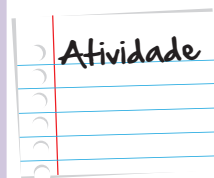


Suponha que os elementos possuam as seguintes massas:

- manga: 50 g
- Melancia: 1.250 g

Quanto deverá pesar cada saco de farinha, sabendo que a balança está em equilíbrio?

Anote suas
respostas em
seu caderno



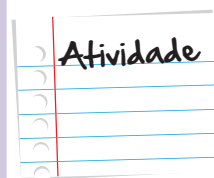
Observe que, neste caso, não conhecemos a massa do saco de farinha. Nesta situação, podemos dizer que a sua massa é uma incógnita. Assim, se denominarmos a massa de cada saco de farinha por x , poderemos escrever esta situação da seguinte forma:

$$50 + 1250 + 2x = 1.800$$

Esta expressão matemática traduz a frase: a massa de uma manga somada com a massa de uma melancia e com a massa de dois sacos de farinha é equivalente a 1.800 gramas.

Encontre uma estratégia de resolução da equação e registre-a.

Anote suas
respostas em
seu caderno



Quando os números são negativos

A balança é uma boa analogia com o princípio da igualdade, utilizado nas equações. No entanto, ela não se aplica a qualquer situação. Por exemplo, na equação:

$$3x + 200 \text{ g} = 110 \text{ g}$$



Saiba Mais



Ao retirarmos 200 gramas de ambos os lados da balança ficaríamos com:

$$3x + 200 \text{ g} - 200\text{g} = 110 \text{ g} - 200\text{g}$$

$$3x = -90\text{g}$$

$$x = -30\text{g}$$

Assim teríamos pesos negativos, o que não condiz com a realidade.

A solução dessa equação, $x=-30$, é um número inteiro negativo.

Outras equações não têm solução dentro do conjunto dos números inteiros. Por exemplo:

$$2x - 10 = 5, \text{ cuja solução é } x = 15/2$$

Nesse caso, a solução pertence a outro conjunto numérico, denominado Conjunto dos **Números Racionais**.

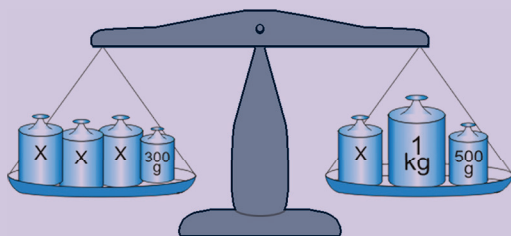
Números Racionais

São todos os números que podem ser escritos em forma de fração. Veja alguns exemplos de números racionais:

$\frac{2}{3}$; $\frac{11}{5}$; 0,2, pois pode ser escrito como $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$; 5, pois pode ser escrito como $\frac{5}{1}$. Veja, portanto, que um número inteiro também é um número racional.

Agora que você já viu algumas estratégias para resolução de equações, é hora de exercitar um pouco do que aprendeu. Lembre-se que comparar as igualdades com o equilíbrio entre duas balanças sempre é um bom ponto de partida.

Observe a balança abaixo. Qual o valor de x para que ela esteja em equilíbrio?



Anote suas
respostas em
seu caderno

Atividade

1

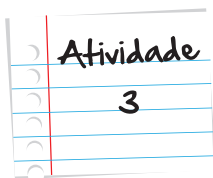
A seguir são apresentadas algumas equações para que você possa resolver, utilizando as estratégias aqui apresentadas ou outras que já tenha conhecimento.

- a. $8x - 150 = 3x - 400$
- b. $5x - 8 = x - 24$
- c. $350 - 3x = 200$

Anote suas
respostas em
seu caderno

Atividade

2



Como vimos nas atividades anteriores, as equações podem ter solução nos diversos conjuntos numéricos, tais como: Naturais, Inteiros, Racionais e Reais.

Resolva as equações abaixo. Verifique a quais conjuntos numéricos pertencem as soluções encontradas.

a. $7x = 4x + 90$

b. $5x - 20 = x - 76$

c. $\frac{x}{2} - 3 = x + 2$

d. $\frac{x-2}{2} + 1 = \frac{x}{3} - 4$

e. $3 - \frac{x-3}{4} = 2x + 2$

f. $6(34 + 2x) = 2(5x - 50)$

g. $3(5x - 180 + 45) = -4(x - 72)$

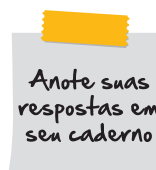
Anote suas
respostas em
seu caderno

Momento de reflexão

As equações são de extrema importância, tanto para a Matemática como para outras áreas do conhecimento que fazem uso delas, como é o caso da Física. Aprender os conceitos envolvidos em sua solução é, portanto, fundamental. Para que as estratégias de resolução de equações fiquem sedimentadas são necessárias duas coisas:

1. compreender o princípio da igualdade;
2. praticar a resolução de equações.

