CEJA >>
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

MATEMÁTICA

Ensino Fundamental II

Luciana de Paula Chaves Gomes Hastenreiter
Leandro de Oliveira Moreira

Fascículo 6
Unidades 16, 17 e 18

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Wilson Witzel

Vice-Governador
Claudio Castro

Secretário de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação
Leonardo Rodrigues

Secretário de Estado de Educação
Pedro Fernandes

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIERJ)

Elaboração de Conteúdo
Luciana de Paula Chaves Gomes Hastenreiter
Leandro de Oliveira Moreira

Diretoria de Material Didático
Bruno José Peixoto

Coordenação de Design Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Vasques de Miranda

Revisão de Língua Portuguesa
José Meyohas

Design Instrucional
Renata Vittoretti

Diretoria de Material Impresso
Ulisses Schnaider

Projeto Gráfico
Núbia Roma

Ilustração
Renan Alves

Programação Visual
Bianca Giacomelli

Capa
Renan Alves

Produção Gráfica
Fábio Rapello Alencar

C391

CEJA: Centro de educação de jovens e adultos. Ensino fundamental II. Matemática / Luciana de Paula Chaves Gomes Hastenreiter, Leandro de Oliveira Moreira. Rio de Janeiro: Fundação Cecierj, 2019.

Fasc. 6 – unid. 16-17-18

44p.; 21 x 28 cm.

ISBN: 978-85-458-0180-1

1. Geografia. 2. Continente Americano. 3. Europa-população. I. Hastenreiter, Luciana de Paula Chaves Gome. II.Moreira, Leandro de Oliveira. 1. Título.

CDD: 510

Referências bibliográficas e catalogação na fonte, de acordo com as normas da ABNT.
Texto revisado segundo o novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.

Sumário

Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: http://cejarj.cecierj.edu.br/ava

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos “nome de usuário” e “senha”.

Feito isso, clique no botão “Acesso”. Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

CEJA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

A linguagem algébrica

Matemática - Fascículo 6 - Unidade 16

Objetivos de aprendizagem

1. Utilizar a linguagem algébrica para descrever sentenças e equações;
2. Identificar termos semelhantes;
3. Simplificar expressão algébrica;
4. Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

Para início de conversa...

No século III, Diofanto de Alexandria inicia a fase da Álgebra, empregando símbolos e abreviações de palavras comuns.

Einstein, outro grande gênio, revolucionou muitos conceitos, não só de Física, como de outras ciências. Entre outras coisas, ele mostrou que a matéria pode se transformar em energia, de acordo com a equação $E = mc^2$.

O desenvolvimento da Álgebra provocou um grande e rápido progresso nas ciências e muitas mudanças na história da humanidade. Ela tornou-se um instrumento poderoso na resolução de problemas.

Este vai ser o assunto desta e das próximas aulas: O idioma algébrico.

Vamos começar?

1. Linguagem dos símbolos matemáticos e das letras

Você já teve a oportunidade de trabalhar, em algumas situações, com expressões matemáticas. Observe as expressões seguintes, representadas na linguagem comum e na linguagem dos símbolos matemáticos:

a) Quatro vezes seis → $4 \cdot 6$

b) Dois vezes sete → $2 \cdot 7$

Quando falamos de um **número racional** qualquer, podemos usar uma letra para representá-lo. Veja os exemplos a seguir:

a) O dobro de um número mais quatro → $2 \cdot x + 4$

b) A terça parte de um número → $\frac{x}{3}$

c) O triplo de um número menos a sua quarta parte → $3 \cdot x - \frac{x}{4}$

d) A soma de dois números inteiros consecutivos → $x + (x + 1)$

Números Racionais

São todos os números que podem ser escritos na forma de fração.

Note que, nos exemplos acima, usamos a letra ***x*** para representar esse valor desconhecido. Dizemos, então, que ***x*** é uma variável. A variável não precisa ser sempre a letra ***x***; ela pode ser representada por qualquer letra.

Veja outros exemplos:

e) Segundo a companhia de água, uma pessoa que escova os dentes com a torneira meio aberta gasta 12 litros de água em 5 minutos. Quantos litros serão gastos a cada minuto?

Para solucionar esse problema, podemos indicar a quantidade de água desperdiçada a cada minuto por y, e representar a situação por uma sentença matemática:

$5 \cdot y = 12$, logo $y = \frac{12}{5} = 2{,}2$ litros.

f) Antônio e Felipe foram a uma pizzaria. Na hora de pagar a conta, Antônio pagou o dobro do valor que Felipe pagou. Se o valor da conta foi R$27,00, quanto cada um deles pagou?

Representando o problema:

- Quantia paga por Felipe: x
- Quantia paga por Antônio: 2x (lembre-se de que Antônio pagou o dobro do que pagou Felipe)

Com isso, podemos escrever a seguinte sentença matemática: $2x + x = 27$

Essas sentenças matemáticas apresentadas nos exemplos anteriores expressam situações que envolvem o uso de símbolos matemáticos e letras, sendo chamadas de expressões algébricas. Uma expressão algébrica, geralmente, é formada pela parte numérica (chamada de **coeficiente**) e pela **parte literal**, que são as variáveis. Na expressão **2*x* + 3*y***, temos:

coeficientes	2 e 3
parte literal	X e Y

Veja mais alguns exemplos de expressões algébricas e seus significados:

- ***x* + *9*** (a soma de um número qualquer com 9)
- ***x* - *9*** (um número qualquer diminuído de 9)
- **2*y* + *7*** (o dobro de um número mais 7)

- $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{3}}$ (a terça parte de um número)
- $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{4}}$ + **3m** (a quarta parte de um número mais o seu triplo)

Como você percebeu, a solução de um problema matemático depende muito da tradução da linguagem corrente para a linguagem matemática. Para que você consiga fazer a tradução de forma correta, praticar é fundamental.

Vamos lá?

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

Escreva, em linguagem algébrica, as expressões a seguir, indicando o número desconhecido por uma letra qualquer:

a) O quíntuplo de um número:

b) O dobro de um número:

c) Um número menos cinco:

d) O quociente de um número por 4:

e) Sete menos um número:

f) O produto de – 3 e um número:

g) Oito vezes um número:

h) Dez vezes um número menos três:

i) Cinco vezes a soma de 9 e um número:

j) A terça parte de um número mais a sua quinta parte:

Anote as respostas em seu caderno.

2. Simplificando expressões algébricas e determinando seu valor numérico

Quando os termos de uma expressão algébrica possuem a mesma parte literal, dizemos que são **termos semelhantes** ou **monômios semelhantes**.

Exemplos:

A) **9x** e **-7x** são termos semelhantes.

B) **$5a^2b$** e **$-3a^2b$** são termos semelhantes.

C) **4,18** e **-5** são termos semelhantes.

D) **8xy** e **$\frac{1}{2}$yx** são termos semelhantes (Observe que xy = yx. Lembre-se de que a ordem dos fatores não altera o produto).

