CEJA >>

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA

Ensino Fundamental II

Alexandre José Miranda Antunes
Leandro de Oliveira Moreira

Fascículo 2

Unidades 4, 5 e 6

Fundação CECIERJ

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Wilson Witzel

Vice-Governador
Claudio Castro

Secretário de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação
Leonardo Rodrigues

Secretário de Estado de Educação
Pedro Fernandes

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Gilson Rodrigues

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Elaboração de Conteúdo
Alexandre José Miranda Antunes
Leandro de Oliveira Moreira

Diretoria de Material Didático
Bruno José Peixoto

Coordenação de Design Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Vasques de Miranda

Revisão de Língua Portuguesa
José Meyohas

Design Instrucional
Renata Vittoretti

Diretoria de Material Impresso
Ulisses Schnaider

Projeto Gráfico
Núbia Roma

Ilustração
Renan Alves

Programação Visual
Maria Fernanda de Novaes

Capa
Renan Alves

Produção Gráfica
Fábio Rapello Alencar

C391

CEJA : Centro de educação de jovens e adultos. Ensino fundamental II. Matemática / Alexandre José Miranda Antunes, Leandro de Oliveira Moreira. Rio de Janeiro : Fundação Cecierj, 2019.
Fasc. 2 – unid. 4-5-6
50p.; 21 x 28 cm.

ISBN: 978-85-458-0176-4

1. Matemática. 2. Ponto. 3. Reta. 4. Plano. 5. Figuras geométricas. 6. Simetria. I. Antunes, Alexandre José Miranda. II. Moreira, Leandro de Oliveira. 1. Título.

CDD: 510

Referências bibliográficas e catalogação na fonte, de acordo com as normas da ABNT.
Texto revisado segundo o novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.

Sumário

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos “nome de usuário” e “senha”.

Feito isso, clique no botão “Acesso”. Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

Ponto, Reta e Plano

Matemática - Fascículo 2 - Unidade 4

Objetivos de aprendizagem

1. Determinar a relação de pertinência de um ponto a uma reta.

2. Traçar retas a partir de dois pontos.

3. Determinar a distância entre segmentos.

4. Identificar os ângulos, seus elementos e classificações

Para início de conversa...

Sabemos que tudo ocupa lugar no espaço: objetos, pessoas, casas, plantas e até mesmo elementos minúsculos como a poeira e o ar que respiramos.

Quando queremos organizar um dos cômodos de nossa casa, precisamos utilizar essa visão de ocupação do espaço, que podemos chamar de visão espacial, dos objetos. Dessa forma, teremos uma ideia sobre onde um determinado móvel fica melhor colocado. Já imaginou ir a uma loja para comprar, por exemplo, uma cama ou guarda-roupas e, ao chegar em casa, perceber que ele não cabe no seu quarto!!!!

A necessidade de ocupação desse espaço levou o homem a observar formas, a regularidade dessas formas, medidas e propriedades. A Geometria é o estudo destes conceitos.

Repare nas diferentes formas existentes no cenário da cidade. Curvas e retas se misturam fazendo desenhos e identificando os tipos arquitetônicos e suas épocas de construção. Observando essa figura podemos perceber que as construções a esquerda são modernas, utilizando linhas retas e figuras quadriláteros, sem maiores detalhes. Enquanto isso, a construção da igreja foi iniciada em 1775, século 18 e somente terminada nos últimos anos do século 19. O projeto foi concebido em estilo barroco, que continua preservado nas fachadas até os dias de hoje. Entretanto, o mesmo estilo não se manteve nas naves, executadas no século 19 em estilo clássico. Para saber mais sobre esse ponto turístico do Rio de Janeiro acesse o site http://www.riodejaneiro-aqui.com/pt/igreja-candelaria.html.

Figura 4.1: Igreja Candelária no centro do Rio de Janeiro.
Fonte: Paulo Miranda - set/2017 - acervo pessoal

Essas questões de estilo barroco, clássico entre outros, tem muita relação com o que aprendemos em Literatura. Ao estudar, essa parte, que tal tentar fazer essa relação?

1. Um ponto pertence a uma reta, como assim?

Em matemática uma noção primitiva é um conceito indefinido, ou seja, sabemos do que se trata sem apresentar uma definição. Ou ainda, entendemos o seu conceito sem a necessidade de definição ou prova de existência.

Na Geometria, em particular, vamos iniciar com três noções primitivas: ***ponto***, ***reta*** e ***plano***.

Vamos ver se você concorda com essa ideia?

Ponto: um ponto, Figura 4 (a), não tem dimensão e é identificado com uma letra latina maiúscula.

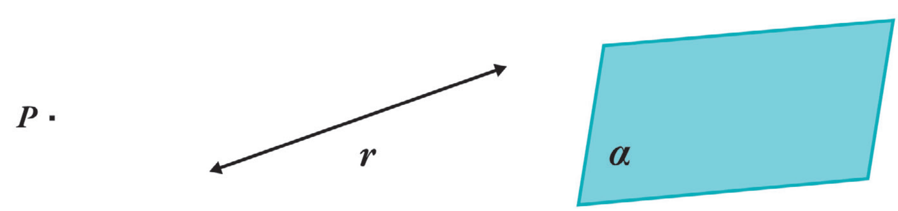
A noção de ponto pode ser-nos dada intuitivamente, por exemplo, com um dos seguintes objetos: um grão de areia, uma bolinha, desprovido de espessura, ou então pela marca deixada no papel pela ponta de um lápis.

Reta: uma reta, Figura 4 (b), é constituída por uma infinidade de pontos bem juntinhos, um após, outro como, por exemplo, numa fila. Uma reta tem possui apenas a dimensão linear, ou seja, o comprimento e é identificada por uma letra latina minúscula.

A noção de reta está associada a uma "linha". Vamos imaginar (ou supor) que você tente fazer um "risco" com a sua caneta, sendo que esse traçado se prolongue infinitamente e que seja desprovida de espessura. Esta suposição conduz-nos à noção de reta. Outros exemplos: um cordão "infinitamente" grande e bem esticado ou os cabos de eletricidade.

Plano: um plano, Figura 4.2 (c), tem duas dimensões, isto é, possui comprimento e largura. É representado por um paralelogramo e usualmente identificado por uma letra minúscula do alfabeto grego.

A noção de plano está associada a superfícies planas que podemos imaginar desprovidas de espessura e prolongadas infinitamente. Podemos ilustrar como exemplos, o chão de uma sala, o teto, ou a superfície de um lago.



(a) Ponto **(b) Reta** **(c) Plano**

Figura 4.2

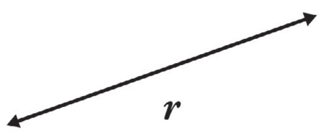
A seguir vamos falar de alguns **postulados** que vão nos ajudar a entender alguns princípios básicos.

1º - POSTULADO DA EXISTÊNCIA

a) existe reta, Figura 4.3 (a), e numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos.

Postulado
é uma sentença que não é provada ou demonstrada, e por isso se torna óbvia ou se torna um consenso inicial para a aceitação de uma determinada teoria.
Axiomas são verdades inquestionáveis universalmente válidas, muitas vezes utilizadas como princípios na construção de uma teoria ou como base para uma argumentação.
Para saber mais acesse: https://www.significados.com.br/postulado/ e https://www.significados.com.br/axioma/.

b) existe plano, Figura 4.3 (b), e num plano, bem como fora dele, há infinitos pontos.



(a) Uma reta contém infinitos pontos

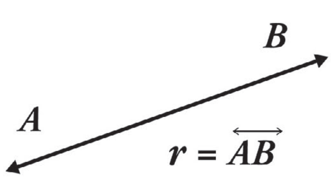
(b) Um plano contém infinitos pontos

Figura 4.3

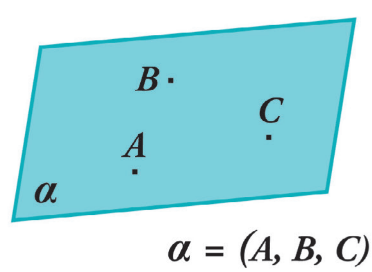
2º - POSTULADO DA DETERMINAÇÃO

a) Dois pontos distintos, Figura 4.4 (a), determinam uma única reta que passa por eles.

b) Três pontos não colineares (pontos dispostos, de tal modo, que não é possível a uma reta passar por todos os pontos) determinam um único plano que passa por eles, Figura 4.4 (b).