Assim, nesse momento, propomos que você retorne às discussões feitas nesta unidade e às atividades que realizou e anote suas descobertas e confirmações. Procure em livros didáticos ou outras fontes, novas equações para resolver. Você verá que aos poucos tudo se tornará mais fácil.



Voltando à conversa inicial...

Nesta unidade, trabalhamos os procedimentos de resolução das equações e seu uso na resolução de problemas.

Voltando ao problema, proposto inicialmente sobre a escolha por um plano de celular, você viu que são várias as ofertas, o que torna a melhor escolha cada vez mais difícil. Ao optar por levar em consideração como fator de escolha a quantidade de minutos que são utilizados pelo telefone por mês, deparamo-nos com a seguinte tabela:

Empresa	Quantidade de minutos disponíveis	Valor fixo mensal	Valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis
A	120 min	R\$ 96,90	R\$ 0,59
B	90 min	R\$ 83,00	R\$ 0,71
C	110 min	R\$ 89,90	R\$ 0,65
D	0	0	R\$ 1,39

Como escolher o melhor plano de telefonia, a partir das situações apresentadas? Vejamos qual seria a melhor alternativa para quem utiliza, por mês:

a. 50 minutos

Empresa	Quantidade de minutos disponíveis	Valor fixo mensal	Valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis	Cálculo	Valor a ser pago
A	120 min	R\$96,90	R\$0,59	-	R\$96,90
B	90 min	R\$83,00	R\$0,71	-	R\$83,00
C	110 min	R\$89,90	R\$0,65	-	R\$89,90
D	0	0	R\$1,39	$1,39 \times 50$	R\$69,50

Melhor opção: Plano D

b. 100 minutos

Empresa	Quantidade de minutos disponíveis	Valor fixo mensal	Valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis	Cálculo	Valor a ser pago
A	120 min	R\$96,90	R\$0,59	-	R\$96,90
B	90 min	R\$83,00	R\$0,71	$83 + 0,71 \times 10$	R\$90,10
C	110 min	R\$89,90	R\$0,65	-	R\$89,90
D	0	0	R\$1,39	$1,39 \times 120$	R\$166,80

Melhor opção: Plano C

c. 120 minutos

Empresa	Quantidade de minutos disponíveis	Valor fixo mensal	Valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis	Cálculo	Valor a ser pago
A	120 min	R\$96,90	R\$0,59	-	R\$96,90
B	90 min	R\$83,00	R\$0,71	$83 + 0,71 \times 30$	R\$104,30
C	110 min	R\$89,90	R\$0,65	$89,90 + 0,65 \times 10$	R\$96,40
D	0	0	R\$1,39	$1,39 \times 120$	R\$166,80

Melhor opção: Plano C

d. 200 minutos

Empresa	Quantidade de minutos disponíveis	Valor fixo mensal	Valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis	Cálculo	Valor a ser pago
A	120 min	R\$96,90	R\$0,59	$96,90 + 0,59 \times 80$	R\$144,10
B	90 min	R\$83,00	R\$0,71	$83 + 0,71 \times 110$	R\$161,10
C	110 min	R\$89,90	R\$0,65	$89,90 + 0,65 \times 90$	R\$148,40
D	0	0	R\$1,39	$1,39 \times 200$	R\$278,00