Simplificar uma expressão algébrica ou parte dela pode facilitar na resolução de problemas usando a linguagem matemática. Simplificar uma expressão algébrica é juntar os termos semelhantes. Veja o exemplo:

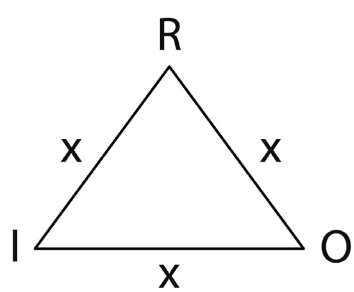
No triângulo RIO (Figura 17.1), os lados têm medidas iguais. Como representar o **perímetro** desse triângulo, usando uma expressão algébrica?

Perímetro

Soma dos comprimentos dos lados de uma figura plana.

Vamos à solução:

Se a medida do lado do triângulo não é conhecida, ela pode ser indicada por qualquer letra. Podemos escolher a letra x, por exemplo. Veja:



Perímetro: x + x + x
podemos simplificar a expressão x + x + x
por 3 . x

Portanto,
x + x + x, simplificando, fica 3 . x ou 3x

Figura 16.1: Triângulo RIO, com três lados iguais.

Ficou com dúvida? Então, vamos analisar outra situação. Veja:

Marcos tinha no banco certa quantia em dinheiro. Precisou pagar uma dívida e, para isso, sacou o sêxtuplo de seu saldo bancário. Como representar essa situação usando uma expressão algébrica?

Observe que podemos representar a quantia que Marcos tinha no banco pela letra *n*. Se Marcos tinha *n* e sacou 6 . *n* (o sêxtuplo do que tinha), podemos representar o saldo bancário de Marcos pela seguinte expressão algébrica:

$$n - 6n$$

Simplificando essa expressão, temos: – 5 *n* (1 *n* menos 6 *n* tem por resultado – 5*n*). Assim, o saldo bancário de Marcos é representado por – 5*n*.

Que tal atribuir uma quantia em dinheiro para Marcos? Por exemplo: R$100,00 é a quantia inicial que Marcos possuía no banco. Usando a expressão simplificada anteriormente, tem-se:

Saldo = $-5n = -5 \cdot 100 = -500$

Logo, Marcos está com um saldo negativo de R$500,00.

Portanto:

Valor numérico de uma expressão algébrica é o valor (em números) que ela assume quando substituímos a letra por um número.

Para obtermos o valor numérico de uma expressão algébrica, devemos proceder do seguinte modo:

1º) Substituir as letras por números reais dados;

2º) Efetuar as operações indicadas, devendo obedecer à seguinte ordem:

A) Potenciação e radiciação;

B) Divisão e multiplicação;

C) Adição e subtração.

Exemplos:

1. Calcular o valor numérico de $4a + 5b - 7ab$ para $a = 2$ e $b = 3$

Solução: Vamos trocar a por 2 e b por 3.

$4a + 5b - 7ab = 4.2 + 5.3 - 7.2.3 = 8 + 15 - 42 = 23 - 42 = -19$

O valor numérico é -19.

2. Calcular o valor numérico de $3m^2 - m + 5$ para $m = -2$.

Solução: Vamos trocar m por -2.

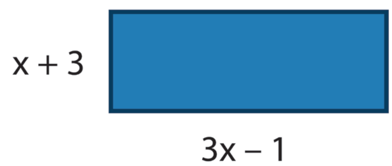
$3m^2 - m + 5 = 3 \cdot (-2)^2 - (-2) + 5 = 3 \cdot 4 + 2 + 5 = 12 + 2 + 5 = 19$

O valor numérico é 19.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 2

Considere este retângulo:



a) Qual a expressão que representa o perímetro desse retângulo? ___________

b) Simplifique essa expressão algébrica juntando os termos semelhantes:

____

c) Calcule o perímetro desse retângulo sabendo que x vale 4 cm: ___________

Anote as respostas em seu caderno.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 3

Mariana foi comprar roupas numa loja de um *shopping*. Ela comprou uma calça e dois vestidos de mesmo preço e percebeu que a calça custa 35 reais a mais do que cada vestido.

a) Considerando que um vestido custa x reais, escreva uma expressão algébrica para representar o preço da calça;

b) Represente, por meio de uma expressão algébrica, o preço dos 2 vestidos;

c) Represente, por meio de uma expressão algébrica, o preço da calça e dos vestidos;

d) Se cada vestido custou R$75,20, calcule quantos reais Mariana gastou.

Anote as respostas em seu caderno.

Resumo

- Expressão algébrica é uma expressão que envolve números e letras, e operações indicadas entre eles.
- As letras são as variáveis da expressão algébrica e representam um número racional qualquer.
- Podemos simplificar as expressões algébricas que possuem a mesma letra.
- Valor numérico de uma expressão algébrica é o valor (em números) que ela assume quando substituímos a letra por um número.

Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

SPINELLI, Walter & SOUZA, Maria Helena. *Matemática*.1a ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.

NAME, Miguel Assis. *Tempo de Matemática*. São Paulo: Editora do Brasil, 1996.

Respostas das Atividades

Atividade 1

a) $5x$	b) $2x$	c) $x - 5$	d) $\frac{x}{4}$	e) $7 - x$
f) $- 3x$	g) $8x$	h) $10x - 3$	i) $5(9 + x)$	j) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5}$

Atividade 2

a) Perímetro $= x + 3 + x + 3 + 3x - 1 + 3x - 1$

b) $x + 3 + x + 3 + 3x - 1 + 3x - 1 = 8x + 4$

c) Perímetro $= 8x + 4 = 8.4 + 4 = 32 + 4 = 36$ cm

Atividade 3

a) 1 vestido: x

1 calça: $x + 35$

b) 1 vestido: x

2 vestidos: $2x$

c) 2 vestidos: $2x$

1 calça: $x + 35$

Total: $2x + x + 35 = 3x + 35$

d) Como o total gasto por Mariana é dado pela expressão $3x + 35$, temos:

$3x + 35 = 3. 75{,}20 + 35 = 225{,}60 + 35 = 260{,}60$.

Mariana gastou, portanto, R$260,60.

Exercícios

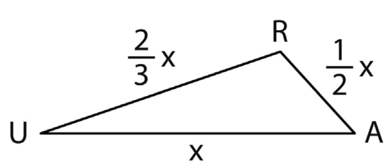
1. Calcule e responda:

a) Qual é o valor numérico da expressão $\frac{x}{2} + 6$ quando $x = 8$?

b) Quando $y = -1$, a expressão algébrica $y^2 + 4y + 1$ tem que valor numérico?

c) Para $x = 3$ e $y = 5$, qual o valor numérico de $x^2 + 2y$?

2. Observe o triângulo RUA (a seguir). A figura representa as distâncias, em Km, das casas de Renato, Alberto e Ulisses. Agora, imagine que Renato vai visitar Alberto e, antes de voltar para casa, ele vai passar rapidamente na casa de Ulisses. Responda:



a) Qual é a expressão algébrica simplificada que representa o perímetro desse triângulo?

b) Se $x = 4$, calcule a medida de cada lado desse triângulo.

