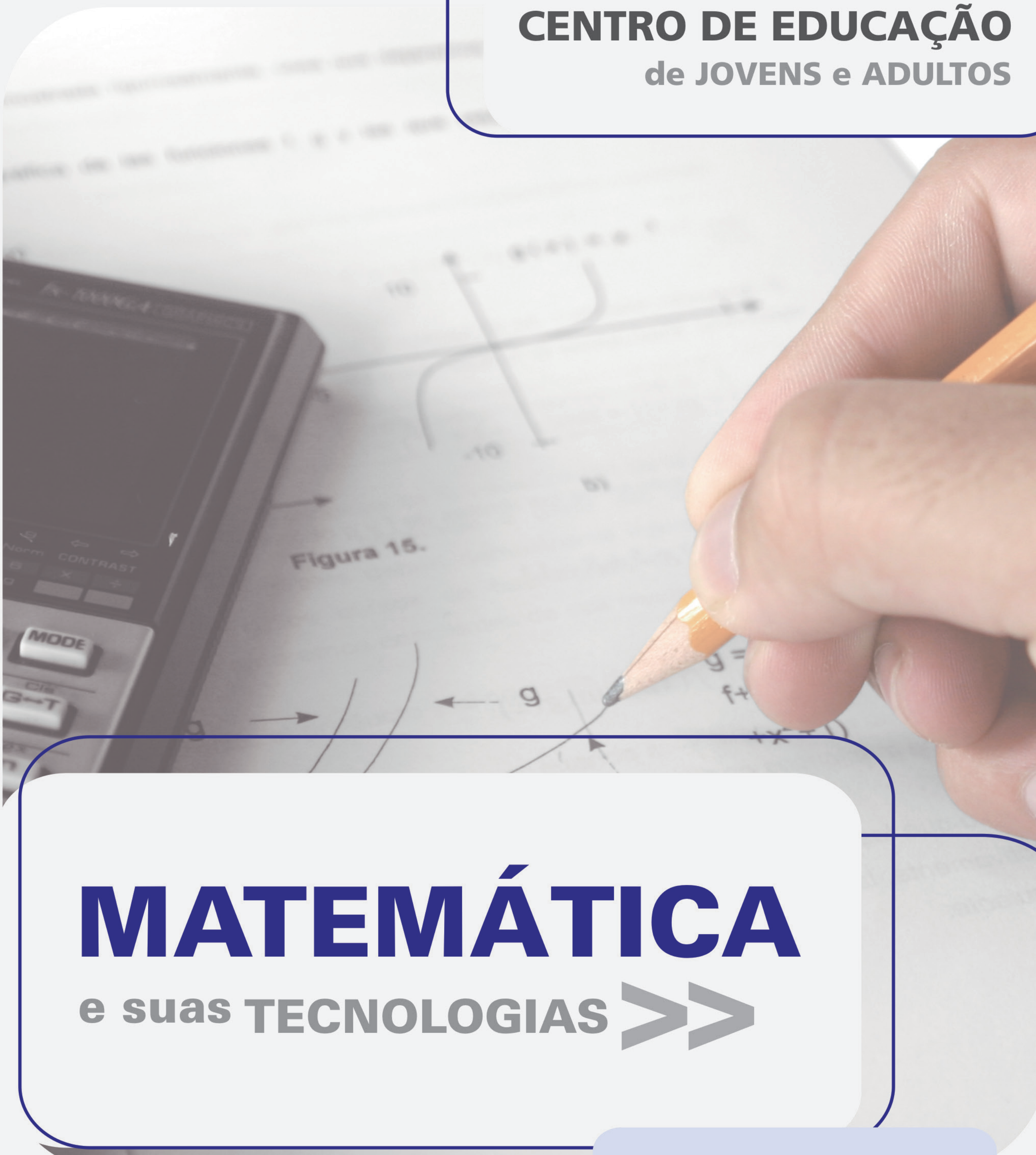
CEJA

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS



MATEMÁTICA

e suas TECNOLOGIAS

Fascículo 3
Unidades 7, 8, 9 e 10

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Wilson Witzel

Vice-Governador
Claudio Castro

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Secretário de Estado
Leonardo Rodrigues

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Estado
Pedro Fernandes

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Gilson Rodrigues

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Coordenação Geral de Design Instrucional
Cristine Costa Barreto

Coordenação de Matemática
Agnaldo da C. Esquincalha
Gisela M. da F. Pinto
Heitor B. L. de Oliveira

Revisão de conteúdo
José Roberto Julianelli
Luciana Getirana de Santana

Elaboração
Cléa Rubinstein
Daniel Portinha Alves
Heitor B. L. de Oliveira
Leonardo Andrade da Silva
Luciane de P. M. Coutinho
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Raphael Alcaires de Carvalho
Rony C. O. Freitas
Thiago Maciel de Oliveira

Atividade Extra
Benaia Sobreira de Jesus Lima
Carla Fernandes e Souza
Diego Mota Lima
Paula Andréa Prata Ferreira
Vanessa de Albuquerque

Coordenação de Design Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Miranda

Design Instrucional
Rommulo Barreiro
Letícia Terreri

Revisão de Língua Portuguesa
Paulo Cesar Alves

Coordenação de Produção
Fábio Rapello Alencar

Capa
André Guimarães de Souza

Projeto Gráfico
Andreia Villar

Imagem da Capa e da Abertura das Unidades
http://www.sxc.hu/
photo/789420

Diagramação
Equipe Cederj

Ilustração
Bianca Giacomelli
Clara Gomes
Fernado Romeiro
Jefferson Caçador
Sami Souza

Produção Gráfica
Verônica Paranhos

Sumário

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente virtual de aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

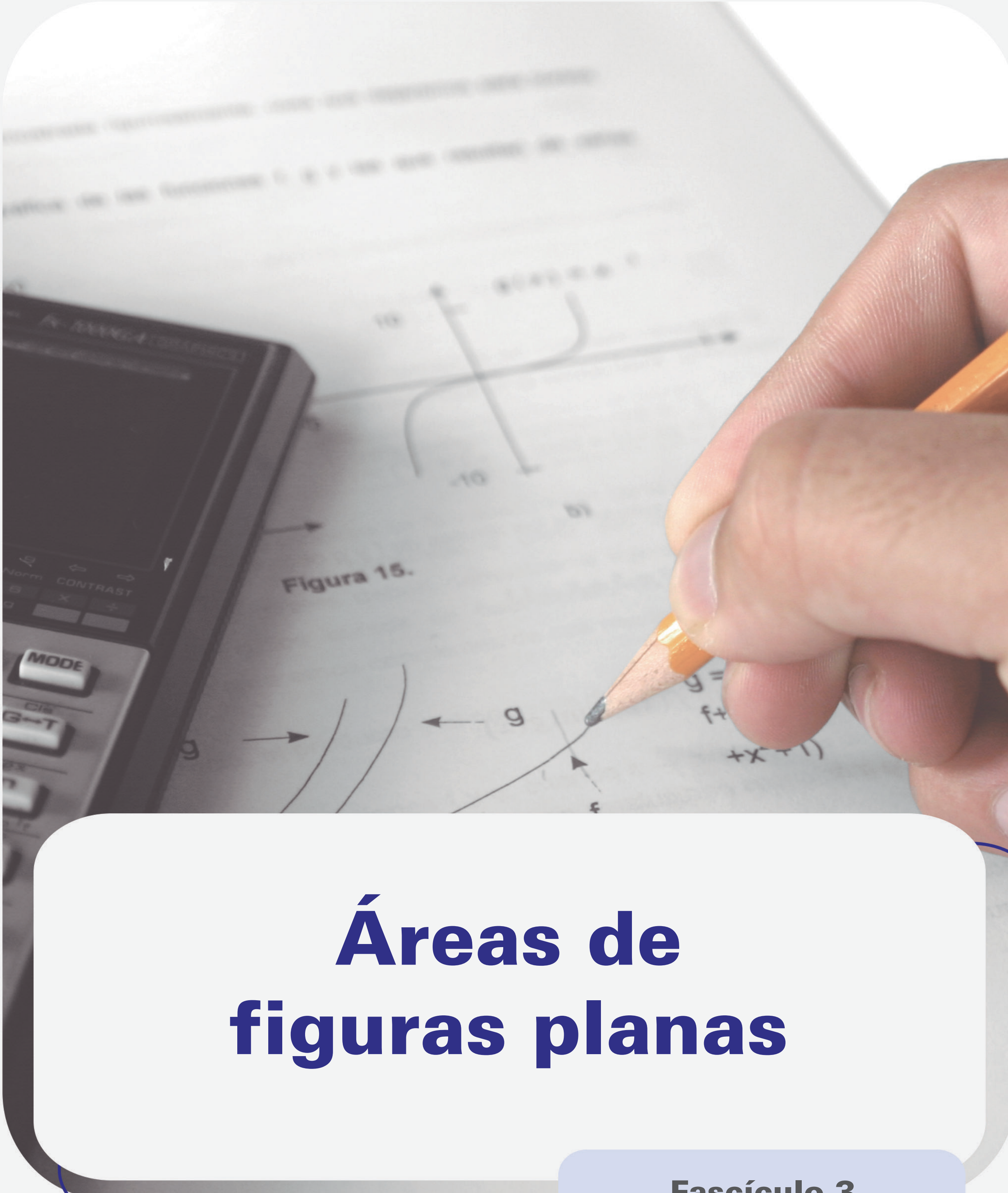
Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos "nome de usuário" e "senha".

Feito isso, clique no botão "Acesso". Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

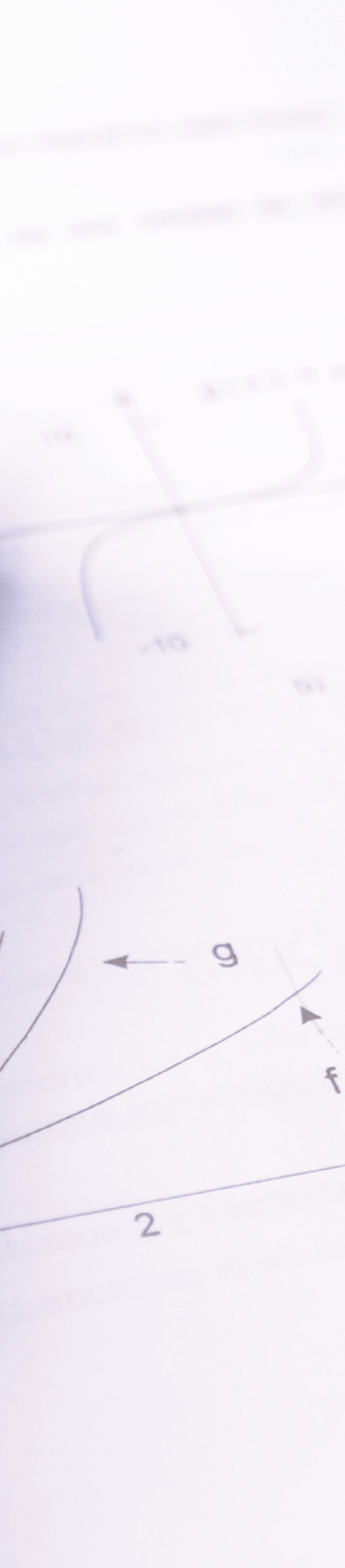


Áreas de figuras planas

Fascículo 3

Unidade 7

Fundação CECIERJ



Áreas de figuras planas

Para início de conversa...

Você já precisou comprar cerâmica para revestir pisos e paredes de algum cômodo de sua casa? Ou calcular a quantidade certa de tinta a comprar para pintar as paredes de sua residência? Pois bem, esse tipo de cálculo acompanha-nos em vários momentos de nossas vidas. A maioria desses cálculos é relacionado com superfícies retangulares, mas várias outras formas poligonais podem ser encontradas em diversas situações. Observe um exemplo disso, retirado de uma questão do ENEM de 2009.

A vazão do rio Tietê, em São Paulo, constitui preocupação constante nos períodos chuvosos. Em alguns trechos, são construídas canaletas, cujo corte vertical determina a forma de um trapézio isósceles, que tem as medidas especificadas na Figura I. Neste caso, a vazão da água é de 1,50 m^3/s. O cálculo da vazão, Q em m^3/s, envolve o produto da área A do setor transversal (por onde passa a água), em $m^{2,}$ pela velocidade da água no local, v, em m/s, ou seja, Q = Av.

Planeja-se uma reforma na canaleta, com as dimensões especificadas na Figura II, para evitar a ocorrência de enchentes.

Figura 1

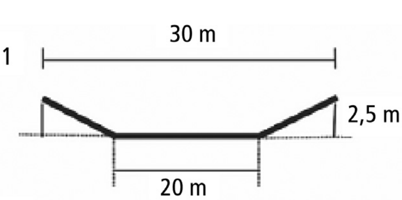
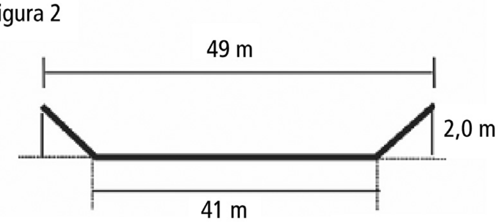


Figura 2



Na suposição de que a velocidade da água não se alterará, qual vazão esperada para depois da reforma na canaleta?

Se você não souber realizar esse problema agora, não se preocupe. Voltaremos a ele no final da unidade. Por ora, perceba apenas que estamos lidando com um tipo de problema que envolve ao mesmo tempo expressões matemáticas para o cálculo de uma incógnita e fórmulas de cálculo de superfície planas.

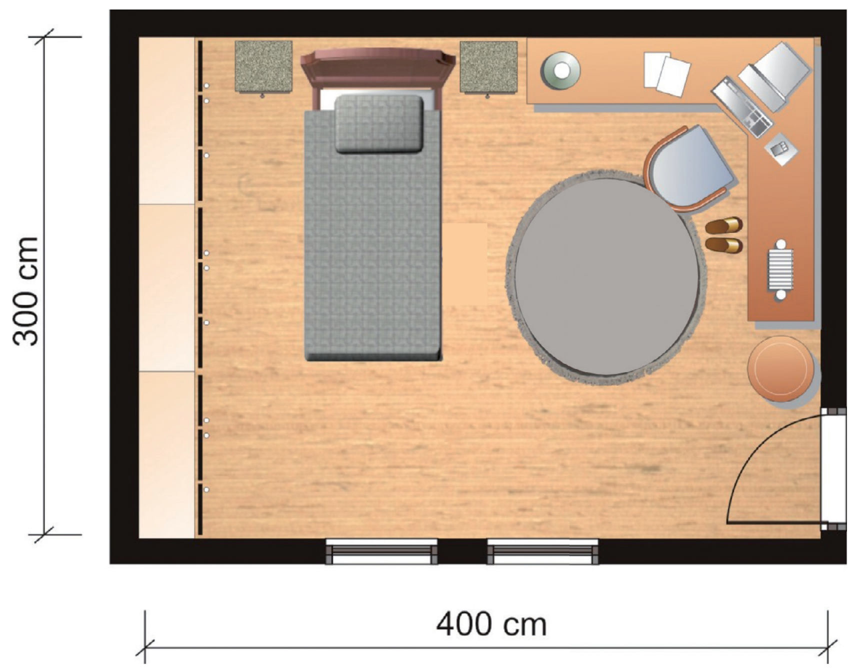
Objetivos de aprendizagem

- Identificar expressões utilizadas para indicar a área de figuras planas.
- Utilizar fórmulas para calcular áreas de superfícies planas e aplicá-las na resolução de problemas.

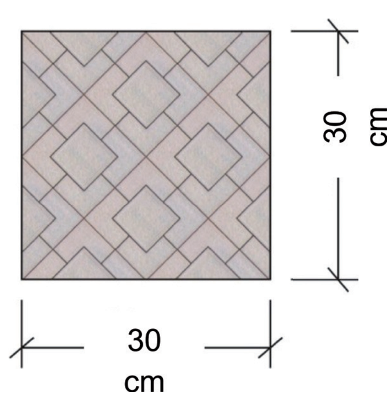
Seção 1
Reconhecendo a área

Situação problema 1

O quarto de Joaquim é revestido de madeira. No entanto, o piso está com um pouco de umidade e, por isso, ele pretende removê-lo. Veja uma planta do quarto de Joaquim com as medidas internas do mesmo.



Joaquim pretende colocar piso cerâmico e até já escolheu modelo e tamanho:



Atividades

Desconsidere o rejuntamento e responda:

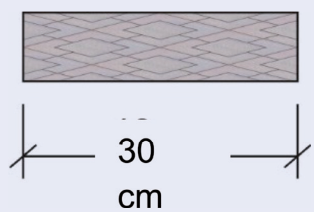
a. Quantas peças caberão, enfileiradas, no maior lado do quarto?

b. Quantas peças caberão, enfileiradas, no menor lado do quarto?

c. Quantas peças deverão ser cortadas no mínimo?

d. Quantas peças cerâmicas serão necessárias para revestir todo o quarto?

Para arrematar o piso, Joaquim colocará rodapé em volta de todo o quarto. Observe as peças que serão utilizadas:



e. Desconsiderando o vão da porta, calcule quantas peças serão gastas em todo rodapé.

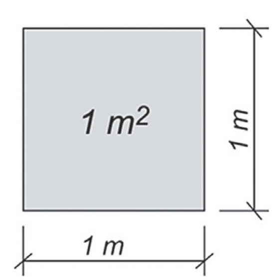
Anote suas respostas em seu caderno

Importante

Ao efetuar os cálculos anteriores, você pôde calcular as medidas da área e do perímetro do quarto de Joaquim, podendo dizer que a área do quarto mede ___________ pisos cerâmicos de 30 cm x 30 cm e o perímetro mede ___________ peças de 30 cm de comprimento.

Perceba que, para efetuarmos estas medidas, tivemos de recorrer a uma medida já conhecida, no caso, as peças cerâmicas.

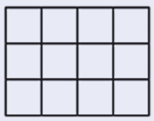
Porém, para que nossa comunicação fique mais clara, costumamos utilizar medidas universalmente conhecidas. Para medidas de comprimento, utilizamos o metro (m) e para medidas de área, utilizamos no metro quadrado (m^2) que é a área de um quadrado que possui 1m de lado.



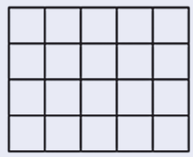
Atividade 1

Em cada **retângulo** a seguir, calcule a quantidade de quadradinhos e expresse esta quantidade por meio de uma multiplicação.

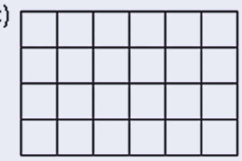
a)



b)

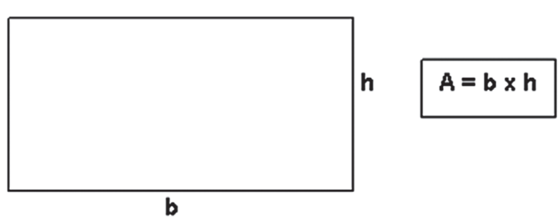


c)



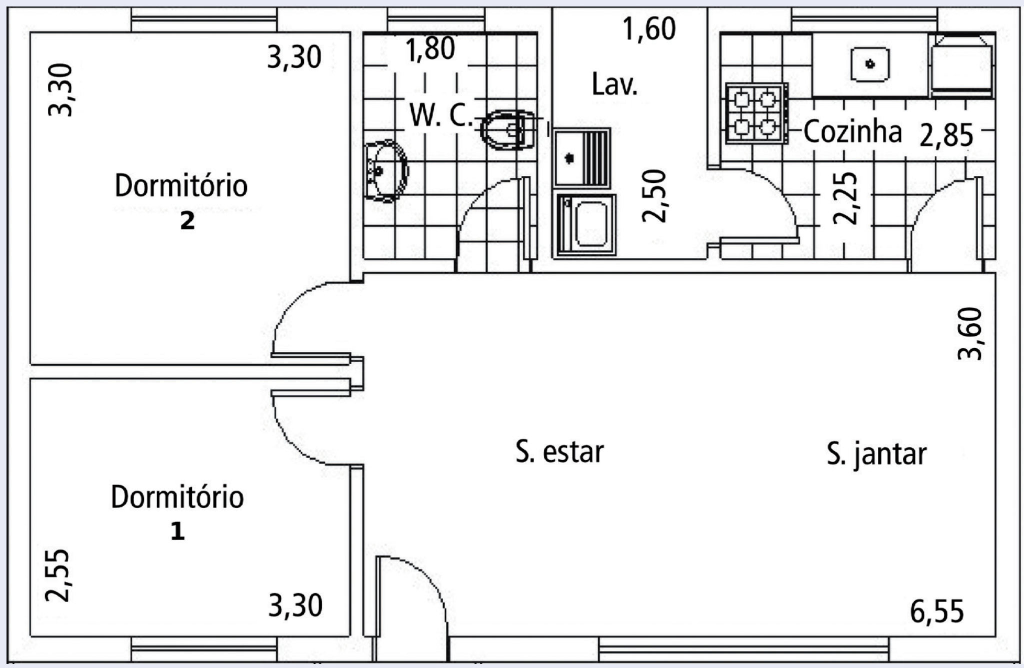
Anote suas respostas em seu caderno

Ao contar os quadradinhos, estamos calculando a área do **retângulo**, se cada quadradinho tiver área de $1m^2$ a área encontrada estará em m^2. Perceba que você pode calcular esta área, a partir de uma multiplicação. Se um retângulo possui dimensões não conhecidas **b** (base) e **h** (altura), então podemos representar esta área **(A)** por **b x h**, como mostrado na figura a seguir.



Atividade 2

Observe a planta baixa a seguir. As medidas que aparecem estão em metros. Calcule a área e o perímetro de cada um dos cômodos. Caso queira, utilize sua calculadora para os cálculos, mas deixe registrado como pensou.



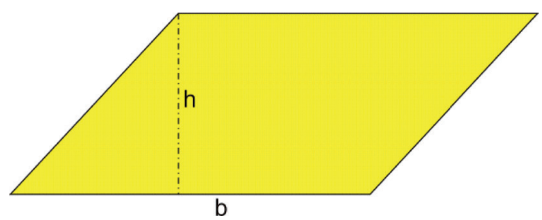
Cômodo	Perímetro		Área	
	Cálculo	Total	Cálculo	Total
Dormitório 1				
Dormitório 2				
Sala				
WC				
Cozinha				

Anote suas respostas em seu caderno

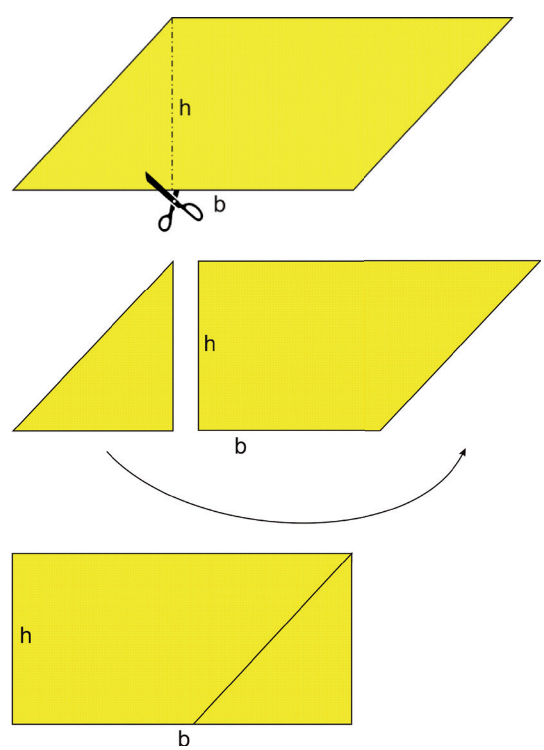
Seção 2
Outros tipos de área

Situação problema 2

O **paralelogramo** é um quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos. Observe a figura a seguir:



O segmento **h** que foi destacado no desenho é a altura do **paralelogramo**, ele representa a menor distância entre dois lados opostos, sendo sempre perpendicular a estes lados. Observe o que ocorre se fizermos um corte exatamente sobre a linha que representa a altura:



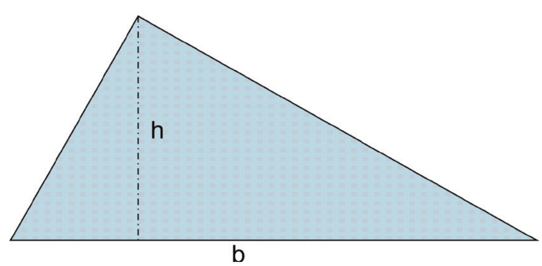
Atividades

A partir do que observou, qual seria a fórmula para calcular a área de um **paralelogramo**?

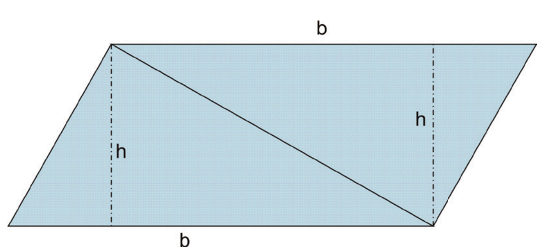
Anote suas respostas em seu caderno

Situação problema 3

O **triângulo** é um polígono com três lados. Veja a figura a seguir. A altura de um triângulo é a distância entre um de seus vértices e o lado oposto a ele. Representada aqui pela letra h.



Observe o que ocorre, se colocarmos um outro triângulo **congruente** ao lado do triângulo existente:

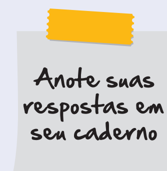


Congruente

Dizemos que duas formas são congruentes, quando possuem a mesma forma e o mesmo tamanho.

