Geometria Analítica 1

Fascículo 12

Unidade 39

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

Geometria Analítica 1

Para Início de Conversa...

Você sabe o que significa geometria analítica? E plano diretor de uma cidade? E o que essas duas coisas têm em comum?

Vamos à primeira pergunta:

Geometria analítica nada mais é que o estudo da Geometria utilizando a Álgebra. Com essa ferramenta é possível associar equações e outros recursos algébricos às formas geométricas (pontos, retas e outras curvas planas.

Já o plano diretor é um instrumento do planejamento municipal para a implantação da política de desenvolvimento urbano. E por que fizemos essas duas perguntas a você no início dessa unidade? É simples!

Você acaba de ser convidado para ajudar a desenvolver o plano diretor da sua cidade, conhecida como cidade A. Sabemos que uma das especificidades da sua cidade é que a grande maioria de seus habitantes trabalha na cidade C, gastando uma parte significativa do dia num trânsito bastante engarrafado. A mesma coisa vale para os habitantes da cidade vizinha, a cidade B.

Figura 1: Engarrafamento.

Recentemente, o governo do estado construiu uma ferrovia ligando a cidade C à malha ferroviária nacional. Como a ferrovia passava perto da sua cidade, a atual gestão pensou em construir uma estação para facilitar o acesso dos moradores ao local de trabalho. O prefeito da cidade vizinha, sabendo disso, se ofereceu para dividir os custos da estação, visto que ela também beneficiaria os habitantes da cidade B. Fechado o acordo nestes termos – 50% dos custos para cada uma das prefeituras - nada mais justo que a distância da estação a cada uma das cidades fosse a mesma!

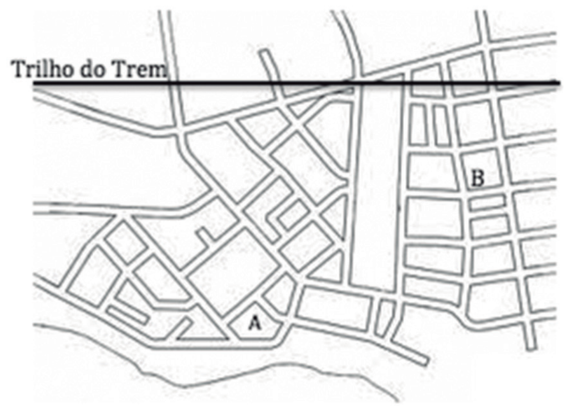


Figura 2: **Mapa das cidades A e B, com indicação do trilho da ferrovia.**

E aí? Como resolver esse problema?

Saiba Mais

Esse problema foi inspirado no problema apresentado em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1015

Objetivos de aprendizagem

- Identificar e utilizar o Sistema Cartesiano ortogonal
- Calcular Distância entre dois pontos
- Identificar a posição relativa de duas retas no plano
- Conhecer a equação da reta na sua forma reduzida, fundamental e paramétrica.
- Determinar a equação de uma reta que passe por dois pontos ou que passe por um ponto e que possua uma determinada inclinação.

Seção 1
Plano Cartesiano

O problema apresentado é bem interessante, não acha?! Vamos resolvê-lo ao longo dessa unidade? Ótimo! Para isso, precisamos estabelecer alguns conceitos. O primeiro deles é o de plano cartesiano.

Existem diversos sistemas de representação que auxiliam na localização de pontos sobre determinadas superfícies. As latitudes e longitudes, por exemplo, permitem a localização na superfície do globo terrestre.

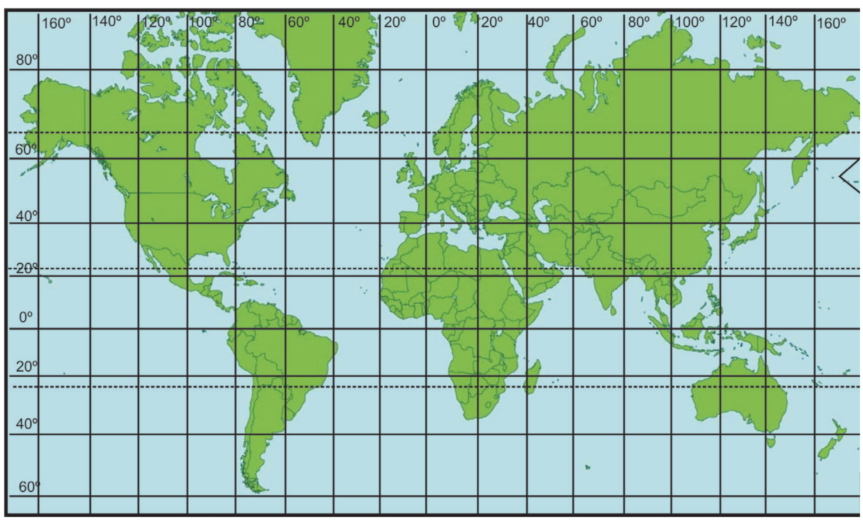


Figura 3: Mapa mundi planificado.

O plano cartesiano permite a localização de pontos do plano. São utilizadas duas retas numéricas perpendiculares que se intersectam em suas origens e, aos pontos do plano, associamos dois valores: um no eixo horizontal e outro no eixo vertical, conforme a ilustração a seguir.

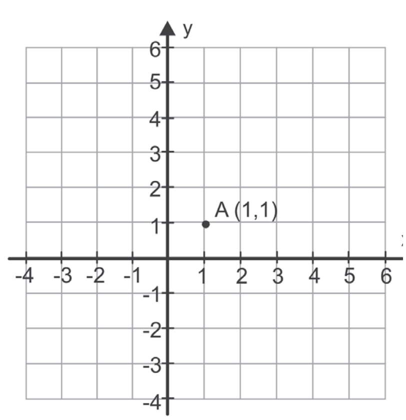
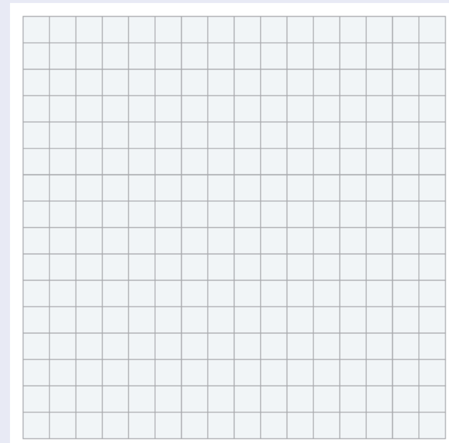


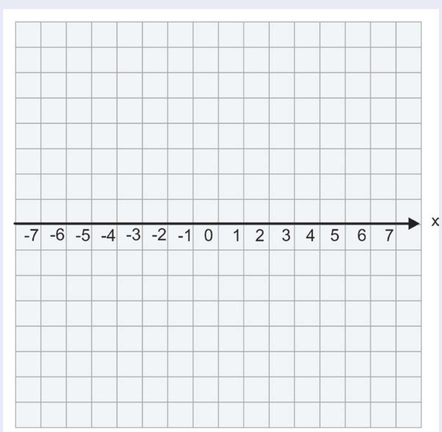
Figura 4: Plano cartesiano com o ponto A(1,1) destacado.

