



**CEJA >>**

**CENTRO DE EDUCAÇÃO**  
de JOVENS e ADULTOS

# MATEMÁTICA

**Ensino Fundamental II**

Paulo Roberto Castor Maciel  
Wendel de Oliveira Silva

**Fascículo 7**  
Unidades 19, 20 e 21

Fundação  
**CECIERJ**  
Consórcio cederj

## GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

**Governador**  
Wilson Witzel

**Vice-Governador**  
Claudio Castro

**Secretário de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação**  
Leonardo Rodrigues

**Secretário de Estado de Educação**  
Pedro Fernandes

## FUNDAÇÃO CECIERJ

**Presidente**  
Carlos Eduardo Bielschowsky

## PRODUÇÃO DO MATERIAL CEJA (CECIEJ)

**Elaboração de Conteúdo**  
Paulo Roberto Castor Maciel  
Wendel de Oliveira Silva

**Diretoria de Material Didático**  
Bruno José Peixoto

**Coordenação de  
Design Instrucional**  
Flávia Busnardo  
Paulo Vasques de Miranda

**Revisão de Língua Portuguesa**  
José Meyohas

**Design Instrucional**  
Renata Vittoretti

**Diretoria de Material Impresso**  
Ulisses Schnaider

**Projeto Gráfico**  
Núbia Roma

**Ilustração**  
Renan Alves

**Programação Visual**  
Bianca Giacomelli

**Capa**  
Renan Alves

**Produção Gráfica**  
Fábio Rapello Alencar

Copyright © 2019 Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e/ou gravada, por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, da Fundação.

C391

CEJA : Centro de educação de jovens e adultos. Ensino fundamental  
II. Matemática / Paulo Roberto Castor Maciel, Wendel de Oliveira  
Silva. Rio de Janeiro : Fundação Cecierj, 2019.

Fasc. 7 – unid. 19-20-21

44p.; 21 x 28 cm.

ISBN: 978-85-458-0181-8

1. Matemática. 2. Números reais. 3. Números decimais.  
4. Números irracionais I. Maciel, Paulo Roberto Castor. II. Silva,  
Wendel de Oliveira. Título.

CDD: 510

# Sumário

<b>Unidade 19</b>	<b>5</b>
Números reais	
<b>Unidade 20</b>	<b>19</b>
Números decimais: retomando alguns conceitos	
<b>Unidade 21</b>	<b>33</b>
Números irracionais	

## Prezado(a) Aluno(a),

Seja bem-vindo a uma nova etapa da sua formação. Estamos aqui para auxiliá-lo numa jornada rumo ao aprendizado e conhecimento.

Você está recebendo o material didático impresso para acompanhamento de seus estudos, contendo as informações necessárias para seu aprendizado e avaliação, exercício de desenvolvimento e fixação dos conteúdos.

Além dele, disponibilizamos também, na sala de disciplina do CEJA Virtual, outros materiais que podem auxiliar na sua aprendizagem.

O CEJA Virtual é o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) do CEJA. É um espaço disponibilizado em um site da internet onde é possível encontrar diversos tipos de materiais como vídeos, animações, textos, listas de exercício, exercícios interativos, simuladores, etc. Além disso, também existem algumas ferramentas de comunicação como chats, fóruns.

Você também pode postar as suas dúvidas nos fóruns de dúvida. Lembre-se que o fórum não é uma ferramenta síncrona, ou seja, seu professor pode não estar online no momento em que você postar seu questionamento, mas assim que possível irá retornar com uma resposta para você.

Para acessar o CEJA Virtual da sua unidade, basta digitar no seu navegador de internet o seguinte endereço: <http://cejarj.cecierj.edu.br/ava>

Utilize o seu número de matrícula da carteirinha do sistema de controle acadêmico para entrar no ambiente. Basta digitá-lo nos campos “nome de usuário” e “senha”.

Feito isso, clique no botão “Acesso”. Então, escolha a sala da disciplina que você está estudando. Atenção! Para algumas disciplinas, você precisará verificar o número do fascículo que tem em mãos e acessar a sala correspondente a ele.

Bons estudos!

# Números reais

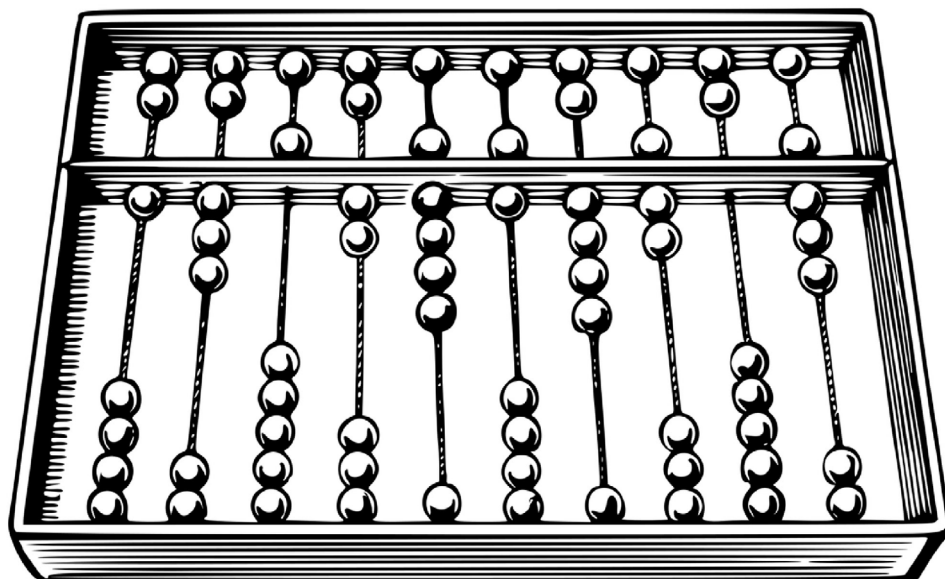
Matemática - Fascículo 7 - Unidade 19

## Objetivos de aprendizagem

- 1.** Construir significados para os números naturais, inteiros e racionais (forma fracionária);
- 2.** Realizar operações com os números naturais, inteiros e racionais (fracionários);
- 3.** Resolver situações-problema envolvendo operações com números naturais, inteiros e fracionários.

## Para início de conversa...

Em nosso cotidiano, os números aparecem de várias formas. Os conjuntos numéricos nos auxiliam na resolução de problemas. Mas, dependendo da situação, podemos utilizar um conjunto ou outro. Por exemplo, para fazer a contagem da quantidade de animais, de alunos de uma sala, temos um determinado conjunto que nos auxilia nisso. Agora, para medir altura, peso, representar o pagamento de compras em um supermercado, temperatura, utilizamos números pertencentes a outros conjuntos.



**Figura 19.1- Ábaco**

Fonte: <https://pixabay.com/pt/%C3%A1baco-contagem-frame-de-contagem-2026982/>

## 1. Os conjuntos numéricos com duas incógnitas

Para fazer contagem, geralmente, utilizamos o conjunto dos números naturais ( $\mathbb{N}$ ).

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Com esse conjunto, realizamos operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Para representar créditos e débitos de valores exatos, temperaturas exatas, podemos utilizar os números Inteiros ( $\mathbb{Z}$ ), que são:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

Observe que todos os números naturais também são elementos do conjunto dos números inteiros e, portanto, todos os números naturais também são números inteiros. Conhecer o conjunto dos números inteiros também significa realizar operações com os números negativos. Como você já sabe, existem algumas regras para adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros.

Para medir a altura, peso, lidar com pagamento de contas e dinheiro, devemos utilizar o conjunto dos números racionais ( $\mathbb{Q}$ ), que são os números que podem ser escritos em forma de fração.

