

Física

PVOC

PRÉ-VESTIBULAR CECIERJ | volume 2

Carlos Alberto Faria Leite

Eden Vieira Costa

VENDA
PROIBIDA

Física

PVMC

PRÉ-VESTIBULAR CECIERJ | volume 2

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador

Cláudio Castro

Secretário de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação

João Carrilho

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente

Rogério Tavares Pires

Vice-Presidente de Educação

Superior a Distância

Caroline Alves da Costa

Pré-Vestibular Cecierj

Diretor

Luiz Fernando Jardim Bento

Elaboração de Conteúdo

Carlos Alberto Faria Leite

Eden Vieira Costa

Biblioteca

Any Bernstein, Simone da Cruz Correa de Souza
e Vera Vani Alves de Pinho

cecierj.edu.br/pre-vestibular-social/

Material Didático

Diretor de Material Didático

Ulisses Schnaider Cunha

Diretora de Design Instrucional

Diana Castellani

Diretora de Material Impresso

Bianca Giacomelli

Projeto gráfico

Cristina Portella e Maria Fernanda de Novaes

Ilustração da capa

Renan Alves

Design instrucional

Vittorio Lo Bianco,

Luciana Brito

Revisão linguística

Rosane Fernandes Lira de Oliveira

Diagramação

Maria Fernanda de Novaes

Tratamento de imagens e ilustrações

Renan Alves e Vinicius Mitchell

Produção gráfica

Fabio Rapello

FICHA CATALOGRÁFICA

P922

Pré-Vestibular CECIERJ I. Física I. Volume 2 / Carlos Alberto Faria Leite, Eden Vieira Costa. – Rio de Janeiro: Fundação Cecierj, 2022.
194 p.; 21 x 28 cm.

ISBN: 978-85-458-0267-9

1. Pré-Vestibular Cecierj. 2. Física. 3. Energia Mecânica. 4. Impulso-movimento. 4. Colisões. 5. Eletrostática- Lei de Coulomb . 6. Circuitos elétricos. 7. Hidrostática. 8. Temperatura – calor. I. Leite, Carlos Alberto Vieira, II. Costa, Eden Vieira. Título.

CDD: 500.2



Esta obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição - Não Comercial - Sem Derivações 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Reservados todos os direitos mencionados ao longo da obra.

Proibida a venda.

Referências bibliográficas e catalogação na fonte de acordo com as normas da ABNT. Texto revisado segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.

Física

sumário

1.	A energia mecânica	7
2.	Impulso e quantidade de movimento (momento linear)	15
3.	Colisões	25
4.	Eletrostática e Lei de Coulomb	35
5.	O campo e o potencial elétrico	45
6.	A corrente elétrica, os resistores e a Lei de Ohm	63
7.	Circuitos elétricos	73
8.	Hidrostática	89
9.	Temperatura e calor	103

10. Dilatação térmica	117
11. A reflexão da luz	125
12. A reflexão da luz - espelhos esféricos	135
13. A refração da luz- dioptros planos, prismas e lentes	147
14. O comportamento térmico dos gases	165
15. Ondas	175
16. Ondas estacionárias - tubos e cordas vibrantes	187

Apresentação

Caros Alunos,

Este conjunto de textos foi elaborado de acordo com as necessidades e a lógica do projeto do Pré-Vestibular Cecierj. Os conteúdos foram desenvolvidos para embasar as aulas semanais, de modo a abranger todo o conteúdo programático dos vestibulares. É muito importante a participação efetiva de todos nas aulas presenciais e/ou videoaulas disponibilizadas semanalmente para todas as disciplinas. Será também disponibilizada, por meio eletrônicos, uma grande quantidade de material que ilustra e complementa os assuntos expostos nos livros. A leitura antecipada dos capítulos permitirá que você participe mais ativamente das aulas, potencialmente aumentando sua compreensão dos conteúdos.

Aproveite ao máximo o material disponível de maneira adequada e terá mais chances de alcançar seus objetivos.

Bons estudos!

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Professor Marcos Ribeiro Nascimento pelo suporte na área computacional disponibilizando vídeos e textos com informações complementares, ilustrando os diversos assuntos abordados no livro texto.

Agradecemos também ao mediador do PVS Pedro Queiros Mansur por sua colaboração na edição do texto e pela elaboração de aulas em áudio com a resolução de exercícios que são disponibilizadas para nossos alunos.

A energia mecânica (Forças conservativas - Energia térmica - Conservação da energia)

01

metas

Introduzir os conceitos de energia mecânica, de energia térmica e de forças conservativas, realçando a importância do princípio da conservação da energia.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

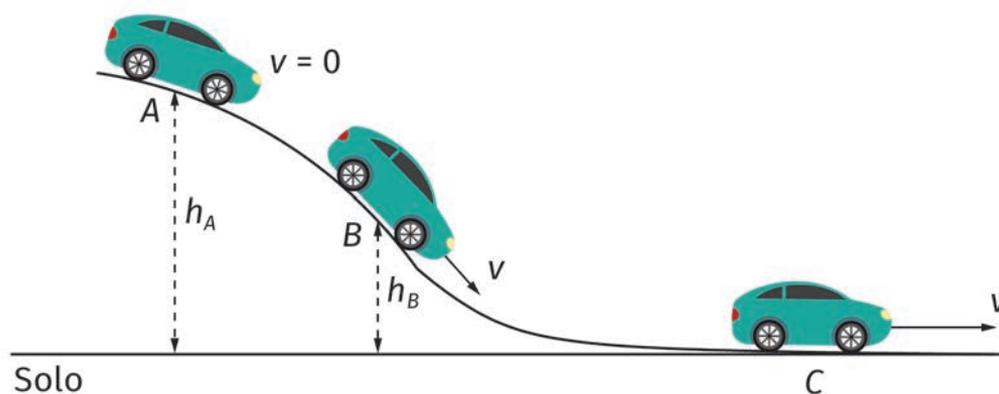
- aplicar o princípio da conservação da energia mecânica em sistemas conservativos;
- aplicar o princípio geral da conservação da energia em situações nas quais parte da energia é dissipada sob a forma de energia térmica em trânsito;
- distinguir forças conservativas de forças dissipativas em casos simples.

Introdução

Já estudamos duas importantes formas de energia: aquela que os corpos possuem quando estão em movimento, a *energia cinética*, associada à massa e à velocidade do corpo; e a *energia potencial*, relacionada com a posição do corpo dentro de um campo de forças conservativo, como o campo gravitacional terrestre.

Essas duas formas de energia estão diretamente ligadas entre si. Para ilustrar esse fato, vejamos o exemplo de um carrinho descendo uma ladeira.

Situação 1:



No alto da trajetória (em A), o carrinho possui apenas energia potencial, pois, nesse caso, sua velocidade inicial é nula e ele ainda não possui energia cinética. À medida que o carrinho começa a descer, vai diminuindo a altura, com respeito ao solo, por exemplo, e sua energia potencial vai diminuindo. Ao mesmo tempo, sua velocidade vai aumentando, logo, sua energia cinética aumenta.

A energia mecânica

Podemos interpretar o movimento do carrinho em termos de transformação de energias: a *energia potencial se transformando em energia cinética*, e considerar as duas energias como parcelas de uma energia mais geral, chamada “*energia mecânica*” (E_M). Assim, definimos:

// atenção

A energia mecânica é a soma das energias cinética e potencial de um corpo.