Melhor opção: Plano A

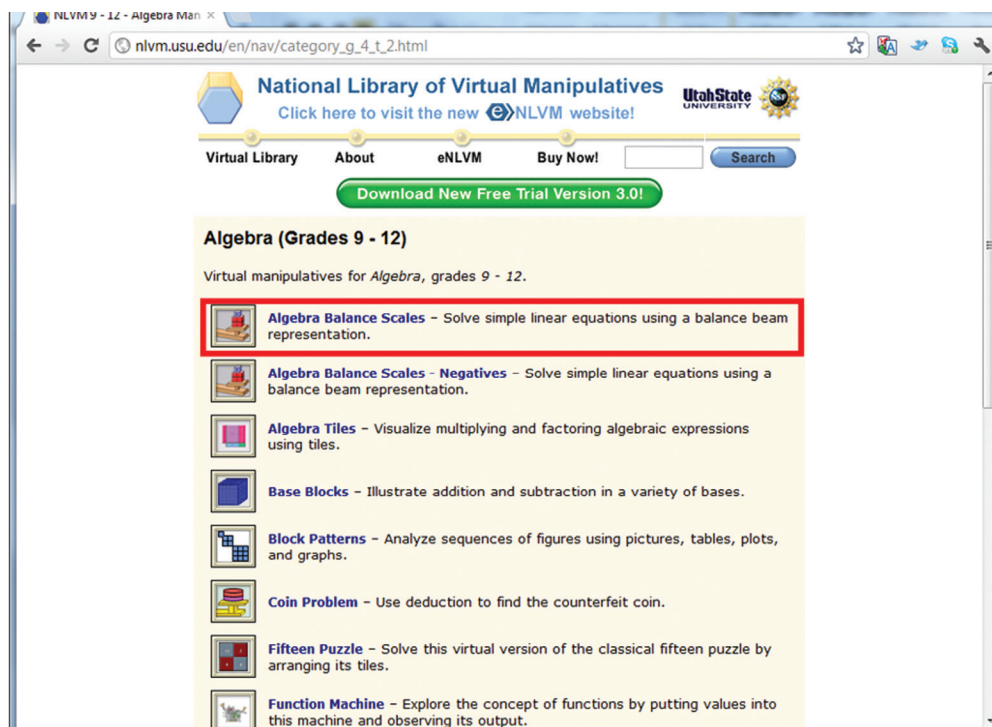
Veja ainda

Quer exercitar um pouquinho mais a ideia de equilíbrio que utilizamos para compreender o princípio da igualdade entre equações? Você pode fazer isso na Internet.

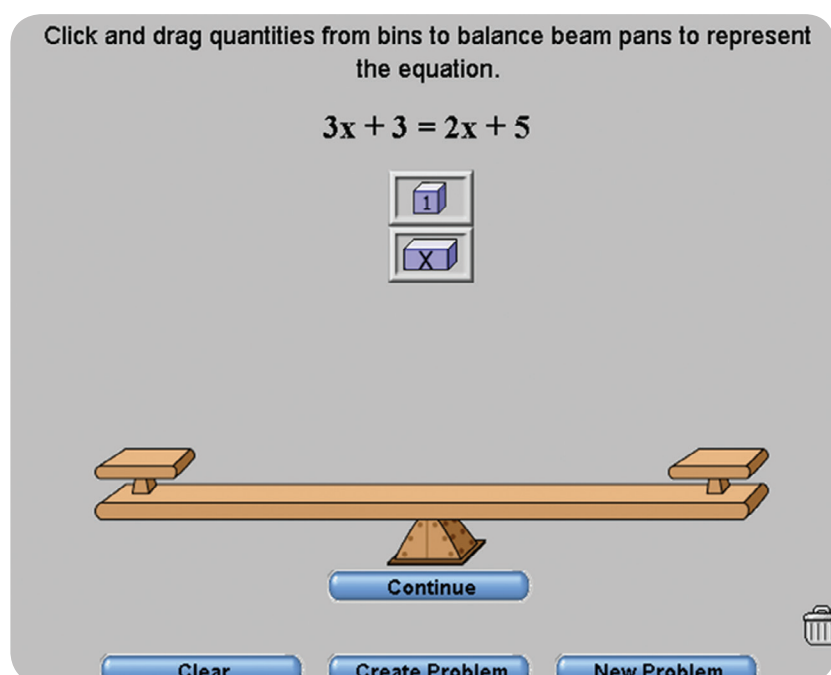
Acesse o *site*: nlvm.usu.edu e clique no quadro destacado.