3. Simplifique as expressões a seguir (simplificar uma expressão algébrica é juntar os termos semelhantes):

a) $x^2 - 2x + 1 - 5x + 2x^2 - 7 + x$

b) $-(4x + 5) + 5 + 6x + 2(x - 1) - 3$

c) $9a - 3b + 2 - 4a + 5(b - 2)$

d) $-2n + 4 - 5n + 10$

e) $\frac{x}{2} - \frac{3x}{4} + 5x$

4. Represente cada situação a seguir, usando a linguagem algébrica:

a) Um número mais o seu triplo:

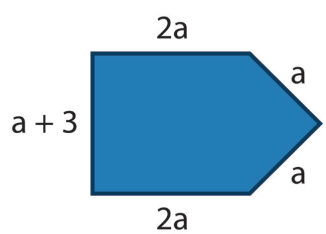
b) O dobro de um número menos 9:

c) A metade da soma de um número e 4:

d) O dobro da diferença de um número e 5:

e) A quinta parte de um número mais o seu quíntuplo:

5. Observe a figura a seguir e determine:



a) a expressão algébrica simplificada que determina seu perímetro;

b) o perímetro do terreno, considerando a = 5 cm.

Respostas dos exercícios

1. a) $\frac{x}{2} + 6$. Quando x = 8, temos: $\frac{8}{2} + 6 = 4 + 6 = 10$. Logo, o valor numérico é igual a 10.

b) $y^2 + 4y + 1$. Quando x = -1, temos: $(-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 1 = 1 - 4 + 1 = -2$. Logo, o valor numérico é igual a - 2.

c) $x^2 + 2y$. Quando x = 3 e y = 5, temos: $3^2 + 2 \cdot 5 = 9 + 10 = 19$. Logo, o valor numérico é igual a 19.

2. a) $P = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x + x$. Simplificando: $\frac{4x}{6} + \frac{3x}{6} + \frac{6x}{6} = \frac{13x}{6}$ (é preciso calcular o mmc (2,3) = 6 e escrever frações equivalentes a cada uma para poder somá-las).

b) lado RA: $\frac{1}{2}$ x, se x = 4, logo $\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{4}{2}$ = 2km.

lado AU: x, se x = 4, o lado mede 4 km.

lado UR: $\frac{2}{3}$ x, se x = 4, logo $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3}$km ou aproximadamente 3km.

Fazendo RA + AU + UR, encontramos a distância percorrida por Renato. Veja:

2km + 4km + 3km = 9km

Logo, Renato percorreu aproximadamente 9km para visitar os dois amigos.

3. a) $x^2 - 2x + 1 - 5x + 2^2 - 7 + x = (1+2)\,x^2 + (-2-5+1)x + (+1-7) = 3x^2 - 6x - 6$ (Devemos somar os coeficientes dos termos semelhantes e repetir a parte literal).

b) $-(4x + 5) + 5 + 6x + 2(x - 1) - 3 = -4x - 5 + 5 + 6x + 2x - 2 - 3 = (-4 + 6 + 2)x + (-5 + 5 - 2 - 3) = 4x - 5$ (Neste item, é necessário que você use a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e subtração, antes de juntar os termos semelhantes).

c) $9a - 3b + 2 - 4a + 5(b - 2) = 9a - 3b + 2 - 4a + 5b - 10 = (9 - 4)a + (-3 + 5)b + (+2 - 10) = 5a + 2b - 8$

d) $-2n + 4 - 5n + 10 = (-2 - 5)n + (+4 + 10) = -7n + 14$

e) $\frac{x}{2} - \frac{3x}{4} + 5x = \frac{2x}{4} - \frac{3x}{4} + \frac{20x}{4} = \frac{(2 - 3 + 20)x}{4} = \frac{19x}{4}$
(é preciso calcular o mmc (2,4) = 4 e escrever frações equivalentes a cada uma para poder somá-las).

4. a) $x + 3x$

b) $2x - 9$

c) $\frac{(x + 4)}{2}$

d) $2(x - 5)$

e) $\frac{x}{5} + 5x$

5. a) Perímetro = $a + 3 + 2a + 2a + a + a = (1 + 2 + 2 + 1 + 1)a + 3 = 7a + 3$;
b) Para $a = 5$, temos que $7a + 3 = 7.5 + 3 = 35 + 3 = 38cm$.

CEJA >>
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Equações do 1º grau

Matemática - Fascículo 6 - Unidade 17

Objetivos de aprendizagem

1. Identificar equação do 1º grau com uma incógnita;
2. Aplicar as técnicas adequadas para resolver equações do 1ºgrau;
3. Equacionar e resolver problemas com o auxílio de equações do 1º grau;
4. Identificar pares ordenados.

Para início de conversa...

Observe figura a seguir. Veja que a balança está equilibrada. De um lado (esquerdo), temos um pote pesando 6Kg e outros dois com a mesma medida (desconhecida) e, do outro lado, temos um pote pesando 13Kg. Quantos quilogramas há em cada pote do lado esquerdo da balança?

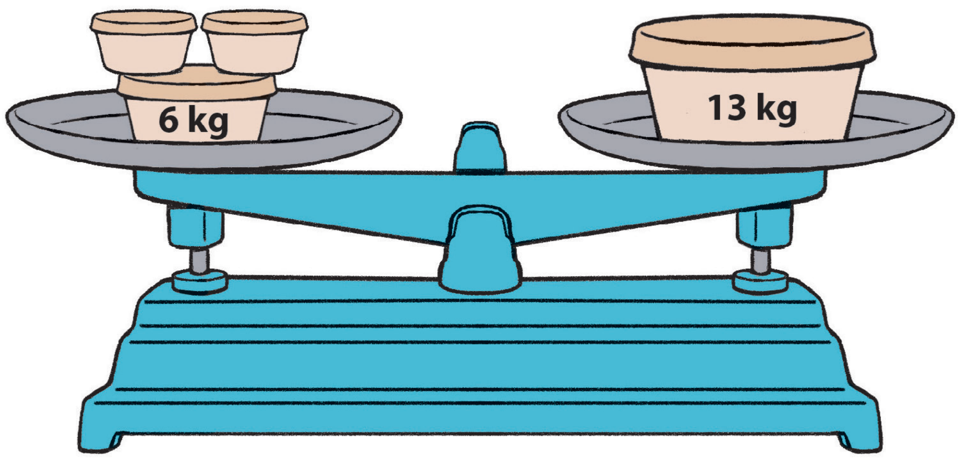


Figura 18.1: Uma balança equilibrada: isso significa que os pesos são iguais.

Como cada pote tem x quilogramas, podemos escrever $2x + 6 = 13$.

Essa sentença matemática é representada por uma equação. Para encontrar a solução de uma equação, precisamos sempre pensar no equilíbrio!

Nesta aula, vamos estudar o que é uma equação e quais procedimentos iremos utilizar em sua solução.

Venha e nos acompanhe!

1. Identificando equações

Equação é uma igualdade que contém, pelo menos, uma letra, que representa um número desconhecido.

Incógnita
Significa desconhecida.

Na equação $2x + 6 = 13$, temos:

- Um sinal de =
- Uma letra que indica um número desconhecido (**incógnita**).

Considere também que:

- Resolver uma equação é encontrar o valor da incógnita, ou seja, o número desconhecido.
- Solução ou raiz da equação é o valor encontrado.
- O que se escreve antes do sinal de = chama-se primeiro membro.
- O que se escreve depois do sinal de = chama-se segundo membro.

E por que a equação $2x + 6 = 13$ é do 1º grau?