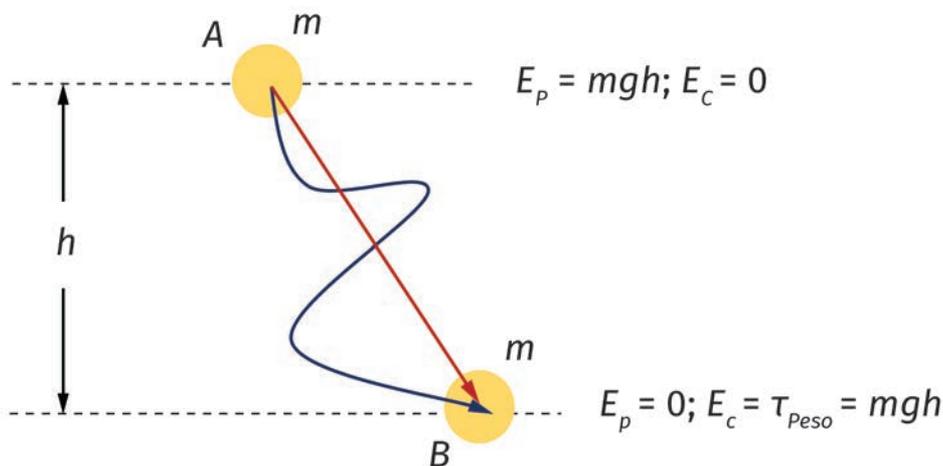
Matematicamente: $E_M = E_C + E_P$.

Forças conservativas

Dizemos que em torno dos corpos celestes existe um *campo de forças*. O efeito desses campos, chamados de *gravitacionais*, é o de atrair para o seu centro de gravidade qualquer outro corpo que possua massa e que seja colocado na sua vizinhança. Vimos também que essas forças, que chamamos de peso, variam com a distância do corpo ao centro de gravidade do astro celeste.

As forças do tipo da força da gravidade são chamadas de *forças conservativas*, porque quando calculamos o trabalho para levarmos um corpo de um ponto (A) para outro ponto qualquer (B), dentro de um campo gravitacional, tanto na ida quanto na volta, e mesmo ainda por trajetórias diferentes, encontramos sempre o mesmo valor para o trabalho. Se o corpo caminhar através do campo de forças gravitacionais, por qualquer caminho, e voltar ao mesmo ponto de partida, ele estará com a mesma energia potencial que tinha antes.

Veja a ilustração a seguir, em que um corpo de massa m caminha do ponto de A até o ponto B, dentro de um campo de forças gravitacionais, por duas trajetórias, em azul, ou em vermelho. O trabalho da força peso é o mesmo, quaisquer que sejam as trajetórias.



O mesmo acontece com o campo de forças, quando um corpo e uma mola estão interagindo. As forças produzidas por molas que obedecem à lei de Hooke também são conservativas.

Resumindo:

// atenção

Chamamos uma força de conservativa quando o trabalho realizado pela força sobre um corpo, independe do caminho utilizado para ir de um ponto a outro, dentro do campo de forças.

Forças dissipativas

Por outro lado, as forças de atrito e as forças de resistência do ar são chamadas de forças dissipativas. Elas sempre resultam em perdas de energia mecânica que são normalmente dissipadas para o ambiente sob a forma de energia térmica em trânsito (calor).

A energia térmica

A energia térmica diz respeito ao estado de agitação das moléculas dos corpos. Trata-se da energia cinética média das moléculas. Quando essa energia passa de um corpo para outro, chamamo-la de calor.

Experimente esfregar suas mãos com força. Você verá aparecer uma forma de energia, a energia térmica, responsável pelo aquecimento de suas mãos (vamos lá, já esfregou as mãos?).

Essas forças de resistência ao movimento são chamadas de forças dissipativas e o resultado mais comum de sua ação é o aquecimento, isto é, o aumento da temperatura. A energia térmica por elas produzida se dissipa, isto é, se dispersa para o meio ambiente, normalmente sob a forma de calor.

A conservação da energia mecânica

Continuando a raciocinar a respeito do carrinho descendo a rampa, se o atrito nos eixos das rodas e o atrito entre as rodas e a rampa forem desprezíveis, e se a força de resistência do ar também for desprezível, não haverá perdas e a energia mecânica será conservada.

Podemos, então, escrever de maneira geral:

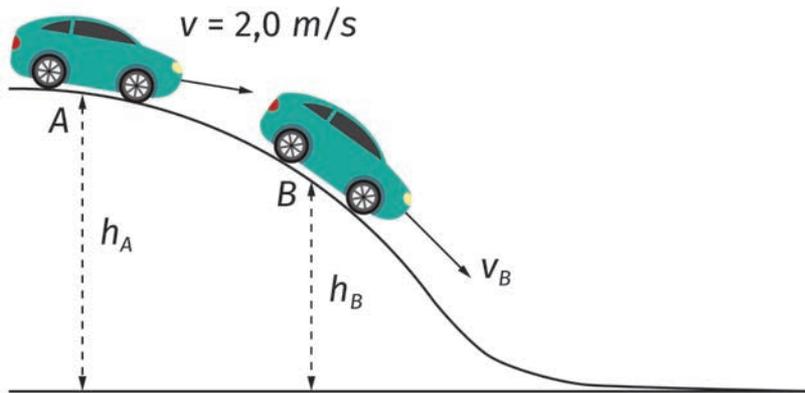
// atenção

Na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica terá o mesmo valor durante todo o movimento.

Assim, para dois pontos (A) e (B) quaisquer da trajetória dentro de um campo conservativo, podemos escrever: $E_{MA} = E_{MB}$, ou ainda $E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB}$.

Vale lembrar que, nos casos reais, sempre existe alguma força que se opõe ao movimento, como o atrito ou a resistência do ar, e o resultado é uma diminuição da energia mecânica. Como vimos, as forças de atrito normalmente são responsáveis por alguma forma de aquecimento.

Situação 2: voltemos ao nosso carrinho.



a) Suponha que o nosso carrinho tenha massa $m = 50 \text{ kg}$, que parte do ponto A com velocidade $V_A = 2,0 \text{ m/s}$, que $h_A = 10 \text{ m}$ e que ele chega em B onde $h_B = 6 \text{ m}$. Vamos calcular a *energia cinética*, a *energia potencial* e a *energia mecânica* do carrinho na posição A. Supor $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Solução:

A energia cinética em A: temos $m = 50 \text{ kg}$; $V_A = 2,0 \text{ m/s}$.

Como o carrinho já tem uma velocidade inicial em A, teremos:

$$E_{CA} = \frac{1}{2} m \cdot V_A^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (2,0)^2 = 25 \times 4 = 100 \text{ J}.$$

A energia potencial em A: tomando como referencial o solo (o zero de potencial), teremos:

$$E_{PA} = m \cdot g \cdot h_A = 50 \times 10 \times 10 = 5000 = 5,0 \times 10^3 \text{ J}.$$

Assim, a energia mecânica em A será:

$$E_{MA} = E_{CA} + E_{PA} = 100 + 5000 = 5100 = 5,1 \times 10^3 \text{ J}.$$

b) Agora, supondo que *não existem forças dissipativas*, vamos calcular a *energia potencial* e a *energia cinética* do carrinho na posição B.