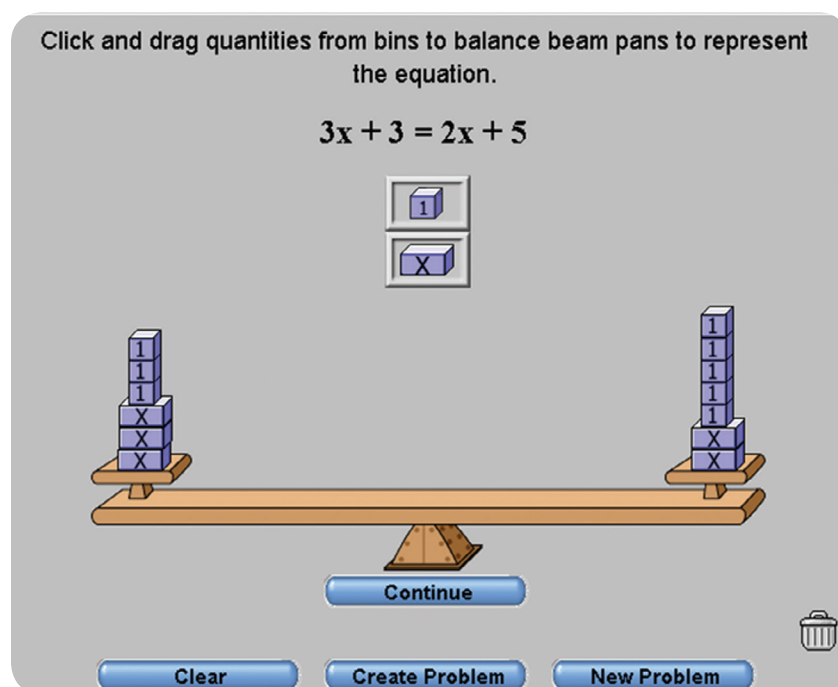
Surgirá a seguinte janela. Selecione o item em destaque:



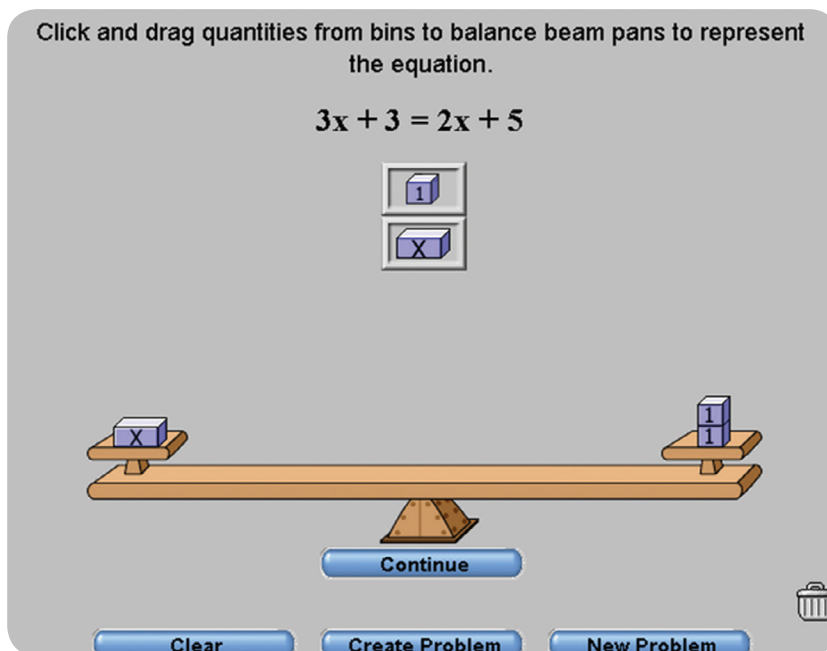
A atividade aparecerá:



Você deve colocar em cada lado da balança o que está em cada lado da igualdade. Assim:



Agora basta utilizar o princípio da igualdade. Neste caso, retiraremos a mesma coisa dos dois lados, até que sobre apenas x em um lado da balança.



Logo, x é igual a 2.

Experimente outras possibilidades.

Referências

Livros

- BAUMGART, J. K. **Álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, 112p. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, V. 4).
- TELES, R. A. de M. **A Aritmética e a Álgebra na Matemática Escolar**. Educação Matemática em Revista, São Paulo: SBEM, ano 11, n. 16, 2004, pp.8-15.

Imagens

- Figura 1: <http://www.sxc.hu/photo/1225931>
- Figura 2: Equipe Cederj

Situação problema 1

Plano D

Sabendo que o comprador quer pagar R\$ 160,00 por mês em sua conta de celular, para encontrar a quantidade de minutos que o plano D oferece por esse valor, consideramos:

$$1,39 \times t = 160$$

Ou seja, o valor de cada minuto vezes a quantidade de minutos utilizados pelo comprador deve ser igual a R\$ 160,00.