(a) Dois pontos distintos determinam uma reta



(b) Três pontos colineares determinam um plano

Figura 4.4

Atenção ⚠

Por um único ponto pode passar uma infinidade de retas, porém, por dois pontos distintos, só podemos traçar uma única reta.

2. Traçar retas a partir de dois pontos ... Vamos ver como?

Acabamos de ver que numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos. Além disso, dois pontos distintos determinam uma única reta. Ou seja, se temos dois pontos, por exemplo *A* e *B*, a linha reta que une esses pontos é o traçado da reta a partir desses dois pontos.

3º - POSTULADO DA INCLUSÃO

Se uma reta tem dois pontos distintos num plano, então ela está contida no plano.

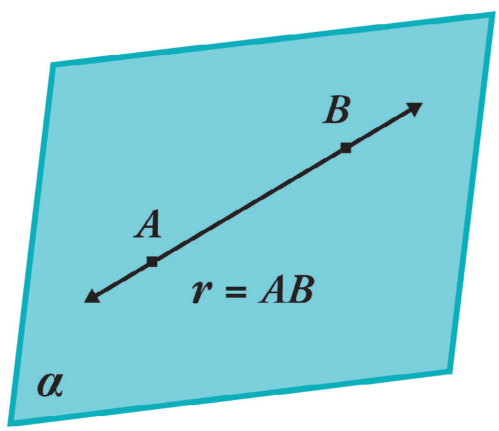


Figura 4.5: Uma reta está contida num plano, se dois de seus pontos pertencem ao plano.

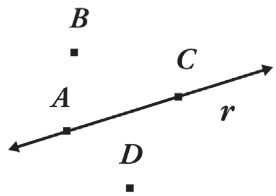
Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

Considere a reta *r* e os pontos *A, B, C, D.*

Lembre-se que um ponto pertence a reta se faz parte da reta e não pertence se está fora da reta.

Complete, no seu caderno, as lacunas com o símbolo $\in$ (para pertence) e $\notin$ (para não pertence), da relação do respectivo ponto (*A, B, C* e *D*) com a reta *r*.



A ____r

B ____r

C ____r

D ____r

Anote as respostas em seu caderno.

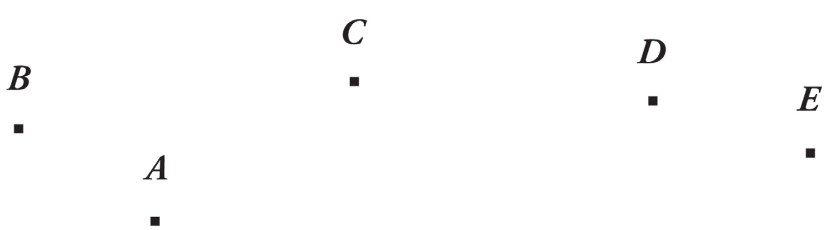
Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 2

Copie os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* para o seu caderno. Faça, quando possível, os itens a seguir

a) Fixando o ponto A, trace as retas $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$ e $\overleftrightarrow{AE}$;

b) É possível traçar uma reta que passe nos pontos *C*, *D* e *E*?



Anote as respostas em seu caderno.

3. Determinando distância entre segmentos

Considere a reta a seguir:

Reta α.

No caso de uma reta numérica, a reta infinita é dividida em duas semirretas quando marcamos o zero (0) para o seu início. Verifique neste caso que:

- Cada número natural corresponde a um ponto.
- Cada ponto a partir da origem (zero) da semirreta está separado do anterior por distâncias iguais.
- Podemos usar o sinal de desigualdade (<) ou de igualdade (=) para estabelecer as relações entre os números naturais. Assim, temos:

  $0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < ...$, e assim por diante.

Atenção ⚠

O sinal de desigualdade é único, podendo ser lido nos dois sentidos (da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita.

$2 < 4$ {
Pode ser lido "dois é menor do que quatro"
ou
Pode ser lido "quatro é maior do que dois"

Dessa forma escrever $2 < 4$ (dois é **menor** do que quatro) tem o mesmo significado que $4 > 2$ (quatro é **maior** do que dois).

É muito comum, na Matemática, a relação entre os conteúdos. Logo você vai se deparar com problemas numéricos e vai marcar os resultados desses problemas em uma reta. Veja como isso pode ocorrer através do exemplo a seguir:

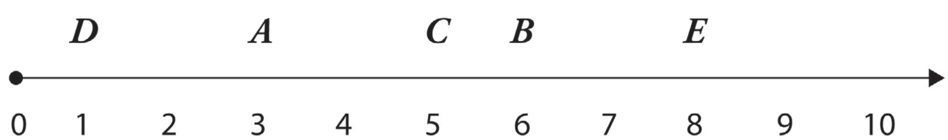
Descubra o valor de cada ponto, determinado pelos resultados das expressões, marcando a resposta na reta numérica.

$5 + A = 8$; $B \times 1 = 6$; $50 \div 10 = C$; $149 \times D = 149$; $25 - E = 17$.

Como vamos resolver essa questão?

O primeiro passo é determinar os valores de *A, B, C, D* e *E*. Depois, com uma régua, traçar a semirreta com origem em 0. Separar os pontos de forma **equidistante**, de maneira que seja fácil a quem olhar que estamos aumentando uma unidade a cada traço na reta.

Equidistante
São considerados pontos equidistantes aqueles que estão sempre na mesma distância.



Ao ler as marcações na reta, você deve ser capaz de perceber que o valor correspondente a *D* está sobre o ponto 1, que é o seu valor; que o valor de *A* é 3, e assim sucessivamente.

A medida de cada segmento é dada pela diferença entre o seu maior valor e o menor, por exemplo: $\overline{DA} = A - D = 3 - 1 = 2$

Note que $\overline{AD}$ tem o mesmo tamanho (ou medida) de $\overline{DA}$. Mas, ao aplicar o mesmo raciocínio, temos: $\overline{AD} = D - A = 1 - 3 = -2$. Entretanto, não tem sentido dizer que um tamanho (ou medida) tem valor menor que zero (negativo). Para resolver esse problema, utilizamos o conceito de valor absoluto (ou módulo).

Atenção ⚠

O módulo ou o valor absoluto de um número x está associado ao conceito de distância desse número até a origem do sistema, e é representado por |x|.

Essa operação tem como resultado um valor positivo, pois

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

Em se tratando do módulo ou o valor absoluto entre dois números fora da origem, conforme o caso apresentado no texto, fazemos $\overline{DA} = |A - D|$ e aplicamos a operação módulo, considerando $x = A - D$.

Ao utilizar o valor absoluto, vamos considerar apenas o número, desprezando o sinal. Portanto,

$\overline{DA} = |A - D| = |3 - 1| = |2| = 2$

$\overline{AD} = |D - A| = |1 - 3| = |-2| = 2$

confirmando que as medidas são iguais, pois

$\overline{DA} = \overline{AD}$

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 3

Quatro cidades, *A, B, C* e *D*, foram construídas à beira de uma rodovia reta, conforme a ilustração:

A B C D

A distância entre *A* e *C* é de 50 km, e a distância entre *B* e *D* é de 45 km. Além disso, sabe-se que a distância entre a primeira e a última cidade é de 80 km. Qual é a distância entre as cidades *B* e *C*?

Anote as respostas em seu caderno.

4. Identificar os ângulos, seus elementos e classificações

Podemos definir ângulo, por exemplo, o ângulo $A\hat{O}B$, Figura 6, como a região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem.

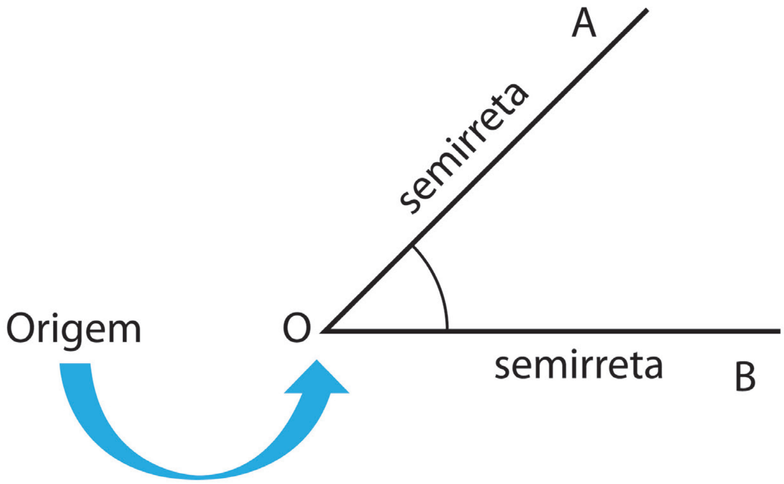


Figura 4.6: Ângulo e seus elementos.