Apresentamos a seguir um passo a passo. Acompanhe, é bem fácil de entender!

Passo 1

Obtendo o plano em uma malha quadriculada. A malha é apenas para facilitar, é perfeitamente possível construir o plano sem ela.





Passo 2

Traçando o eixo das abscissas. Esse é um eixo horizontal numerado representado pela letra x. Na figura, estão marcados alguns números inteiros, mas qualquer número real pode ser localizado nessa reta.

Passo 3

Traçando o eixo das ordenadas. Esse é um eixo vertical numerado representado pela letra y.

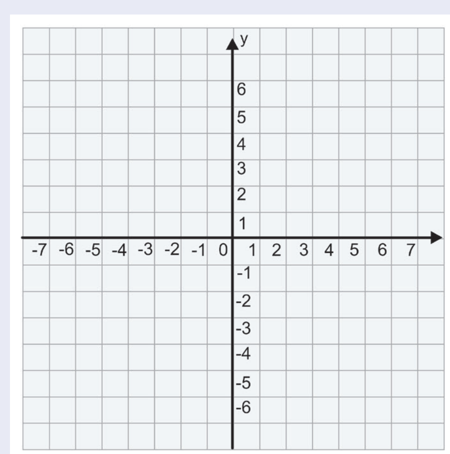


Figura 5: Passo a passo para a construção do plano cartesiano.

Muito bem, de posse do plano cartesiano, você pode identificar o ponto A –veja na figura - da seguinte maneira:

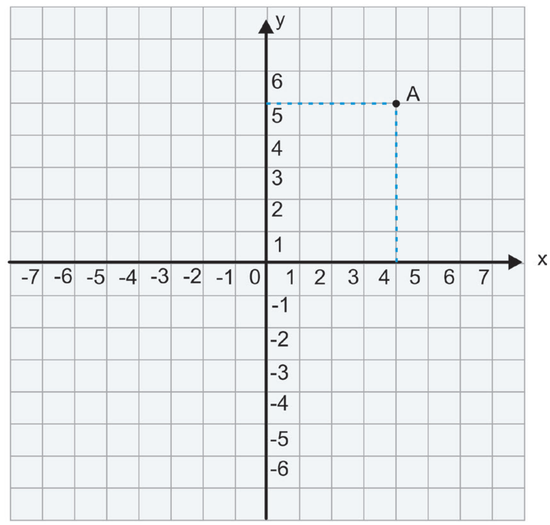


Figura 6: Plano cartesiano com o ponto A destacado.

O pé da perpendicular ao eixo x traçada pelo ponto A coincide com o ponto associado ao número 4. De maneira análoga, o pé da perpendicular ao eixo y traçada por A está associado ao número 5. Dessa forma, diremos que o ponto A será representado pelo par ordenado (4,5). Ao identificarmos um ponto, sempre escreveremos primeiro o valor de sua posição no eixo das abscissas(eixo x) e, em seguida, sua posição no eixo das ordenadas(eixo y). Resumindo: o par é dado por (x, y).

Repare que o ponto (5,4) é um ponto diferente de A, porque x = 5 e y = 4. O ponto (5,4) está representado por B. Vejam só:

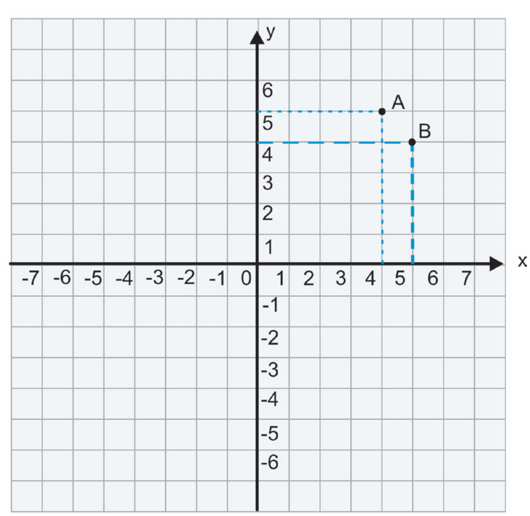
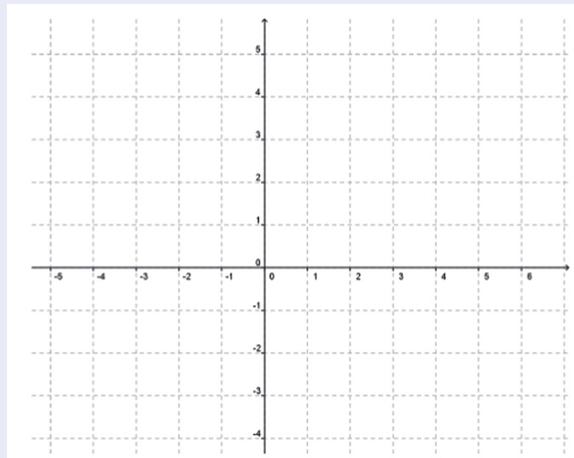


Figura 7: Plano cartesiano com os pontos A e B destacados.

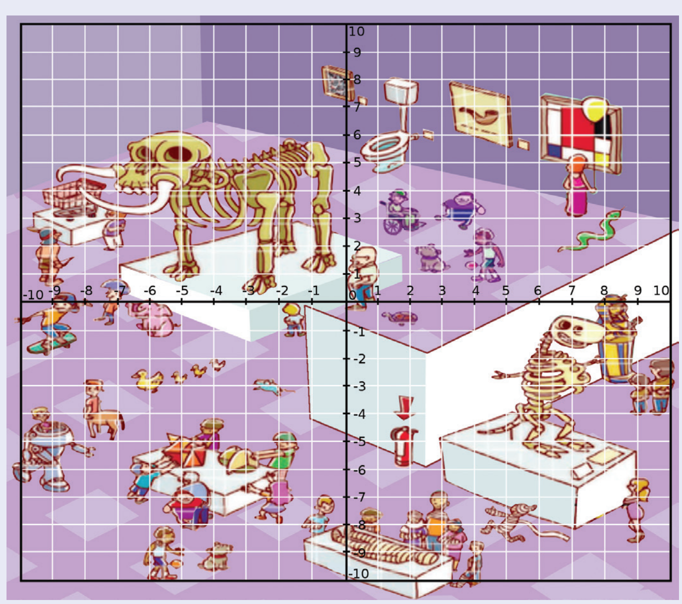
Atividade 1

Vamos representar mais alguns pontos? Represente no plano cartesiano a seguir os pontos C (-1,-3), D(0,4), E(-2,0), F(2, -4), G(3, 3) e H(-2, 1).