Porque é uma equação em que a incógnita (a letra x) não aparece elevada a nenhum expoente, ou seja, x está elevado a 1. Veja alguns exemplos de equação:

a) $3x - 1 = 8$ é uma equação na incógnita x;

b) $x + y = 10$ é uma equação com duas incógnitas, x e y;

c) $r + 1 = r + 13$ é uma equação na incógnita r.

Vamos analisar a equação $4x + 7= 3$. Lembre-se: 4x significa $4 . x$ (4 vezes x).

Colocando o número 5 no lugar da incógnita x, temos: $4 . 5 + 7 = 3$, que é uma sentença falsa, pois $4 . 5 = 20$; somando 7, o resultado é igual a 27 e 27 é diferente de 3.

Mas veja que colocando – 1 no lugar de x, temos: $4 . (-1) + 7 = 3$, que é uma sentença verdadeira, pois $4 . (-1) = -4$ somando 7, o resultado é igual a 3.

Nesse exemplo, dizemos que:

i) 5 não é solução da equação $4x = 7 = 3$;

ii) – 1 é solução ou raiz da equação $4x + 7 = 3$.

Portanto, resolver uma equação é encontrar o valor da incógnita que torna a sentença verdadeira, determinando o conjunto verdade.

Resolver uma equação significa descobrir todas as suas soluções entre os números que já conhecemos. No momento, conhecemos até os números racionais. Resolver atividades garante se estamos aprendendo.

Vamos lá?

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

I) Quais sentenças são equações?

a) $4x - 7 = 2x + 5$

b) $a + b = 6$

c) $13 - 5 = 8$

d) $3y = 25$

e) $x - 2 \geq 5$

f) $5(m - 1) = m$

g) $a + b + c > 10$

h) $n - 1 + 5 = 5n$

i) $\frac{x}{4} - 1 = \frac{5}{6}$

II) Responda e justifique:

a) O número 6 é ou não solução da equação $3x + 5 = 23$?

b) O número 3 é ou não solução da equação $\frac{x}{3} - 1 = 4$?

Anote as respostas em seu caderno.

2. Resolução de equações e problemas do 1° grau

Para resolver equações, podemos utilizar dois princípios da igualdade.

1) Princípio aditivo: Significa adicionar ou subtrair o mesmo número (diferente de zero) aos dois membros de uma igualdade.

Vamos ver alguns exemplos:

a) Resolver a equação $x - 2 = 7$

Somando 2 a cada membro: $x - 2 = 7 \Rightarrow x - 2 + 2 = 7 + 2 \Rightarrow x + 0 = 9$

$$\Rightarrow x = 9$$

b) Resolver a equação $m + 5 = 8$

Subtraindo 5 de cada membro: $m + 5 = 8 \Rightarrow m + 5 - 5 = 8 - 5 \Rightarrow m + 0 = 3$

$$\Rightarrow m = 3$$

Modo prático:

As mesmas equações serão agora resolvidas usando um método prático.

a) $x - 2 = 7$

Isolamos o x, transportando o número 2 para o 2º membro da igualdade e efetuando a operação inversa, ou seja, o número 2, que estava subtraindo, passa para o outro lado, somando. Veja:

$x - 2 = 7 \Rightarrow x = 7 + 2 \Rightarrow x = 9$

b) $m + 5 = 8$

Isolamos o m, transportando o número 5 para o 2º membro da igualdade e efetuando a operação inversa, ou seja, o número 5, que estava somando, passa para o outro lado, subtraindo. Veja:

$m + 5 = 8 \Longrightarrow m = 8 - 5 \Longrightarrow m = 3$

2) Princípio multiplicativo: significa multiplicar ou dividir por um mesmo número (diferente de zero) os dois membros de uma igualdade.

a) Resolver a equação $6x = 30$

Dividindo os dois membros da igualdade por 6: $\frac{6x}{6} = \frac{30}{6} \Rightarrow x = 5$

b) Resolver a equação $\frac{x}{3} = 5$

Multiplicando os dois membros da igualdade por 3: $3 \cdot \frac{x}{3} = 3 \cdot 5 \Rightarrow x = 15$

Modo prático:

As mesmas equações acima podem ser resolvidas pelo modo prático:

a) $6x = 30$

Isolamos o x, transportando o número 6 para o 2º membro da igualdade e efetuando a operação inversa, ou seja, o número 6, que estava multiplicando, passa para o outro lado, dividindo. Veja:

$6x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{6} \Rightarrow x = 5$

b) $\frac{x}{3} = 5$

Isolamos o x, transportando o número 3 para o 2º membro da igualdade e efetuando a operação inversa, ou seja, o número 3, que estava dividindo, passa para o outro lado, multiplicando. Veja:

$\frac{x}{3} = 5 \Rightarrow x = 5 \cdot 3 \Rightarrow x = 15$

Uma das aplicações de grande importância das equações está na resolução de problemas. As equações exprimem, como já vimos, em linguagem matemática, os enunciados de vários problemas.

Algumas dicas são importantes para equacionar e resolver as situações-problemas:

- Representar o valor desconhecido (incógnita) por uma letra.
- Seguindo as informações do problema, escrever uma equação envolvendo essa letra.
- Resolver a equação.
- Verificar se a solução encontrada satisfaz as condições do problema.
- Escrever a resposta.

Exemplo1: Pensei num número, adicionei 4, dupliquei o resultado e, então, subtraí 7. Obtive 13 como resultado. Em que número pensei?

Veja:

Número que pensei: x

Equação: $(x + 4) . 2 - 7 = 13$

Arrumando a equação, temos: $2(x + 4) - 7 = 13$

Resolvendo: $2x + 8 - 7 = 13 \Rightarrow 2x + 1 = 13 \Rightarrow 2x = 13 - 1 \Rightarrow 2x = 12$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{2} \Rightarrow x = 6$$

Logo, pensei no número 6.

Exemplo 2: Em uma festa na casa de Mauro, o total de pessoas, no início, era 20. Depois, o número de homens dobrou e o de mulheres aumentou em 4. Com isso, o número de homens ficou o mesmo que o de mulheres. Quantos homens e quantas mulheres havia no início da festa?

Início da festa: Homens = x
Mulheres = 20 − x

Depois: Homens = 2x
Mulheres = 20 − x + 4

Como, depois, o número de homens e mulheres passou a ser igual, temos:

$2x = 20 - x + 4$; resolvendo a equação, obtemos: $2x + x = 20 + 4 \Rightarrow 3x = 24$

$$\Rightarrow x = \frac{24}{3} \Rightarrow x = 8$$

Logo, no início da festa, havia 8 homens e 12 mulheres.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 2

I) Um número somado com sua metade é igual a 45. Qual é esse número?

II) Lídia trabalha para uma companhia de *telemarketing*. Sua função é conseguir clientes para os diversos serviços que a empresa fornece. No final do dia, ela recebe um valor fixo de R$10,00 e mais R$2,00 para cada cliente que assina um serviço. Quantos clientes Lídia conseguiu num dia em que recebeu R$58,00?

III) Resolva as equações a seguir:

a) $\frac{x}{5} + \frac{x}{7} = 12$

b) $\frac{x+3}{2} + \frac{x+2}{3} = 2$

Anote as respostas em seu caderno.