Podemos fazer a operação inversa para descobrir a quantidade de minutos. Ou seja, basta dividir o valor a ser pago pelo valor por minuto. Assim:

$$t = 160 / 1,39$$

$$t = 115,1$$

A quantidade de minutos (t) disponível pelo plano B é aproximadamente 115 minutos, pelo valor de R\$ 160,00 mensais.

Plano B

Para encontrar a quantidade de minutos que o plano D oferece por R\$ 160,00 mensais, consideramos:

$$83 + 0,71 \cdot (t-90) = 160$$

Ou seja, 83 reais mais o valor da quantidade de minutos a serem utilizados que excederam o plano, isto é "t" (os minutos utilizados que não conhecemos) menos 90 min vezes 0,71 reais, sendo o valor total igual a 160,00 reais.

Desenvolvendo a equação, temos:

$$83 + 0,71 \cdot (t-90) = 160$$

$$0,71 \cdot (t-90) = 160-83$$

$$0,71 \cdot (t-90) = 77$$

$$t - 90 = \frac{77}{0,71}$$

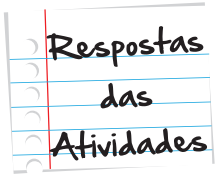
$$t - 90 = 108,45$$

$$t = 108,45 + 90$$

$$t = 198,45$$

A quantidade de minutos (t) disponível pelo plano D é aproximadamente 198 minutos, pelo valor de R\$ 160,00 mensais.

Assim, podemos concluir que para o comprador, o plano D é mais vantajoso que o plano B, já que oferece 83 minutos a mais, pelo mesmo valor.



Situação problema 2

Para calcular o peso de cada saco de farinha, sabendo que a balança está em equilíbrio, utilizamos a propriedade da igualdade que você aprendeu nesta unidade. Consideramos que o peso da farinha é uma incógnita x e escrevemos a situação na forma de uma equação:

$$50 + 1.250 + 2x = 1.800$$

Essa expressão matemática traduz a frase: o peso de uma manga, somado com o peso de uma melancia e com o peso de dois sacos de farinha é equivalente a 1800 gramas.

Para encontrar a solução da equação, temos:

$$50 + 1.250 + 2x = 1.800$$

$$1.300 + 2x = 1.800$$

$$1.300 + 2x - 1.300 = 1.800 - 1.300$$

$$2x = 500$$

$$2x/2 = 1.500/2$$

$$x = 250$$

De forma mais simplificada, poderíamos fazer, ainda:

$$50 + 1.250 + 2x = 1.800$$

$$1.300 + 2x = 1.800$$

$$2x = 1.800 - 1.300$$

$$2x = 500$$

$$x = 500/2$$

$$x = 250$$

E, assim, descobrimos que cada saco de farinha pesa 250g.

Atividade 1

Para calcular o valor de x , temos:

$$3x + 300 = x + 1.000 + 500$$

$$3x - x = 1.000 + 500 - 300$$

$$2x = 1.200$$

$$x = 600 \text{ g}$$

Atividade 2

Resolvendo as equações, temos:

a. $8x - 150 = 3x - 400$

$$8x - 3x = -400 + 150$$

$$5x = -250$$

$$x = -250 / 5$$

$$x = -50$$

b. $5x - 8 = x - 24$

$$5x - x = -24 + 8$$

$$4x = -16$$

$$x = -16 / 4$$

$$x = -4$$

c. $350 - 3x = 200$

$$-3x = 200 - 350$$

$$-3x = -150$$

$$x = -150 / -3$$

$x = 50$ (lembra-se que, ao dividir ou multiplicar dois números negativos, o resultado é um número positivo.)

Atividade 3

Resolvendo as equações, temos:

a. $7x = 4x + 90$

$$7x - 4x = 4x + 90 - 4x$$

$$3x = 90$$

$$3x : 3 = 90 : 3$$

$x = 30$, pertence ao conjunto dos números Naturais.

b. $5x - 20 = x - 76$

$$5x - 20 + 20 = x - 76 + 20$$

$$5x = x - 56$$

$$5x - x = x - 56 - x$$

$$4x = 56$$

$$4x : 4 = 56 : 4$$

$x = 14$, pertence ao conjunto dos números Naturais.

c. $\frac{x}{2} - 3 = x + 2$

$$\frac{x}{2} - 3 + 3 = x + 2 + 3$$

$$\frac{x}{2} = x + 5$$

$$\frac{x}{2} - x = x + 5 - x$$

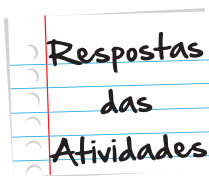
$$-\frac{x}{2} = 5$$

$$-\frac{x}{2} \cdot (-2) = 5 \cdot (-2)$$

$x = -10$ pertencem ao conjunto dos números Inteiros.