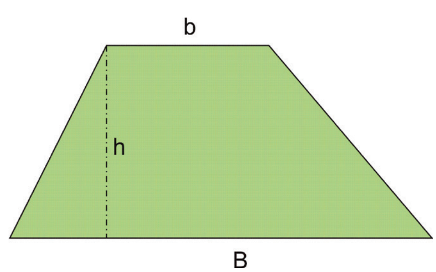
Qual o nome da nova figura formada? A área desta figura formada você já sabe calcular. (A = b x h).

Qual seria a expressão para determinar a área do triângulo, a partir da área do parelelogramo?

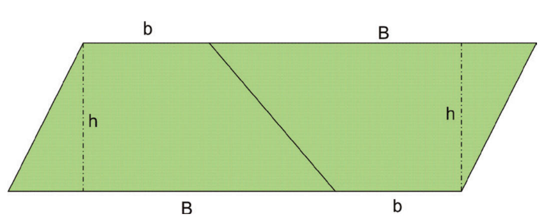


Situação problema 4

Um trapézio é um quadrilátero que possui apenas dois lados paralelos, como mostrado na figura a seguir. Observe que o trapézio possui duas bases: a base maior (B) e a base menor (b) e uma altura (h).



Note o que ocorre, se colocarmos um outro trapézio congruente ao lado do trapézio existente:



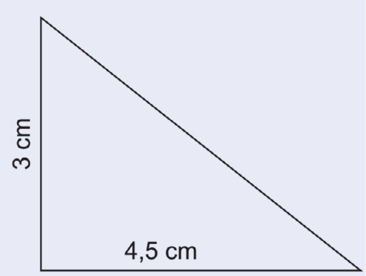
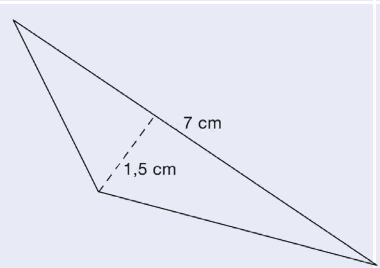
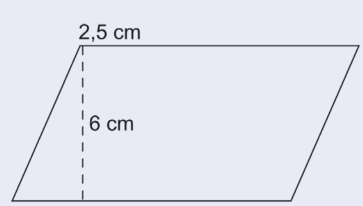
Atividades

Qual o nome da nova figura formada? A área dessa nova figura você já sabe calcular. Qual é, então, a expressão para calcular a área do trapézio a partir desta observação?

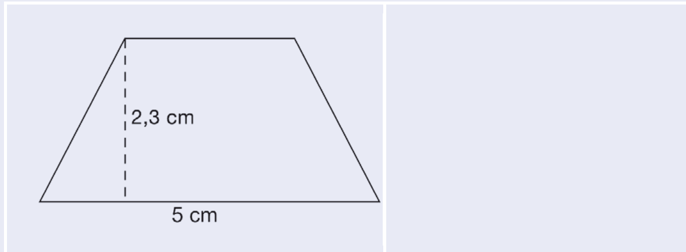
Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 3

Calcule as medidas das áreas das figuras planas a seguir, sendo conhecidas algumas de suas medidas:

Figura	Cálculos
	
	
	

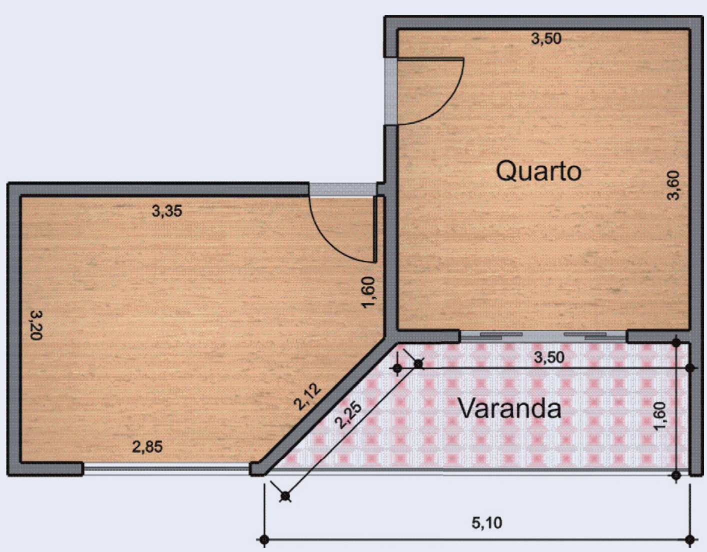
Atividade 3



Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 4

Calcule as áreas dos quartos e da varanda que aparecem na planta baixa a seguir. Considere as medidas em metros:



Anote suas respostas em seu caderno

Situação problema 5

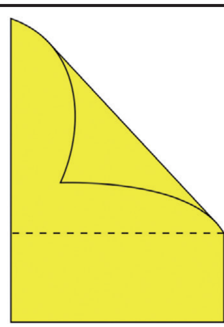
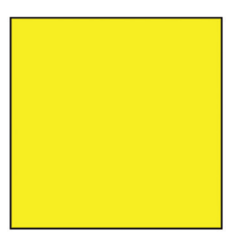
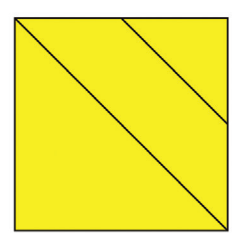
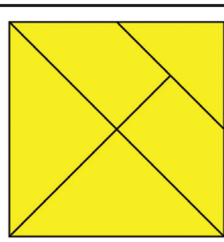
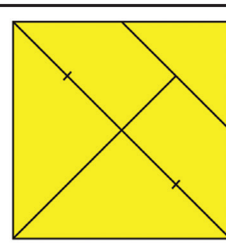
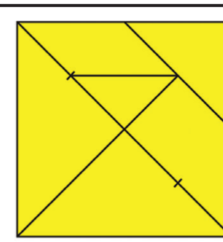
Você já ouviu falar num quebra cabeças, denominado Tangram?

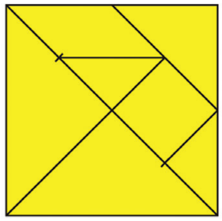
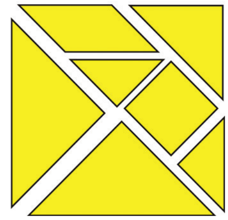
Tangram é um quebra-cabeça chinês, formado por 7 peças (2 triângulos pequenos congruentes, 2 triângulos isósceles grandes também congruentes e 1 triângulo isósceles médio; 1 quadrado e 1 paralelogramo) Com essas peças, podemos formar várias figuras, utilizando todas elas sem sobrepô-las. Segundo a Enciclopédia do Tangram, é possível montar mais de 1.700 figuras com as 7 peças. Não se sabe ao certo como surgiu o Tangram, apesar de haver várias lendas sobre sua origem. Uma diz que uma pedra preciosa desfez-se em sete pedaços, e com elas era possível formar várias formas, tais como: animais, plantas e pessoas. Outra diz que um imperador deixou um espelho quadrado cair e este se desfez em 7 pedaços que poderiam ser usados para formar várias figuras.

Segundo algumas dessas fontes, o nome Tangram vem da palavra inglesa "trangam", de significado "puzzle" (quebra-cabeça) ou "buginganga". Outros dizem que a palavra vem da dinastia chinesa Tang. Na Ásia, o jogo é chamado de "Sete placas da Sabedoria".

Adaptado de Wikipédia

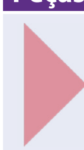
Que tal construir o seu próprio Tangram? Os passos a seguir podem auxiliá-lo na construção:

Forme um quadrado, a partir de uma folha retangular.	Corte o quadrado formado.	Trace uma das diagonais do quadrado e uma linha unindo os pontos médios de dois lados do quadrado.
		
Desenhe a outra diagonal do quadrado até a segunda linha.	Divida a primeira diagonal traçada em quatro partes iguais.	Trace a linha mostrada na figura abaixo.
		

Trace a outra linha abaixo.	Agora, recorte as quatro peças.
	

Atividade 3

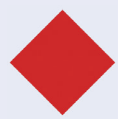
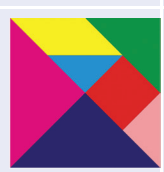
1. Agora que você já tem o seu próprio Tangram, propomos uma tarefa. Das sete peças, apenas uma é quadrada . Você deverá calcular a área das demais peças, utilizando esse quadrado como referência. Explicando melhor, você deverá dizer quantos quadrados são necessários para formar cada uma das outras seis peças. Importante: você não precisa utilizar o quadrado inteiro, poderá dividi-lo ao meio. Depois diga a área total, juntando as sete peças.

Peças	Área
	
	
	

Atividades

2. Repita o mesmo procedimento, utilizando agora o triângulo pequeno  como unidade de área.

Peças	Área
	
	
	
	
	
	
	

3. O que você pôde observar em relação às áreas totais encontradas?

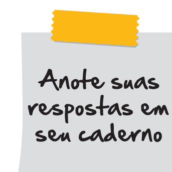
Anote suas respostas em seu caderno

Momento de reflexão

Nesta unidade, você teve oportunidade de trabalhar com o conceito de perímetro e área. Estabelecendo relações entre figuras, pode calcular algumas áreas a partir da área do quadrado e triângulo já conhecidas. Também por meio de relações entre as figuras geométricas foram deduzidas as fórmulas do cálculo de área do paralelogramo e trapézio.

Volte a ler a unidade e perceba que áreas você trabalhou e as relações que estabeleceu.

Verifique em que situações de sua vida você precisou ou precisa calcular área. Relacione as estratégias que utilizou com as mostradas aqui nesta unidade.



Voltando à conversa inicial

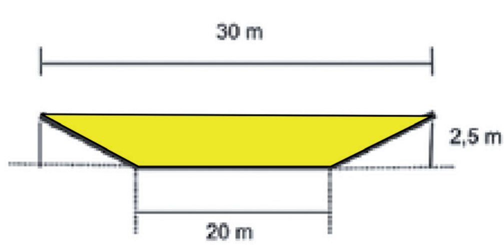
Nesta unidade, pudemos discutir um pouco sobre uma grandeza muito importante, a área, e estratégias para calcular áreas de algumas figuras planas, as mais comuns: retângulo, paralelogramo, triângulo e trapézio.

Voltando agora ao problema proposto no início do capítulo, vamos organizar em duas etapas:

Primeira etapa:

Vamos calcular a velocidade da água, já que ela não varia. Para isso, vamos utilizar o que conhecemos inicialmente.

- A vazão é de 1,50 m^3/s.
- A área pode ser calculada como mostrado a seguir:



Observe que a área transversal da calha tem o formato de um trapézio; logo, sua área pode ser calculada assim:

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A = \frac{(30 + 20) \times 2,5}{2}$$

$$A = \frac{50 \times 2,5}{2}$$

$$A = \frac{125}{2}$$

$$A = 62,5m^2$$

- A velocidade será calculada, utilizando a fórmula para cálculo da vazão:

$$Q = Av \quad ou \quad v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{1,5}{62,5}$$

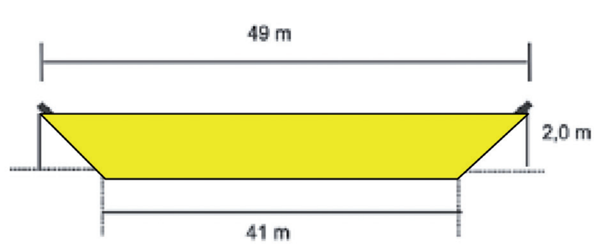
$$v = 0,024 \ m / s$$

Segunda etapa

Vamos calcular a vazão da água na nova calha. Para isso, vamos utilizar o que conhecemos inicialmente.

- A velocidade de vazão é de 0,024 m/s.

- A área pode ser calculada como mostrado a seguir:



Observe que a área transversal da calha tem o formato de um trapézio; logo, sua área pode ser calculada assim:

$$A = \frac{(B+b)\times h}{2}$$

$$A = \frac{(49+41)\times 2,0}{2}$$

$$A = \frac{90\times 2}{2}$$

$$A = \frac{180}{2}$$

$$A = 90m^2$$

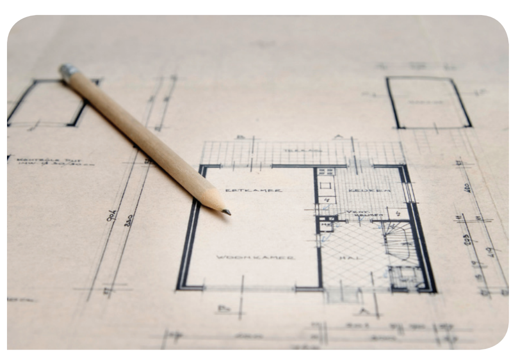
Q=Av

Q=90 x 0,024

Q=2,16 m^3/s

Veja ainda

Planejar a estrutura de uma casa é uma tarefa essencial, quando se pensa em construir um novo lar. Todo empreendimento desse tipo deve ser muito bem calculado e avaliado, para que possamos prever seus gastos, tempo de execução e prováveis imprevistos. Um dos profissionais responsáveis pela elaboração desse tipo de projeto é o arquiteto, que faz a planta do imóvel que será construído. Que tal "brincar" um pouco de arquiteto e planejar uma casa nova?



Utilizando o software livre Sweet Home 3D, que você pode encontrar no link: http://www.sweethome3d.com/pt/download.jsp, faça o projeto de quanto gastaria de cerâmica para cobrir o piso da casa desenhada por você.

O cálculo da pintura também pode ser feito, medindo a área das paredes e calculando o gasto de tinta etc...

Este software é muito fácil de usar, **mãos à obra**!

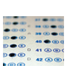
Referências

Livros

- BELLEMAIN, P. M. B, LIMA, P. F. **Um estudo da Noção de Grandezas e Medidas e Implicações no Ensino Fundamental**. Edição: John A. Fossa. Natal: Sbhmat, 2002.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Coleção ciência aberta. 4 ed. Portugal: Gradiva, 2002.
- IMENES, M. Luiz; LELIS, M. **Descobrindo o Teorema de Pitágoras**. São Paulo: Scipione. 2000.
- LOPES, M. L. M.L.& NASSER, L. **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: UFRJ/IM- Projeto fundão, 1996.
- PAIVA, M, A. ;FREITAS, R.; BRAGA, R. **Matemática 5º Ano**: Meu Esporte e Lazer Preferidos. Blocos Didáticos Escola Monteiro Lobato, 2011.
- PAIVA, M. A. V.; FREITAS, R. C. O. **Matemática**. In: SALGADO, Maria Umbelina Caiafa; AMARAL, Ana Lúcia.. (Org.). ProJovem. Ed. Brasilia DF: Governo Federal/Programa Nacional de Inclusão de Jovens, 2006, v. 1,2,3,4.
- TAHAN, Malba. **Matemática Divertida e Curiosa**. São Paulo: Ed. Record, 2005

Imagens

- http://www.sxc.hu/photo/475767



- http://www.sxc.hu/photo/517386

Situação Problema 1

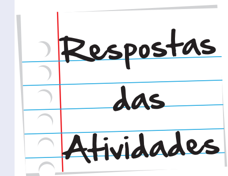
a. 13 peças mais 1/3 de peça, aproximadamente 13,3 peças.

b. 10 peças.

c. Deverão ser cortadas 4 peças.

d. 133 peças mais 1/3 de peça.

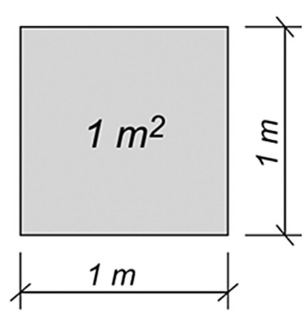
e. 46 peças mais 2/3 de peça, ou seja, aproximadamente 46,6 peças.



Ao efetuar os cálculos anteriores você pôde calcular as medidas da área e do perímetro do quarto de Joaquim, podendo dizer que a área do quarto mede 133,33 pisos cerâmicos de 30 cm x 30 cm e o perímetro mede 46,66 peças de 30 cm de comprimento.

Perceba que, para efetuarmos estas medidas, tivemos de recorrer a uma medida já conhecida, no caso, as peças cerâmicas.

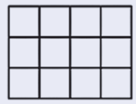
Porém, para que nossa comunicação fique mais clara, costumamos utilizar medidas universalmente conhecidas. Para medidas de comprimento, utilizamos o metro (m) e para medidas de área, utilizamos no metro quadrado (m^2) que é a área de um quadrado de 1m de lado.



Respostas das Atividades

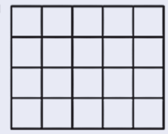
Atividade 1

a)



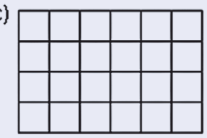
4 x 3 = 12

b)



5 x 4 = 20

c)



6 x 4 = 24

Atividade 2

Cômodo	Perímetro		Área	
	Cálculo	Total	Cálculo	Total
Dormitório 1	2 x 2,55 + 2 x 3,30	11,7m	2,55 x 3,30	8,41m^2
Dormitório 2	4 x 3,30	13,2m	3,30 x 3,30	10,89m^2
Sala	2 x 3,60 + 2 x 6,55	20,3m	3,60 x 6,55	23,58m^2
WC	2 x 1,80 + 2 x 2,25	8,1m	1,80 x 2,25	4,05m^2
Cozinha	2 x 2,25 + 2 x 2,85	10,2m	2,25 x 2,85	6,41m^2

Situação problema 2

A conclusão é que, se um paralelogramo pode transformar-se em retângulo, sua área pode ser calculada por meio da mesma fórmula, aplicada ao retângulo. Assim, a fórmula para calcular a área do paralelogramo será:

$$A = b \times h$$

Situação problema 3

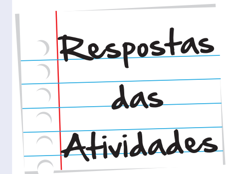
A conclusão é que, ao gerarmos um triângulo congruente, dispondo-o como mostrado na figura, geramos um paralelogramo. Dessa maneira, como duplicamos o triângulo para obter o paralelogramo, a fórmula para calcular a área do triângulo será a metade da área do paralelogramo formado:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Situação problema 4

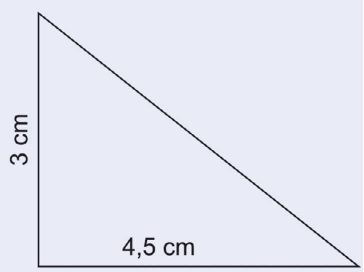
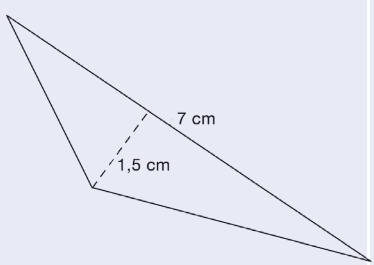
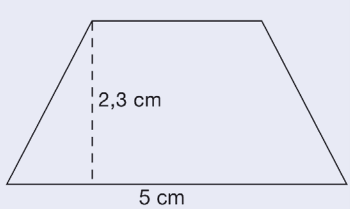
A conclusão é que, ao gerarmos um trapézio congruente, dispondo-o como mostrado na figura, geramos um paralelogramo. Desta maneira, ao duplicarmos o trapézio, a fórmula para calcular a área respectiva será a metade da área do paralelogramo formado:

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$



Atividade 3

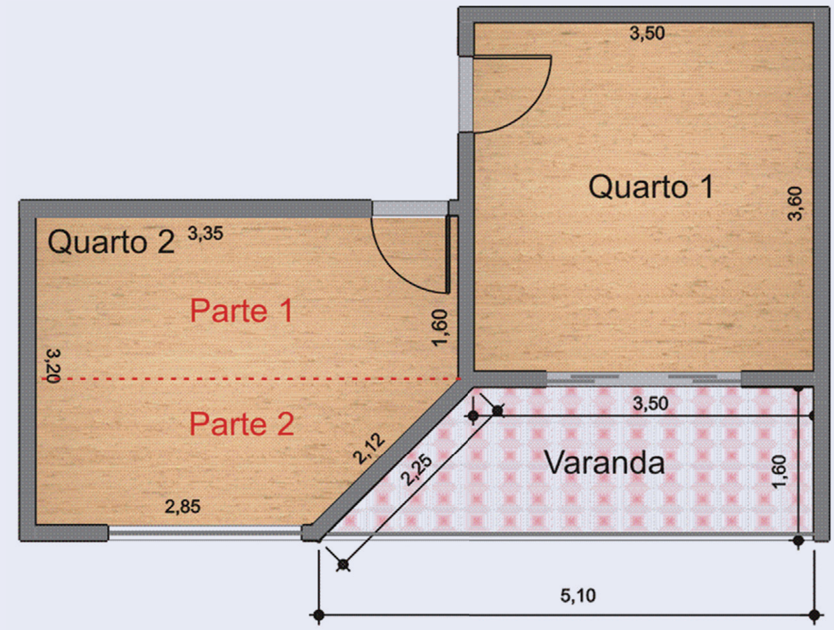
Calcule as medidas das áreas das figuras planas a seguir, sendo conhecidas algumas de suas medidas:

Figura	Cálculos
	A = 3 x 4,5 / 2 A = 6,75 m^2
	A = 7 x 1,5 / 2 A = 5,25 m^2
	A = 6 x 8,5 A = 51 m^2
	A = (5 + 3,5) x 2,3 / 2 A 9,77 m^2

Respostas das Atividades

Atividade 4

Veja como poderia ser dividida a área do quarto 2:



Quarto 1

3,60 x 3,50 = 12,60 m²

Quarto 2

Parte 1 → 3,35 x 1,60 = 5,36 m²

Parte 2 → (3,35 + 2,85) x 1,60 / 2 = 4,96 m²

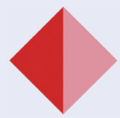
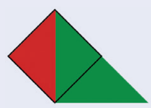
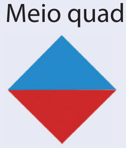
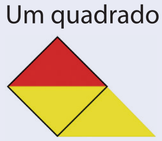
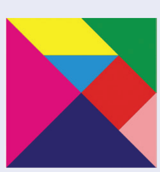
5,36 + 4,96 = 10,32 m²

Varanda

(5,10 + 3,50) x 1,60 / 2 = 6,88 m²

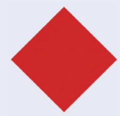
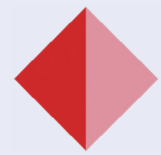
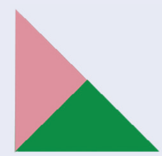
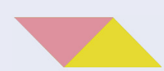
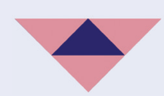
Situação problema 5

1.

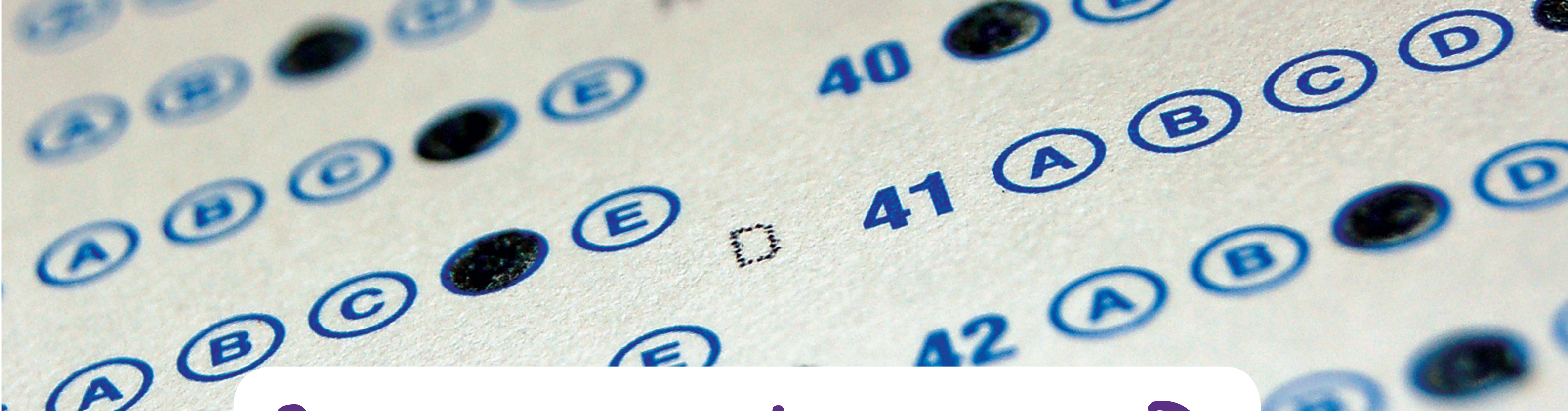
Peças	Área
	Meio quadrado 
	Um quadrado 
	Dois quadrados 
	Meio quadrado 
	Um quadrado 
	Dois quadrados 
	8 quadrados 

Respostas das Atividades

2.

Peças	Área
	Dois triângulos 
	Dois triângulos 
	Quatro triângulos 
	Um triângulo
	Dois triângulos 
	Quatro triângulos 
	16 triângulos

3. Quando utilizamos o triângulo como unidade de área, a área total é o dobro daquela encontrada, quando o quadrado é a unidade de área. Isso ocorre porque a área o triângulo é a metade da área do quadrado.



O que perguntam por aí?

Atividade 1 (ENEM 2011)

Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

Terreno 1: 55 m por 45 m
Terreno 2: 55 m por 55 m
Terreno 3: 60 m por 30 m
Terreno 4: 70 m por 20 m
Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.
E) 5.

Resposta: Letra C

- Terreno 1 Área = $55m \times 45m = 2475m^2$ e Perímetro: $2 \times 55m + 2 \times 45m = 200m$, Logo não satisfaz às condições do Problema, que é de ter perímetro 180m no máximo.

- Terreno 2 – Área: $55m \times 55m = 3025\ m^2$ e o Perímetro $= 4 \times 55m = 220$
- Terreno 3 – Área: $60m \times 30m = 1800\ m^2$ Perímetro: $2 \times 60m + 2 \times 30m = 180m$
- Terreno 4 – Área: $95m \times 85m = 8075\ m^2$, Perímetro: $2 \times 95m + 2 \times 85m = 360m$

Logo, a letra C é que satisfaz as condições do problema.