Anote suas respostas em seu caderno

Atividade 2

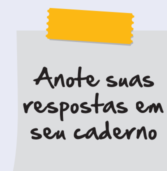


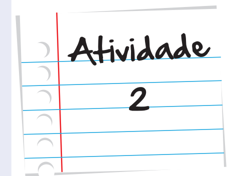
Diga quais objetos estão nos pontos:

(2,-5)

(-8, 4)

(7, 6)





Seção 2

Distância entre dois pontos

Você se lembra do nosso problema inicial da estação de trem? Então, vamos pensar juntos! Imagine que as cidades e o ponto onde ficará a estação sejam os vértices de um triângulo.

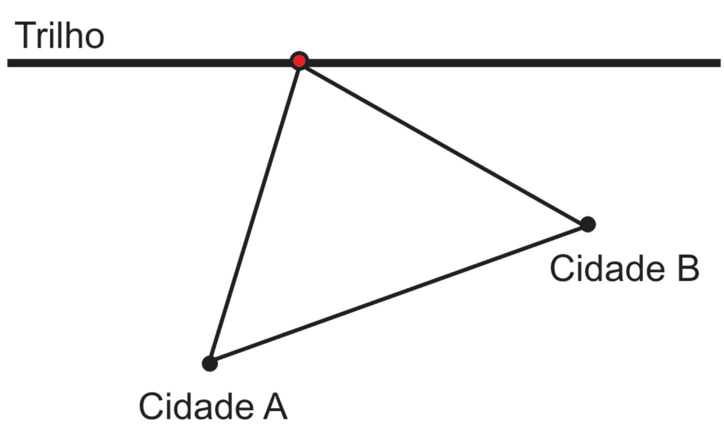


Figura 9: Representação das cidades A e B e do trilho de trem.

Vocês lembram da condição do nosso problema? Isso, essa mesmo: a distância entre a estação e cada uma das cidades deve ser a mesma – afinal, os custos de construção serão divididos igualmente entre as prefeituras.

Então, como o valor da distância entre a cidade A e a estação é idêntico ao valor da distância entre a cidade B e a estação podemos dizer o seguinte: o triângulo formado pelos pontos A, B e pela estação é isósceles!

E, resgatando nossa geometria plana, se o triângulo tem dois lados iguais, também tem dois ângulos iguais. Além disso, a bissetriz do ângulo cujo vértice é o ponto procurado coincide com a mediana e com a altura traçada a partir desse vértice. Vejam na figura

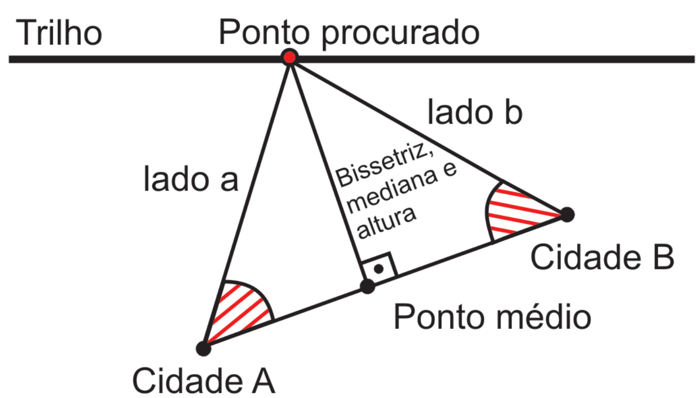


Figura 10: Representação do triângulo formado pela estação e as cidades A e B, com lados, ângulos, medianas e bissetriz destacados.

Desta maneira, basta encontrar a metade da distância entre as cidades A e B e, do ponto encontrado, traçar uma reta perpendicular ao segmento AB (será a mediana / bissetriz / altura, certo?) até que ela encontre o trilho de trem. Nessa intersecção estará o ponto procurado.

Depois dessas considerações, nosso problema se resumiu a encontrar a metade da distância entre as cidades A e B. Vamos entender como podemos encontrar a distância entre dois pontos? Muito bem, vamos lá!

Sejam os pontos A e B representados no plano cartesiano a seguir:

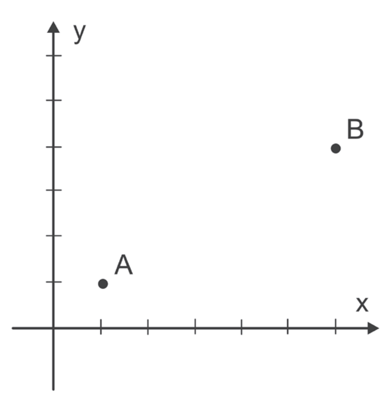


Figura 11: Plano cartesiano com eixos e os pontos A e B destacados.

Como A e B estão representados no plano cartesiano, vamos considerar os coordenadas de A por x_A e y_A e as coordenadas de B por x_B e y_B. Vamos também designar a distância entre esses pontos por d_{AB} . Acompanhem na figura:

Conseguimos assim obter um triângulo retângulo cujos catetos são x_Ax_B cuja medida é $(x_B – x_A)$ e y_Ay_B cuja medida é $(y_B – y_A)$ e cuja hipotenusa é a distância d_{AB} entre os pontos. As medidas dos lados de um triângulo retângulo estão relacionadas pelo Teorema de Pitágoras: em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

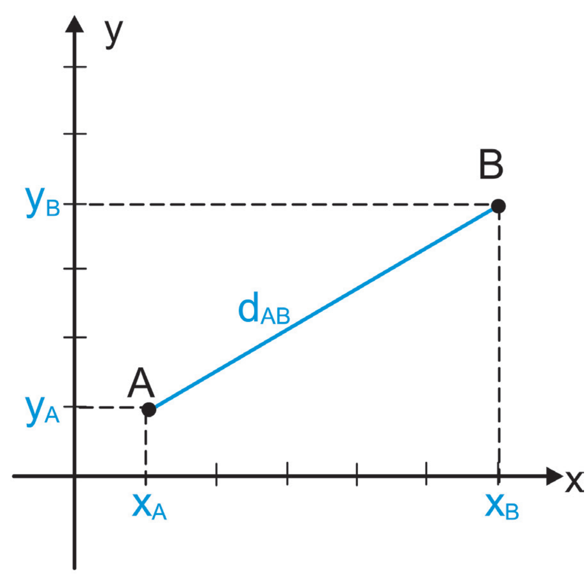


Figura 12: Plano cartesiano com eixos e os pontos A e B destacados.