d. $\frac{x-2}{2} + 1 = \frac{x}{3} - 4$

$$\frac{x-2}{2} + 1 - 1 = \frac{x}{3} - 4 - 1$$



Respostas
das
Atividades

$$\frac{x-2}{2} = \frac{x}{3} - 5$$

$$\frac{x-2}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{3} - 5 - \frac{x}{3}$$

$$\frac{x-2}{2} - \frac{x}{3} = -5$$

$$\left(\frac{x-2}{2} - \frac{x}{3} \right) \cdot 6 = -5 \cdot 6$$

$$\frac{6 \cdot (x-2)}{2} - \frac{6 \cdot x}{3} = -30$$

$$3 \cdot (x-2) - 2x = -30$$

$$3x - 6 - 2x = -30$$

$$x - 6 = -30$$

$$x - 6 + 6 = -30 + 6$$

$x = -24$ pertencem ao conjunto dos números Inteiros.

e. $3 - \frac{x-3}{4} = 2x + 2$

$$3 - \frac{x-3}{4} - 3 = 2x + 2 - 3$$

$$-\frac{x-3}{4} = 2x - 1$$

$$-\left(\frac{x-3}{4} \right) \cdot 4 = (2x - 1) \cdot 4$$

$$-(x - 3) = 8x - 4$$

$$-x + 3 = 8x - 4$$

$$-x + 3 - 3 = 8x - 4 - 3$$

$$-x = 8x - 7$$

$$-x - 8x = -7$$

$$-9x = -7$$

$$-9x : (-9) = -7 : (-9)$$

$x = 7/9$, pertence ao conjunto dos números Racionais.

f. $6(34 + 2x) = 2(5x - 50)$

$$204 + 12x = 10x - 100$$

$$204 + 12x - 204 = 10x - 100 - 204$$

$$12x = 10x - 304$$

$$12x - 10x = 10x - 304 - 10x$$

$$12x - 10x = -304$$

$$2x = -304$$

$x = -152$ pertencem ao conjunto dos números Inteiros.

g. $3(5x - 180 + 45) = -4(x - 72)$

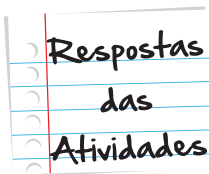
$$15x - 540 + 135 = -4x + 288$$

$$15x - 405 = -4x + 288$$

$$15x + 4x = 288 + 405$$

$$19x = 693$$

$x = 693/19$ pertencem ao conjunto dos números Racionais.





O que perguntam por aí?

Atividade 1 (ENEM 2011)

O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R\$ 100.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 350.000,00, enquanto a segunda cobrou R\$ 120.000,00 por Km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 150.000,00. As duas empresas apresentaram o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.

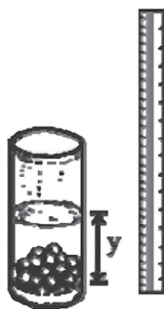
Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher uma das propostas apresentadas?

- a. $100n + 350 = 120n + 150$
- b. $100n + 150 = 120n + 350$
- c. $100(n + 350) = 120(n + 150)$
- d. $100(n + 350.000) = 120(n + 150.000)$
- e. $350(n + 100.000) = 150(n + 120.000)$

Resposta: Letra A

Atividade 2 (ENEM 2009)

Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Com o resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água em função do número de bolas (x)?

- a. $y = 30x$.
- b. $y = 25x + 20,2$.
- c. $y = 1,27x$.
- d. $y = 0,7x$.
- e. $y = 0,07x + 6$.

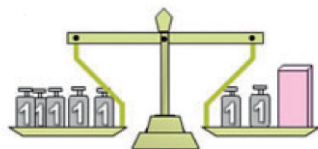
Resposta: Letra E

Atividade extra

Exercício 1

A balança abaixo contém em seus pratos pesos de 1 kg e um pacote de peso desconhecido.

Se a balança abaixo se encontra em equilíbrio é correto afirmar que:



Fonte: <http://portaldoprofessorhmg.mec.gov.br> (adaptada)

- (a) O pacote pesa dois quilos
- (b) Um quilo vale metade do pacote
- (c) Três quilos equivalem ao peso do pacote
- (d) O pacote pesa sete quilos

Exercício 2

Um rapaz cobra para fazer um frete R\$ 50,00 mais o valor de R\$ 0,30 por cada quilômetro rodado.