Atividade 2 (ENEM 2008)

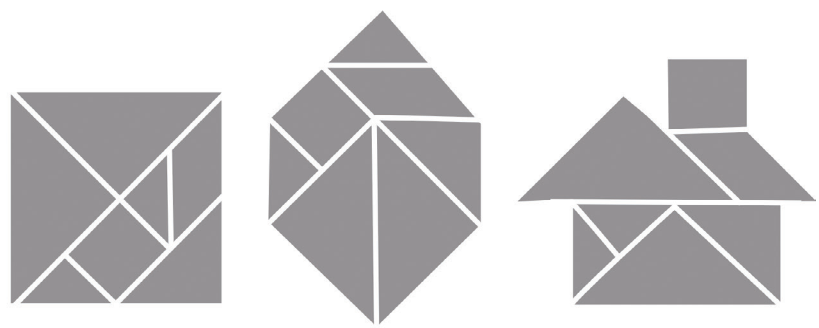


Figura 1 Figura 2 Figura 3

O tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído de sete peças: 5 triângulos retângulos e isósceles, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Essas peças são obtidas, recortando-se um quadrado de acordo com o esquema da Figura 1. Utilizando-se todas as sete peças, é possível representar uma grande diversidade de formas, como as exemplificadas nas Figuras 2 e 3.

Se o lado AB do hexágono, mostrado na Figura 2 mede 2 cm, então a área da Figura 3, que representa uma "casinha", é igual a:

a. $4\ cm^2$.

b. $8\ cm^2$.

c. $12\ cm^2$.

d. $14\ cm^2$.

e. $16\ cm^2$.

Resposta: Letra B

Se a medida do lado do hexágono é 2cm, isto significa que o lado do quadrado e do triângulo pequeno medem 1cm cada um. Assim, as áreas de cada peça são:

Quadrado A= $1cm^2$

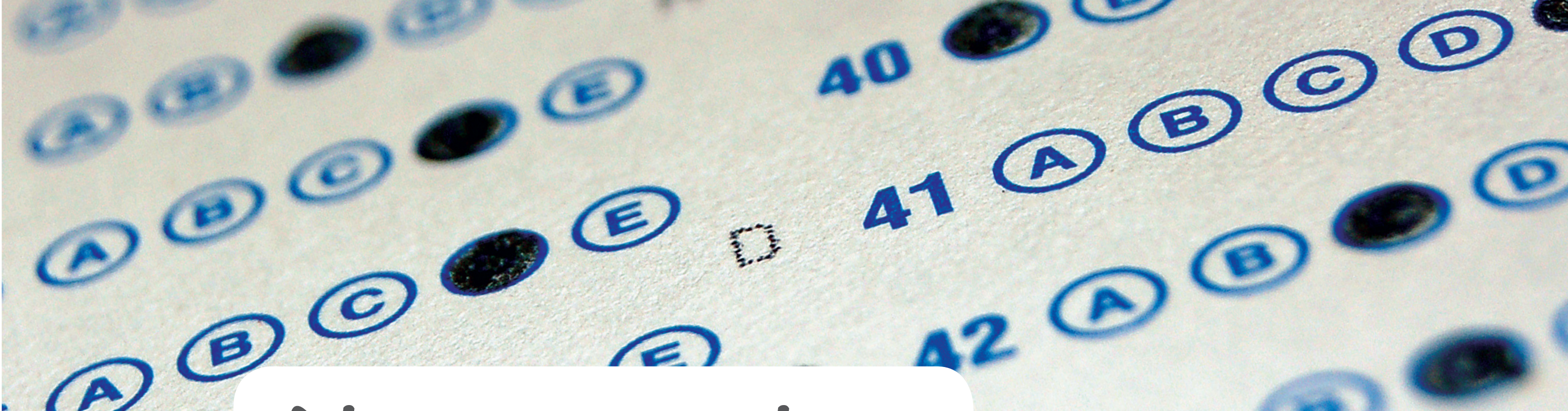
Triângulo Pequeno A = $\frac{1}{2}$ cm^2

Triângulo Médio = Paralelogramo = Área do Quadrado = $1cm^2$

Triângulo Grande A = 2x Área do triângulo médio = 2 cm^2

Assim, a área da casinha formada por todas as peças do TANGRAM é:

$1cm^2 + 1cm^2 + 1cm^2 + \frac{1}{2} cm^2 + \frac{1}{2} cm^2 + 2 cm^2 + 2 cm^2 = 8 cm^2$



Atividade extra

Exercício 1

Uma fazenda tem um pasto em formato retangular, de 95m de comprimento por 65m de largura. O proprietário deseja refazer a cerca com duas voltas de arame liso ao redor de todo o pasto.

Quantos metros de arame serão utilizados?

(a) 80 (b) 160 (c) 320 (d) 640

Exercício 2

Alguns amigos decidiram revitalizar o antigo campo de areia onde jogavam futebol. O campo tem 45m de comprimento e 30m de largura e deve ser coberto com placas de grama sintética quadradas, de 30cm de lado.

Quantas placas de grama sintética serão necessárias?

(a) 10.500 (b) 15.000 (c) 18.000 (d) 20.000

Exercício 3

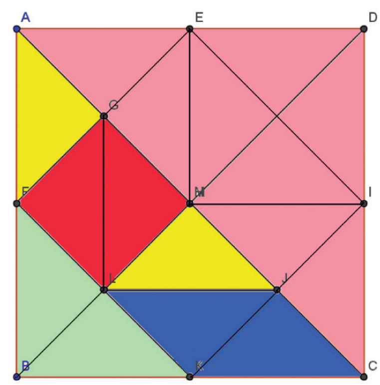
Um grande evento será organizado em uma área retangular, com 1800m de comprimento e 750m de largura. Devido a normas de segurança deve ser respeitado o limite de no máximo 4 pessoas ocupando $1m^2$.

Qual o máximo de participantes que o evento pode receber?

(a) 5.400.000 (b) 1.350.000 (c) 3.800.000 (d) 6.000.000

Exercício 4

A figura mostra um tangram, quebra-cabeça chinês constituído por sete peças: cinco triângulos - 2 rosas, um verde e dois amarelos - um quadrado e um paralelogramo.

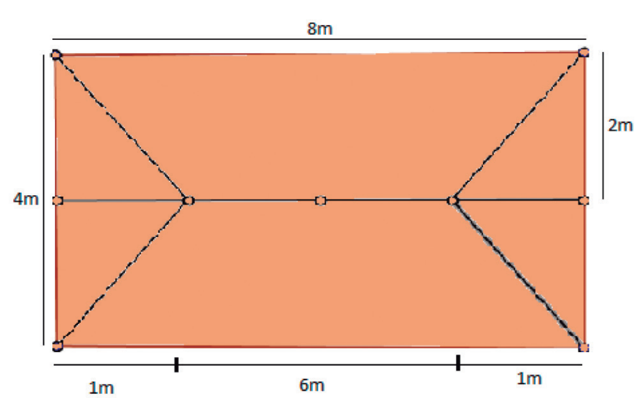


Considerando o paralelogramo (peça azul) como unidade de medida, qual a área da figura?

a) 16 (b) 8 (c) 4 (d) 2

Exercício 5

O telhado de uma casa e suas dimensões estão ilustrados na figura a seguir.



Além das áreas de sobreposição destinadas ao encaixe das telhas, cada telha cobre uma área de 20cm de comprimento por 10cm de largura.

Quantas telhas foram utilizadas na confecção do telhado?

(a) 3.200 (b) 4.800 (c) 2.000 (d) 1.600

Exercício 6

Um salão retangular de 10m de comprimento, 5m de largura e 3m de altura, possui quatro janelas de 2m × 2,5m, uma em cada parede e uma porta de 1,0m × 2,0m. Desejo revestir todo o chão e as paredes com uma cerâmica quadrada de 40cm de lado, cuja caixa com 6 peças é vendida a R$ 23,00.

Considerando que a cerâmica não será utilizada nas janelas e nem na porta, quanto gastarei para revestir todo o galpão (desconsiderando as perdas da construção)?

(a) 2.829,00 (b) 1.620,00 (c) 1.400,00 (d) 1.180,00

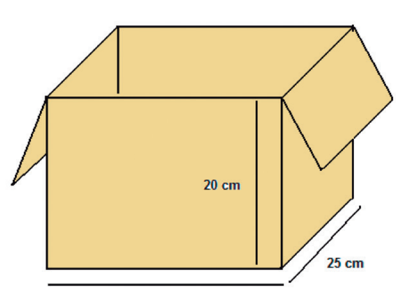
Exercício 7

Uma loja decide colocar forro de PVC em toda a extensão do teto do salão principal. O local tem 15m de comprimento e 12m de largura e cada folha de PVC tem 6m de comprimento por 20cm de largura.

(a) 100 (b) 130 (c) 150 (d) 300

Exercício 8

Uma empresa fabrica caixas de papelão para armazenagem em geral. Para as festas de Natal e Ano Novo recebeu uma encomenda de 25000 caixas, todas iguais, com tampa, e possuem as medidas indicadas na figura.



Quantos metros quadrados de papelão a empresa gastará para fabricar todas as caixas encomendadas?

(a) 92.500m² (b) 3.700m² (c) 2950m² (d) 925m²

Exercício 9

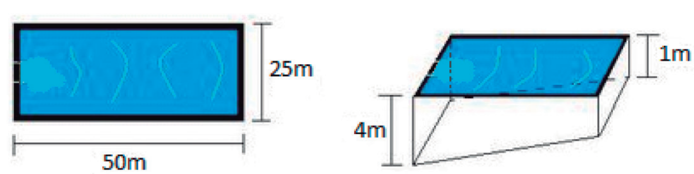
Um pedreiro deseja construir as paredes externas de uma casa de oito metros de frente, doze metros de fundo e seis metros de altura, com a mesma espessura que um tijolo de 20cm de comprimento por 20cm de largura.

Desconsiderando a espessura da massa utilizada para unir os tijolos e as perdas da construção, quantos tijolos serão utilizados nessa empreitada?

(a) 2.400 (b) 5.760 (c) 6.000 (d) 10.000

Exercício 10

Deseja-se ladrilhar uma piscina olímpica com porcelanato quadrado de 10cm de lado. As medidas da piscina estão indicadas na figura abaixo:



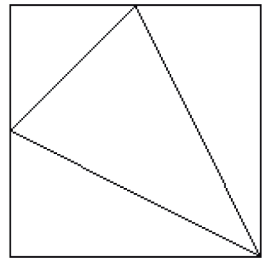
Fonte:adrenalinaempeso.blogspot.com (Adaptada)

Quantos porcelanatos serão necessário? Considere $\sqrt{2509} = 50,1$.

(a) 162.750 (b) 162.500 (c) 16250 (d) 1.650

Exercício 11

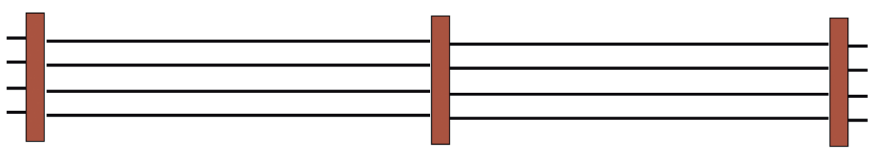
Para fazer um modelo de ladrilho, certo desenhista une um dos vértices de um quadrado aos pontos médios dos lados que não contêm esse vértice, obtendo um triângulo isósceles.



Qual a razão entre a medida da área desse triângulo e a medida da área desse quadrado?

Exercício 12

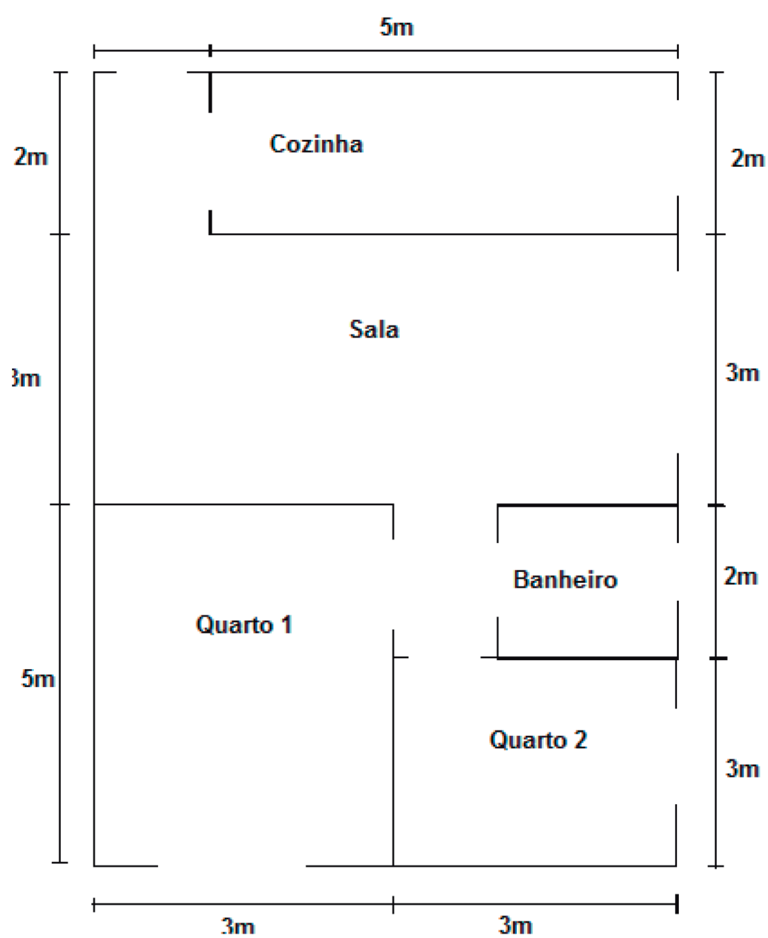
Uma chácara tem 250 metros de frente e 300 metros de fundo. O proprietário deseja cercá-la utilizando arame liso e fazendo uma cerca com quatro seqüências de fio, que é vendido em rolos de 500m no valor de R$ 182,00. Abaixo temos um modelo de como a chácara será cercada:



Quanto o proprietário irá gastar para fazer essa cerca?

Exercício 13

Uma pessoa está calculando quanto irá gastar na troca do piso de todo o apartamento. O piso da cozinha custa R$ 28,00 o metro quadrado e será usado no chão e nas paredes (3m de altura). Nos quartos, sala e corredores será utilizado o mesmo tipo de piso, com valor de R$ 19,00, e por fim, no banheiro o piso utilizado nas paredes (3m de altura) e no chão custa R$ 23,00 o metro quadrado. Por comodidade, desprezou descontos de portas e janelas. As dimensões do apartamento são dadas na figura abaixo.

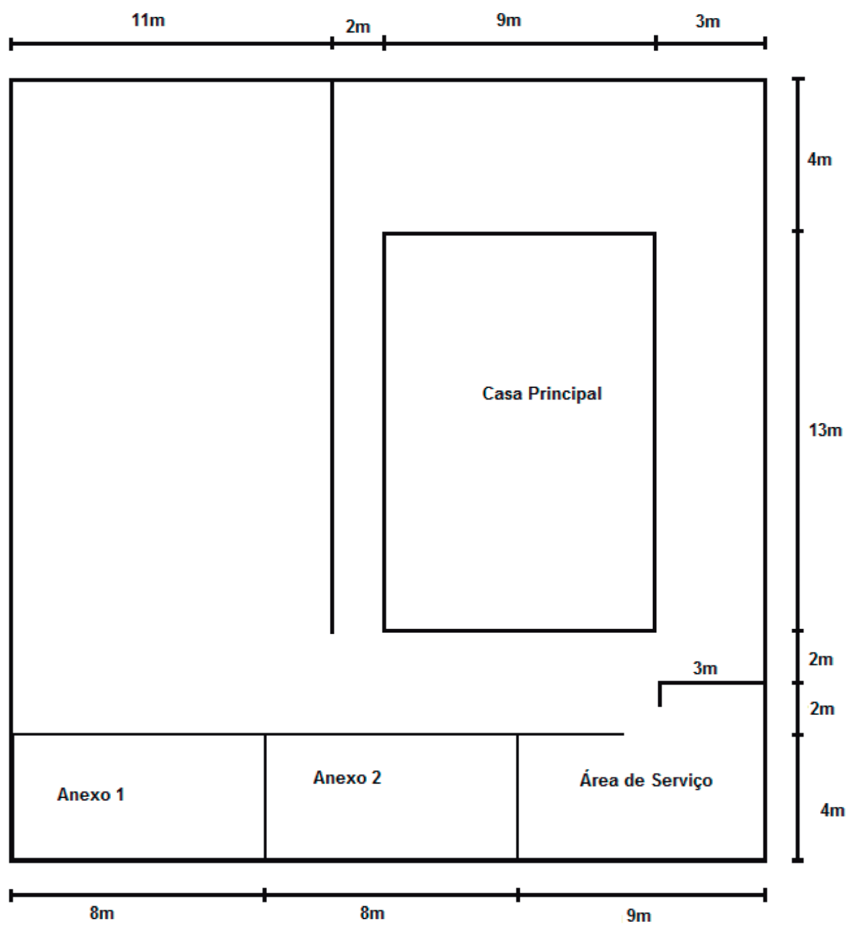


Fonte: adrenalinaempeso.blogspot.com

Quanto será gasto com o revestimento de pisos e paredes de todo o apartamento?

Exercício 14

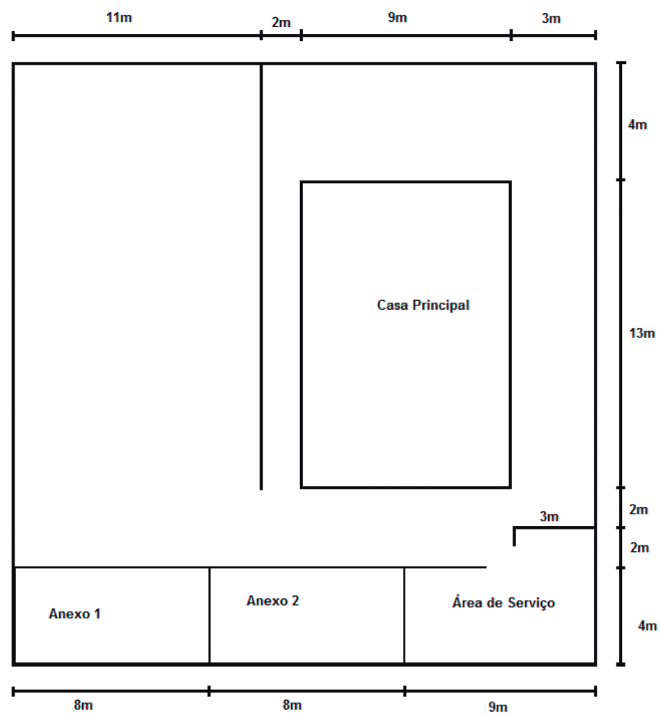
Uma casa está situada em um terreno retangular de 25m de largura e 25m de comprimento e consta da casa principal, dois anexos e uma área de serviço. Desejo construir uma piscina de 5m × 6m à esquerda da casa, em frente ao anexo 1. A planta do terreno está representada na figura abaixo:



Após a construção da piscina, qual será o tamanho da área livre disponível no terreno?

Exercício 15

Considere um quadrado subdividido em quadradinhos idênticos, todos de lado 1, conforme a figura. Dentro do quadrado encontram-se 4 figuras geométricas, que podemos observar na figura abaixo.



Fonte: http://www.pensevestibular.com.br

A razão entre a área do quadrado maior e a soma das áreas das 4 figuras é:

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 2

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 3

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 4

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 5

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 6

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 7

A B C D

○ ○ ● ○

Exercício 8

A B C D

○ ● ○ ○

Exercício 9

A B C D

○ ○ ● ○

Exercício 10

A B C D

● ○ ○ ○

Exercício 11

$\frac{3}{8} = 0,375$

Exercício 12

Perímetro = 1100m. Então são necessários $1100 \times 4 = 4400$, como cada rolo tem 500m serão necessários $\frac{4400}{500}$ rolos, assim, são necessários 9 rolos. Daí, o custo é de 9×182 =R$ 1638,00.

Exercício 13

Cozinha: $52m^2$	$52 \times 28 = 1456$
Banheiro: $28m^2$	$28 \times 23 = 644$
Demais cômodos: $46m^2$	$46 \times 19 = 874$
Total	2.974, 00

Exercício 14

Terreno: $625m^2$. Casa: $117m^2$. Área de serviço: $42m^2$. Anexos: $64m^2$. Área livre: $625m^2 - 223m^2 = 402m^2$. A piscina a ser construída ocupará uma área de $30m^2$, logo a área livre após a construção da piscina: $402m^2 - 30m^2 = 372m^2$.

Exercício 15

Quadrado maior subdivido em 64 quadrados A = 64q. Área das figuras: 2q + 6q + 1, 5q + 4, 5q + 2q = 16q.

Razão: $\frac{64q}{16q} = 4$

Avançando com as áreas de figuras planas

Fascículo 3

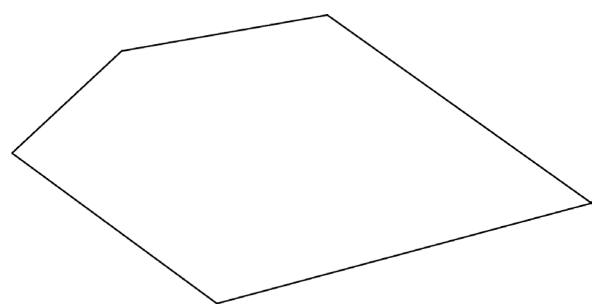
Unidade 8

Fundação CECIERJ

Avançando com as áreas de figuras planas

Para início de conversa...

Nem todos os polígonos possuem fórmulas específicas para cálculo da medida de sua área. Imagine, por exemplo, que você precisa calcular a área de um terreno e a única coisa que sabe é que a planta dele (desenho a seguir) foi feito na escala 1:100, ou seja, cada centímetro equivale a 1 metro.



E agora, quanto mede a área desse terreno?

Ao longo desta unidade, veremos como calcular áreas de polígonos irregulares como esse. Veremos ainda como calculamos áreas de círculos.

Vamos fazer essa e outras discussões.

Bons estudos!

Objetivos de aprendizagem

- Realizar o cálculo de área de polígonos irregulares, utilizando o método da triangulação.
- Calcular áreas de círculos.

Seção 1
Áreas irregulares

Situação problema 1

Observe o projeto de uma casa a seguir:

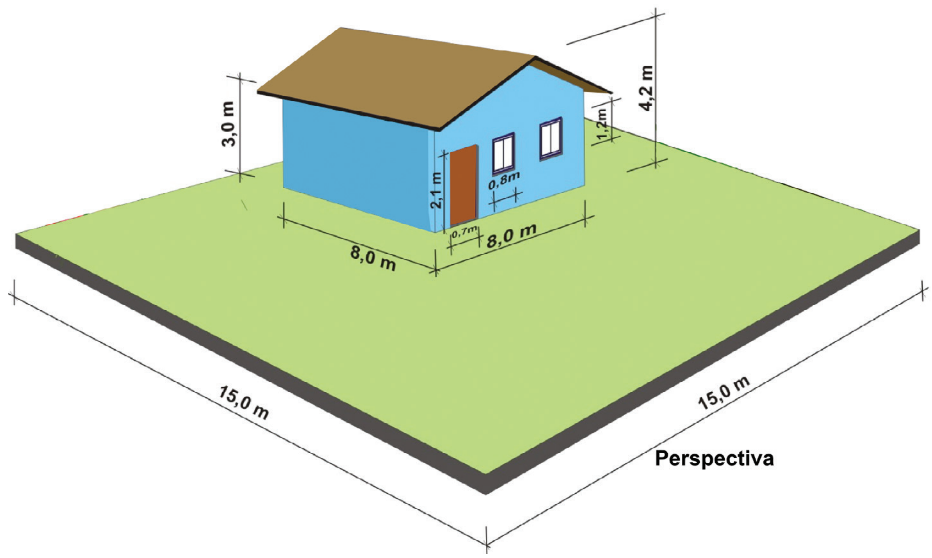


Figura 1: perspectiva da casa.

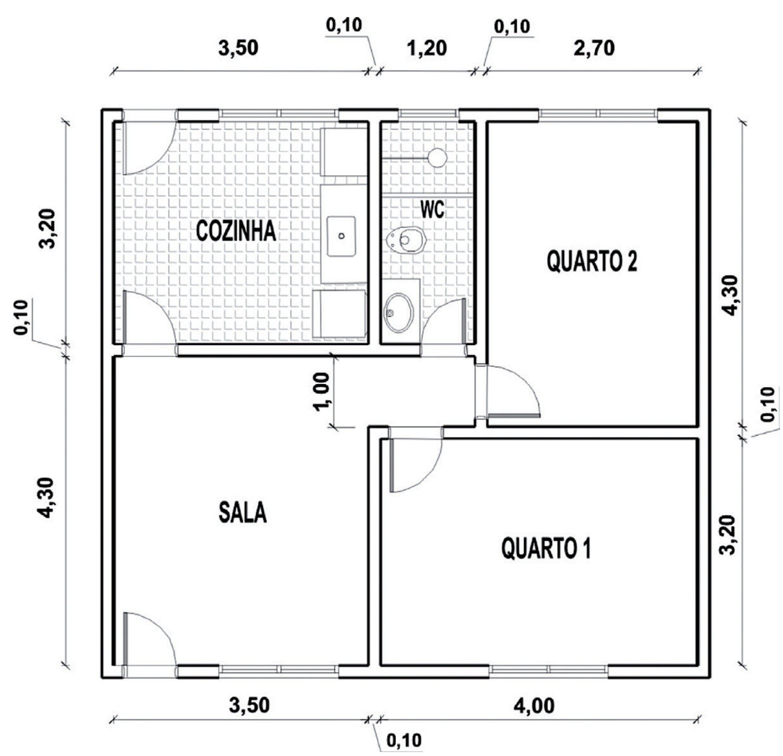


Figura 2: planta baixa da mesma casa.

