



A função do primeiro grau

Fascículo 3
Unidade 9

A função do primeiro grau

Para início de conversa...

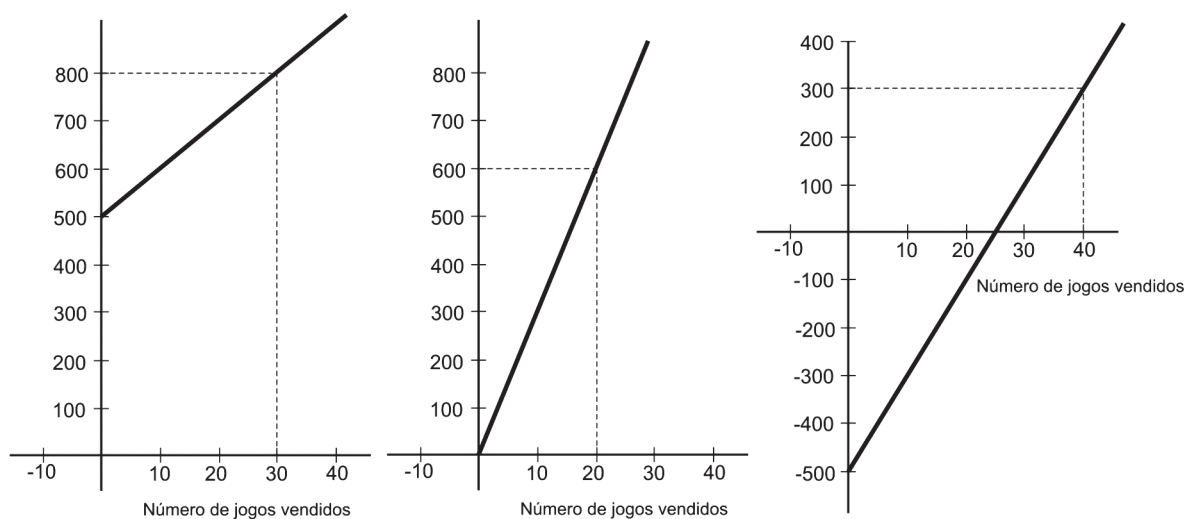
Já abordamos anteriormente o conceito de função. Mas, a fim de facilitar e aprofundar o seu entendimento, vamos estudar algumas funções separadamente, enfocando suas propriedades. Neste momento, vamos nos deter nas **Funções de Primeiro Grau**. Inicialmente, vamos identificar o seu uso na resolução de problemas para, em outros momentos, fazermos a sua formalização matemática. Começamos por uma questão adaptada da prova de 2009 do ENEM:

Uma empresa produz jogos pedagógicos, com custos fixos de R\$500,00 e custos variáveis de R\$10,00 por unidade de jogo produzida. Desse modo, o custo total para x jogos produzidos é dado por $C(x)=500 + 10x$.

A gerência da empresa determina que o preço de venda do produto seja de R\$30,00. Com isso, a receita bruta para x jogos produzidos é dada por $R(x)=30x$.

O lucro líquido, obtido pela venda de x unidades de jogos, é calculado pela diferença entre a receita bruta e os custos totais, ou seja, $L(x)=20x - 500$.

Observe que são três funções: a Função Custo Total, a Função Receita Bruta e a Função Lucro. Essas funções já foram apresentadas na Unidade 6, no “Veja Ainda...”. Cada uma dessas funções pode ser representada por um gráfico. A seguir, estão desenhados os três gráficos. Sua tarefa é identificar o gráfico correspondente a cada função.



Vamos lá, não tenha medo de experimentar. Como de costume, ao final do tópico, discutiremos essa questão.

Objetivos de aprendizagem

- reconhecer a expressão que traduz uma função de primeiro grau;
- reconhecer e traçar gráficos de funções do primeiro grau;
- utilizar funções do primeiro grau na resolução de problemas.

Seção 1

Conhecendo uma função de primeiro grau

Situação problema 1

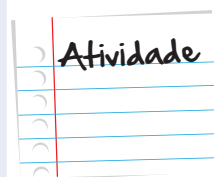
Como calcular a altura de uma criança? A altura de uma criança depende de sua idade e de muitos outros fatores. Entretanto, os médicos, a partir de uma ampla pesquisa com crianças brasileiras, desenvolveram uma fórmula que vale para crianças de 4 a 13 anos – é a seguinte:

$$y = 5,7 \cdot x + 81,5$$

Nessa fórmula:

- x é a idade da criança (em anos);
- y é a altura da criança (em centímetros).

- Justifique por que se trata de uma função.
- Qual é a variável independente?
- Qual é a variável dependente?
- Qual o domínio da função?
- Calcule a altura de uma criança com 9 anos.
- Calcule o valor de $y=f(x)$ para $x = 4,5$. Ou seja, determine $f(4,5)$.
- Segundo a expressão fornecida, qual será a idade de uma criança com 1,1 m de altura.
- Resolva a equação $f(x) = 138,5$.



Anote suas
respostas em
seu caderno

Importante

- São denominadas funções do primeiro grau todas aquelas que podem ser representadas da seguinte forma:

$$f(x) = a \cdot x + b \text{ ou } y = a \cdot x + b$$

Onde x representa a variável independente, y representa a variável dependente e a e b são constantes e $a \neq 0$.

- Quando uma função é representada em um gráfico, cada ponto marcado no plano cartesiano é definido por um par ordenado (x, y) , no qual x é denominado abscissa e y ordenada. Os valores de x pertencem ao domínio da função e $y = f(x)$.

Atividade

1

Suponha que a função $C(x) = 20x + 40$ represente o custo total de produção de um artigo, onde C é o custo (em reais) e x é o número de unidades produzidas. Determinar:

- O custo de fabricação de 5 unidades desse produto.
- Quantas unidades devem ser produzidas para que o custo total seja de R\$ 12.000,00.

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade

2

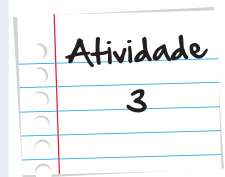
Na fabricação de um determinado remédio, verificou-se que o custo total foi obtido através de uma taxa fixa de R\$ 4.000,00, adicionada ao custo de produção, que é de R\$ 50,00 por unidade. Determinar:

- a função que representa o custo total em relação à quantidade produzida;
- o custo de fabricação de 15 unidades;
- quantas unidades devem ser produzidas para que o custo total seja de R\$ 5.250,00.