3. Par ordenado (representação geométrica)

Chamamos de par ordenado dois números, *a* e *b*, considerados em certa ordem e indicados entre parênteses. Se a ordem for primeiro o número a e depois o número b, indicamos o par ordenado (a, b). Se a ordem for primeiro b e depois a, indicamos por (b, a). A ordem em que escrevemos esses números é importante, $(3, 2) \neq (2, 3)$.

Perceba que dois pares ordenados (*a, b*) e (*c, d*) serão iguais se, e somente se, $a = c$ e $b = d$. Por exemplo, $(\frac{4}{12}, 2) = (\frac{1}{3}, 2)$, pois $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ e $2 = 2$.

Para podermos elaborar uma representação geométrica de pares ordenados, desenhamos duas retas numeradas perpendiculares num plano. O ponto comum a essas retas é chamado de origem e é identificado pelo par ordenado (0,0).

Chamamos as retas de eixo das abscissas e eixo das ordenadas. Em geral, são indicados, respectivamente, por eixo x e eixo y.

Os pares ordenados são as coordenadas dos pontos, e essa representação geométrica é denominada de sistema de coordenadas.

A figura a seguir ilustra bem o sistema de coordenadas.

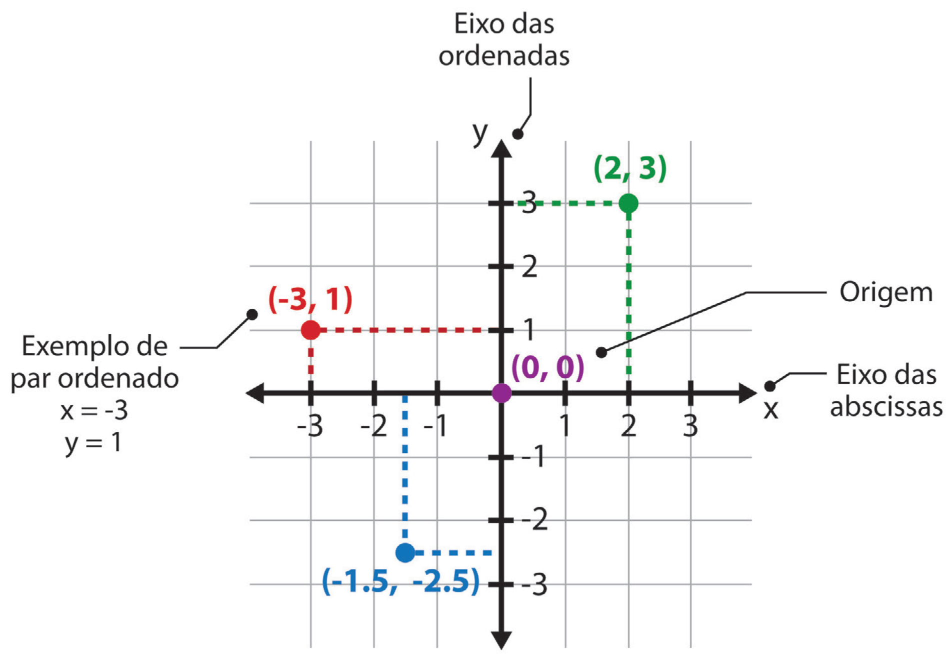


Figura 18.2: Representação geométrica do par ordenado

Observe o exemplo, assinalado na Figura 18.2, do par ordenado (–3, 1). Para marcarmos –3, partimos do zero e deslocamos, no eixo x (abscissas), 3 unidades no sentido negativo (para a esquerda). A partir daí, traçamos uma reta paralela ao eixo y (ordenadas). Para marcarmos o 1, saímos do zero e caminhamos, no eixo y (ordenadas), 1 unidade no sentido positivo. A partir daí, traçamos uma reta paralela ao eixo x (abscissas).

Marcamos o ponto de encontro dessas retas, que é representado pelo par ordenado (–3, 1).

Tente acompanhar como foram assinalados os outros pares ordenados dessa figura e depois resolva a atividade que se segue.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 3

No jogo de par ou ímpar, um jogador escolhe par, e o outro, ímpar. Cada um esconde uma das mãos, e os dois mostram, ao mesmo tempo, certo número de dedos (ou nenhum).

Se o total de dedos for par, ganha quem escolheu par; se for ímpar, ganha quem escolheu ímpar. Agora responda:

a) Qual é a menor soma que pode ocorrer nesse jogo? E a maior?

b) Escreva todos os pares ordenados possíveis em que a soma é par. Quantas são as possibilidades?

Anote as respostas em seu caderno

Resumo

- Equações são igualdades que contém, pelo menos, uma letra que representa um número desconhecido;
- Resolver uma equação é encontrar o valor da incógnita;
- Para resolver uma equação, podemos utilizar os princípios, aditivo ou multiplicativo, da igualdade;
- Podemos eliminar alguns passos na resolução de equações, resolvendo-as pelo método prático, em que isolamos a incógnita e transportamos os termos da equação para outro membro da equação, efetuando a operação inversa;
- Par ordenado são dois números (a e b), considerados em certa ordem e indicados entre parênteses. Se a ordem for primeiro o número a e depois o número b, indicamos o par ordenado (a, b). Se a ordem for primeiro b e depois a, indicamos por (b, a);
- Dois pares ordenados (a, b) e (c, d) são iguais se, e somente se, a = c e b = d;
- Para podermos elaborar uma representação geométrica de pares ordenados, desenhamos duas retas numeradas perpendiculares num

plano. O ponto comum a essas retas é chamado de origem e é identificado pelo par ordenado (0, 0). Chamamos as retas de eixo das abscissas e eixo das ordenadas. Em geral, são indicados, respectivamente, por eixo x e eixo y. Os pares ordenados são as coordenadas dos pontos, e essa representação geométrica é denominada sistema de coordenadas.

Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 1ª ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1ª ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

CENTURIÒN, Marília, JAKUBOVIC, José & LELLIS, Marcelo. *Matemática na medida certa*. 3ª ed. São Paulo: Scipione, 2003.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Àtica, 2009.

SPINELLI, Walter & SOUZA, Maria Helena. *Matemática*.1ª ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.

Respostas das Atividades

Atividade 1

I) São equações:

a) $4x - 7 = 2x + 5$ (equação na incógnita x)

b) $a + b = 6$ (equação nas incógnitas a e b)

d) $3y = 25$ (equação na incógnita y)

f) $5(m - 1) = m$ (equação na incógnita m)

h) $n - 1 + 5 = 5n$ (equação na incógnita n)

i) $\frac{x}{4} - 1 = \frac{5}{6}$ (equação na incógnita x)

II)

a) O número 6 é solução da equação, pois: $3 . 6 + 5 = 18 + 5 = 23$

b) O número 3 não é solução da equação, pois: $\frac{3}{3} - 1 = 1 - 1 = 0$

Atividade 2

I) Número: x

Equação: $x + \frac{x}{2} = 45$ $x + \frac{x}{2} = 45$; calculando o mmc (2, 1) = 2, temos: $\frac{2x}{2} + \frac{x}{2} = \frac{90}{2}$; cancelamos os denominadores e conservamos os numeradores:

$2x + x = 90 \Rightarrow 3x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{3} \Rightarrow x = 30$

O número é 30.