Atividades

Você deverá calcular as seguintes áreas:

a. Da casa.

b. Do quintal.

c. Das portas.

d. Das janelas.

e. Parede lateral externa descontando portas e janelas.

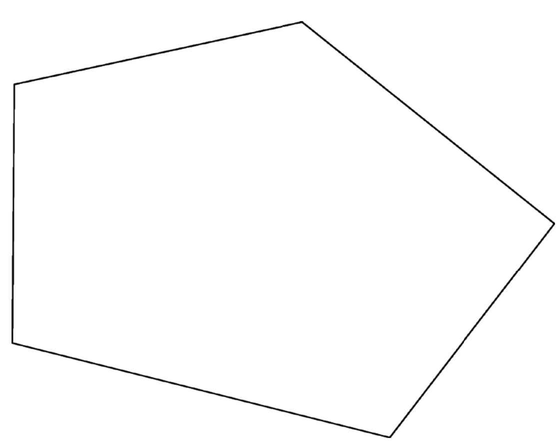
f. A parede interna do quarto 2, considerando um pé direito de 2,80 m. (Lembre-se que o "pé-direito" de uma casa é a altura que vai do solo até o início do telhado!)

Observação: Considere a báscula do banheiro com as medidas 40 cm x 40 cm e o beiral do telhado com 30 cm ao redor de toda casa.

Anote suas respostas em seu caderno

Situação problema 2

Um fazendeiro comprou uma área, de formato irregular, para aumentar a sua plantação. Para verificar se a área que estava comprando era realmente o que estava no documento, contratou um **topógrafo** para realizar o projeto.



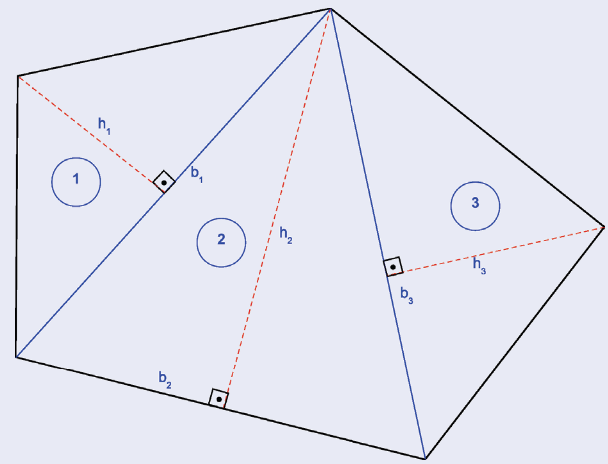
Topógrafo

Profissional que faz o estudo do terreno em relação as seus acidentes geográficos.

Atividade

Sabendo que o desenho foi feito na escala 1:500 (1 centímetro no desenho equivale a 500 centímetros ou 5 metros na medida real), qual a área total, em hectares (1 hectare equivale a 10.000 metros quadrados), do terreno?

Uma possibilidade de divisão da área em triângulos seria a seguinte:



Repare que dividimos a figura em três grandes triângulos. O triângulo 1 com base e altura próprios; o triângulo 2 com base e altura próprios e o triângulo 3 com base e altura próprios. Vamos, agora, calcular a área de cada um deles e descobrir, ao final, a área total da figura.

Relembrando que a área de um triângulo é calculada por meio da seguinte expressão: b. h /2, observe as medidas retiradas no desenho, complete a tabela e calcule a área para cada um dos triângulos.

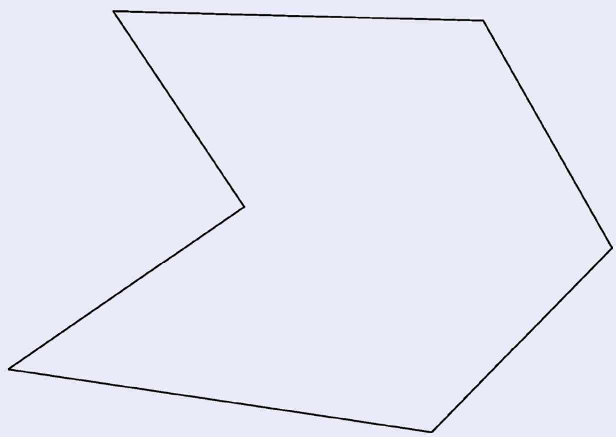
Triângulo	Base (b)	Altura (h)			Área (A)
	Desenho	Real	desenho	real	
1	12,0 cm	60 m	4,8 cm	24 m	1.440 m^2
2	10,8 cm		10,6 cm		
3	11,8 cm		5,7 cm		
Total					

Obs. : as medidas apresentadas podem sofrer pequenas variações devido ao processo de editoração e impressão.

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 1

Um fazendeiro comprou uma área para aumentar a sua plantação. Para verificar se a área que estava comprando era realmente o que estava no documento, contratou um topógrafo que fez o seguinte projeto:



Sabendo que o desenho foi feito na escala 1:1.000 (1 centímetro no desenho equivale a 1.000 centímetros ou 10 metros na medida real), qual a área total, em hectares (1 hectare equivale a 10.000 metros quadrados), do terreno?

Anote suas respostas em seu caderno

Seção 2
A área do círculo

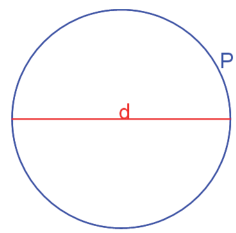
Atividade

Você sabe dizer o que é um círculo? E uma circunferência? Será que é a mesma coisa? Faça uma pequena pesquisa em livros ou na Internet e registre a seguir o seu resultado.

Anote suas respostas em seu caderno

Após a pesquisa, leia o texto a seguir:

O número π (lê-se número pi) é um número que tem atraído os matemáticos desde a Antiguidade. Quase todos os grandes nomes da Matemática dedicaram-lhe parte da sua atenção. O número π é o resultado da divisão entre o comprimento (perímetro) de uma circunferência e o seu diâmetro. Ele é uma constante para a razão entre o comprimento (P) e o diâmetro de quaisquer circunferências. Pode-se, portanto, escrever a relação:



$$\pi = \frac{P}{d}$$

Não se sabe exatamente como na Antiguidade se chegou a esta conclusão, mas muito provavelmente o interesse pelo número π terá tido a sua origem em problemas de determinação de áreas. Desde que o homem interessou-se por este número, iniciou-se um longo período de árduos esforços para que seu cálculo fosse mais preciso. Este período só viria a terminar no final do século passado. Depois de tanto esforço, sabe-se, por exemplo, que o π é um número irracional, ou seja, possui infinitas casas decimais e não podemos escrevê-lo em forma de fração.

Ou seja, sabemos hoje que um π vale aproximadamente 3,1415... Por hora, no entanto, não se preocupe em utilizar esse valor. Apenas considere o símbolo π.

Situação problema 3

Com os recursos computacionais cada vez mais avançados já se consegue escrever o π com muitas casas decimais, obtendo aproximações cada vez mais precisas. Para se ter ideia do que está sendo dito, em 1988, na Universidade de Tóquio, Yasumasa Kanada calculou π com 201.326.000 casas decimais, em 6 horas com um supercomputador construído pela Hitachi.

Adaptado de http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NumeroPi/Pi.htm

Se considerarmos que o diâmetro é o dobro do raio de uma circunferência **(d=2r)**, dessa relação podemos facilmente demonstrar a seguinte relação:

$$\pi = \frac{P}{d}$$

$$P = \pi . d$$

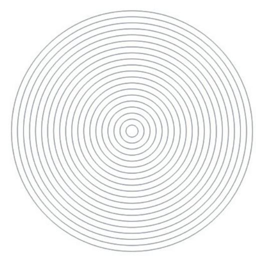
$$P = 2\pi r$$

Com essa fórmula, podemos facilmente calcular o comprimento de qualquer circunferência, basta, para isso, conhecermos o seu raio. Mas, e quanto à área do **círculo**? Como poderíamos encontrá-la? Acompanhe a ideia a seguir:

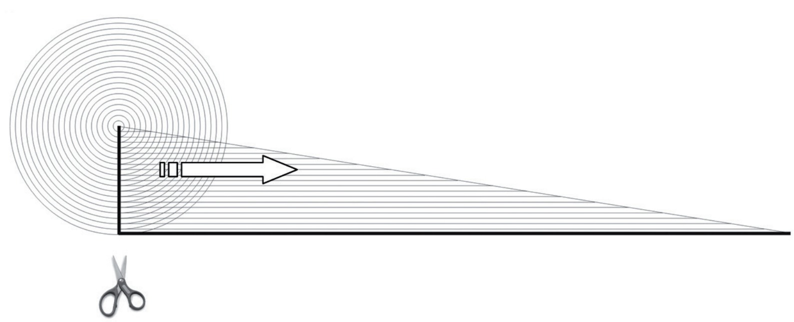
Círculo

É a região de um plano limitada por uma circunferência.

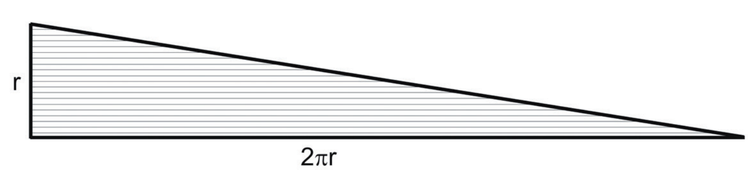
I. imagine que o círculo seja formado por várias circunferências concêntricas (com o mesmo centro), sem que houvesse espaço entre elas. A representação abaixo registra algumas dessas circunferências e podemos imaginar as demais.



II. Agora, imagine que possamos cortar essas circunferências e esticá-las.



III. Considerando que o triângulo foi preenchido ao esticar todas as circunferências que formam o círculo, perceba que a altura do triângulo é o raio r do círculo e a base mede , o perímetro desse círculo:



Atividades

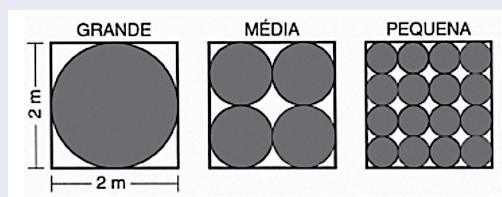
Qual seria, afinal a fórmula para calcular a área do círculo?

Anote suas respostas em seu caderno

Caso você tenha conseguido resolver, parabéns! Veja nas respostas o valor dessa área e compare com o que você fez.

Atividade 2

(Enem 2004 – adaptado) Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. Qual entidade recebe mais material?

Para descobrir essa resposta, vamos analisar o problema por partes:

TAMPA GRANDE

Parte 1: Qual a área do quadrado?

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa grande?

Parte 3: Qual a área do círculo?

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

TAMPA MÉDIA

Parte 1: Qual a área do quadrado?

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa média?

Parte 3: Qual a área do círculo?

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

TAMPA PEQUENA

Parte 1: Qual a área do quadrado?

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa pequena?

Parte 3: Qual a área do círculo?

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

Agora volte a pergunta inicial: Qual das entidades I, II e III, citadas acima recebe mais material?

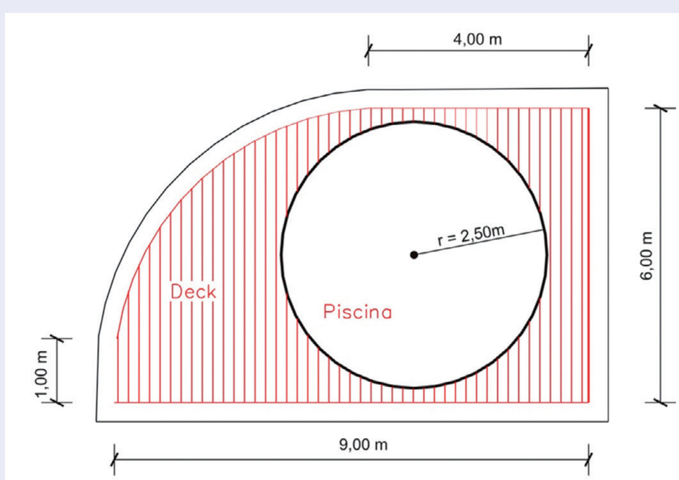
Atividade 2

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 3

Calcule a medida da área do Deck da área de lazer a seguir.

Observe que há uma parte da figura que é arredondada, que você pode calcular como fração de um círculo, utilizando a fórmula da área do círculo ($A = \pi r^2$).

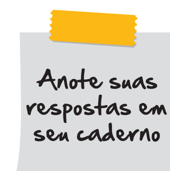


Anote suas respostas em seu caderno

Momento de reflexão

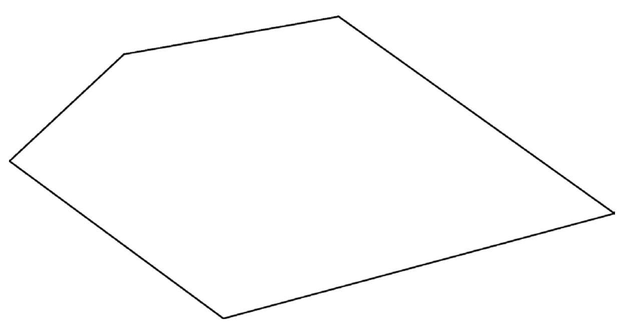
Na maioria das vezes, os terrenos que compramos ou que são utilizados no campo não são formados por figuras regulares. Achar sua área requer utilizar outras estratégias. Nesta unidade, você pode ver o uso da triangulação, ou seja, o método de dividir a figura em triângulos e calcular as áreas desses triângulos para obter a área total. Tente aplicar este método para calcular a área de outros polígonos irregulares. Por falar nisso, como você conseguiu calcular a área do problema inicial? Que tal tentar agora por triangulação?

Outra questão tratada nesta seção foi o cálculo do perímetro da Circunferência e área do Círculo. Volte a ler sobre esses novos conceitos e as fórmulas geradas para esses cálculos. Anote alguma outra situação em que você precisa calcular áreas de círculos.

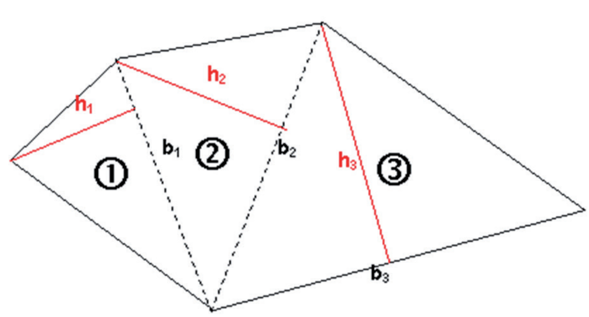


Voltando à conversa inicial...

Depois das atividades desenvolvidas e das discussões feitas, você teve muitas dificuldades de calcular a área do terreno apresentada no início desta unidade?



Como visto nesta unidade, o melhor caminho é utilizar um método chamado triangulação, pelo qual dividimos a figura em vários triângulos e, após calcular a área de cada um deles, somamos para descobrir a área total. Como a figura não está cotada, podemos utilizar a régua para efetuar as medidas e, com o auxílio da calculadora, descobrir a área do terreno. Uma forma de dividir é mostrada abaixo, não sendo esta, porém, a única.



Após a divisão em triângulos, calculamos a área de cada um deles, assim:

Figura	Base (b)	Altura (h)	Área (A)
1	4,9 m	2,4 m	5,88 m^2
2	5,6 m	3,3 m	9,24 m^2
3	7,0 m	4,5 m	157,50 m^2
Total			172,62 m^2

Obs.: As medidas apresentadas podem sofrer pequenas variações devido ao processo de editoração e impressão.

Veja Ainda...

A área de um triângulo é calculada, utilizando as dimensões da sua base e altura através da fórmula:

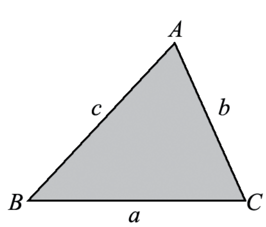
$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Mas essa fórmula somente é aplicada nos triângulos em que se conhece a medida da altura. Para o cálculo da área de um triângulo qualquer, podemos utilizar outras fórmulas.

Por exemplo, a Fórmula de Heron de Alexandria, que tem por base o **semiperímetro** do triângulo:

Semiperímetro
É a metade da soma de todos os lados do triângulo onde a, b e c são as medidas dos lados do triângulo.

A fórmula de Heron deve ser usada nas situações em que se conhece o valor dos três lados do triângulo. Dado o triângulo ABC de lados a, b e c:



A área de um triângulo qualquer pode ser calculada, utilizando a seguinte fórmula:

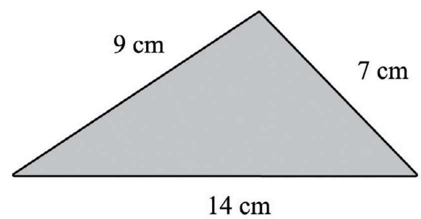
$$A = \sqrt{p \times (p-a) \times (p-b) \times (p-c)}$$

Onde os valores de a, b, c correspondem aos lados do triângulo e o valor de p é o valor do semiperímetro.

Um pouco de História: Heron de Alexandria viveu aproximadamente 100 d.C.(depois de Cristo), conhecido sobretudo pela fórmula da área do triângulo, dado seus lados. No entanto, os Àrabes contam-nos que a "Fórmula de

Heron" já era conhecida por Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.). A demonstração de Heron ficou perdida por muito tempo, até ser redescoberta em Constantinopla, em 1896.

Vamos agora calcular a área do triângulo, utilizando a fórmula de Heron.



$p = (9 + 7 + 14)/2 = 15$

$A^2 = p(p- a)(p – b) (p – c)$

$A^2 = 15(15 – 9)(15 – 7)(15- 14)$

$A^2 = 15 . 6 . 8 . 1= 720$

Logo $A = \sqrt{720} \approx 26,83$

Referências

Livros

- BELLEMAIN, P. M. B, LIMA, P. F. **Um estudo da Noção de Grandezas e Medidas e Implicações no Ensino Fundamental**. Edição: John A. Fossa. Natal: Sbhmat, 2002.
- PAIVA, M. A. V.; FREITAS, R. C. O. **Matemática**. In: SALGADO, Maria Umbelina Caiafa; AMARAL, Ana Lúcia.. (Org.). ProJovem Urbano. Ed. Brasilia DF: Governo Federal/Programa Nacional de Inclusão de Jovens, 2008, v. 1,2,3,4,5,6.
- TROTA, IMENES, JAKUBOVIC. **Matemática Aplicada- 2º Grau**. São Paulo: Ed. Moderna,1979.

Imagens

- http://www.sxc.hu/photo/475767

- http://www.sxc.hu/photo/517386

Respostas das Atividades

Situação problema 1

- casa:

$8 \times 8 = 64m^2$.

- quintal:

$15 \times 15 = 225$

$225 - 64 = 161\ m^2$.

- cada porta:

$0{,}7 \times 2{,}1 = 1.47\ m^2$.

- Cada janela;

$0{,}8 \times 1{,}2 = 0{,}96\ m^2$.

$0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16\ m^2$.

- Parede externa, descontando portas e janelas:

Laterais $\rightarrow$ $8 \times 3 = 24\ m^2$.

Frente e fundos $\rightarrow$ $8 \times 3 + (8 \times 1{,}2) / 2 = 28{,}8\ m^2$.

Total $\rightarrow$ $2 \times 24 + 2 \times 28{,}8 = 105{,}6\ m^2$.

Portas $\rightarrow$ $2 \times 1{,}47 = 2{,}94\ m^2$.

Janelas $\rightarrow$ $4 \times 0{,}96 = 3{,}84\ m^2$.

Báscula $\rightarrow$ $0{,}16\ m^2$.

Paredes externas menos portas e janelas $\rightarrow$ $105{,}6 - 2{,}94 - 3{,}84 - 0{,}16 = 98{,}66\ m^2$.

- Paredes internas do quarto 2, considerando um pé direito de 2,80m:

$[2 \times (4{,}30 + 2{,}70) \times 2{,}80] = 39{,}20\ m^2$.

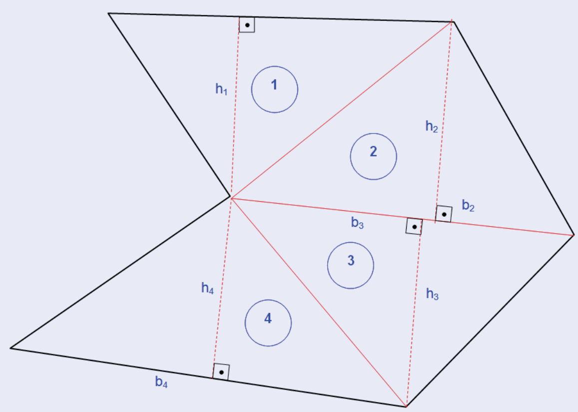
Respostas das Atividades

Situação problema 2

Triângulo	Base (b)		Altura (h)		Área (A)
	Desenho	Real	desenho	real	
1	12,0 cm	60 m	4,8 cm	24 m	1.440 m²
2	10,8 cm	54 m	10,6 cm	53 m	2.862 m²
3	11,8 cm	59 m	5,7 cm	28,5	1.61,5 m²
Total					5.983,50 m²

Obs.: As medidas apresentadas podem sofrer pequenas variações devido ao processo de editoração e impressão.

Atividade 1



Triângulo	Base (b)		Altura (h)		Área (A)
	Desenho	Real	desenho	real	
1	9,5 cm	95 m	5,0 cm	50 m	2.375,0 m²
2	9,5 cm	95 m	5,4 cm	54 m	2.565,0 m²
3	9,5 cm	95 m	5,2 cm	52 m	2.470,0 m²
4	11,0 cm	110 m	5,0 cm	50 m	2.750,0 m²
Total					10.160,0 m²

Situação problema 3

Para se calcular a área do círculo, temos a seguinte fórmula.

$$A = \frac{2\pi r.r}{2}$$

$$A = \pi r^2$$

Respostas das Atividades

Atividade 2

TAMPA GRANDE:

Parte 1: Qual a área do quadrado?

4 m^2

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa grande?

$2\,\pi m$

Parte 3: Qual a área do círculo?

πm^2

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

$(4 - \pi)m^2$

TAMPA MÉDIA:

Parte 1: Qual a área do quadrado?

4 m^2

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa média?

πm

Parte 3: Qual a área do círculo?

$0{,}25\pi m^2$

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

$(4 - 4 \times 0{,}25\,\pi) = (4 - \pi)m^2$

TAMPA PEQUENA:

Parte 1: Qual a área do quadrado?

4 m^2

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa pequena?

$0{,}5\pi m$

Parte 3: Qual a área do círculo?

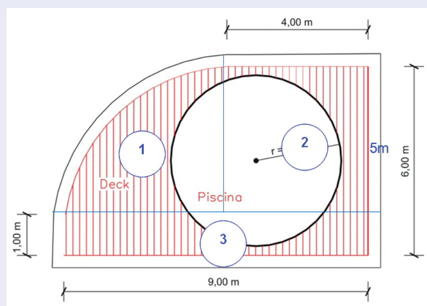
$0{,}0625\pi m^2$

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

$(4 - 16 \times 0{,}0625\,\pi) = (4 - \pi)m^2$

Resposta: As três entidades recebem a mesma quantidade de material.

Atividade 3



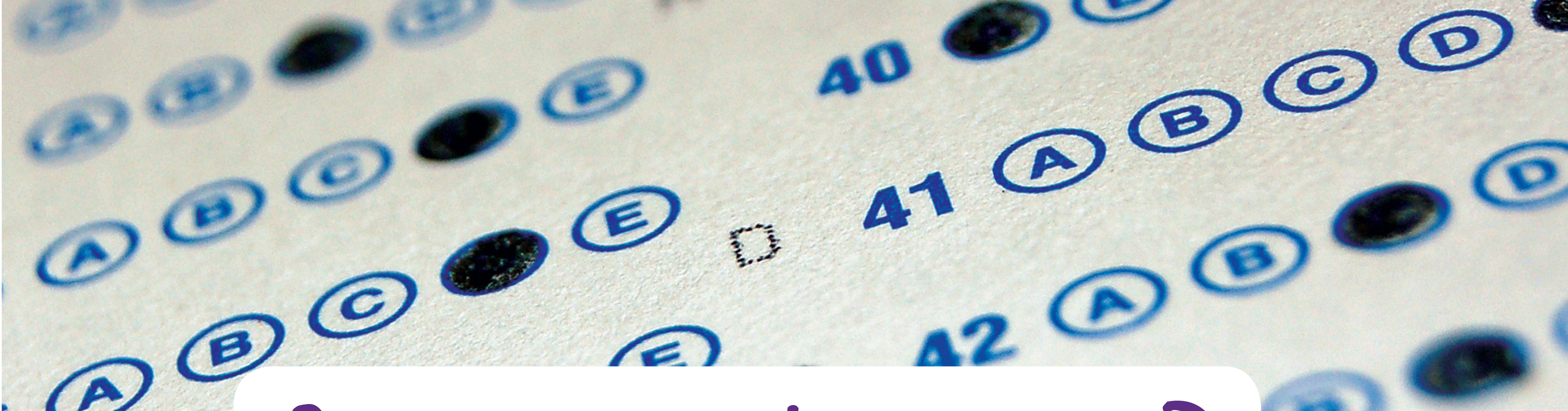
Cálculos feitos, utilizando o valor de π=3,14:

Área 1 $\longrightarrow \dfrac{\pi 5^2}{4} = 19{,}625m$

Área 2 $\longrightarrow$ 4 x 5 = 20 m^2

Área 3 $\longrightarrow$ 1 x 9 = 9 m^2.