Anote suas respostas em seu caderno

Após o pagamento de todos os custos na importação de um produto alimentício, uma empresa calcula o faturamento que terá com ele, usando a lei $f(x) = 8x - 640$, em que $f(x)$ é o faturamento líquido (em R\$) de x unidades vendidas. Qual será o faturamento obtido com a venda de 500 unidades desse produto?

Anote suas respostas em seu caderno



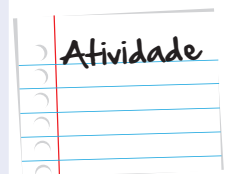
Situação problema 2

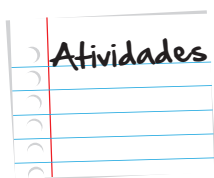
Um posto de gasolina da cidade de Fortaleza está cobrando, atualmente, R\$ 3,00 por litro de gasolina aditivada. Sendo assim, para cada novo litro de gasolina que a bomba registra o valor a ser pago também se modifica.

- a. Complete a tabela a seguir.

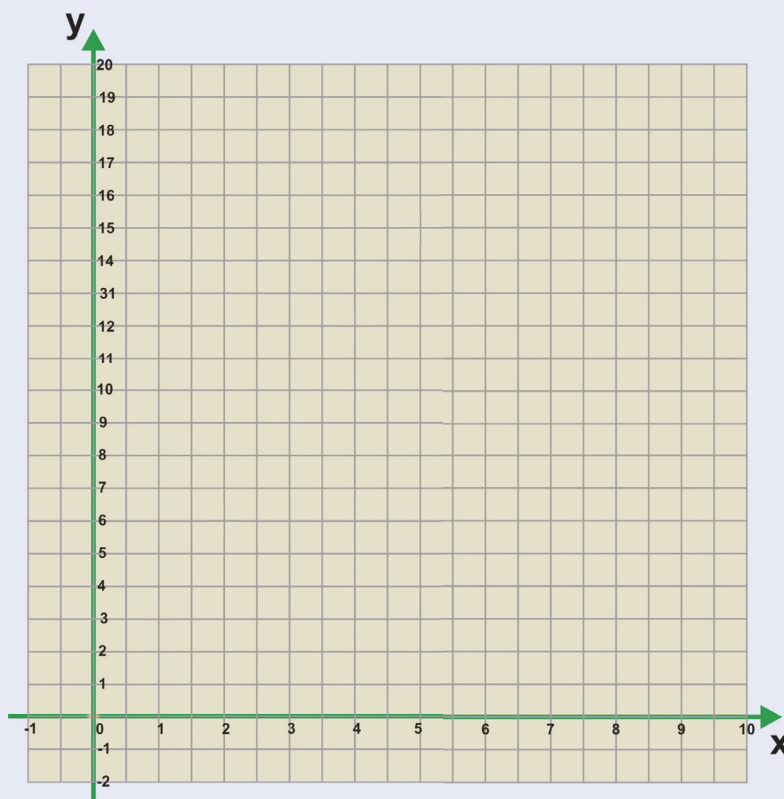
Gasolina (litros)	Preço a ser pago (R\$)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

- b. Formule uma regra geral que forneça o valor a ser pago y por uma quantidade qualquer de gasolina x .





- c. Use os valores da Tabela do item a para marcar pontos no plano cartesiano xy a seguir.



- d. Os pontos marcados no plano cartesiano seguem um certo padrão. Que padrão é esse?

Anote suas
respostas em
seu caderno



Na função apresentada na situação problema 2, você deve ter percebido que há infinitos valores possíveis para x , ou seja, podemos ter infinitos valores diferentes para a quantidade de combustível. Isso geraria uma infinidade de pontos.

Uma maneira encontrada para representar essa infinidade de pontos no plano cartesiano é traçar uma reta.

Os pontos do gráfico de uma função do primeiro grau sempre pertencem a uma única reta.

Situação problema 3

Você já trabalhou com o conjunto dos números naturais, com os números negativos (inteiros), com as frações, com os decimais finitos e com os irracionais. O conjunto de todos esses números é denominado Números Reais, representado pela letra \mathbb{R} .

Considere uma função dos Reais nos Reais definida pela expressão:

$$y = 3x - 1$$

O ponto $(1, 2)$ pertence ao gráfico desta função.

Determine outros pontos desse gráfico, dadas as abscissas abaixo e marque-os no eixo cartesiano:

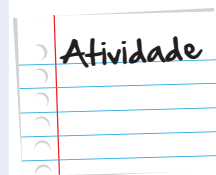
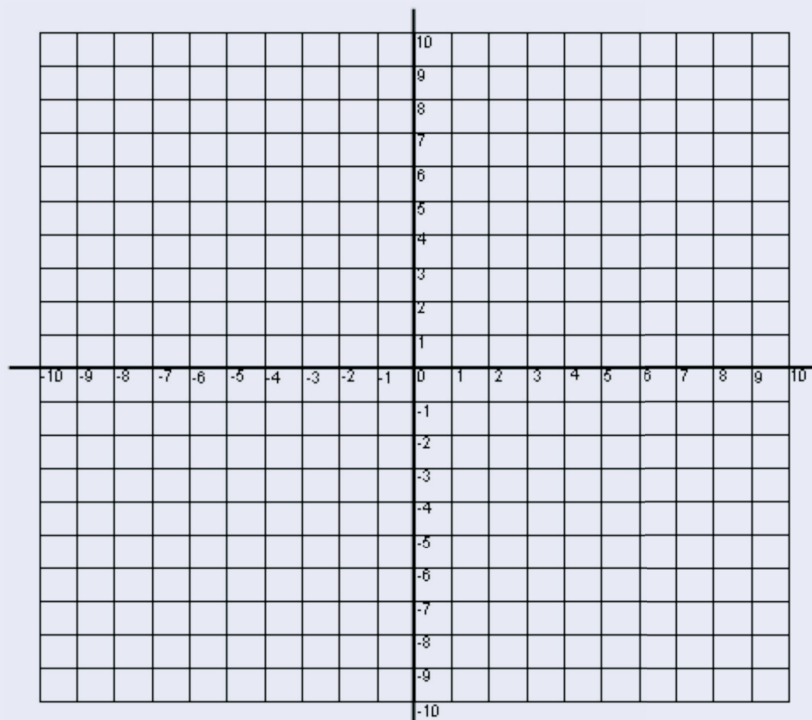
$$(-2, \underline{\quad})$$