*Anote as respostas em seu caderno*

### Atividade 1

Para cada situação, escreva qual conjunto você utilizaria:

- a) Contar carneirinhos;
- b) Medir temperaturas exatas;
- c) Medir a altura de uma pessoa.

*Anote as respostas em seu caderno.*

## 2. Operações com Números Inteiros

### 2.1 Adição de inteiros

- A soma de dois números positivos é um número positivo.

Exemplo:  $(+ 40) + (+ 30) = + 70$

No caso de valor positivo, podemos omitir o sinal.

- A soma de dois números negativos é um número negativo.

Exemplo:  $(-7) + (-15) = -22$

- A soma de dois números de sinais diferentes tem sinal igual ao número de maior valor absoluto, ou seja, aquele que está mais distante do zero.

Exemplos:

a)  $(+8) + (-3) = +5$

b)  $(-8) + (+3) = -5$

## 2.2 Subtração de inteiros

- O sinal  $(-)$  na frente dos parênteses indica mudança de sinal.
- Exemplo:  $(+5) - (-2)$  Eliminamos os parênteses e trocamos  $-(-2)$  por  $+2$ .
- Assim:  $+5 + 2 = 7$

## 2.3 Multiplicação e divisão de inteiros

- O produto ou o quociente de dois números inteiros com *sinais iguais* é sempre um número inteiro *positivo*.

Exemplos:

a)  $(+5) \times (+8) = +40$

b)  $(-6) \times (-9) = +54$

$(+15) \div (+3) = 5$

$(-10) \div (-5) = +2$

- O produto ou quociente de dois números inteiros com *sinais diferentes* é um número inteiro *negativo*.

Exemplos:

a)  $(+2) \times (-3) = -6$

b)  $(-8) \times (-4) = +32$

$(+50) \div (-2) = -25$

$(-9) \div (+3) = -3$

Bom, agora que relembrou todos os conceitos sobre os números negativos, chegou a sua vez de praticar. Faça as atividades a seguir e verifique seu aprendizado.



*Anote as respostas em seu caderno*

## Atividade 2

Uma pessoa está fazendo pesca submarina e se encontra a  $- 28\text{m}$  de altitude.

- a) Para chegar ao nível do mar, ela deverá subir ou descer?
- b) Quantos metros?

*Anote as respostas em seu caderno.*

---

*Anote as respostas em seu caderno*

## Atividade 3

Certo mês, a conta bancária de Carlos tinha saldo positivo de R\$900,00. Ele pagou algumas contas com cinco cheques no valor de R\$140,00 cada. Esse valor apareceu no extrato com cinco débitos de R\$140,00.

- a) Como se indica o débito total, usando a multiplicação?
- b) Que quantia corresponde a esse débito?
- c) O saldo bancário de Carlos é positivo ou negativo? De que valor?

*Anote as respostas em seu caderno.*

---

*Anote as respostas em seu caderno*

## Atividade 4

Calcule:

- |                            |                             |                           |
|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| a) $(+ 3) \times (- 8) =$  | b) $(- 7) \times (- 6) =$   | c) $(+ 18) \div (- 9) =$  |
| d) $(- 1234) \div (- 1) =$ | e) $(- 327) \times (+ 1) =$ | f) $(1000) \div (- 25) =$ |

*Anote as respostas em seu caderno.*

---

## 3. Operações com Números Racionais (fracionários)

### 3.1 Adição e subtração de números fracionários

A Matemática possui uma linguagem que se expressa por meio de símbolos e gráficos. Por isso, é importante conhecer e interpretar esses símbolos, para efetuarmos as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão entre diferentes números, sejam eles fracionários, naturais ou inteiros. No que se refere aos números fracionários, existem dois casos específicos para a adição e a subtração, conforme apresentamos nos exemplos a seguir:

#### 3.1.1 Quando os denominadores são iguais

Para somar frações com denominadores iguais, basta somar os numeradores e conservar o denominador.

Para subtrair frações com denominadores iguais, basta subtrair os numeradores e conservar o denominador.

Observe os exemplos:

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

#### 3.1.2 Quando os denominadores são diferentes

Para somar frações com denominadores diferentes, devemos obter frações equivalentes, de denominadores iguais ao Mínimo Múltiplo Comum (MMC) dos denominadores das frações. Por exemplo: vamos somar as frações  $\frac{4}{5}$  e  $\frac{5}{2}$ .

Obtendo o mmc dos denominadores, temos  $\text{mmc}(5, 2) = 10$ .

$\text{mmc}(2, 5)$

$$\begin{array}{r|l} 2,5 & 2 \\ 1,5 & 5 \\ 1,1 & \end{array} \quad 2 \cdot 5 = 10$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{x2} \\ \frac{4}{5} = \frac{8}{10} \\ \xleftarrow{x2} \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{x5} \\ \frac{5}{2} = \frac{25}{10} \\ \xleftarrow{x5} \end{array}$$

Agora que os denominadores foram igualados, podemos efetuar a adição.

$$\frac{8}{10} + \frac{25}{10} = \frac{33}{10}$$

### Atenção

Utilizamos o mmc para obter as frações equivalentes com mesmo denominador; depois, somamos normalmente as frações.

Agora que você já relembrou a adição e a subtração de frações, faça as atividades a seguir.

**Anote as respostas em seu caderno.**

### Atividade 5

Um bom velhinho rico, para desgosto da família, dividiu, em vida, sua fortuna, conforme testamento a seguir.

“Deixo  $\frac{1}{2}$  de minha fortuna para os meninos de rua;  
 $\frac{1}{3}$  para a luta contra a AIDS;  
 $\frac{1}{9}$  para meus sobrinhos imprestáveis, que não trabalham, e se deem por satisfeitos.”

O bondoso velhinho dividiu completamente sua fortuna? Se lhe restou alguma parte, quanto é essa parte?

**Anote as respostas em seu caderno.**

## 4. Multiplicação e divisão de números fracionários

Na multiplicação de números fracionários, devemos multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador, assim como é mostrado nos exemplos abaixo:

$$\frac{8}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8 \times 4}{3 \times 3} = \frac{32}{9}$$

$$\frac{-5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{-5 \times 4}{2 \times 3} = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3}$$

**4.1 Na divisão de números fracionários, devemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, como é mostrado no exemplo a seguir:**

$$\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{12} = 2$$

Agora, tente fazer as próximas atividades.

*Anote as respostas em seu caderno.*

### Atividade 6

Paulo é dono de um armário no centro da cidade. Ao longo do ano, reserva  $\frac{1}{4}$  de suas prateleiras para adereços de Carnaval. Desse espaço,  $\frac{2}{5}$  são reservados só para as plumas importadas. Que parte das prateleiras é ocupada apenas pelas plumas?

*Anote as respostas em seu caderno.*

## Resumo

- O conjunto dos números naturais é aquele constituído por números com que realizamos contagem.

- O conjunto dos números inteiros são os naturais mais os simétricos.
- O conjunto dos números racionais é aquele em que os números podem ser escritos em forma de fração.
- A regra de sinais para números inteiros e racionais é: adição de sinais iguais → mantemos o sinal; adição de sinais opostos → subtraímos os valores, mantendo o sinal do maior valor absoluto. Além disso, quando houver sinal (-) antes de parênteses, indica troca de valor.
- A regra de sinais para multiplicação e divisão de números inteiros e racionais é: sinais iguais → resultado positivo; sinais opostos → resultado negativo.
- Para somar frações, devemos ter o mesmo denominador; se não tivermos, devemos tirar o mmc dos denominadores.
- Para a multiplicação de frações, basta multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador. A divisão de fração deve repetir a primeira fração, trocar o sinal de divisão por multiplicação e inverter a segunda fração.