Utilizando Teorema de Pitágoras temos:

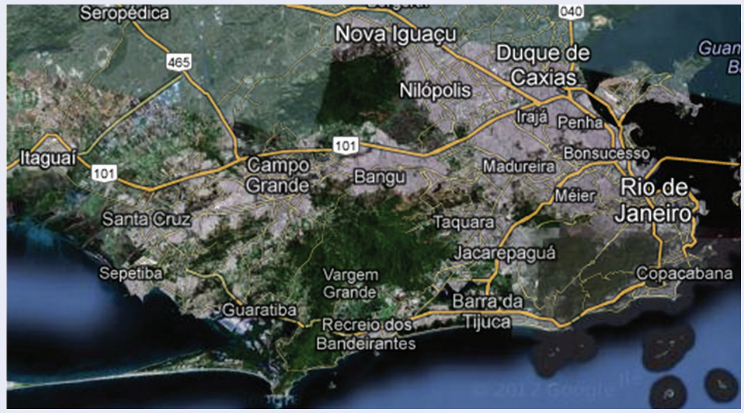
$$d_{AB}{}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$
$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

A partir daí, sabendo as coordenadas das cidades A e B fica fácil encontrar a distância entre elas.

E que tal uma atividade?

Atividade 3

Carla mora em Campo Grande e arrumou um novo emprego no Méier. Pelo mapa, Carla observou que as coordenadas de Campo Grande e do Méier são (30, 27) e (60,24) respectivamente



Determine a distância (em linha reta) entre Campo Grande e o Méier.

Anote suas respostas em seu caderno

Encerramos esta seção com uma interessante sugestão: o site da Anatel tem um aplicativo que permite calcular a distância entre dois municípios ou entre dois pontos quaisquer, via latitude e longitude. Aliás, será que o site encontrou o mesmo valor que a gente? Dê um pulinho por lá e descubra! Para Campo Grande, latitude e longitude são 22° 52′ 47″ S e 43° 33′ 43″ O. Para o Méier 22° 53′ 56″ S e 43° 16′ 58″ O.

Página do site da Anatel que permite calcular a distância entre dois municípios:

http://sistemas.anatel.gov.br/apoio_sitarweb/Tabelas/Municipio/DistanciaDoisPontos/Tela.asp. Uma dica: para inserir a latitude, atente para a caixa de seleção Norte/Sul. Já no caso da longitude, como todo o território brasileiro está a Oeste de Greenwich, não há caixa de seleção.

Multimídia

Seção 3
Retas

Posições relativas entre duas retas no plano

O arquiteto responsável pelo projeto da estação enviou um email a todos os envolvidos na construção. O email continha algumas das diretrizes a serem seguidas na realização da obra:

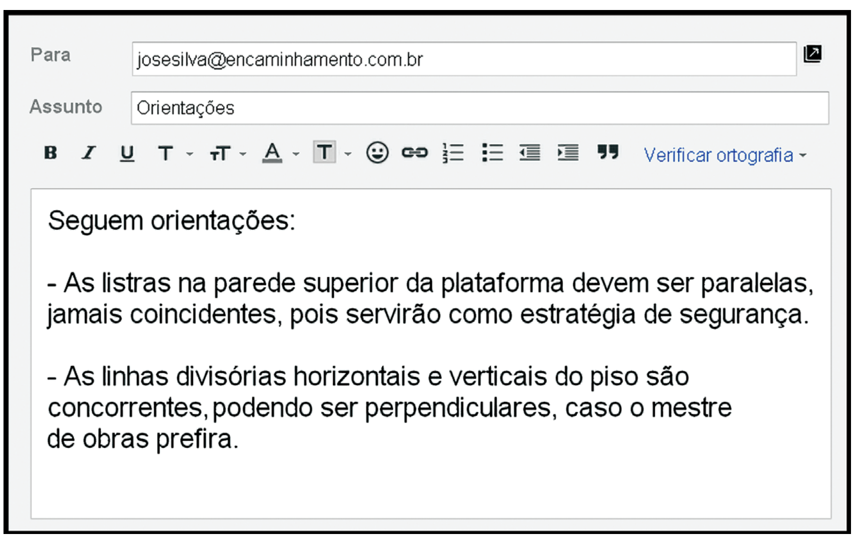


Figura 13: Email enviado pelo arquiteto responsável pelo projeto da estação com diretrizes para a obra.

Como algumas pessoas tiveram dificuldades em entender o que o arquiteto deu como instrução, ele enviou um novo email com as seguintes definições:

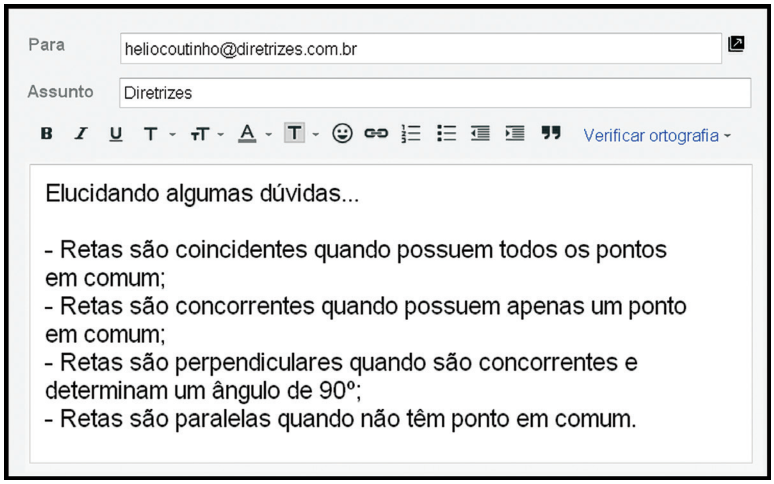


Figura 14: Email enviado pelo arquiteto responsável pelo projeto da estação com esclarecimento acerca das diretrizes.

Multimídia

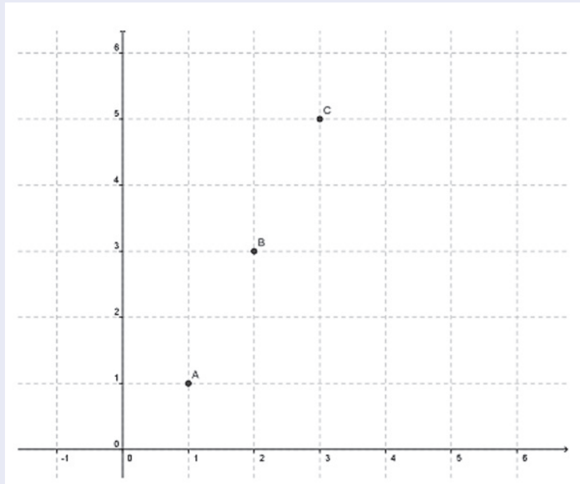
No link abaixo, você encontra uma coleção de atividades desenvolvidas com software Geogebra. Dentre elas, destacamos a atividade 7, referente às posições relativas de duas retas no plano