$$(-1, \underline{\quad})$$

$$(1/3, \underline{\quad})$$

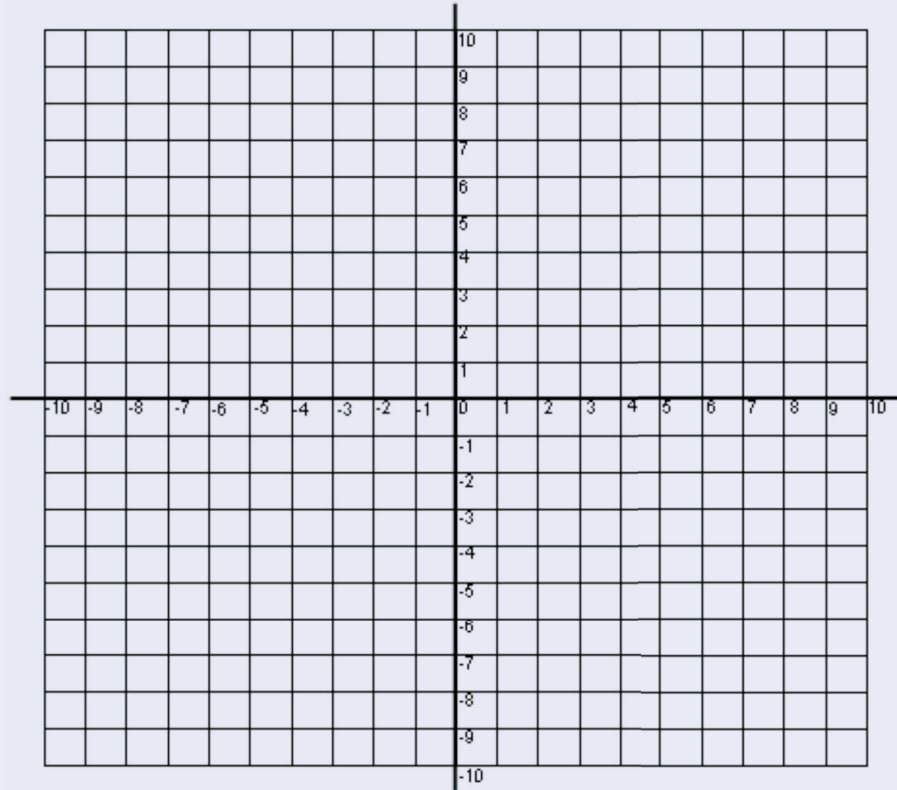
$$(0, \underline{\quad})$$

$$(2, \underline{\quad})$$



Atividade

- Determine mais dois pontos entre $x=1$ e $x=2$ e marque-os nesse mesmo eixo.
- Na realidade, o gráfico desta função possui infinitos pontos e é representado por uma reta. Trace a reta.



Anote suas
respostas em
seu caderno

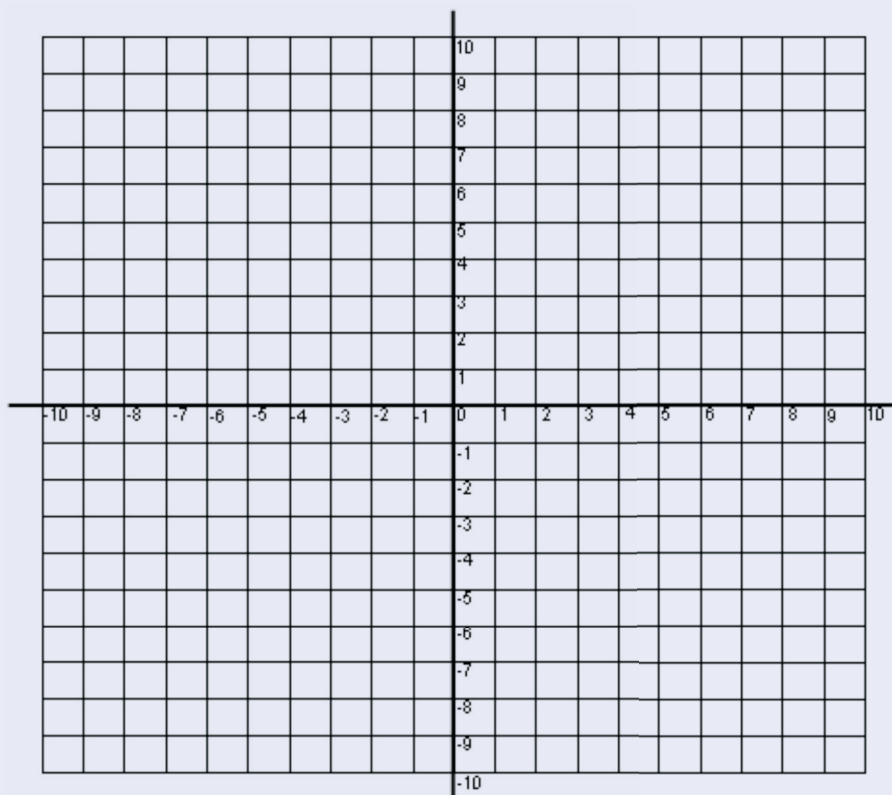
Atividade

4

Seja a função $y = -2x + 4$ dos reais nos reais, isto é

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, em que $y = f(x) = -2x + 4$.

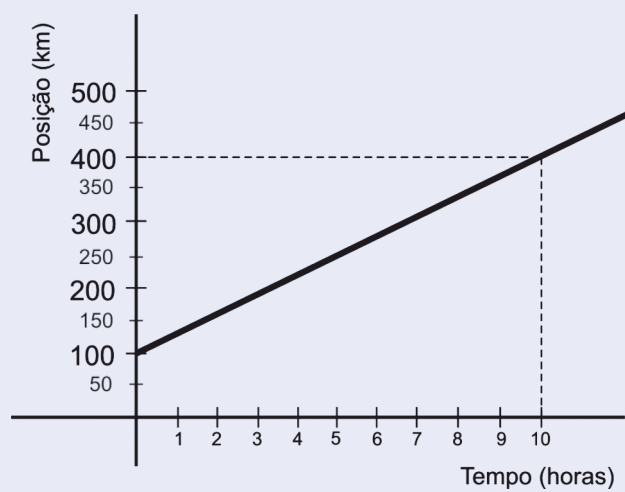
Determine alguns de seus pontos e trace seu gráfico.



