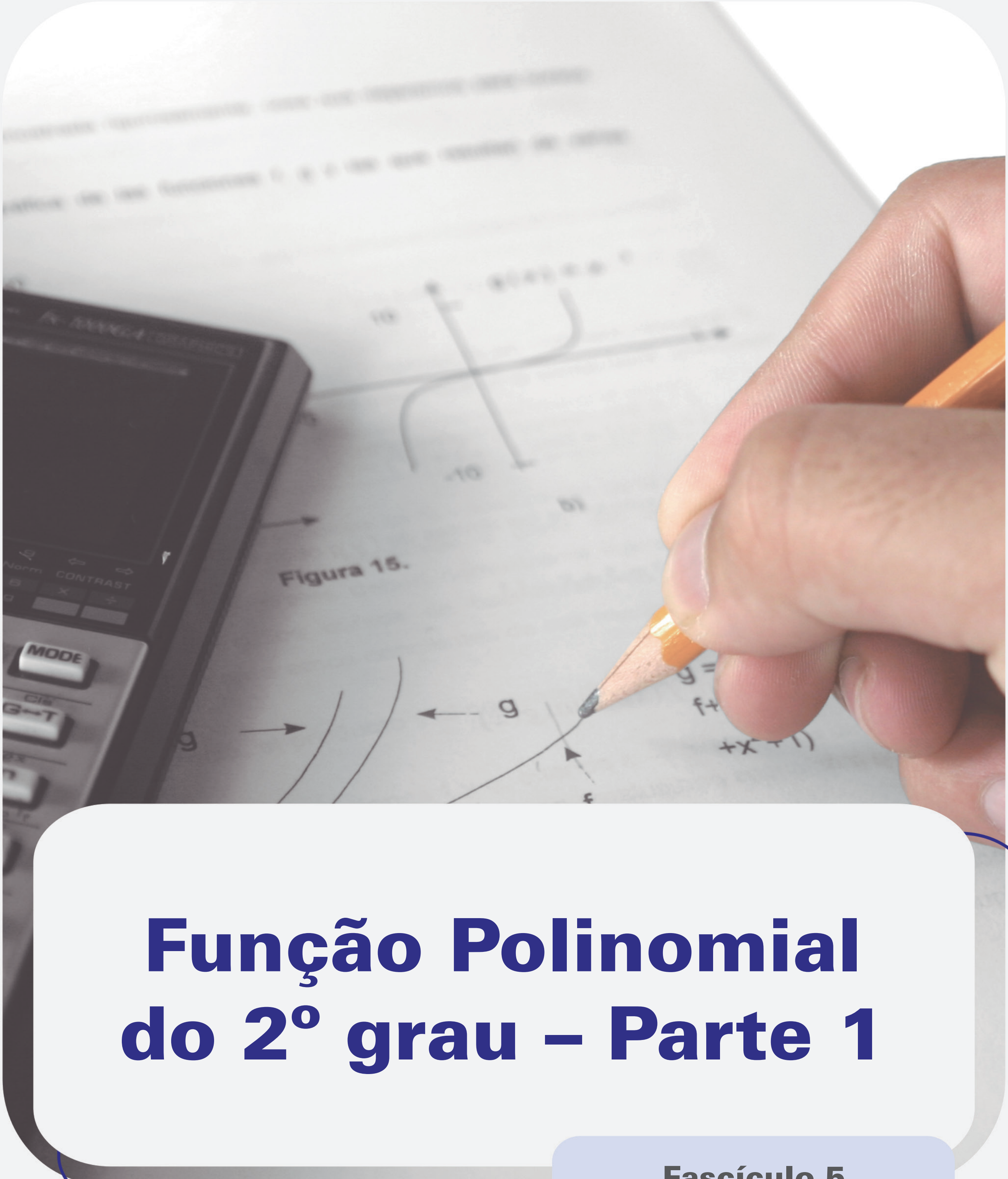


Função Polinomial do 2º grau – Parte 1

Fascículo 5

Unidade 16

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

Função Polinomial do 2° grau – Parte 1

Para início de conversa...

A função é um grande instrumento de modelagem de fenômenos físicos e situações cotidianas como foi visto em unidades anteriores. Um tipo de função muito usada é a função polinomial do 2° grau com a qual trabalharemos nesta unidade.

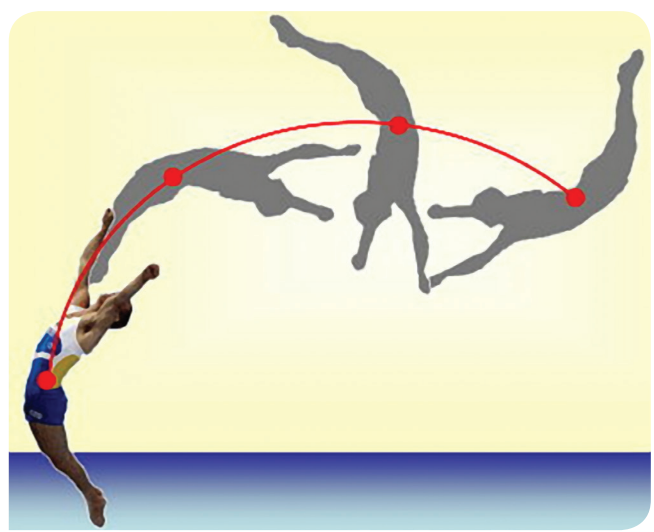


Figura 1: Em muitos movimentos da ginástica de solo, o atleta descreve uma trajetória parabólica.