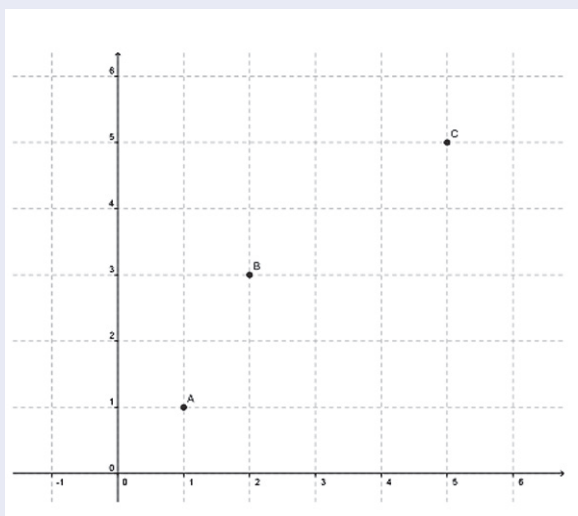
http://mandrake.mat.ufrgs.br/~mat01074/20072/grupos/ditafafran/geogebra/geo.html

Equações da reta

Já vimos nas seções anteriores como representar pontos no plano cartesiano. Pretende-se agora estudar a reta através dos recursos algébricos fornecidos pela Geometria Analítica. Mostraremos que a equação de uma reta será da forma $y = ax + b$. Em outras palavras, os pontos do plano tais que a segunda coordenada y é dada em função da primeira coordenada x segundo a fórmula anterior é um conjunto de pontos alinhados.

Atividade 4





a. Observe as duas figuras anteriores e diga em qual delas os pontos A, B e C estão alinhados. Sua resposta, a princípio, pode ser dada de forma intuitiva. Tente explicar sua conclusão através de ferramentas matemáticas.

   Dica: uma forma de mostrar que A, B e C estão alinhados é mostrar que a distância de A à C é igual à soma das distâncias de A à B e de B à C.

b. Mostre que no primeiro caso, o três pontos A, B e C satisfazem à equação $y = 2x - 1$, enquanto, no segundo caso, isto não acontece.

Anote suas respostas em seu caderno

Equação reduzida

Como determinar a equação da reta que passa por dois pontos conhecidos? Digamos, por exemplo, que queiramos obter a equação reduzida (ou, seja, na forma y = ax+b) da reta que passa pelos pontos A(2,1) e B(6,5).

Ora, se A e B pertencem a uma mesma reta, os valores de suas ordenadas e abscissas satisfazem à equação desta reta. Por isso, podemos fazer a substituição dos valores de x_A e y_A (e também dos valores de x_B e y_B) na equação y=ax+b. Acompanhem:

No ponto A (2,1)

y=ax+b (x=2, y=1)

1 = 2a + b

No ponto B (6,5)

y=ax+b (x=6, y=5)

5 = 6a + b

Com duas equações e duas incógnitas, a saída é montar um sistema:

$$\begin{cases} 5 = 6a + b \\ 1 = 2a + b \end{cases}$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{array}{rr} & 5 = 6a + b \\ - & \underline{1 = 2a + b} \\ & 4 = 4a \end{array}$$

Então, a = 4/4 = 1

Substituindo o valor de a em uma das equações você obtém:

1 = 2a + b

1 = 2.1 + b

1 = 2 + b

b = 1 - 2

b = -1

Assim, a equação da reta que passa pelos pontos A e B é dada por:

y=ax+b (a=1, b=-1)

$y = 1 . x - 1$

$y = x - 1$

Saiba Mais

Há uma outra maneira de encontrar os valores de a e b da equação reduzida da reta: calcular o valor de a diretamente a partir da equação $tg\alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, e em seguida, substituí-lo, juntamente com os valores de (x_A, y_A) ou (x_B, y_B) na equação y=ax+b. É bem mais simples do que parece, veja só

Temos A(2,1) e B(6,5). Então

$$a = tg\alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-1}{6-2} = 1$$

Para determinar o valor de b, basta tomar as coordenadas de um desses pontos, digamos A, e substituir na equação y = 1.x + b (já que a = 1):

$1 = 1.2 + b$

$1 = 2 + b$

$b = -1$

Equação reduzida: $y = 1.x - 1 = x - 1$

Atividade 5

Encontre a equação reduzida da reta que passa pelos pontos A(1,3) e B(3,4)

Anote suas respostas em seu caderno

Equação fundamental

O que é muito fácil também é encontrar a equação da reta caso você tenha o ângulo de inclinação e um ponto pertencente a essa reta. Novamente, apresentamos um passo a passo:

1º) Calcular a tangente do ângulo de inclinação da reta:

2º) Substituir a tangente e o ponto na equação da reta. Para esse problema não utilizaremos mais a equação reduzida (y=ax+b, certo?) e sim a equação fundamental:

$(y - y_o) = m\,(x - x_o)$

onde (x_o, y_o) são as coordenadas do ponto e m a tangente do ângulo de inclinação da reta

Vamos entender melhor com um exemplo!

Encontrar a equação da reta que passa pelo ponto (4,-3) e cujo ângulo de inclinação é 45º .

1º Passo) Encontrar tangente do ângulo de inclinação

$tg45° = 1$

2º Passo) Substituir a tangente e o ponto na equação da reta:

$y -(-3) = 1 \,.\, (x - 4)$

$y + 3 = x - 4$

$y = x - 4 - 3$

$y = x - 7$

Atividade 6

Encontre a equação da reta que possui o mesmo ângulo de inclinação da reta $y = x - 7$, mas que passa pelo ponto (-3, 4)

Anote suas respostas em seu caderno

Equação paramétrica

Além de definir a reta pelo par ordenado (x,y), podemos relacionar o par ordenado a uma outra variável que vamos chamar de t conhecida como parâmetro.

Vamos exemplificar:

Sejam os pares ordenados (x,y) definidos pelas equações chamadas paramétricas:

$x = t - 2$

$y = 3t + 4$

Quando t vale, por exemplo, 6 teremos o par ordenado:

$x = 6 - 2 = 4$

$y = 3.6 + 4 = 22$

(4,22)

Podemos também determinar a equação da reta definida pelas equações paramétricas da seguinte maneira:

$x = t - 2$

Então, $t = x + 2$

Substituindo na outra equação paramétrica teremos:

$y = 3.(x + 2) + 4$

$y = 3x + 6 + 4$

$y = 3x + 10$

Atividade 7

Considere a seguinte reta, descrita de forma paramétrica:

$$\begin{cases} x = 2.t + 3 \\ y = 1 - 4.t \end{cases}$$

Quais as coordenadas do ponto que tem abcissa igual a 4?

Qual a equação reduzida desta reta?