Atividade

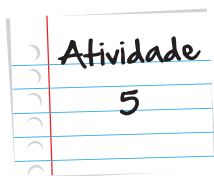
4

Um veículo desloca-se entre dois pontos, com velocidade constante. O gráfico a seguir representa a Posição do veículo em função do Tempo. No eixo horizontal (x), é representado o tempo gasto, em horas. No eixo vertical (y), é representada a posição, em quilômetros.



Atividade

5



A mesma função pode também ser representada pela fórmula:

$$y = 30x + 100$$

Onde x representa o tempo e y a distância percorrida.

Responda às seguintes questões:

- Qual a posição do veículo no tempo igual a zero?
- Qual a posição do veículo no tempo igual a 8 horas?
- Continuando dessa forma, a que horas o veículo estará na posição 700 km?

Anote suas
respostas em
seu caderno

Momento de reflexão

Na Unidade 6, iniciamos o estudo das funções e nesta unidade nos detivemos nas Funções de Primeiro Grau. Leia com atenção as atividades apresentadas nesta unidade e liste algumas funções do primeiro grau que foram utilizadas na resolução dos problemas. Observe que a representação gráfica de uma função do primeiro grau dá-se por meio de uma reta. Volte às funções que listou e tente relacionar cada uma com a reta que a representa, ou seja, tente representar essas funções nos eixos cartesianos. Uma boa dica é voltar à questão inicial que mostra a relação das expressões de algumas funções e seus gráficos.

Anote suas
respostas em
seu caderno

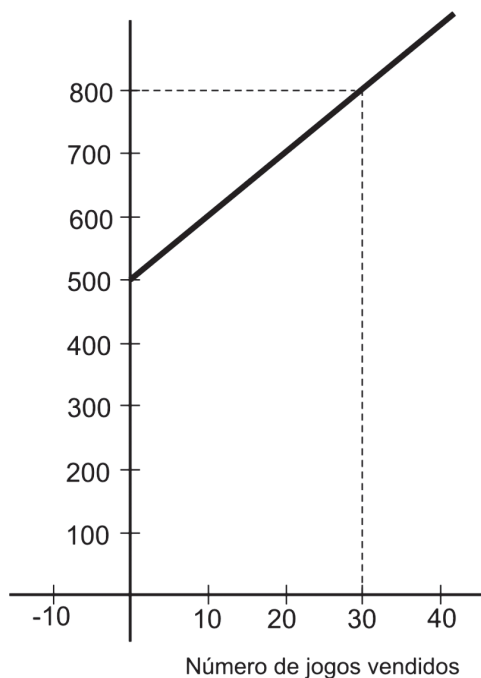
Voltando à conversa inicial...

Nessa unidade, utilizamos a função do primeiro grau em várias situações problema. Vimos que uma função de primeiro grau pode ser representada por uma fórmula do tipo $y = ax + b$, e por um gráfico, que é uma reta.

Vamos então comparar as fórmulas e os gráficos da questão inicial.

O primeiro gráfico representa a Função Custo Total indicada pela fórmula:

$$C(x) = 500 + 10x$$



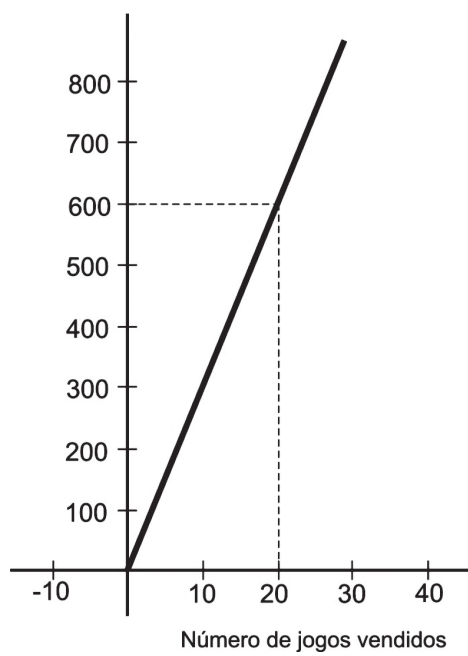
Observações importantes:

Quando $x = 0$, $y = 500 + 10 \times 0 = 500$

Quando $x = 30$, $y = 500 + 10 \times 30 = 800$

O segundo gráfico representa a Função Receita Bruta, indicada pela fórmula:

$$R(x) = 30x$$



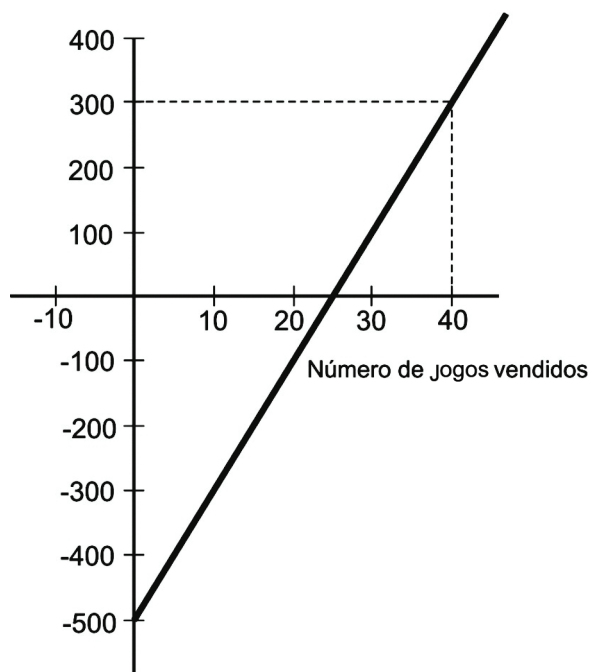
Observações importantes:

Quando $x = 0$, $y = 300 \times 0 = 0$

Quando $x = 20$, $y = 300 \times 20 = 600$

Já o terceiro gráfico representa a Função Lucro, indicada pela fórmula:

$$L(x) = 20x - 500$$



Observações importantes:

$$\text{Quando } x = 0, y = 20 \times 0 - 500 = -500$$

$$\text{Quando } x = 40, y = 20 \times 40 - 500 = 300$$

Neste gráfico, podemos observar ainda que o ponto de abscissa 25, no eixo X, indica a quantidade de jogos produzidos para que a empresa tenha lucro zero, isto é sem prejuízos ou ganhos.