Solução:

A energia potencial em B: tomando como referencial o solo (o zero de potencial), teremos:

$$E_{PB} = m \cdot g \cdot h_B = 50 \times 10 \times 6 = 3000 = 3,0 \times 10^3 \text{ J}.$$

A energia cinética em B: temos $m = 50 \text{ kg}$, mas não conhecemos V_B . Vamos, então, utilizar a equação de definição da energia mecânica e de sua conservação, isto é, vamos utilizar o fato de que, havendo conservação, temos $E_{MB} = E_{MA} = 5,1 \times 10^3$ já calculado anteriormente.

$$E_{MB} = E_{CB} + E_{PB} \text{ onde } E_{CB} = E_{MB} - E_{PB} = 5,1 \times 10^3 - 3,0 \times 10^3 = 2,1 \times 10^3 \text{ J}.$$

c) Vamos supor, agora, que *existem forças de atrito* e que 400 J de energia sejam dissipados para o ambiente sob a forma de energia térmica, quando o carrinho caminha de A para B. Vamos calcular a *energia mecânica*, a *energia potencial* e a *energia cinética* em B.

Cálculo da energia mecânica em B. Lembrando que $h_B = 6 \text{ m}$, $m = 50 \text{ kg}$, e $g = 10 \text{ m/s}^2$, que foram perdidos 400 J de energia e que, *havendo forças dissipativas*, a energia mecânica *não se conserva*.

Solução:

Não podemos escrever a conservação da energia mecânica, porque parte dessa energia foi transformada em energia térmica (*a energia mecânica não se conserva quando há atrito*). Isto é, não podemos escrever $E_{MB} = E_{MA}$.

Mas podemos fazer: $E_{MB} = E_{MA} - E_{Perdida}$ e o princípio *geral* da conservação da energia será satisfeito. Assim, no caso:

$$E_{MB} = E_{MA} - E_{Perdida} = 5,1 \times 10^3 - 400 = 5,1 \times 10^3 - 0,4 \times 10^3 = 4,7 \times 10^3 \text{ J}.$$

Na expressão anterior, escrevemos o número 400 sob a forma de potência de 10 , para podermos “reduzir” os termos semelhantes (o 10^3).

A energia potencial em B, com respeito ao solo, é a mesma do caso anterior, onde:

$$E_{PB} = m \cdot g \cdot h_B = 50 \times 10 \times 6 = 3000 = 3,0 \times 10^3 \text{ J}.$$

A energia cinética em B

$$\text{Temos: } E_{MB} = E_{CB} + E_{PB},$$

$$\text{onde: } E_{CB} = E_{MB} - E_{PB} = 4,7 \times 10^3 - 3,0 \times 10^3 = 1,7 \times 10^3 \text{ J}.$$

Observações:

De um modo geral, temos: $E_{M(Final)} = E_{M(Inicial)} - E_{Perdida}$.

Como, normalmente, as perdas são devidas às forças de atrito, podemos também escrever:

$$E_{M(Final)} = E_{M(Inicial)} - T_{FAT}.$$

lá na plataforma

Na Unidade 1 (Vol. 2) de nosso ambiente virtual, no tema A energia mecânica, siga as orientações para o desenvolvimento da atividade proposta. Acesse por meio do ambiente objetos de aprendizagem de simulação computacional, [https://phet.colorado.edu/pt_BR/] da Universidade de Boulder, Colorado.

Perceba como a atividade/recurso dialoga diretamente com o tema de nossa aula.

Resumo

Nesta unidade, nós estudamos:

- A energia mecânica:

A energia mecânica é a soma das energias cinética e potencial de um corpo.

Matematicamente: $E_M = E_C + E_P$.

- As forças conservativas:

Vimos que as forças em campos gravitacionais e as forças elásticas das molas são forças conservativas.

Chamamos de forças conservativas o trabalho realizado pela força sobre um corpo, independentemente do caminho utilizado para ir de um ponto a outro, dentro do campo de forças.

- As forças dissipativas e o calor:

Na prática, sempre aparecem forças que “atrapalham” o movimento dos corpos. Forças como as forças de atrito e as forças de resistência do ar sempre resultam em perdas de energia mecânica. Essas perdas são normalmente dissipadas para o ambiente sob a forma de energia térmica em trânsito (calor).

- A conservação da energia mecânica:

Vimos também que, na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica é conservada. Isto é:

Na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica terá o mesmo valor durante todo o movimento.

Assim, para dois pontos (A) e (B) quaisquer

da trajetória dentro de um campo conservativo, podemos escrever: $E_{MA} = E_{MB}$ ou ainda $E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB}$.

- Na presença de forças dissipativas teremos:

De um modo geral: $E_{M(Final)} = E_{M(Inicial)} - E_{(Perdida)}$.

Como, normalmente, as perdas são devidas às forças de atrito, podemos também escrever:

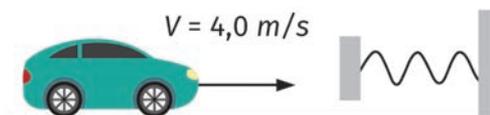
$$E_{M(Final)} = E_{M(Inicial)} - T_{FAT}$$

Exercícios

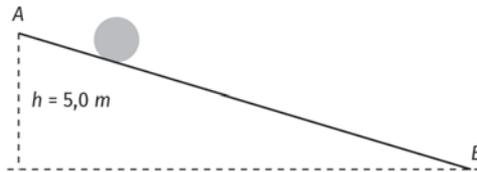
lá na plataforma

Informação complementar: na Unidade 1 (Vol. 2) de nosso ambiente virtual, no tema A energia mecânica, siga as orientações pedagógicas de suporte à resolução dos exercícios propostos a seguir, que foram pré-gravadas em áudio, no formato [mp4].

1. Um corpo de massa 4 kg desliza sem atrito sobre uma superfície horizontal, com velocidade de 0,50 m/s. A seguir, o corpo choca-se com uma mola de constante elástica $1 \times 10^2 \text{ N/m}$. Determine a máxima deformação da mola.



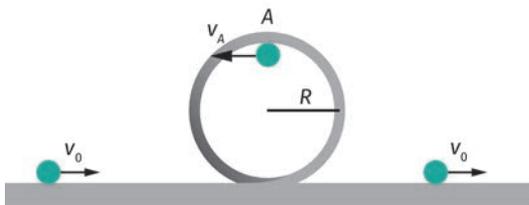
2. Uma esfera de massa 2 kg parte do repouso do ponto A de um plano inclinado (veja a figura).



a) Considerando desprezíveis as perdas, determine a velocidade da esfera no ponto B.

b) Determine com que velocidade a esfera passaria pelo ponto B, supondo que as perdas consomem 64 J da energia mecânica da esfera. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

3. Uma esfera com velocidade inicial V_0 avança em direção à trajetória circular de raio R de uma pista em *looping* (veja a figura). Determine, em função de R e g , o menor valor de V_0 capaz de fazer a esfera chegar pelo menos até o ponto A do *looping*. Considere as perdas desprezíveis.



Dica: no mínimo, teremos no ponto A: $E_{CA} = 0$ e $V_A = 0$ e a energia que a esfera tinha antes de chegar no *looping* se transformou totalmente em energia potencial, ao chegar no ponto A. Note também que $h_A = 2R$.

4. Uma esfera parte do repouso no ponto A e descreve a trajetória circular de raio R de uma pista em *looping* (veja a figura). Determine o menor valor de h , em função de R ,

capaz de tornar o fenômeno possível. Considere os atritos desprezíveis.