Anote suas respostas em seu caderno

Conclusão

Nessa unidade, fizemos uma viagem por uma parte do mundo da geometria analítica cuja invenção foi muito significativa e importante para a Matemática por fazer uma associação eficiente entre geometria e álgebra. Ficamos sabendo um pouco mais sobre coordenadas cartesianas, pontos e retas – além de conhecermos três formas de representar a reta: usando a equação reduzida, a fundamental e a paramétrica.

Resumo

- No plano cartesiano, cada ponto do plano é identificado por um par de números ordenados obtidos nos eixos x (horizontal) e y(vertical).
- O eixo vertical é chamado eixo das ordenadas e é representado por y.
- O eixo horizontal é chamado eixo das abscissas e é representado por x.
- O par ordenado referente ao ponto P é representado por (x_P, y_P).
- A distância entre dois pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ é dada pela expressão

  $$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
- Retas são coincidentes quando possuem todos os pontos em comum.
- Retas são concorrentes quando têm um único ponto em comum.
- Retas são perpendiculares quando são concorrentes e determinam um ângulo de 90º.
- Retas são paralelas quando são coplanares e não têm ponto em comum.
- Equação reduzida da reta: y = ax + b, onde a é o coeficiente angular (valor da tangente do ângulo que a reta faz com o eixo dos x) e b é o coeficiente linear (valor da ordenada do ponto em que a reta corta o eixo dos y).
- Equação fundamental da reta: $(y - y_o) = m\,(x - x_o)$

  onde (x_o, y_o) são as coordenadas do ponto e m a tangente do ângulo de inclinação da reta
- Equação paramétrica da reta

  x=c.t+d

  y=e.t+f

Onde **c**, **d**, **e** e **f** são números reais.

Veja ainda

Quer estudar um pouco mais distância entre dois pontos? Então, acesse o site

http://www.matheducation.ca/iMathEducation.php?v=1.0&f=4713&i=242

e assista a esse vídeo que dá exemplos de cálculos de distâncias entre pontos de maneira bem fácil.

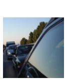
Referências

Livros

- ALMEIDA, Nilze de; DEGENSZAJN, David; DOLCE, Osvaldo; IEZZI, Gelson; PÉRIGO, Roberto. *Matemática Ciência e Aplicações 1*. Segunda Edição. São Paulo: Atual Editora, 2004.157p.
- BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.
- CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; LIMA, Elon Lages; MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo. *Temas e Problemas*. Terceira Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. 193 p.
- ________________________. *A Matemática do Ensino Médio Volume 1*. Sétima Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. 237 p.
- DANTE, Luiz Roberto. *Matemática Contexto e Aplicações Volume 1*. Primeira Edição. São Paulo: Editora Ática, 2011. 240p.
- FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. Novo Aurélio Século XXI: o dicionário da língua portuguesa. Quinta Edição. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1999. 2128 p.

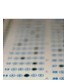
Imagens

- http://www.sxc.hu/browse.phtml?f=download&id=153960



- http://www.sxc.hu/browse.phtml?f=download&id=59308

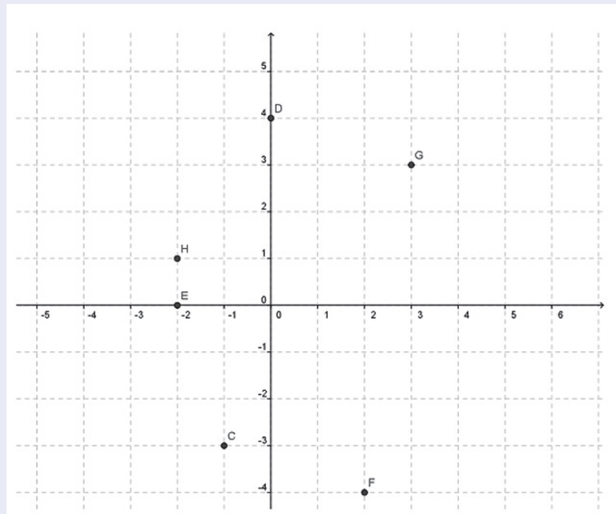
- googlemaps.com



- http://www.sxc.hu/photo/517386

Respostas das Atividades

Atividade 1



Atividade 2

a. Extintor de incêndio

b. Carrinho de supermercado

c. Quadro

Atividade 3

As coordenadas dos bairros são dadas por:

Campo Grande (30, 27)

Méier (60,24)

A distância d_{CGM} de Campo Grande ao Méier é dada por:

$d_{CGM}{}^2 = (60 - 30)^2 + (24 - 27)^2$

$d_{CGM}{}^2 = 30^2 + (-3)^2$

$$d_{CGM}{}^2 = 909$$

$$d_{CGM} = \sqrt{909}$$

$$d_{CGM} \cong 30{,}15 \text{ km}$$

Atividade 5

O objetivo é encontrar a equação reduzida da reta que passa pelos pontos pontos A(1,3) e B(3,4)

$$a = tg\alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-3}{3-1} = \frac{1}{2}$$

Usando o valor de a (1/2) e as coordenadas de B (3, 4) em y=ax+b, temos

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

$$4 = \frac{1}{2}3 + b$$

$$b = 4 - \frac{3}{2}$$

$$b = \frac{5}{2}$$

E a equação da reta fica

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

Atividade 6

1º Passo) Encontrar tangente do ângulo de inclinação, que é o mesmo da reta $y = x - 7$

$tg45° = 1$

2º Passo) Substituir a tangente e o ponto na equação da reta:

$y - 4 = 1 . (x - (-3))$

$y - 4 = x + 3$

$y = x + 3 + 4$

$y = x + 7$

Respostas das Atividades

Atividade 7

A descrição paramétrica da reta é

$$\begin{cases} x = 2.t + 3 \\ y = 1 - 4.t \end{cases}$$

Para saber as coordenadas do ponto que tem x=4, vamos na primeira equação, achamos o valor de t e substituímos na segunda equação.

