CEJA >>
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA

Ensino Fundamental II

Marilêne A. Marinho
Leandro de Oliveira Moreira

Fascículo 3
Unidades 7, 8, 9 e 10

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Wilson Witzel

Vice-Governador
Claudio Castro

Secretário de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação
Leonardo Rodrigues

Secretário de Estado de Educação
Pedro Fernandes

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Elaboração de Conteúdo
Marilêne A. Marinho
Leandro de Oliveira Moreira

Diretoria de Material Didático
Bruno José Peixoto

Coordenação de Design Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Vasques de Miranda

Revisão de Língua Portuguesa
José Meyohas

Design Instrucional
Renata Vittoretti
Vittorio Lo Bianco

Diretoria de Material Impresso
Ulisses Schnaider

Projeto Gráfico
Núbia Roma

Ilustração
Renan Alves

Programação Visual
Maria Fernanda de Novaes

Capa
Renan Alves

Produção Gráfica
Fábio Rapello Alencar

C391

CEJA : Centro de educação de jovens e adultos. Ensino fundamental II. Matemática / Alexandre José Miranda Antunes, Leandro de Oliveira Moreira. Rio de Janeiro : Fundação Cecierj, 2019.
Fasc. 3 – unid. 7-8-9-10
92p.; 21 x 28 cm.

ISBN: 978-85-458-0177-1

1. Matemática. 2. Frações. 3. Números decimais. 4. Porcentagem. 5. Juros. 6. Tratamento da informação. I. Marinho, Marilêne A. II. Moreira, Leandro de Oliveira. 1. Título.

CDD: 510

Referências bibliográficas e catalogação na fonte, de acordo com as normas da ABNT.
Texto revisado segundo o novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.

Sumário

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos “nome de usuário” e “senha”.

Feito isso, clique no botão “Acesso”. Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

CEJA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Frações

Matemática - Fascículo 3 - Unidade 7

Objetivos de aprendizagem

1. Identificar e utilizar diversas representações de frações;

2. Simplificar frações e comparar diversas frações com o mesmo inteiro;

3. Desenvolver técnicas de cálculo de operações de adição e subtração de frações;

4. Calcular operações de multiplicação e divisão com números fracionários;

5. Resolver situações-problema que envolvem frações.

Para início de conversa...

A Constituição Federal, em seu art. 7º, inciso XVII, assegura o gozo de férias anuais de um trabalhador com, pelo menos, um terço a mais do salário normal ($\frac{1}{3}$ constitucional). Ou seja, além da remuneração mensal à qual o trabalhador tem direito durante o período das férias, o empregador deve pagar um adicional que corresponda a $\frac{1}{3}$ do salário do empregado.

Se um empregado com carteira assinada recebe um salário mensal de R$ 1200,00, quanto ele deverá receber de adicional de férias?

Para resolver este problema, precisamos saber o que significa um terço ($\frac{1}{3}$), ou melhor, o que significam frações.

Pronto para começar?

1.

1.1 Conceito de fração

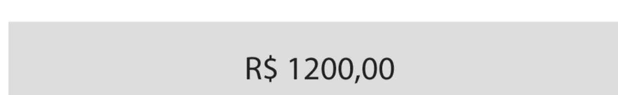
De maneira geral, fração significa dividir algo (um ou mais inteiros – o todo) em partes iguais, sendo representada pelo quociente entre dois números. Esse todo será chamado de todo referência ou inteiro, que pode ser um pedaço de terra, um grupo de pessoas, um tanque de gasolina, uma coleção de objetos.

Voltando à situação inicial do cálculo de férias de um trabalhador:

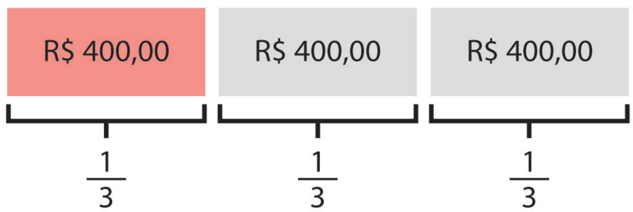
O salário mensal é de R$1200,00 e, por direito, ele tem $\frac{1}{3}$ desse valor. Quanto ele vai receber a mais que o salário?

Vejamos: O inteiro ou o todo referencial, nesse caso, é o salário do trabalhador: R$ 1200,00.

Vamos representá-lo por uma figura retangular.



Para encontrar $\frac{1}{3}$ desse inteiro, vamos dividi-lo em três partes iguais:



Assim, temos que $\frac{1}{3}$ de R$ 1200,00 equivale e R$ 400,00. Ou seja, o empregado em questão receberá 400 reais de adicional de férias.

Nesse exemplo, podemos observar, ainda, que $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}$ ou 1 inteiro.

Assim:

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$ ou 1 inteiro
- $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3}$, que representa 1 inteiro.
- $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$ ou $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4}$, que representa 1 inteiro.

E assim por diante...

Então, a fração que devo somar a $\frac{3}{8}$ para completar 1 inteiro, é a mesma fração que devo somar a $\frac{3}{8}$ para completar $\frac{8}{8}$. Neste caso seria $\frac{5}{8}$, pois $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8}$, ou seja, 1 inteiro. Observe que de 3 para chegar a 8 faltam 5; por isso, $\frac{5}{8}$.

Curiosidades

A palavra "fração" vem do latim fractione e quer dizer dividir, rasgar. Daí tem-se que uma fração é sempre uma divisão.

1.2 Termos de uma fração

Numa fração, sempre teremos os seguintes termos:

a) O denominador indica o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido;

b) O numerador indica quantas dessas partes foram consideradas.

$$\frac{3}{4} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{Numerador} \\ \rightarrow \text{Denominador} \end{matrix}$$

Atenção ⚠

De modo geral, um número fracionário A/B pode ser visto como o resultado de uma divisão entre dois números naturais:

$$\boxed{\frac{A}{B} \text{ ou } A/B} \quad \text{Com } A, B \in \mathbb{N} \text{ e } B \neq 0$$

Onde: ***A*** representa o numerador e ***B*** representa o denominador

1.3 Leitura de frações

Veja, a seguir, como fica a leitura das frações:

Quando os denominadores são números de 2 a 9:

$\frac{1}{2} \rightarrow$ um meio;

$\frac{1}{3} \rightarrow$ um terço;

$\frac{1}{4} \rightarrow$ um quarto;

$\frac{2}{5} \rightarrow$ dois quintos;

$\frac{7}{6} \rightarrow$ sete sextos;

$\frac{1}{7} \rightarrow$ um sétimo;

$\frac{1}{8} \rightarrow$ um oitavo;

$\frac{3}{9} \rightarrow$ três nonos

Quando os denominadores são 10, 100, 1000 (...):

$\frac{9}{10} \rightarrow$ nove décimos;

$\frac{37}{100} \rightarrow$ trinta e sete centésimos;

$\frac{80}{1000} \rightarrow$ oitenta milésimos.

Quando os denominadores são números maiores que 10:

$\frac{6}{11} \rightarrow$ seis onze avos

$\frac{17}{24} \rightarrow$ dezessete vinte e quatro avos

$\frac{10}{13} \rightarrow$ dez treze avos

$\frac{60}{32} \rightarrow$ sessenta trinta e dois avo

Veja alguns exemplos a seguir:

I - IBGE aponta que, no mundo, em 2050, *um quinto* da população será de idosos;

II - Segundo o IBGE, no ano de 2013, cerca de *um terço* da população brasileira contava com plano de saúde;

Esses termos representam partes de alguma coisa. Em linguagem matemática, fica assim:

I - A *população mundial em 2050 é o inteiro (todo referência).* Os idosos representariam $\frac{1}{5}$ dessa população.

II - *A população brasileira de 2013 é o inteiro.* A população que contava com plano de saúde naquele ano representava $\frac{1}{3}$ da população brasileira.

Todos esses números, $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}$, *são fracionários, isto é, números racionais escritos na forma de fração.*

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

1 - Represente, em números, as frações a seguir:

a) Quatro terços: ______ b) Seis sétimos: ______
c) Três dezenove avos: ______ d) Quatro centésimos: _______
e) vinte e três milésimos: ______

2 - Para cada fração, indique outra fração que com ela forme um inteiro:

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{2}{8}$ c) $\frac{3}{10}$ d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{4}{11}$

3 - Em uma classe com 40 alunos, $\frac{7}{8}$ da classe foram a uma excursão:

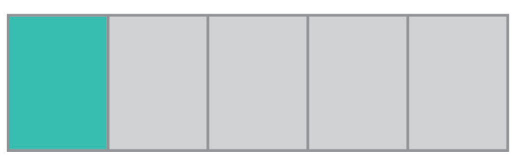
a) Quantos alunos foram à excursão? __________

b) Quantos não foram? __________

c) Qual é a fração que representa os que não foram? __________.

4- Considere uma garrafa de suco concentrado de uva. Nas instruções de preparo, localizadas no rótulo, está escrito: Misturar uma parte de suco concentrado com 4 partes de água.

a) Representando uma parte de suco concentrado por um retângulo escuro e uma parte de água por um retângulo claro, qual seria um desenho adequado para indicar a mistura sugerida?



b) Na mistura final, qual a fração de suco concentrado? Qual a fração de água?

Anote as respostas em seu caderno.

1.4 Frações equivalentes

Observe a figura a seguir:

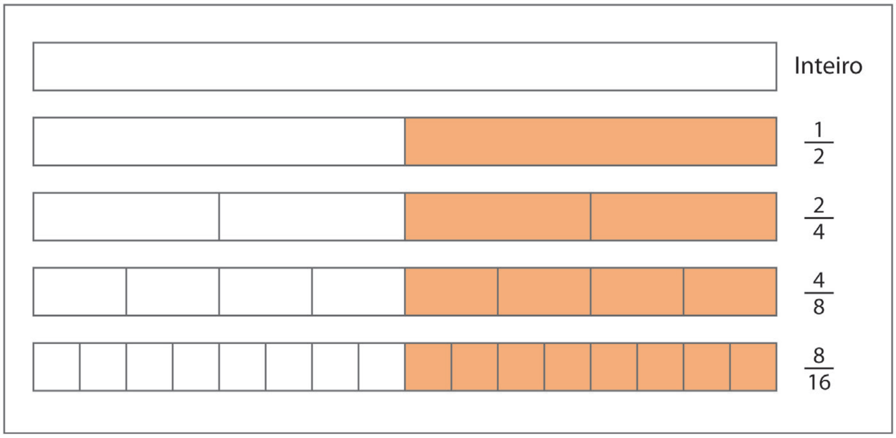


Figura 7.1: Frações equivalentes

A parte pintada de cada retângulo acima representa $\frac{1}{2}$ (metade) do inteiro. Mas ela também pode ser $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ ou $\frac{8}{16}$ desse mesmo inteiro.

As frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ e $\frac{8}{16}$ *são frações equivalentes*, pois representam a mesma parte de um inteiro. Existem várias outras frações equivalentes a $\frac{1}{2}$.

Para encontrarmos frações equivalentes, deve-se:

- Multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número.

$$\frac{3^{\times 2}}{7^{\times 2}} = \frac{6}{14}$$

As frações $\frac{3}{7}$ e $\frac{6}{14}$ são frações equivalentes.

- Dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número.

$$\frac{15^{\div 3}}{9^{\div 3}} = \frac{5}{3}$$

As frações $\frac{15}{9}$ e $\frac{5}{3}$ são frações equivalentes.

Atenção

De modo geral, multiplicando ou dividindo os termos de uma fração por um mesmo número, diferente de zero, obtemos outra fração que é equivalente à fração com a qual começamos. Esta é a propriedade fundamental das frações.

1.6 Cálculo de uma fração de um conjunto de coisas

Para encontrar $\frac{2}{3}$ de um inteiro, dividimos o inteiro em 3 partes e tomamos duas dessas partes, como podemos observar na figura a seguir, certo?

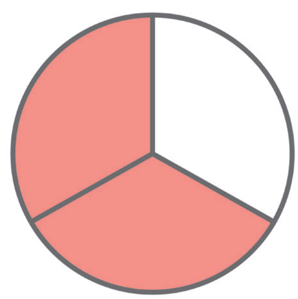


Figura 7.2: $\frac{2}{3}$ de um inteiro

Suponhamos que esse inteiro seja uma caixa de bombons, com 18 unidades e que Paulo comeu $\frac{2}{3}$ dos bombons da caixa. Quantos bombons Paulo comeu?

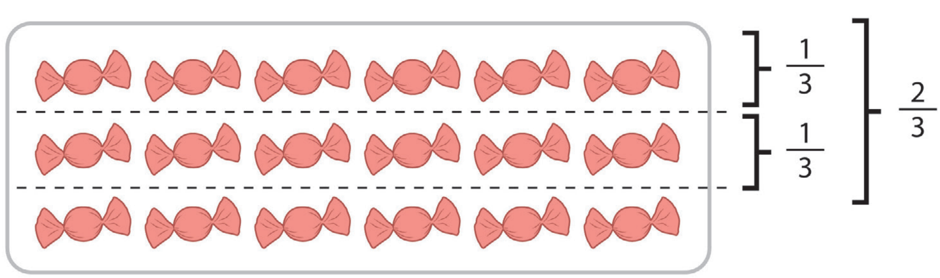


Figura 7.3: $\frac{2}{3}$ dos bombons da caixa.

Nesse caso, dividimos a unidade (o conjunto de 18 bombons) em três partes iguais: $18 \div 3 = 6$ e tomamos 2 dessas partes: $2 \times 6 = 12$. Logo, Paulo comeu 12 bombons.

Atenção ⚠

De maneira geral, para calcular a fração de um todo, basta dividir a unidade (ou o inteiro) pelo denominador e multiplicar pelo numerador.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 2

I) Segundo o IBGE, no ano de 2013, cerca de um terço da população brasileira contava com plano de saúde. Se a população nesse ano era de cerca de 204 milhões de habitantes, quantas pessoas possuíam plano de saúde naquele ano?

II) Em janeiro, Roberto gastou $\frac{3}{4}$ do seu salário para pagar dívidas atrasadas. Se naquele mês Roberto recebia um salário de R$ 2.400,00; quanto ele gastou para pagar dívidas?

III) No ano de 2015, Paula trabalhou como vendedora por 7 meses em uma loja de automóveis, com carteira assinada. Em função da crise, ela foi demitida e teve o direito de receber o 13º salário proporcional ao tempo trabalhado ($\frac{7}{12}$) . Se o salário de Paula, registrado em carteira, era de 1800 reais, quanto Paula recebeu de décimo terceiro salário?

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 3

I) Eu costumo dormir 6 horas por dia. Qual é a fração que representa o tempo que passo dormindo?

II) Um dia tem 24 horas, 1 hora tem 60 minutos e 1 minuto tem 60 segundos. Que fração da hora corresponde a 35 minutos?

III) Escreva frações equivalentes a:

a) $\frac{3}{4}$ cujo numerador seja 15;

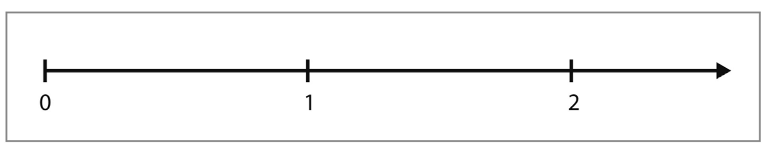
b) $\frac{2}{3}$ cujo denominador seja 27;

IV) Se $\frac{3}{4}$ do percurso de minha casa ao colégio equivalem a 15 km. Qual é em quilômetros o percurso total?

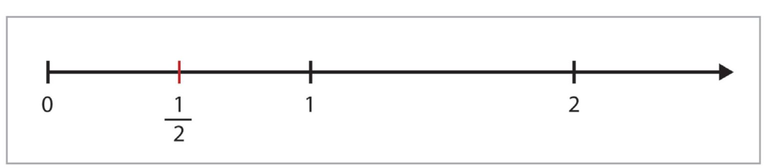
Anote as respostas em seu caderno.

1.7 Comparando números fracionários

Vamos localizar na reta dos números racionais as seguintes frações: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{7}{5}$

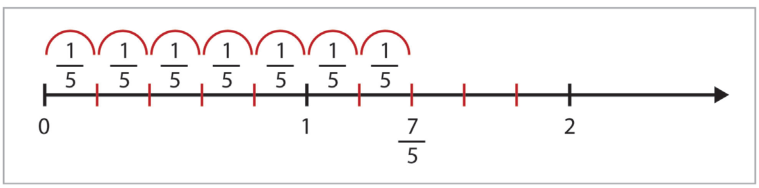


O número $\frac{1}{2}$ na reta numérica representa o número 1 (a unidade) dividido em duas partes iguais. Portanto, deve ter "metade do tamanho" do número 1 (isto é, deve encontrar-se na "metade do caminho" entre 0 e 1).