## Referências

BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BONJORNIO, José Roberto, BONJORNIO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

CENTURIÒN, Marília, JAKUBOVIC, José & LELLIS, Marcelo. *Matemática na medida certa*. 3a ed. São Paulo: Scipione, 2003.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Àtica, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Metodologia do Ensino Superior*. 3a ed. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios*. 14a ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

## Respostas das atividades

### Atividade 1

- a) Podemos utilizar o conjunto dos números naturais;
- b) Podemos utilizar o conjunto dos números inteiros;
- c) Podemos utilizar o conjunto dos números racionais.

### Atividade 2

- a) Subir.
- b) Ao se falar em altitude, o nível do mar é o marco zero. Logo, a pessoa deve subir 28m.

### Atividade 3

- a)  $5 \times (-140)$ .
- b) – R\$700,00.
- c)  $900 - 700 = +200$ . Saldo positivo de R\$200,00.

### Atividade 4

- a) Veja que os sinais são diferentes  $\rightarrow -24$ .
- b) Como os sinais são iguais  $\rightarrow +42$ .
- c) Perceba que os sinais são diferentes  $\rightarrow -2$ .
- d) Como os sinais são iguais  $\rightarrow +1234$ .
- e) Os sinais são diferentes  $\rightarrow -327$ .
- f) Como os sinais são diferentes  $\rightarrow -40$ .

### Atividade 5

Como os denominadores são diferentes, é necessário fazer mmc entre 2, 3 e 9.

$$\begin{array}{r|l}
 2, 3, 9 & 2 \\
 1, 3, 9 & 3 \\
 1, 1, 3 & 3 \\
 1, 1, 1 & 
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 / \\
 / \\
 /
 \end{array}
 \quad
 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

Achar frações equivalentes, em que todos os denominadores devam ser 18.

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \times 2 \\ \frac{1}{2} = \frac{9}{18} \\ \times 2 \end{array} & \begin{array}{c} \times 6 \\ \frac{1}{3} = \frac{6}{18} \\ \times 6 \end{array} & \begin{array}{c} \times 2 \\ \frac{1}{9} = \frac{2}{18} \\ \times 2 \end{array} \end{array}$$

A adição deve ser feita com as frações equivalentes de denominador 18.

$$\frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$$

Para saber quanto sobrou para o bom velhinho, basta fazer:

$$\frac{18}{18} - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$$

## Atividade 6

$$\frac{2}{5} \text{ de } \frac{1}{4} \rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

Portanto, as plumas ocupam  $\frac{1}{10}$  das prateleiras.

## Exercícios

**1.** Calcule:

- a)  $(-120) + (+200) =$
- b)  $(+95) + (-100) =$
- c)  $(-55) - (-60) =$
- d)  $(+40) - (-40) =$
- e)  $(-5) \cdot (+3) =$
- f)  $(+6) \cdot (+8) =$
- g)  $(-10) : (-2) =$
- h)  $15 : (-5) =$

**2.** No começo da semana, a mãe de Marcos e Felipe tinha no banco um saldo positivo de R\$30,00. Durante a semana, ela fez as

seguintes movimentações:

- depósito de R\$ 40,00
- retirada de R\$ 35,00
- pagamento de uma conta de R\$ 60,00
- depósito de R\$ 30,00
- saque de R\$ 50,00

No fim de todas essas movimentações, como será que ficou o saldo da mãe de Marcos e Felipe?

**3.** Efetue as operações a seguir, simplificando os resultados quando possível:

- a)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$
- b)  $-\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$
- c)  $-\frac{2}{6} - \frac{1}{3}$
- d)  $3 + \frac{1}{2}$
- e)  $\frac{2}{3} \times \left(-\frac{5}{4}\right)$
- f)  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7}$
- g)  $\left(-\frac{5}{6}\right) \times \frac{1}{8}$
- h)  $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{7}$
- i)  $-\frac{1}{7} \div \left(-\frac{7}{3}\right)$
- j)  $\left(-\frac{5}{4}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$
- k)  $5 \div \left(-\frac{3}{7}\right)$

**4.** Marco tem duas secretárias, Cláudia e Wilma, e um trabalho precisa ser digitado. Sozinha, Cláudia pode fazê-lo em 3 horas; Wilma, sozinha, levaria 6 horas.

- a) Que fração do serviço cada uma faria em 1 hora?
- b) Trabalhando juntas, que fração fariam em 1 hora?
- c) Trabalhando juntas, em quanto tempo elas fariam tudo?



- 5.** Maria dividiu uma pizza em 10 pedaços. Ela comeu 3 pedaços, e o namorado dela comeu 4 pedaços. Como poderíamos representar isso utilizando a soma de frações?
- 6.** José comprou uma pizza. Ele comeu metade dessa pizza e, posteriormente, conseguiu comer mais um pedaço equivalente à terça parte dessa mesma pizza. Que fração representa a quantidade total de pizza que José comeu?

## Respostas dos exercícios

- |                                    |                            |
|------------------------------------|----------------------------|
| 1. a) $(-120) + (+200) = +80$      | e) $(-5) \cdot (+3) = -15$ |
| b) $(+95) + (-100) = -5$           | f) $(+6) \cdot (+8) = +48$ |
| c) $(-55) - (-60) = -55 + 60 = +5$ | g) $(-10) : (-2) = +5$     |
| d) $(+40) - (-40) = +40 + 40 = 80$ | h) $15 : (-5) = -3$        |

2. •  $+30 + 40 = +70$ .  
 •  $+70 - 35 = +35$ .  
 •  $+35 - 60 = -25$ .  
 •  $-25 + 30 = +5$ .  
 •  $+5 - 50 = -45$ .

A mãe de Marcos e Felipe ficou com um saldo negativo de R\$45,00, ou seja,  $-45$

3.

a)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$

b)  $-\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = -\frac{5}{10} + \frac{4}{10} = -\frac{1}{10}$

c)  $-\frac{2}{6} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{6} - \frac{2}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$

d)  $3 + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

e)  $\frac{2}{3} \times \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$

f)  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{28}$

$$g) \left(-\frac{5}{6}\right) \times \frac{1}{8} = -\frac{5}{48}$$

$$h) \left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{7} = -\frac{3}{28}$$

$$i) -\frac{1}{7} \div \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{1}{7} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{3}{49}$$

$$j) \frac{32}{27} \div \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{32}{27} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{96}{108} = -\frac{8}{9}$$

$$k) -\frac{5}{4} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{5}{4} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = +\frac{15}{8}$$

$$l) 5 \div \left(-\frac{3}{7}\right) = 5 \times \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{35}{3}$$

4. a) Cláudia  $\frac{1}{3}$  e Wilma  $\frac{1}{6}$

b)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  resultado obtido pela divisão da fração por 3.

Se trabalhassem juntas, em 1 hora, metade do trabalho estaria pronto.

c) É uma questão de proporção. Se, em 1 hora, metade do trabalho fica pronto, em 2 horas, o serviço estaria concluído.

5.  $\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$

6.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

# Números decimais: retomando alguns conceitos

Matemática - Fascículo 7 - Unidade 20

## Objetivos de aprendizagem

- 1.** Reconhecer números racionais na forma decimal exata e a de dízimas periódicas;
- 2.** Calcular as operações com os números decimais;
- 3.** Resolver situações-problemas envolvendo números racionais na forma exata e na forma de dízima.

## Para início de conversa...

Quando a situação envolve dinheiro, o referencial ou marco zero utilizado é sempre o saldo zerado, ou seja, não há dívida nem crédito (não tenho dinheiro e não devo nada). No caso de dívida, o número que representa essa situação é negativo, e, no caso de ter alguma quantia em dinheiro (crédito), o número que representa essa situação é um número positivo. Quando geralmente estamos devendo (débito), é costume dizer que estamos no vermelho.