Área total = Area 1 + Área 2 + Área 3 = 45,625 m^2

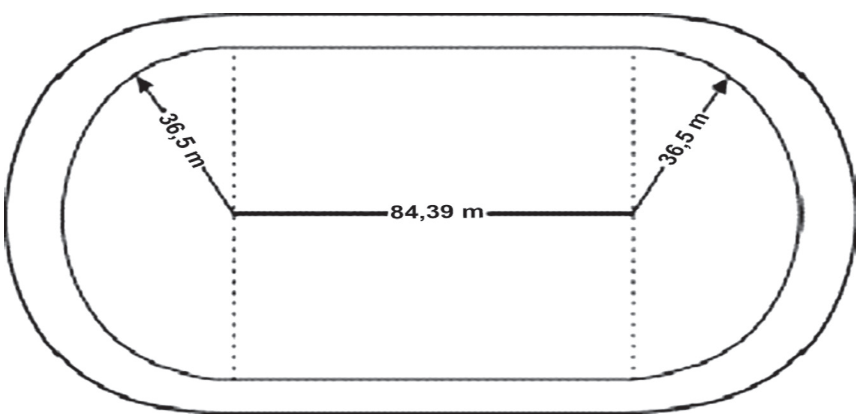


O que perguntam por aí?

Atividade 1 (ENEM 2011)

O atletismo é um dos esportes que mais se identificam com o espírito olímpico. A figura ilustra uma pista de atletismo. A pista é composta por oito raias e tem largura de 9,76m. As raias são numeradas do centro da pista para a extremidade e são construídas de segmentos de retas paralelas e arcos de circunferência.

Os dois semicírculos da pista são iguais.



Se os atletas partissem do mesmo ponto, dando uma volta completa, em qual das raias o corredor estaria sendo beneficiado?

a. 1

b. 4

c. 5

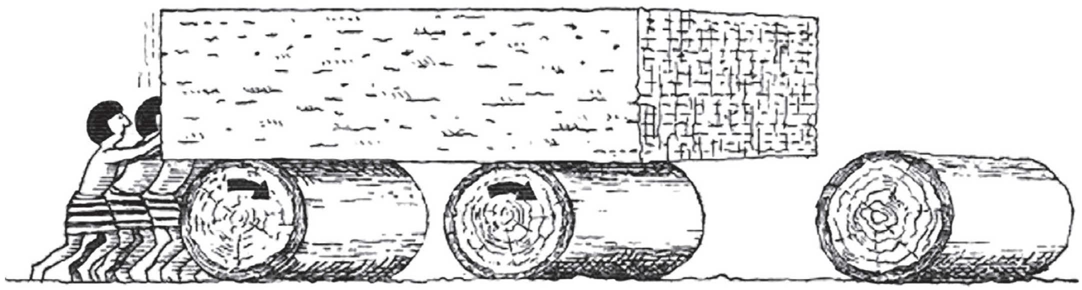
d. 7

e. 8

Resposta: Letra A

Atividade 2 (ENEM 2010)

A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.



BOLT, Brian. Atividades matemáticas.

Representando por R o raio da base dos rolos cilíndricos, em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R, após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar, é:

f. $Y = R$

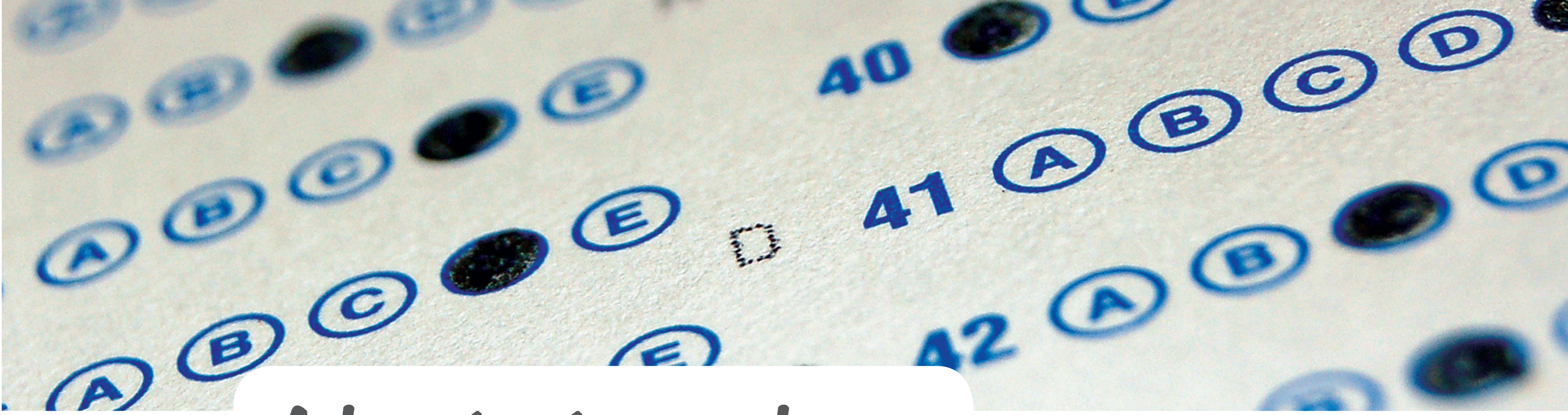
g. $Y = 2R$

h. $Y = \pi R$

i. $Y = 2\pi R$

j. $Y = 4\pi R$

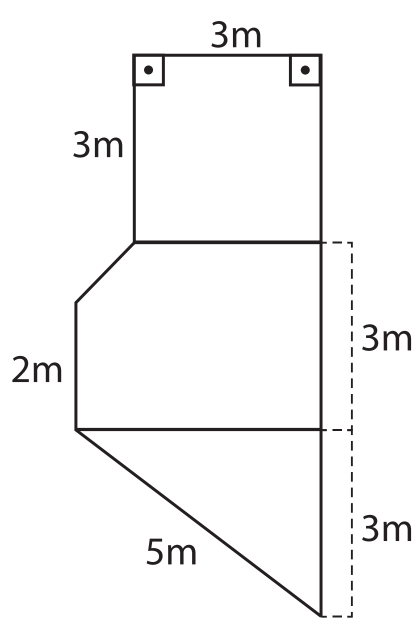
Resposta: Letra E



Atividade extra

Exercício 1

A planta baixa de uma sala está representada na figura abaixo.

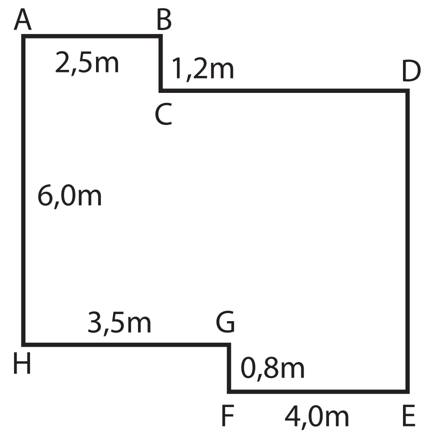


Qual a área total dessa sala?

(a) 30m²   (b) 28m²   (c) 26,5m²   (d) 24m²

Exercício 2

A figura adiante mostra a planta baixa da sala de estar de um apartamento.



Sabe-se que duas paredes contíguas quaisquer incidem uma na outra perpendicularmente Qual a área total dessa sala?

(a) $36{,}8m^2$ (b) $38{,}6m^2$ (c) $40{,}2m^2$ (d) $42{,}2m^2$

Exercício 3

Dois pedaços de arame de mesmo comprimento e espessura despresível foram usados para formar círculos. Um deles formou um círculo (figura I) e o outro formou três círculos iguais (figura II).

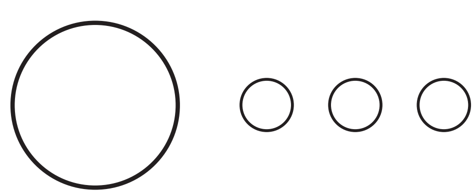


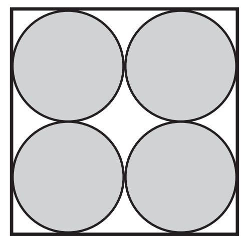
Figura I Figura II

Se S é a área do círculo maior e s é a área de um dos círculos menores, qual a razão $\frac{S}{s}$?

(a) 15 (b) 9 (c) 3 (d) 1

Exercício 4

De uma chapa quadrada de papelão recortam-se 4 discos, conforme indicado na figura e a medida do diâmetro dos círculos é 10cm.



Qual a área não aproveitada da chapa?

(a) $400 - 2\pi$ cm^2

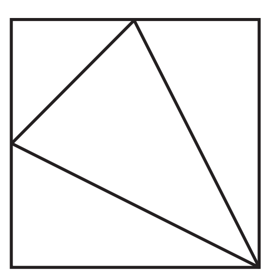
(b) $400 - 10\pi$ cm^2

(c) $400 - 20\pi$ cm^2

(d) $400 - 100\pi$ cm^2

Exercício 5

Para fazer um modelo de ladrilho, certo desenhista une um dos vértices de um quadrado aos pontos médios dos lados que não contém esse vértice, obtendo um triângulo isósceles.

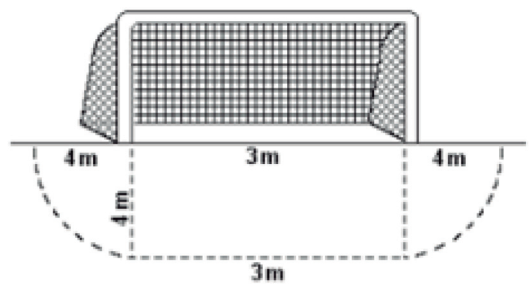


Qual a razão entre a medida da área desse triângulo e a medida da área desse quadrado?

(a) 0, 350 (b) 0, 375 (c) 0, 380 (d) 0, 385

Exercício 6

No futebol de salão, a área de meta, representada na figura abaixo, é delimitada por dois segmentos retos (11m e 3m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4m).



Qual a superfície da área da meta, aproximadamente? Use $\pi = 3,14$

(a) $34m^2$ (b) $36m^2$ (c) $37m^2$ (d) $39m^2$

Exercício 7

É necessário um certo número de pisos de 25cm $\times$ 25cm para cobrir o piso de uma cozinha com 5m de comprimento por 4m de largura. Cada caixa tem 20 pisos.

Quantas caixas são necessárias para cobrir o piso da cozinha?

(a) 9 (b) 12 (c) 16 (d) 25

Exercício 8

Quantos metros de tecido, no mínimo, são necessários para fazer uma toalha para uma mesa que mede 300cm de comprimento por 230cm de largura?

(a) $0,69m^2$ (b) $6,90m^2$ (c) $69m^2$ (d) $690m^2$

Exercício 9

Uma sala de aula, o piso é coberto com pisos sintéticos que medem 30cm × 30cm. Para cobrir o piso são necessários são 220 lajotas.

Qual a área dessa sala?

(a) $198m^2$ (b) $90m^2$ (c) $19,8m^2$ (d) $18m^2$

Exercício 10

Um pintor foi contratado para pintar uma sala retangular que mede 5,5m × 7m. Para evitar que a tinta respingue no chão ele vai forrar a sala com folhas de jornal.

Quantos metros de folha de jornal ele vai precisar?

(a) $38,50m^2$ (b) $38m^2$ (c) $35,50m^2$ (d) $32,50m^2$

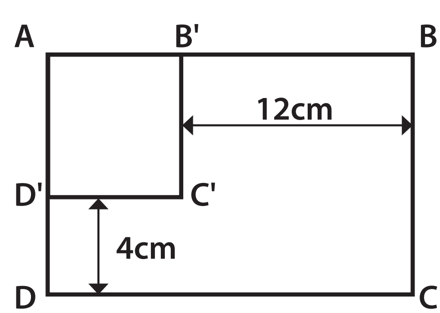
Exercício 11

Em um restaurante, uma família pediu uma pizza grande, de 44cm de diâmetro, e outra família pediu duas médias, de 30cm de diâmetro.

Qual família comeu mais pizza?

Exercício 12

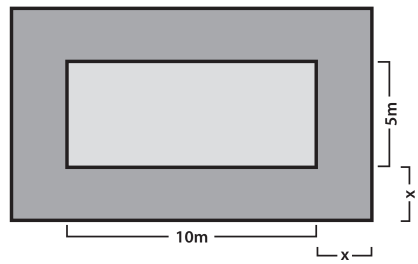
A figura a seguir o retângulo tem área igual $153cm^2$.



Quanto mede o lado do quadrado AB'C'D'?

Exercício 13

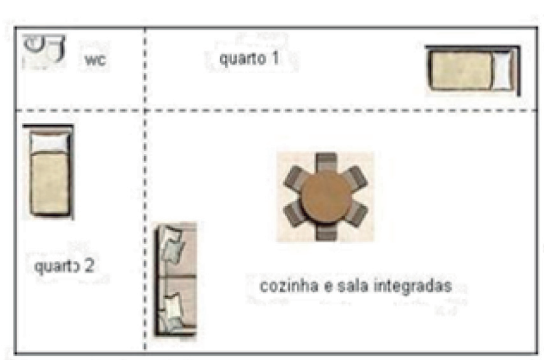
Ao redor de uma piscina retangular será construído um revestimento de madeira com x metros de largura, representado na figura a seguir. Existe $54m^2$ de madeira para revestimento.



Qual o valor de x para que toda madeira seja aproveitada?

Exercício 14

O projeto de uma casa é apresentado em forma retangular e dividido em quatro cômodos, conforme ilustra a figura. O banheiro (WC) quadrado possui área igual a $4m^2$ e os quartos 1 e 2 retangulares possuem áreas, respectivamente, iguais a $10m^2$ e $8m^2$.



Qual a área total da casa?

Exercício 15

Um engenheiro deseja construir uma praça circular com uma área de $100\ m^2$.

Qual deve ser o diâmetro da praça?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 2

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 3

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 4

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 5

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 6

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 7

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 8

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 9

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 10

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 11

A família que pediu a pizza grande.

Exercício 12

5.

Exercício 13

1,5.

Exercício 14

42m^2.

Exercício 15

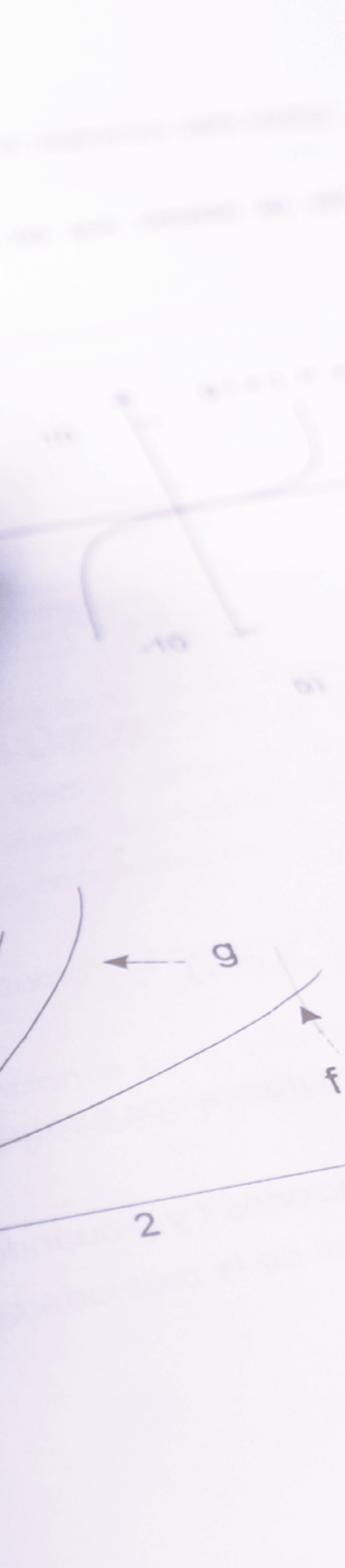
20.

A função do primeiro grau

Fascículo 3

Unidade 9

Fundação CECIERJ



A função do primeiro grau

Para início de conversa...

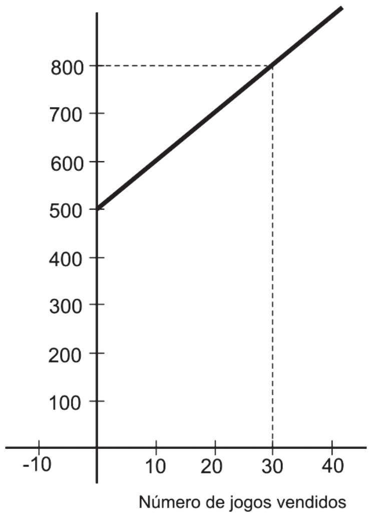
Já abordamos anteriormente o conceito de função. Mas, a fim de facilitar e aprofundar o seu entendimento, vamos estudar algumas funções separadamente, enfocando suas propriedades. Neste momento, vamos nos deter nas **Funções de Primeiro Grau**. Inicialmente, vamos identificar o seu uso na resolução de problemas para, em outros momentos, fazermos a sua formalização matemática. Comecemos por uma questão adaptada da prova de 2009 do ENEM:

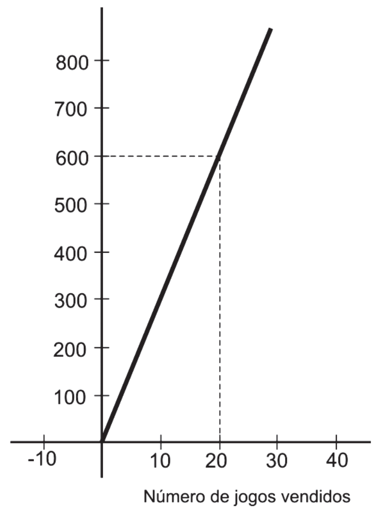
Uma empresa produz jogos pedagógicos, com custos fixos de R$500,00 e custos variáveis de R$10,00 por unidade de jogo produzida. Desse modo, o custo total para x jogos produzidos é dado por $C(x)=500 + 10x$.

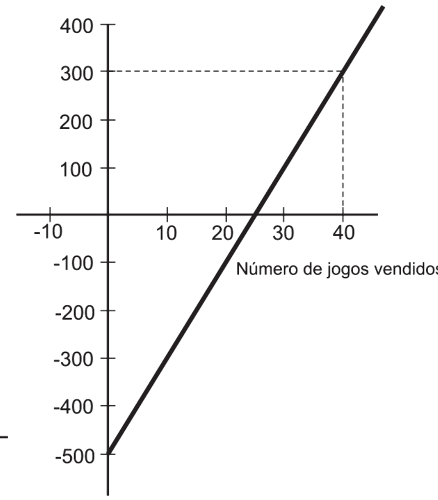
A gerência da empresa determina que o preço de venda do produto seja de R$30,00. Com isso, a receita bruta para x jogos produzidos é dada por $R(x)=30x$.

O lucro líquido, obtido pela venda de x unidades de jogos, é calculado pela diferença entre a receita bruta e os custos totais, ou seja, $L(x)=20x - 500$.

Observe que são três funções: a Função Custo Total, a Função Receita Bruta e a Função Lucro. Essas funções já foram apresentadas na Unidade 6, no "Veja Ainda...". Cada uma dessas funções pode ser representada por um gráfico. A seguir, estão desenhados os três gráficos. Sua tarefa é identificar o gráfico correspondente a cada função.







Vamos lá, não tenha medo de experimentar. Como de costume, ao final do tópico, discutiremos essa questão.

Objetivos de aprendizagem

- reconhecer a expressão que traduz uma função de primeiro grau;
- reconhecer e traçar gráficos de funções do primeiro grau;
- utilizar funções do primeiro grau na resolução de problemas.

Seção 1
Conhecendo uma função de primeiro grau

Situação problema 1

Como calcular a altura de uma criança? A altura de uma criança depende de sua idade e de muitos outros fatores. Entretanto, os médicos, a partir de uma ampla pesquisa com crianças brasileiras, desenvolveram uma fórmula que vale para crianças de 4 a 13 anos – é a seguinte:

$$\mathbf{y = 5{,}7 \cdot x + 81{,}5}$$

Nessa fórmula:

- x é a idade da criança (em anos);
- y é a altura da criança (em centímetros).

Atividade

I. Justifique por que se trata de uma função.
II. Qual é a variável independente?
III. Qual é a variável dependente?
IV. Qual o domínio da função?
V. Calcule a altura de uma criança com 9 anos.
VI. Calcule o valor de $y=f(x)$ *para* $x = 4{,}5$. Ou seja, determine $f(4{,}5)$.
VII. Segundo a expressão fornecida, qual será a idade de uma criança com 1,1 m de altura.
VIII. Resolva a equação $f(x) = 138{,}5$.

Anote suas respostas em seu caderno

Importante

- São denominadas funções do primeiro grau todas aquelas que podem ser representadas da seguinte forma:

f **(x)** = a.**x** + b ou **y** = a.**x** + b

Onde **x** representa a variável independente, **y** representa a variável dependente e **a** e **b** são constantes e $a \neq 0$.

- Quando uma função é representa em um gráfico, cada ponto marcado no plano cartesiano é definido por um par ordenado (x,y), no qual x é denominado abscissa e y ordenada. Os valores de x pertencem ao domínio da função e $y = f(x)$.

Atividade 1

Suponha que a função C(x) = 20x + 40 represente o custo total de produção de um artigo, onde C é o custo (em reais) e x é o número de unidades produzidas. Determinar:

I. O custo de fabricação de 5 unidades desse produto.

II. Quantas unidades devem ser produzidas para que o custo total seja de R$ 12.000,00.

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 2

Na fabricação de um determinado remédio, verificou-se que o custo total foi obtido através de uma taxa fixa de R$ 4.000,00, adicionada ao custo de produção, que é de R$ 50,00 por unidade. Determinar;

I. a função que representa o custo total em relação à quantidade produzida;

II. o custo de fabricação de 15 unidades;

III. quantas unidades devem ser produzidas para que o custo total seja de R$ 5.250,00.

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 3

Após o pagamento de todos os custos na importação de um produto alimentício, uma empresa calcula o faturamento que terá com ele, usando a lei $f(x) = 8x - 640$, em que $f(x)$ é o faturamento líquido (em R$) de x unidades vendidas. Qual será o faturamento obtido com a venda de 500 unidades desse produto?

Anote suas respostas em seu caderno

Situação problema 2

Um posto de gasolina da cidade de Fortaleza está cobrando, atualmente, R$ 3,00 por litro de gasolina aditivada. Sendo assim, para cada novo litro de gasolina que a bomba registra o valor a ser pago também se modifica.

Atividade

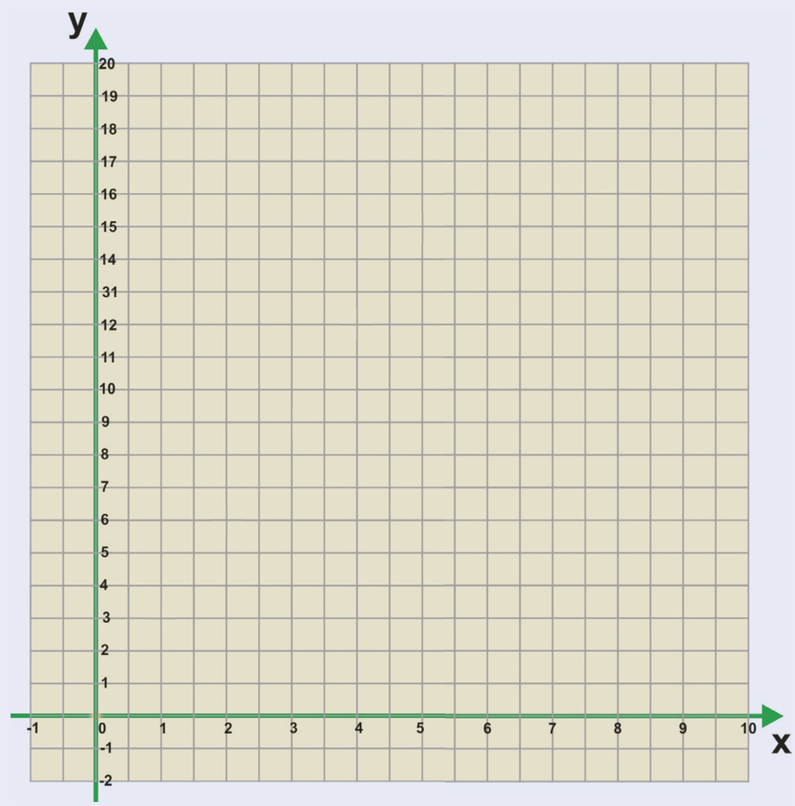
a. Complete a tabela a seguir.

Gasolina (litros)	Preço a ser pago (R$)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

b. Formule uma regra geral que forneça o valor a ser pago y por uma quantidade qualquer de gasolina x.

Atividades

c. Use os valores da Tabela do item a para marcar pontos no plano cartesiano xy a seguir.



d. Os pontos marcados no plano cartesiano seguem um certo padrão. Que padrão é esse?

Anote suas respostas em seu caderno

Importante

Na função apresentada na situação problema 2, você deve ter percebido que há infinitos valores possíveis para x, ou seja, podemos ter infinitos valores diferentes para a quantidade de combustível. Isso geraria uma infinidade de pontos.

Uma maneira encontrada para representar essa infinidade de pontos no plano cartesiano é traçar uma reta.

Os pontos do gráfico de uma função do primeiro grau sempre pertencem a uma única reta.

Situação problema 3

Você já trabalhou com o conjunto dos números naturais, com os números negativos (inteiros), com as frações, com os decimais finitos e com os irracionais. O conjunto de todos esses números é denominado Números Reais, representado pela letra $\mathbb{R}$.

Atividade

Considere uma função dos Reais nos Reais definida pela expressão:

$y = 3x - 1$

O ponto (1, 2) pertence ao gráfico desta função.