Já o número $\frac{2}{3}$ pode ser interpretado como a soma de $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ (um terço mais um terço resulta em dois terços). Assim, para localizá-lo, dividimos o número 1 em três partes iguais, cada parte valendo $\frac{1}{3}$, e tomamos duas dessas partes (sempre avançando a partir do 0 para a direita).

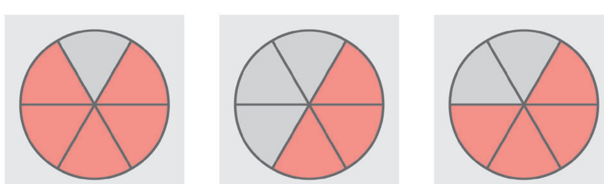
Finalmente, o número $\frac{7}{5}$ pode ser interpretado da mesma maneira: sete vezes $\frac{1}{5}$. Assim, dividimos o número 1 em 5 partes, cada parte valendo $\frac{1}{5}$, e tomamos 7 dessas partes. A diferença, neste caso, é que ultrapassamos a unidade.



Nos casos de comparação de números fracionários, temos duas situações distintas:

1ª Situação: Quando as frações possuem denominadores iguais.

Por exemplo, comparemos as frações $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{6}$.



Fica fácil perceber qual e a maior e qual é a menor dentre essas três frações:

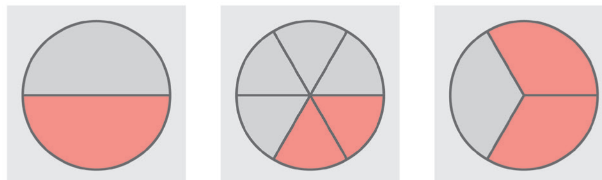
$$\frac{5}{6} \text{ é a maior e } \frac{3}{6} \text{ é a menor}$$

Atenção ⚠

Se os denominadores de duas ou mais frações são iguais, a maior fração é a que possui o maior numerador..

<u>2ª Situação:</u> Quando as frações possuem denominadores diferentes.

Por exemplo, comparemos as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{2}{3}$



Para comparar essas frações é preciso encontrar frações equivalentes a elas que possuam o mesmo denominador.

Pelos diagramas acima podemos observar que $\frac{1}{2}$ equivale a $\frac{3}{6}$ e que $\frac{2}{3}$ equivalem a $\frac{4}{6}$.

Assim, comparar as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{2}{3}$ é o mesmo que comparar $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{4}{6}$.

Logo, dentre essas três frações, a maior é $\frac{2}{3}$ e a menor é $\frac{2}{6}$.

Atenção ⚠

Se os denominadores de duas ou mais frações são diferentes, é preciso escrever frações equivalentes a elas que possuam o mesmo denominador, para depois comparar como na primeira situação.

Veja o exemplo a seguir: Qual das frações abaixo é a maior?

$$\frac{3}{5}, \frac{7}{10} \text{ ou } \frac{5}{8}$$

Para comparar essas frações, é preciso encontrar as frações equivalentes a $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$ ou $\frac{5}{8}$ que tenham o mesmo denominador. Existe uma técnica para isso: basta calcular o menor múltiplo comum, diferente de zero, entre os números 5, 10 e 8, ou seja, calcular o mmc entre os denominadores.

Assim, o mínimo múltiplo comum (mmc) encontrado será o novo denominador. Depois, é só comparar qual é o maior fração.

Observe:

M(5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 ...}.

M(10) = {0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 ...}.

M(8) = {0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64 ...}.

O mmc entre 4, 8 e 10 é 40. Assim, o novo denominador das frações será 40. Depois, é só encontrar a fração equivalente a cada uma, mas todas com o mesmo denominador.

Atenção ⚠

Método prático de encontrar o mmc – trata-se do processo de decomposição simultânea de dois ou mais números em fatores primos (ou fatoração simultânea); veja:

$$\begin{array}{l|ll} 5, 8, 10 & 2 & \\ 5, 4, 5 & 2 & \\ 5, 2, 5 & 2 & \\ 5, 1, 5 & 5 & \times \\ \hline 1, 1, 1 & 40 & \end{array}$$

mmc (5, 8, 10) = 40

Veja a seguir:

$$\frac{3}{5} = \frac{24}{40} \qquad \frac{7}{10} = \frac{28}{40} \qquad \frac{5}{8} = \frac{25}{40}$$

Assim, a maior fração será $\frac{7}{10}$.

Atenção ⚠

Às vezes, encontramos frações equivalentes com números menores do que aqueles que formam a fração original. Por exemplo, dada a fração $\frac{4}{12}$, podemos encontrar várias frações equivalentes, inclusive $\frac{1}{3}$ (multiplicando ou dividindo os numeradores e os denominadores pelo mesmo número). Quando isso acontece, dizemos que estamos *simplificando* a fração original.

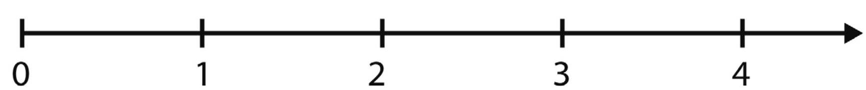
Quando encontramos uma fração que não possa mais ser simplificada, dizemos que essa fração é *irredutível*.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 4

1) Localize as frações na reta numérica as seguintes frações:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}$$



2) A tabela a seguir mostra o número de pênaltis batidos e convertidos em gol que dois jogadores cobraram durante um campeonato de futebol.

a) Qual jogador foi mais eficiente nas cobranças?

b) Como você fez para determinar quem foi o mais eficiente?

	Pênaltis batidos	Pênaltis convertidos
Ronaldo	10	7
Roberto	12	8

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 5

1) Simplifique as frações, através das divisões sucessivas, até torná-las irredutíveis:

a) $\frac{8}{24}$ b) $\frac{20}{100}$ c) $\frac{32}{80}$ d) $\frac{18}{60}$ e) $\frac{80}{60}$ f) $\frac{50}{72}$

Anote as respostas em seu caderno.

2. Operações com frações

2.1 Adição e subtração

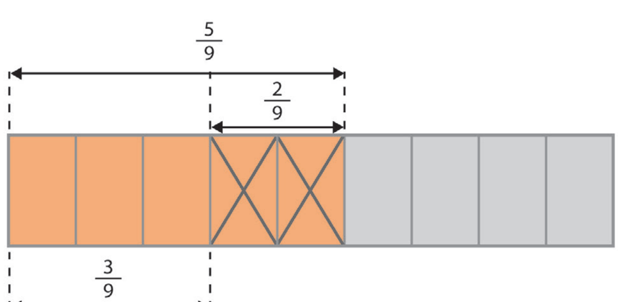
Veja o seguinte problema:

A família de Selma gasta $\frac{1}{5}$ *do salário em alimentação,* $\frac{1}{8}$ *em lazer e* $\frac{1}{10}$ *em transportes. Qual o gasto total da família de Selma?*

Para podermos saber o total gasto pela família de Selma, é preciso somar, juntar ou reunir estas frações. Mas como? Você deve usar o mesmo raciocínio utilizado no caso de comparação de frações. Acompanhe:

Nos casos de *adição* ou *subtração* de números fracionários, temos duas situações distintas:

<u>1ª Situação:</u> Quando as frações possuem denominadores iguais.



$$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9}$$

A adição e a subtração de números fracionários requer que todas as frações envolvidas possuam o mesmo denominador. Se, inicialmente, todas as frações já possuírem um denominador comum, basta que realizemos a soma ou a subtração de todos os numeradores e mantenhamos esse denominador comum.

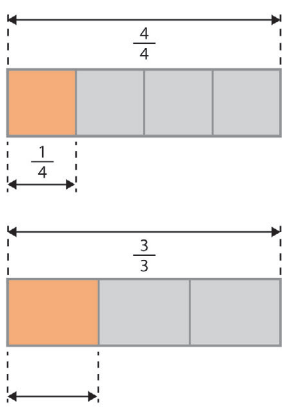
Veja outro exemplo:

$$\frac{4}{7}+\frac{13}{7}+\frac{1}{7}=\frac{18}{7}$$

Atenção ⚠

Na adição e subtração de números fracionários que possuem denominadores iguais, o denominador continua o mesmo.

<u>2ª Situação:</u> Quando as frações possuem denominadores diferentes.



$$+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=?$$

Encontrando frações equivalentes, temos:

$$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}=\ldots$$

$$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\frac{5}{15}=\ldots$$

Logo:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{7}{12}$$

Para adicionar ou subtrair números fracionários com denominadores diferentes, é preciso:

- Substituir as frações por frações equivalentes com denominadores iguais.
- Adicionar ou subtrair os numeradores, conservando o denominador.

Veja o exemplo do problema anterior: $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = ?$

Para calcular a adição entre as frações $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$, é preciso substituir essas frações por frações equivalentes que tenham o mesmo denominador. Para tanto, é preciso encontrar o menor múltiplo comum, diferente de zero, entre os números 5, 10 e 8, ou seja, calcular o mmc entre os denominadores. Assim, o mínimo múltiplo comum (mmc) encontrado será o novo denominador. Finalmente, efetua-se a adição, somando somente os numeradores e conservando o denominador.

Observe:

5, 8, 10	2
5, 4, 5	2
5, 2, 5	2
5, 1, 5	5
1, 1, 1	40

mmc (5, 8, 10) = 40

Logo:

$$\frac{1}{5} = \frac{8}{40}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{5}{40}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{4}{40}$$

Efetuando a adição, temos:

$$\frac{8}{40} + \frac{5}{40} + \frac{4}{40} = \frac{17}{40}$$

Respondendo à pergunta: A família de Selma gasta, no total, $\frac{17}{40}$ do salário.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 6

Priscila gasta $\frac{1}{6}$ do salário em diversão e $\frac{1}{9}$ em alimentação. O restante do seu salário entrega à mãe para ajudar nas despesas da casa.

a) Qual é a fração que representa o gasto com diversão e alimentação de Priscila?

b) Em que ela gasta mais? Diversão ou alimentação?

c) Qual é a fração que representa a quantia que ela deu para sua mãe?

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 7

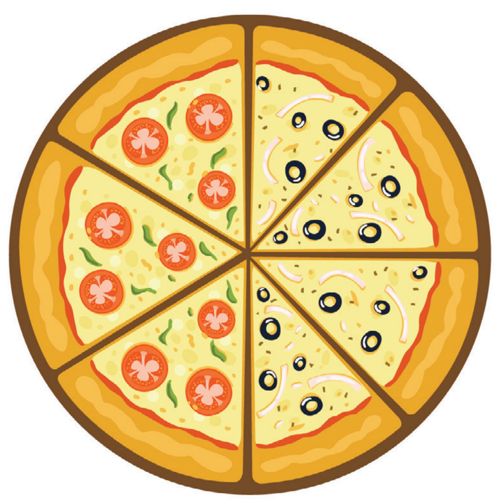
Para fazer uma vitamina, foram misturados meio litro de leite, 1 quarto de litro de leite de coco e 1 quarto de litro de suco de maracujá. A mistura rendeu quantos litros de vitamina?

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 8

Para mostrar que sabe Matemática, Felipe cortou uma pizza mista como mostra a figura. Note que as partes à esquerda não são iguais às da direita, mas cada metade está dividida em partes iguais.



Depois, ele comeu um pedaço da esquerda, um da direita, e pediu aos outros que calculassem a fração da pizza que ele havia comido. Como ninguém acertou, ele deu a resposta: $\frac{7}{12}$. Como Felipe calculou essa fração?

Anote as respostas em seu caderno.

2.2 Multiplicação e divisão

2.2.1 Multiplicando números fracionários

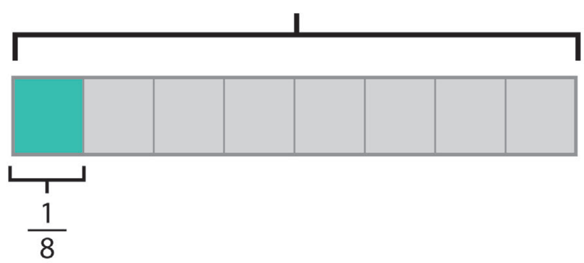
Há muitas situações cotidianas nas quais usamos a operação de multiplicação de frações. Uma delas é a multiplicação como uma adição de parcelas iguais. A outra situação onde a multiplicação de fração como “uma parte de” – é o que veremos a seguir.

Situação 1: multiplicação de fração como adição de parcelas iguais.

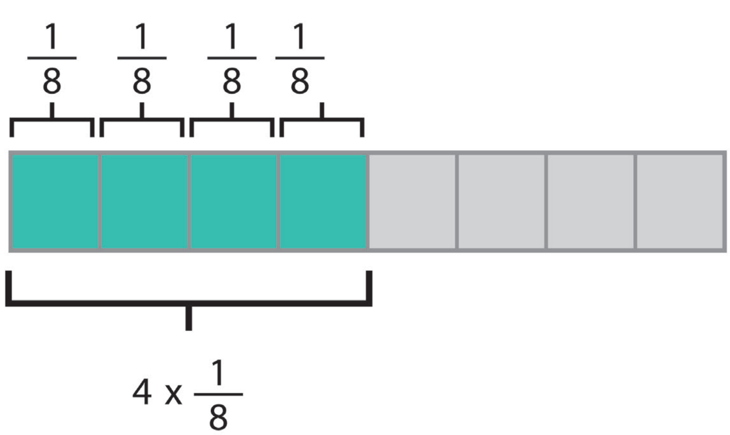
Exemplo: Para fazer um bolo, Lídia usa $\frac{1}{8}$ do pacote de margarina. Que fração do pacote de margarina ela usará para fazer 4 desses bolos?

Um esquema pode ajudar a resolver este problema. Veja:

1 pacote de margarina



A quantidade de margarina necessária para 4 bolos é quatro vezes a quantidade usada em 1 bolo. Observe:



A parte pintada do esquema acima pode ser representada por:

$$4 \times \frac{1}{8} \text{ ou } \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1+1+1+1}{8} = \frac{4 \times 1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Assim, podemos escrever:

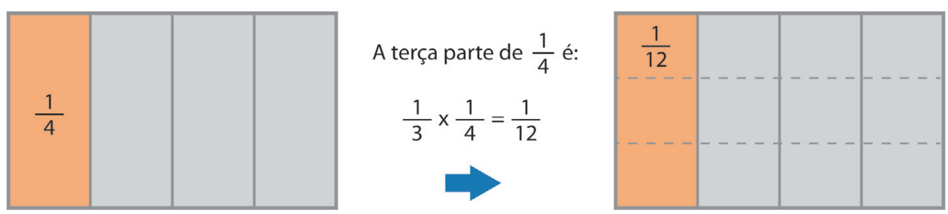
$$4 \times \frac{1}{8} = \frac{4 \times 1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Portanto, para fazer 4 bolos, Lídia vai usar metade ($\frac{1}{2}$) do pacote de margarina.

Situação 2: multiplicação de fração como "uma parte de".

Exemplo: Dos alunos de uma turma, $\frac{1}{3}$ pratica esporte regularmente. Desses alunos, $\frac{1}{4}$ joga handebol. Qual a fração de alunos dessa turma que jogam handebol?

O desafio aqui é descobrir qual a fração que representa $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ (ou a terça parte de um quarto). Acompanhe:



Atenção

A multiplicação de frações é muito simples: basta multiplicarmos numerador por numerador e denominador por denominador, respeitando suas posições, e simplificar o resultado sempre que possível.

2.2 Dividindo números fracionários

2.2.1 Frações inversas

Antes de começarmos a dividir números fracionários, observe as multiplicações a seguir:

$$\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{30}{30} = 1 \qquad \frac{12}{9} \times \frac{9}{12} = \frac{108}{108} = 1$$

O que elas apresentam de curioso?

Em cada uma dessas multiplicações, o numerador de uma fração é igual ao denominador da outra, e vice-versa. O produto delas é igual a 1.

Atenção ⚠

Duas frações que representam números racionais cujo produto seja igual a 1 são chamadas de frações inversas.