5. Um corpo de massa 20 kg é solto no ar a partir do repouso. Depois de percorrer uma distância vertical de 5 m , a velocidade do corpo é 9 m/s . Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e determine a energia dissipada para o ar.

6. Uma esfera está presa à extremidade de um fio de comprimento 40 cm . A outra extremidade do fio está fixa a um ponto no teto. Afasta-se a esfera da sua posição de equilíbrio até que o fio forme um ângulo de 60° com a vertical. A seguir, abandona-se a esfera a partir do repouso (como num pêndulo). Determine com que velocidade a esfera passará pelo ponto mais baixo da trajetória. Considere os atritos desprezíveis e $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Dica: reveja a ilustração do segundo exercício da Unidade 15.

Respostas

- $10^{-1} \text{ m} = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$
- a) 10 m/s ; b) $6,0 \text{ m/s}$
- $V_{0,\text{mínimo}} = 2\sqrt{g \cdot R}$
- $h_{\text{mínimo}} = 2R$
- $1,9 \times 10^2 \text{ J}$
- $2,0 \text{ m/s}$

Impulso e quantidade de movimento (momento linear)

02

metas

Introduzir o conceito de impulso, de quantidade de movimento (ou momento linear) e sua conservação e estabelecer a relação entre esses conceitos.

objetivos

Espera-se que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- conceituar o impulso de uma força;
- conceituar a quantidade de movimento (momento linear);
- estabelecer a relação entre impulso e quantidade de movimento;
- conceituar o sistema de corpos e o sistema isolado;
- aplicar o princípio da conservação do momento linear.

Introdução

A lei da conservação da energia, estudada no capítulo anterior, nos ajuda a resolver uma série de problemas envolvendo o movimento dos corpos. Nesta unidade, estudaremos mais alguns conceitos e uma nova lei de conservação, obedecida pelos corpos, de modo geral, que nos permitirá abranger uma série ainda maior de questões, muito importantes para o estudo da mecânica. Trata-se do conceito do *impulso*, e da *quantidade de movimento* (ou *momento linear*) e sua conservação.

O impulso (também chamado *impulsão*)

Imagine que você está chutando uma bola de futebol ou dando uma raquetada numa bola de pingue-pongue. Durante o tempo, normalmente muito curto, em que o pé está em contato com a bola de futebol ou a raquete com a bolinha de pingue-pongue, existe a ação de uma força, que, atuando sobre a bola, impulsiona-a, fazendo com que ela adquira uma grande velocidade. A essa ação, chamamos de *impulso* (I).

// atenção

Impulso é o produto da força aplicada pelo intervalo de tempo da ação da força.

Matematicamente, escrevemos: $I = F \cdot \Delta t$

O impulso é uma grandeza vetorial com o mesmo sentido e direção da força, e com módulo igual ao produto da força pelo tempo. Sua unidade no sistema internacional é o *Newton vezes segundo* ($N \cdot s$).

Situação 1: se, ao chutar uma bola, você faz uma força de 200 N durante um tempo de $0,01\text{ s}$, o impulso sobre a bola terá sido de:

$$I = F \cdot \Delta t = 200 \times 0,01 = 2,0\text{ N} \cdot s$$

A quantidade de movimento (ou momento linear)

Uma outra grandeza relacionada com o movimento dos corpos é a quantidade de movimento linear também, chamado de momento linear que identificaremos pela letra (Q).

// atenção

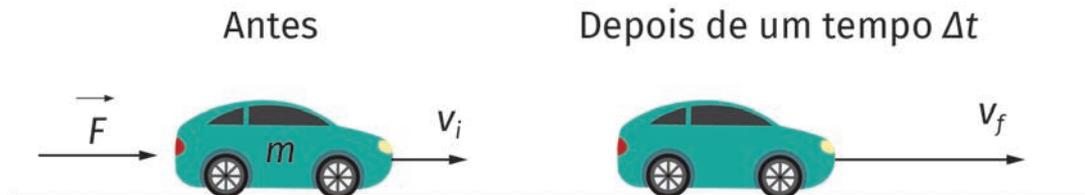
Chamamos de quantidade de movimento ao produto da massa pela velocidade do corpo.

Matematicamente escrevemos: $Q = m \cdot V$.

O momento linear também é uma grandeza vetorial, com mesma direção e sentido da velocidade V , e sua unidade S. I. é o $kg \cdot m/s$.

Relação entre impulso e momento linear

Vamos considerar um corpo de massa m , que está se movendo com velocidade inicial V_i . Vamos também considerar que uma força constante F atua sobre ele durante um intervalo de tempo Δt , de modo que o corpo adquira uma velocidade V_f , conforme a ilustração a seguir.



Aplicando a 2ª lei de Newton ao movimento do corpo, teremos:

$$F = m \cdot a;$$

ou
$$F = m \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t};$$

ainda
$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta V;$$

onde:
$$F \cdot \Delta t = m \cdot V_f - m \cdot V_i;$$

Finalmente:
$$I = \Delta Q.$$

Ou seja:

// atenção

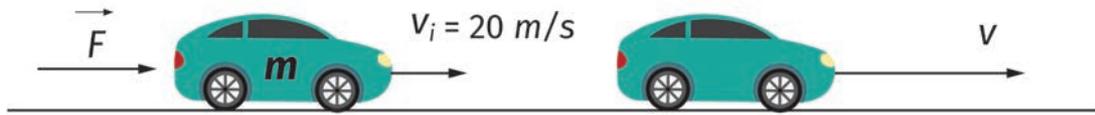
O impulso exercido pelas forças resultantes sobre um corpo é igual à variação da quantidade de movimento desse corpo.

É fácil verificar que as unidades de impulso e de quantidade de movimento são equivalentes. Vejamos.

Temos:
$$[\text{unidade de impulso}] = [I] = N \times s = \text{Kg} \cdot \frac{m}{s^2} \times s = \text{Kg} \cdot \frac{m}{s} = [\text{unidade de } Q].$$

Vamos, agora, fazer um exemplo numérico.

Situação 2: consideremos um carrinho de massa $m = 6 \text{ kg}$ que está se movendo com velocidade $V_i = 20 \text{ m/s}$, quando recebe um “empurrão”, por meio de uma força constante de 20 N , durante um intervalo de tempo de 3 segundos , na mesma direção do movimento. Veja a ilustração a seguir:



Vamos calcular:

- o momento linear inicial do carrinho;
- o impulso produzido pela força;
- o momento linear final do carrinho.

Solução:

Temos os dados: a massa $m = 6$; a velocidade inicial $V_i = 20 \text{ m/s}$; a força $F = 20 \text{ N}$ e o intervalo de tempo de aplicação da força; $\Delta t = 3 \text{ s}$

- o momento linear inicial: $Q_i = m \cdot V_i = 6 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$;
- o impulso: $I = F \cdot \Delta t = 20 \times 3,0 = 60 \text{ N} \cdot \text{s}$;
- o momento linear final (Q_f).

Temos que calcular a velocidade final do carrinho, pois: $Q_f = m \cdot V_f$ (eq. 1).

Como $I = \Delta Q$ (a impulsão é igual à variação da quantidade de movimento),

teremos $I = Q_f - Q_i,$

onde $I = m \cdot V_f - m \cdot V_i,$

ou $I = m(V_f - V_i).$

Ainda: $\frac{I}{m} = V_f - V_i.$

Explicitando V_f : $V_f = \frac{I}{m} + V_i = \frac{60}{6,0} + 20 = 10 + 20 = 30 \text{ m/s}$ (eq. 2).