Qual sentença representa essa situação?

- (a) $x = 50,30$
- (b) $50 + 0,30x$
- (c) $50,3x$
- (d) $0,30 + 50x$

Exercício 3

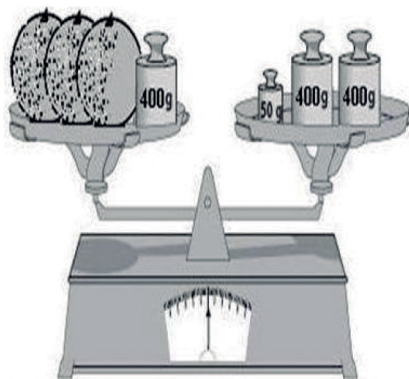
Uma costureira recebe R\$ 622,00 por mês mais uma comissão de R\$ 0,60 por peça de roupa produzida. Em um mês ela produziu 800 peças de roupa.

Qual equação representa o salário recebido por ela no final do mês?

- (a) $622 + 0,60x = 1102$
- (b) $800 + 0,60x = 110,2$
- (c) $622x + 800 = 1102$
- (d) $0,60 + 622x = 11020$

Exercício 4

Dona Maria foi à feira e, na barraca de frutas, escolheu três melões de mesmo peso. O feirante os recolheu e colocou-os na balança conforme a figura abaixo:



Fonte: matematicafernando.blogspot.com (adaptada)

Se a balança está em equilíbrio, qual é, em gramas, o peso de cada melão?

- (a) 450
- (b) 150
- (c) 416
- (d) 50

Exercício 5

Um taxista no estado do Rio de Janeiro segue a tabela de valores descrita abaixo:

	Bandeirada	Quilômetro rodado
Convencional	R\$ 4,70	R\$ 1,70
Especial	R\$ 6,05	R\$ 2,04

Qual será o valor de uma corrida de 20km na bandeirada especial?

- (a) R\$ 38,70 (b) R\$ 97,40 (c) R\$ 123,04 (d) R\$ 46,85

Exercício 6

De acordo com a ANP (Agência Nacional de Petróleo) o preço médio do litro da gasolina no estado do Rio de Janeiro é R\$ 2,97. Uma pessoa enche o tanque de gasolina de seu carro e paga o total de R\$ 136,62.

Qual a capacidade (em litros) do tanque de combustível que foi abastecido?

- (a) 40 (b) 45 (c) 46 (d) 50

Exercício 7

O dobro de um número é igual ao sêxtuplo desse número menos 16. Que número é esse?

- (a) 10 (b) 5 (c) 20 (d) 4

Exercício 8

Três irmãs, Ana-A, Bianca-B e Carolina-C, tem idades tais que Bianca é 3 anos mais nova que Ana e dez anos mais velha que Carolina.

Que equação relaciona as idades de Ana e Carolina?

- (a) $A - C = 13$ (b) $A + C = 13$ (c) $2A + C = 13$ (d) $2A - C = 13$

Exercício 9

Duas lavanderias concorrentes resolvem lançar promoções para atrair mais clientes. Na lavanderia Lave Bem, o cliente paga R\$1,00 por peça de roupa mais uma taxa de R\$40,00 para que a roupa seja entregue passada. A lavanderia Lave Mais cobra 2,50 por peça de roupa lavada e passada.

Um cliente que dispõe de R\$100,00 poderá lavar quantas peças de roupa em cada lavanderia?

Se ambos mantiverem a mesma velocidade, depois de quanto tempo o carro A poderá ultrapassar o carro B?

- (a) 40 peças na Lave Bem ou 60 na Lave Mais
- (b) 60 peças na Lave Bem ou 40 na Lave Mais
- (c) 60 peças na Lave Bem ou 60 na Lave Mais
- (d) 40 peças na Lave Bem ou 40 na Lave Mais

Exercício 10

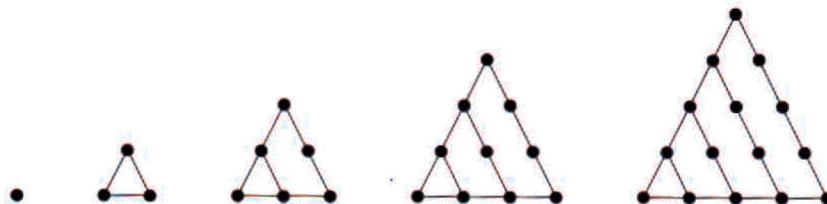
Uma empresa produz peças a um preço de custo de R\$ 1,25 cada, e vende as peças a R\$ 3,00 (valor unitário).