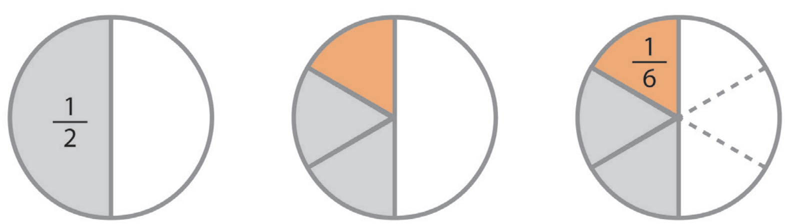
São exemplos de frações inversas:

$\frac{13}{8}$ e $\frac{8}{13}$ $\quad$ $\frac{3}{7}$ e $\frac{7}{3}$

Vamos ver uma situação-problema que envolve divisão com números fracionários.

Situação-problema: Três amigas compraram uma pizza grande e resolveram dividir igualmente a metade ($\frac{1}{2}$) da pizza entre elas. Que fração da pizza cada uma delas receberá?

Fazendo um esquema da situação-problema, temos:



Se divido $\frac{1}{2}$ por 3, repare que temos sempre que pensar em partes iguais; por isso, a outra metade ($\frac{1}{2}$) também é repartida na mesma quantidade, e a parte representada pela divisão passa a ser $\frac{1}{6}$.

Metade da pizza foi dividida em três partes iguais. Para saber que fração da pizza cada amiga receberá, temos de dividi-la em 6 partes iguais.

Assim, uma das três amigas receberá 1/6 da pizza inteira, isto é, $\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{2} \div \frac{3}{1} = \frac{1}{6}$.

Observe como foi feto este cálculo:

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{1^{o}} \div \underbrace{3}_{2^{o}} = \underbrace{\frac{1}{2}}_{1^{o}} \times \underbrace{\frac{1}{3}}_{2^{o}} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

Atenção ⚠

Para dividir um número fracionário por outro número fracionário, multiplica-se o primeiro pelo inverso do segundo.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 9

1) João pegou $\frac{2}{5}$ de sua mesada e deu a sua irmã $\frac{1}{4}$ desse valor. Que fração do total ela recebeu?

2) Mate a curiosidade dessas pessoas utilizando frações:

Marcos: Quantas meias horas há em 1 hora?

Luiza: Quantas meias horas há em 2 horas?

Felipe: Quantos quartos de hora há em 5 horas?

Anote as respostas em seu caderno.

Embora o contato com as representações fracionárias seja menos frequente nas situações do dia a dia, seu estudo se justifica entre outras razões, por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos, como proporção, equações, cálculo algébrico, entre outros, que serão estudados nos módulos subsequentes.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 10

Débora trabalha numa lanchonete. Ela faz $\frac{15}{2}$ litros de suco de laranja e precisa distribuí-los em 6 recipientes para viagem. Se todos os recipientes tiveram a mesma quantidade de suco, quanto conterá cada recipiente?

Anote as respostas em seu caderno.

Resumo

- As frações representam números que indicam uma ou várias partes de um todo que foi dividido em partes iguais.
- Procure sempre se lembrar de que fração é sempre uma divisão.
- Existem também as chamadas frações equivalentes. São aquelas que representam a mesma quantidade de um todo. Obtemos uma fração equivalente quando multiplicamos ou dividimos o numerador e o denominador pelo mesmo número (propriedade fundamental das frações).
- Para adicionarmos ou subtrairmos frações, é preciso seguir dois passos análogos ao da comparação de fração: 1) Quando duas ou mais frações possuem denominadores iguais, adicionam-se os numeradores e conserva-se o denominador. 2) Quando duas ou mais frações possuem denominadores diferentes, temos dois passos: a) Encontrar o mmc entre os denominadores, achando, assim, o novo denominador comum a todas as frações. b) escrever as frações equivalentes a todas as outras frações que tenham o mesmo denominador, adicionando-se, assim, os numeradores e conservando o denominador.
- Para multiplicar dois ou mais números fracionários, é preciso multiplicar todos os denominadores e, depois, multiplicar todos os numeradores. Podem-se simplificar os resultados encontrados escrevendo

uma fração equivalente. Para dividir dois números fracionários, é preciso escrever o número inverso da segunda fração e, depois, efetuar a multiplicação entre eles.

Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim.* 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença.* 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Metodologia do Ensino Superior*. 3a ed. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI, José Ruy Júnior. *A conquista da Matemática: a +nova. 5ª série*. São Paulo: FTD, 2002.

LOPES, Antonio José. *O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações*. Rio Claro: Bolema, p. 1-22, 2008.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática.* Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática:* ideias e desafios. 14a ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

PERLIN, Patrícia; LOPES, Anemari R. L. Vieira. *A necessidade histórica da criação das frações e a organização do ensino do professor nos anos iniciais.* In: VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática-2013. 2013.

SPINELLI, Walter & SOUZA, Maria Helena. *Matemática*.1a ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.

Sites

http://www.uel.br/projetos/matessencial/fundam/fracoes/fracoes.htm

Respostas das atividades

Atividade 1

1 - a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{6}{7}$; c) $\frac{3}{19}$; d) $\frac{4}{100}$; e) $\frac{23}{1000}$

2 - a) $\frac{6}{7}$; b) $\frac{6}{8}$; c) $\frac{7}{10}$; d) $\frac{4}{9}$; e) $\frac{7}{11}$

3 - a) Foram à excursão 35 alunos. A quantidade de alunos que foi à excursão é encontrada dividindo 40 por 8. Depois, multiplica-se o resultado por 7 ($40 \times \frac{7}{8} = \frac{280}{8} = 35$).

b) Não foram à excursão 5 alunos. Subtraem-se 35 de 40 ($40 - 35 = 5$).

c) A fração que representa a quantidade de alunos que não foram é $\frac{5}{40} = \frac{1}{8}$.

4 - a) uma parte de suco concentrado + quatro partes de água = cinco partes de suco.

b) Resposta: $\frac{1}{5}$ e $\frac{4}{5}$.

Atividade 2

I) 204 milhões de habitantes é todo referencial (ou o inteiro, ou a unidade). Precisamos determinar $\frac{1}{3}$ de 204 milhões que possuía plano de saúde: $204 \div 3 = 68$. Logo, 68 milhões de pessoas possuíam plano de saúde naquele ano.

II) R$ 2.400,00 é o inteiro. Para determinar $\frac{3}{4}$ desse inteiro, dividimos o mesmo em 4 partes iguais: $2400 \div 4 = 600$ e tomamos 3 partes: $600 \times 3 = 1800$. Logo, Roberto gastou R$ 1800,00 para pagar dívidas atrasadas.

III) 1800 reais é o inteiro. Para determinar $\frac{7}{12}$ desse inteiro, dividimos o mesmo em 12 partes iguais: $1800 \div 12 = 150$ e tomamos 7 partes: $7 \times 150 = 1050$. Logo, Paula recebeu 1050 reais de 13º salário.

Atividade 3

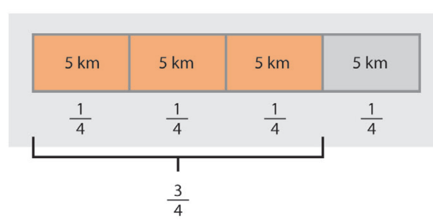
I) Um dia tem 24 horas. Se durmo 6 horas por dia, a fração que representa o tempo que passo dormindo é $\frac{6}{24}$. Se simplificarmos a resposta, encontraremos a fração $\frac{1}{4}$. Logo, durmo $\frac{1}{4}$ do dia.

II) Uma hora tem 60 minutos, logo, 35 minutos representam $\frac{35}{60}$. Simplificando essa fração, teremos: $\frac{35}{60} = \frac{7}{12}$.

III) a) $\frac{3}{4} = \frac{15}{x}$ para chegar ao numerador 15, a fração deve ser multiplicada por 5, logo $\rightarrow \frac{3^{\times 5}}{4^{\times 5}} = \frac{15}{20}$.

b) $\frac{2}{3} = \frac{x}{27}$ para chegar ao denominador 27, a fração deve ser multiplicada por 9, logo $\rightarrow \frac{2^{\times 9}}{3^{\times 9}} = \frac{18}{27}$.

IV) Se $\frac{3}{4}$ do percurso equivalem a 15km, $\frac{1}{4}$ do percurso equivale a 5km. Logo, o percurso total de minha casa até a escola, ou seja, $\frac{1}{4}$ ou um inteiro, equivale a 4 x 5km = 20km



Atividade 4

a) Ronaldo.

b) Comparando as frações t e $\frac{8}{12}$, pois $\frac{7}{10} > \frac{8}{12}$.

M(10) = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, (...).

M(12) = 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84 (...).

mmc (10,12) = 60 = novo denominador. $\frac{7}{10} = \frac{42}{60}$ e $\frac{8}{12} = \frac{40}{60}$

A maior fração é $\frac{7}{10}$. Logo, Ronaldo foi o mais eficiente.

Atividade 5

Uma fração está totalmente simplificada quando seus termos estão totalmente reduzidos a números primos entre si, ou seja, quando o único divisor comum entre eles é o 1.

Para simplificar uma fração, através de divisões sucessivas, basta dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número natural e repetir o processo até que o numerador e o denominador não seja mais divisível por nenhum número natural diferente de 1.

Logo:

a) $\frac{8}{24}$ dividindo o numerador e o denominador por 8, temos: $\frac{8 \div 8}{24 \div 8} = \frac{1}{3}$. Como não existe nenhum número natural, diferente de 1, que divide o 1 e o 3, a fração está na forma irredutível.

b) $\frac{20}{100} \rightarrow \frac{20 \div 10}{100 \div 10} = \frac{2}{10} \rightarrow \frac{2 \div 2}{10 \div 2} = \frac{1}{5}$

c) $\frac{32}{80} \rightarrow \frac{32 \div 4}{80 \div 4} = \frac{8}{20} \rightarrow \frac{8 \div 4}{20 \div 4} = \frac{2}{5}$

d) $\frac{18}{60} \rightarrow \frac{18 \div 6}{60 \div 6} = \frac{3}{10}$

e) $\frac{80}{60} \rightarrow \frac{80 \div 10}{60 \div 10} = \frac{8}{6} \rightarrow \frac{8 \div 2}{6 \div 2} = \frac{4}{3}$

f) $\frac{50}{72} \rightarrow \frac{50 \div 2}{72 \div 2} = \frac{25}{36}$

Atividade 6

a) A fração que representa o gasto total de Priscila é $\frac{3}{18}$.

Para calcular a adição entre as frações $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{9}$, é preciso substituir estas frações por frações equivalentes que tenham o mesmo denominador. Para tanto, é preciso encontrar o menor múltiplo comum, diferente de zero, entre os números 6 e 9, ou seja, calcular o mmc entre os denominadores. Assim, o mínimo múltiplo comum (mmc) encontrado será o novo denominador. Finalmente, efetua-se a adição, somando somente os numeradores e conservando o denominador.

Observe:

O mmc entre 6 e 9 é 18, logo: $\frac{1}{6} = \frac{3}{18}$ e $\frac{1}{9} = \frac{2}{18} = \frac{5}{18}$

Efetuando a adição, temos: $\frac{3}{18} + \frac{2}{18} = \frac{5}{18}$

b) Ela gasta mais em diversão. Compare as duas frações depois que você reduziu ao mesmo denominador, observando qual é o maior numerador, ou seja, nós temos $\frac{3}{18}$ gastos com diversão.

c) A fração que representa a quantia que Priscila deu para sua mãe é $\frac{13}{18}$.

Para encontrar a resposta do último item, é preciso fazer a subtração entre o inteiro e o total que gasta com alimentação e diversão.

$\frac{18}{18}$ é a fração que representa o todo, no caso, o salário de Priscila. Logo, subtraímos da fração que representa o total de gastos e encontramos a fração que representa a parte que Priscila dá para sua mãe.

$\frac{18}{18} - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$.

Atividade 7

Solução 1 (mental)	Solução 2	Solução 3
1 quarto + 1 quarto é igual à metade (ou meio). Meio mais meio é igual a um litro.	$\dfrac{\text{1 quarto + 1 quarto}}{\text{metade}}$ $\dfrac{\text{1 meio + metade}}{\text{1 inteiro}}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

Atividade 8

I) A fração que representa um pedaço do lado esquerdo é $\frac{1}{3}$, pois esse lado está dividido em três partes iguais. Se ele comeu somente um pedaço, a fração é $\frac{1}{3}$.

Já o outro lado está dividido em quatro partes iguais; logo, a fração que representa um pedaço do lado direito é: $\frac{1}{4}$. Como Felipe comeu os dois pedaços, unimos as duas frações e efetuamos os cálculos necessários. Observe:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

mmc (3,4) = 12, que é o novo denominador. Transforme as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ em frações equivalentes com mesmo denominador e efetue a adição entre elas.

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \qquad \text{e} \qquad \frac{1}{4} = \frac{3}{12}\text{; logo: } \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Atividade 9

1) Ela recebeu $\frac{2}{5}$ da mesada de João. Multiplique $\frac{2}{5}$ por $\frac{1}{4}$. Teremos $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

2) Marcos – 2 meias horas.

- Utilizando frações: Saber quantas meias horas cabem em 1 hora é a mesma coisa que dividir 1 hora por meia hora.

  1 hora (1) ÷ meia hora $\frac{1}{2}$, ou seja: $1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} = \frac{1 \times 2}{1} = 2$

  Luiza - 4 meias horas.

- Utilizando frações: Saber quantas meias horas cabem em 2 horas é a mesma coisa que dividir 2 horas por meia hora.

  2 horas (2) ÷ meia hora ($\frac{1}{2}$), ou seja: $2 \div \frac{1}{2} = 2 \times \frac{2}{1} = \frac{2 \times 2}{1} = 4$

  Felipe - 20 quartos de hora.

- Utilizando frações: Saber quantos quartos de hora cabem em 5 horas é a mesma coisa que dividir 5 horas por $\frac{1}{4}$ da hora.

  5 horas (5) ÷ $\frac{1}{4}$ da hora, ou seja: $5 \div \frac{1}{4} = 5 \times \frac{4}{1} = \frac{5 \times 4}{1} = 20$

Atividade 10

Para chegar ao resultado, é preciso dividir $\frac{15}{2}$ por 6, ou seja, descobrir quantas vezes $\frac{15}{2}$, cabem em 6? Veja: $\frac{15}{2} \div 6 = ?$

$$\frac{15}{2} \div 6 = \frac{15}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{15}{12}$$

Ainda é preciso simplificar a fração $\frac{15}{12}$. Observe:

$$\frac{15}{12} = \frac{15 \div 3}{12 \div 3} = \frac{5}{4}$$

Cada recipiente vai conter $\frac{5}{4}$ de litro de suco.

Exercícios

1. Determine o valor de x, para que se tornem equivalentes:

a) $\frac{2}{3} = \frac{x}{30}$ b) $\frac{36}{40} = \frac{x}{20}$ c) $\frac{x}{5} = \frac{9}{45}$ d) $\frac{27}{36} = \frac{x}{4}$

2. Um alpinista escalou $\frac{3}{4}$ de uma montanha, o que corresponde a 1200 m. Qual a distância total a ser escalada?

3. Um reservatório contém 2400 litros. Quantos litros conterão $\frac{2}{5}$ desse reservatório?

4. Os $\frac{3}{5}$ da capacidade de um freezer vertical correspondem a 111 litros. Qual é a capacidade total desse freezer?

5. Determine:

a) $\frac{4}{5}$ de 420. b) a metade de $\frac{3}{7}$.

6. Efetue, simplificando quando possível:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$ b) $\frac{3}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} =$

Respostas dos exercícios

1. a) x = 20 b) x = 18 c) x = 1 d) x = 3

2. Se $\frac{3}{4}$ da montanha correspondem a 1200m, $\frac{1}{4}$ da montanha equivale a 1200m ÷ 3 = 400m. Logo, temos $\frac{1}{4}$ da montanha é igual a 400m.

A montanha toda (o inteiro) possui $\frac{4}{4}$; ou seja, 4 x 400m = 1600m. Logo, a distância total a ser escalada é de 1600m.

3. $\frac{3}{5}$ de 2400 litros= $\frac{2}{5} \times 2400 = \frac{2 \times 2400}{5} = 960$ Litros

4. $\frac{2}{5}$ do freezer equivalem a 111 litros. Logo, $\frac{1}{5}$ equivale a $\frac{111}{3} = 37$ litros. A capacidade total do freezer, $\frac{5}{5}$, será igual a $5 \times 37 = 185$ litros.