Substituindo a equação (eq. 2) na equação (eq. 1), vem:

$$Q_f = m \cdot V_f = 6,0 \times 30 = 180 \left(\text{Kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \text{ (ou N.S.)}.$$

Para continuarmos nossos estudos, é importante definirmos dois conceitos básicos: *sistema* e *o sistema isolado*.

- Sistema

// atenção

Chamamos de sistema a um corpo ou a um conjunto de corpos que queremos considerar para estudo.

- Sistema isolado

// atenção

Dizemos que um sistema está mecanicamente isolado quando não há forças externas atuando sobre ele, isto é, quando a resultante das forças externas sobre o sistema é nula ou desprezível.

A conservação da quantidade de movimento (ou conservação do momento linear)

A lei de conservação da quantidade de movimento nos diz que:

// atenção

A quantidade de movimento total de um sistema isolado permanece constante.

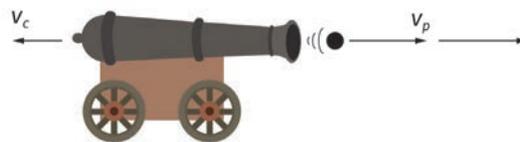
Outra maneira de dizermos a mesma coisa é:

// atenção

Sendo nula a resultante das forças externas que agem sobre um sistema, sua quantidade de movimento permanece constante.

Matematicamente, escrevemos $Q_f = Q_i$ (a quantidade de movimento final é igual à quantidade de movimento inicial).

Situação 3: consideremos um sistema formado por um canhão de artilharia do exército, montado sobre um carrinho, que dispara um projétil (nosso sistema é composto pelo canhão o carrinho e o projétil). Vamos supor que o canhão mais o carrinho têm massa total $M = 1.800\text{kg}$ e que ele dispara um projétil com massa $m = 12\text{kg}$, horizontalmente, com velocidade $v_p = 600\text{m/s}$, em relação ao solo. Vamos determinar a velocidade de recuo do canhão, V_c .



Solução:

Os dados são: massa do carrinho + massa do canhão $M = 1.800\text{kg}$; massa do projétil $m = 12\text{kg}$; velocidade do projétil $v_p = 600\text{m/s}$. pede-se a velocidade de recuo do canhão (mais o carrinho) V_c .

Vamos considerar que o sistema permanece isolado durante o disparo. Inicialmente, tanto o projétil quanto o canhão e o carrinho estão em repouso, assim, a quantidade de movimento inicial é nula, isto é: $Q_i = 0$.

Durante a explosão, a queima da pólvora exerce forças sobre o sistema, empurra o projétil para a frente e o canhão e o carrinho para trás, mas essas forças são *internas*, não modificando a quantidade de movimento do sistema como um todo. Pela conservação da quantidade de movimento, $Q_F = Q_i$, e como no início tínhamos $Q_i = 0$, temos que ter $Q_F = 0$. Assim, podemos escrever:

$$Q_F = Q_{F_{\text{carrinho} + \text{caminhão}}} + Q_{F_{\text{projétil}}} = 0,$$

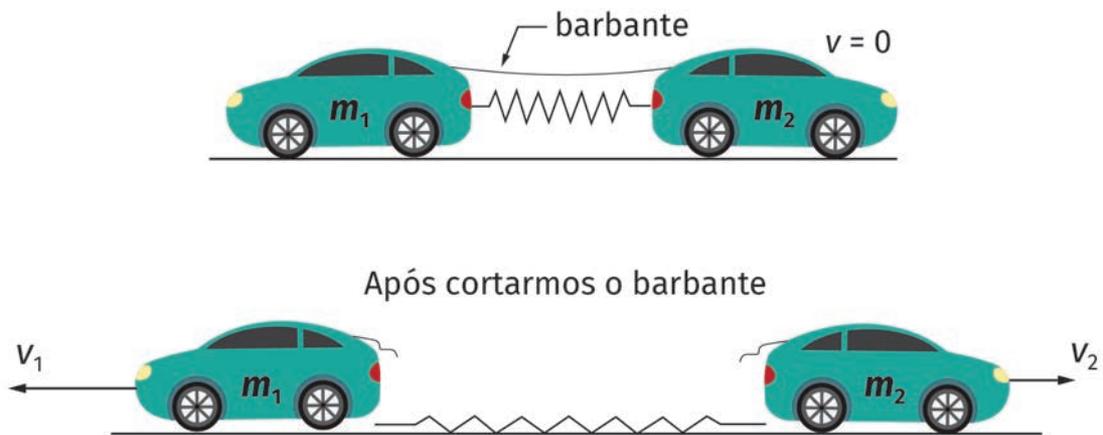
$$\text{ou} \quad M \cdot V_c + m \cdot V_p = 0,$$

$$\text{onde} \quad M \cdot V_c = m - V_p.$$

$$\text{Finalmente,} \quad V_c = \frac{-m \cdot V_p}{M} = \frac{-12 \times 600}{1.800} = -4,0 \text{ m/s}.$$

O sinal negativo indica que o canhão se movimenta em sentido contrário ao do projétil.

Situação 4: consideremos dois carrinhos de massas $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $m_2 = 4 \text{ kg}$. Uma mola se encontra comprimida entre os dois carrinhos e um barbante mantém o sistema nessa posição. A mola não está presa nos carrinhos, mas apenas apoiada nos mesmos, conforme ilustra a figura a seguir. Num determinado instante, rompe-se o barbante, a mola cai no piso, e os carrinhos são impulsionados, um para cada lado.



Sabendo-se que, inicialmente, todo o sistema estava em repouso e que o carrinho de massa m_1 ficou com velocidade de módulo $V_1 = 3 \text{ m/s}$, vamos calcular V_2 , a velocidade final do carrinho de massa m_2 .

Solução:

Aplicando a lei de conservação da quantidade de movimento, teremos:

$Q_F = Q_i = 0$ pois ambos os carrinhos estavam inicialmente em repouso.

Assim, $Q_F = -m_1 \cdot V_1 + m_2 \cdot V_2 = 0$.

(V_1 tem sentido contrário a V_2 , daí o sinal negativo).

Logo, $m_2 \cdot V_2 = m_1 \cdot V_1$.

Finalmente:

$$V_2 = \frac{m_1 \cdot V_1}{m_2} = \frac{2,0 \times 3}{4,0} = \frac{6,0}{4,0} = 1,5 \text{ m / s.}$$

lá na plataforma

Na Unidade 2 (Vol. 2) de nosso ambiente virtual, no tema Impulso e quantidade de movimento, siga as orientações para o desenvolvimento da atividade proposta. Acesse por meio do ambiente objetos de aprendizagem de simulação computacional, [https://phet.colorado.edu/pt_BR/] da Universidade de Boulder, Colorado.

Perceba como a atividade/recurso dialoga diretamente com o tema de nossa aula.

Resumo

Nesta unidade, estudamos vários novos conceitos e uma nova e importante lei de conservação. Em resumo, temos.

- O impulso:

Impulso é o produto da força aplicada sobre um corpo pelo intervalo de tempo da ação da força.

Matematicamente, escrevemos: $I = F \cdot \Delta t$.

- A quantidade de movimento (ou momento linear):

Chamamos de quantidade de movimento ao produto da massa pela velocidade do corpo.

Matematicamente, escrevemos: $Q = m \cdot V$.