Dessa forma, seus elementos são as semirretas *OA* e *OB* (também chamados de lados do ângulo) e o vértice *O*.

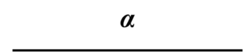
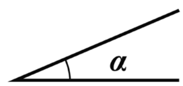
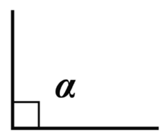
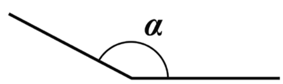
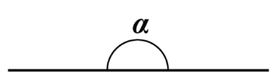
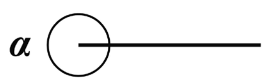
Curiosidades

Você sabia?

A Torre de Pisa, localizada na cidade de Pisa, na Itália, foi concebida para abrigar o sino da catedral da cidade. Sua construção foi concluída em 1350 e, devido ao afundamento do terreno, apresenta uma inclinação de 5,3° em relação à vertical.

Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/File:The_Leaning_Tower_of_Pisa_SB.jpeg

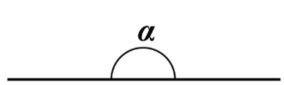
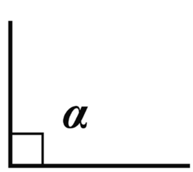
A classificação dos ângulos é feita conforme a sua medida, normalmente medidas em graus.

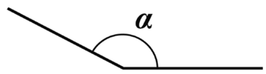
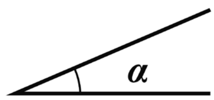
Ângulo	Medida	Classificação
	$\alpha = 0^{\circ}$	Ângulo nulo
	$0^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$	Ângulo agudo
	$\alpha = 90^{\circ}$	Ângulo reto
	$90^{\circ} < \alpha < 180^{\circ}$	Ângulo obtuso
	$\alpha = 180^{\circ}$	Ângulo raso (ou meia-volta)
	$\alpha = 360^{\circ}$	Ângulo de giro

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 4

Nomeie (classifique) em seu caderno os ângulos a seguir, conforme a classificação quanto às suas medidas (agudo, reto, obtuso, raso):

Ângulo	Medida	Classificação
	$\alpha = 180^{\circ}$	
	$\alpha = 90^{\circ}$	

	$\alpha = 130^{\circ}$	
	$\alpha = 30^{\circ}$	

Anote as respostas em seu caderno.

Resumo

Apresentamos, nesta unidade, os principais conceitos básicos da Geometria. Nesta introdução, é importante que você fique atento aos conceitos intuitivos de ponto, reta e plano. Por fim, apresentamos os conceitos de ângulos, seus elementos e suas classificações.

Referências

https://www.significados.com.br

https://www.todamateria.com.br

http://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-ponto-reta-plano-espaco.htm

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1ª ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 2009.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: idéias e desafios*. 14ª ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

Na Onda da Matemática. Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=D9BPlp2kJ2o&list=PLfryS2M1zbkb6EHeMT9BKvRusWAShRo1j, acesso em 26 de maio de 2018.

Respostas das atividades

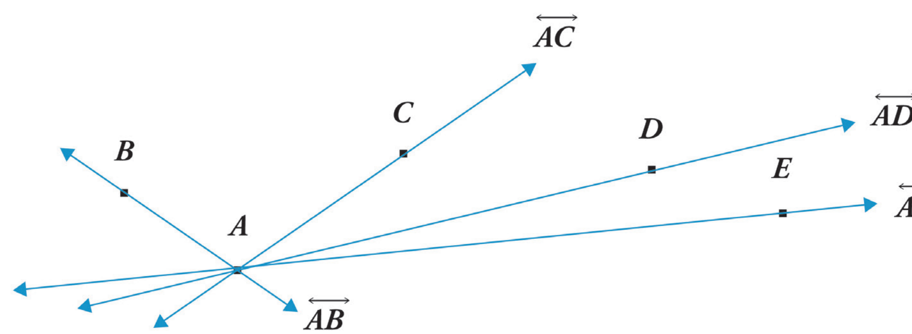
Atividade 1

a) $\in$ b) $\notin$ c) $\in$ d) $\notin$

Basta observar os pontos que estão no traçado da reta, para que sejam identificados como pontos que pertencem à reta. Caso contrário, ou seja, se estão fora da reta, são pontos que não pertencem à reta.

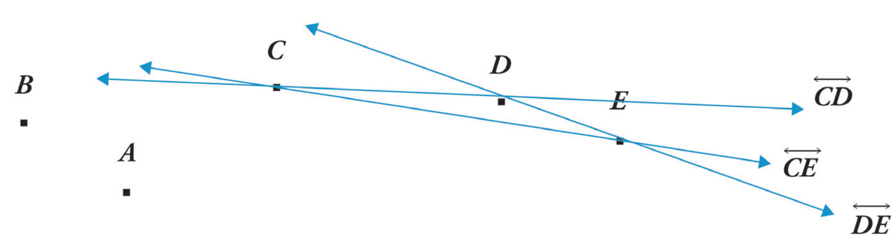
Atividade 2

a)



Basta traçar uma linha passando pelos respectivos pontos colineares, ou seja, pontos que estão na mesma linha. Note que, passando por um ponto, podemos traçar infinitas retas.

b)



Note que, em nenhuma das tentativas, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$ e $\overleftrightarrow{CE}$, conseguimos uma reta passando por *C*, *D* e *E*. Isso se deve ao fato de que esses pontos não estão alinhados, ou seja, não são pontos colineares. Dessa forma, podemos afirmar que não existe uma reta que passe pelos pontos *C*, *D* e *E*, pois eles são pontos não colineares.

Atividade 3

A distância entre *B* e *C* é de 15 km.

Para encontrar esse resultado, fazemos o seguinte:

Se de *A* até *C* mede 50 km e de *A* até *D* mede 80 km, então é só fazer 80 – 50 = 30 (medida de *C* até *D*).

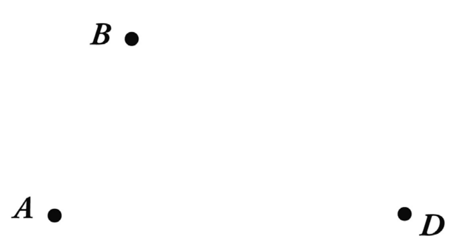
Se de *B* até *D* mede 45 km e se de *C* até *D* mede 30 km, novamente faço a subtração entre os valores (45 – 30 = 15) e acho a distância entre os pontos *B* e *C*.

Atividade 4

Ângulo raso, ângulo reto, ângulo obtuso e ângulo agudo.

Exercícios

1. Copie a posição dos pontos *A*, *B*, *C* e *D* para o seu caderno.



Agora, usando uma régua, quantas retas podemos construir passando por dois pontos?

2. Determine o tamanho dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$. Coloque-os em ordem crescente.

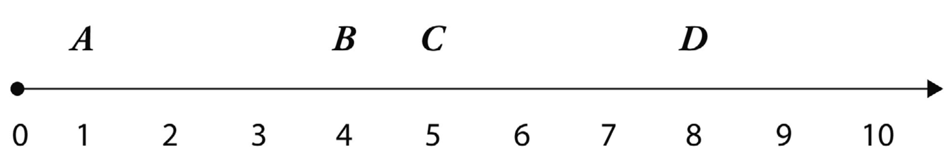


Figura 4.7: Segmento de reta contendo os pontos *A*, *B*, *C* e *D*.

Ao ler as marcações na reta, você deve ser capaz de perceber que o valor correspondente a *A* está sobre o ponto 1, que é o seu valor; que o valor de *B* é 4, e assim sucessivamente.

3. Determine a classificação de cada um dos ângulos abaixo:

a) 145º b) 84º c) 63º d) 90º

4. A respeito das características do ponto, em Geometria, assinale a alternativa correta:

a) O ponto pode ser definido como a menor unidade geométrica, e é usado para definir outras figuras, como retas e planos;

b) O ponto não pode ser definido, mas algumas de suas características podem ser usadas para diferenciá-lo de outras figuras. Por exemplo, o fato de possuir apenas uma dimensão garante que não haja medidas possíveis nos pontos;

c) O ponto pode ser definido como o menor espaço entre duas figuras geométricas;

d) O ponto não pode ser definido e não possui dimensão nem formato, o que garante a precisão de seu uso nas localizações geográficas;

e) O ponto é o único ente geométrico que não pode ser definido.