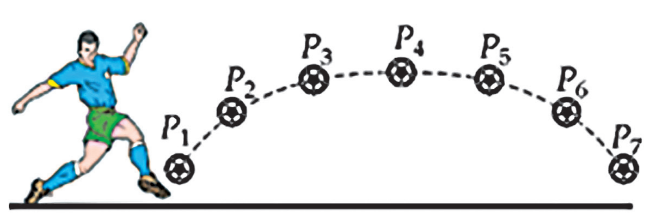


Figura 2: Em vários lances de uma partida de futebol, a trajetória do movimento da bola é uma parábola.

Figura 3: **A antena parabólica possui um formato de um paraboloide de revolução, este obtido pela rotação de uma parábola em torno de seu eixo.**

Objetivos de aprendizagem

- Consolidar conhecimentos obtidos no Ensino Fundamental II, como resolver equações do 2° grau.
- Conceituar função polinomial do 2° grau.
- Determinar a lei de formação de uma função polinomial do 2° grau.
- Determinar a imagem de elementos do domínio de uma função polinomial do 2° grau
- Utilizar a função polinomial do 2° grau para resolver problemas
- Avaliar proposta de intervenção na realidade, utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Seção 1
Modelando um problema

É importante para uma indústria, empresa, fábrica etc. saber modelar alguns problemas que lhes informem sobre custo mínimo, receita máxima, lucro máximo, formato de objetos que devem ser produzidos, dentre outras questões. Vejamos um exemplo de situação-problema que envolve cálculo de áreas.

Situação Problema

Marlise possui uma fábrica que produz molduras para várias lojas. Após uma análise, descobriu-se que para utilizar o máximo das ripas de madeira, sem ter cortes desnecessários, era melhor fazer quadros de formatos quadrados. Ela precisa dessas ripas para fazer molduras para quadros de medidas iguais a: 10x10 cm, 15x15 cm, 20x20 cm, 25x25 cm, 30x30 cm e 35x35 cm. Além disso, ela deseja que as molduras tenham 2 cm de largura, ou seja, quer que as ripas de madeira tenham 2 cm de largura. Quais devem ser os comprimentos destas ripas? Após alguns cálculos, Marlise chegou a seguinte conclusão: "As ripas de madeira devem ter os seguintes comprimentos: 50 cm, 70 cm, 90 cm, 110 cm, 130 cm e 150 cm, respectivamente".

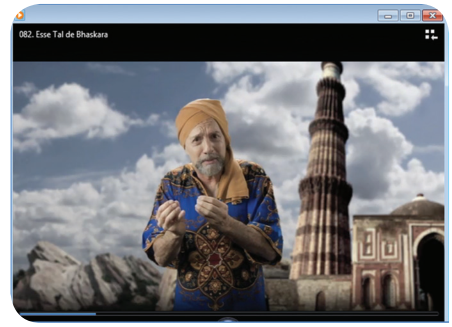
Mas como Marlise chegou a esta conclusão? Ficou curioso? Resolveremos este problema mais tarde. Antes precisamos trabalhar alguns conceitos importantes.

Seção 2
Revendo equações do 2° grau

É importante lembrarmos como se determinam as raízes de uma equação do 2° grau, ou seja, uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.

Está confuso com tantas letras? Vamos dar um exemplo, para você entender.

Geralmente, usamos a fórmula de determinação das raízes de uma equação do 2° grau, conhecida pelo nome de Fórmula de Bhaskara: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$, em que $\Delta=b^2-4ac$.



Exemplo 2.1: $x^2-8x+15=0$

Como $a=1$, $b=-8$ e $c=15$, temos $\Delta=(-8)^2-4\cdot1\cdot15=64-60=4$, substituindo estes valores na Fórmula de Bhaskara, temos:

$x=\dfrac{8\pm\sqrt{4}}{2\cdot1}=\dfrac{8\pm2}{2}$, ou seja, as raízes são $x_1=5$ e $x_2=3$.

Exemplo 2.2: $x^2+3x+1=0$

Como $a=1$, $b=3$ e $c=1$, temos $\Delta=3^2-4\cdot1\cdot1=9-4=5$, substituindo estes valores na Fórmula de Bhaskara, temos:

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2\cdot1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$, ou seja, as raízes são $x_1=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$ e $x_2=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$.

As equações anteriores, que apresentam os coeficientes b e c diferentes de zero são chamadas de equações do 2º grau completas.

No entanto, algumas equações do 2° grau são da forma incompleta, ou seja, apresentam o coeficiente $b = 0$ ou o coeficiente $c = 0$. Neste caso, podemos resolver estas equações sem utilizar a fórmula descrita anteriormente. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 2.3: $x^2-5x=0$

Colocando x em evidência, temos:

$x(x-5)=0$

Repare que conseguimos reescrever o primeiro membro como produto de dois fatores (o fator x está multiplicando o fator $x-5$). Como este produto é igual a zero, isto significa que o 1° fator é zero ou o 2° fator é zero. Assim temos:

$x=0$ ou $x-5=0$

Logo, as raízes são $x_1=0$ ou $x_2=5$.