Veja ainda

A **Geometria Analítica**, também chamada **geometria de coordenadas**, é o estudo da geometria através dos princípios da álgebra. Os estudos iniciais da Geometria Analítica deram-se no século XVII e devem-se ao filósofo e matemático francês René Descartes (1596 - 1650), inventor das coordenadas cartesianas.

Pode-se explicar a Geometria Analítica de uma forma mais simples: a disciplina procura definir formas geométricas de modo numérico e extrair informação numérica dessa representação. O resultado numérico também pode, no entanto, ser um vetor ou uma forma (Adaptado de Wikipédia).

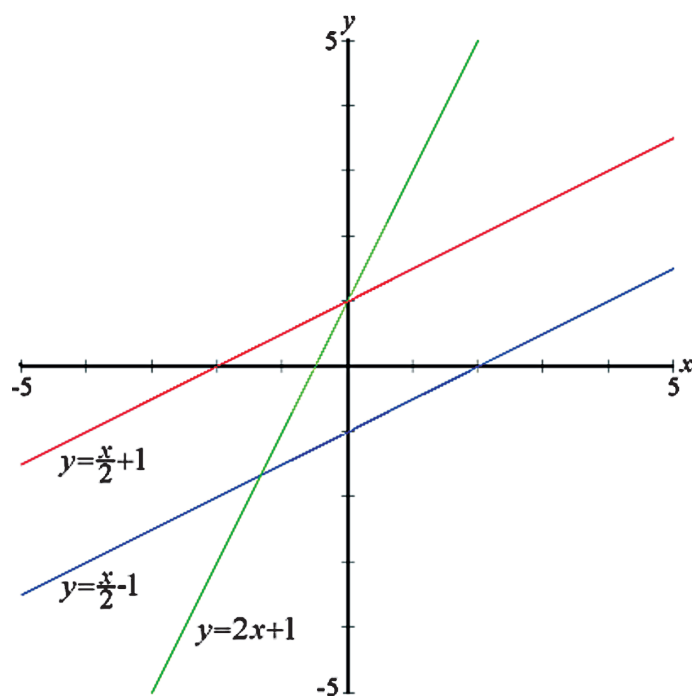
A Geometria Analítica relaciona duas áreas da Matemática: a álgebra e a geometria e, assim como no caso das funções, faz uso do sistema de eixos cartesianos para fazer as representações dos elementos estudados. Um desses elementos é a reta, a mesma que representa a função do primeiro grau.

Vejamos os exemplos abaixo e as respectivas representações geométricas.

$$y = 2x + 1 \quad b = 1 \quad m = 2$$

$$y = x/2 + 1 \quad b = 1 \quad m = 1/2$$

$$y = x/2 - 1 \quad b = -1 \quad m = 1/2$$



A Geometria Analítica será retomada em módulos posteriores.

Referências

Livros

- GARBI, G. G. **O Romance das Equações Algébricas**, 2ª Edição, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.
- TINOCO, L. A. A. **Álgebra**: Estudo e Ensino. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática, (2008). (Projeto Fundação)
- TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de função**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática, (2009). (Projeto Fundação)

Site

- www.rio.rj.gov.br/smtu/smtu/smtu_tarif_tax.htm, acesso em 05/04/2012.

Imagens



- <http://www.sxc.hu/photo/475767>



- <http://www.sxc.hu/photo/517386>

Situação Problema 1

- I. Há uma clara relação de dependência entre duas variáveis. Nessa relação, todo valor possível de ser atribuído à variável independente (x) possui apenas um valor correspondente para a variável dependente (y).
- II. A idade da criança (em anos).
- III. A altura da criança (em centímetros).
- IV. 4 a 12 anos.
- V. 132,8 cm.
- VI. $f(4,5)=107,15$ cm.
- VII. 5 cm.
- VIII. 10 cm.

Atividade 1

- I. R\$140,00
- II. 598 unidades

Atividade 2

- I. $f(x)=50x + 4000$
- II. R\$ 4.750,00
- III. 25 unidades.

Atividade 3

R\$ 3.360,00

Situação problema 2

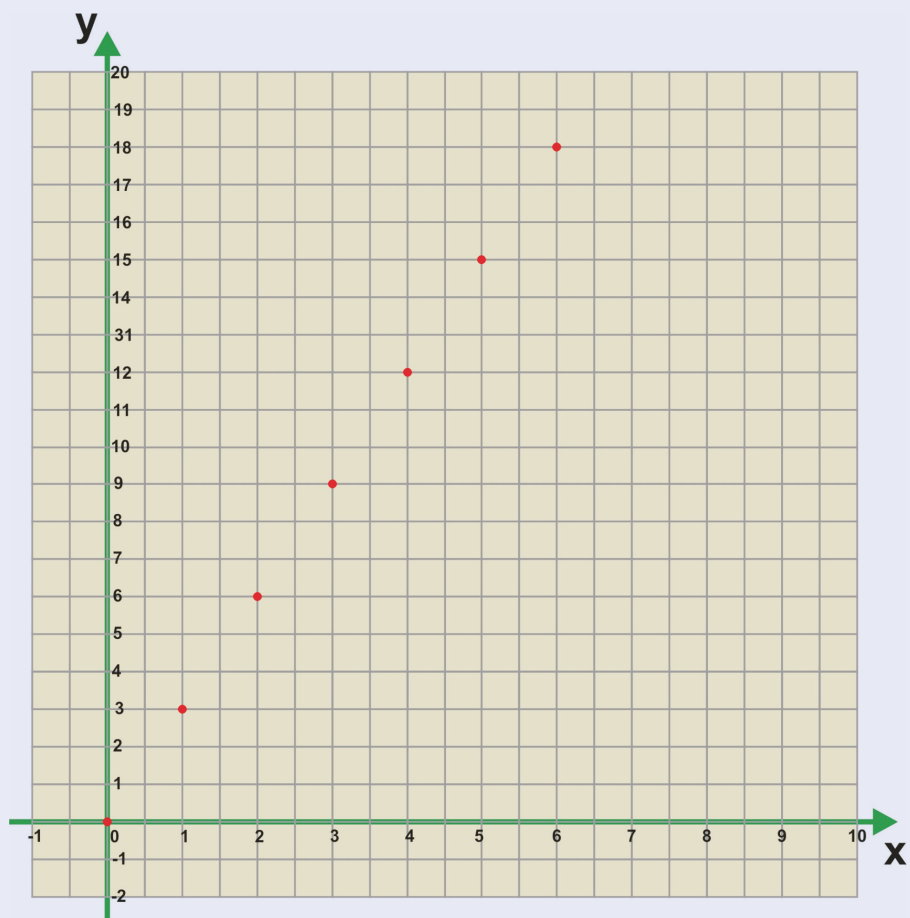
a.