5. Sobre a formação, as características e o uso das retas, assinale a alternativa correta.

a) As retas são noções primitivas da Geometria que não possuem definição, mas que apresentam uma única dimensão. Assim, elas permitem que sejam feitas medidas de comprimento ou largura a partir delas;

b) As retas podem ser definidas como a distância entre dois pontos;

c) As retas podem ser definidas como figuras geométricas que não fazem curva;

d) O número de dimensões que as retas possuem possibilita a construção de qualquer figura geométrica sobre elas, desde que essa figura seja feita com base em lados retos. Por exemplo, é possível construir um quadrado sobre uma reta;

e) Segmentos de reta são conjuntos de pontos que possuem início, mas não possuem fim.

Respostas dos exercícios

1. Você consegue traçar 6 retas: $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{DA}$, $\overleftrightarrow{AC}$, e $\overleftrightarrow{BD}$.

   Cuidado, a reta $\overleftrightarrow{AB}$ é exatamente igual à reta $\overleftrightarrow{BA}$. Não importa por qual ponto você comece a reta, ela é a mesma. Isso acontece com as outras retas também. Por isso, só podemos traçar 6 retas.

2. As medidas são:

   $\overleftrightarrow{AB}$ = |4 − 1| = |3| = 3, $\overline{BC}$ = |5 − 4| = |1| = 1 e $\overline{CD}$ = |8 − 5| = |3| = 3

   uu

   $\overleftrightarrow{AB}$ = |1 − 4| = | −3| = 3, $\overline{BC}$ = |4 −5| = | −1| = 1 e $\overline{CD}$ = |5 − 8| = | −3| = 3

   Portanto, concluímos que $\overline{BC}$ = 1 e $\overline{AB}$ = $\overline{CD}$ = 3. Dessa forma, em ordem crescente, podemos escrever de duas formas:

   $\overline{BC}$, $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overline{CD}$

   uu

   $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$, pois $\overline{AB}$ = $\overline{CD}$

3. Conforme a classificação dos ângulos apresentadas,

   a) ângulo obtuso b) ângulo agudo

   c) ângulo agudo d) ângulo reto

4. a) Incorreta!

   Conforme já foi dito, o ponto não pode ser definido. Além disso, ele não possui dimensão ou formato; por isso, a ideia de “menor unidade geométrica” não faz sentido para os pontos, embora possa ser utilizada por questões didáticas.

   b) Incorreta!

   O ponto é uma figura adimensional, ou seja, possui dimensão zero. Em outras palavras, o ponto não possui dimensão.

   c) Incorreta!

   O ponto não possui definição.

   d) Correta!

   e) Incorreta!

   Existem outras noções primitivas na Geometria, ou seja, outras “figuras” que não possuem definição, como a reta, o plano e o espaço.

   Gabarito: letra D

5. a) Correta!

   b) Incorreta!

   As retas não possuem definição. A distância entre dois pontos é um segmento de reta.

   c) Incorreta!

   Retas não possuem definição. Essa é uma das ideias fundamentais da composição das retas, mas não é sua definição, apenas uma de suas características.

   d) Incorreta!

   Tomando a reta como um espaço de uma dimensão, só é possível construir sobre ela figuras que possuem uma dimensão ou menos, como pontos, segmentos de reta, semirretas e outras retas.

   e) Incorreta!

   Um segmento de reta é uma parte da reta que possui início e fim.

   Gabarito: letra A

CEJA >>
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Figuras Geométricas Planas e Espaciais

Matemática - Fascículo 2 - Unidade 5

Objetivos de aprendizagem

1. Identificar e classificar as figuras geométricas planas e os sólidos geométricos;
2. Identificar as relações entre figuras geométricas planas e espaciais;
3. Reconhecer e classificar os polígonos.

Para início de conversa...

Na aula anterior, tivemos o primeiro contato com a Geometria. Uma introdução!

Nesta aula, vamos dar continuidade a esse estudo e despertar seu olhar para as formas que nos cercam. Você já reparou isso? Somos realmente cercados por formas geométricas planas e espaciais. Em nossa casa, por exemplo, um quadro ou porta-retratos são representados por uma figura plana, que pode ser um quadrado ou um retângulo. Por sua vez, um guarda-roupas ou a cama são representados por uma figura espacial, neste caso, um paralelepípedo.

(a) Porta-retratos
Figura Plana – Retângulo

(b) Guarda-roupas
Figura Espacial – Paralelepípedo

Figura 5.1

Fonte: (a) https://pixabay.com/pt/retrato-porta-rosa-1626898/; (b) https://pixabay.com/pt/arm%C3%A1rio-guarda-roupa-gabinete-3300326/

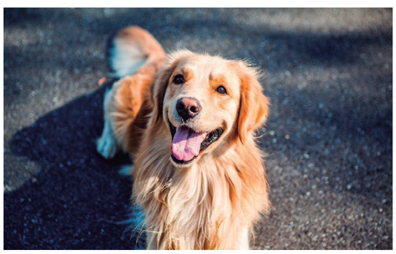
Todos, em nosso cotidiano, convivemos e interagimos com as mais diversas formas geométricas planas e espaciais. Profissionais como artistas, engenheiros, marceneiros, mecânicos, arquitetos, costureiros e tantos outros conhecem e manipulam formas geométricas durante todo o tempo. Afinal, elas fazem parte de nossa vida.

Podemos observar na Natureza diferentes formas geométricas. Todas elas são distintas e apresentam características específicas. Com isso, os matemáticos desenvolveram uma classificação para essas formas, conforme verá a seguir.

1. Figuras planas e espaciais. Você sabe a diferença?

Apresentaremos, nesta seção, o conceito de figuras planas e espaciais (chamadas de sólidos geométricos).

Tudo o que vemos e tocamos tem uma forma e dimensão, ou seja, se for um objeto plano, Figura 5.2 (a), terá uma forma com apenas duas dimensões (largura e altura), como, por exemplo, uma foto.



(a) Foto – Figura Plana

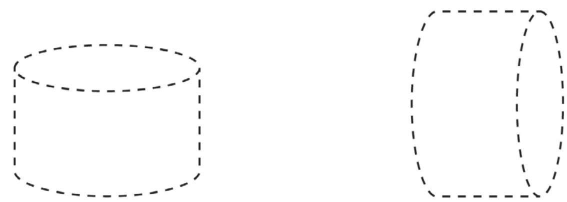
(b) Dado - Sólido Geométrico

Figura 5.2

Fontes: https://pixabay.com/pt/golden-retriever-c%C3%A3o-1059490/; https://pixabay.com/pt/cubo-aleat%C3%B3rio-sorte-1655118/

Agora, pense num objeto que tem três dimensões, ou seja, com largura, profundidade e altura; por exemplo, um dado, Figura 5.2 (b). Nesse caso, temos uma figura geométrica espacial, também chamada de sólido geométrico.

Dessa forma, as figuras geométricas que têm todos os pontos no mesmo plano são denominadas **figuras geométricas planas**. Se, numa figura geométrica, algum ponto não for do mesmo plano, será denominada de figura não-plana ou **figura geométrica espacial** (ou **sólido geométrico**). Um aspecto importante do sólido geométrico é que, devido à sua profundidade, você pode desenhar da maneira como são observados. Dependendo da posição do observador, essas figuras apresentam diferentes formatos. Veja o seguinte exemplo, na Figura 5.3:



(a) apoiado na base (b) apoiado na lateral

Figura 5.3: Visões de um cilindro.WW.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

Copie as frases a seguir para o seu caderno, completando as lacunas do texto, diferenciando os conceitos de figuras planas e espaciais.

Uma figura geométrica plana tem ________ dimensões, enquanto uma figura geométrica ____________ tem três dimensões. Um quadro preso na parede é um exemplo de figura ____________, enquanto uma embalagem de leite é um exemplo de figura ____________.

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 2

No dia a dia, a Natureza e os objetos com os quais temos contato exemplificam formas geométricas. Vamos classificá-los? Coloque em seu caderno *S* para sólido geométrico e *P* para figura plana.