Observação: Devemos tomar muito cuidado ao resolver esta equação, pois não podemos proceder da seguinte forma:

$x^2=5x$ ("isolar o termo x^2");

$x=5$ ("dividir ambos os membros da equação por x").

Ao dividirmos os membros por x, estamos dividindo os membros dessa equação por zero (já que zero é uma das soluções), o que não é possível.

Exemplo 2.4: $x^2-4=0$

Notemos que neste caso o que queremos descobrir é um número x tal que seu quadrado menos quatro unidades é igual a zero. Primeiro, qual é o número x^2 que subtraído de quatro unidades é igual a zero? Este número é quatro, ou seja, $x^2=4$. Agora devemos encontrar o número x que elevado ao quadrado é igual a quatro. Temos duas possibilidades para x, são elas: $x_1=2$ ou $x_2=-2$.

Poderíamos resolver de outra forma. A equação $x^2-4=0$ poderia ser escrita da forma $(x-2)(x+2)=0$ (fatoramos o polinômio do 1º membro). Dessa forma, repetindo o raciocínio do exemplo 2.3, chegamos às mesmas raízes $x_1=2$ ou $x_2=-2$.

Vejamos mais alguns exemplos de equações em que não precisamos usar a Fórmula de Bhaskara:

Exemplo 2.5: $(x-5)^2=(2x-3)^2$

Uma pessoa que olhasse apressadamente para esta equação, desenvolveria a diferença de dois quadrados nos dois lados da equação e obteria a equação

$x^2-10x+25=4x^2-12x+9$,

que pode ser reduzida à forma

$3x^2-2x-16=0$.

Dessa forma, poderíamos resolvê-la usando a Fórmula de Bhaskara.

Como $a=3$, $b=-2$ e $c=-16$, temos que $\Delta=4-4\cdot3\cdot(-16)=196$. Assim,

$x=\dfrac{2\pm\sqrt{196}}{2\cdot3}=\dfrac{2\pm14}{6}$, isto é, as raízes são $x_1=\dfrac{8}{3}$ e $x_2=-2$.

Essa resolução está correta. No entanto, não precisamos de fórmula para resolver esta equação. De maneira geral, os quadrados de dois números são iguais, quando estes dois números são iguais ou quando estes números são simétricos. Veja um exemplo: $(2)^2=(-2)^2$, pois tanto o quadrado de 2 quanto o quadrado de -2 são iguais a 4. Além disso, é evidente que $(2)^2=(2)^2$.

Assim, para resolver a equação $(x-5)^2=(2x-3)^2$, temos que considerar duas possibilidades:

1ª possibilidade: as expressões que estão elevadas ao quadrado representam números que são iguais. Logo:

$x-5=2x-3$

Resolvendo, temos $x=-2$

2ª possibilidade: as expressões que estão elevadas ao quadrado representam números que são simétricos. Assim, escrevemos:

$$x-5=-(2x-3)\Rightarrow x-5=-2x+3\Rightarrow x+2x=3+5\Rightarrow 3x=8\Rightarrow x=\frac{8}{3}.$$

Concluímos que as raízes desta equação são $x_1=\frac{8}{3}$ e $x_1=-2$.

Observação: Alguém poderia tentar extrair a raiz quadrada dos dois lados da equação, mas $\sqrt{x^2}=x$ só é verdadeira para $x\geq 0$. Fazendo desta forma (errada) encontraríamos $x-5=2x-3$, o que resulta em $x=-2$. Ou seja, encontraríamos apenas uma das raízes.

Exemplo 2.6: $(x-3)^2(x-5)=0$

Repare que se desenvolvermos o quadrado da diferença de dois termos e depois aplicarmos a propriedade distributiva, isto resultaria em uma equação de 3° grau. Poderíamos usar o mesmo raciocínio empregado no Exemplo 2.3, isto é, o produto de dois números é zero, quando pelo menos um dos fatores é igual a zero. Assim, temos duas possibilidades:

1ª possibilidade

$(x-3)^2=0$

O único número cujo quadrado é zero é o próprio zero, ou seja

$x-3=0$.

Assim, uma das raízes é $x=3$.

2ª possibilidade:

$x-5=0$

A outra raiz é $x=5$.

Exemplo 2.7: $(3x-5)^2=36$

Neste caso, não precisamos desenvolver o produto notável. Existem dois números cujo quadrado é 36: 6 e -6. Assim, temos que

$$3x-5=6 \quad \text{ou} \quad 3x-5=-6$$

$$x=\frac{11}{3} \qquad\qquad x=-\frac{1}{3}$$

Logo, as raízes são: $x=\frac{11}{3}$ e $x=-\frac{1}{3}$.

Agora é sua vez! Tente resolver os exercícios a seguir.