5. a) $\frac{4}{5} \times 420 = \frac{4 \times 420}{5} = 336$ b) $\frac{3}{7} \div 2 = \frac{3}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{14}$

6. a) mmc (2,3,4)= 12, logo: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$

b) mmc (2, 3, 6) = 6, logo $\frac{3}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{9}{6} + \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{14}{6}$; simplificando por 2, temos: $\frac{14}{6} = \frac{7}{3}$

CEJA >>
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Números decimais

Matemática - Fascículo 3 - Unidade 8

Objetivos de aprendizagem

1. Estabelecer relações entre números decimais e números fracionários;

2. Comparar números decimais;

3. Aplicar as operações de adição e subtração com números decimais em diversas situações-problema;

4. Aplicar as operações de multiplicação e divisão com números decimais em situações-problema;

5. Aplicar arredondamento em operações com números de infinitas casas decimais.

Para início de conversa...

Os números decimais estão muito presentes por toda parte no nosso dia a dia. Esse sistema de numeração – Sistema Numérico Decimal, que o mundo todo usa, tem suas origens na Índia, por volta de 200 a.C., e foi adotado pelos árabes no século VIII. Em 711, os árabes cruzaram o Estreito de Gibraltar e invadiram a Península Ibérica, levando na bagagem os algarismos e tantos outros conhecimentos, de astronomia, medicina, que hoje enriquecem a cultura ocidental. O resto da Europa eventualmente se rendeu ao novo sistema, mas não o fez sem muita resistência.

A grande qualidade do Sistema Numérico Decimal, representado pelos algarismos hindu-arábicos, os nossos números de cada dia, é sua simplicidade, aliada a uma notação extremamente feliz – posicional. Ao escrevermos 11 031, onze mil e trinta e um, por exemplo, usamos o algarismo 1 em três situações, com diferentes significados, diferenciados apenas por suas posições em relação aos demais algarismos, o 3 e o 0.

1.

1.1 Compreendendo os decimais

Os números decimais são números racionais (Q), pois podem ser escritos na forma a/b. São expressos por vírgula e possuem casas decimais, que são contadas a partir da vírgula. Por exemplo, o número 14,321 possui 3 casas decimais, ou seja, três algarismos após a vírgula.

Os números decimais podem expressar valores monetários, medidas, ordens de grandeza ou porcentagens. Vejamos alguns exemplos:

- Computador com processador de 1,40 GHz.
- A extensão do rio Amazonas é superior a 3,6 mil Km.
- A taxa de natalidade brasileira gira em torno de 1,4%.
- Altura máxima permitida é de 5,3m.
- TV de LCD, só hoje, por R$ 1.990,99.

A notação decimal (números escritos na forma decimal) é mais usual que a notação fracionária (números escritos na forma de fração). Observe que, nos computadores e nas máquinas calculadoras, utilizamos unicamente a forma decimal.

O matemático francês Viéte (1540-1603) desenvolveu um método prático para escrever frações decimais – no lugar de frações, Viéte escreveria números com vírgula. O método de Viéte foi modernizado ao longo dos anos e é utilizado até hoje.

Observe no quadro a seguir a representação de fração decimal através de número decimal.

Fração Decimal	=	Números Decimais
$\frac{1}{10}$	=	0,1
$\frac{1}{100}$	=	0,01
$\frac{1}{1000}$	=	0,001
$\frac{1}{10000}$	=	0,0001

Fração Decimal	=	Números Decimais
$\frac{7}{10}$	=	0,7
$\frac{7}{100}$	=	0,07
$\frac{7}{1000}$	=	0,007
$\frac{7}{10000}$	=	0,0007

Fração Decimal	=	Números Decimais
$\frac{123}{10}$	=	12,3
$\frac{123}{100}$	=	1,23
$\frac{123}{1000}$	=	0,123
$\frac{123}{10000}$	=	0,0123

Quadro 8.1: representação de fração decimal através de número decimal

Os números 0,1; 0,01; 0,007; 0,123, por exemplo, são números decimais.

Nessa representação, verificamos que a vírgula separa a parte inteira da parte decimal.

0,01	12,3	0,123
01 → Parte decimal	3 → Parte decimal	123 → Parte decimal
0 → Parte inteira	12 → Parte inteira	0 → Parte inteira

Curiosidades

Os chineses foram a primeira civilização a usar frações decimais, por volta do século XII. Os árabes incorporaram a ideia logo depois e passaram para Europa, na época do Renascimento.

1.2 Leitura dos números decimais

No sistema de numeração decimal, cada algarismo da parte inteira ou decimal ocupa uma posição ou ordem com as seguintes denominações:

Centenas	Dezenas	Unidades	,	Décimos	Centésimos	Milésimos	Décimos de milésimos	Centésimos de milésimos	Milionésimos
Partes Inteiras				Partes Decimais					

Por exemplo, o número 125,734 possui:

1 centena	2 dezenas	5 unidades	,	7 décimos	3 centésimos	4 milésimos

Veja outros exemplos:

- 0,7 - Sete décimos;
- 0,39 - Trinta e nove centésimos;
- 0,212 - Duzentos e doze milésimos;
- 5,7 - Cinco inteiros e sete décimos;
- 17,50 - Dezessete inteiros e cinquenta centésimos;

- 125,734 - Cento e vinte e cinco inteiros e setecentos e trinta e quatro milésimos.

Existem outras formas de efetuar a leitura de um número decimal. Observe a leitura do número 5,73:

Leitura convencional:

5,73 = cinco inteiros e setenta e três centésimos;

Outras formas de leitura:

5,73 = quinhentos e setenta e três centésimos;

5,73 = cinco inteiros, sete décimos e três centésimos.

Atenção ⚠

Todo número natural pode ser escrito na forma decimal, bastando colocar a vírgula após o último algarismo e acrescentar zero(s). Exemplos:

4 = 4,0 = 4,00 75 = 75,0 = 75,00

1.3 Transformação de números decimais em frações decimais

Observe os seguintes números decimais:

- 0,8 (lê-se "oito décimos"), ou seja, $\frac{8}{10}$.
- 5,36 (lê-se "quinhentos e trinta e seis centésimos"), ou seja, $\frac{536}{100}$.

Observe que:

$$\underbrace{0{,}8}_{\text{Uma casa decimal}} = \frac{8}{\underbrace{10}_{\text{Um zero}}}$$

$$\underbrace{5{,}36}_{\text{Duas casas decimais}} = \frac{536}{\underbrace{100}_{\text{Dois zeros}}}$$

Atenção ⚠

Para transformar um numeral decimal em fração decimal escreve-se uma fração cujo numerador é o numeral decimal sem a vírgula e cujo denominador é o algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do numeral dado.

Exemplos:

1) $47,\underbrace{23}_{\text{2 casas decimais}} = \dfrac{4723}{1\underline{00}} \rightarrow \text{2 zeros}$

2) $0,\underbrace{00234}_{\text{5 casas decimais}} = \dfrac{234}{100000} \rightarrow \text{5 zeros}$

1.4 Transformação de fração decimal em número decimal

Observe as frações decimais a seguir e os seus respectivos números decimais.

$$\dfrac{12}{\underbrace{1\,0}_{\text{Um zero}}} = 1,\underbrace{2}_{\text{Uma casa decimal}}$$

$$\dfrac{35}{\underbrace{1\,00}_{\text{Dois zeros}}} = 0,\underbrace{35}_{\text{Duas casas decimais}}$$

$$\dfrac{8}{\underbrace{1\,000}_{\text{Três zeros}}} = 0,\underbrace{008}_{\text{Três casas decimais}}$$

$$\dfrac{2345}{\underbrace{1\,0000}_{\text{Quatro zeros}}} = 0,\underbrace{2345}_{\text{Quatro casas decimais}}$$

Atenção ⚠

Um número decimal terá tantas casas decimais quantos forem o número de zeros do denominador da fração decimal correspondente.

Exemplos:

1) $\dfrac{357}{10} = 35{,}7 \rightarrow$ 1 casa decimal

$\downarrow$ 1 zero

2) $\dfrac{27}{10000} = 0{,}0027 \rightarrow$ 4 casas decimais

$\downarrow$ 4 zeros

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

Cada número do retângulo da esquerda tem um equivalente no retângulo da direita. Localize os pares correspondentes.

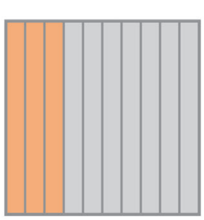
$\frac{36}{5}$	1,35	0,08
0,35	$\frac{21}{8}$	3,25

$\frac{7}{20}$	2,625	$\frac{27}{20}$
$\frac{2}{25}$	7,2	$\frac{13}{4}$

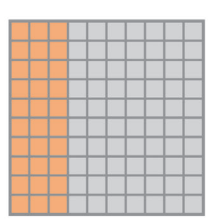
Anote as respostas em seu caderno.

1.5 Decimais equivalentes

A Figura a seguir foi dividida em 10 e em 100 partes, respectivamente. Em seguida, foram coloridas 3 colunas e 30 quadrados na cor laranja. Observe:



$\frac{3}{10} = 0{,}3$



$\frac{30}{100} = 0{,}3$

Figura 8.1: decimais equivalentes.

Verificamos através da figura acima que 0,3 representa o mesmo que 0,30, ou seja, são decimais equivalentes, pois representam a mesma quantidade.

Exemplos de números decimais equivalentes:

- 0,4 = 0,40 = 0,400 = 0,4000
- 8 = 8,0 = 8,00 = 8,000
- 2,5 = 2,50 = 2,500 = 2,5000
- 95,4 = 95,40 = 95,400 = 95,4000

Atenção ⚠

Um número não se altera quando se acrescenta ou se suprime um ou mais zeros à direita de sua parte decimal.

1.6 Comparação de números decimais

Comparar dois números decimais significa estabelecer uma relação de igualdade ou de desigualdade entre eles. Consideremos dois casos:

<u>1º Caso:</u> Quando as partes inteiras são diferentes, o maior número é aquele que tem a maior parte inteira.

Exemplos:

6,4 > 5,23, pois 6 >5. 26,6 < 30, pois 26 < 30.

<u>2º Caso:</u> Quando as partes inteiras são iguais, o maior número é aquele que tem a maior parte decimal. É necessário igualar inicialmente o número de casas decimais acrescentando o zero.

Exemplos:

- 0,75 > 0,7 ou 0,75 > 0,70 (igualando as casas decimais, temos 75 > 70).
- 8,3 > 8,03 ou 8,30 > 8,03 (igualando as casas decimais, temos 30 > 3).

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 2

Em certas rodovias brasileiras, os caminhões e suas cargas são pesados para evitar que o excesso de carga danifique o asfalto.

A pesagem do caminhão, com carga, do Sr. Alfredo registrou 6,58 toneladas. Já a do Sr. Rafael registrou 6,231 toneladas. Qual dos dois caminhões pesou mais?

Anote as respostas em seu caderno.

2.

2.1 Adição e subtração de números decimais

Os números oferecem algumas facilidades quando aprendemos a representá-los de várias formas. Por exemplo: podemos escrever um número natural na forma de fração ($3 = \frac{3}{1}$); podemos escrever um número fracionário na forma de decimal ($\frac{1}{2} = 0{,}5$); podemos escrever um número decimal na forma de fração ($3{,}7 = \frac{37}{10}$). Nas operações de adição e subtração com decimais, você poderá escolher a forma mais adequada ou a mais fácil dentro da situação apresentada. Vamos começar pela adição.

2.1.1 Adição de números decimais

Considere a seguinte adição: 3,6 + 0,17 + 21,545

Você pode efetuar a adição transformando os números decimais em frações decimais e somá-las.

$$3{,}6 + 0{,}17 + 21{,}545 = \frac{36}{10} + \frac{17}{100} + \frac{21545}{1000} = \frac{3600 + 170 + 21545}{1000} = \frac{25315}{1000} = 25{,}315$$

Ou simplesmente somar os números decimais da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} 3{,}600 \\ 0{,}170 + \\ 21{,}545 \\ \hline 25{,}315 \end{array}$$

Método prático

1º) Igualamos os números de casas decimais, com o acréscimo necessário de zeros.

2º) Colocamos vírgula debaixo de vírgula.

3º) Efetuamos a adição, colocando a vírgula no resultado da soma alinhada com as demais.

Exemplos:

1,28 + 2,6 + 0,038

$$\begin{array}{r} 1{,}280 \\ +\ 2{,}600 \\ \hline 3{,}918 \end{array}$$

35,4 + 0,75 + 47

$$\begin{array}{r} 35{,}40 \\ +\ 0{,}75 \\ 47{,}00 \\ \hline 83{,}15 \end{array}$$

6,14 + 1,8 + 0,007

$$\begin{array}{r} 6{,}140 \\ +\ 1{,}800 \\ 0{,}007 \\ \hline 7{,}947 \end{array}$$

2.1.2 Subtração de números decimais

Para subtrair numerais decimais, procedemos de modo similar ao usado na adição.

Exemplo: 29,34 – 14,321

$$\begin{array}{r} 29{,}340 \\ -\ 14{,}321 \\ \hline 15{,}019 \end{array}$$

Exemplos:

3,97 - 2,013

$$\begin{array}{r} 3{,}970 \\ -\ 2{,}013 \\ \hline 1{,}957 \end{array}$$

17,2 – 5,146

$$\begin{array}{r} 17{,}200 \\ -\ 5{,}146 \\ \hline 12{,}054 \end{array}$$

9 – 0,987

$$\begin{array}{r} 9{,}000 \\ -\ 0{,}987 \\ \hline 8{,}013 \end{array}$$

Vamos verificar se você compreendeu os conceitos aqui apresentados resolvendo as atividades a seguir.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 3

1) Um atleta em treinamento correu 4,325 Km a pé e 17,54 Km de bicicleta. Ao final do treinamento, ele percorreu ____________Km.

2) Um caminhão transportou uma carga de 5,2 toneladas. Já foram descarregadas 3,45 toneladas. Faltam descarregar ___________ toneladas.

3) Ana montou a conta a seguir com erro. Você, como um bom colega, vai ajudá-la a corrigir o erro na conta.

$$\begin{array}{r} 1{,}23 \\ +\ 12{,}5 \\ \hline 2{,}48 \end{array}$$

4) Flávia foi ao banco e pediu um extrato de sua conta bancária. Calcule o saldo bancário de Flávia em 15/10.

C: creditado ou depositado.

D: debitado ou retirado da conta.

Dia	Descrição	Lançamento	Saldo
1/10			237,18
3/10	Recebimentos	155,12 C	392,30
5/10	Conta de água	23,14 D	
10/10	Cheque 8742	11,17 D	
13/10	Saque	30,00 D	
15/10	Conta de Luz	63,63 D	

Anote as respostas em seu caderno.

2.2 Multiplicação e divisão de números decimais

2.2.1 Multiplicando com decimais

Exemplo 1

A passagem de ônibus custa R$ 2,20. Para ir ao trabalho e voltar para casa, gasto 4 passagens por dia. Qual é o meu gasto diário com passagem?

- Podemos fazer este problema pela simples adição:

2,20 + 2,20 + 2,20 + 2,20 = 8,80.

- Mas a multiplicação vai simplificar as nossas contas:

4 × 2,20 = 8,80.

Veja como efetuamos a conta de multiplicação de um número natural por um número decimal:

$$\begin{array}{r} 2{,}20 \\ \times \quad 4 \\ \hline 8{,}80 \end{array}$$

2 casas decimais (mantemos no resultado com a mesma quantidade de casas decimais do número decimal).

Exemplo 2

Vamos agora efetuar uma conta de multiplicação de um número decimal por outro número decimal. Como ficará a multiplicação entre números com diferentes casas decimais?

$$\begin{array}{r} 1{,}234 \\ \times \quad 5{,}6 \\ \hline 7404 \\ +\ 6170 \\ \hline 6{,}9104 \end{array}$$

1,234 → 3 casas decimais

5,6 → 1 casa decimal

Faça as contas sem considerar as vírgulas.

6,9104 → 3 casas decimais + 1 casa decimal = 4 casas decimais, logo é preciso de 4 algarismos após a vírgula. Se for preciso, complete com zeros.

Para fixar estes exemplos, é preciso realizar outras operações como esta. Por isso, invente uns números, faça a multiplicação entre eles e cheque em sua calculadora. Vai ser ótimo você perceber quanta autonomia já adquiriu!

Exemplo 3

- Olha a pamonha, pamonha quentinha, quem quer comprar?