$$4 = 2.t + 3$$
$$4 - 3 = 2.t$$
$$t = \frac{1}{2}$$

Indo para a outra equação, teremos

$$y = 1 - 4.t$$
$$y = 1 - 4.\frac{1}{2} = 1 - 2 = -1$$

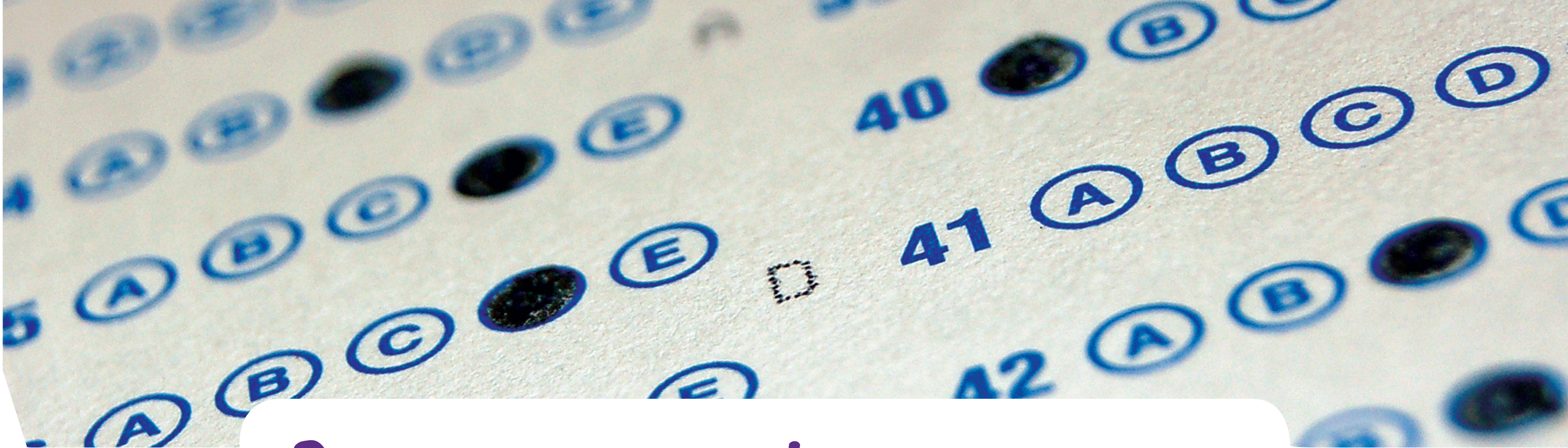
As coordenadas do ponto, então, são (4, -1)

Para achar a equação reduzida da reta, achamos o valor de t em uma equação e inserimos na outra.

$$x = 2.t + 3$$
$$x - 3 = 2.t$$
$$t = \frac{x-3}{2}$$

Entrando na outra equação, teremos

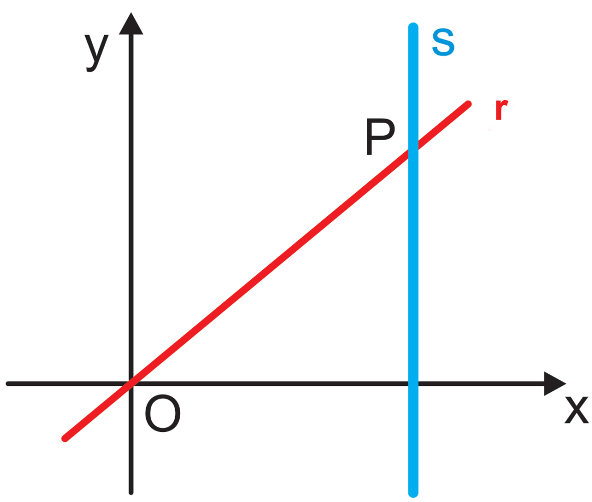
$$y = 1 - 4.t$$
$$y = 1 - 4.\left(\frac{x-3}{2}\right)$$
$$y = 1 - 2.(x - 3)$$
$$y = 1 - 2x + 6$$
$$y = -2x + 7$$



O que perguntam por aí

(UFF – 00)

Na figura a seguir estão representadas as retas r e s:



Sabendo que a equação da reta s é x = 3 e que OP mede 5 cm a equação de r é:

a. $y = 3/4x$
b. $y = 4/3x$
c. $y = 5/3x$
d. $y = 3x$
e. $y=5x$

Resposta: Letra B

Comentário:

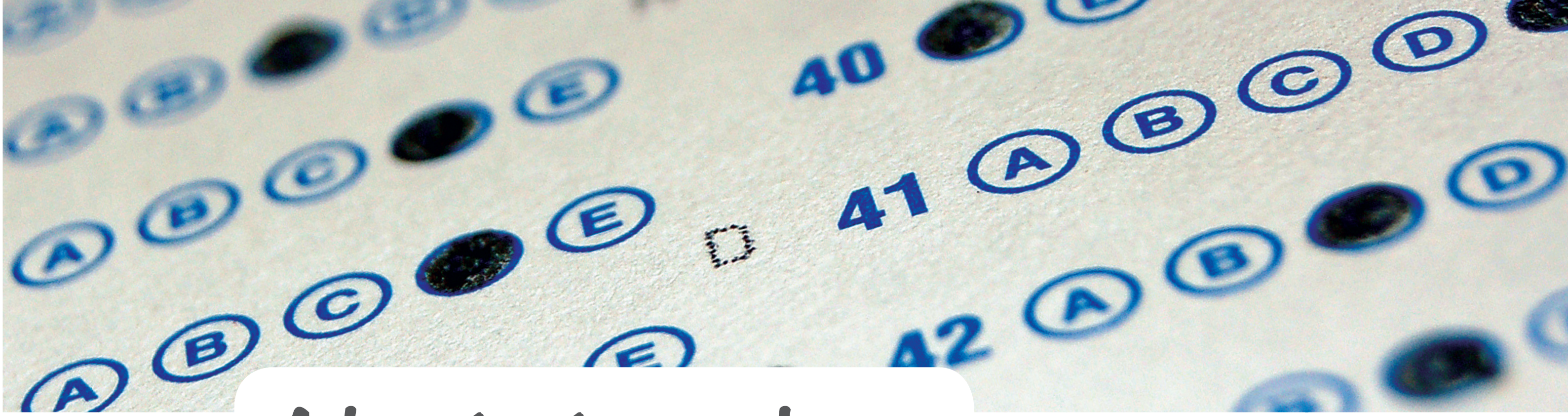
Como o triângulo formado pelas retas r e s é retângulo, podemos utilizar o teorema de Pitágoras.

Um dos catetos mede 3 cm (reta s é $x = 3$) e a hipotenusa mede 5 cm (é dado no enunciado que OP mede 5 cm), temos por Pitágoras que a altura do triângulo, ou seja, o outro cateto mede 4 cm.

Sendo a equação reduzida da reta $y = ax + b$, como r passa pela origem

$b = 0$ e a = coeficiente angular = tangente do ângulo de inclinação da reta = 4/3.

Logo, a equação de r é $y = 4/3x$



Atividade extra

Exercício 1

O ponto A tem coordenadas (m+3; n –1) pertence a reta que passa pelos pontos (0; 0) e (1; 1).

Qual o valor de m – n?

(a) –2 (b) 0 (c) 1 (d) 2

Exercício 2

Um triângulo possui os vértices sobre os pontos A = (4; 3), B = (0; 3) e C que pertence ao eixo OX. Sabemos que a distância entre os vértices A e C e igual a distância entre os vertices B e C.

Quais as coordenadas do ponto C?