## 1. Números Decimais

Os números decimais estão relacionados com várias situações do cotidiano. São utilizados, por exemplo, em transações bancárias, na compra de móveis, nas medidas e em muitas outras situações. Vejamos o seguinte extrato:

BANCO CEFA – EXTRATO DE C/C – MULTICONTA EMIÇÃO: 08/04/17 HORA: 20:43				
DIA	HISTÓRICO	DOC	VALOR	
01	Depósito	987654	270,00	
01	Débito de juros	999999	31,59	–
02	Taxa bancária	666664	15,00	–
03	Saque	543768	250,00	–
04	Pagamento de conta	345546	680,35	–
04	Salário	456537	1.754,34	
05	Saque	322232	900,00	–

Se considerarmos essa situação, podemos afirmar que essa pessoa está no vermelho?

$270,00 - 31,59 - 15,00 - 250,00 - 680,35 + 1754,34 - 900,00 = 147,40$ , ou seja, a pessoa ainda tem R\$147,40 de saldo positivo.

## 2. Os números decimais na medida certa

Lembra-se dos números naturais? Você aprendeu que o sucessor de 34 é 35 e que não existem números naturais entre 34 e 35. Como fazer para escrever um número maior que 34 e menor que 35, sem usar frações?

Atualmente, os números escritos na forma decimal, ou “números com vírgulas”, vêm substituindo as frações em praticamente todas as suas aplicações, quer pela facilidade na comparação e nas operações, quer pela praticidade de sua escrita. Por exemplo: Como você resolveria a soma  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$  ?

Provavelmente, seria assim:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

Com denominadores diferentes, é necessário determinar o mmc (2, 4) = 4. Depois, será preciso determinar as frações equivalentes de cada uma das frações com denominador 4. Dessa forma, teremos:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

Agora, veja como é bem mais fácil resolver esse cálculo usando os números decimais. Transformando as frações em números decimais, temos:  $\frac{1}{4} = 0,25$  e  $\frac{1}{2} = 0,5$ . Com isso,  $0,25 + 0,5 = 0,75$ , que, na forma de fração, é  $\frac{3}{4}$ .

Vale a pena recordar que todo número racional pode ser escrito na forma de um número inteiro, um número decimal exato ou uma dízima periódica.

Exemplos:

$$\begin{aligned} \frac{8}{2} &= 4 \text{ é um número inteiro(racional);} \\ \frac{3}{4} &= 0,75 \text{ é um decimal exato;} \\ \frac{1}{3} &= 0,333... \text{ é uma dízima periódica} \end{aligned}$$

### 3. Décimos, centésimos, milésimos...

Os números decimais são todos os números que podem ser escritos na forma de uma fração decimal. Nessa fração, como o próprio nome diz, o denominador é múltiplo de 10, ou seja, 10, 100, 1000, 10000, e assim por diante. Veja os exemplos:

$$0,20 = \frac{20}{100} \quad 4,20 = \frac{420}{100} \quad 1,75 = \frac{175}{100} \quad 5,5 = \frac{55}{10}$$

As casas decimais são os espaços ocupados pelos números depois da vírgula, ou seja, o número 4,20 tem duas casas decimais; o número 5,5 tem apenas uma casa decimal.

Quando trabalhamos com as frações decimais, devemos compreender que a unidade (ou o inteiro) foi dividida em 10 (ou 100, ou 1000, ou...) partes iguais e foi tomada apenas uma dessas partes.

Os centésimos mais conhecidos e úteis em nosso dia a dia são os centímetros (o metro dividido por 100) e o centavo (1 real dividido em 100).

O mesmo vai acontecer com o milésimo, trabalhando especialmente o metro (m), que é a milésima parte do km, e o grama (g), que é a milésima parte do quilograma (kg).

Os décimos, centésimos e milésimos incluem-se no sistema de numeração decimal.

1 dezena = 10 unidades.

1 unidade = 10 décimos.

1 décimo = 10 centésimos.

1 centésimo = 10 milésimos.

### Atenção

Um número decimal não muda quando acrescentamos ou retiramos zeros à sua direita.

$$0,2 = 0,20 = 0,200 = 0,2000 = 0,2000000000$$

Ainda existem unidades menores que o milésimo, mas com pouca aplicação em nosso cotidiano. A importância desses números está voltada para as aplicações na informática e nas indústrias.

*Anote as respostas em seu caderno.*

### Atividade 1

Identifique nos itens a e b os números que têm o mesmo valor.

a) ( ) 0,90 ( ) 0,09 ( ) 0,0900

b) ( ) 3,10 ( ) 3,100 ( ) 0,31

*Anote as respostas em seu caderno.*

## 4. A importância da vírgula, o valor posicional e o arredondamento

Como você já sabe, o que caracteriza os números decimais é a vírgula. Ela separa a parte inteira (classe das unidades simples, classe das unidades de milhar,...) da parte decimal (décimos, centésimos, milésimos,...). Por exemplo:

**Tabela 4.1:** A vírgula separa as ordens.

Ordens inteiras		Ordem decimais		
dezenas	unidades	décimos	centésimos	milésimos
3	7	1	5	8

Lê-se: trinta e sete inteiros e cento e cinquenta e oito milésimos.

O sistema decimal é um sistema posicional, ou seja, a ordem que o algarismo ocupa determina seu valor. Por exemplo:

$6,5 = 6 \text{ unidades} + 5 \text{ décimos}$ .

$6,13 = 6 \text{ unidades} + 1 \text{ décimo} + 3 \text{ centésimos}$ .

Sendo assim, quem determina o maior valor não é o “tamanho” do número, mas a comparação entre as ordens.

Portanto,  $6,5 > 6,13$ .

A comparação segue a seguinte ordem:

1º) Comparar os Inteiros (6 e 6).

2º) Comparar os décimos ( $5 > 1$ ).

Pronto! Podemos interromper o processo, pois já ocorreu o desempate!

Ainda podemos realizar o arredondamento nos números decimais. Tal recurso é de grande importância em situações do cotidiano. Veja os exemplos a seguir:

a) 1,345 pode ser arredondado para 1,35.

Se a última casa decimal for maior ou igual a 5 ( $\geq 5$ ), acrescenta-se 1 à casa decimal anterior, e esta passa a ser a última casa decimal do número.

b) 9,84 pode ser arredondado para 9,8.

Se a última casa decimal for menor do que 5 ( $< 5$ ), esta se tornará nula.

Agora, faça a atividade a seguir para verificar seu aprendizado.

*Anote as respostas em seu caderno.*

### Atividade 2

Coloque em ordem crescente os seguintes números. Veja que palavra vai formar.

C	0,35	M	0,515	D	0,11	I	0,421
A	0,65	I	0,703	E	0,21	S	0,801

*Anote as respostas em seu caderno.*

## 5. Operando com os decimais

Agora, você verá como é fácil fazer contas de somar, subtrair, multiplicar e dividir com números decimais.

### 5.1 Adição e subtração

Para as ordens (centenas, dezenas, unidades, décimos,...) coincidirem, colocamos “vírgula sobre vírgula”.

**Exemplo 1:** Calcule  $6,87 + 1,2$ .

*Regra prática:*

(1º) Colocamos vírgula debaixo de vírgula.

(2º) Adicionamos ou subtraímos como se fossem números naturais.

Aplicado a regra, temos:

$$\begin{array}{r} 6,87 \\ + 1,20 \\ \hline 8,07 \end{array}$$

Portanto,  $6,87 + 1,2 = 8,07$ .