Com certeza, você já ouviu essa propaganda. Sua tarefa agora é ajudar Sr. Antonio a calcular seus ganhos em um dia. Ele vende as pamonhas em dois tamanhos. Ao final do dia, ele vendeu 60 doces pequenos a R$ 0,90 e 75 doces grandes a R$ 1,25. Já forneci os dados. Agora é com você!

Verificando o que você fez, temos:

$60 \times 0{,}90 = 54{,}00 \rightarrow$ ganho com os doces pequenos.

$75 \times 1{,}25 = 93{,}75 \rightarrow$ ganho com os doces grandes.

$54{,}00 + 93{,}75 = 147{,}75 \rightarrow$ ganho do dia do Sr. Antonio.

O Sr. Antonio teve um ganho de R$ 147,75 no fim do dia.

Potenciação: Uma *forma especial* de multiplicação

A multiplicação de fatores iguais pode ser escrita sob a forma de potência. Veja os exemplos a segui:

a) $0{,}1 \times 0{,}1 = (0{,}1)^2$

b) $0{,}02 \times 0{,}02 \times 0{,}02 = (0{,}02)^3$

1ª) Multiplicando com decimais:

$(0{,}1)^2 = 0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01 \rightarrow$ Total de 2 casas decimais.

2ª) Transformando decimal em fração:

$$(0{,}1)^2 = 0{,}1 \times 0{,}1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}01.$$

Veja mais alguns exemplos:

a) $(0{,}5)^2 = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$

OU

$$(0{,}5)^2 = 0{,}5 \times 0{,}5 = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{25}{100} = 0{,}25$$

b) $(0{,}2)^3 = 0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}008$

OU

$$(0{,}2)^3 = \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{8}{1000} = 0{,}008.$$

Atenção ⚠

Para multiplicar números decimais:

1º) Multiplicamos os decimais como fossem números naturais.

2º) Damos ao produto tantas casas decimais quanto seja a soma dos números de casas decimais dos fatores.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 4

1) Complete a tabela de conversão, sabendo que 1m = 100cm

Medida em m	Medida em cm
3,8	
7,91	
	104
	9,576
	9,7800

2) Três amigos foram almoçar em um restaurante de comida por quilo.

- Adão estava com muita fome, seu prato pesou 1,23 kg.
- Beto não come muito, seu prato pesou 0,6 kg.
- Chico consumiu 0,74 kg de comida.

Quanto cada amigo pagou por seu prato de comida, sabendo que o preço do quilo era de R$16,90?

3) Um carro nacional faz, em média, 10,5 km com 1 litro de álcool. Quantos km terá rodado, em média, depois de consumir:

- 6 litros de álcool?
- 38,5 litros de álcool?

4) Márcia recebeu, pela primeira vez, o pagamento do 13° salário. Convidou uma amiga e foi ao shopping preparada para gastar seus R$ 600,00. Veja com o quê ela gastou:

4 passagens de ônibus – R$ 2,20 cada.

1 vestido – R$ 150,00.

2 sorvetes – R$ 2,50 cada.

1 par de sandálias fabuloso – R$ 87,70.

1 bolsa "da moda" – R$ 73,50.

1 perfume – R$ 30,70.

Com esses todos esses gastos, ainda sobrou alguma coisa para colaborar com as festas de fim de ano? Se sim, quanto?

Anote as respostas em seu caderno.

2.2.2 Dividindo com números decimais

Divisões exatas

Exemplo 1: Vamos achar o quociente de 10 por 4. No conjunto dos naturais é 2, mas vamos obter o resto 2.

Podemos neste caso obter um quociente mais preciso (com resto 0) se continuarmos a divisão. O que faremos então?

Vamos acrescentar um zero ao resto (significa multiplicar o resto por 10), para não alterar o resultado basta dividirmos o quociente por 10, isto significa colocar uma vírgula no quociente depois do 2. Assim teremos:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 4 \\ \cline{2-2} 2 & 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 10 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 2, \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 10 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 2,5 \\ 0 & \end{array}$$

Exemplo 2: Vamos dividir 30 por 8. De modo similar ao exemplo 1, vem:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 8 \\ \cline{2-2} 6 & 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 30 & 8 \\ \cline{2-2} 60 & 2,7 \\ 4 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 30 & 8 \\ \cline{2-2} 60 & 2,75 \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

Atenção ⚠

Em resumo, há divisões entre naturais em que após alguns passos conseguimos, obter um quociente decimal e resto 0. Nesses casos, o quociente é chamado de decimal exato.

Divisões não exatas

Nem sempre a divisão acaba por apresentar resto 0.

Exemplo: Vamos calcular 211 ÷ 90

1º passo:

$$\begin{array}{r|l} 211 & 90 \\ \cline{2-2} 31 & 2 \end{array}$$

Como há um resto, o quociente será da forma 2, . . .

Notamos que o quociente é maior que 2 e menor que 3

2º passo:

$$\begin{array}{l|l} 211 & 90 \\ \cline{2-2} \ \ 310 & 2{,}3 \\ \ \ \ \ 40 & \end{array}$$

3º passo:

$$\begin{array}{l|l} 211 & 90 \\ \cline{2-2} \ \ 310 & 2{,}34 \\ \ \ \ \ 400 & \\ \ \ \ \ \ \ 40 & \end{array}$$

4º passo:

$$\begin{array}{l|l} 211 & 90 \\ \cline{2-2} \ \ 310 & 2{,}344 \\ \ \ \ \ 400 & \\ \ \ \ \ \ \ 40 & \\ \ \ \ \ \ \ \ \ 4 & \end{array}$$

Observamos que, mesmo prosseguindo na divisão, jamais obteremos resto zero. O algarismo 4 irá repetir-se como resto e obteremos aproximados, por falta, do quociente, assim 2,344; 2,3444; 2,34444; etc. Note que o algarismo 4 se repete.

Atenção ⚠

Há divisões não exatas em que conseguimos obter apenas valores aproximados para o quociente, porque nunca se obtém resto zero. Pelo fato de haver algarismos que se repetem periodicamente no quociente, o quociente é chamado de dízima periódica.

Divisão entre números decimais

Chegou a vez de efetuar a divisão entre números decimais.

Você pode optar por transformar os números decimais em frações decimais, para depois efetuar a divisão, sempre se lembrando das regras de divisão entre frações. Também pode efetuar a divisão entre os números decimais seguindo algumas orientações e regras.

Veja os exemplos de como podemos realizar essa operação:

Exemplo 1

$$3{,}4 \div 0{,}5 = \frac{34}{10} \div \frac{34}{10} = \frac{34}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{10}}{5} = \frac{34}{5} = 6{,}8$$

Logo, dividir 3,4 por 0,5 é o mesmo que dividir 34 por 5

$$\begin{array}{r|l} 34 & 5 \\ \cline{2-2} 40 & 6{,}8 \\ 0 & \end{array}$$

Então, para dividir dois decimais:

1º) Igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor, acrescentando zeros.

2º) Eliminamos as vírgulas.

3º) Dividimos os números naturais que resultam das etapas anteriores.

Atenção ⚠

Na divisão entre decimais, após igualar as casas decimais, você pode cortar a vírgula sem alterar o resultado.

Exemplo 2

$$1,\underbrace{463}_{\text{3 casas decimais}} \div 1,\underbrace{6}_{\text{1 casa decimal}} \rightarrow \text{Igualando as casas decimais,temos: } 1,\underbrace{463}_{} \div 1,\underbrace{600}_{} \text{ (3 casas decimais)} \rightarrow 1463 \div 1600 = 0{,}914375$$

Atualmente, divisão de números decimais é realizada com o auxílio da calculadora. O importante é compreender sua aplicação em situações-problema.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 5

Bruno recebeu R$ 830,00 por 100 horas de trabalho. Quanto ele recebe por hora de trabalho? E se ele trabalhar mais 15 horas, quanto receberá por ela?

Anote as respostas em seu caderno.

Arredondamento e resultado aproximado

As dízimas periódicas não serviriam, por exemplo, para o rateamento de uma conta de bar. Vamos pegar um exemplo de uma conta de 48 reais para dividir por 7 pessoas: a divisão de 48 por 7 resulta em uma dízima periódica. Mas, na prática, faz-se o arredondamento e, nesse caso, cada pessoa pagaria 6,85 ou 6,86.

Atenção ⚠

Para aplicar o arredondamento para duas casas decimais, adota-se a seguinte regra: se o valor da terceira casa for maior ou igual a 5 (cinco) é somado mais uma unidade na segunda casa. Se esta terceira casa decimal for menor que 5 (cinco) o valor da segunda casa permanece o mesmo.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 6

Faça arredondamentos e escolha apenas a alternativa mais adequada.

Uma recarga de celular custa R$ 9,75. O preço de três recargas é:

(   ) R$ 27,00   (   ) R$ 30,00   (   ) R$ 36,00

Cinco minutos em uma Lan House custam R$ 19,50. O preço de cada minuto é:

(   ) R$ 4,00   (   ) R$ 5,00   (   ) R$ 3,00

Anote as respostas em seu caderno.

Resumo

- Todo número natural pode ser escrito na forma de número decimal, bastando apenas colocar a vírgula após o último algarismo e acrescentar quantos zeros forem necessários. Exemplo: 5 = 5,0 = 5,00 = 5,000.
- Para adicionar e subtrair os números decimais, basta igualar o número de casas decimais, acrescentando zeros necessário de zeros; colocar vírgula debaixo de vírgula e efetuar a operação normalmente, colocando a vírgula no resultado alinhada com as demais vírgulas da operação.
- Para multiplicar os números decimais, é preciso multiplicar os números como se fossem números naturais e, na resposta final, o produto deverá ter tantas casas decimais quantas forem a soma das casas decimais dos fatores.
- Na multiplicação por múltiplos de 10, basta deslocar a vírgula para a direita quantas vezes for a quantidade de zeros dos múltiplos de 10.
- Na divisão por múltiplos de 10, basta deslocar a vírgula para a esquerda quantas vezes for a quantidade de zeros dos múltiplos de 10.
- A dízima periódica é um número decimal com infinitas casas decimais. É periódica porque apresenta sucessivas repetições de números (período) após a vírgula.

Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Metodologia do Ensino Superior*. 3a ed. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: idéias e desafios*. 14a ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

SPINELLI, Walter & SOUZA, Maria Helena. *Matemática*. 1a ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.

Sites:

http://www.somatematica.com.br/fundam/decimais/decimais2.php

http://www.uel.br/projetos/matessencial/fundam/fracoes/fracdec.htm

Respostas das atividades

Atividade 1

$\frac{36}{5} = 7{,}2$; $1{,}35 = \frac{27}{20}$; $0{,}08 = \frac{2}{25}$; $0{,}35 = \frac{7}{20}$; $\frac{21}{8} = 2{,}625$; $3{,}25 = \frac{13}{4}$. Se você acertou todos os pares, parabéns! Caso contrário, reveja os conceitos apresentados nesta unidade.

Atividade 2

6,58 > 6,213, pois 5 décimos > 2 décimos. Se você acertou, parabéns! Caso contrário, reveja novamente o conceito apresentado nesta aula.

Atividade 3

1) 4,325 + 17,540 = 21,865 km percorridos pelo atleta em treinamento.

2) 5,20 - 3,45 = 1,75 toneladas que faltam descarregar.

3) Ana errou quando não posicionou a vírgula.

$$\begin{array}{r} 1{,}23 \\ +\ 12{,}5 \\ \hline 13{,}73 \end{array}$$

4)

Dia	Descrição	Lançamento	Saldo
1/10			237,18
3/10	Recebimentos	155,12 C	392,30
5/10	Conta de água	23,14 D	369,16
10/10	Cheque 8742	11,17 D	357,99
13/10	Saque	30,00 D	327,99
15/10	Conta de Luz	63,63 D	264,36

Atividade 4

1)

Medida em m	Medida em cm	Resolução
3,8	380	3,8m = 3,8 × 100cm = 380cm
7,91	791	7,91m = 7,91 × 100cm = 791cm
1,04	104	104cm = 104 ÷100m = 1,04m
95,76	9576	9576cm = 9576 ÷ 100m = 95,76m
978	97800	97800cm = 97800 ÷ 100cm = 978m

2)

Adão: 1,23 × 16,90 = Beto: 0,6 × 16,90 = Chico: 0,74 × 16,90=

$$\begin{array}{r} 16{,}90 \\ 1{,}23\ \times \\ \hline 5070 \\ 3380 \\ 1690 \\ \hline \mathbf{20{,}7870} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16{,}90 \\ 0{,}60\ \times \\ \hline 10{,}14 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16{,}90 \\ 0{,}74\ \times \\ \hline 676 \\ 1183 \\ \hline \mathbf{12{,}506} \end{array}$$

Adão pagará R$ 20,79 Beto pagará R$ 10,14 Chico pagará R$ 12,51

3) Com 6 litros – 10,5 × 6 = 63 km.

Com 38,5 litros – 10,5 × 38,5 = 404,25.

4) Somar os gastos – 8,80 + 150,00 + 5,00 + 87,70 +73,50 + 30,70 = 355,70.

Para saber se houve sobra de dinheiro → 600,00 – 355,70 = 244,30.

Márcia foi cuidadosa. Ainda poderá colaborar nas festas com R$ 244,30.

Atividade 5

830 ÷100 = 8,30 → pagamento por hora trabalhada.

8,30 × 15 = 124,50 → valor recebido por 15h de trabalho, ou seja, se por hora trabalhada é pago R$ 8,30, basta multiplicar esse valor pelo número de horas extras, no caso 15h.

Atividade final

O preço de 3 recargas é aproximadamente R$ 27,00, pois 9,75 × 3 = 27,81, logo o valor mais próximo é R$ 27,00.

O valor do minuto é aproximadamente R$ 4,00, pois 5 × 4 = 20.

Exercícios

1. Uma sala retangular tem as seguintes medidas: 3,90 m de comprimento e 2,80 m de largura; a porta tem 0,90 m de largura.

a) Quantos metros de rodapé serão necessários para essa sala?

b) O piso da sala foi forrado com tábuas com as seguintes medidas: 0,20 m × 3,90 m. Se colocadas lado a lado, 14 dessas tábuas cobrem totalmente o chão da sala?

2. O preço à vista de um automóvel é R$ 21.335,00. O mesmo automóvel a prazo custa R$ 4.750,00 de entrada, mais 6 prestações de R$ 3.567,75. Qual a diferença entre o valor total da compra à vista e a prazo?

3. Em 1º de março de 2005, um dólar valia R$ 2,66. Se nessa época você comprasse 75 dólares, quantos reais você gastaria?

4. (FUVEST)

$$\frac{0{,}2 \times 0{,}3}{3{,}2 - 2{,}0} = ?$$

Respostas dos exercícios

1. a) o perímetro da sala é igual a 3,90 + 3,90 + 2,80 + 2,80 = 13,40m

   Subtraindo desse perímetro a largura da porta, temos 13,40 – 0,90= 12,5

   b) A área da sala é igual a 3,90 × 2,80 = 10,92m^2

   A área de cada tábua do piso é igual a 0,20 × 3,90 = 0,78m^2

   Dividindo a área da sala pela área da tábua do piso, teremos o número necessário de tábuas para forrar a sala:

   10,92m^2 ÷ 0,78m^2 = 1092 ÷ 78 = 14 tábuas (Logo, a resposta é sim)

2. Preço a prazo = R$4.750,00 + 6 × R$ 3.567,75 = R$ 26.156,50

   Logo, a diferença entre os preços à vista e a prazo será R$ 26.156,50 – R$ 21.335,00 = R$ 4821,50

3. 75 × R$ 2,66 = R$ 199,50

4. 0,05

CEJA >>
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Porcentagem e juros

Matemática - Fascículo 3 - Unidade 9

Objetivos de aprendizagem

1. Reconhecer os números percentuais;
2. Aplicar as operações com porcentagem na resolução de problemas;
3. Aplicar o conceito de juros em situações-problema.

Para início de conversa...

Ao abrir um jornal, ligar uma televisão, olhar vitrines, fazer compras, viajar, é comum depararmos com expressões do tipo:

- A inflação do mês foi de 4% (lê-se “quatro por cento”);
- Desconto de 10% (dez por cento) nas compras à vista;
- O índice de reajuste salarial de março é de 0,6% (seis décimos por cento);
- O preço do material escolar no Brasil teve uma redução de 1,3%. (lê-se “um inteiro e 3 décimos por cento” ou “1,3 por cento”);
- Liquidação de verão com descontos de até 70%. (lê-se “setenta por cento”).