Gasolina (litros)	Preço a ser pago (R\$)
0	0
1	R\$ 3,00
2	R\$ 6,00
3	R\$ 9,00
4	R\$ 12,00
5	R\$ 15,00
6	R\$ 18,00

Respostas
das
Atividades

b. $y=3x$

c.



d. Todos os pontos estão alinhados em uma reta.

Situação problema 3

Considere uma função dos Reais nos Reais, definida pela expressão

$$y = 3x - 1$$

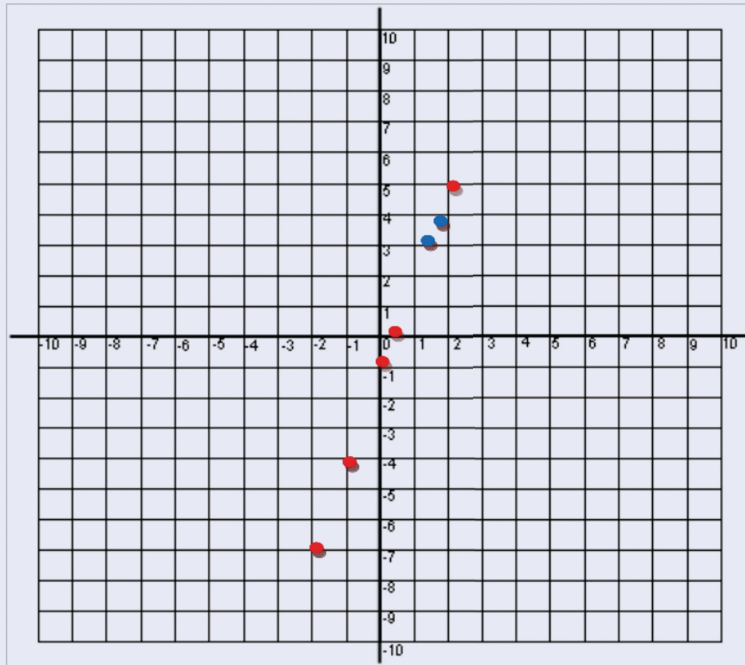
a. $(-2, -7)$

$(-1, -4)$

$(1/3, 0)$

$(0, -1)$

$(2, 5)$

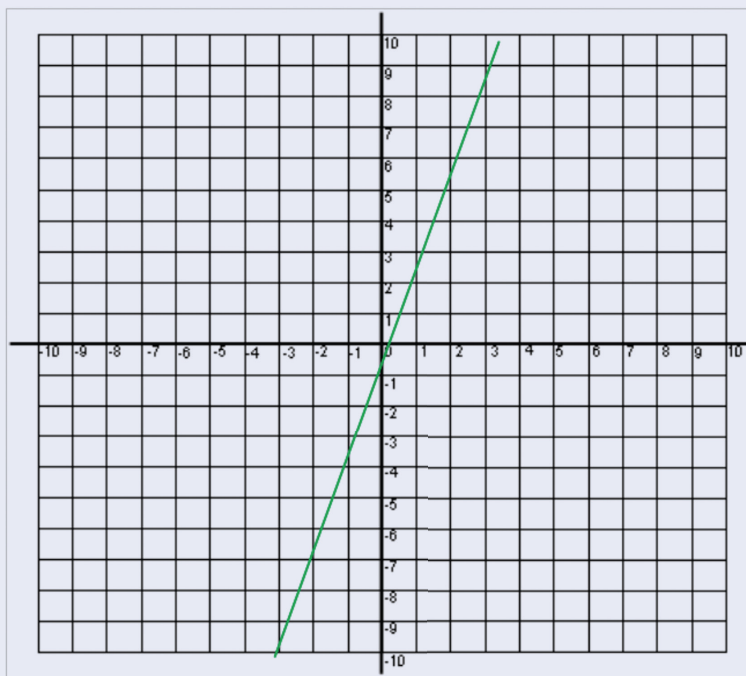


- b. Os pontos podem ser quaisquer, por exemplo $x = 1,5 = 3/2$ para o qual teremos o ponto; $(3/2, 7/2)$, ou seja $(1,5, 3,5)$.

Outro seria $(4/3, 3)$,

Os pontos relativos a este item estão em azuis.