**Exemplo 2:** Calcule  $9 - 3,72$ .

Aplicando a regra, temos:

$$\begin{array}{r} 9,00 \\ + 3,72 \\ \hline 5,28 \end{array}$$

Portanto,  $9 - 3,72 = 5,28$ .

Obs.: Lembre-se que  $9 = 9,0 = 9,00$ .

## 5.2 Multiplicação

Para calcular o produto  $2,331 \times 1,2$  podemos usar outra regra prática.  
Veja:

*Regra prática:*

(1º) Multiplicamos os números decimais como se fossem números naturais.

(2º) Separamos, no produto, da direita para a esquerda, o total de casas decimais dos dois fatores.

Obs.: Na multiplicação, não há necessidade de colocarmos “vírgula embaixo de vírgula”, como ocorre na adição e subtração.

Usando a regra prática, temos:

$$\begin{array}{r} 2,331 \rightarrow 3 \text{ casas decimais (Multiplicando)} \\ \times \underline{1,2} \rightarrow 1 \text{ casa decimal (Multiplicador)} \\ 4662 \\ + \underline{2331} \\ 2,7972 \rightarrow 4 \text{ casas decimais (Produto)} \end{array}$$

Portanto,  $2,331 \times 1,2 = 2,7972$ .

Vejam os mais um exemplo: Calcule  $67,65 \times 4$ .

$$\begin{array}{r} 67,65 \rightarrow 2 \text{ casas decimais (Multiplicando)} \\ \times \underline{4} \rightarrow 0 \text{ casa decimal (Multiplicador)} \\ 270,60 \rightarrow 2 \text{ casas decimais (Produto)} \end{array}$$

Portanto,  $67,65 \times 4 = 270,60$  ou  $270,6$ .

## 5.3 Divisão

Vejamos o problema abaixo:

Carlos treina todos os dias em uma piscina de 20,25m. Quantas vezes ele deve atravessar a piscina para nadar 260m?

Para sabermos quantas vezes Carlos deve atravessar a piscina, utilizaremos o algoritmo (regra) da divisão:

$$260 \overline{) 20,25}$$

Como o divisor tem duas casas decimais e o dividendo não tem nenhuma, devemos igualar as casas decimais. Precisamos ter os dois números, divisor e dividendo, no mesmo formato, ou seja, ambos precisam estar inteiros ou decimais. Nesse caso, devemos colocar 260,00.

$$260 \overline{) 20,25}$$

Os próximos passos serão eliminar as vírgulas e efetuar a operação de divisão normalmente: 26000 : 2025.

$$\begin{array}{r} 2600'0 \overline{) 2025} \quad \rightarrow \quad 26000' \overline{) 2025} \\ 575 \quad 1 \qquad \qquad \quad 5750 \quad 12 \\ \hline 1700 \end{array}$$

Como a divisão não foi exata, vamos continuar a operação acrescentando um zero ao resto, acrescentar vírgula no quociente e, na sequência, prosseguir com a divisão.

$$\begin{array}{r} 26000 \overline{) 2025} \quad \rightarrow \quad 26000' \overline{) 2025} \\ 5750 \quad 12, \qquad \quad 5750 \quad 12,83... \\ \hline 17000 \qquad \qquad \quad 17000 \\ \qquad \qquad \quad 8000 \\ \qquad \qquad \quad \hline \qquad \qquad 1925 \end{array}$$

Para completar as casas decimais do cociente, devemos acrescentar sempre um zero no resto e prosseguir a divisão.

A resposta irá precisar de seu raciocínio lógico - não é possível alguém nadar 12,83 voltas. Neste caso, o atleta deveria dar 13 voltas.

Agora, vamos calcular 150 : 4.

Note que, nesse caso, não temos que igualar as casas decimais, pois trata-se da divisão de dois números inteiros. Contudo, encontraremos um cociente decimal. Veja:

$$\begin{array}{r} 15'0 \overline{) 4} \quad \rightarrow \quad 150' \overline{) 4} \\ 3 \quad 3 \qquad \qquad \quad 30 \quad 37 \\ \hline 2 \end{array}$$

Como a divisão não foi exata, vamos continuar a operação, acrescentando um zero ao resto, acrescentar vírgula no quociente e, na sequência, prosseguir com a divisão.

$$\begin{array}{r}
 150 \overline{) 4} \rightarrow 150 \overline{) 4} \\
 30 \quad 37, \\
 20 \\
 0
 \end{array}$$

Perceba aqui que a divisão foi exata com cociente decimal.

Portanto,  $150 : 4 = 37,5$ .

Para finalizar esta aula e garantir que você não ficou com nenhuma dúvida, faça as atividades propostas e depois confira as resoluções.

*Anote as respostas em seu caderno.*

### Atividade 3

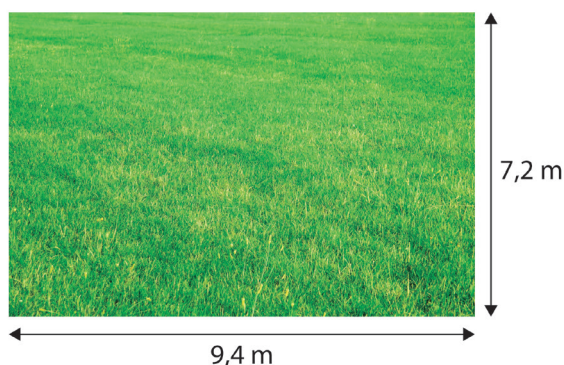
Cristina é uma famosa doceira no bairro onde morra. Ontem, compareceu à loja Só Doces, com R\$100,00, para abastecer sua despensa. A nota fiscal ficou ilegível em alguns pontos. Complete a tabela e verifique se Cristina recebeu o troco certo.

LOJA SÓ DOCES		
Mercadoria	Preço por kg	Preço a pagar
3 kg de chocolate preto	R\$ 9,40	
1,60 kg de <i>diet</i>	R\$ 16,25	
2,25 kg de confeito	R\$ 3,80	
Total		R\$
Troco R\$ 37,25		

*Anote as respostas em seu caderno.*

*Anote as respostas em seu caderno.*

### Atividade 4



**Figura 4.1 – Terreno e suas medidas**

Fonte: <http://www.sxc.hu/browse.phtml?f=view&id=837921> Foto: Nathan Bauer

Calcule a área, em metros quadrados, deste terreno retangular. (área do retângulo = comprimento x largura).

*Anote as respostas em seu caderno.*

---

*Anote as respostas em seu caderno.*

### Atividade 5

Para arrumar uma mesa de aniversário, Ana comprou 6,8m de crepon. Ao chegar ao local da festa, verificou que só havia 4 mesas pequenas. Calcule a medida com que Ana deve cortar o crepon para que todas as mesas fiquem iguais.

*Anote as respostas em seu caderno.*

---

## Resumo

- Identificamos que um número racional pode ser escrito na forma de um número inteiro, número decimal exato ou uma dízima periódica.
- Quando, na divisão, obtemos um resto constante e infinito, dizemos que temos uma dízima periódica.
- Para a realização as operações da adição e subtração com números decimais, devemos posicionar as vírgulas uma sobre a outra e efetuar a operação.
- Na multiplicação, a soma da quantidade de casas decimais dos dois números que foram multiplicados determina a quantidade de casas decimais na resposta, bastando para isso contar da direita para a esquerda e acrescentar a vírgula.
- Nas operações de divisão por decimais, é preciso igualar as casas decimais.