(a) (0, 2) (b) (0, –2) (c) (2, 0) (d) (–2, 0)

Exercício 3

As retas $r : ax + y - 4 = 0$ e $s : 3x + 3y - 7 = 0$ são paralelas.

Qual é o valor de a?

(a) –3 (b) –1 (c) 1 (d) 3

Exercício 4

O ponto P, cujas coordenadas são (k, –2), satisfaz a relação $x + 2y - 10 = 0$.

Qual o valor de k^2?

(a) 36 (b) 144 (c) 196 (d) 200

Exercício 5

Três pontos A;B e C formam um triângulo, tal que o ponto A pertence ao semi-eixo positivo das ordenadas, os pontos B e C tem coordenadas (2, 3) e (–4, 1). Sabe-se que do ponto A vê-se o segmento BC sob um ângulo de 90º.

Quais as coordenadas do ponto A?

(a) (–1, 5) (b) (–1, 0) (c) (5, 1) (d) (0, 5)

Exercício 6

No plano cartesiano, um ponto P pertence a reta de equação $y = x$ e é equidistante (está a mesma distância) dos pontos A(–1; 3) e B(5; 7).

Qual a ordenada do ponto P?

(a) 34/10 (b) 27/10 (c) 27/5 (d) 34/5

Exercício 7

Os ponto A e B de coordenadas (m–2, 2m–n) e (2m, n–2) representam o mesmo ponto no plano cartesiano. Qual é o valor de m n?

(a) –3 (b) –2 (c) 1 (d) 2

Exercício 8

Seja $y = mx+n$ a equação reduzida da reta r que passa pelos pontos A = (2, –5) e B = (–4, 3).

Qual o valor de $m + n$?

(a) –13/3 (b) –11/3 (c) 11/3 (d) 13/3

Exercício 9

Uma reta passa pelo ponto de interseção das retas $x - 3y + 1 = 0$ e $2x + 5y - 9 = 0$ e pelo ponto $(-3, -5)$.

Qual a equação geral dessa reta?

(a) $2x - y + 7 = 0$

(b) $6x - 5y - 7 = 0$

(c) $5x - 6y + 7 = 0$

(d) $2x + y - 7 = 0$

Exercício 10

Os pontos A, B, C e D são os vértices de um paralelogramo. Os pontos A, B e C têm coordenadas iguais a (2, 1); (1, 2) e (2, 3) respectivamente.

Quais devem ser as coordenadas do ponto D para que ABCD seja um quadrado?

(a) (4, 2) (b) (1, 3) (c) (3, 2) (d) (2, 3)

Exercício 11

Seja um triângulo cujos vértices estão sobre os pontos $A(1, -2)$, $B(2, 0)$ e $C(0, -1)$ e considere M a mediana relativa ao lado AC desse mesmo triângulo.

Qual o comprimento da mediana M?

Exercício 12

Seja uma reta *s* que é paralela a reta *r*: $2x + y = 0$ e que define com os eixos um triângulo cuja área é 16.

Qual a equação geral da reta *s*?

Exercício 13

Seja o segmento AB determinado pelos pontos $A(-3, 1)$ e $B(5, 7)$, e a reta *s* que é paralela à mediatriz desse segmento e passa pelo ponto A.

Qual é a equação geral dessa reta?

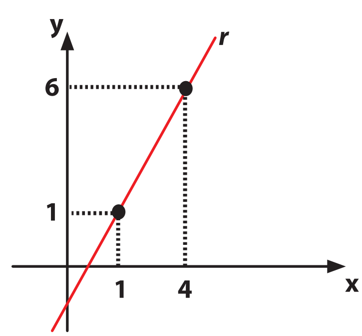
Exercício 14

Seja o ponto L cujas coordenadas são $(3p-1, 4p+1)$, o ponto L não pertence a reta de equação $2x + 3y - 19 = 0$.

Quais são os valores possíveis para p?

Exercício 15

Seja a reta *r*, ilustrada na figura e seja o triângulo formado pela reta *r*, pelo eixo x e pela reta perpendicular ao eixo x que passa pelo ponto (4, 0).



Qual é a área desse triângulo?

Gabarito

Exercício 1

A B C D

● ○ ○ ○

Exercício 2

A B C D

○ ○ ● ○

Exercício 3

A B C D

○ ○ ● ○

Exercício 4

A B C D

○ ○ ● ○

Exercício 5

A B C D

○ ○ ○ ●

Exercício 6

A B C D

○ ● ○ ○

Exercício 7

A B C D

○ ○ ○ ●

Exercício 8

A B C D

○ ● ○ ○

Exercício 9

A B C D

○ ● ○ ○

Exercício 10

A B C D

○ ○ ● ○

Exercício 11

Calculamos o ponto médio do segmento AC que é $D=\left(\frac{1+0}{2},\ \frac{-2-1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2},\frac{-3}{2}\right)$.

A medida da mediana é a distância do ponto D ao ponto B, utilizando a formula da distância tem-se $m=\frac{\sqrt{26}}{2}$

Exercício 12

A equação reduzida da reta *s* é igual a y = mx + n, como *s* e *r* são paralelas m = –2, então a reta *s* será igual a y = –2x + n. A reta *s* toca os eixos OX e OY nos pontos (n = 2, 0) e (0, n). A área do triângulo formado será dada por

$\frac{\frac{n}{2}\cdot n}{2}=16\Rightarrow n^2=64\Rightarrow n=8.$ Então a equação reduzida da reta e y = –2x + 8 é a equação geral e 2x + y – 8 = 0.

Exercício 13

Reta que passa pelos pontos A e B $\begin{cases} -3a+b=1 \\ 5a+b=7 \end{cases}$.

Então –8a = –6, a = 3/4 e b = 13/4 então a mediatriz tem equação

y = –4x/3 + n

como a reta passa por A, o ponto na equação da reta temos 1 = –4 + n, então n = 5.

A equação geral da reta é 4x – 3y + 15 = 0.

Exercício 14

Se p pertencesse a reta então obedeceria a equação $2(3p - 1) + 3(4p + 1) - 19 = 0 \Rightarrow 6p - 2 + 12p + 3 - 19 = 0$

$\Rightarrow 18p - 18 = 0 \Rightarrow p = 1$.

Logo o ponto não pertencerá a reta se p for diferente de 1.

Exercício 15

Seja $y = ax + b$ a reta r, impondo as condições tem-se $\begin{cases} a+b=1 \\ 4a+b=6 \end{cases}$

A equação da reta r é $y = 5x/3 - 2/3$. Quando $y = 0$ tem-se o ponto de interseção entre a reta r e o eixo OX.

$$5x/3 - 2/3 = 0 \Rightarrow 5x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2/5.$$

Logo a base do tri^angulo tera comprimento 4 – 2/5 = 18/5. A área será $A = \dfrac{\frac{18}{5} \cdot 6}{2} = 10{,}8$