A equação que representa o lucro L na venda de x peças é:

- (a) $3x$ (b) $4,25x$ (c) $1,75x$ (d) $1,25x$

Exercício 11

Um número triangular é um número natural que pode ser representado na forma de triângulo equilátero (triângulo que possui três lados iguais). Cada número é representado por T_n , onde n significa a posição do número triangular na equência abaixo.



Fonte: www.educ.fc.ul.pt

Preencha a tabela abaixo com o número de pontos de cada número triangular de acordo com a posição dada:

1	2	3	4	5	10	15	100	x
1	3	6	10	15				

Exercício 12

Uma locadora de carros possui dois tipos de planos para alugar um automóvel. O plano A o cliente paga uma diária de R\$ 60,00 pelo aluguel do carro, e no plano B o cliente não paga a diária mas é cobrada a taxa de R\$ 0,35 por quilômetro rodado. Se um cliente quer alugar um carro para fazer uma viagem de 7 dias, percorrendo 1400 km, qual o melhor plano a ser utilizado?

Exercício 13

Pedro está indeciso sobre qual operadora telefônica deve escolher. Pesquisando ele descobriu duas companhias telefônicas que o agradaram e está tentando descobrir qual a mais vantajosa. A companhia A cobra por seus serviços (por mês), dos clientes R\$ 30,00 referentes à taxa fixa, impostos e custos de manutenção da linha e mais R\$ 0,05 por minuto utilizado pelo cliente nas suas ligações. A companhia B não cobra taxa fixa e o preço do minuto utilizado é de R\$ 0,35.

De acordo com os planos oferecidos, a partir de quantos minutos utilizados a companhia A é mais vantajosa que a companhia B?

Exercício 14

Em uma prova com 25 questões a correção é feita da seguinte maneira: o aluno ganha 3 pontos por cada questão que certa e perde 1 ponto por cada questão que errada.

Se um aluno fez 15 pontos, quantas questões ele acertou?

Exercício 15

Dois cidades A e B distam 560 km entre si. Um carro parte de A para B a 60 km/h, ao mesmo tempo que outro carro parte de B para A com velocidade de 80 km/h, seguindo pela mesma estrada.

Se nenhum dos carros fizer nenhuma parada, depois de quanto tempo esses dois carros irão se encontrar na estrada?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 2

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 3

A	B	C	D
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 4

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 5

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Exercício 6

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 7

A **B** **C** **D**
☐ ☐ ☐ ☒

Exercício 8

A **B** **C** **D**
☒ ☐ ☐ ☐

Exercício 9

A **B** **C** **D**
☐ ☒ ☐ ☐

Exercício 10

A **B** **C** **D**
☐ ☐ ☒ ☐

Exercício 11

10	55
15	120
100	5050
x	$\frac{x(x+1)}{2}$

Exercício 12

Plano A: $60 \cdot 7 = \text{R\$ } 420,00$.

Plano B: $1400 \cdot 0,35 = \text{R\$ } 490,00$

Exercício 13

Companhia A - Preço = $30 + 0,05x$.

Companhia B - Preço = $0,35x$

$$30 + 0,05x = 0,35x$$

$$0,35x - 0,05x = 30$$

$$0,30x = 30$$

$$x = \frac{30}{0,3}$$

$$x = 100$$

A companhia A é mais vantajosa que a B se o cliente utilizar mais de 100 minutos mensais.

O plano A é mais vantajoso para essa situação.

Exercício 14

x questões certas, então $3x$ pontos. y questões erradas: y pontos. Como $x + y = 25$ então $y = 25 - x$. Então $3x - (25 - x) = 15$, logo $3x + x - 25 = 15$, daí $4x = 40$ e portanto $x = 10$.

Acertou 10 questões.

Exercício 15

$$\text{Carro 1} = 0 + 60t \qquad \text{Carro 2} = 560 - 80t$$

$$0 + 60t = 560 - 80t \Rightarrow 140t = 560 \Rightarrow T = 4.$$

Em 4 horas carro 1 percorre 240 km e o carro 2, 320km.

Até
breve!