Resolva as equações:

a. $(2x-4)^2=(7x+17)^2$

b. $2x^2-3x=0$

c. $(x-7)(3x+6)^2=0$

d. $x^2+4x+1=0$

e. $(7-2x)^2=25$

f. $x^2-6x+10=0$

g. $4x^2-25=0$

h. $(5x+2)^2=9$

i. $x^2+6x+9=0$

j. $x(x+3)(2x-3)^2=0$

k. $3x^2+12=0$

l. $(x+5)^2(3x-4)^2=0$

Atividade 1

Anote suas respostas em seu caderno

Seção 3
Fórmulas de função do 2° grau no cotidiano

Num campeonato de futebol, 20 clubes enfrentam-se em turno e returno, ou seja, todos jogam contra todos em dois turnos. Você sabe quantos jogos são realizados neste campeonato? Para respondermos a esta pergunta, podemos pensar da seguinte maneira: sejam C1, C2, ..., C19 e C20 os clubes participantes, para cada par de letras temos 1 jogo. Por exemplo, C1C2 representa o jogo entre estes dois clubes em que o C1 está jogando em casa e C2 é o desafiante. Já C2C1 significa que neste jogo C1 é o visitante e C2 é o clube da casa. Assim, para determinar o número de jogos, temos de decidir quem será o time da casa e quem será o time desafiante. Para o time da casa, temos 20 escolhas possíveis, escolhido o time da casa agora temos de escolher o time visitante, o que podemos fazer de 19 maneiras. Logo, o total de jogos é igual a 20 x 19 = 380.

E se quisermos calcular o número de jogos *y* de um campeonato com *x* clubes em que todos se enfrentam em dois turnos, de que forma podemos fazer isto? Usaremos o mesmo raciocínio utilizado no exemplo anterior. Para determinar o número de jogos, temos de decidir quem será o time da casa e quem será o time desafiante. Para o time da casa, temos x escolhas possíveis. Escolhido o time da casa, agora temos de escolher o time visitante, o que podemos fazer de $(x - 1)$ maneiras. Logo, o total de jogos é $y = x(x - 1)$. Ou seja, o número de jogos é obtido a partir da lei da função do 2° grau $y = x^2 - x$.

De maneira geral, uma função polinomial do 2° grau é toda função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

Atividade 2

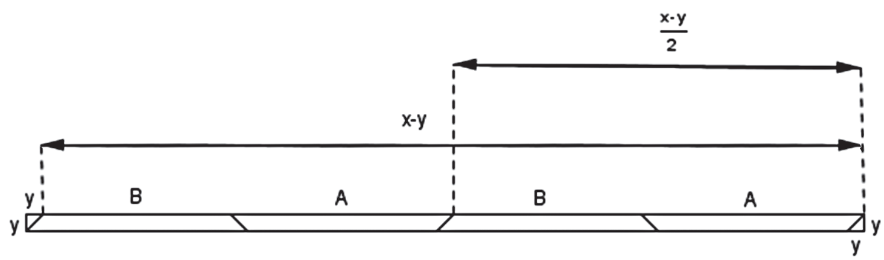
1. Suponha que um campeonato siga as regras dadas no exemplo anterior.
   a. Determine o número de jogos, se o campeonato for disputado por 12 times.
   b. Determine quantos times estão disputando um determinado campeonato (diferente do item a), sabendo que 90 jogos foram realizados.
2. Com uma corda de 100 metros, deseja-se demarcar no chão uma região retangular.
   a. Se uma das dimensões desse retângulo é de 20 metros, qual é a outra?
   b. Quais são as dimensões do retângulo que tem área 600 metros quadrados?
   c. Expresse a área *y* do retângulo em função do seu comprimento *x*.

Anote suas respostas em seu caderno

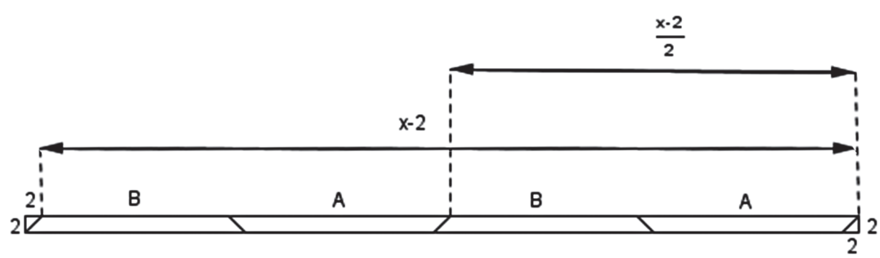
Voltando ao problema da seção 1:

Na seção 1, tínhamos a seguinte situação problema: "Marlise precisa de ripas para fazer molduras para quadros de medidas iguais a: 10x10 cm, 15x15 cm, 20x20 cm, 25x25 cm, 30x30 cm e 35x35 cm. Além disso, ela deseja que as molduras tenham 2 cm de largura, ou seja, quer que as ripas de madeira tenham 2 cm de largura. Quais devem ser os comprimentos das ripas para cada tipo de moldura?

Para resolvermos este problema, primeiro devemos notar que as ripas devem ser cortadas em formas de trapézio (de base maior A e base menor B), e, para que aproveitemos o máximo da madeira, devemos fazer cortes de 45° como mostrado na figura abaixo, onde x é a medida do comprimento de cada ripa e y a medida da largura (2 cm no caso).