A porcentagem é um modo de comparar números usando a proporção direta, onde uma das razões da proporção é uma fração cujo denominador é 100. Toda razão a/b na qual b=100 chama-se porcentagem; ou seja, porcentagem é uma fração de denominador 100.

Este tema está aliado aos afazeres da vida cotidiana das pessoas que fazem compras, pagamentos, vendas, trabalham com o mercado de capital, fazem planejamento social; enfim, está associado a todos que necessitam analisar variações e comparações. É uma arma poderosa nas políticas comparativas.

1.

1.1 Porcentagem

A porcentagem serve para mostrar, de forma bem simples, o quanto de um todo se está referenciando. Observe a tabela a seguir e procure associar as expressões que melhor representem as porcentagens.

Tabela 1: Você deve associar uma porcentagem com a expressão que melhor a representa.

49%	A metade da metade
100%	A metade
50%	Pouco
2%	Pouco mais do que a metade
25%	Quase tudo
98%	Tudo
51%	Pouco menos que a metade

Se você chegou à conclusão de que 100% representa o todo, parabéns! Você pôde deduzir que sua metade é 50% e 25% é sua quarta parte (metade da metade). Com essas conclusões, você pode associar as demais respostas, ou seja, 49% é quase a metade, 2% é muito pouco, 98% é quase tudo e 51% é pouco mais que a metade.

Exemplo 1: Em conversa com um amigo, ele me diz:

O meu aluguel subiu R$ 250,00.

Para avaliarmos se o aumento foi grande ou pequeno, é preciso compararmos o acréscimo com o valor anterior do aluguel. Isto pode ser feito analisando o quociente entre os dois valores.

Assim, se o valor do aluguel era R$ 1000,00, esta razão é $\frac{250}{1000}$, que costumeiramente analisamos deixando o denominador da fração igual a 100.

Desta forma: $\frac{250}{1000} = \frac{25}{100}$.

Interpretamos a razão $\frac{25}{100}$ dizendo que, se o aluguel fosse R$ 100,00, o aumento teria sido de R$ 25,00. Este modo de compararmos dois números tomando o 100 como padrão, utilizado desde o século XVII e denominado porcentagem, é o que estudaremos a seguir.

1.2 Forma decimal de uma porcentagem

Os **números percentuais** possuem representações na forma de fração centesimal (denominador igual a 100) e, quando escritos de maneira formal, devem aparecer na presença do **símbolo de porcentagem (%)**. Também podem ser escritos na forma de número decimal. Observe os números a seguir, que serão demonstrados por meio das três formas possíveis.

Porcentagem	Razão Centesimal ou Fração Centesimal	Número Decimal
1%	$\frac{1}{100}$	0,01
5%	$\frac{5}{100}$	0,05
8,3%	$\frac{8,3}{100}$	0,083
11%	$\frac{11}{100}$	0,11
14,75%	$\frac{14,75}{100}$	0,1475
20%	$\frac{20}{100}$	0,20
34%	$\frac{34}{100}$	0,34

Porcentagem	Razão Centesimal ou Fração Centesimal	Número Decimal
22,4%	$\frac{22,4}{100}$	0,224
73,25%	$\frac{73,25}{100}$	0,7325
81%	$\frac{81}{100}$	0,81
100%	$\frac{100}{100}$	1
125%	$\frac{125}{100}$	1,25

350%	$\frac{350}{100}$	3,5
1200%	$\frac{1200}{100}$	12

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

Uma mercadoria é vendida em, no máximo, três prestações mensais e iguais, totalizando o valor de R$ 900,00. Caso seja adquirida à vista, a loja oferece um desconto de 12% sobre o valor a prazo. Qual é o preço da mercadoria na compra à vista?

Anote as respostas em seu caderno.

1.3 Percentual de percentual

Os canavieiros plantaram 25% de 40% de uma região plana. Quantos por cento da região eles plantaram? Desejo saber quantos por cento do total foi utilizado.

Como já foi estudado em fração, o termo "de" é substituído em linguagem matemática por "×", então:

25% de 40% = 25% × 40%. Transformando percentual em fração decimal, teremos: $25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25$ $\quad 40\% = \frac{40}{100} = 0{,}40$

$\frac{25}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{1000}{100000} = 10\% = 0{,}10$. Eles plantaram 10% do total da região plana.

1.4 Percentual de uma quantidade

Na quadra da escola de samba Z, compareceram ao ensaio da ala 35 pessoas, sendo 21 rapazes e 14 moças. Os rapazes representam 60% do grupo, e as moças, 40%. Como chegar a essa resposta?

21 + 14 é igual a 35 pessoas e corresponde a 100% do grupo.

O percentual de rapazes é determinado por $\frac{21}{35}$. Simplificando a fração por 7, obtemos $\frac{3}{5}$.

Para encontrar o percentual, basta determinarmos a fração equivalente a $\frac{3}{5}$ de denominador 100 (percentual).

x 20

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$$

x 20

Para determinarmos o percentual de moças, é só seguir o mesmo raciocínio. Você já sabe que a resposta é 40%. Agora tente encontrá-la.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 2

Um caminhoneiro já percorreu 77% de sua rota de viagem. Ficam faltando _____% para completar a jornada.

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 3

a) Um celular custa R$ 150,00 à vista. Se for vendido em três prestações, terá um acréscimo de 4%. Qual será o valor de cada prestação?

b) Num jogo de basquete, o cestinha marcou 15 pontos, correspondentes a 30% dos pontos de sua equipe. A equipe pode se orgulhar de ter feito quantos pontos?

Anote as respostas em seu caderno.

1.5 Cálculo da porcentagem de um número

Leia os problemas a seguir com atenção. Você não precisa mecanizar as contas, mas, para usar a calculadora, é necessário entender o processo.

Exemplo1: O grupo de dança de Joana está organizando um churrasco. Oitenta por cento do grupo confirmou presença. Se o grupo tem 35 dançarinos, quantos irão participar do churrasco?

Precisamos calcular 80% de 35.

Já vimos que $80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$. Então, calcular 80% de 35 é o mesmo que calcular $\frac{4}{5}$ de 35. Assim: $\frac{4}{5} \times 35 = \frac{144}{5} = 28$. Resposta: 28 dançarinos vão ao churrasco.

Exemplo 2: Em um concurso público, Glória acertou 28 questões, que correspondem a 40% do total de questões da prova. Quantas questões havia na prova?

Representamos esse problema assim: 40% de ? = 28

$$\begin{array}{ccc} & 40\% = 28 & \\ \div 4 & & \div 4 \\ & 10\% = 7 & \\ \text{x } 10 & & \text{x } 10 \\ & 100\% = 70 & \end{array}$$

Logo, a prova de Glória tinha 70 questões.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 4

Calcule a porcentagem dos números a seguir. Procure descobrir a lógica de cada item apresentado.

a) 25% de 200 é _____ 10% de 200 é _____ 35% de 200 é _____

b) 50% de 800 é _____ 25% de 800 é _____ 75% de 800 é _____

c) 10% de 150 é _____ 30% de 150 é _____

d) 10% de 90 é _____ 5% de 90 é _____

e) 10% de 600 é _____ 5% de 600 é _____ 15% de 600 é _____

f) 60% de 120 é _____ 10% de 120 é _____ 65% de 120 é _____

5% de 120 é _____

Anote as respostas em seu caderno.

3. Juros

Vejamos a seguinte situação:

Minha conta de luz veio com o valor de R$ 100,00. Como não pude pagar na data, foram cobrados juros de 5%. Quanto paguei pela conta?

100 + 5% de 100 →100 + 5 = 105,00.

Já vimos como resolver esse cálculo, mas esse tal de *juros* é justo?

A palavra *juro* provém do advérbio latino *jure*, que significa de *direito*. Mas direito de quem?

No mercado financeiro (bancos, operadoras de câmbio, bolsas de valores), a palavra *juro* está relacionada à remuneração (valor) que uma pessoa ou empresa recebe por dispor de um capital (dinheiro) que pode ser emprestado durante certo tempo.

Com essa definição, respondemos à pergunta. O direito é da pessoa que possui o dinheiro ou, no caso da conta de luz, de quem prestou o serviço. Assim ficou mais fácil, concorda?

Se eu aplico algum dinheiro na poupança, o dinheiro é meu, logo tenho o direito de ser remunerado porque ele está no banco.

Mas se a conta estiver no "vermelho" (devendo) e eu precisar de um empréstimo? Nesse caso, o dinheiro pertence à financeira e é ela quem tem o direito à remuneração.

Precisamos entender se a cobrança é justa ou abusiva.

Nesta unidade, só trataremos dos juros simples, pois nosso objetivo, no momento, é fazer você entender como essa operação financeira se processa e identificar cada termo da operação.

Atenção ⚠

Juros (J) é o valor que se paga ou se recebe por um capital (c), emprestado ou aplicado, a uma taxa (i) combinada por um período de tempo determinado (t).

Juros = capital × taxa × tempo, ou seja, $J = c \cdot i \cdot t$

Observe e analise os casos a seguir:

1º caso

Rita aplicou R$ 600,00 a juros simples a uma taxa de juros de 60% ao ano (a.a.). Vamos calcular quanto Rita recebe ao final de 3 anos?

$J = c \cdot i \cdot t$, substituindo os valores na expressão, teremos:

$J = 600 \cdot 0{,}60 \cdot 3 = 1.080$.

Ao final de 3 anos, ela irá receber os R$ 600,00 que aplicou e mais os juros desse período. O montante (capital + juros) será de R$ 600,00 (capital) + R$ 1.080,00 (juros) = R$ 1.680,00.

2º caso

Qual é o juro produzido por um capital de R$ 7.200,00 quando é empregado à taxa de 8% a.a., durante 10 meses?

$j = ?$ $c = 7.200$ $i = 8\%$ a.a. → como a taxa é dada ao ano, temos que colocar o tempo também em anos.

Como 1 ano possui 12 meses, e precisamos apenas calcular o juro durante 10 meses, nós temos:

$t = 10 \text{ meses} = \frac{10}{12} = 0{,}8333333333$ anos.

Atenção ⚠

Lembre-se de que $8\% = \frac{8}{100} = 0{,}08$.

Então, $7.200 \times 0{,}08 \times \frac{10}{12} = 480{,}00$. Portanto, o juro é de R$ 480,00.

3º caso

Achar o tempo de aplicação de um capital de R$ 360,00 a 0,8% ao mês para render R$ 17,28 de juro simples.

J = 17,28   c = 360,00 $i = 0{,}8\% = \dfrac{8}{1000} = 0{,}008$ t = ?

= c × i × t;

$17{,}28 = 360 \cdot 0{,}008 \cdot t \rightarrow 17{,}28 = 2{,}88 \cdot t \rightarrow t = 17{,}28 \div 2{,}88 \rightarrow t = 6.$

Logo, o tempo de aplicação é de 6 meses.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 5

1) Quanto rende de juro um capital de R$ 8.920,00 empregado a uma taxa de 13% ao ano, durante 3 anos?

2) Vera aplicou R$ 13.200,00 pelo prazo de 10 meses, à taxa de 9,5% ao ano. Quando ela for resgatar o empréstimo, o dinheiro será suficiente para comprar um bem no valor de R$ 14.200,00?

Anote as respostas em seu caderno.

Resumo

- Na forma de porcentagem, 100% sempre representa o todo, o inteiro.
- Um número que represente porcentagem pode ser escrito na forma de fração centesimal, em que o denominador é sempre 100 e o numerador é o valor do percentual. Veja: 20% = 20/100; 4% = 4/100. Ele pode ser escrito também na forma de número decimal. Veja: 50% = 50/100 = 0,5; 10% = 10/100 = 0,1.
- Juros (J) correspondem a um capital (c), emprestado ou aplicado, a uma taxa (i) combinada por um período de tempo determinado (t). Temos: Juros = capital x taxa x tempo (J = c • i • t). A taxa e o tempo devem estar sempre na mesma unidade. O montante é igual a capital + juros.

Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Metodologia do Ensino Superior*. 3a ed. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios*. 14a ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "*Porcentagem*"; Brasil Escola. Disponível em <http://brasilescola.uol.com.br/matematica/porcentagem.htm>. Acesso em 08 de maio de 2017.

SPINELLI, Walter & SOUZA, Maria Helena. *Matemática*. 1a ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.

Sites:

http://www.somatematica.com.br/fundam/decimais/decimais2.php

http://interna.coceducacao.com.br/ebook/pages/2782.htm

Respostas das atividades

Atividade 1

Podemos utilizar a razão centesimal ou o número decimal correspondente:

$12\% = \frac{12}{100} = 0{,}12$

Razão centesimal: $\frac{12}{100} \times 900 = \frac{12 \times 900}{100} = \frac{10800}{100} = 108$ reais

$900 - 108 = 792$ reais

Atividade 2

Para descobrir a resposta, basta diminuir 77 de 100, que é igual a 23%.

Atividade 3

a) 10% de 150 é 15,00; 1% de 150 é 1,50; 4% de 150 é 1,50 × 4 = 6,00;

150,00 + 6,00 = 156, 00 – custo total do celular com o acréscimo de 4%;

156,00 ÷ 3 = 52,00 Logo, a prestação será de R$ 52,00.

b) O número de pontos é determinado por $\frac{15}{30}$. Se dividirmos ambos os lados por 15, teremos: $\frac{1}{2}$, que corresponde à metade, ou seja, 50.

Logo, a equipe fez 50 pontos.

Atividade 4

a) 25% de 200 = 50, 10% de 200= 20 → 35% de 200, ou seja, 25% + 10% de 200 = 50 + 20 = 70.

b) 50% de 800 = 400, 25% de 800 = 200 → 75% (50+25) = 400 + 200 = 600.

c) 10% de 150 = 15 → 30% (3 × 10) = 3 × 15 = 45.

d) 10% de 90 = 9 → 5% (10 ÷ 2) = 9 ÷ 2 = 4,5.

e) 10% de 600 são 60; 5% de 600 é 30; logo 15% de 600 é 90.

f) 10% de 120 são 12; 60% (6 × 10) de 120 são 72; 5% de 120 são 6; logo 65% de 120 é 78.

Atividade 5

1)

$j = c \cdot i \cdot t \rightarrow j = 8.920 \times 0{,}13 \times 3 =$ R$ 3.478,80.

10 meses = $\frac{10}{12}$ do ano → $j = 13.200 \times 0{,}095 \times \frac{10}{12} = \frac{12540}{12} = 1045$

2) O montante é igual a capital + juros, ou seja, 13.200,00 + 1.045,00 = R$ 14.245,00, valor suficiente para o bem.

Exercícios

1. Escrever sob a forma de número decimal as seguintes porcentagens:

a) 23% b) 130%

2. (Fuvest-SP) Qual é o valor de (10%).2 =

a) 100% b) 20% c) 5% d) 1% e) 0,1%

3. O FGTS (Fundo de Garantia por Tempo de Serviço) é um direito do trabalhador com carteira assinada, no qual o empregador é obrigado por lei a depositar em uma conta na Caixa Econômica Federal o valor de 8% do salário bruto do funcionário. Esse dinheiro deverá ser sacado pelo funcionário na ocorrência de demissão sem justa causa. Determine o valor do depósito efetuado pelo empregador sabendo que o salário bruto do funcionário era R$ 1.200,00.

4. Em uma sala de aula com 52 alunos, 13 utilizam bicicleta como transporte. Expresse em porcentagem a quantidade de alunos que utilizam bicicleta.

5. (OBM). Diamantino colocou em um recipiente três litros de água e um litro de suco, o qual era composto de 20% de polpa de fruta e 80% de água. Depois de misturar tudo, que porcentagem do volume final é de polpa?

Respostas dos exercícios

1. a) $23\% = \frac{23}{100} = 0{,}23$ b) $130\% = \frac{130}{100} = 1{,}3$
2. $(10\%)2 = 20\%$ Veja: $10\% = \frac{10}{100} \rightarrow \frac{10}{100} \times 2 = \frac{20}{100} = 20\%$
3. $8\% = \frac{8}{100} = 0{,}08$

   Razão centesimal: $\frac{8}{100} \times 1200 = \frac{8 \times 1200}{100} = \frac{9600}{100} = 96$ reais.