1 (   )

2 (   )

3 (   )

Fontes: 1 - https://pixabay.com/pt/dados-jogos-cubo-gamble-2118497/; 2 - http://www2.planalto.gov.br/conheca-a-presidencia/acervo/simbolos-nacionais/bandeira/bandeiranacionalbrasil_.jpg, 3 - https://pixabay.com/pt/blue-vidro-m%C3%A1rmores-crian%C3%A7as-jogos-199261/.

Anote as respostas em seu caderno.

As principais figuras planas são o retângulo, o quadrado, o paralelogramo, o trapézio, o hexágono, o círculo, o triângulo e o losango.

Saiba mais

Os polígonos são figuras planas e fechadas, constituídas por segmentos de reta. A palavra polígono advém do grego e constitui a união de dois termos: *poly* e *gon*, que significam "muitos ângulos".

Para saber mais, acesse https://www.todamateria.com.br/poligonos/

Qualquer polígono recebe o nome de acordo com o número (quantidade) de ângulos ou de lados da figura. Veja, na Tabela 1, algumas classificações de polígonos:

número de ângulos (ou de lados)	Nome do polígono	
	Quantidade de ângulos	Quantidade de lados
3	triângulo	trilátero
4	quadrângulo	quadrilátero
5	pentágono	pentalátero
6	hexágono	hexalátero
7	heptágono	heptalátero
8	octógono	octolátero
9	eneágono	enealátero
10	decágono	decalátero
11	undecágono	undecalátero
12	dodecágono	dodecalátero
15	pentadecágono	pentadecalátero
20	icoságono	icosalátero

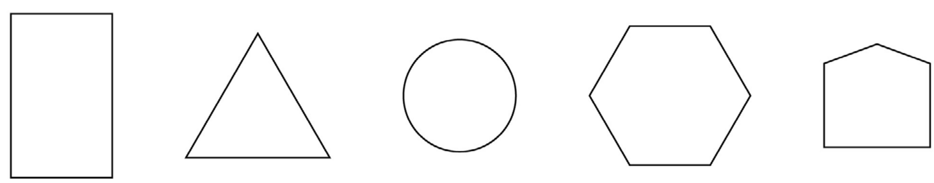
Tabela 5.1: Classificação dos polígonos.

Atenção

Apresentamos, na Tabela 5.1, uma nomenclatura baseada nas quantidades de ângulos e lados.

Vale ressaltar que, usualmente, utilizamos a classificação dos polígonos pelos seus ângulos, ficando aquela pelo número de lados como curiosidade.

Veja alguns exemplos de figuras planas a seguir:



Retângulo **Triângulo** **Círculo** **Hexágono** **Pentágono**

Figura 5.4: Figuras planas.

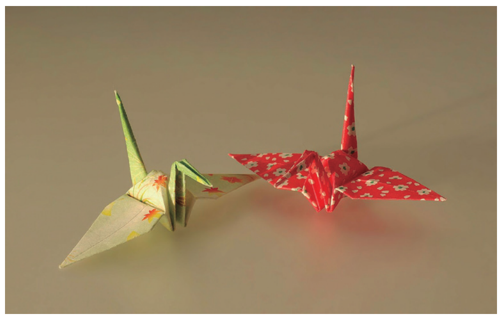
Saiba mais

Para descontrair, veja como a Matemática e a Música podem se relacionar em harmonia. Assista ao vídeo **Marcha Triangular**, que apresenta um "sambinha" sobre triângulos.

https://www.youtube.com/watch?v=3R-CgF46_rk

Curiosidades

Origami é uma arte milenar, de origem japonesa, que tem como base a criação de formas por meio da dobradura de papéis, sem o uso de cortes. A origem da palavra advém do japonês *ori* (dobrar) e *kami* (papel). Geralmente, parte-se de um pedaço de papel quadrado, cujas faces podem ser de cores diferentes.



Exemplo de Origami

Fonte: https://pixabay.com/pt/origami-papel-arte-dobras-de-papel-11054/

Saiba mais

Você pode aprender um pouco mais da arte do origami, acessando alguns sites: http://sites.mpc.com.br/chave-magica/origami.htm; http://origami.ousaan.com/studio/; http://www.astrolabioazul.com/orukami/

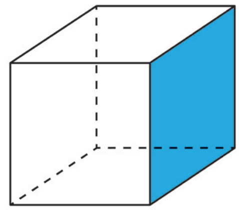
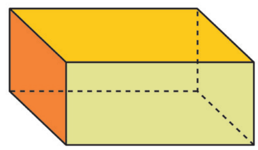
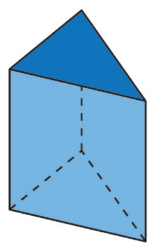
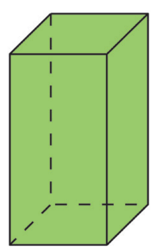
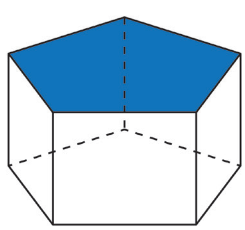
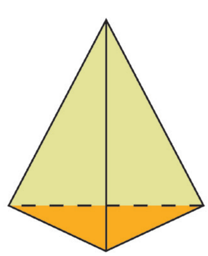
Aproveite! É muito divertido!

Os sólidos geométricos são os objetos tridimensionais definidos no espaço. Os sólidos geométricos classificam-se em poliedros (Tabela 5.2) e não-poliedros (ou corpos redondos – Tabela 5.3).

Atenção

Os poliedros permanecem sempre em equilíbrio quando deixados sobre uma superfície plana, pois todas as suas faces (ou modos de apoiar-se) são planas.

Tabela 5.2: Principais poliedros.

Sólido Geométrico	Nome	Descrição
	Cubo	É um prisma em que todas as faces têm forma de quadrado.
	Paralelepípedo	É um prisma em que todas as faces têm forma de retângulos.
	Prisma triangular	As suas bases são triângulos.
	Prisma quadrangular	As suas bases são dois quadrados.
	Prisma pentagonal	As suas bases são pentágonos.
	Pirâmide triangular	A sua base é um triângulo.

Prisma
Sólido geométrico que possui duas bases poligonais e um número limitado de faces laterais.

Pirâmide
Sólido geométrico formado pela reunião dos segmentos de reta com uma extremidade em um ponto fixo e outra num polígono dado sobre um plano fixo que não contém.

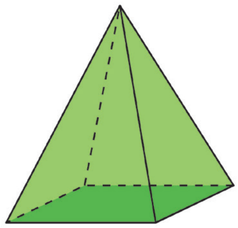
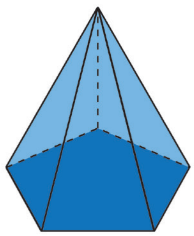
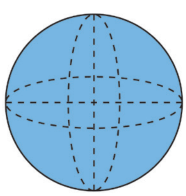
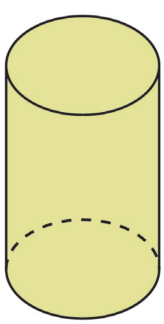
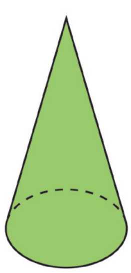
	Pirâmide quadrangular	A sua base é um quadrado.
	Pirâmide pentagonal	A sua base é um pentágono.

Tabela 5.3: Principais corpos redondos (não-poliedros).

Sólido Geométrico	Nome	Sólido Geométrico
	Esfera	É um sólido geométrico limitado por uma superfície curva.
	Cilindro	Encontra-se limitado por uma superfície curva e tem duas bases com a forma de circunferência.
	Cone	Está limitado por uma superfície curva, com uma base na forma de circunferência.

Não-poliedros

Sólidos geométricos que têm superfícies curvas, tais como o cilindro, o cone e a esfera.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 3

Relacione, adequadamente, conforme os conceitos de figuras planas e espaciais, a coluna da direita com a da esquerda.

A	Figura Plana	( )	Sólido geométrico limitado por uma superfície curva, com duas bases na forma de circunferência.
B	Figura Espacial	( )	Polígono com cinco lados.
C	Polígonos	( )	Forma geométrica com três dimensões, ou seja, objetos tridimensionais definidos no espaço.
D	Pentágono	( )	Forma geométrica com apenas duas dimensões, ou seja, com todos os pontos no mesmo plano.
E	Pirâmide	( )	São figuras planas e fechadas, constituídas por segmentos de reta.
F	Cilindro	( )	Sólido geométrico formado pela reunião dos segmentos de reta com uma extremidade em um ponto fixo e outra num polígono dado sobre um plano fixo que não contém.