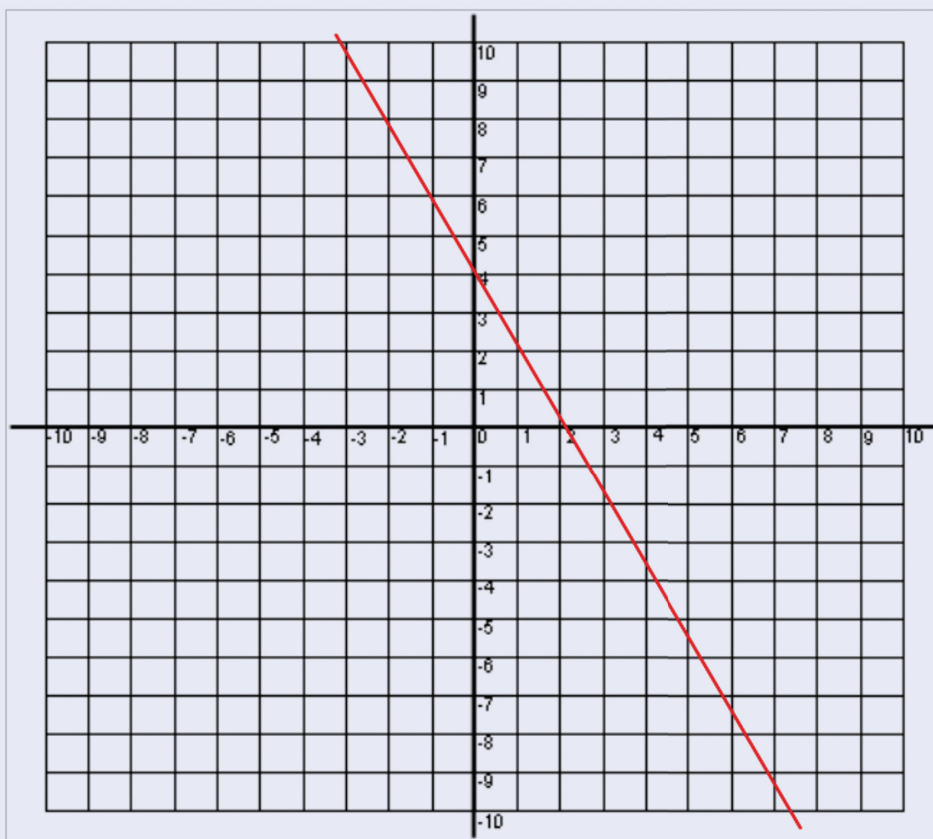
c.



Atividade 4

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, em que $y = f(x) = -2x + 4$.

x	$Y = -2x + 4$
-1	6
0	4
1	2



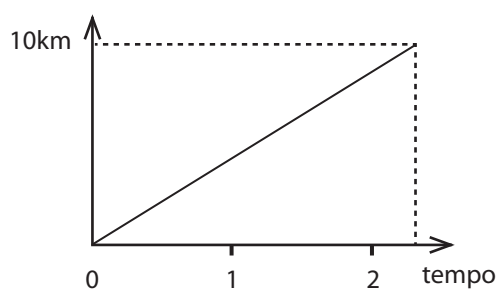
Atividade 5

- a. 100 km
- b. 340 km
- c. 20 h

O que perguntam por aí?

Questão 1 (ENEM – 2008)

O gráfico abaixo modela a distância percorrida, em km, por uma pessoa em certo período de tempo. A escala de tempo a ser adotada para o eixo das abscissas depende da maneira como essa pessoa se desloca. Qual é a opção que apresenta a melhor associação entre meio ou forma de locomoção e unidade de tempo, quando são percorridos 10km?



- a. carroça – semana
- b. carro – dia
- c. caminhada – hora
- d. bicicleta – minuto
- e. avião – segundo

Resposta: Letra C

Questão 2 (ENEM – 2011)

O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: <http://www.folha.uol.com.br>. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é:

- a. $y = 4.300 x$
- b. $y = 884.905 x$
- c. $y = 872.005 + 4.300 x$
- d. $y = 876.305 + 4.300 x$
- e. $y = 880.605 + 4.300 x$

Resposta: Letra C



Atividade extra

Exercício 1

O banco A cobra uma tarifa para manutenção de conta da seguinte forma: uma taxa de R\$ 11,00 mensais e mais uma taxa de R\$ 0,14 por cheque emitido. O banco B cobra como tarifa de manutenção de conta uma taxa de R\$ 19,00 mensais e mais uma taxa de R\$ 0,13 por cheque emitido.

As funções que representam quanto um cliente paga, mensalmente, pela tarifa de manutenção mais a emissão de x cheques, em cada um dos bancos é:

a. $A(x) = 11 + 0,13x$ e $B(x) = 19 + 0,14x$

b. $A(x) = 11 + 0,14x$ e $B(x) = 19 + 0,13x$

c. $A(x) = 19 + 0,13x$ e $B(x) = 11 + 0,14x$

d. $A(x) = 19x + 0,13$ e $B(x) = 11x + 0,14$

Exercício 2 (PUC-SP – Adaptada)

Um grupo de amigos “criou” uma nova unidade de medida para temperaturas: o grau Patota. Estabeleceram, então, uma correspondência entre as medidas de temperaturas em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), já conhecida, e em graus Patota ($^{\circ}\text{P}$), mostrada na tabela abaixo:

$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{P}$
20	40
60	48

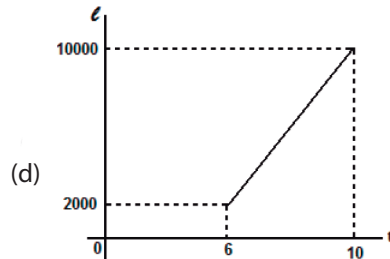
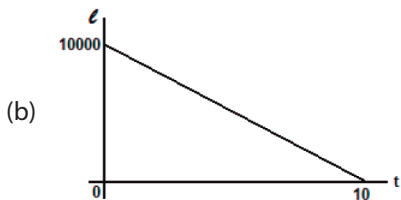
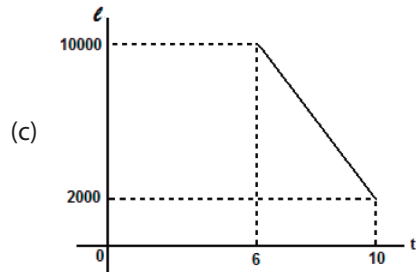
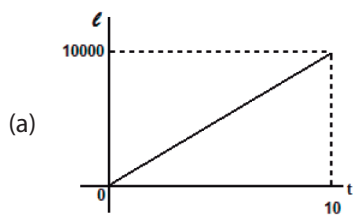
Lembrando que a água congela a 0°C , então, na unidade Patota ela congelará a:

- (a) 36° (b) 38° (c) 46° (d) 58°

Exercício 3

Às 6 horas de certo dia, um tanque, cuja capacidade é de 10000 litros, estava cheio de água; entretanto, um furo na base desse tanque fez com que a água por ele escoasse a uma vazão constante. Às 10 horas desse mesmo dia o tanque estava com apenas 2000 litros.

Qual gráfico abaixo reflete a situação descrita?