   Ou Número decimal: 0,08 x 1200 = 96 reais. Logo, o depósito efetuado foi de R$ 96,00

4. O número de alunos que utilizam bicicletas pode ser determinado por $\frac{13}{52}$, ou seja, 13 alunos num total de 52. Logo:
$\frac{13}{52}$ → fazendo a divisão, temos

$$\begin{array}{l|l} 13 & 52 \\ \hline 130 & 0,25 \\ \ \ 260 & \\ \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{13}{52} = 0,25 = \frac{25}{100} = 25\%$

5. Se, em 1l = 1000ml de suco, temos 20% = $\frac{1}{5}$ de polpa, temos $\frac{1}{5}$ × 1000ml = 200ml de polpa. Como a mistura terá volume total de 4l = 4000ml, concluímos que a fração que representa a quantidade de polpa nessa mistura é:
$\frac{200}{4000} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} = \frac{5}{100}$; então, 5% do volume final correspondem a polpa de fruta.

CEJA >>
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Tratamento da informação

Matemática - Fascículo 3 - Unidade 10

Objetivos de aprendizagem

1. Analisar (ler e interpretar) gráficos e tabelas;

2. Organização e análise de informação;

3. Ler e interpretar tabelas, gráficos de segmentos, gráficos de barra e gráficos de colunas.

Para início de conversa...

Tratar as informações é compreender dados e saber organizá-los em tabelas e gráficos. E uma importante ferramenta para isso é a Estatística - uma ciência exata que nos ajuda a ler o mundo e a construir informações sobre esse mundo. Ela nos fornece subsídios para coletar, organizar, classificar, analisar, interpretar, resumir e apresentar dados para obter uma melhor compreensão das situações que esses dados representam. Não é à toa que a Estatística é uma ferramenta fundamental em todas as áreas do conhecimento.

Curiosidades

As primeiras estatísticas foram realizadas para os governantes das grandes civilizações antigas, com a finalidade de registrar os bens que o Estado possuía.

1.

1.1 Organizando e interpretando dados

Como podemos observar, estamos rodeados de gráficos, tabelas e diagramas que estão presentes em jornais, revistas, televisão, internet e outros meios de comunicação. Eles são formas eficientes e rápidas de se apresentar informações. Por isso, é tão importante aprender a analisar e interpretar as informações contidas em gráficos, desenhos e tabelas. Os gráficos, além de organizarem os dados, facilitam a comparação entre eles e o estabelecimento de conclusões. Veja o exemplo a seguir:

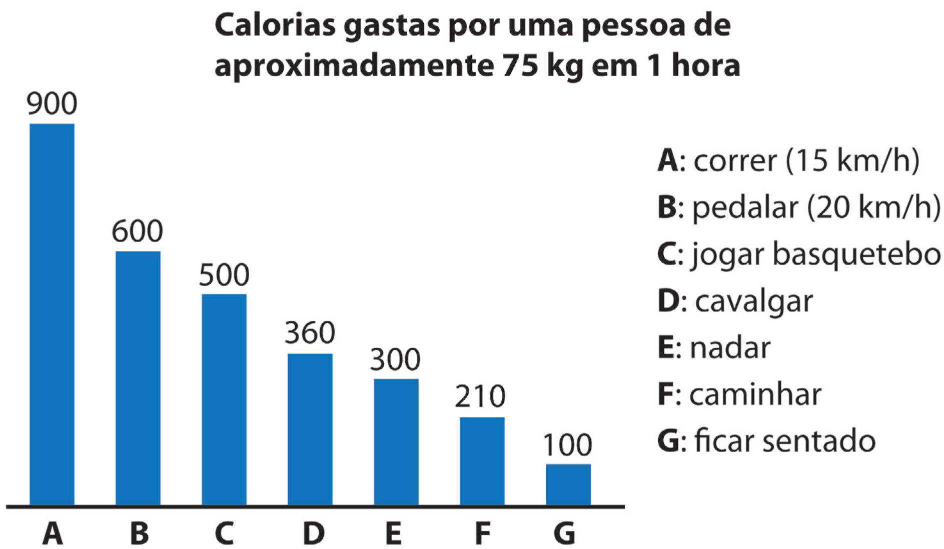


Gráfico1: Calorias gastas por uma pessoa de aproximadamente 75 Kg, em 1 hora.
Fonte: <https://matematicamania.wordpress.com/category/graficos/>. Acesso em: 23 mai 2017.)

A Estatística reúne os dados coletados em **tabelas**, divulgando os resultados pesquisacionais na forma de **gráficos**, que traduzem de forma clara e objetiva os resultados obtidos. As tabelas constituem uma representação numérica dos dados em linhas e colunas, como um quadro, distribuídas de modo ordenado.

1.2 Gráficos estatísticos

Os gráficos estatísticos constituem uma representação geométrica dos dados numéricos que permite uma visão rápida e clara do evento que se pretenda analisar, podendo ser apresentados de diversas formas.

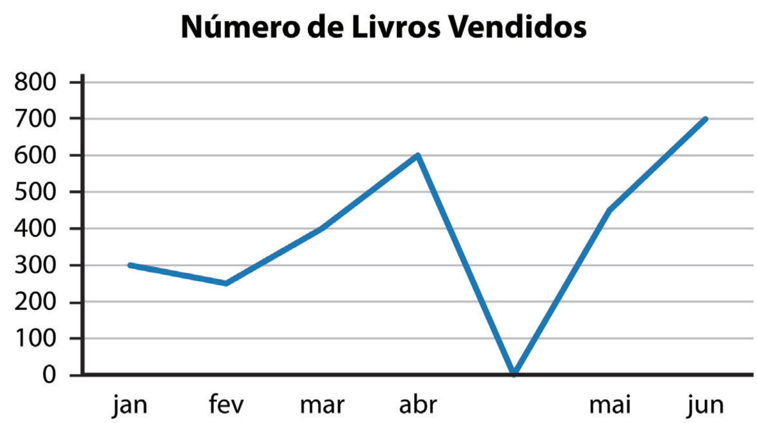
1.2.1. O gráfico de segmentos ou gráfico de linhas

Um dos principais tipos de gráfico é o Gráfico de Segmentos (também conhecido como Gráfico de Linhas), que usa a ideia de localização de pontos num plano, conhecido como Plano Cartesiano. Essa técnica de localização de pontos no plano foi criada pelo filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650).

Observe a tabela que mostra a venda de livros de uma livraria no primeiro semestre de determinado ano:

Meses	jan	fev	mar	abr	mai	jun
Número de Livros Vendidos	300	250	400	600	450	700

Representação Gráfica:



Exemplo: O consumo de combustível de um automóvel depende de sua velocidade, pois, conforme a velocidade, exige-se mais ou menos esforço do motor e, consequentemente, maior ou menor consumo de combustível.

Mas a forma como irão se relacionar velocidade e consumo vai depender de cada tipo de automóvel. Vamos supor a seguinte relação: velocidade versus consumo, fornecida por um fabricante, na tabela a seguir:

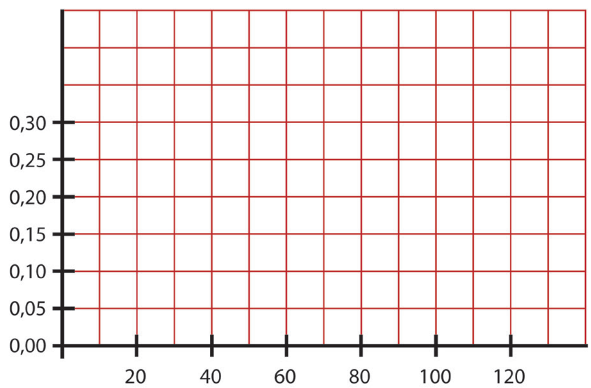
Velocidade	20	40	60	80	100	120
Consumo de combustível (L/km)	0,25	0,15	0,10	0,05	0,10	0,15

Para transportarmos os dados da tabela para um gráfico de segmentos, adotamos um referencial semelhante ao do plano cartesiano. Vejamos:

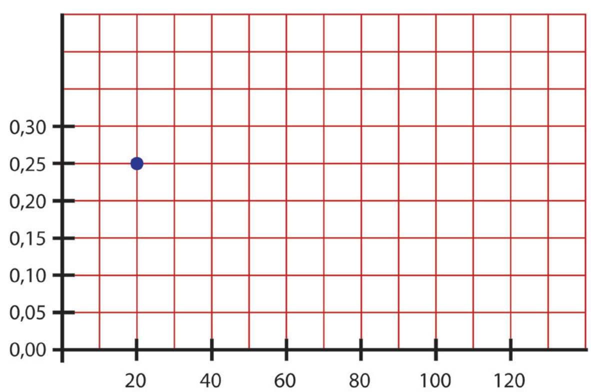
Como o consumo de combustível varia em função da velocidade, isto é, a variação da velocidade causa variação no consumo, então, é costume representar o consumo no eixo vertical e a velocidade no eixo horizontal.

Representação gráfica:

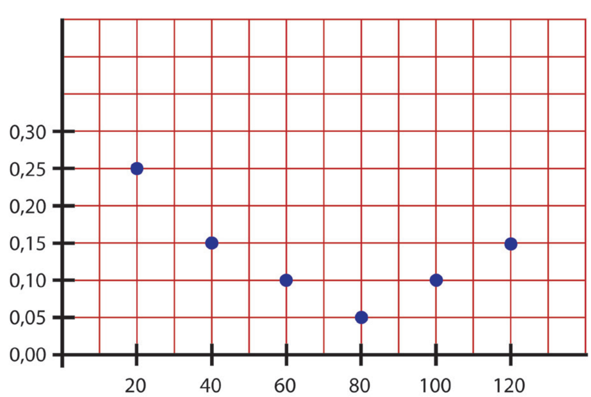
Passo 1: Graduamos os eixos horizontal e vertical.



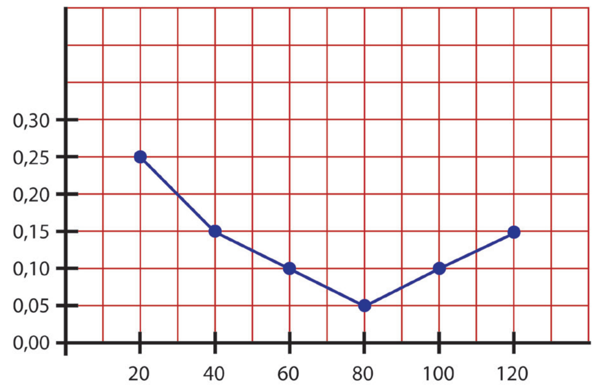
Passo 2: Em seguida, com base nas informações da tabela, marcamos pontos no plano cartesiano: ora, se estiver a 20Km/h, o automóvel gastará 0,25L em 1km. Então, marcamos as coordenadas 20 na horizontal e 0,25 na vertical.



Passo 3: Na sequencia, com o mesmo raciocínio, marcamos os demais pontos.



Passo 4: Finalmente, ligamos os pontos.



Por fim, analisando o gráfico, podemos deduzir que o veículo consome mais combustível em velocidades muito baixas ou muito altas.

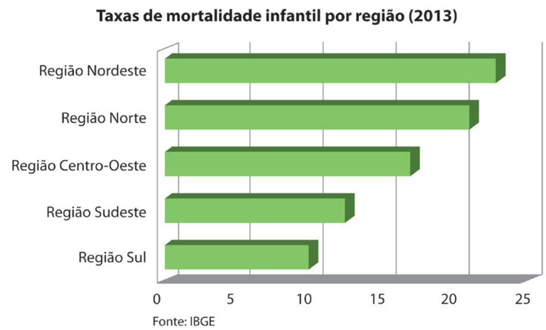
Com base no gráfico, podemos concluir ainda que, a uma velocidade de 30km/h, o consumo de combustível é de 0,20L/km, porque o segmento correspondente contém o ponto de coordenadas 30 e 0,20.

1.2.2 Outros principais tipos de gráficos

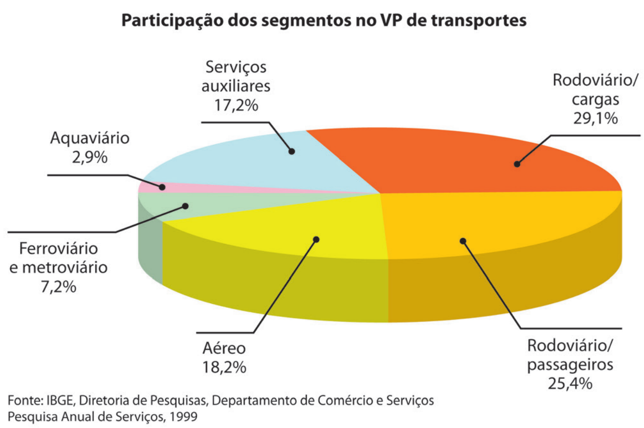
Além do gráfico de linhas, os outros principais tipos de gráficos estatísticos são:

- Gráfico de colunas: ideal para comparar dados agrupados em classes ou dados nominais.

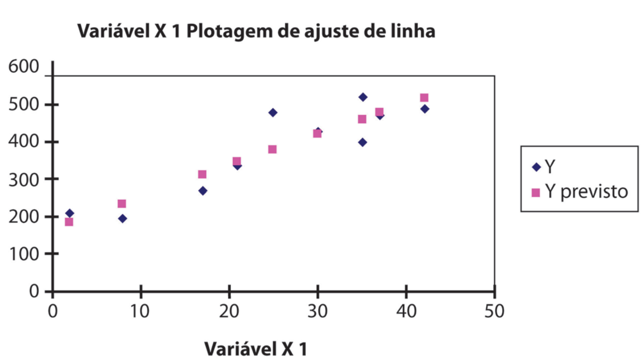
- Gráfico de barras: ideal para comparar dados com rótulos longos agrupados em classes ou dados nominais.



- Gráfico em setores ou pizza: ideal para dados que representam quantidades ou percentuais; é muito utilizado para representar séries geográficas ou específicas.



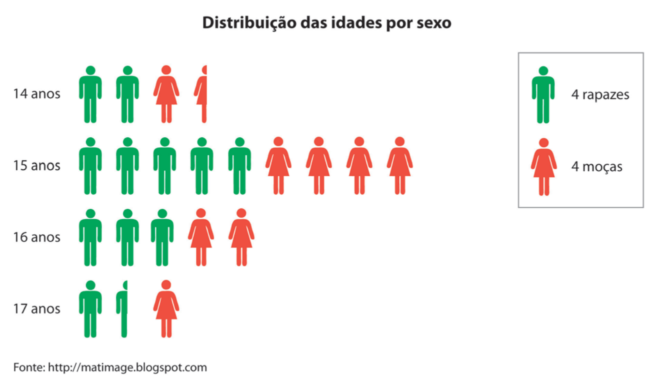
- Gráfico de dispersão: ideal para comparar pares de valores e distribuição de dados.



Fonte: http://www.esalq.usp.br/qualidade/mod3/pag1_3.htm, acesso em 29 de maio de 2017

- Cartograma: forma de representação gráfica sobre uma carta geográfica. Este tipo de gráfico é empregado quando o objetivo é representar os dados estatísticos diretamente relacionados com áreas geográficas ou políticas.

- Pictograma: forma de representação gráfica que utiliza figuras alusivas ao assunto em estudo, para representar quantidades. Constitui um dos processos gráficos que transmite com mais facilidade seus dados, pela sua forma atraente e sugestiva.



- Infografia ou infográficos: representações visuais de informação. Esses tipos de representação gráfica são usados quando a informação precisa ser explicada de forma mais dinâmica, como em mapas, jornalismo e manuais técnicos, educativos ou científicos. Pode utilizar a combinação de fotografia, pictograma, cartograma, desenho e texto.

1.3 Formas de obtenção, organização e apresentação de dados

Existem diferentes formas de obtenção, organização e apresentação de dados em Estatística. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo: O professor René deseja fazer um estudo sobre a altura, em centímetros, de 30 alunos de uma determinada turma do 9º ano escolar, a turma 901.

Nesse estudo, os 30 alunos da turma 901 representarão a *população estatística*, isto é, o conjunto dos elementos que serão pesquisados. A altura dos alunos, em centímetros, representa a *variável*, ou seja, a característica observada nessa população. Uma variável pode ser *quantitativa* (característica que pode ser medida) ou *qualitativa* (característica que não pode ser medida; atributo). Nesse exemplo, temos uma variável quantitativa – a altura.

Veja outros exemplos de variáveis quantitativas e qualitativas a seguir:

- cor dos olhos – variável qualitativa;
- idade – variável quantitativa;
- massa – variável quantitativa;
- tipo do cabelo – variável qualitativa;
- cor da pele – variável qualitativa.