Anote as respostas em seu caderno.

Geometria Plana

Estudo das formas no plano, sendo capaz de determinar, por meio de cálculos matemáticos, por exemplo, a área (quantidade de espaço em figuras de duas dimensões, ou seja, de superfície) e o perímetro.

Podemos dizer que a **geometria plana** (ou **euclidiana**) é a parte da Matemática que estuda as figuras que não possuem volume.

Geometria Espacial

Pode ser definida como o estudo da geometria no espaço, sendo capaz de determinar, por meio de cálculos matemáticos, o volume destes mesmos objetos, ou seja, o espaço tridimensional ocupado por eles.

Curiosidades

A geometria plana também é chamada de euclidiana, uma vez que seu nome representa uma homenagem ao geômetra *Euclides de Alexandria*, considerado o "pai da geometria".

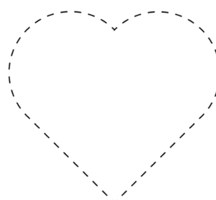
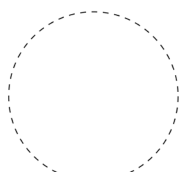
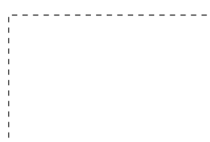
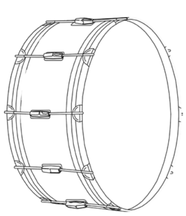
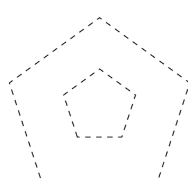
Por sua vez, podemos dizer que a **geometria espacial** corresponde à área da Matemática que se encarrega de estudar as figuras no espaço, ou seja, aquelas que possuem mais de duas dimensões, ocupando um lugar no espaço e, consequentemente, possuem volume. Essas figuras (ou objetos) são conhecidas como **sólidos geométricos** ou **figuras geométricas espaciais**.

Existem algumas relações entre figuras geométricas planas e espaciais. Podemos dizer que a geometria espacial é uma extensão da geometria plana no espaço. As noções intuitivas são utilizadas em ambas, e as figuras planas servem como base para as figuras geométricas. Por exemplo, num cubo (sólido geométrico que podemos exemplificar pelo dado que utilizamos em jogos e brincadeiras) são utilizados seis quadrados.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 4

Correlacione as figuras a seguir com as suas figuras planas.

1) 	a) 
2) 	b) 
3) 	c) 
4) 	d) 

Fontes: https://pixabay.com/pt/rosa-embalagens-caixa-moldagem-3694071/; https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pentagon_satellite_image.jpg; https://pixabay.com/pt/recrea%C3%A7%C3%A3o-sobremesa-amor-bolo-1828571/; https://pixabay.com/pt/tambor-tamborim-adufe-m%C3%BAsicas-296382/

Anote as respostas em seu caderno.

O que um triângulo tem de diferente de um retângulo? O que um prisma tem a mais do que uma pirâmide? Essas perguntas e muitas outras são respondidas pela Geometria. Afinal, estudar Geometria significa estudar todas essas figuras - planas ou não, conhecer seus nomes, suas propriedades, e utilizar esses conhecimentos em situações práticas de nossa vida.

Resumo

- As figuras planas, por apresentarem altura e largura, são chamadas de bidimensionais (duas dimensões) e são formadas por linhas retas fechadas;
- O sólido geométrico pode ser tocado, manuseado e colocado em diversas posições, pois é um objeto tridimensional, apresentando altura, largura e profundidade (tridimensional). Devido a essa característica, qualquer sólido geométrico pode ser observado por diferentes posições sem alterar sua forma.

Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 1ª ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1ª ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Metodologia do Ensino Superior*. 3ª ed. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios*. 14ª ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

SPINELLI, Walter & SOUZA, Maria Helena. *Matemática*. 1ª ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.

Na Onda da Matemática.

Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=D9BPlp2kJ2o&list=PLfryS2M1zbkb6EHeMT9BKvRusWAShRo1j. Acesso em 26 de maio de 2018.

Respostas das atividades

Atividade 1

Essa é uma questão para consolidar o entendimento da definição e conceito de figuras planas e espaciais.

Deve ser preenchido nesta sequência: duas – espacial – plana – espacial.

Atividade 2

Figura 1 – S ; Figura 2 – P ; Figura 3 – S

Atividade 3

Veja as definições contidas nesta seção.

A associação correta entre as colunas (de cima para baixo) é:

F – D – B – A – C – E

Atividade 4

Correlacionando as figuras às suas respectivas sombras, encontramos:

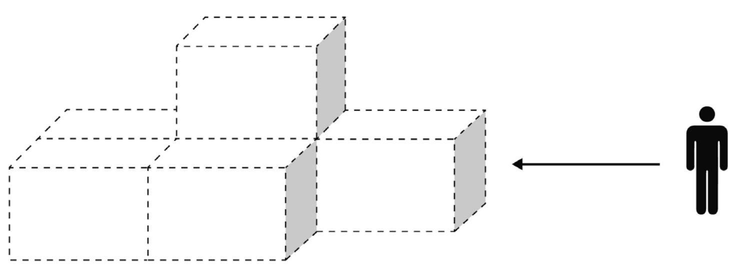
1 – C; 2 – D; 3 – A; 4 – B.

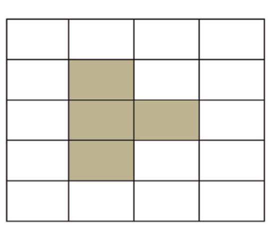
Exercícios

1. Relacione, adequadamente, conforme os conceitos de figuras planas e espaciais, a coluna da direita com a da esquerda.

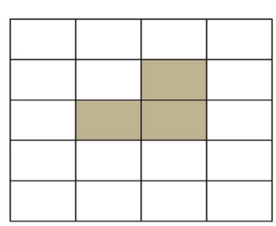
A	Reta	( )	Sólido geométrico limitado por uma superfície curva, com uma base na forma de circunferência
B	Figura Espacial	( )	Polígono com sete lados
C	Paralelepípedo	( )	Classificam-se em poliedros e não-poliedros (ou corpos redondos).
D	Heptágono	( )	É constituída por uma infinidade de pontos bem juntinho e alinhados (colineares).
E	Prisma	( )	É um prisma em que todas as faces têm a forma de retângulo.
F	Cone	( )	É um sólido geométrico que possui duas bases poligonais e um número limitado de faces laterais.

2. Ao observarmos uma série de cubos empilhados de forma irregular, a percepção de seu posicionamento será alterada de acordo com a posição do observador. Agora é com você! Das 3 visões apresentadas (*A*, *B* e *C*), qual é a do observador?

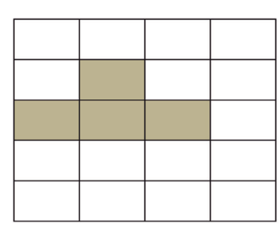




Visão A



Visão B



Visão C

Respostas dos exercícios

1. Veja as definições contidas nesta unidade.

   A associação correta entre as colunas (de cima para baixo) é:

   F – D – B – A – C – E

2. A resposta certa, de acordo com a posição da observadora, é a letra B. Na planificação, os cubos que serão visualizados dependem da posição da observadora. Desta forma, os que estão atrás não aparecem no desenho. Como o cubo é uma figura espacial que tem somente faces quadradas, a figura que irá aparecer no desenho de sua planificação é um quadrado.

CEJA

CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Simetria

Matemática - Fascículo 2 - Unidade 6

Objetivos de aprendizagem

1. Identificar a simetria nas mais diversas formas;

2. Utilizar o desenho geométrico como ferramenta na compreensão das formas e propriedades das figuras.

Para início de conversa...

Você sabe o que é simetria?

Simetria aparece quando uma parte de uma figura, ou texto, ou sequência numérica se repete em relação a um determinado eixo, que chamaremos de eixo de simetria.

Já parou para pensar que existem diversas formas de simetria? Além disso, que existem nos mais variados locais?

Veja, por exemplo, na Figura 6.1, um belo exemplo de simetria que esse espelho d´água nos proporcionou nesta foto!

Figura 6.1: Simetria de um espelho d´água.
Fonte: https://pixabay.com/pt/castelo-parque-espelhamento-1998437/

Neste caso, como em vários outros na Natureza, precisamos estar atentos ao momento em que elas aparecem, para registros com fotos.