- A relação entre o impulso e a quantidade de movimento:

O impulso exercido pelas forças resultantes sobre um corpo é igual à variação da quantidade de movimento desse corpo.

Matematicamente: $I = \Delta Q$.

- Os conceitos de sistema e de sistema isolado

Chamamos de sistema a um corpo ou a um conjunto de corpos que queremos considerar para estudarmos.

Dizemos que um sistema está mecanicamente isolado quando não há forças externas atuando sobre ele, isto é, quando a resultante das forças externas sobre o sistema é nula ou desprezível.

- A conservação do momento linear (ou conservação da quantidade de movimento):

A quantidade de movimento total de um sistema isolado permanece constante.

Ou, dito de outra forma:

Sendo nula a resultante das forças externas que agem sobre um sistema, sua quantidade de movimento permanece constante.

Matematicamente, escrevemos $Q_f = Q_i$ ou $(Q_{\text{Antes}} = Q_{\text{Depois}})$

Exercícios

lá na plataforma

Informação complementar: na Unidade 2 (Vol. 2) de nosso ambiente virtual, no tema Impulso e quantidade de movimento, siga as orientações pedagógicas de suporte à resolução dos exercícios propostos a seguir, que foram pré-gravadas em áudio, no formato [mp4].

1. Uma nave espacial, de $1,5 \times 10^3 \text{ kg}$, vem se deslocando no espaço há um ano, de tal maneira que o seu momento linear é constante com módulo $6,4 \times 10^3 \text{ kg.m/s}$. A força resultante exercida sobre a nave neste ano de viagem tem módulo:

Dica: repare que o momento linear é constante!

- a) $9,6 \times 10^6 \text{ N}$
- b) $9,6 \times 10^3 \text{ N}$
- c) $2,0 \times 10^{-4} \text{ N}$
- d) zero
- e) $4,3 \text{ N}$

2. Uma massa de 7 kg está em movimento retilíneo e uniforme com velocidade de 10 m/s . Durante um intervalo de tempo de 2 s , atua sobre a massa uma força constante. No fim desse intervalo, a velocidade é 6 m/s na direção e sentido do movimento original. Determine o valor da força que atuou sobre a massa.

Dica: aplique a equação de definição do impulso e sua relação com a quantidade de movimento.

3. Um corpo de massa m move-se no espaço com velocidade V . Em dado momento, o corpo explode em duas partes iguais. As

partes movem-se na mesma direção e no mesmo sentido do corpo de massa m antes da explosão. Sabendo que uma das metades se move com velocidade $V/3$, determine o módulo da velocidade da outra metade.

Dica: repare que, com a explosão do corpo, só atuam forças internas sob o sistema.

4. Dois blocos de massas 1 kg e 2 kg são aproximados um do outro, de modo a comprimir uma mola existente entre eles. Após a compressão da mola, solta-se o sistema sobre uma superfície horizontal, sem atrito. O bloco de massa 2 kg adquire uma velocidade de $0,50 \text{ m/s}$. Determine a energia potencial elástica armazenada na mola, enquanto comprimida.

5. Um caixote aberto em cima, de massa $1,0 \times 10^3 \text{ kg}$, desloca-se com velocidade constante de módulo igual a 1 m/s sobre um plano horizontal, sem atrito. A seguir, começa a cair uma chuva vertical. Determine a velocidade do caixote quando tiver armazenado $1,0 \times 10^3 \text{ kg}$ de água.

Dica: este problema é interessante, porque a quantidade de movimento deve ser conservada, já que não há resultantes de forças externas agindo sobre o sistema, mas, ao mesmo tempo, a massa não é conservada, pois, à medida que se move, a massa do sistema vai aumentando, com a chuva caindo dentro da caixa.

6. Um homem de massa 70 kg pula de um cais numa canoa de massa 30 kg , inicialmente em repouso. Ao pular, a componente horizontal da velocidade do homem é 3 m/s . Determine a velocidade inicial com que o sistema homem-canoa irá se mover.

Respostas

1. d.

2. 14 N.

3. Temos os dados: antes temos a massa m com velocidade V , depois da explosão temos $m/2$ e $m/2$ sendo que um deles com velocidade $V/3$. Pede-se a velocidade da outra metade (que chamaremos V_f)

Como somente forças internas agem sobre o sistema, vamos usar a conservação do momento linear antes e depois da explosão.

Assim

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

Onde

$$mV = \frac{m}{2} \cdot \frac{V}{3} + \frac{m}{2} \cdot V_f$$

Dividindo por m , e multiplicando por 2 vem

$$2V = \frac{V}{3} + V_f$$

Ou

$$V_f = 2V - \frac{V}{3}$$

Assim

$$V_f = \frac{6V - V}{3}$$

Finalmente

$$V_f = \frac{5V}{3}$$

4. 0,75 J.

5. 0,50 m/s.

6. 2,1 m/s.

Colisões

03

metas

Apresentar o estudo de colisões unidimensionais e fazer aplicações práticas das leis de conservação da quantidade de movimento e da conservação (ou não) da energia cinética.

objetivo

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- resolver problemas de choques frontais, elásticos e inelásticos.

Introdução

Quando um corpo se choca com outro corpo, suas velocidades se modificam e, assim, tanto a quantidade de movimento, quanto a energia cinética de cada corpo variam. No nosso estudo, vamos considerar apenas as colisões em uma dimensão, isto é, os movimentos antes e depois da colisão, que se dão em uma linha reta. Nesse caso, o choque é dito frontal. Vamos considerar dois tipos de colisões: *colisões elásticas* e *colisões inelásticas*.

Colisões elásticas

As colisões são ditas *elásticas* quando nenhuma energia se perde durante o choque, assim, além da conservação da quantidade de movimento (ou do momento linear), temos a conservação da energia cinética. Isto é:

// atenção

Nas colisões elásticas, tanto a quantidade de movimento (ou momento linear), quanto a energia cinética do sistema são conservados.

Matematicamente, escrevemos nas colisões elásticas:

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}} \text{ e } E_{c_{\text{antes}}} = E_{c_{\text{depois}}}$$

O choque entre bolas de bilhar, de boliche, esferas de aço (bilhas), ou mesmo bolinhas de gude é uma boa aproximação de uma colisão elástica, pois as perdas de energia durante o choque são bastante pequenas (embora existam perdas).

Como resolver problemas de choques elásticos

Vamos imaginar que dois corpos A e B de massas m_A e m_B e velocidades iniciais V_{Ai} e V_{Bi} , respectivamente, colidam frontalmente de forma elástica. Temos, então, que resolver o sistema:

$$\begin{cases} E_{c_i} = E_{c_f} \text{ (de acordo com a conservação da energia cinética)} \\ Q_i = Q_f \text{ (com a conservação da quantidade de movimento)} \end{cases}$$

Lembrando que temos dois corpos A e B, com velocidades iniciais e finais possivelmente diferentes, podemos escrever:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m_A \cdot V_{Ai}^2 + \frac{1}{2}m_B \cdot V_{Bi}^2 = \frac{1}{2}m_A \cdot V_{Af}^2 + \frac{1}{2}m_B \cdot V_{Bf}^2 \\ m_A \cdot V_{Ai} + m_B \cdot V_{Bi} = m_A \cdot V_{Af} + m_B \cdot V_{Bf} \end{cases}$$