Determine outros pontos desse gráfico, dadas as abscissas abaixo e marque-os no eixo cartesiano:

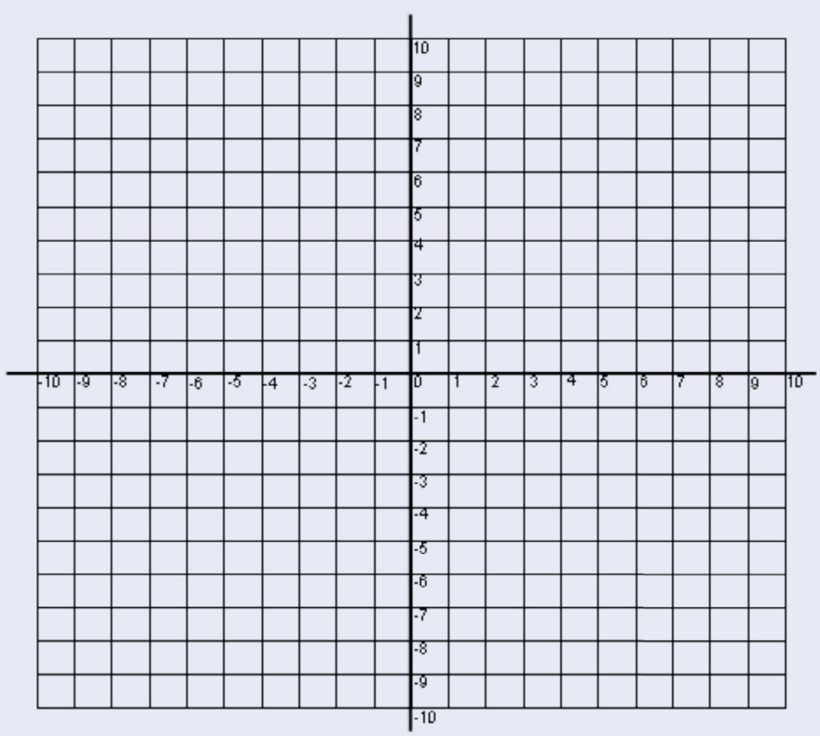
(-2, ____)

(-1, ____)

(1/3, ____)

(0, ____)

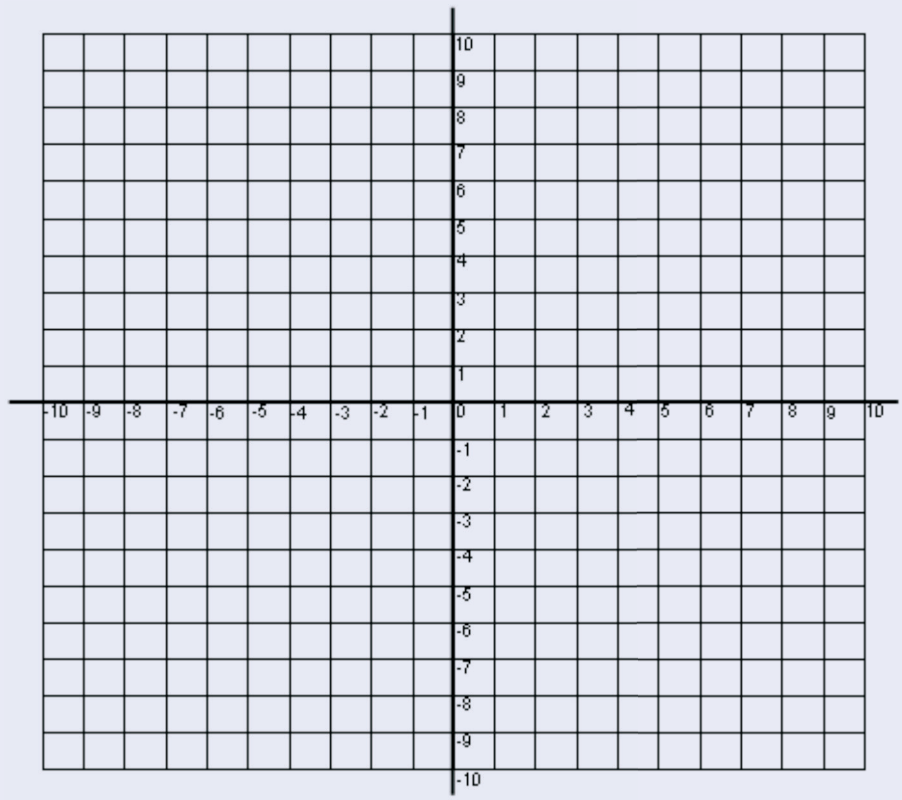
(2, ____)



Atividade

e. Determine mais dois pontos entre x=1 e x=2 e marque-os nesse mesmo eixo.

f. Na realidade, o gráfico desta função possui infinitos pontos e é representado por uma reta. Trace a reta.



Anote suas respostas em seu caderno

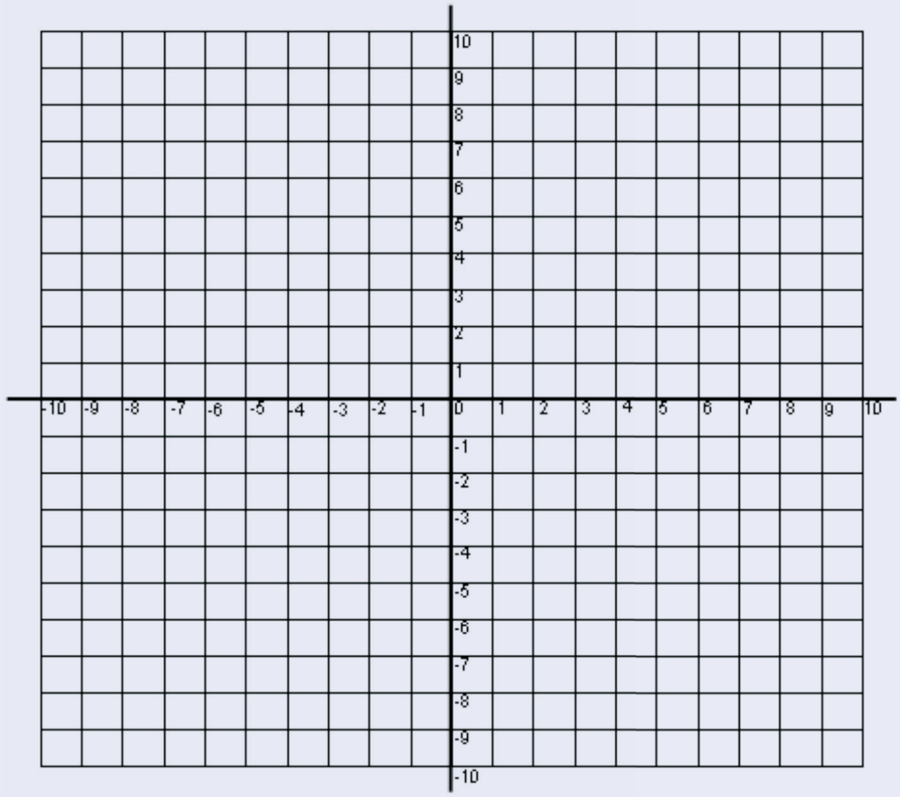
Atividade 4

Seja a função y = -2x + 4 dos reais nos reais, isto é

f: R → R, em que y = f(x) = – 2x + 4.

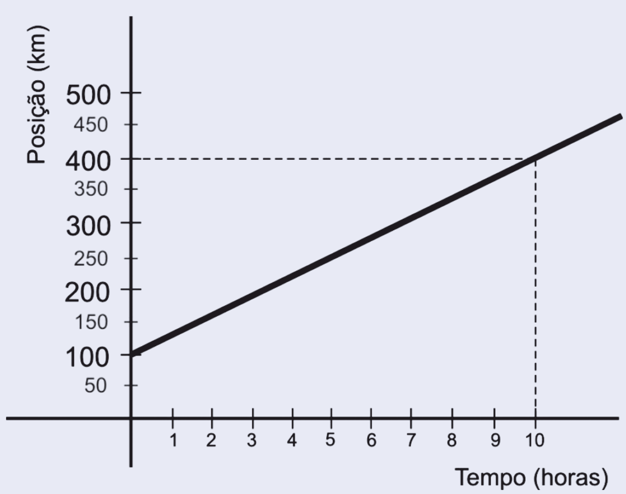
Determine alguns de seus pontos e trace seu gráfico.

Atividade 4



Atividade 5

Um veículo desloca-se entre dois pontos, com velocidade constante. O gráfico a seguir representa a Posição do veículo em função do Tempo. No eixo horizontal (x), é representado o tempo gasto, em horas. No eixo vertical (y), é representada a posição, em quilômetros.



Atividade 5

A mesma função pode também ser representada pela fórmula:

$$y = 30x + 100$$

Onde x representa o tempo e y a distância percorrida.

Responda às seguintes questões:

a. Qual a posição do veículo no tempo igual a zero?

b. Qual a posição do veículo no tempo igual a 8 horas?

c. Continuando dessa forma, a que horas o veículo estará na posição 700 km?

Anote suas respostas em seu caderno

Momento de reflexão

Na Unidade 6, iniciamos o estudo das funções e nesta unidade nos detivemos nas Funções de Primeiro Grau. Leia com atenção as atividades apresentadas nesta unidade e liste algumas funções do primeiro grau que foram utilizadas na resolução dos problemas. Observe que a representação gráfica de uma função do primeiro grau dá-se por meio de uma reta. Volte às funções que listou e tente relacionar cada uma com a reta que a representa, ou seja, tente representar essas funções nos eixos cartesianos. Uma boa dica é voltar à questão inicial que mostra a relação das expressões de algumas funções e seus gráficos.

Anote suas respostas em seu caderno

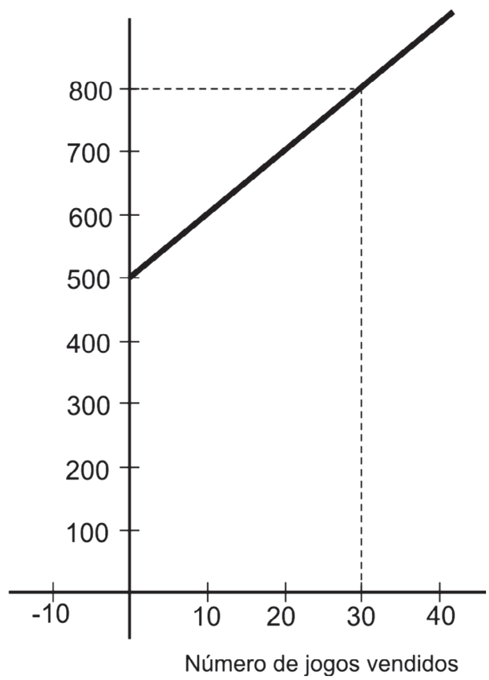
Voltando à conversa inicial...

Nessa unidade, utilizamos a função do primeiro grau em várias situações problema. Vimos que uma função de primeiro grau pode ser representada por uma fórmula do tipo y = ax+b, e por um gráfico, que é uma reta.

Vamos então comparar as fórmulas e os gráficos da questão inicial.

O primeiro gráfico representa a <u>Função Custo Total</u> indicada pela fórmula:

C(x) = 500 + 10x



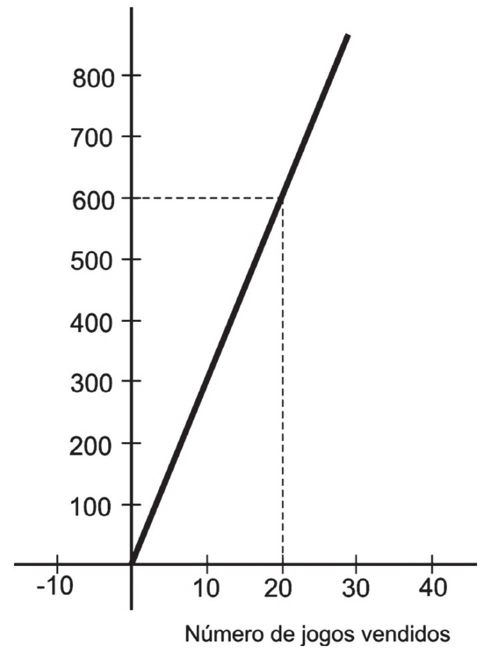
Observações importantes:

Quando x = 0, y = 500 +10 x 0 = 500

Quanto x = 30, y = 500 +10 x 30 = 800

O segundo gráfico representa a <u>Função Receita Bruta,</u> indicada pela fórmula:

R(x) = 30x



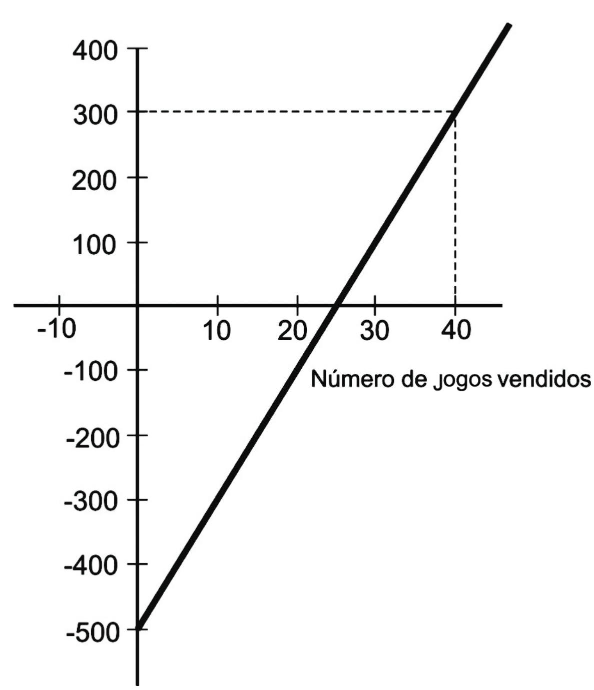
Observações importantes:

Quando x = 0, y = 300 x 0 = 0

Quanto x = 20, y = 300 x 20 = 600

Já o terceiro gráfico representa a <u>Função Lucro,</u> indicada pela fórmula:

L(x) = 20x – 500



Observações importantes:

Quando x = 0, y=20 x 0 - 500 = -500

Quanto x = 40, y = 20 x 40 -500 = 300

Neste gráfico, podemos observar ainda que o ponto de abscissa 25, no eixo X, indica a quantidade de jogos produzidos para que a empresa tenha lucro zero, isto é sem prejuízos ou ganhos.

Veja ainda

A **Geometria Analítica**, também chamada **geometria de coordenadas**, é o estudo da geometria através dos princípios da álgebra. Os estudos iniciais da Geometria Analítica deram-se no século XVII e devem-se ao filósofo e matemático francês René Descartes (1596 - 1650), inventor das coordenadas cartesianas.

Pode-se explicar a Geometria Analítica de uma forma mais simples: a disciplina procura definir formas geométricas de modo numérico e extrair informação numérica dessa representação. O resultado numérico também pode, no entanto, ser um vetor ou uma forma (Adaptado de Wikipédia).

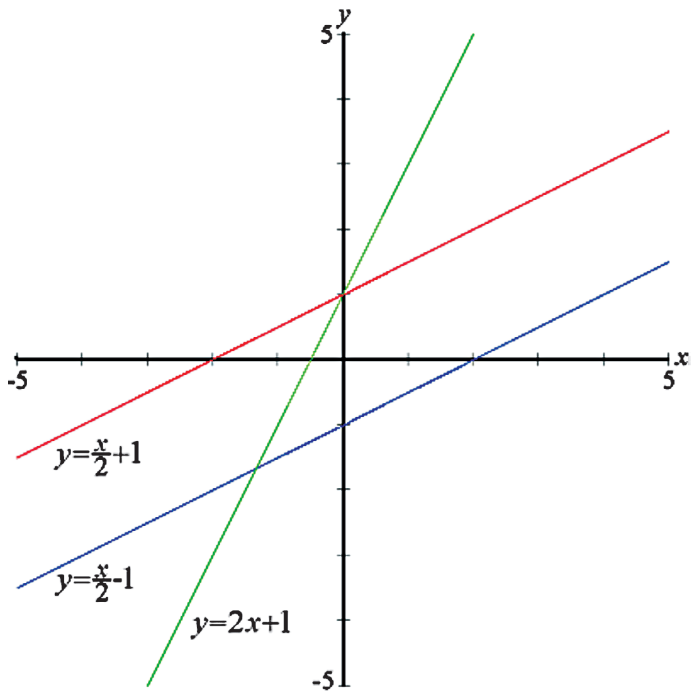
A Geometria Analítica relaciona duas áreas da Matemática: a álgebra e a geometria e, assim como no caso das funções, faz uso do sistema de eixos cartesianos para fazer as representações dos elementos estudados. Um desses elementos é a reta, a mesma que representa a função do primeiro grau.

Vejamos os exemplos abaixo e as respectivas representações geométricas.

$y = 2x + 1$ b = 1 m =2

$y = x / 2 + 1$ b = 1 m = 1/2

$y = x / 2 – 1$ b = -1 m = 1/2



A Geometria Analítica será retomada em módulos posteriores.

Referências

Livros

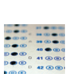
- GARBI, G. G. **O Romance das Equações Algébricas**, 2ª Edição, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.
- TINOCO, L. A. A. **Álgebra**: Estudo e Ensino. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática, (2008). (Projeto Fundão)
- TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de função**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática, (2009). (Projeto Fundão)

Site

- www.rio.rj.gov.br/smtu/smtu/smtu_tarif_tax.htm, acesso em 05/04/2012.

Imagens

- http://www.sxc.hu/photo/475767



- http://www.sxc.hu/photo/517386

Situação Problema 1

I. Há uma clara relação de dependência entre duas variáveis. Nessa relação, todo valor possível de ser atribuído à variável independente (x) possui apenas um valor correspondente para a variável dependente (y).

II. A idade da criança (em anos).

III. A altura da criança (em centímetros).

IV. 4 a 12 anos.

V. 132,8 cm.

VI. f(4,5)=107,15 cm.

VII. 5 cm.

VIII. 10 cm.

Atividade 1

I. R$140,00

II. 598 unidades

Atividade 2

I. f(x)=50 x + 4000

II. R$ 4.750,00

III. 25 unidades.

Atividade 3

R$ 3.360,00

Situação problema 2

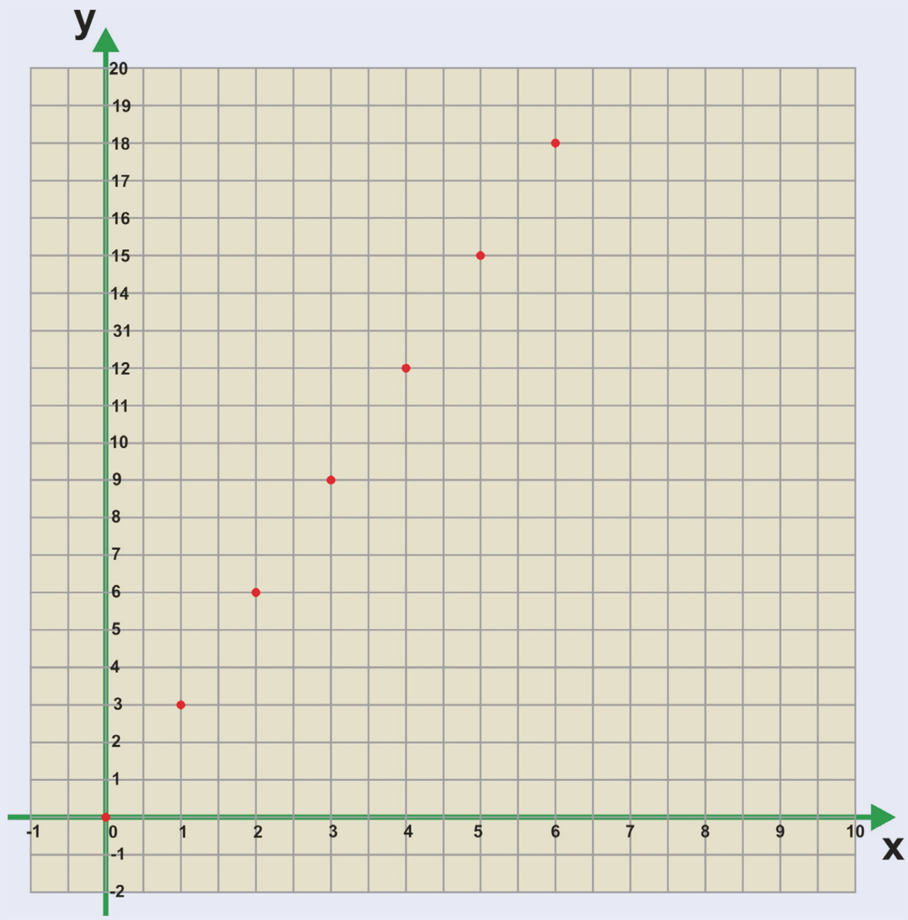
a.

Gasolina (litros)	Preço a ser pago (R$)
0	0
1	R$ 3,00
2	R$ 6,00
3	R$ 9,00
4	R$ 12,00
5	R$ 15,00
6	R$ 18,00

Respostas das Atividades

b. y=3x

c.



d. Todos os pontos estão alinhados em uma reta.

Situação problema 3

Considere uma função dos Reais nos Reais, definida pela expressão

y = 3 x – 1

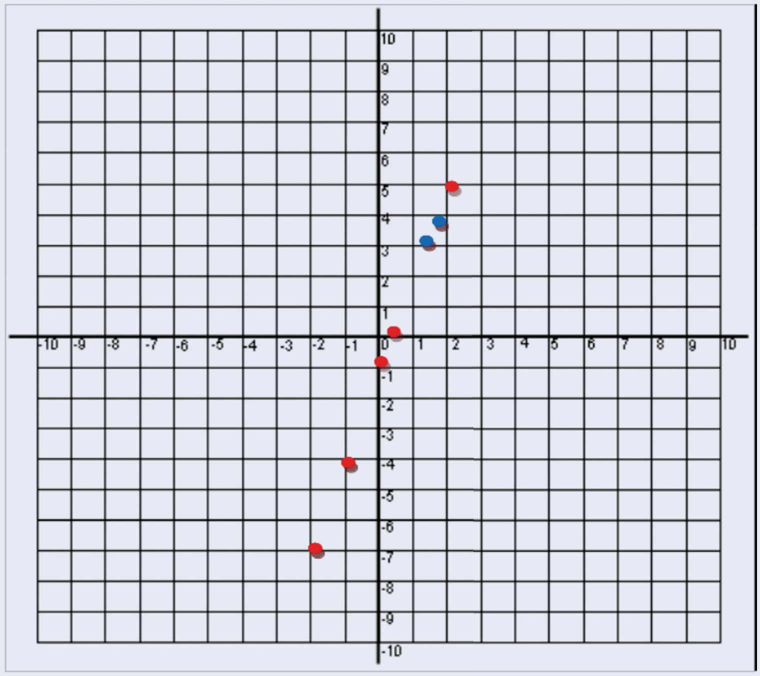
a. (-2, -7)

(-1, -4)

(1/3, 0)

(0, -1)

(2, 5)

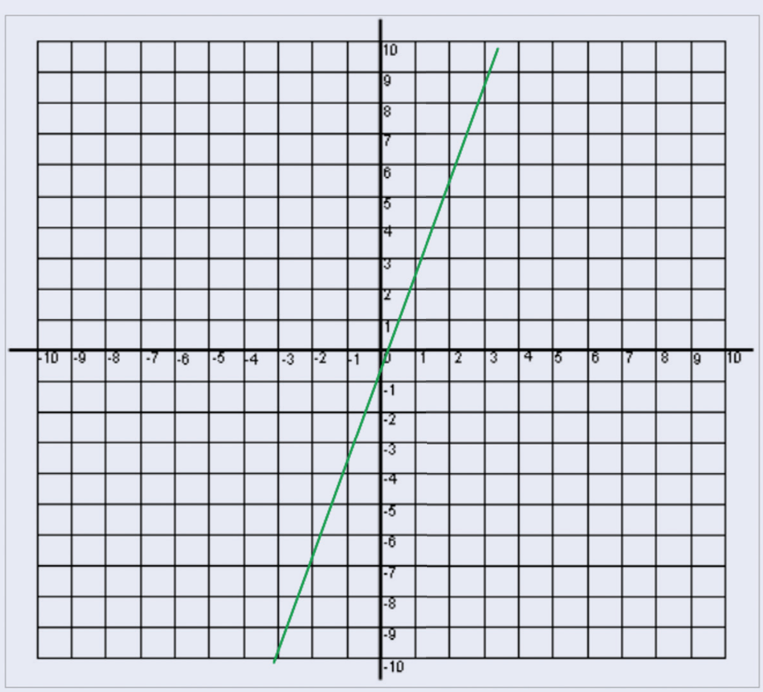


b. Os pontos podem ser quaisquer, por exemplo x = 1,5=3/2 para o qual teremos o ponto; (3/2 , 7/2), ou seja (1,5 , 3,5).

Outro seria (4/3 , 3),

Os pontos relativos a este item estão em azuis.

c.