II) Chamando de x o número de clientes que assinaram um serviço, temos:

$10 + 2x = 58 \Rightarrow 2x = 48 \Rightarrow x = 24.$

Logo, Lídia conseguiu 24 clientes naquele dia.

III) a) $\frac{x}{5} + \frac{x}{7} = 12$ Calculando o mmc (5, 7) = 35, temos: $\frac{7x}{35} + \frac{5x}{35} = \frac{420}{35}$.
Elimina os denominadores (multiplicando todos os termos por 35)

$7x + 5x = 420 \Rightarrow 12x = 420 \Rightarrow x = \frac{420}{12} \Rightarrow x = 35$

b) $\frac{x+3}{2} + \frac{x+2}{3} = 2$

Calculando o mmc (2, 3) = 6, obtemos $(\frac{3(x+3)}{6} + \frac{2(x+2)}{6} = \frac{12}{6}$

$\Rightarrow 3(x + 3) + 2(x + 2) = 12 \Rightarrow 3x + 9 + 2x + 4 = 12 \Rightarrow 5x = 12 - 13$

$\Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}$

Atividade 3

a) A menor soma é 0 (nenhum dedo), e a maior soma é 10 (os cinco dedos de cada mão).

b) (0, 0), (0, 2), (0, 4), (1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 0), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 0), (4, 2), (4, 4), (5, 1), (5, 3) e (5, 5), portanto, 18 possibilidades.

Exercícios

1. Dada a equação $2x - 4 + x = 7x - 3 - 2x$, responda:

a) Qual é o 1º membro?

b) Qual é o 2º membro?

c) Qual é o segundo termo do 1º membro?

d) Qual é o primeiro termo do 2º membro?

2. Resolva as seguintes equações:

a) $4 + x = 12 - 6$

b) $15 - 8 + 7 = -16 - 7 + a$

c) $3x + 5x - 2 = 3x + 8$

d) $4,3m - 2,3m = 4$

3. A metade do número de figurinhas de um envelope mais a terça parte do número dessas figurinhas é igual a 60. Quantas figurinhas há no envelope?

4. Escreva os pares ordenados, segundo a indicação:

a) o primeiro elemento é 2 e o segundo elemento é 5.

b) o primeiro elemento é – 9 e o segundo elemento é 0.

c) os dois elementos do par são iguais a – 12.

5. De um recipiente cheio de água tiram-se $\frac{2}{3}$ de seu conteúdo. Recolocando-se 30L de água, o conteúdo passa a ocupar a metade do volume inicial. Qual era a capacidade inicial do recipiente?

Respostas dos exercícios

1. a) $2x - 4 + x$ (tudo que está à esquerda do sinal de igual)
   b) $7x - 3 - 2x$ (tudo que está à direita do sinal de igual)
   c) -4
   d) $7x$

2. a) $4 + x = 12 - 6 \Rightarrow 4 + x = 6 \Rightarrow x = 6 - 4 \Rightarrow x = 2$
   b) $15 - 8 + 7 = -16 - 7 + a \Rightarrow 14 = -23 + a \Rightarrow 14 + 23 = a \Rightarrow 37 = a$ ou $a = 37$
   c) $3x + 5x - 2 = 3x + 8 \Rightarrow 8x - 2 = 3x + 8 \Rightarrow 8x - 3x = 8 + 2 \Rightarrow 5x = 10$ $\Rightarrow x = \frac{10}{5} \Rightarrow x = 2$
   d) $4,3m - 2,3m = 4 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{2} \Rightarrow m = 2$

3. número de figurinhas: x

   metade do número de figurinhas : $\frac{x}{2}$

   terça parte do número de figurinhas: $\frac{x}{3}$

   $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 60$

   (calculando mmc (2, 3) = 6)

   $\Rightarrow \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{360}{6}$

   (eliminamos os denominadores)

   $\Rightarrow 3x + 2x = 360$

   $\Rightarrow 5x = 360 \Rightarrow x = \frac{360}{5} \Rightarrow x = 72$

4. a) (2, 5)
   b) (- 9, 0)
   c) (-12, -12)

5. $x - \frac{2}{3}x + 30 = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{6x}{6} - \frac{4x}{6} + \frac{180}{6} = \frac{3x}{6} \Rightarrow 6x - 4x + 180 = 3x \Rightarrow$

   $\Rightarrow 6x - 4x - 3x = -180 \Rightarrow -x = -180 \Rightarrow x = -\frac{180}{-1} \Rightarrow x=180$

   A capacidade inicial do recipiente era, portanto, 180 L.

CEJA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
de JOVENS e ADULTOS

Resolvendo problemas com equações

Matemática - Fascículo 6 - Unidade 18

Objetivos de aprendizagem

1. Resolver equações do 1º grau com 2 incógnitas;
2. Compreender e aplicar as técnicas de resolução de sistemas de equações;
3. Reconhecer problemas que recaem em sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas;
4. Compreender a ideia de inequação do 1º grau;
5. Aplicar as técnicas adequadas para resolver inequações do 1º grau com uma incógnita.

Para início de conversa...

Observe a seguinte situação:

Figura 18.1: O problema de Fernando

Renan e Fernando administram uma fazenda no interior do Rio de Janeiro. Ambos precisam descobrir a quantidade de animais para poderem comprar a alimentação necessária. Para ajudarmos Fernando a resolver o problema, precisamos aprender a resolver um sistema de equação com duas variáveis. Vamos lá?

1. Equações do 1º grau com duas incógnitas

Observe a equação: $2x - 3y = 4$.

Podemos dar um valor qualquer a uma das incógnitas (x ou y) e, assim, determinarmos o valor da outra, resolvendo uma equação do 1º grau com apenas uma incógnita.

Exemplo: Fazendo $x = 5$, temos $2 \cdot 5 - 3y = 4$

$10 - 3y = 4 \Rightarrow -3y = 4 - 10 \Rightarrow -3y = -6 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = 2$

Logo, o par (5, 2) é solução da equação.

O par (1, 4) não é solução da equação $2x - 3y = 4$, pois,

$2 \cdot 1 - 3 \cdot 4 = 4 \Rightarrow -10 = 4$ (Falso)

2. Sistemas de equações

Para resolver um sistema de equações com duas variáveis, encontramos um único par ordenado que satisfaz as duas equações ao mesmo tempo, ou seja, existe uma única solução comum às duas equações. Portanto, resolver um sistema de equações significa procurar as soluções comuns a todas as suas equações. Para entender melhor, vamos analisar o seguinte problema:

Raphael, em sua última partida, acertou *x* arremessos de 2 pontos e *y* arremessos de 3 pontos. Ele acertou 25 arremessos e marcou 55 pontos. Quantos arremessos de 3 pontos ele acertou?

Podemos traduzir essa situação através de duas equações, a saber:

$x + y = 25$ (total de arremessos certos);

$2x + 3y = 55$ (total de pontos obtidos).

Se considerarmos as duas equações simultaneamente, temos o seguinte sistema de equações (costuma-se indicar o sistema usando chave):

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 3y = 55 \end{cases}$$

Pensando em dois números que, juntos, resultam em 25, temos o par ordenado (20, 5), que torna ambas as sentenças verdadeiras. Portanto, o par ordenado (20, 5) é chamado *solução do sistema*.

Existe somente um único par ordenado que é solução deste sistema, que é o par ordenado (20, 5).