Veremos, nesta unidade, o estudo da simetria. Durante esse nosso passeio simétrico, tente lembrar se você já viu as simetrias que serão apresentadas nesta oportunidade, no seu cotidiano, ou seja, no seu dia a dia.

1. O que é uma simetria e onde a encontramos?

Existem várias definições para apresentar a palavra simetria. Definiremos, no momento, como tudo aquilo que pode ser dividido em partes (ou espelhado), sendo que ambas as partes devem coincidir perfeitamente quando sobrepostas. Faça uma pesquisa em dicionários físicos ou virtuais (internet).

A simetria está presente em toda a parte, seja na Natureza, nas artes ou na matemática. Podemos encontrar simetrias sob as mais diversas formas e contextos. São alguns exemplos: as pérolas das ostras, as borboletas, as estrelas-do-mar, os ouriços, algumas criações artísticas e esculturas, a língua e os números.

2. Simetria na Língua

AMOR – ROMA; ATOR – ROTA.

Perceba que em nossos exemplos, as palavras AMOR e ATOR podem ser lidas normalmente da esquerda para a direita ou no sentindo inverso, da direita para a esquerda. Essas palavras são chamadas de palíndromos de anagramas.

Tabela 1: Exemplos de palíndromos.

A M O R	R O M A
A M O R	R O M Ã

Saiba mais

Chamamos de anagrama a formação de várias palavras a partir das letra de uma palavra que servirá com base, alterando-se sua ordem original e permutando-as . Ex: A partir da palavra "pai" podemos formar os seguintes anagramas: pai, pia, api, aip, ipa e iap.

Palíndromos

Palavras ou frases que podem ser lidas da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda. Palíndromos também podem ser chamados de anacíclicos, ou seja, que voltam em sentido inverso, que refazem inversamente o ciclo.
Para saber mais, acesse http://www.soportugues.com.br/secoes/palindromos/

Veja outros exemplos de palíndromos:

Tabela 2: Exemplos de palíndromos por casos.

Palíndromos	Exemplos
de uma palavra	Anilina
de duas palavras	Alô bola
de três palavras	Amor à Roma
de quatro palavras	A sacada da casa
de cinco palavras	A cara rajada da jararaca
de oito palavras	Zé de Lima, Rua Laura, Mil e Dez
de nomes de pessoas	Renner
de orações	Amora me tem aroma

Veja que a simetria se manifesta na língua através de anagramas e palíndromos. A simetria irá ocorrer quando, ao dobrar um lado sobre o outro, a figura se encaixar de forma perfeita. Faça uma pesquisa de outros casos em http://www.soportugues.com.br/secoes/palindromos/palindromos1.php, Você encontrará exemplos curiosos e, alguns, divertidos.

3. Simetria com os números

Podemos observar a simetria com os números, ao observar, por exemplo, na reta numérica.

... −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ...

Note que, em relação ao zero e considerando apenas o valor absoluto (módulo) dos números, os números −1 e 1 são equidistantes em relação ao zero.

Vamos brincar com os números! Observe a figura a seguir.

n	a) Triângulo de Pascal	b) Pirâmide de Números
0	1	1
1	1 1	1 1
2	1 2 1	1 2 1
3	1 3 3 1	1 2 3 2 1
4	1 4 6 4 1	1 2 3 4 2 1 1
5	1 5 10 10 5 1	1 2 3 4 5 4 3 2 1
6	1 6 15 20 15 6 1	1 2 3 4 5 6 5 4 3 2 1

a) Triângulo de Pascal **b) Pirâmide de Números**

Figura 6.2: Simetrias com números.

Nas duas figuras anteriores, Figuras 6.2a e 6.2b, note que cada uma tem uma regra de formação. Tente observar como é essa regra!

Entretanto, note que, em relação à simetria, se traçarmos uma linha sobre os números (Figura 6.2a) e os algarismos (Figura 6.2b) centrais, teremos uma simetria sobre os lados e, consequentemente, sobre os números, conforme apresentamos na Figura 6.3.

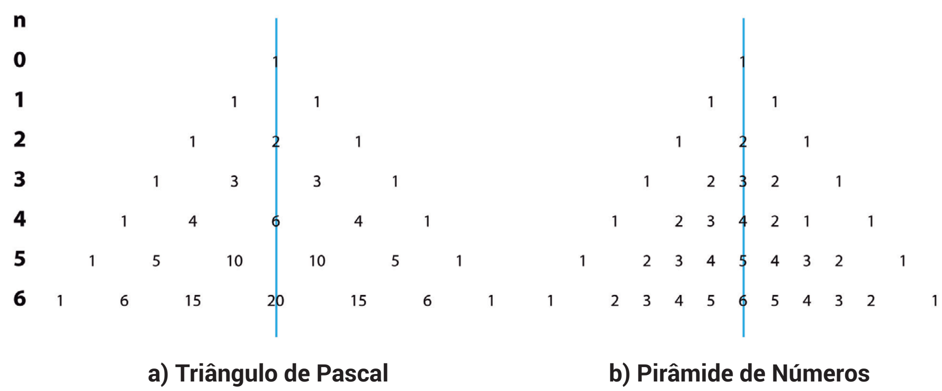


Figura 6.3: Simetrias com números.

Muitos números também são chamados palíndromos, como, por exemplo:

12321 – 676 – 3333 – 897798.

Existe uma antiga ideia de que podemos encontrar palíndromos a partir de somas, da seguinte maneira:

- Escolhe-se um número natural qualquer, escreve-se esse número na ordem inversa de seus algarismos e somam-se esses dois números;
- Repete-se o processo com o resultado obtido na soma;
- Segue-se esse processo determinado número de vezes. Em algum momento, surgirá no resultado da soma um palíndromo.

Por exemplo, partindo do número 97, vamos obter um palíndromo após seis etapas:

1) 97 + 79 = 176

2) 176 + 671 = 847

3) 847 + 748 = 1595

4) 1595 + 5951 = 7546

5) 7546 + 6457 = 14003

6) 14003 + 30041 = 44044

Palíndromo

Nem sempre temos necessidade de tantas etapas. O número 34 gera um palíndromo como resultado na primeira soma: 34 + 43 = 77!

Já para o número 68, são necessárias três etapas:

1) 68 + 86 = 154;

2) 154 + 451 = 605;

3) 605 + 506 = 1111.

4. E como vamos determinar a simetria?

Se desconfiarmos de que existe simetria em uma imagem, devemos traçar uma reta de forma a dividir a figura em duas partes de igual tamanho. A figura será simétrica, se as duas partes formadas forem idênticas. A reta que faz a divisão é chamada eixo de simetria. Um perfeito exemplo de simetria encontrada na Natureza é o caso da borboleta, a qual apresenta um único eixo de simetria.

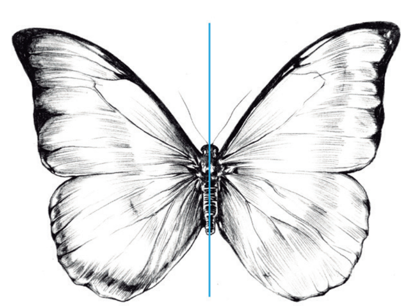


Figura 6.4: Eixo de simetria.

Fonte: https://canalcederj.cecierj.edu.br/recurso/536

Todavia, existem algumas figuras geométricas que podem ter vários eixos de simetria ou nenhum. Vamos estudar isso em nosso próximo tópico.

Curiosidades

O corpo humano não é totalmente simétrico, porém, como as diferenças são mínimas, os estudiosos o consideram simétrico. Existem estudos que associam o grau de simetria de um rosto à beleza.

Figura 6.5: Eixo de simetria do corpo humano (rosto)
Fonte: https://pixabay.com/en/girl-africa-ethiopia-child-1259824/

Saiba mais

Se você deseja saber como seria seu rosto, se ele fosse 100% simétrico, visite o site www.pichacks.com. Divirta-se!

5. Simetria nas figuras geométricas

Uma figura geométrica plana é considerada simétrica se for possível dividi-la por uma reta, de forma que as duas partes obtidas se sobreponham por dobragem. Existem figuras que nós podemos dobrar de diferentes formas, já que possuem mais de um eixo de simetria.

Observe os exemplos:

Figura 6.6: Algumas figuras geométricas possuem mais de um eixo de simetria.