## Referências

BONJORNQ, José Roberto, BONJORNQ, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Àtica, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Metodologia do Ensino Superior*. 3a ed. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: ideias e desafios*. 14a ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

## Respostas das atividades

### Atividade 1

a) ( ) 0,90 (x) 0,09 (x) 0,0900

b) (x) 3,10 (x) 3,100 ( ) 0,31

### Atividade 2

D	E	C	I	M	A	I	S
0,11	0,21	0,35	0,421	0,515	0,65	0,703	0,801

### Atividade 3

a) O troco está correto.

$(3 \times 9,40) + (1,60 \times 16,25) + (2,25 \times 3,80) = 62,75$  gasto

Troco =  $100,00 - 62,75 = 37,25$

### Atividade 4

área do retângulo = comprimento x largura =  $9,4 \times 7,2 = 67,68 \text{ m}^2$ .

### Atividade 5

$6,8 \div 4 \rightarrow 6,8 \div 4,0 \rightarrow 68 \div 40 = 1,7\text{m}$ .

## Exercícios

**1.** Calcule:

- a)  $1,28 + 2,6 + 0,038$       b)  $35,4 + 0,75 + 4,7$       c)  $6,14 + 1,8 + 0,007$   
d)  $3,97 - 2,013$               e)  $17,2 - 5,146$               f)  $9 - 0,987$   
g)  $4 \times 2,20$                     h)  $1,234 \times 5,6$               i)  $3,4 : 0,5$   
j)  $2,4 : 12$

**2.** José foi ao mercado com uma nota de R\$100,00; comprou dois quilos de carne, que resultaram em R\$40,00, e mais dois refrigerantes, cada um a R\$6,50. Quanto José gastou de compras e quanto de troco ele recebeu?

**3.** Um terreno tem 16,5m de comprimento e 2,5m de largura. Qual é a área do terreno?

**4.** O Sr. Manoel comprou 2 pacotes de café, 3 de açúcar e 4 litros de leite. Quanto receberá de troco, se pagou com uma nota de R\$50,00?

Café	Açúcar	Leite
R\$ 7,85	R\$ 2,40	R\$ 2,50

**5.** Para participar de um curso na capital do estado, um grupo de quatro pessoas decide ir de carro e dividir o combustível. A viagem de ônibus, ida e volta, custa R\$50,00 por pessoa. O litro de combustível custa, em média, R\$4,40, e serão gastos, no total, 32 litros. Qual será a economia que cada pessoa fará, viajando de carro?

**6.** Qual é a área de uma região retangular cujas dimensões são 48m por 25,5m?

**7.** Uma pessoa tem R\$20,00, Ela pagou a passagem que custava R\$4,20 e comprou um pacote de biscoito por R\$2,55. Com quanto ela ficou?

**8.** Maria irá dividir uma barra de chocolate para quatro crianças. Quanto irá receber cada uma delas?

9. O preço da gasolina é R\$4,95. Quanto irá custar para abastecer 40 litros?
10. Pedro irá dividir com outros três amigos a arrecadação de uma rifa, que resultou em 25 reais. Quanto receberá cada pessoa do grupo (incluindo Pedro), se todos receberem a mesma quantia?
- 

## Respostas dos exercícios

1. a) 
$$\begin{array}{r} 1,280 \\ + 2,600 \\ \hline 0,038 \\ \hline 3,918 \end{array}$$

b)  $35,4 + 0,75 + 4,7 = 40,85$

c)  $6,14 + 1,8 + 0,007 = 7,947$

d)  $3,97 - 2,013 = 1,957$

e)  $17,2 - 5,146 = 12,054$

f) 
$$\begin{array}{r} 9,000 \\ - 0,987 \\ \hline 8,013 \end{array}$$

g)  $4 \times 2,20 = 8,80$

h) 
$$\begin{array}{r} 1,234 \\ \times 5,6 \\ \hline 7404 \\ + 6170 \\ \hline 6,9104 \end{array}$$

i)  $3,4 : 0,5 = 6,8$

j)  $2,4 : 12 \rightarrow 2,4 : 12,0 \rightarrow 24 : 120$

$$\begin{array}{r} 240 \overline{)120} \\ 0 \quad 0,2 \\ \hline 2,4 : 12 = 0,2 \end{array}$$

2. Ele gastou  $40 + 2 \times 6,50 = 40 + 13 = 53$  reais. E recebeu de troco 47 reais.
3. A área do terreno é dada por  $16,5 \times 2,5 = 41,25 \text{ m}^2$ .

4. Temos  $2 \times 7,85 = 15,70$ ;  $3 \times 2,40 = 7,20$  e  $4 \times 2,50 = 10$ . Somando o valor gasto nos produtos, teremos  $15,70 + 7,20 + 10 = 32,90$ . Para saber quanto a pessoa receberá de troco, faremos  $50 - 32,90 = 17,10$ .
5. De ônibus, o custo será  $4 \times 50 = 200$  reais. De carro,  $32 \times 4,40 = 140,80$ . Logo, o custo individual de carro será 35,20. Fazendo  $50 - 35,20 = 14,80$ , teremos que cada um economizará R\$14,80.
6.  $48 \times 25,5 = 1224\text{m}^2$ .
7. Ele gastou  $4,20 + 2,55 = 6,75$ . Logo, ficou com  $20 - 6,75 = 13,25$ .
8.  $1 : 4 = 0,25$ .
9.  $4,95 \times 40 = 198$ .
10.  $25 : 4 = 6,25$ .



# Números irracionais

Matemática - Fascículo 7 - Unidade 21

## Objetivos de aprendizagem

1. Introduzir o conjunto dos números irracionais;
2. Introduzir o conjunto dos números reais;
3. Reconhecer a relação entre os conjuntos numéricos.

## Para início de conversa...

O número  $\pi$  (lê-se *pi*) é uma letra grega minúscula (a primeira da palavra *περίμετρος*) e significa “perímetro”. Partindo da divisão do perímetro de uma circunferência qualquer por seu diâmetro, o valor encontrado é sempre uma constante de valor aproximado (pois é infinito) de 3,14.

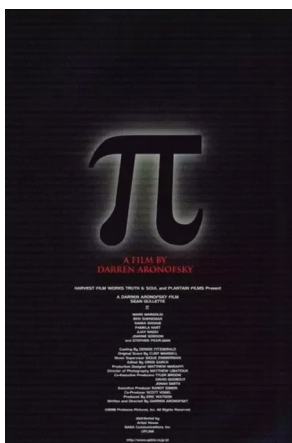
Ou seja:

$$\frac{\text{Perímetro da roda}}{\text{diâmetro da roda}} = \frac{\text{Perímetro da moeda}}{\text{diâmetro da moeda}} \approx 3,14$$

### Atenção

O símbolo  $\approx$  significa aproximadamente.

### Curiosidades



Esse filme conta a história de um jovem gênio da matemática e da computação, chamado Max (Sean Gullette), que vive escondido da luz do Sol, que lhe dá constantes dores de cabeça, e evita o contato com outras pessoas. Max conseguiu construir um supercomputador que lhe permitiu descobrir o número completo do Pi ( $\pi$ ), o que fez ainda com que compreendesse toda a existência da vida na Terra.

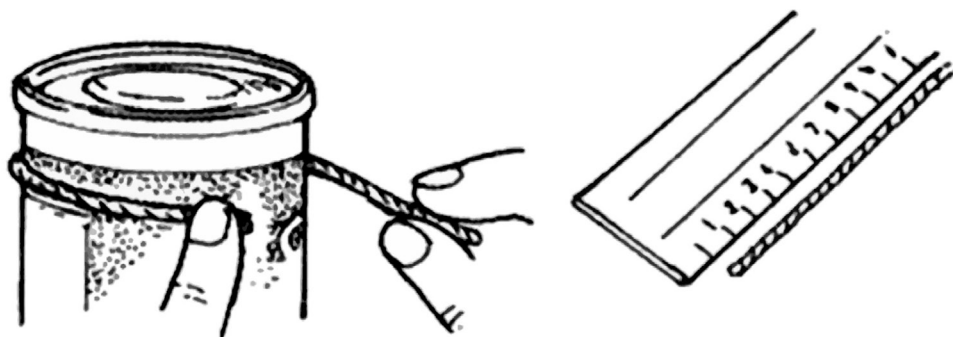
Se você quiser assistir a esse filme, procure-o em uma locadora e alugue o DVD. Você não vai se arrepender!

Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Pi\\_\(filme\).jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Pi_(filme).jpg)

## 1. Como calcular o valor de $\pi$

Usando diferentes objetos de forma circular (sugestões: lata de leite, lata de óleo, lata de ervilha, lata de fermento, lata de leite condensado, latinha de refrigerante), vamos medir o comprimento  $C$  das circunferências, o diâmetro  $D$ , e relacioná-los, calculando o quociente da medida do comprimento da circunferência pelo diâmetro.

**Passo 1:** Pegue cada um dos objetos redondos e, usando a fita métrica, meça o seu contorno. Caso você não tenha fita métrica, passe o barbante em volta do objeto, corte o pedaço de barbante que corresponde ao comprimento da circunferência do objeto e meça esse barbante com a régua. Dessa forma, você obterá a medida do comprimento (ou perímetro) da circunferência do objeto.



**Figura 21.1 – Medindo o comprimento da circunferência usando barbante**

Fonte: [http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2001/icm34/medir\\_pi.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2001/icm34/medir_pi.htm)

**Passo 2:** Meça a distância entre dois pontos da circunferência do objeto passando pelo seu centro. Dessa forma, você obterá a medida do diâmetro dessa circunferência.



**Figura 21.2 – Medindo o diâmetro usando a régua**

Fonte: [http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2001/icm34/medir\\_pi.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2001/icm34/medir_pi.htm)

**Passo 3:** Usando a calculadora, divida a medida do comprimento de cada circunferência pela medida do seu diâmetro. Anote num quadro e compare os valores.

*Anote as respostas em seu caderno*

### Atividade 1

Um estudante fez a atividade de medir comprimento e diâmetro de objetos circulares. Ele anotou na tabela seguinte. As medidas foram coletadas por um estudante que fez a seguinte tabela:

Objeto	Comprimento (C)	Diâmetro (d)	$\frac{C}{d}$
1	3,12cm	1,01cm	
2	4,5m	1,45m	
3	83cm	26,5cm	
4	66mm	21mm	

Determine o valor da razão  $\frac{C}{d}$  em cada caso.

*Anote as respostas em seu caderno*

O  $\pi$  faz parte de um conjunto numérico conhecido como Conjunto dos Números Irracionais.

## 2. Um novo tipo de número: os irracionais

Vamos iniciar esta aula apresentando o seguinte exemplo; veja:

Rafael trabalha para a indústria farmacêutica, na manipulação de com-

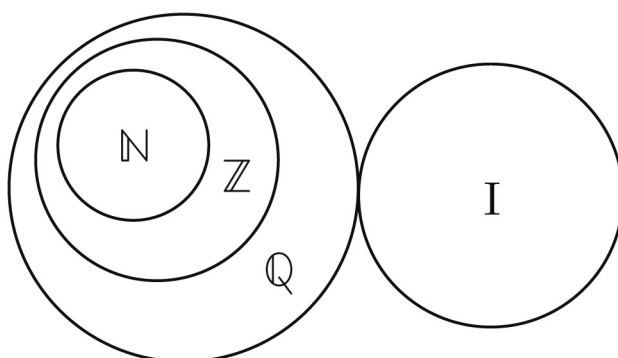
postos químicos. Como se trata de um trabalho de grande responsabilidade, é utilizada no processo uma balança de precisão até a sexta casa decimal (milionésimos), obtendo valores como, por exemplo, 0,056373.

Em alguns momentos, ele percebe, contudo, que o último algarismo do mostrador não se fixa no 3, variando entre 3 e 4. Recorre, então, a uma balança com sete casas decimais. O mostrador indica 0,0563738 e, novamente, o último algarismo fica variando entre 8 e 9, o que o deixa sempre intrigado.

Uma explicação para fenômenos desse tipo foi dada pelos matemáticos gregos há mais de 2 mil anos, com base no Teorema de Pitágoras: “Existem quantidades contínuas, como alguns comprimentos impossíveis de serem medidos”. Os números irracionais se referem às quantidades dos números que não podem ser escritos na forma de razões ou decimais exatos ou, ainda, de dízimas periódicas. São exemplos de números Irracionais:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$ .

Esses são números que não podem ser escritos em forma de frações com numerador e denominador inteiro; eles têm infinitas casas decimais não periódicas. Por exemplo:  $\sqrt{2}$  é, aproximadamente, 1,4142 135623730950488016887242097...

Observe que, no diagrama a seguir, os números que não são racionais são irracionais. Por isso, estes dois conjuntos são representados separadamente.



**Figura 21.3:** O conjunto dos números racionais ( $\mathbb{Q}$ ) não está contido no conjunto dos números irracionais ( $\mathbb{I}$ ).

*Anote as respostas em seu caderno*

### Atividade 2

Coloque (V) para as sentenças verdadeiras e (F) para as falsas, justificando quando falsas.

( ) Toda fração com numerador e denominador inteiro é um número racional, desde que o denominador não seja igual a zero.

( ) Há números racionais que são dízimas periódicas.

( ) 0,1111... é um número racional.

( ) Existe um número que é racional e irracional ao mesmo tempo.

( ) Todo número irracional é uma dízima periódica.

*Anote as respostas em seu caderno.*

*Anote as respostas em seu caderno*

### Atividade 3

Dados os números  $\sqrt{2}$ ,  $-\sqrt{3}$ ,  $-\sqrt{4}$ , 2,8; 0,212212221222221...,  $\frac{5}{8}$ , 125, determine (podendo haver repetição):

a) os números inteiros .....

b) os números racionais .....

c) os números irracionais .....

*Anote as respostas em seu caderno.*

*Anote as respostas em seu caderno*

### Atividade 4

Uma roda de bicicleta tem raio medindo 40 cm. Calcule o comprimento da circunferência dessa roda, considerando  $\pi = 3,14$  e sabendo que o comprimento da circunferência é dado pela expressão:  $2\pi r$ .

*Anote as respostas em seu caderno.*

### 3. O conjunto dos números reais

Há um grande conjunto envolvendo os números racionais e irracionais, você sabia? Esse é conjunto dos números reais, que é representado por  $\mathbb{R}$ . O conjunto dos números reais é a união do conjunto dos números racionais ( $\mathbb{Q}$ ) com os irracionais ( $\mathbb{I}$ ). Podemos representar assim:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ . Em outras palavras, o conjunto dos reais é formado por todos os números que estudamos até aqui, ou seja, os naturais, inteiros, racionais e irracionais.

#### 3.1 Número áureo

A Grécia Antiga sempre é associada à beleza e ao misticismo que envolvia suas construções.

Várias de suas construções apresentavam os retângulos em que a razão entre as medidas de seus lados fosse aproximadamente igual ao número  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ , ou seja:

$$\frac{\text{medida do lado maior do retângulo}}{\text{medida do lado menor do retângulo}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

O respeito a essas medidas ou a seus múltiplos era considerado ideal, e essa razão ficou conhecida como *razão áurea*.