Atenção ⚠

Ao resolver um sistema, é sempre aconselhável conferir a resposta encontrada para ver se não errou na solução. Os valores de x e de y encontrados estarão certos se eles transformarem as duas equações em igualdades verdadeiras.

Nem todos os sistemas são resolvidos dessa maneira. A seguir, você vai aprender métodos que são utilizados na solução dos sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas. Vamos analisar um a um.

3. Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

3.1 Método da substituição

Este método consiste em isolarmos uma das variáveis de uma equação e substituirmos seu valor na mesma variável da outra equação.

Observe o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$$

1º passo: determinar o valor de x na 1ª equação: $x = 4 - y$

2º passo: substituir esse valor na 2ª equação:

$2 \,.\, (4 - y) - 3y = 3$, eliminando os parênteses, temos $8 - 2y - 3y = 3$.

3º passo: resolver a equação formada:

$$8 - 2y - 3y = 3 \Rightarrow -2y - 3y = 3 - 8 \Rightarrow -5y = -5 \Rightarrow 5y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{5} \Rightarrow y = 1$$

4º passo: Substituir o valor encontrado de *y*, em qualquer das equações, determinando *x*:

$$x + 1 = 4 \Rightarrow x = 4 - 1 \Rightarrow x = 3$$

A solução do sistema é o par ordenado (3, 1).

3.2 Método da comparação

Este método consiste em escolher uma das variáveis e depois isolar essa variável nas duas equações, igualando as expressões encontradas.

Considere o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 4x - y = 25 \end{cases}$$

1º passo: $y = 10 - x$ (1ª equação) $y = 4x - 25$ (2ª equação)

2º passo: igualar as expressões encontradas: $10 - x = 4x - 25$

3º passo: resolver a equação encontrada:

$4x + x = 25 + 10 \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow x = \frac{35}{5} \Rightarrow x = 7$

4º passo: substituir o valor de x encontrado em qualquer uma das equações:

$$y = 10 - 7 \Rightarrow y = 10 - 7 \Rightarrow y = 3$$

A solução do sistema é o par ordenado (7, 3).

3.3 Método da adição

Veja o sistema a seguir:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

Para resolvê-lo, devemos seguir os seguintes passos:

1º passo: adicionar membro a membro das equações;

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 10 \\ x - \cancel{y} = 6 \end{cases}$$

$$2x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{2} \Rightarrow x = 8$$

2º passo: substituir o valor encontrado de x, em qualquer das equações, determinando y: $x + y = 10 \Rightarrow 8 + y = 10 \Rightarrow y = 10 - 8 \Rightarrow y = 2$

A solução do sistema é o par ordenado (8, 2).

Agora que você já aprendeu os métodos utilizados para revolver os sistemas, pratique um pouco para fixar os conceitos.

Anote as respostas em seu caderno.

Atividade 1

I) Considere a equação $2x + y = 3$.

a) O par ordenado (1, 4) é uma solução da equação?

b) O par ordenado (2, - 1) é uma solução da equação?

II) Resolva o seguinte sistema, utilizando o método da substituição.

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ 3(x + y) = 27 \end{cases}$$

III) Resolva o seguinte sistema, utilizando o método da comparação.

$$\begin{cases} y = 3 + x \\ x + y = 5 \end{cases}$$

IV) Resolva o seguinte sistema, utilizando o método da adição

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Anote as respostas em seu caderno.

4. Resolução de problemas com sistema

Para resolver um problema com duas incógnitas, devemos proceder do mesmo modo que nos problemas com uma incógnita.

Vamos pensar na situação proposta no início desta unidade.

- Número de patos: x
- Número de bois: y
- Número de pés de pato: $2x$
- Número de pés de boi: $4y$

$$\begin{cases} x + y = 38 \\ 2x + 4y = 76 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema: $x = 38 - y$ (isolando x na primeira equação)

(substituindo o valor encontrado na segunda)

$2(38 - y) + 4y = 76 \Rightarrow 76 - 2y + 4y = 76 \Rightarrow 2y = 76 - 76 \Rightarrow y = 0$

Substituindo y por 0 na equação $x = 38 - y$, temos $x = 38 - 0 \Rightarrow x = 38$

Resposta: Na fazenda, há 38 patos e não há nenhum boi.

5. Inequações do 1º grau

Na Matemática, a desigualdade é importante, principalmente, em experiências ou situações que necessitem comparar um conjunto de medidas. É a partir dessa comparação que você vai entender a construção de uma inequação, bem como as principais regras para a sua resolução.

Veja, a seguir, os sinais de desigualdade e o que cada um significa.

$>$ maior do que;

$<$ menor do que;

$\geq$ maior do que ou igual a;

$\leq$ menor do que ou igual a;

$\neq$ diferente de.

Agora veja alguns exemplos de como empregá-los:

$\frac{3}{4} > -2$ $\quad -15 \neq +15$ $\quad \frac{2}{5} \leq \frac{2}{5}$ $\quad 0 > -4\frac{1}{2}$ $\quad 0 < \frac{1}{8}$

As desigualdades que contêm letras que representam números desconhecidos são chamadas de inequações.

Mas como podemos encontrar uma solução para uma inequação?

Considere a seguinte inequação: $2x - 8 > 6$.

Substituindo a incógnita x por 10, obtemos uma sentença verdadeira, pois $2 . 10 - 8 = 12$ e $12 > 6$.

O mesmo acontece com o número 8, pois $2 . 8 - 8 = 8$ e $8 > 6$.

Já colocando o número 4 no lugar de x, obtemos uma sentença falsa: $2 . 4 - 8 = 0$ e $0 < 6$.

Desse modo, dizemos que:

10 e 8 são soluções da inequação $2x - 8 > 6$;

4 não é solução de $2x - 8 > 6$.

Como vimos nas equações, podemos aplicar os princípios aditivo e multiplicativo para ajudar nas suas resoluções. Com as inequações, acontece o mesmo: os princípios são fundamentais neste estudo.

Aplicando os princípios aditivo e multiplicativo na resolução de inequações

Vamos estudar os dois princípios na resolução de inequações. Os passos são bem parecidos quando aplicamos os princípios na resolução de equações. A diferença é que estamos tratando de desigualdades.

Princípio aditivo da desigualdade

Se somarmos um mesmo número aos dois membros de uma desigualdade do tipo > ou <, a desigualdade permanece a mesma.

Observe os exemplos que se seguem:

Exemplo 1: $8 > 3$

$8 + 5 > 3 + 5$

$13 > 8$

Exemplo 2: $\frac{1}{2} < 1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} < 1 + \frac{1}{2}$

$1 < \frac{3}{2}$

Princípio multiplicativo da desigualdade

Os exemplos dispostos a seguir registram o princípio multiplicativo das desigualdades dos tipos > ou <.

Exemplo 1: $3 < 5$

$3 \cdot 2 < 5 \cdot 2$

$6 < 10$

Exemplo 2: $+3 > -5$

$(+3) \cdot (-1) < (-5) \cdot (-1)$

$-3 < +5$

Repare que, no segundo exemplo, ambos os membros foram multiplicados por um número negativo. Nesse caso, o sinal de desigualdade muda, para que a sentença se torne verdadeira. Concluímos, portanto:

- Multiplicando os dois membros de uma desigualdade por um número positivo, essas desigualdades permanecem as mesmas;
- Multiplicando os dois membros de uma desigualdade por um número negativo, essas desigualdades ficam invertidas.