Veja como o quadrado é uma figura geométrica especial, pois apresenta vários eixos de simetria.

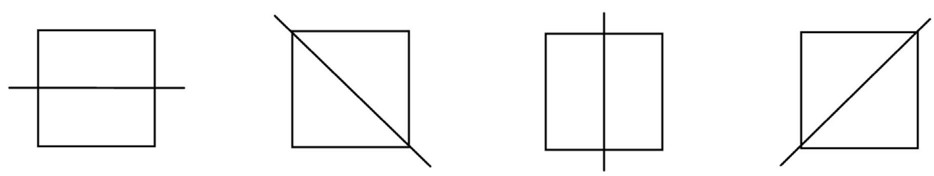


Figura 6.7: Vários eixos de simetria de um quadrado.

E com o retângulo, será que pode acontecer o mesmo?

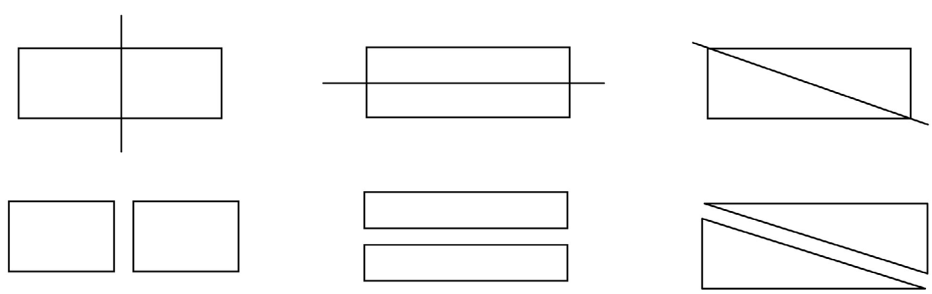


Figura 6.8: Eixos de simetria de um retângulo.

Note que nem todos os eixos de um retângulo são simétricos, ou seja, o retângulo cortado pelo eixo diagonal (Figura 6.8) ficou assimétrico (ou não simétrico). Veja a posição que fica quando dobro as partes sobre o eixo de simetria:

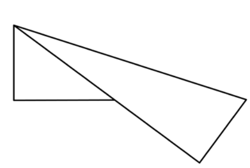
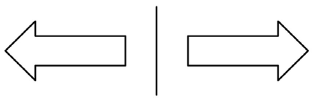


Figura 6.9: As partes obtidas não se sobrepõem por dobragem.

Atenção ⚠

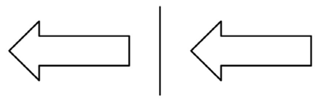
Observe a diferença entre uma imagem simétrica e outra assimétrica.

Imagem simétrica



Eixo de Simetria

Imagem assimétrica

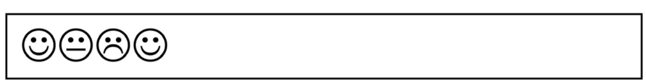


Eixo de Simetria

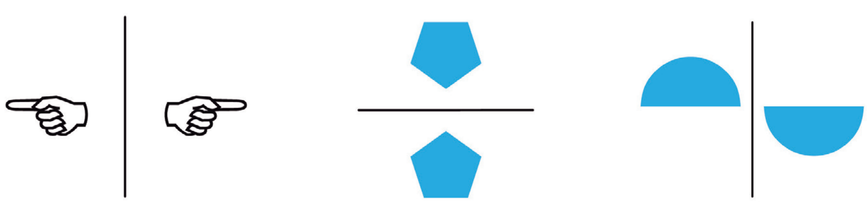
Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

1) Júlia pinta faixas decorativas sempre com padrões simétricos. Ela está iniciando um novo modelo, conforme a figura a seguir. Desenhe, no seu caderno, como deverá ficar a faixa.



2) Em relação ao eixo de simetria, verifique se ocorre simetria entre as partes.



Anote as respostas em seu caderno.

O papel quadriculado é de grande ajuda na aula de Geometria. Algumas profissões, como a de marceneiro, projetista, decorador, entre outras, recorrem a esse material para facilitar a montagem de seus projetos.

Como eles fazem?

Marcamos um ponto simétrico ao ponto A.

Fazemos o mesmo com os outros vértices:

11 unidades de um lado e 11 unidades do outro.

B’ é simétrico a B, C’ é simétrico a C etc.

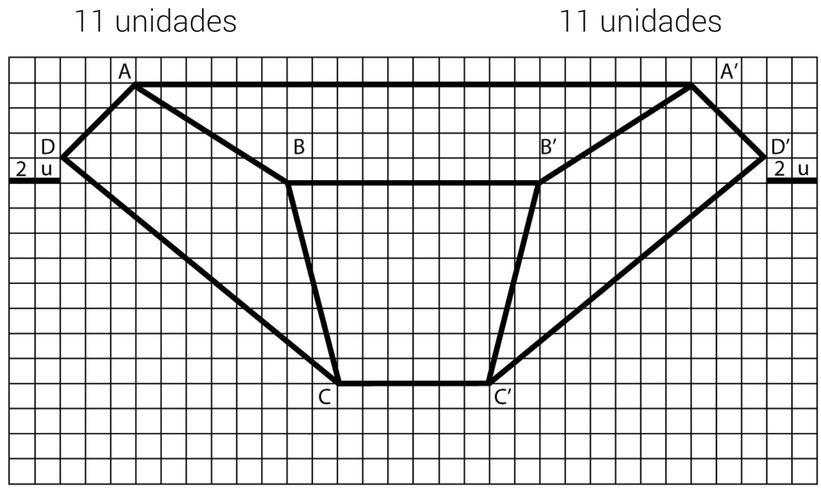
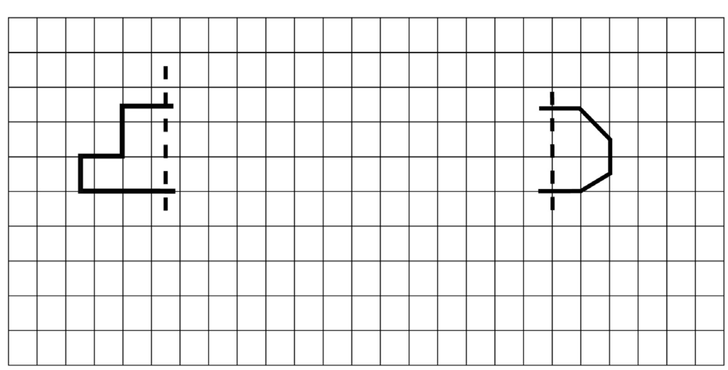


Figura 6.10: Exemplo de uso do papel quadriculado.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 3

Agora é a sua vez de usar o papel quadriculado na montagem de figuras simétricas! Copie os exemplos e termine os desenhos.



Anote as respostas em seu caderno.

Referências

https://www.significados.com.br

https://www.todamateria.com.br

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1ª ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 2009.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios.* 14ª ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

Respostas das atividades

Atividade 1

1) Para manter a simetria, as quatro carinhas iniciais devem ser repetidas sempre na mesma ordem.

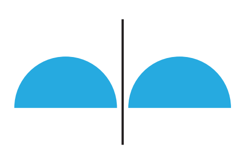
☺😐☹☺😐☹☺😐☹☺😐☹☺😐☹

Atividade 2

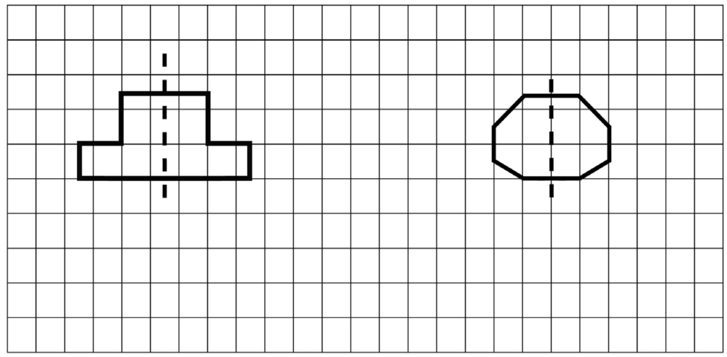
Sim

Sim.

Não. O corte era vertical; por isso, a imagem não poderia ficar de cabeça para baixo.



Atividade 3



Nas figuras apresentadas para marcamos um ponto simétrico, deveríamos determinar os pontos da figura (vértices) e, assim, marcarmos seus pontos simétricos.