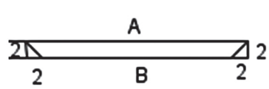
No nosso exemplo, as ripas têm 2 cm de largura, assim temos a seguinte figura:



Desta figura, temos:

$$A+B=\frac{x-2}{2}(*)$$

Destacando um dos trapézios, temos:

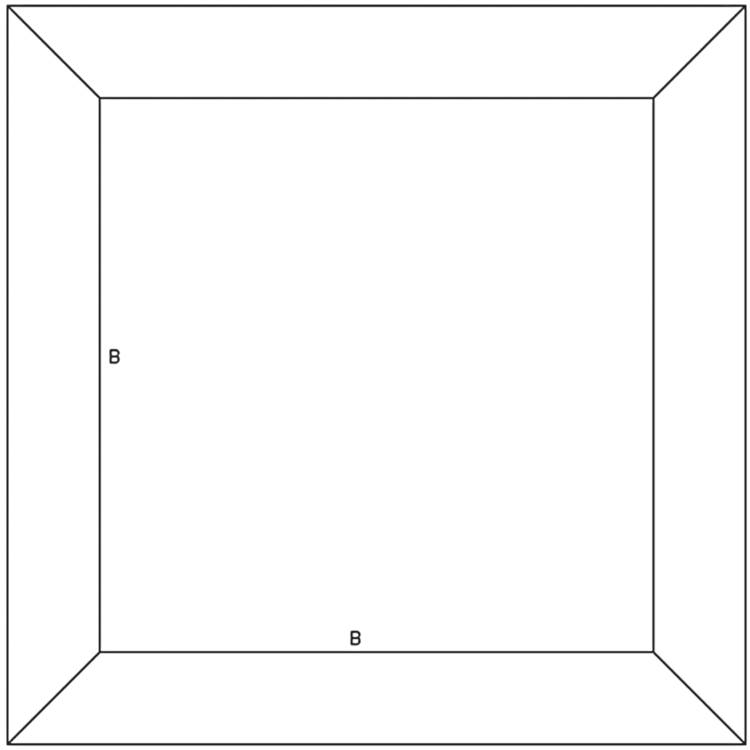


$A-B=4$ (**)

Resolvendo o sistema formado pelas equações (*) e (**), chegamos aos seguintes resultados:

$$A=\frac{x+6}{4} \text{ e } B=\frac{x-10}{4}$$

A moldura ficará com formato como mostrado na figura a seguir:



Assim, o quadro de formato quadrado construído com uma ripa de comprimento x possui área igual a:

$$S=\left(\frac{x-10}{4}\right)^2=\frac{1}{16}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{25}{4}\quad \text{(função do 2º grau)}$$

Dessa forma, se for pedido à Marlise uma moldura para um quadro 10 cm x 10 cm, ela terá de substituir *S* por 100 na função acima, pois é a área de um quadrado de lado 10. Substituindo, temos:

$$\left(\frac{x-10}{4}\right)^2=100$$

Lembra como resolvemos este tipo de equação? Queremos calcular um "número" que elevado ao quadrado dê 100. Que número é este? Os possíveis números são 10 e –10. Assim, temos:

$$\frac{x-10}{4}=10 \qquad \text{ou} \qquad \frac{x-10}{4}=-10$$

$$x=50 \qquad\qquad x=-30\ \text{(não serve)}$$

Logo, a ripa deve ter 50 cm de comprimento. E aí, o que achou? Tente fazer o mesmo para quadros de tamanhos 15x15 cm, 20x20 cm, 25x25 cm, 30x30 cm e 35x35 cm.

Você sabia que os Antigos Babilônios já sabiam resolver equações do 2° grau há mais de 4 mil anos? É verdade! Eles usavam um sistema sexagesimal e não o nosso sistema atual que é decimal. Eis um exemplo (no nosso sistema decimal) que data de 1800 a.C., aproximadamente, encontrado numa tábula de Strasburgo: "Uma área A, que consiste na soma de dois quadrados, é 1000. O lado de um dos quadrados é 10 a menos que 2/3 do lado do outro quadrado. Quais os lados dos quadrados?" Fica este exercício como desafio para você resolver.

Fonte: EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Ed Unicamp.

Saiba Mais

Um grupo deseja fretar um ônibus para fazer uma excursão. O ônibus possui 40 assentos e o preço da passagem para cada pessoa do grupo é de 50 reais acrescidos de 2 reais por assento vazio.

a. Se o grupo possui 30 pessoas, qual o preço da passagem para essa excursão?

b. Expresse o valor V total pago pelo grupo em função da quantidade x de assentos vazios nesse ônibus.

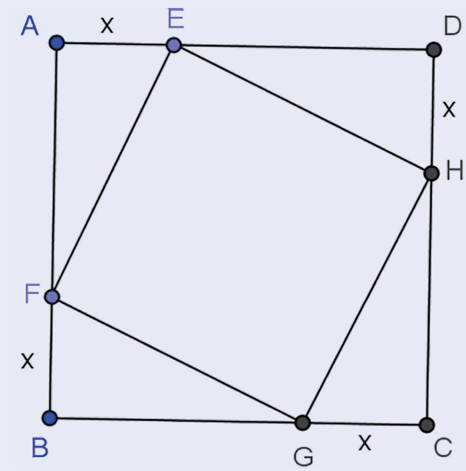
c. Um grupo que pagou 2100 reais pelo passeio deixou quantos lugares vazios no ônibus.

Atividade 3

Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 4

Em um quadrado ABCD de lado 10 cm, inscreve-se outro quadrado EFGH como mostra a figura abaixo. Note que os segmentos AE, BF, CG e DH têm comprimento x.



a. Subtraindo-se da área do quadrado ABCD, as áreas dos 4 triângulos retângulos da figura, pode-se determinar a área S do quadrado EFGH. Determine S quando x = 2 cm. (Dica: a área de um triângulo é determinada pela metade do produto entre a medida da base pela medida da altura desse triângulo)

b. Expresse, em função de x, a área y de um dos triângulos da figura e a área Y do quadrado EFGH.

c. Determine o valor de x para que o quadrado EFGH tenha área 50 metros quadrados.