Quando uma pesquisa considera praticamente todos os elementos da população, como é o caso da pesquisa da turma 901, ela é denominada *censo*.

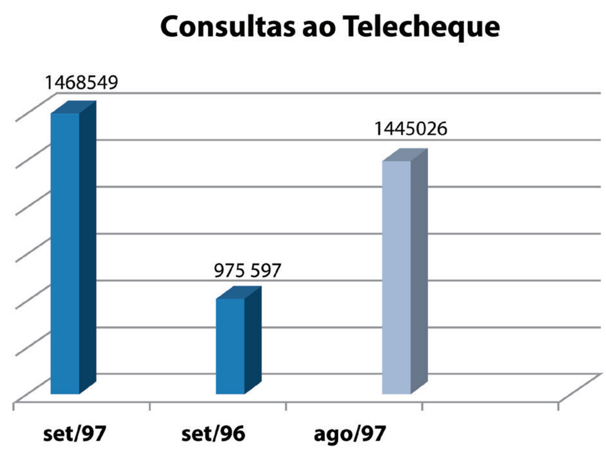
Nem sempre é possível pesquisar toda a população, pois o trabalho e o custo são imensos, sem contar o tempo que seria gasto para organizar os dados. Nesses casos, podemos recorrer a uma *amostra*, isto é, a uma parte da população. Para que isso seja possível, a amostra tem de ser *representativa*, ou seja, deve representar todas as características, quantitativas e qualitativas, da população que representa.

A amostra deve ser *imparcial*, isto é, todos os elementos da população devem ter igual oportunidade de fazer parte da amostra. Existem várias técnicas para a escolha de uma amostra, de modo que garanta que esta represente, da melhor maneira possível, a população da qual foi retirada.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

Segundo a Associação Comercial de São Paulo, o número de consultas ao Telecheque (serviço que verifica se um cheque foi roubado) foi o seguinte:



a) Qual a quantidade de consultas em setembro de 1996?

b) Qual o significado do número 1.445.026?

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 2

I) Consulte a tabela que apresenta as medalhas obtidas pelo Brasil em Jogos Pan-Americanos e responda às perguntas:

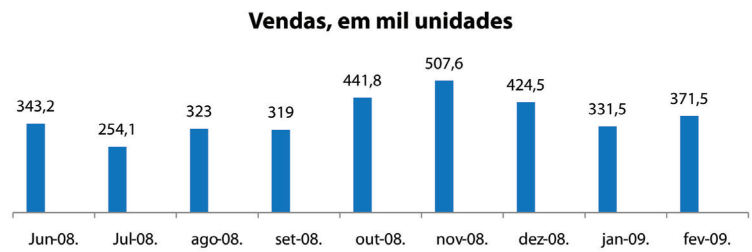
Ano	Ouro	Prata	Bronze
1951	5	15	11
1955	2	32	2
1959	8	8	6
1963	14	20	18
1967	11	10	15
1971	9	7	14

Ano	Ouro	Prata	Bronze
1975	8	13	23
1979	9	13	17
1983	14	20	22
1987	14	14	32
1991	21	21	37
1995	18	37	37

a) Quantas medalhas de ouro o Brasil obteve de 1975 até 1995 (inclusive)?

b) Em que ano o Brasil obteve o maior número de medalhas? Quantas?

II) O gráfico de colunas a seguir mostra a venda de aparelhos de LCD 32', no Brasil, registrada no período de junho de 2008 a fevereiro de 2009.



De acordo com esse gráfico, responda às seguintes questões:

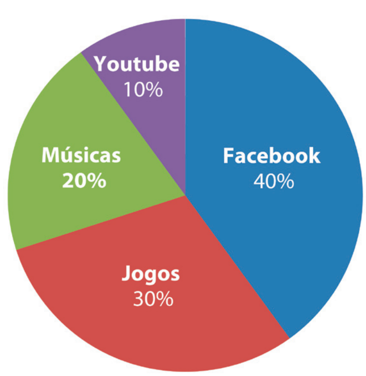
a) Quantos milhares de aparelhos de LCD 32' foram vendidos entre janeiro e fevereiro de 2009?

b) Em fevereiro de 2009, quantas unidades de LCD 32' foram vendidas a mais que em janeiro de 2009?

c) Quantas unidades de LCD 32' foram vendidas, no último bimestre de 2008, a mais do que no primeiro bimestre de 2009?

d) Qual é a diferença, em milhares, entre a maior e a menor venda mensal indicada no gráfico?

III) Um repórter resolveu realizar uma pesquisa com 90 jovens do bairro onde mora sobre os *sites* da Internet mais acessados durante a semana: *Facebook*, *Youtube*, *site* de jogos, sites educativos ou sites de músicas. Todos responderam indicando um site apenas. O resultado dessa pesquisa é mostrado no gráfico a seguir.



Responda de acordo com o gráfico apresentado:

a) Qual é o *site* preferido?

b) Qual porcentagem de jovens prefere acessar *sites* de jogos?

c) Escolha um jovem ao acaso. O que é mais provável: que ele prefira acessar um *site* de músicas ou o *Youtube*? Justifique a sua resposta.

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 3

No Clube Rio de Janeiro, há 820 associados. Todos eles responderam a uma pesquisa sobre seu esporte preferido.

Esporte preferido	Porcentagem
Vôlei	30%
Futebol	40%
Basquete	10%
Outros	

a) Qual o percentual que falta na tabela?

b) Quantos sócios preferem basquete?

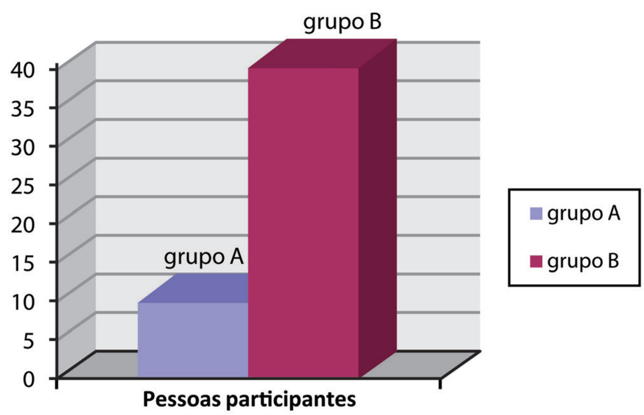
c) Quantos preferem futebol?

d) Neste clube, 5% dos sócios preferem xadrez. Quantos são eles?

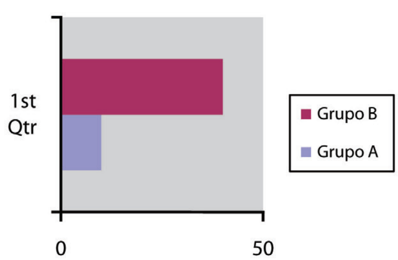
Anote as respostas em seu caderno.

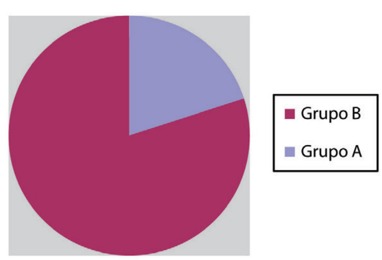
2. Como montar um gráfico

Um gráfico de colunas mostra um conjunto de barras verticais agrupadas por uma determinada categoria. As colunas de um gráfico são sempre retangulares, de bases iguais, que ficam apoiadas numa linha reta. As medidas das bases (largura das colunas) não importam, mas devem ser iguais, para facilitar a compreensão do gráfico. As alturas dos retângulos correspondem às medidas observadas, sendo notado um padrão escolhido, que chamamos escala. Por exemplo, escolhemos 1 cm para representar 10 pessoas; logo, se tenho 40 pessoas, terei de marcar 4 cm.



Também poderíamos representar os mesmos dados com outros tipos de gráfico.





Saiba mais

O site http://www.scribd.com/doc/2608956/ouestatistica descreve todo o processo estatístico e apresenta diferentes tipos de gráfico; explica como montá-los e suas principais aplicações. Se possível, faça uma visita.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 4

1) Num concurso público, inscreveram-se 15 candidatos. A prova de Português valia 10 pontos. Veja as notas obtidas:

2,5	3,0	4,5	5,0	5,0
6,0	6,0	7,5	7,5	7,5
8,0	8,0	8,0	8,0	9,0

a) Faça uma tabela. Na coluna da esquerda, coloque os conceitos: ruim (até 3,5), regular (notas de 4,0 a 6,0), bom (notas de 6,5 a 8,0), ótimo (notas acima de 8,0); na coluna da direita, informe a frequência de cada conceito, ou seja, quantos candidatos obtiveram cada um dos conceitos.

Conceito	Frequência

b) Com os dados da tabela, faça um gráfico de barras.

Anote as respostas em seu caderno.

Resumo

- Os gráficos, que são representações geométricas dos dados numéricos, permitem uma visualização dos dados com mais rapidez. Além de organizarem os dados, também facilitam a comparação entre eles.
- A Estatística reúne os dados coletados em tabelas, divulgando os resultados pesquisacionais na forma de gráficos, que facilitam a interpretação dos dados fornecidos por textos ou informações presentes nos meios de comunicação.
- As tabelas constituem uma representação numérica dos dados em linhas e colunas, como um quadro, distribuídas de modo ordenado.
- O Gráfico de Segmentos (também conhecido como Gráfico de Linhas) usa a ideia de localização de pontos num plano, conhecido como Plano Cartesiano. Além desse, destacamos outros principais tipos de gráfico, como o gráfico de barras, o gráfico de colunas e o gráfico de setores..

Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

CENTURIÒN, Marília, JAKUBOVIC, José & LELLIS, Marcelo. *Matemática na medida certa*. 3a ed. São Paulo: Scipione, 2003.

DANTE, Luis Roberto. Tudo é Matemática. São Paulo: Editora Ática, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Metodologia do Ensino Superior*. 3a ed. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios*. 14a ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

SPINELLI, Walter & SOUZA, Maria Helena. *Matemática*. 1a ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.

Sites

http://matematica.obmep.org.br/ 3 matematica@obmep.org.br

https://novaescola.org.br/conteudo/314/prova-brasil-de-matematica-5-ano-tratamento-da-informacao

http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/

http://penta2.ufrgs.br/edu/

Respostas das atividades

Atividade 1

a) Você precisa observar o número que está acima da coluna referente ao mês de setembro. Logo, a quantidade de consultas em setembro de 1996 foi de 975.597 (novecentos e setenta e cinco mil, quinhentos e noventa e sete).

b) Significa a quantidade de consultas ao Telecheque feitas no mês de agosto de 1997.

Atividade 2

I) a) Basta somar os números da coluna referente à quantidade de medalhas de ouro do ano de 1975 até o ano de 1995. A palavra "inclusive" inclui este último ano. Logo, 8 + 9 + 14 + 14 + 21 + 18 = 84. O Brasil obteve 84 (oitenta e quatro) medalhas de ouro entre 1975 e 1995.

b) Some a quantidade de medalhas obtidas em cada ano e verifique qual é o maior resultado encontrado. Você também pode observar os números de maior valor na tabela e com que frequência aparecem nas linhas respectivas aos anos. Outra maneira é se utilizar do recurso da estimativa e realizar cálculos mentais para agilizar a resposta. Existem outras maneiras de se chegar ao mesmo resultado. Depois, é só conferir! Assim, o ano em que o Brasil obteve o maior número de medalhas foi 1995, com um total de 92 medalhas.

II) a) 703 milhares. b) 40 000 unidades. c) 229 100 unidades. d) 253,5 milhares.

III) a) *Facebook* b) 30%. c) *Site* de música, pois a porcentagem é maior.

Atividade 3

a) 20%, pois a soma dos itens de uma tabela forma 100%. 30% + 40% + 10% = 80%, logo 100% - 80% = 20%.

b) 82 sócios preferem o basquete, 820 = 100% → 82 = 10%.

c) 328 sócios preferem futebol. Se 10% são 82, basta fazer 4 x 82 = 328.

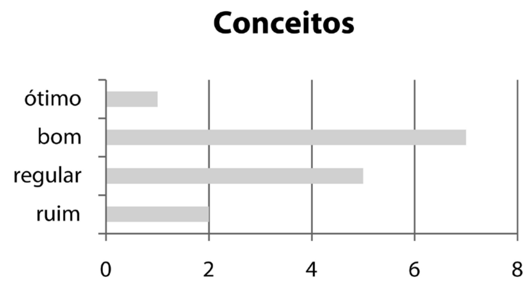
d) 41 preferem xadrez. Se 10% são 82, então 5% é a metade desse valor, ou seja, 41.

Atividade 4

a)

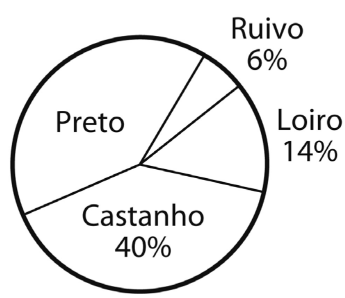
Conceito	Frequência
Ruim	2
Regular	5
Bom	7
Ótimo	1

b)

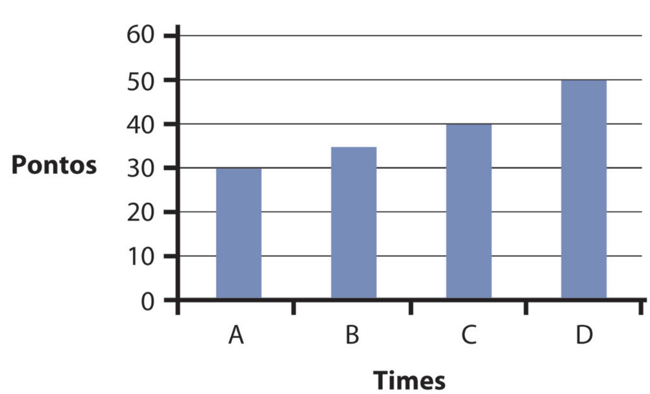


Exercícios

1. Uma pesquisa levantou as cores de cabelo de 1200 pessoas. Os resultados obtidos são mostrados no diagrama a seguir: Pergunta-se: quantas pessoas entrevistadas possuem cabelo preto?

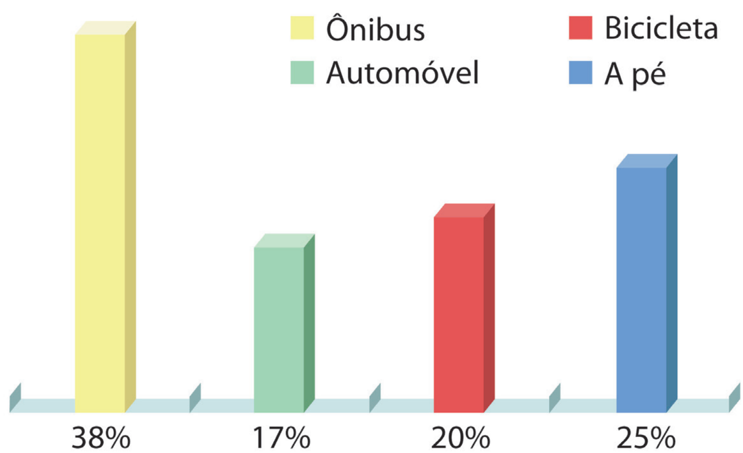


2. O gráfico abaixo mostra a quantidade de pontos feitos pelos times A, B, C e D no campeonato de futebol da escola. De acordo com o gráfico, quantos pontos o time C conquistou?



3. No colégio onde estudo foi feita uma pesquisa para saber o meio de transporte utilizado pelos alunos para chegar à escola. Responderam à pesquisa 2 000 alunos. Os resultados em forma de porcentagem foram organizados em um gráfico. Quantos dos entrevistados responderam:

a) ônibus? b) automóvel? c) bicicleta? d) a pé?



Respostas dos exercícios

1. Sabemos que 100% representa a totalidade de pessoas entrevistadas, isto é, 1200 pessoas. Temos que 6% + 14% + 40% = 60%. Logo, o percentual de pessoas com cabelo preto é 100% - 60% = 40%

   Daí, 40% de 1200 pessoas é o mesmo que $\frac{40}{100} \times 1200 = \frac{40 \times 1200}{100} = 480$.

   Resposta: 480 pessoas entrevistadas possuem cabelos pretos.

2. 40 pontos

3. a) 38% de 2000 alunos = 760 alunos

   b) 17% de 2000 alunos = 340 alunos

   c) 20% de 2000 alunos = 400 alunos

   d) 25% de 2000 alunos = 500 alunos