Exemplo: $-2x + 7 > 0 \Rightarrow -2x + 7 - 7 > 0 - 7$ (aplicando o princípio aditivo) $\Rightarrow -2x > -7 \Rightarrow -2x \,.\, (-1) < -7 \,.\, (-1)$ (multiplicando por (- 1) os dois membros da inequação e invertendo o sinal da desigualdade)

$\Rightarrow -2x < 7 \Rightarrow x < \frac{7}{2}$

Portanto, a solução da inequação é qualquer valor de $x < \frac{7}{2}$.

Anote as respostas em seu caderno

Atividade 2

Resolva a inequação: $2 - 4x \geq x + 17$.

Anote as respostas em seu caderno

Resumo

- Uma equação do 1º grau com duas variáveis tem infinitas soluções – infinitos pares ordenados (x, y).
- Para resolver um sistema de equações com duas variáveis, encontramos um único par ordenado que satisfaz as duas equações ao mesmo tempo, ou seja, existe uma única solução comum às duas equações.
- Existem três métodos para resolver sistemas de equação do 1º grau com duas variáveis: método da adição, método da comparação e método da substituição.
- As desigualdades que contêm letras que representam números desconhecidos são chamadas de inequações.
- Resolver uma inequação é determinar as suas raízes.
- Quando multiplicamos a inequação por – 1, devemos inverter o sinal da desigualdade.

Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 1ª ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1ª ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luís Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 2009.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

Respostas das atividades

Atividade 1

I) a) Não. Substituindo $x = 1$ e $y = 4$ na equação, obtemos $2.1 + 4 = 6 \neq 3$; portanto, o par (1, 4) não é solução da equação $2x + y = 3$.

b) Sim. Substituindo $x = 2$ e $y = -1$ na equação, obtemos $2.2 + (-1) = 3$; portanto, o par (2, -1) é solução da equação $2x + y = 3$.

II) Arrumando o sistema:

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ 3x + 3y = 27 \end{cases}$$

Isolando a variável x, temos $x = y - 5$.

Substituindo x na segunda equação, temos $3\,(y - 5) + 3y = 27$

$3y - 15 + 3y = 27 \Rightarrow 6y = 27 + 15 \Rightarrow 6y = 42 \Rightarrow y = \frac{42}{6} \Rightarrow y = 7$

Portanto, $x = y - 5 \Rightarrow x = 7 - 5 \Rightarrow x = 2$

Logo, o par ordenado (2,7) é solução do sistema.

III) Isolando y nas duas equações: $y = 3 + x$

$y = 5 - x$

Igualando as duas expressões encontradas:

$3 + x = 5 - x \Rightarrow x + x = 5 - 3 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

Substituindo o valor de x encontrado em uma das equações, temos

$y = 3 + 1 \Rightarrow y = 4$

Logo, o par ordenado (1, 4) é solução do sistema.

IV) Somando membro a membro, temos

$$\begin{array}{r} x + y = \cancel{5} \\ x - y = \cancel{1} \\ \hline 2x = 6 \\ x = 3 \end{array}$$

Substituindo o valor de x encontrado em qualquer equação:

$$3 + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 3 \Rightarrow y = 2$$

Logo, o par ordenado (3, 2) é solução do sistema.

Atividade 2

$$2 - 4x - x \geq x - x + 17 \Rightarrow 2 - 5x \geq 17 \Rightarrow -5x \geq 17 - 2 \Rightarrow -5x \geq 15 \Rightarrow 5x \leq -15$$
$$\Rightarrow x \leq -\frac{15}{5} \Rightarrow x \leq -3$$

Exercícios

1. Considerando a equação $2x + 3y = 17$, verifique se cada par ordenado é ou não solução dessa equação.

a) (1, 5) b) (5, - 2) c) (13, - 3)

2. Resolva o seguinte sistema, utilizando o método da adição.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

3. A soma das idades de duas pessoas é 42 anos. Sabe-se que uma delas tem 18 anos a mais do que a outra. Calcule essas idades.

4. Assinale apenas as alternativas verdadeiras:

a) 5 é a única solução da inequação $x + 2 < 9$. ( )

b) 5 é uma solução da inequação $x + 2 < 9$. ( )

c) A inequação $x + 2 < 9$ tem infinitas soluções. ( )

d) 7 não é solução da inequação $x + 2 < 9$. ( )

5. Resolver a inequação $8x + 2 > 7 + 5x$, sendo $U = \mathbb{Q}$

6. Ana comprou 3 canetas e 2 lápis, pagando R$7,20. João comprou 2 canetas e 1 lápis, na mesma loja, pagando R$4,40. O sistema de equações do 1º grau que melhor representa a situação é:

(A) $\begin{cases} 3x + 2y = 7,20 \\ 2x + y = 4,40 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 3x - 2y = 7,20 \\ 2x - y = 4,40 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 3,60 \\ x - y = 2,20 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 3x + y = 7,20 \\ x + y = 4,40 \end{cases}$

7. (Saresp – SP). Paguei R$75,00 por um par de chuteiras e uma bola. Se eu tivesse pago R$8,00 a menos pelo par de chuteiras e R$7,00 a mais pela bola, seus preços teriam sido iguais.

O sistema de equações do 1º grau que melhor traduz o problema é:

(A) $\begin{cases} x + y = 75 \\ x - 8 = y + 7 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x - y = 75 \\ x + 8 = y + 7 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 75 \\ 7x + 8y = 75 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + y = 75 \\ x + 8 = y - 7 \end{cases}$

8. (VUNESP-04) Maria tem em sua bolsa R$15,60 em moedas de R$0,10 e de R$0,25. Dado que o número de moedas de 25 centavos é o dobro do número de moedas de 10 centavos, o total de moedas na bolsa é:

A) 68

B) 75

C) 78

D) 81

E) 84

9. O par ordenado solução do sistema $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$ é:

a) S = {(1,1)}

b) S = {(2,1)}

c) S = {(1,2)}

d) S = {(1,0)}

e) S = {(0,1)}

10 O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, chamada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$5,50 e cada quilômetro rodado custa R$0,50, determine a distância máxima que se pode percorrer com R$20,00.

a) 20km

b) 25km

c) 27km

d) 29km

e) 31km

Respostas dos exercícios

1. a) Sim, pois 2 . 1 + 3 . 5 = 1
   b) Não, pois 2 . 5 + 3 . (- 2) = 4
   c) Sim, pois 2 . 13 + 3 . (- 3) = 17

2. Somando membro a membro temos:

$$\begin{array}{l} x + \cancel{y} = 5 \\ \underline{x - \cancel{y} = 1} \\ \quad 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \end{array}$$

$3 + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 3 \Rightarrow y = 2$

Logo, o par ordenado (3, 2) é solução do sistema.

3. As alternativas verdadeiras são: b, c, d.

4. $8x + 2 - 5x > 7 + 5x - 5x \Rightarrow 3x + 2 > 7 \Rightarrow 3x + 2 - 2 > 7 - 2 \Rightarrow 3x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{3}$

5. A
6. A
7. C
8. B
9. D
10. D