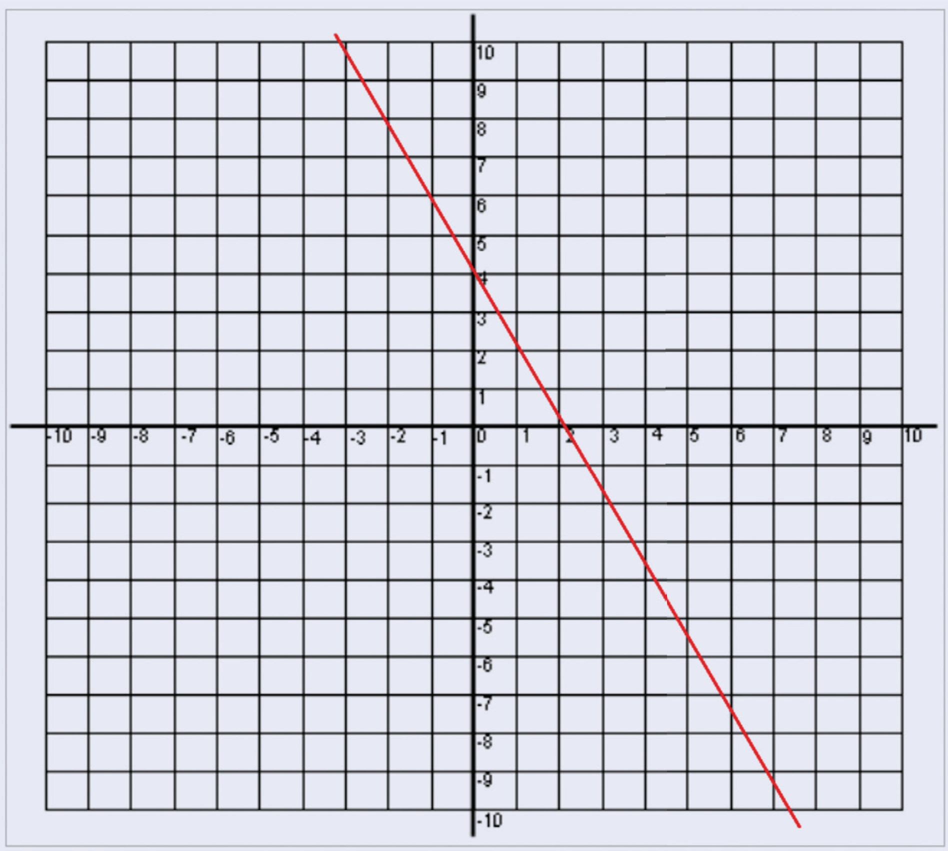


Respostas das Atividades

Atividade 4

f: R R, em que y = f(x) = – 2 x + 4.

x	Y= -2x + 4
-1	6
0	4
1	2

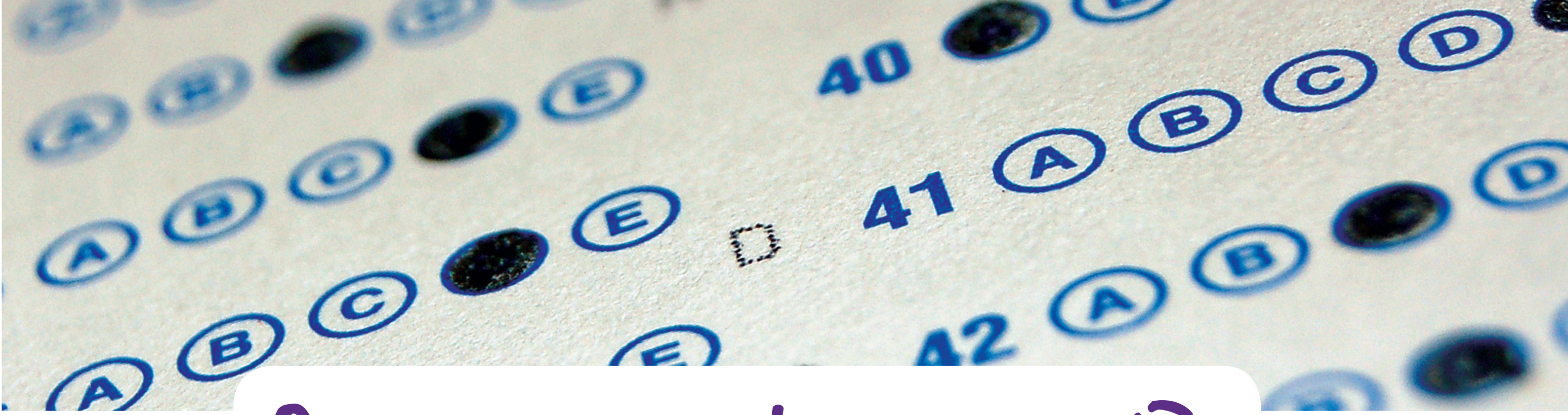


Atividade 5

a. 100 km

b. 340 km

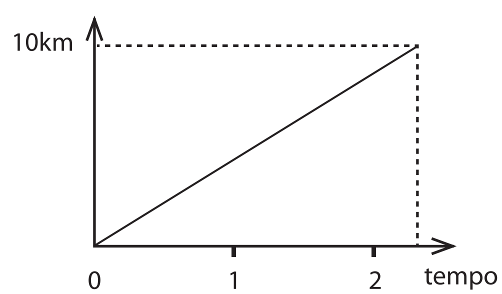
c. 20 h



O que perguntam por aí?

Questão 1 (ENEM – 2008)

O gráfico abaixo modela a distância percorrida, em km, por uma pessoa em certo período de tempo. A escala de tempo a ser adotada para o eixo das abcissas depende da maneira como essa pessoa se desloca. Qual é a opção que apresenta a melhor associação entre meio ou forma de locomoção e unidade de tempo, quando são percorridos 10km?



a. carroça – semana

b. carro – dia

c. caminhada – hora

d. bicicleta – minuto

e. avião – segundo

Resposta: Letra C

Questão 2 (ENEM – 2011)

O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é:

a. $y = 4.300\,x$

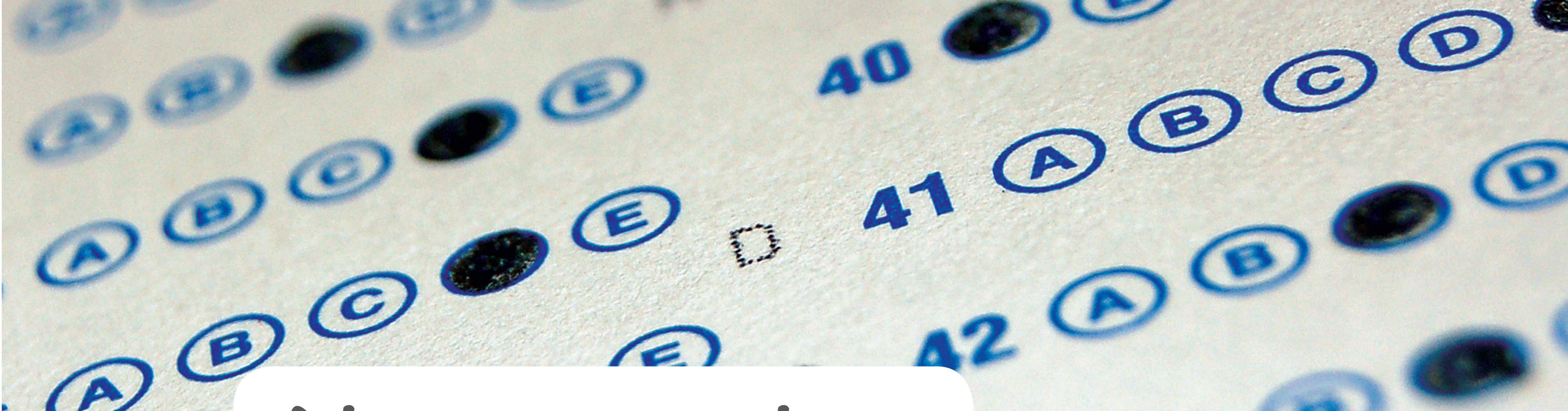
b. $y = 884.905\,x$

c. $y = 872.005 + 4.300\,x$

d. $y = 876.305 + 4.300\,x$

e. $y = 880.605 + 4.300\,x$

Resposta: Letra C



Atividade extra

Exercício 1

O banco A cobra uma tarifa para manutenção de conta da seguinte forma: uma taxa de R$ 11,00 mensais e mais uma taxa de R$ 0,14 por cheque emitido. O banco B cobra como tarifa de manutenção de conta uma taxa de R$ 19,00 mensais e mais uma taxa de R$ 0,13 por cheque emitido.

As funções que representam quanto um cliente paga, mensalmente, pela tarifa de manutenção mais a emissão de x cheques, em cada um dos bancos é:

a. $A(x) = 11 + 0{,}13x$ e $B(x) = 19 + 0{,}14x$

b. $A(x) = 11 + 0{,}14x$ e $B(x) = 19 + 0{,}13x$

c. $A(x) = 19 + 0{,}13x$ e $B(x) = 11 + 0{,}14x$

d. $A(x) = 19x + 0{,}13$ e $B(x) = 11x + 0{,}14$

Exercício 2 (PUC-SP – Adaptada)

Um grupo de amigos "criou" uma nova unidade de medida para temperaturas: o grau Patota. Estabeleceram, então, uma correspondência entre as medidas de temperaturas em graus Celsius (°C), já conhecida, e em graus Patota (°P), mostrada na tabela abaixo:

°C	°P
20	40
60	48

Lembrando que a água congela a 0° C, então, na unidade Patota ela congelará a:

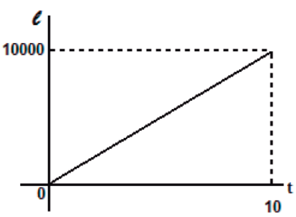
(a) 36° (b) 38° (c) 46° (d) 58°

Exercício 3

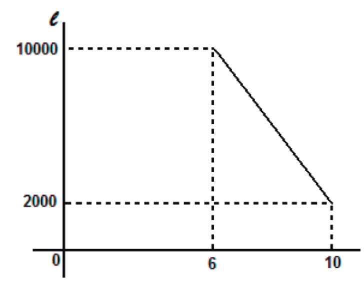
Às 6 horas de certo dia, um tanque, cuja capacidade é de 10000 litros, estava cheio de água; entretanto, um furo na base desse tanque fez com que a água por ele escoasse a uma vazão constante. Às 10 horas desse mesmo dia o tanque estava com apenas 2000 litros.

Qual gráfico abaixo reflete a situação descrita?

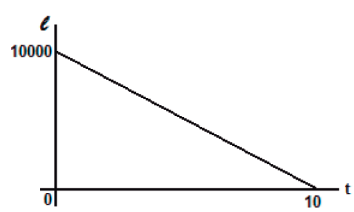
(a)



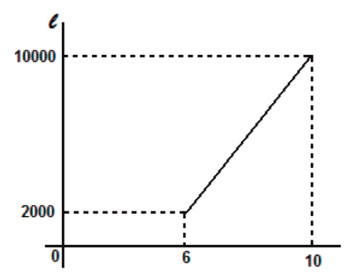
(c)



(b)



(d)



Exercício 4

Uma função passa pelo ponto (–5, 7) e tem como lei de formação a expressão $f(x) = -2x + p$.

Qual o valor de p?

(a) 14 (b) 3 (c) 0 (d) –3

Exercício 5

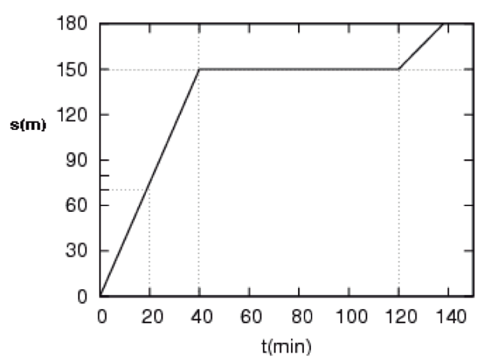
Uma escola de dança cobra de seus alunos uma matrícula de R$ 75,00, mais uma mensalidade de R$ 45,00.

Qual será o valor gasto por um aluno dessa escola nos seis primeiros meses de aula?

(a) R$ 120,00 (b) R$ 195,00 (c) R$ 270,00 (d) R$ 345,00

Exercício 6

O gráfico abaixo representa a posição de um objeto móvel que se desloca a partir de um ponto inicial, denominado como marco 0m, de acordo com o tempo t em minutos.



Fonte: Mundofisico.joinville.udesc.br (adaptada)

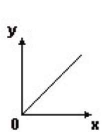
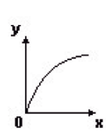
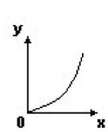
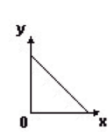
De acordo com o gráfico, qual foi a distância percorrida no intervalo de tempo entre 20 e 120 minutos?

(a) 60m (b) 70m (c) 80m (d) 90m

Exercício 7

Um caminhão desce a Serra das Araras com uma velocidade constante de 35km/h devido ao alto índice de acidentes nesse trecho da estrada.

O gráfico que representa a posição y do caminhão de acordo com o tempo x é:

(a)  (b)  (c)  (d) 

Exercício 8 (ENEM 2011 – Adaptada)

O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de uma cidade brasileira registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é:

(a) $y(x) = 884905x$

(b) $y(x) = 872005 + 4300x$

(c) $y(x) = 876305 + 4300x$

(d) $y(x) = 880605 + 4300x$

Exercício 9 (FGV - Adaptada)

Um vendedor recebe mensalmente um salário fixo de R$ 800,00 mais uma comissão de 5% sobre as vendas do mês. Em geral, cada duas horas e meia de trabalho, ele vende o equivalente a R$ 500,00.

Nessas condições, qual seu salário mensal y(x) em função do número x de horas trabalhadas por mês?

(a) $y(x) = 800 + 500x$

(b) $y(x) = 800 + x$

(c) $y(x) = 800 + 100x$

(d) $y(x) = 800 + 10x$

Exercício 10 (FATEC – Adaptada)

Uma pessoa, pesando atualmente 70kg, deseja voltar ao peso normal de 56kg utilizando uma dieta alimentar que proporciona um emagrecimento de exatamente 200g por semana.

Fazendo essa dieta, a pessoa alcançará seu objetivo ao fim de quantas semanas?

(a) 70 (b) 69 (c) 68 (d) 67

Exercício 11

Uma loja resolveu dar 15% de desconto em cada mercadoria após o feriado de Natal.

Determine a função que representa o valor V(x) a ser pago após esse desconto sobre o valor x.

Exercício 12

Uma loja aluga microcomputadores para usuários que desejam navegar pela internet ou jogar online. Para utilizar esses serviços, o usuário paga uma taxa de R$ 4,00 acrescida de R$ 2,00 por hora de utilização da máquina.

Faça um esboço do gráfico que representa o preço pago por x horas de uso dos microcomputadores.

Exercício 13

Um carro viaja de São Paulo a Santa Catarinacom velocidade constante de 95km/h. No quilômetro 284 o motorista fez uma parada para abastecer e prosseguiu com a mesma velocidade, sem interrupções por 6 horas.

Preencha a tabela com a posição do carro de acordo com o tempo decorrido depois da parada para reabastecimento.

Exercício 14

A tabela abaixo mostra a quantidade (gramas por quilômetro) de gás carbônico emitido por um veículo de passeio de acordo com a sua velocidade em km/h.

Velocidade (km/h)	**Emissão de CO_2 (g/km)**
20	400
30	250
40	200

Observando os dados da tabela, o que podemos afirmar sobre a emissão de gases quando a velocidade aumenta?

Exercício 15 (UERJ – Adaptada)

A velocidade normal com que uma fita de vídeo cassete passa pela cabeça do gravado é de aproximadamente 33mm/s (milímetros por segundo).

Qual será o comprimento aproximado de uma fita de vídeo de 120 minutos de duração?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 2

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 3

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 4

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 5

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 6

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 7

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 8

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 9

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 10

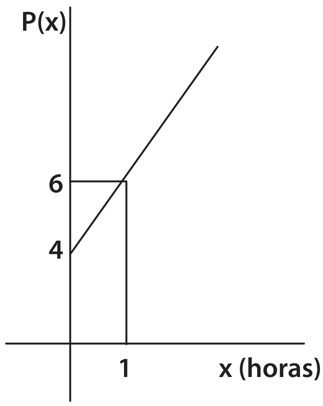
A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 11

Mercadoria custa x, passará a custar $x - 15\%$ de x, ou seja, $x - 0{,}15x$.

Portanto, $V(x) = 0{,}85x$.

Exercício 12



Exercício 13

Tempo	Posição
2h	474km
3h	569km
4h	664km
5h	759km
6h	854km

Exercício 14

De acordo com o aumento da velocidade há uma diminuição na emissão de gases.

Exercício 15

Considere x o comprimento da fita. Temos que 120 minutos = 7200s, então, 33x = 7200, daí $x = \frac{7200}{33} \cong 218{,}18$.

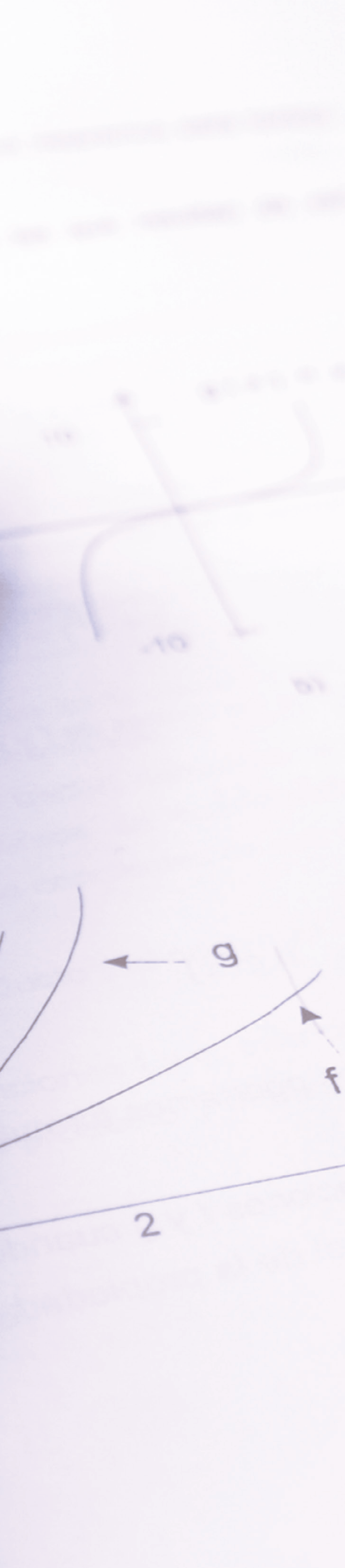
Portanto, o comprimento da fita é de aproximadamente 218,18m.

Sistemas de equações lineares

Fascículo 3

Unidade 10

Fundação CECIERJ



Sistemas de equações lineares

Para Início de conversa...

Já falamos anteriormente em funções. Dissemos que são relações entre variáveis independentes e dependentes. Às vezes, precisamos encontrar valores específicos para essas variáveis e dessa forma elas se tornam incógnitas. Vamos mais uma vez falar de planos de telefonia, para ilustrar o que queremos discutir. Existem dois planos de telefonia que são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80

Para que quantidade de minutos o valor a ser pago é o mesmo para os dois planos? Qual é esse valor?

Tente resolver a situação com o que já sabe sobre funções, equações ou simplesmente utilizando conhecimentos de aritmética. Fazer uma tabela pode ser uma boa alternativa. Se não conseguir, não se preocupe, mais à frente retornaremos com essa discussão.

Objetivos de aprendizagem

- Representar a relação entre duas grandezas por meio de gráficos.
- Utilizar sistemas de equações para calcular os valores de duas incógnitas.
- Resolver problemas que envolvam duas incógnitas.

Seção 1
Representando a função no gráfico

Representações gráficas já foram abordadas em situações anteriores. Até agora vimos que os gráficos são utilizados para representar resultados de pesquisa, sendo uma forma interessante de apresentar dados de forma visual e agradável. Agora, vamos ver como construir gráficos com o intuito de representar a relação existente entre duas grandezas.

Situação problema 1

Paulo e Miguel, juntos, possuem R$30,00. Miguel possui R$3,00 a mais que o dobro do valor de Paulo. Quanto possui cada um deles?

Atividade

Podemos representar as incógnitas da seguinte forma:

x = valor que Paulo possui.

y = valor que Miguel possui.

A partir daí, podemos representar a situação da seguinte maneira:

O valor que Paulo possui (x) somado ao valor que Miguel possui (y) é R$30,00.

$$\mathbf{x + y = 30}$$

Miguel (y) possui R$3,00 a mais que o dobro do valor de Paulo (2x + 3).

$$\mathbf{y = 2x + 3}$$

Teremos, então, duas equações, que denominamos sistema de equações, que pode ser representado assim:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$

Separando as duas equações, vamos encontrar pares de valores (para x e y) que atendem a cada uma das equações.

Veja alguns exemplos e complete a tabela.

Há algum par comum às duas equações? Se encontrá-lo, este será a solução do problema.

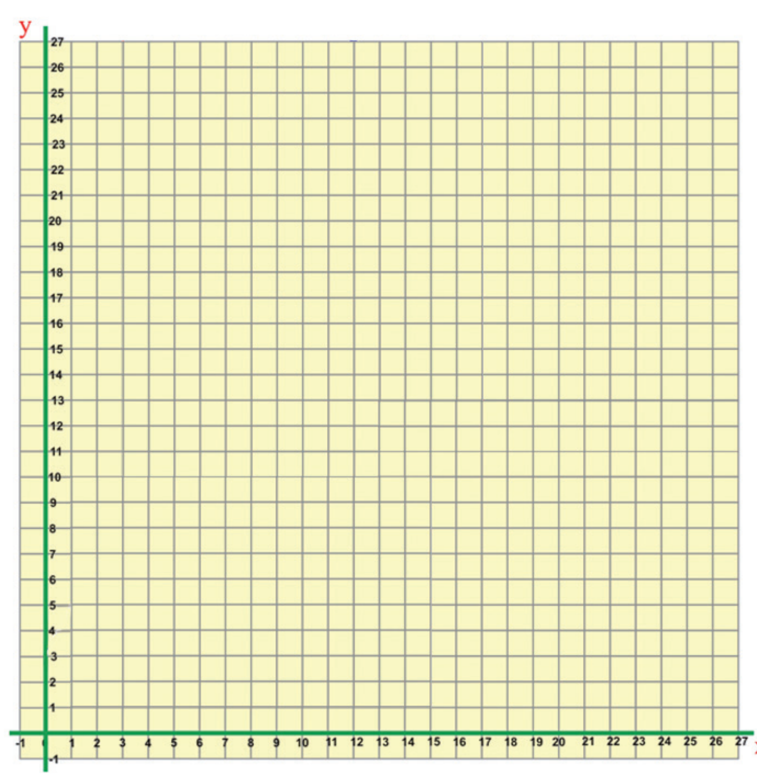
Atividade

x+y=30	$y = 2x + 3$
(x, y)	(x, y)
(7, 23)	(7, 17)
(8,)	(8,)
(9,)	(9,)
(10,)	(10,)
(11,)	(11,)
(12,)	(12,)
(13,)	(13,)

Anote suas respostas em seu caderno

Situação problema 2

Vamos representar, no diagrama a seguir, os pontos correspondentes a cada par ordenado encontrado, na situação problema anterior. Em seguida, una os pontos encontrados em cada equação com uma linha reta. Represente cada uma das retas, referentes a cada equação, com uma cor diferente.



Atividade

Agora responda:

a. Onde as duas linhas retas se cruzam?

b. O que tem a ver com a tabela anterior?

Anote suas respostas em seu caderno

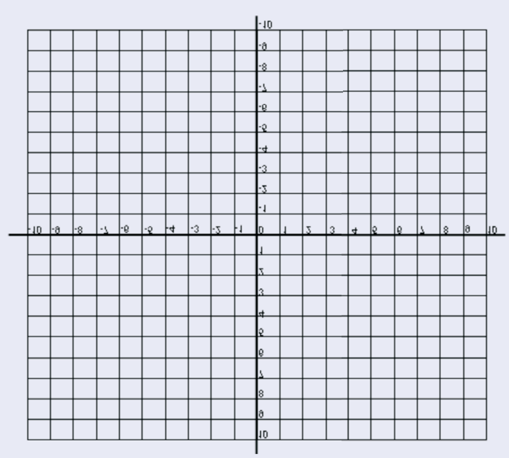
Situação problema 3

Você deve ter percebido que todos os pontos que atendem a cada uma das equações estão sobre a mesma linha reta. Será que conseguiríamos resolver um sistema, utilizando apenas dois pontos para cada equação? Tente fazer isto no sistema de equações a seguir. Não se esqueça de verificar se o resultado encontrado realmente atende às duas equações.