Anote suas respostas em seu caderno

Resumo

- Função polinomial do 2° grau é toda função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que $a \neq 0$.
- A forma tradicional de resolver uma equação do segundo grau é usando a Fórmula de Bhaskara:

  $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$.
- Muitas equações do segundo grau podem ser resolvidas sem recorrer a esta fórmula. Como, por exemplo, as equações do segundo grau que têm c=0 ou b = 0.

Veja ainda

Para saciar sua curiosidade, indicamos os seguintes sites:

- http://www.somatematica.com.br
- http://www.passeiospelamatematica.net/dia-a-dia/matdi.htm

Referências

Livros

- Lima, E.L., Carvalho, P.C.P., Wagner, E., Morgado, A.C. **A matemática do Ensino médio**, vol.1, SBM.
- Iezzi, G., Dolce, O., Degenszajn, D., Périgo, R., de Almeida, N. **Matemática ciência e aplicações**, vol.1, Ed Saraiva.
- Lozada, Cláudia de Oliveira; Araújo, Mauro Sérgio Teixeira de; Morrone Wagner; Amaral, Luiz Henrique, Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), SP. **A modelagem matemática aplicada ao ensino de Física no Ensino Médio**, Revista Logos, n° 14, 2006.

Imagens

- http://www.sxc.hu/photo/475767.

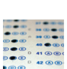
- http://fisicamoderna.blog.uol.com.br/images/diego_hyp_corpo.jpg.

- http://www.vestibulandoweb.com.br/fisica/teoria/fundamentos-cinematica-8.gif.

- http://www.electrospace.com.br/vitrine/Antenas/slides/Antenas%20Parabolicas%2001.jpg.

- http://www.viladoartesao.com.br/blog/wp-content/uploads/2011/02/corte_ripas.jpg.

- http://www.sxc.hu/photo/1295183.



- http://www.sxc.hu/photo/517386

- http://www.sxc.hu/985516_96035528

- http://www.sxc.hu/browse.phtml?f=download&id=1024076

Respostas das Atividades

Atividade 1

a. $x = -\frac{21}{5}$ e $x = -\frac{13}{9}$

b. $x = 0$ e $x = \frac{3}{2}$

c. $x = 7$ e $x = -2$

d. $x = -2 + \sqrt{3}$ e $x = -2 - \sqrt{3}$

e. $x = 1$ e $x = 6$

f. Não existe raiz real

g. $x = -\frac{5}{2}$ e $x = -\frac{5}{2}$

h. $x = \frac{1}{2}$ e $x = -1$

i. $x = 3$ (raiz dupla)

j. $x = 0$, $x = \frac{3}{2}$ e $x = -3$

k. Não existe raiz real

l. $x = -5$ e $x = \frac{4}{3}$

Atividade 2

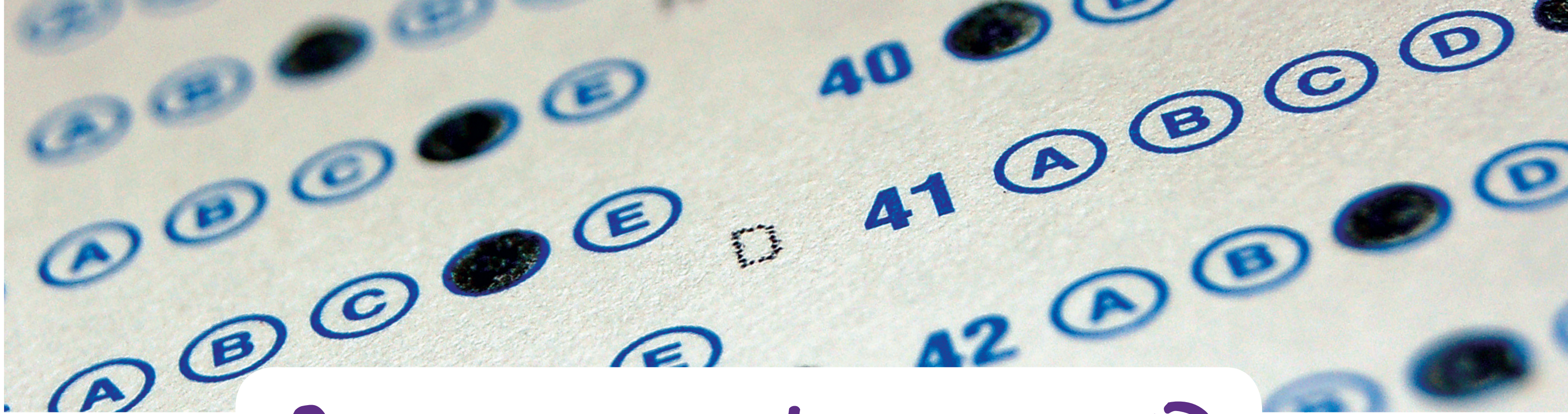
1. a. 132 jogos   b. 10 times
2. a. 30   b. 20mx30m   c. y=20 . x

Atividade 3

a. 70 reais.

b $V = -2x^2 + 30x + 2000$

c. 5 ou 10.



O que perguntam por aí?