Exercício 4

Uma função passa pelo ponto $(-5, 7)$ e tem como lei de formação a expressão $f(x) = -2x + p$.

Qual o valor de p ?

- (a) 14 (b) 3 (c) 0 (d) -3

Exercício 5

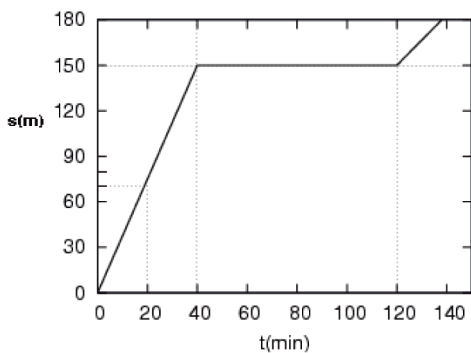
Uma escola de dança cobra de seus alunos uma matrícula de R\$ 75,00, mais uma mensalidade de R\$ 45,00.

Qual será o valor gasto por um aluno dessa escola nos seis primeiros meses de aula?

- (a) R\$ 120,00 (b) R\$ 195,00 (c) R\$ 270,00 (d) R\$ 345,00

Exercício 6

O gráfico abaixo representa a posição de um objeto móvel que se desloca a partir de um ponto inicial, denominado como marco 0m, de acordo com o tempo t em minutos.



Fonte: Mundofisico.joinville.udesc.br (adaptada)

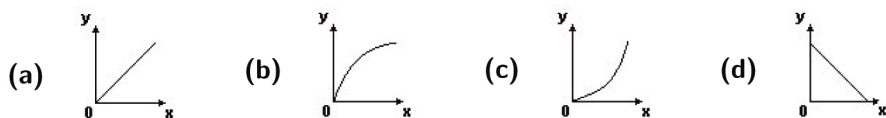
De acordo com o gráfico, qual foi a distância percorrida no intervalo de tempo entre 20 e 120 minutos?

- (a) 60m (b) 70m (c) 80m (d) 90m

Exercício 7

Um caminhão desce a Serra das Araras com uma velocidade constante de 35km/h devido ao alto índice de acidentes nesse trecho da estrada.

O gráfico que representa a posição y do caminhão de acordo com o tempo x é:



Exercício 8 (ENEM 2011 – Adaptada)

O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de uma cidade brasileira registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é:

(a) $y(x) = 884905x$

(b) $y(x) = 872005 + 4300x$

(c) $y(x) = 876305 + 4300x$

(d) $y(x) = 880605 + 4300x$

Exercício 9 (FGV - Adaptada)

Um vendedor recebe mensalmente um salário fixo de R\$ 800,00 mais uma comissão de 5% sobre as vendas do mês. Em geral, cada duas horas e meia de trabalho, ele vende o equivalente a R\$ 500,00.

Nessas condições, qual seu salário mensal $y(x)$ em função do número x de horas trabalhadas por mês?

(a) $y(x) = 800 + 500x$

(b) $y(x) = 800 + x$

(c) $y(x) = 800 + 100x$

(d) $y(x) = 800 + 10x$

Exercício 10 (FATEC – Adaptada)

Uma pessoa, pesando atualmente 70kg, deseja voltar ao peso normal de 56kg utilizando uma dieta alimentar que proporciona um emagrecimento de exatamente 200g por semana.

Fazendo essa dieta, a pessoa alcançará seu objetivo ao fim de quantas semanas?

(a) 70

(b) 69

(c) 68

(d) 67

Exercício 11

Uma loja resolveu dar 15% de desconto em cada mercadoria após o feriado de Natal.

Determine a função que representa o valor $V(x)$ a ser pago após esse desconto sobre o valor x .

Exercício 12

Uma loja aluga microcomputadores para usuários que desejam navegar pela internet ou jogar online. Para utilizar esses serviços, o usuário paga uma taxa de R\$ 4,00 acrescida de R\$ 2,00 por hora de utilização da máquina.

Faça um esboço do gráfico que representa o preço pago por x horas de uso dos microcomputadores.

Exercício 13

Um carro viaja de São Paulo a Santa Catarina com velocidade constante de 95km/h. No quilômetro 284 o motorista fez uma parada para abastecer e prosseguiu com a mesma velocidade, sem interrupções por 6 horas.

Preencha a tabela com a posição do carro de acordo com o tempo decorrido depois da parada para reabastecimento.

Exercício 14

A tabela abaixo mostra a quantidade (gramas por quilômetro) de gás carbônico emitido por um veículo de passeio de acordo com a sua velocidade em km/h.

Velocidade (km/h)	Emissão de CO ₂ (g/km)
20	400
30	250
40	200

Observando os dados da tabela, o que podemos afirmar sobre a emissão de gases quando a velocidade aumenta?

Exercício 15 (UERJ – Adaptada)

A velocidade normal com que uma fita de vídeo cassete passa pela cabeça do gravado é de aproximadamente 33mm/s (milímetros por segundo).

Qual será o comprimento aproximado de uma fita de vídeo de 120 minutos de duração?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 2

A	B	C	D
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 3

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 4

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Exercício 5

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Exercício 6

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 7

A	B	C	D
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 8

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 9

A	B	C	D
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Exercício 10

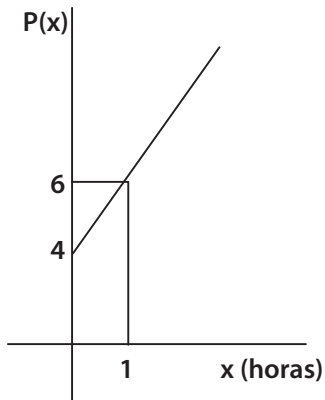
A	B	C	D
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Exercício 11

Mercadoria custa x , passará a custar $x - 15\%$ de x , ou seja, $x - 0,15x$.

Portanto, $V(x) = 0,85x$.

Exercício 12



Exercício 13

Tempo	Posição
2h	474km
3h	569km
4h	664km
5h	759km
6h	854km

Exercício 14

De acordo com o aumento da velocidade há uma diminuição na emissão de gases.

Exercício 15

Considere x o comprimento da fita. Temos que 120 minutos = 7200s, então, $33x = 7200$, daí $x = \frac{7200}{33} \cong 218,18$.
Portanto, o comprimento da fita é de aproximadamente 218,18m.