Atividade

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$$

Equação	$x^2=25$	$\sqrt{x^2}=$
	(x, y)	(x, y)
Ponto 1	(1, 4)	(2, 1)
Ponto 2	(7, – 2)	(5, 4)

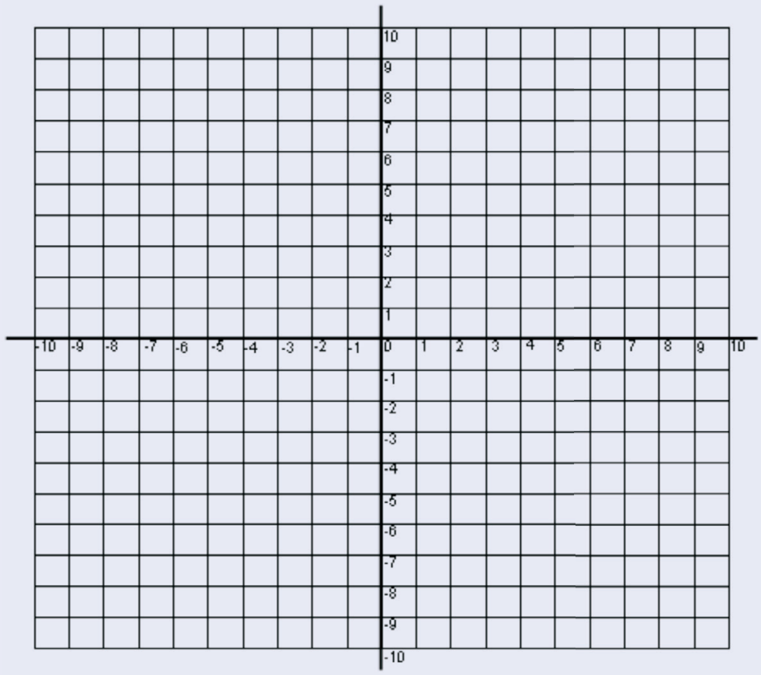


Anote suas respostas em seu caderno

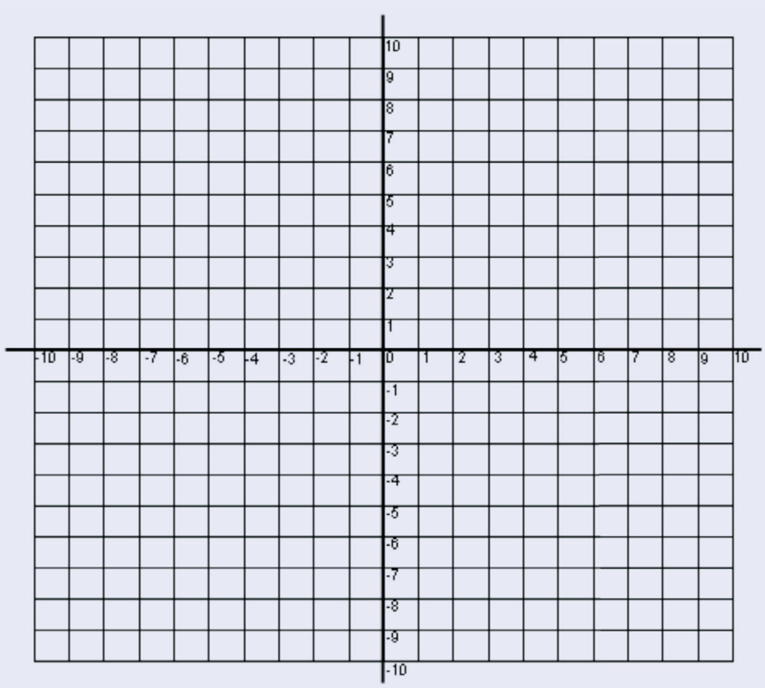
Atividade 1

Resolva os seguintes sistemas de equações pelo processo gráfico:

a. $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 8 \end{cases}$

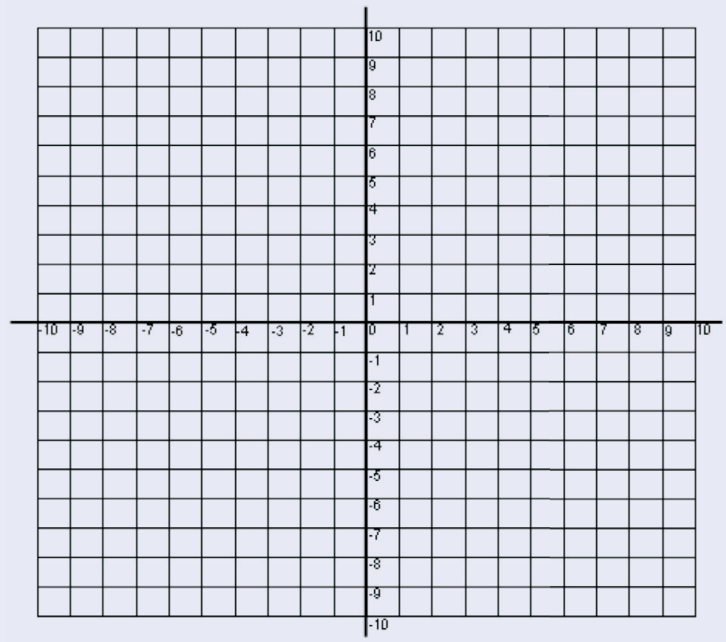


b. $\begin{cases} y = 3x \\ 2x + y = 15 \end{cases}$



Atividade 1

c. $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ x + 3y = 15 \end{cases}$



Anote suas respostas em seu caderno

Os sistemas de equações acima podem ser resolvidos por outros métodos. Vamos ver dois deles.

Método da adição

Vamos começar, observando duas operações aritméticas:

$$\begin{cases} 12 + 7 = 19 \\ 10 - 6 = 4 \end{cases}$$

Observe o que acontece, quando fazemos operações entre as duas, respeitando as posições dos números:

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 12 + 7 = 19 \\ 10 - 6 = 4 \end{cases} \\ \hline \ \ 22 + 1 = 23 \end{array}$$

A igualdade continua verdadeira. É exatamente esse processo que utilizamos para resolver o sistema de equações. Veja:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 8 \end{cases}$$
$$\overline{2x + 0 = 20}$$
$$2x = 20$$
$$x = 10$$

Agora que já conhecemos o valor de x, é fácil encontrar o valor de y. Basta escolher uma das duas equações. Vamos utilizar a primeira:

$x + y = 12$

$10 + y = 12$

$y = 2$

Logo, os dois valores procurados são: $x = 10$ e $y = 2$.

Método da substituição

Vamos tomar o mesmo sistema como referência.

$$\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=8 \end{cases}$$

Peguemos uma das duas equações e isolemos uma das incógnitas. Vamos utilizar a segunda equação:

$x - y = 8$

$x = 8 + y$

Pegamos a outra equação e substituímos o valor de x isolado.

$x + y = 12$

$(8 + y) + y = 12$

$8 + y + y = 12$

$8 + 2y = 12$

$2y = 12 - 8$

$2y = 4$

$y = 2$

Após esta etapa, voltamos à primeira equação e substituimos o valor de y encontrado.

$x = 8 + y$

$x = 8 + 2$

$x = 10$

Os valores procurados são $x = 10$ e $y = 2$, exatamente os mesmos encontrados pelo outro método.

Atividade 2

Junior e Aline têm, juntos, 100 livros. Se tirarem 25 livros de Junior e derem a Aline, eles ficarão com o mesmo número de livros. Quantos livros tem cada um?

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 3

Um pai tem hoje 45 anos e seu filho, 9. Daqui a quantos anos a idade do pai será o quádruplo da idade do filho?

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 4

O tio de Bernardo gosta de lhe dar desafios para responder. No último domingo, Bernardo foi visitar seu tio.

Você sabe quais são os números inteiros? Perguntou-lhe o tio.

A seguir, deu-lhe o seguinte problema para resolver:

Sejam dois números inteiros. O quíntuplo de um deles somado ao dobro do outro dá 520 e a soma de ambos é 80. Quais são esses números?

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 5

Bernardo na mesma hora retrucou, dando-lhe também um para resolver, mas com a condição de que o fizesse mentalmente.

A soma de dois números é 72 e sua diferença é 24. Quais são os números?

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 6

Jackson, aluno do SEJA, trabalha numa marcenaria e resolveu organizar melhor a oficina de trabalho. Para isso, comprou uma caixa de ferramentas com 12 repartições. Em cada uma podem ser arrumadas 4 ferramentas. Logo, todas as repartições ficaram ocupadas, algumas com 4 e outras com 2 ferramentas. Dessa maneira Jackson contou 34 ferramentas. Quantas ainda podem ser guardadas na caixa de ferramentas?

Anote suas respostas em seu caderno

Momento de reflexão

Encontrar os valores de incógnitas dadas por duas equações do primeiro grau, ou seja, por meio de sistemas de duas equações com duas incógnitas, foi o objetivo desta unidade. Para tal, foram utilizados recursos gráficos e algébricos. Reveja as soluções gráficas e algébricas apresentadas e refaça as que você ficou em dúvida.

Você deve ter percebido que em algumas situações é bem fácil utilizar o recurso gráfico, mas dependendo dos valores fica complicado determinar os valores das incógnitas. Nessa hora, os métodos algébricos são os melhores. Pratique as técnicas aprendidas para que se sinta mais autônomo ao resolver sistemas, já que os utilizará em várias situações.

Anote suas respostas em seu caderno

Voltando à conversa inicial

Você pôde verificar que são várias as estratégias para resolver problemas, envolvendo mais de uma incógnita, ou seja, mais de um valor não conhecido. Exatamente como o problema trazido no início deste capítulo. Naquela situação não conhecíamos a quantidade de minutos nem o valor que seria pago nos dois planos. Vamos retomá-lo agora que já sabemos um pouco mais sobre o assunto?

1. Para resolver o problema, vamos seguir alguns passos, exatamente como temos feito até agora:

   Identificar as incógnitas

   x = quantidade de minutos

   y = valor a ser pago

2. Escrever as equações

   Para o plano A $\rightarrow$ y = 35 + 0,50 x

   Para o plano B $\rightarrow$ y = 20 + 0,80 x

3. Organizar o sistema

$$\begin{cases} y = 35 + 0{,}50x \\ y = 20 + 0{,}80x \end{cases}$$

Poderíamos reorganizar o sistema de várias formas, dependendo da estratégia que escolhermos, para resolvê-lo. Da forma que está, poderemos utilizar direto o Método da Substituição, basta pegar o valor de y da segunda equação e substituí-lo na primeira, assim:

$20 + 0{,}80\ x = 35 + 0{,}50\ x$

Agora é só resolver a equação e encontra o valor de x.

$0{,}80\ x - 0{,}50\ x = 35 - 20$

$0{,}30\ x = 15$

$x = 15 / 0{,}30$

$x = 50$

Para encontrar o valor de y, basta substituir o valor de x encontrado em qualquer uma das duas equações. Vamos utilizar a primeira.

$y = 35 + 0{,}50\ x$

$y = 35 + 0{,}50.50$

$y = 35 + 25$

$y = 60$

Logo, a quantidade de minutos para a qual o valor a ser pago é o mesmo é 50. O valor a ser pago é R$ 60,00.

Veja ainda

Você sabia que a utilização de sistemas de equações para resolver problemas é muito antiga? Para você ter ideia, os babilônios estudavam problemas que conduziam a equações, há muitos anos. Um exemplo disso foi encontrado em um bloco de barro que data cerca de 300 a.C. , contendo o seguinte problema:

Dois campos têm área total de 1.800 ***jardas*** *quadradas. Um produz grãos em* $\frac{2}{3}$ *de um alqueire por jarda quadrada, enquanto o outro produz grãos em* $\frac{1}{2}$ *de um* ***alqueire*** *por jarda quadrada. Se o lucro total é de 1.100 alqueires.*

Qual o tamanho de cada campo?

Jarda

A Jarda (yd) é uma medida inglesa que equivale a 91 centímetros, ou seja 0,91metros. Portanto, $1m^2$ é igual a 1,1959900463011 jardas quadradas.

Alqueire

Designava, originalmente, uma das bolsas ou cestas de carga que eram colocadas sobre o dorso dos animais de carga. Logo, o conteúdo daquelas cestas foi tomado como medida de grãos e depois acabaram designando a área de terra necessária para o plantio de todas as sementes nelas contidas.

Uma das formas de resolver o problema babilônico é utilizar um sistema de equações, da seguinte forma:

1. Denominemos o tamanho de um campo de x e o tamanho do outro de y.
2. Isso nos ajuda a chegar à primeira equação: $x + y = 1.800$
3. O primeiro campo produz grãos em $\frac{2}{3}$ de alqueires a cada jarda quadrada. Logo, a sua produção é de $\frac{2}{3}x$ alqueires.
4. O segundo campo produz grãos em $\frac{1}{2}$ de alqueires a cada jarda quadrada. Logo, a sua produção é de $\frac{1}{2}y$ alqueires.
5. Como o total produzido é de 1.100 alqueires, chegamos à segunda equação: $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 1.100$.
6. O sistema a ser resolvido é, portanto:

$$\begin{cases} x + y = 1800 \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 1100 \end{cases}$$

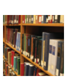
E aí? Qual é o tamanho de cada campo?

O maior tem 1.200 jardas quadradas e o menor tem 600 jardas quadradas.

Referências

Imagens

- http://www.sxc.hu/photo/475767



- http://www.sxc.hu/photo/290552

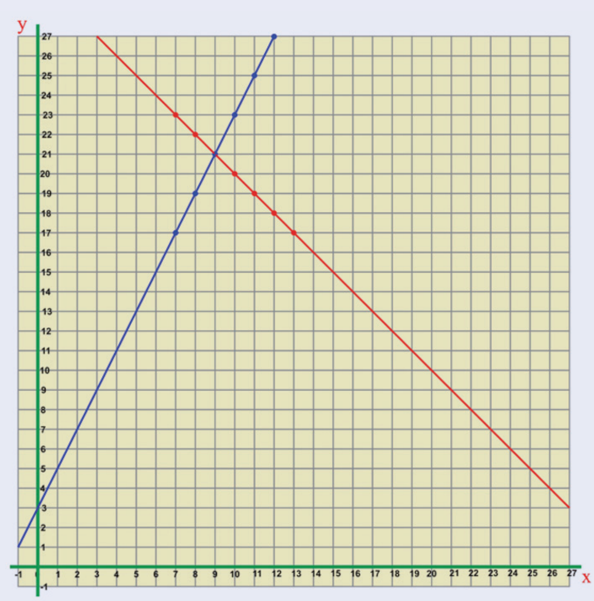
- http://www.sxc.hu/photo/1284421

Respostas das Atividades

Situação problema 1

$x + y = 30$	$y = 2x + 3$
(x, y)	(x, y)
(7, 23)	(7, 17)
(8, 22)	(8, 19)
(9, 21)	**(9, 21)**
(10, 20)	(10, 23)
(11, 19)	(11, 25)
(12, 18)	(12, 27)
(13, 17)	(13, 29)

Situação problema 2

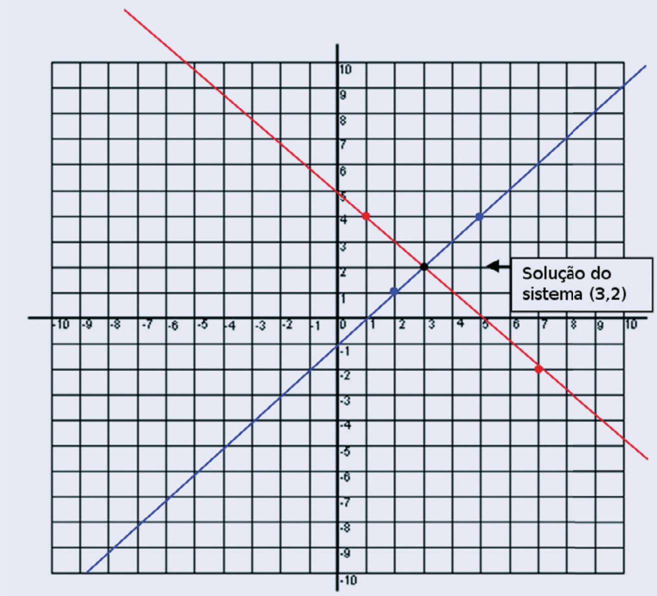


a. No ponto com coordenadas 9 para x e 21 para y.

b. Os dois resolvem o sistema de equações.

Respostas das Atividades

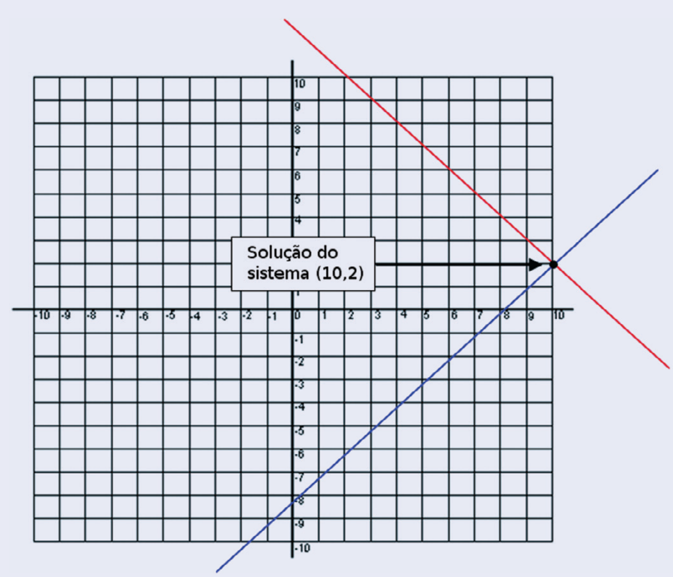
Situação problema 3



Resposta: x = 3 e y = 2

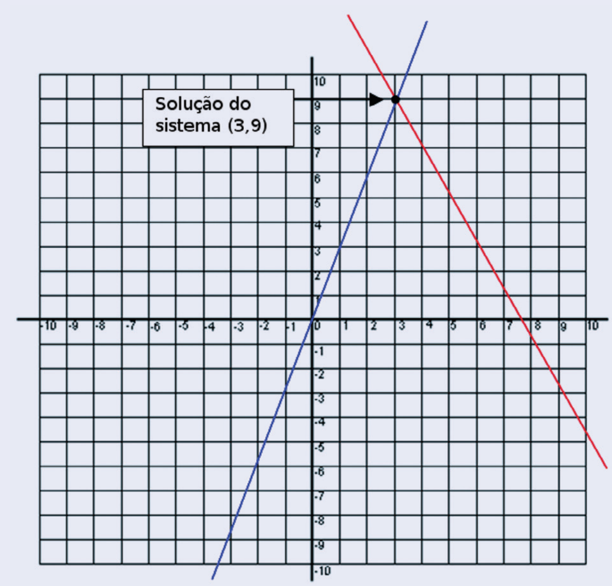
Atividade 1

a.

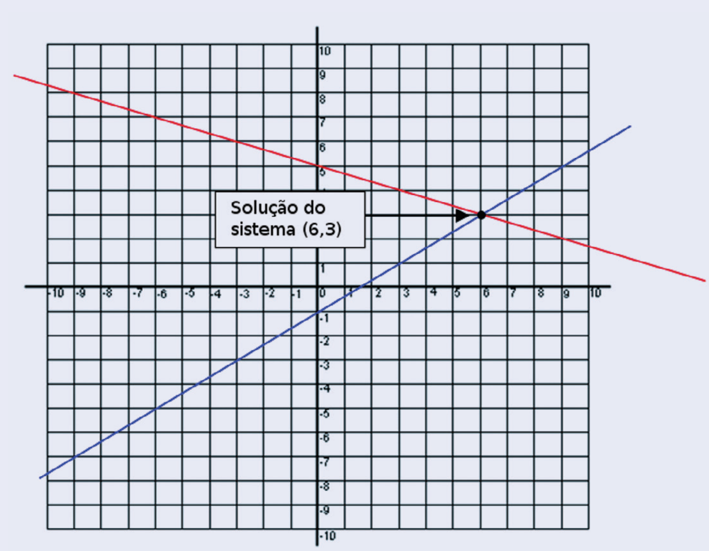


Respostas das Atividades

b.



c.



Atividade 6

R. : Júnior tem 75 livros e Aline tem 25 livros.

Respostas das Atividades

Atividade 7

R. : Daqui a três anos, o pai terá 48 anos e o filho 12 anos.

Atividade 8

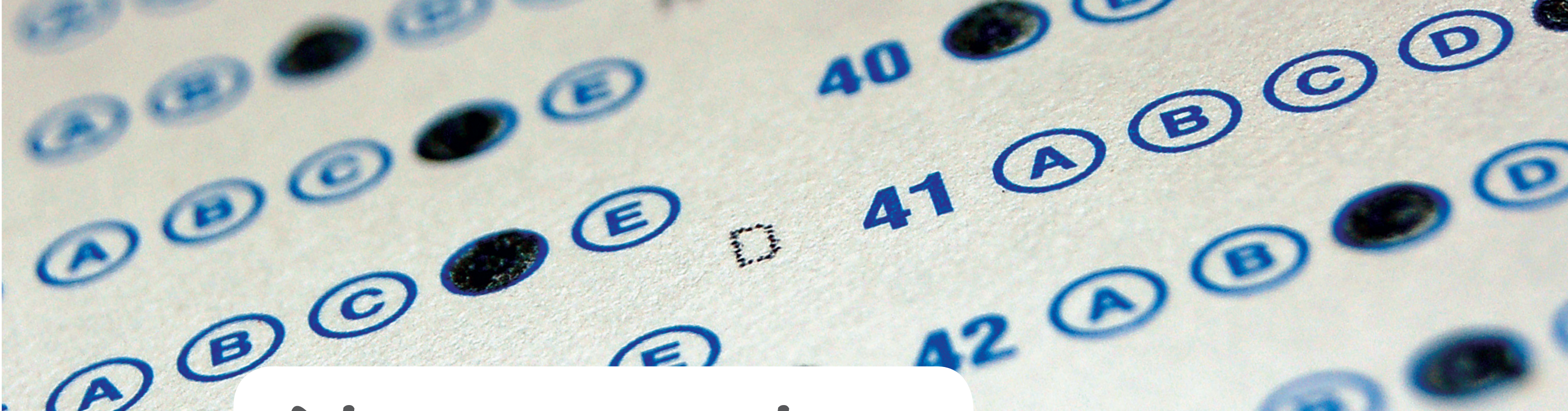
R. : Um número é 120 e o outro – 40.

Atividade 9

R. : Um número é 48 e o outro 24.

Atividade 10

R. : Há 5 repartições com quatro ferramentas e 7 com duas ferramentas.



Atividade extra

Exercício 1

A população de uma cidade A é três vezes maior que a população da cidade B. Somando a população das duas cidades temos o total de 200.000 habitantes.

Qual a população da cidade A?

(a) 50.000 (b) 75.000 (c) 100.000 (d) 150.000

Exercício 2

Num aquário há 8 peixes, entre pequenos e grandes. Se os pequenos fossem mais um, seria o dobro dos grandes.

Quantos são os pequenos?

(a) 5 (b) 4 (c) 3 (d) 2

Exercício 3

Um pagamento de R$ 140,00 foi realizado em notas de R$ 5,00 e de R$ 20,00, no total foram 10 notas.

Quantas notas de cada tipo foram usadas?

(a) 5 notas de 20 reais e 5 notas de 5 reais

(b) 6 notas de 20 reais e 4 notas de 5 reais

(c) 7 notas de 20 reais e 3 notas de 5 reais

(d) 4 notas de 20 reais e 6 notas de 5 reais

Exercício 4

Um par de sapatos e um par de sandálias custam R$ 30,00. O preço do par de sapatos é de R$ 2,00 a mais que o preço de três sandálias.

Quanto custa um par de sandálias?

(a) R$ 23,00 (b) R$ 17,00 (c) R$ 13,00 (d) R$ 7,00

Exercício 5

Em um terreiro há galinhas e coelhos, num total de 13 animais e 46 pés.

Quantas galinhas e quantos coelhos há nesse terreno?

(a) 10 galinhas e 3 coelhos

(b) 3 galinhas e 10 coelhos

(c) 4 galinhas e 9 coelhos

(d) 5 galinhas e 8 coelhos

Exercício 6

A soma das idades de Mariana e Felipe é 18 anos. Há 3 anos atrás, a diferença destas idades era de 2 anos.

Qual a idade de Felipe, sabendo que Mariana é a mais velha?

(a) 13 anos (b) 11 anos (c) 9 anos (d) 8 anos

Exercício 7

Na geladeira de Ana há 15 litros de refrigerante, dispostos tanto em garrafas de um litro e meio, quanto de 600ml, no total de 13 garrafas.

Qual é a quantidade de garrafas de 600ml?

(a) 3 garrafas (b) 4 garrafas (c) 5 garrafas (d) 8 garrafas

Exercício 8

Margarida comprou arroz a R$ 2,00/kg e o feijão a R$ 3,00/kg em um supermercado, pagando R$ 13,00. Na feirinha do seu Joaquim o arroz teria custado R$ 3,00/kg e o feijão R$ 2,00/kg, pagando R$ 17,00 no total.

Quantos quilogramas foram comprados?

(a) 6kg (b) 7kg (c) 8kg (d) 9kg

Exercício 9

Um tomate e um pepino pesam juntos 150g. Para fazer o equilíbrio da balança é preciso colocar 2 tomates de um lado e um pepino do outro.

Quantos quilogramas possui um tomate?

(a) 65g (b) 60g (c) 55g (d) 50g

Exercício 10

Um motorista quer fazer uma viagem de 780 km em duas etapas, de modo que na primeira etapa percorra 60km a mais que na segunda.

Quantos quilômetros ele deverá percorrer na segunda etapa?

(a) 360km (b) 380km (c) 400km (d) 420km

Exercício 11

Duas vacas eumtouro foram trocados por oito porcos. Emoutra ocasião, uma vaca foi trocada por um touro e um porco. De acordo com a regra desses dois "negócios", uma vaca deve ser trocada por quantos porcos?

Exercício 12

Ao organizar uma festa Paulinho decidiu organizar os convidados em mesas com 3 e 4 cadeiras. Na festa tinham 50 pessoas e foram ocupadas 15 mesas. Qual o número de pessoas que ocuparam mesas com 3 cadeiras?

Exercício 13

Júnior e Luís jogam no mesmo time de futebol de areia. No último campeonato, os dois juntos marcaram 52 gols. Júnior marcou 10 gols a mais que Luís. Quantos gols Júnior marcou nesse campeonato?

Exercício 14

A Adriana é a irmã mais velha do Claudio. A diferença entre as idades dos dois irmãos é de 5 anos e a sua soma é 35 anos. Qual a idade do Claudio?

Exercício 15

Numa colônia de férias há quartos de 4 e 8 camas. O número de quartos é 80 e o de camas é 360. Qual o número de quartos há de cada tipo?

Gabarito

Exercício 1

A B C D

○ ○ ○ ●

Exercício 2

A B C D

● ○ ○ ○

Exercício 3

A B C D

○ ● ○ ○

Exercício 4

A B C D

○ ○ ○ ●

Exercício 5

A B C D

○ ● ○ ○

Exercício 6

A B C D

○ ○ ○ ●

Exercício 7

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 8

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 9

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 10

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 11

Uma vaca pode ser trocadapor 3 porcos.

Exercício 12

30 pessoas.

Exercício 13

31 gols.

Exercício 14

15 anos.

Exercício 15

70 quartos de 4 camas e 10 quartos de 8 camas