(ENEM – 2009)

Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é:

a. $V = 10.000 + 50x - x^2$

b. $V = 10.000 + 50x + x^2$

c. $V = 15.000 - 50x - x^2$

d. $V = 15.000 + 50x - x^2$

e. $V = 15.000 - 50x + x^2$

Solução:

Primeiro notemos a tabela a seguir:

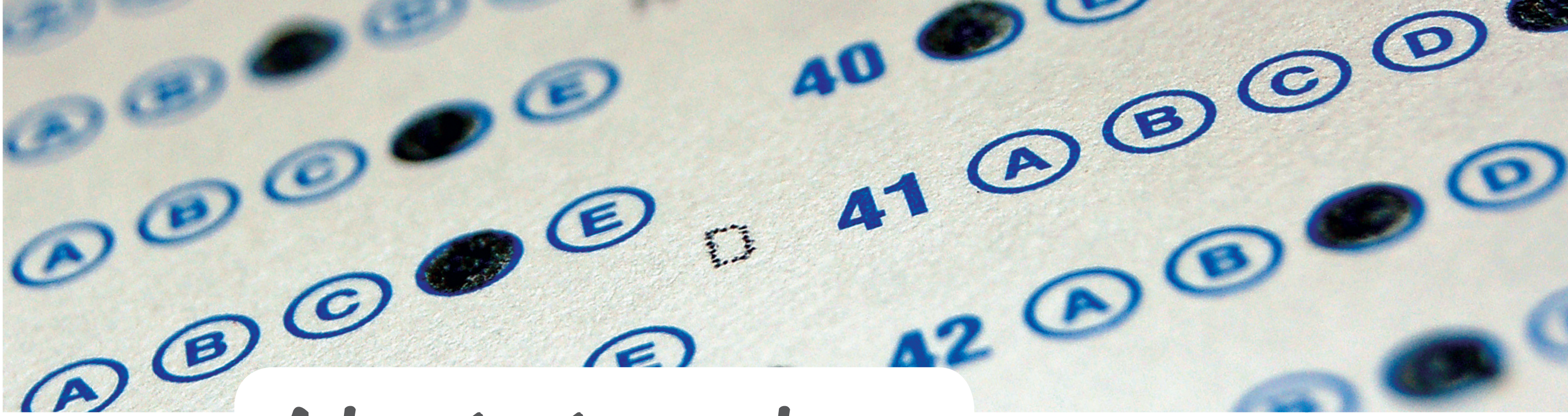
Quantidade de álcool (em litros)	10.000	$10.000 + 1 \cdot 100$	$10.000 + 2 \cdot 100$	......	$10.000 + x \cdot 100$
Preço por litro (em reais)	1,50	$1,50 - 1 \cdot 0,01$	$1,50 - 2 \cdot 0,01$	......	$1,50 - x \cdot 0,01$

Assim, temos:

Valor arrecadado/dia = (quantidade de álcool/dia)·(preço do litro de álcool)

$V = (10000 + 100x) \cdot (1{,}5 - 0{,}01x)$

Logo, a resposta é $V = 15.000 + 50x - x^2$, ou seja, a alternativa D.



Atividade extra

Exercício 1 (FAAP-SP)

Uma indústria produz, por dia, x unidades de determinado produto, e pode vender sua produção a um preço de R$100,00 a unidade. O custo total, em reais, da produção diária é igual a $x^2 + 20x + 700$.

Qual deve ser o número de unidades produzidas e vendidas por dia para que a indústria tenha lucro diário de R$ 900,00?

(a) 30 (b) 35 (c) 40 (d) 45

Exercício 2 (PUC-SP)

Uma bola é largada do alto de um edifício e cai em direção ao solo. Sua altura *h* em relação ao solo, *t* segundos após o lançamento, é dada pela expressão $h = -25t^2 + 625$.

Quantos segundos após o lançamento a bola atingirá o solo?

(a) 2s (b) 3s (c) 4s (d) 5s

Exercício 3

Um fabricante vende mensalmente *c* unidades de um determinado artigo por $V(x) = x^2 - x$, sendo o custo da produção dado por $C(x) = 2x^2 - 7x + 8$.

Quantas unidades devem ser vendidas mensalmente, de modo que se obtenha o lucro máximo?

(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 6

Exercício 4 (PUC-SP)

A trajetória de um projétil foi representada no plano cartesiano por $y = -\frac{x^2}{64} + \frac{x}{16}$, com uma unidade representando um quilômetro.

Qual a altura máxima que o projétil atingiu?

(a) 62,5m (b) 65,2m (c) 64,5m (d) 66,2m

Exercício 5 (ENEM – 2009 – Adaptado)

Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros.

Qual a expressão que representa as vendas V em função do valor x, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro?

(a) $V = 15000 + 50x - x^2$

(c) $V = 15000 + 50 + x^2$

(b) $V = 15000 - 50 - x^2$

(d) $V = 15000 - 50 + x^2$

Exercício 6

Uma loja de departamentos compra cartuchos para uma determinada impressora jato de tinta a R$ 28,00 a unidade e prevê que, se cada cartucho for vendido a x reais, serão vendidos $200 - 2x$ cartuchos por mês.

Qual deve ser o preço de venda x de cada cartucho para que o lucro seja máximo?

(a) R$ 64 (b) R$ 60 (c) R$ 56 (d) R$ 52

Exercício 7

Um vidraceiro tem um pedaço de espelho, na forma de um triângulo retângulo cujos lados medem 60cm, 80cm e 1m e quer cortar um espelho retangular cujo tamanho seja o maior possível. Para ganhar tempo, ele quer que os dois lados do retângulo estejam sobre os lados do triângulo.