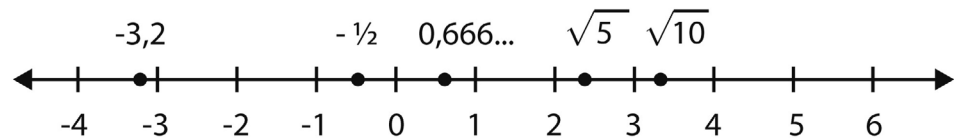


**Figura 21.4:** O retângulo áureo está presente no Partenon, o mais conhecido dos edifícios remanescentes da Grécia Antiga.

Fonte: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2006\\_01\\_21\\_Ath%C3%A9nes\\_Parth%C3%A9non.JPG](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2006_01_21_Ath%C3%A9nes_Parth%C3%A9non.JPG) - Foto: Athènes Parthénon

Também é possível representar geometricamente o conjunto dos números reais através da reta, chamada de reta real.

Veja que, para cada ponto da reta real, há, em correspondência, um único número real, e cada número real pode ser associado a um único ponto da reta.



Lembre-se de que entre dois números inteiros existem infinitos números racionais. Os números inteiros e racionais fazem parte do conjunto dos reais. Com isso, concluímos que entre dois números reais também existem infinitos números reais.

*Anote as respostas em seu caderno.*

### Atividade 5

Veja os números na tabela a seguir. Identifique os números racionais e os irracionais:

$\frac{1}{3}$	0	$\sqrt{25}$
1,666...	$\pi$	0,6
$\sqrt{(4+9)}$	$\sqrt{121}$	$\sqrt{8}$

*Anote as respostas em seu caderno.*

### Atividade 6

A Matemática possui uma linguagem própria. Para indicar que um elemento faz parte ou não de um conjunto, dizemos que ele  $\in$  (pertence) ou  $\notin$  (não pertence). Complete os espaços a seguir, utilizando linguagem matemática, de forma a tornar as sentenças verdadeiras.



- a)  $4 \dots \mathbb{Z}$
- b)  $\sqrt{2} \dots \mathbb{R}$
- c)  $0,444 \dots \mathbb{I}$
- d)  $\frac{2}{9} \dots \mathbb{Q}$
- e)  $15 \dots \mathbb{R}$
- f)  $\sqrt{7} \dots \mathbb{Q}$
- g)  $1,3232 \dots \mathbb{R}$
- h)  $-\sqrt{19} \dots \mathbb{R}$

*Anote as respostas em seu caderno.*

---

## Resumo

- O conjunto dos números irracionais é formado pelos números que não podem ser escritos em forma de fração;
- O conjunto dos números reais é formado pela união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais.

## Referências

BONJORNIO, José Roberto, BONJORNIO, Regina Azenha & OLIVARES, Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1a ed. São Paulo: Editora FTD, 2006.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática*. São Paulo: Editora Àtica, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Metodologia do Ensino Superior*. 3a ed. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

MARQUES, Monica Baeta. *Metodologia do Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Universidade Castelo Branco, 2008.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: idéias e desafios*. 14a ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

## Respostas das atividades

### Atividade 1

Objeto	Comprimento (C)	Diâmetro (d)	$\frac{C}{d}$
1	3,12cm	1,01cm	3,08
2	4,5m	1,45m	3,10
3	83cm	26,5cm	3,13
4	66mm	21mm	3,14

### Atividade 2

( V ), ( V ), ( V ), ( F ) um número só pode ser racional ou irracional, ( F ) um número irracional se caracteriza por não ser periódico.

### Atividade 3

Podemos observar que, das raízes apresentadas, apenas o  $-\sqrt{4}$  não é um número irracional. Veja que  $-\sqrt{4} = -2$ .

a) são exemplos de números inteiros:  $-\sqrt{4}$  e 125.

b) são exemplos de racionais:  $-\sqrt{4}$ ; 2,8;  $\frac{5}{8}$  (todo número que pode ser escrito em forma de fração representa um racional) e 125. Neste item, você pode observar que os exemplos de números inteiros foram incluídos como racionais, o que justifica a afirmação de que o conjunto dos inteiros é subconjunto dos racionais.

c)  $\sqrt{2}$ ,  $-\sqrt{3}$ , 0,2122122212222221 ...

### Atividade 4

Como foi dada a expressão que define o comprimento de uma circunferência, basta fazer as substituições na fórmula.

O comprimento da roda é  $2 \times 3,14 \times 40 = 251,2$  cm.

**Atividade 5**

Números racionais:  $\frac{1}{3}$ , 0,  $\sqrt{25}$ , 1,666..., 0,6 e  $\sqrt{121}$

Números irracionais:  $\sqrt{(4+9)}$ ,  $\pi$ ,  $\sqrt{8}$

**Atividade 6**

a)  $4 \in \mathbb{Z}$

b)  $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$

c)  $0,444 \notin \mathbb{I}$

d)  $\frac{2}{9} \in \mathbb{Q}$

e)  $15 \in \mathbb{R}$

f)  $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$

g)  $1,3232... \in \mathbb{R}$

h)  $-\sqrt{19} \in \mathbb{R}$

**Exercícios**

**1.** Encontre um valor aproximado para a razão entre o comprimento pelo diâmetro da circunferência de um copo com medidas  $C = 23$  cm e  $d = 7$  cm.

**2.** Com a ajuda de uma calculadora, determine uma aproximação para os valores de: a)  $\sqrt{7}$  b)  $\sqrt{11}$  c)  $\sqrt{5}$

**3.** Identifique os números irracionais:

1,666...	$\sqrt{49}$	1,012364...	$\frac{1}{8}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{441}$	$2\pi$
----------	-------------	-------------	---------------	------------	--------------	--------

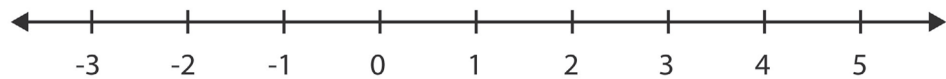
**4.** Coloque em ordem crescente os seguintes números reais: 1,66...;  $\sqrt{49}$ ; 1,012364...;  $\frac{1}{8}$ ;  $\sqrt{3}$ ;  $2\pi$

**5.** Qual desses números é racional:  $\sqrt[3]{8}$ ,  $\sqrt[3]{9}$  e  $\sqrt[3]{25}$ ? Justifique sua resposta.

**6.** Coloque Verdadeiro (V) ou Falso(F) para as afirmativas:

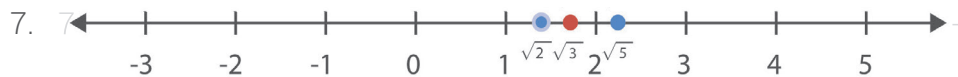
- a) ( ) Todo número inteiro é um número racional.
- b) ( ) Todo número irracional pode ser escrito em forma de fração.
- c) ( ) Uma dízima periódica é sempre um número racional.

**7.** Localize, na reta real, os seguintes números irracionais:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  e  $\sqrt{5}$ :



## Respostas dos exercícios

1.  $C/d = 23/7 = 3,285714...$
2. (possíveis respostas)
  - a)  $\sqrt{7} = 2,645751...$
  - b)  $\sqrt{11} = 3,316624...$
  - c)  $\sqrt{5} = 2,236067...$
3.  $1,012364..., \sqrt{3}$  e  $2\pi$
4.  $\frac{1}{8}$ ;  $1,012364...;$   $1,666...;$   $\sqrt{3}; 2\pi; \sqrt{49}$
5.  $\sqrt[3]{8}=2$ , pois  $2 \times 2 \times 2 = 8$
6. a) ( V ) Todo número inteiro é um número racional.  
 b) ( F ) Todo número irracional pode ser escrito em forma de fração.  
 c) ( V ) Uma dízima periódica é sempre um número racional.



Dica: Utilize calculadora para fazer a atividade.