Eliminando-se o $\frac{1}{2}$, na primeira equação, pela multiplicação de todos os membros por 2 e agrupando os termos semelhantes nas duas equações, vem:

$$\begin{cases} m_A \cdot V_{Ai}^2 - m_A \cdot V_{Af}^2 = m_B \cdot V_{Bf}^2 - m_B \cdot V_{Bi}^2 \\ m_A \cdot V_{Ai} - m_A \cdot V_{Af} = m_B \cdot V_{Bf} - m_B \cdot V_{Bi} \end{cases}$$

Colocando-se m_A e m_B em evidência, vem:

$$\begin{cases} m_A \cdot (V_{Ai}^2 - V_{Af}^2) = m_B \cdot (V_{Bf}^2 - V_{Bi}^2) \\ m_A \cdot (V_{Ai} - V_{Af}) = m_B \cdot (V_{Bf} - V_{Bi}) \end{cases}$$

Dividindo-se membro a membro, a primeira equação pela segunda, vem:

$$\frac{(V_{Ai}^2 - V_{Af}^2)}{(V_{Ai} - V_{Af})} = \frac{(V_{Bf}^2 - V_{Bi}^2)}{(V_{Bf} - V_{Bi})}$$

Lembrando-se do produto notável, onde $(a^2 - b^2) = (a + b) \times (a - b)$, podemos escrever:

$$\frac{(V_{Ai} + V_{Af}) \times (V_{Ai} - V_{Af})}{(V_{Ai} - V_{Af})} = \frac{(V_{Bf} + V_{Bi}) \times (V_{Bf} - V_{Bi})}{(V_{Bf} - V_{Bi})}$$

Finalmente, $(V_{Ai} + V_{Af}) = (V_{Bf} + V_{Bi})$, que podemos rearranjar entre o que acontece “antes do choque” e “depois do choque”, juntando

os termos com velocidades iniciais e velocidades finais em cada membro da equação.

Assim:

$$(V_{Ai} - V_{Bi})_{\text{Antes}} = (V_{Bf} - V_{Af})_{\text{Depois}}$$

Trocando-se a posição dos termos V_{Bf} e V_{Af} no segundo membro (temos que trocar os sinais também). Vem:

$$(V_{Ai} - V_{Bi})_{\text{Antes}} = -(V_{Af} - V_{Bf})_{\text{Depois}}$$

A velocidade $(V_{Ai} - V_{Bi})_{\text{Antes}}$ é a velocidade relativa entre os corpos A e B, isto é, trata-se da velocidade de um corpo em relação ao outro. Vimos, então, na equação anterior, que as velocidades relativas se invertem após o choque elástico, tendo em vista o sinal negativo em $\{-(V_{Af} - V_{Bf})_{\text{Depois}}\}$.

// atenção

Num choque elástico, tanto a quantidade de movimento quanto a energia cinética se conservam e podemos resolver os problemas do choque elástico com as equações:

$$\begin{cases} m_A \cdot V_{Ai} + m_B \cdot V_{Bi} = m_A \cdot V_{Af} + m_B \cdot V_{Bf} \\ (V_{Ai} - V_{Bi})_{\text{Antes}} = -(V_{Af} - V_{Bf})_{\text{Depois}} \end{cases}$$

Em que a primeira equação satisfaz a lei de conservação da quantidade de movimento e, na segunda equação, cada membro se refere às velocidades relativas entre os objetos que estão se chocando, antes e depois do choque, respectivamente.

Como vimos, a última equação foi obtida por meio da utilização do fato da energia cinética também ser conservada nos choques elásticos.

Situação 1: uma bola de boliche com massa m se movimenta com velocidade de 4 m/s , quando se choca frontalmente com uma outra bola, idêntica à primeira, mas que está inicialmente em repouso. Supondo o choque elástico, pede-se calcular as velocidades finais das duas bolinhas.

Solução:

Foi dado que as massas são idênticas, então, chamando de (A), a primeira bolinha, e de (B), a segunda, vamos escrever:

$m_A = m_B = m$. As velocidades iniciais são 4 m/s para uma das bolas e zero para a outra. Vejamos uma ilustração do sistema antes do choque.

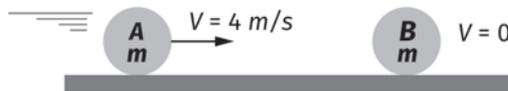


Figura 18.1

Usaremos as equações:

$$\begin{cases} m_A \cdot V_{Ai} + m_B \cdot V_{Bi} = m_A \cdot V_{Af} + m_B \cdot V_{Bf} \\ (V_{Ai} - V_{Bi})_{\text{Antes}} = -(V_{Af} - V_{Bf})_{\text{Depois}} \end{cases}$$

No caso, a velocidade da bola A é de 4 m/s e, como as massas são iguais, podemos escrever:

$$\begin{cases} m \cdot 4 + m \times 0 = m \cdot V_{Af} + m \cdot V_{Bf} \\ (4 - 0) = -(V_{Af} - V_{Bf}) \end{cases}$$

Ou ainda, dividindo os dois membros da primeira equação por m :

$$\begin{cases} 4 = V_{Af} + V_{Bf} \\ 4 = -(V_{Af} - V_{Bf}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = V_{Af} + V_{Bf} \text{ (eq.1)} \\ 4 = +V_{Bf} - V_{Af} \end{cases}$$

Vemos que as duas equações são iguais a 4. Assim, podemos escrever:

$$V_{Af} + V_{Bf} = +V_{Bf} - V_{Af}$$

$$\text{ou } V_{Af} + V_{Bf} - V_{Bf} + V_{Af} = 0 \Rightarrow 2 \cdot V_{Af} + 0 = 0 \Rightarrow V_{Af} = 0 \text{ (eq. 2)}$$

Substituindo-se a equação (eq. 2), na equação (eq. 1), vem:

$$4 = 0 + V_{Bf} \Rightarrow V_{Bf} = 4 \text{ m/s.}$$

E o resultado do choque frontal entre duas bolinhas de mesma massa é que elas trocam de velocidade.

Depois do choque, temos:

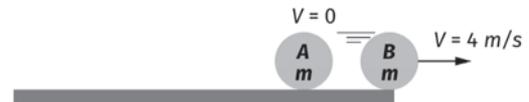


Figura 18.2

Situação 2: uma bola de boliche com massa $2m$ se movimenta com velocidade 4 m/s quando se choca frontalmente com uma outra bola de massa m , mas que está inicialmente em repouso. Supondo o choque elástico, pede-se calcular a velocidade final das duas bolinhas.