Quais as medidas desses dois lados do retângulo que o vidraceiro deverá cortar?

(a) 20cm e 40cm (b) 30cm e 40cm (c) 20 cm e 30 cm (d) 30 cm e 30 cm

Exercício 8

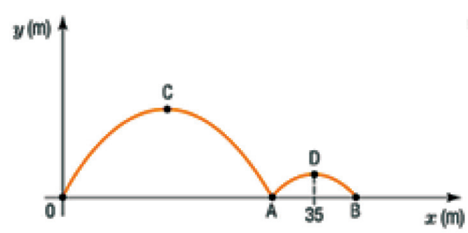
Uma bola é lançada verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 35m/s, a partir do solo. Sendo a aceleração da gravidade $-10m/s^2$.

Em quanto tempo, em segundos, a bola atinge a altura maxima?

(a) 3,1 (b) 3,3 (c) 3,5 d) 3, 7

Exercício 9

Uma bola de futebol é lançada de um ponto 0 e, em seguida, toca o solo nos pontos *A* e *B*, conforme representado no sistema de eixos ortogonais:



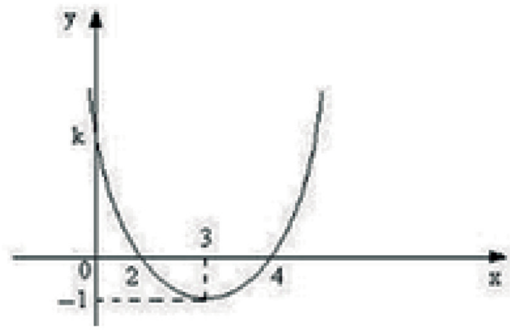
Durante sua trajetória, a bola descreve duas parábolas com vértices *C* e *D*. A equação de uma dessas parábolas é $y(x) = -\frac{x^2}{75} + \frac{2x}{5}$

Qual a distância do ponto 0 ao ponto B, em metros?

(a) 38 (b) 40 (c) 45 (d) 50

Exercício 10

Considere a parábola no gráfico mostrado na imagem



Qual é o valor de *k*.

(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

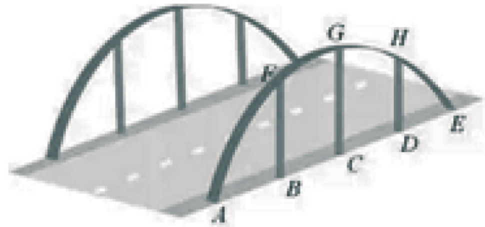
Exercício 11

Uma projétil é lançada ao ar. Sua altura *h*, em metros, *t* segundos após o lançamento é h =$-t^2 + 4t + 5$.

Quantos segundos depois do lançamento o projétil toca o solo?

Exercício 12

A figura ilustra uma ponte suspensa por estruturas metálicas em forma de arco de parábola.



Os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* estão nomesmonível da estrada e a distância entre quaisquer dois consecutivos é 25m. Os elementos de sustentação são todos perpendiculares ao plano da estrada e a altura do elemento central *CG* é 20m.

Qual o valor da altura de *DH* em metros?

Exercício 13

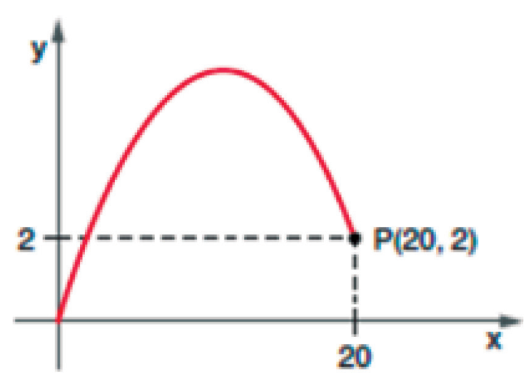
Um pequeno pomar com 40 árvores plantadas produz 25 cestas de frutas por árvores. Devido à disputa de nutrientes no solo, a cada árvore que é plantada a mais, cada uma das árvores produz 1/4 de cestas a menos.

Qual o número de árvores que devem estar no pomar para que a produção seja máxima?

Exercício 14

Um jogador de futebol se encontra a uma distância de 20m da trave do gol adversário, quando chuta uma bola que vai bater exatamente sobre essa trave, de altura 2 m. A equação da trajetória da bola em relação ao sistema de coordenadas indicado na figura é:

$$y = ax^2 + (1 - 2a)x$$



Qual a altura máxima atingida pela bola?

Exercício 15

Uma indústria de refrigerantes tem sua produção diária *P*, em garrafas, variando com o número de operadores em serviço *n*, de acordo com a função $P(n) = n^2 + 50n + 20000$. Qual o número de operadores necessários para produzir 21400 garrafas de refrigerantes em um dia?

Gabarito

Exercício 1

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 2

A	B	C	D
○	○	○	●

Exercício 3

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 4

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 5

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 6

A	B	C	D
●	○	○	○

Exercício 7

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 8

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 9

A	B	C	D
○	●	○	○

Exercício 10

A	B	C	D
○	○	●	○

Exercício 11

5 segundos.

Exercício 12

15 m.

Exercício 13

70 arvores.

Exercício 14

6,05 m.

Exercício 15

70 operadores.