Solução:

Note que, nesse exemplo, as bolas têm massas diferentes. A primeira, que chamaremos de bola A, tem massa $m_A = 2m$ e se move com velocidade $V_{Ai} = 4 \text{ m/s}$. A segunda, que chamaremos de B, tem massa $m_B = m$ e está em repouso, logo $V_{Bi} = 0$. Assim, antes do choque temos:

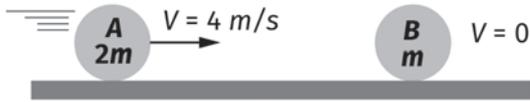


Figura 18.3

Utilizaremos as mesmas equações deduzidas no item "Como resolver problemas de choques elásticos" e que foram usadas no exemplo anterior.

$$\begin{cases} m_A \cdot V_{Ai} + m_B \cdot V_{Bi} = m_A \cdot V_{Af} + m_B \cdot V_{Bf} \\ (V_{Ai} - V_{Bi})_{Antes} = -(V_{Af} - V_{Bf})_{Depois} \end{cases}$$

Substituindo os valores dados no problema:

$$\begin{cases} 2m \times 4 + m \times 0 = 2m \cdot V_{Af} + m \cdot V_{Bf} \\ 4 - 0 = -(V_{Af} - V_{Bf}) \end{cases}$$

Dividindo-se ambos os membros da primeira equação por m , teremos:

$$\begin{cases} 2 \times 4 + 0 = 2V_{Af} + V_{Bf} \\ 4 - 0 = -(V_{Af} - V_{Bf}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = 2V_{Af} + V_{Bf} \text{ (eq. 1)} \\ 4 = +V_{Bf} - V_{Af} \text{ (eq. 2)} \end{cases}$$

Tirando o valor de V_{Bf} na equação (eq. 2), teremos:

$$4 = +V_{Bf} - V_{Af} \Rightarrow V_{Bf} = 4 + V_{Af} \text{ (eq. 3)}$$

Substituindo-se a equação (eq. 3), na equação (eq. 1), teremos:

$$8 = 2V_{Af} + 4 + V_{Af},$$

ou ainda: $8 - 4 = 2V_{Af} + V_{Af}$.

Finalmente: $V_{Af} = \frac{4}{3} = 1,3 \text{ m/s}$.

Levando este valor, na equação (eq. 3):

$$V_{Bf} = 4 + V_{Af} = 4 + 1,3 = 5,3 \text{ m/s}$$

Assim, depois do choque temos:

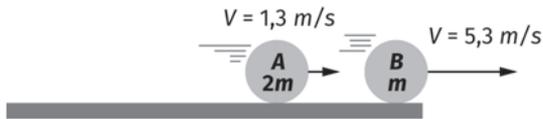


Figura 18.4

Situação 3: uma bola de boliche com massa m se movimenta com velocidade 6 m/s , quando se choca frontalmente com uma outra bola, de massa $2m$, mas que está inicialmente em repouso. Supondo o choque elástico, pede-se calcular a velocidade final das duas bolinhas.

Solução:

Agora as bolinhas também têm massas diferentes, mas a segunda bolinha tem uma massa maior do que a primeira. Isto vai causar um efeito interessante, como veremos.

Vamos denominar as bolinhas como A e B, onde $m_A = m$ com velocidade de $V_{Ai} = 6 \text{ m/s}$ e a segunda bolinha de $m_B = 2m$ com velocidade nula, $V_{Bi} = 0$. Assim, teremos antes do choque:



Figura 18.5

Continuaremos a utilizar as mesmas equações que deduzimos para os choques perfeitamente elásticos e frontais.

$$\begin{cases} m_A \cdot V_{Ai} + m_B \cdot V_{Bi} = m_A \cdot V_{Af} + m_B \cdot V_{Bf} \\ (V_{Ai} - V_{Bi})_{Antes} = -(V_{Af} - V_{Bf})_{Depois} \end{cases}$$

Substituindo-se os dados, teremos:

$$\begin{cases} m \cdot 6 + 2m \times 0 = m \cdot V_{Af} + 2m \cdot V_{Bf} \\ (6 - 0) = -(V_{Af} - V_{Bf}) \end{cases}$$

Dividindo-se ambos os membros da primeira equação por m , teremos:

$$\begin{cases} 6 = V_{Af} + 2 \cdot V_{Bf} \\ 6 = -(V_{Af} - V_{Bf}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 = V_{Af} + 2 \cdot V_{Bf} \\ 6 = +V_{Bf} - V_{Af} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{Af} = 6 - 2 \cdot V_{Bf} \quad (\text{eq. 1}) \\ V_{Af} = V_{Bf} - 6 \quad (\text{eq. 2}) \end{cases}$$

Igualando as equações (eq. 2) e (eq. 1), vem:

$$V_{Bf} - 6 = 6 - 2 \cdot V_{Bf},$$

ou $V_{Bf} + 2V_{Bf} = 6 + 6,$

onde $= 12 \Rightarrow V_{Bf} = \frac{12}{3} = 4 \text{ m/s}$ (eq. 3)

Substituindo o valor de V_{Bf} da (eq. 3) na (eq. 1), vem: $V_{Af} = 6 - 2 \times 4 = 6 - 8 = -2 \text{ m/s}$ e o corpo A passa a caminhar em sentido contrário!

Assim, após o choque temos:

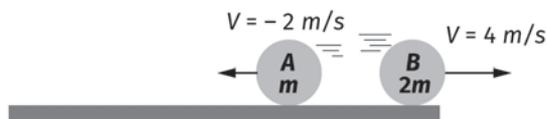


Figura 18.6

Colisões inelásticas

As colisões inelásticas são aquelas em que os corpos sofrem alguma deformação e até mesmo se aquecem, durante o choque. Isso causa uma perda de energia cinética. Nesse tipo de choque, a quantidade de movimento (Q) é conservada, mas parte da energia se perde na colisão e $E_{c_{Antes}} \neq E_{c_{Depois}}$. Ou seja:

// atenção

Nas colisões inelásticas, a quantidade de movimento (ou momento linear) é conservado, mas parte da energia cinética é perdida durante o choque.

Assim, nas colisões inelásticas, temos:

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}}, \text{ mas } E_{C_{\text{Antes}}} \neq E_{C_{\text{Depois}}}$$

Colisões perfeitamente inelásticas (ou plásticas)

Este é um caso particular dos choques inelásticos, onde os corpos, após colidirem, ficam juntos (“grudados” um no outro). Nesses casos, os corpos ficam com mesma velocidade final, pois caminham juntos.

Vamos resolver um exemplo interessante onde ocorre um choque *perfeitamente inelástico* (ou plástico).

Situação 4: um corpo A, de massa $m_A = 10 \text{ kg}$, velocidade de 8 m/s , choca-se com um corpo B, de massa $m_B = 30 \text{ kg}$, inicialmente em repouso. Após o choque, os corpos “grudam” um no outro, de modo que se movem juntos. Vamos calcular:

- a velocidade de ambos os corpos após a colisão;
- as energias cinéticas do sistema antes e depois da colisão.

Solução:

- São dados: $m_A = 10 \text{ kg}$; $V_A = 8 \text{ m/s}$; $m_B = 30 \text{ kg}$ e $V_B = 0$ (está em repouso).

Vamos aplicar a conservação da quantidade de movimento.

$$\text{Temos: } Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}}$$

$$\text{Onde, em geral, } m \cdot V_{Ai} + m_{BV} \cdot B_i = m_A \cdot V_{Af} + m_B \cdot V_{Bf}.$$

Mas, nesse caso, os corpos se “grudam depois do choque”, logo, ficam com a mesma velocidade. Assim, escrevemos:

$$m_A \cdot V_{Ai} + m_B \cdot V_{Bi} = (m_A + m_B) \cdot V_f,$$

$$\text{onde: } 10 \times 8 + 30 \times 0 = (10 + 30) \cdot V_f,$$

$$\text{ou } 80 + 0 = 40 V_f.$$

Finalmente: $V_f = \frac{80}{40} = 2,0 \text{ m/s}$ é a velocidade final dos dois corpos.

b) as energias cinéticas:

- antes da colisão

$$E_{C,\text{antes}} = E_{C_A} + E_{C_B} = \frac{1}{2} m_A \cdot V_{Ai}^2 = \frac{1}{2} m_B \cdot V_{Bi}^2$$

$$E_{C,\text{antes}} = \frac{1}{2} 10 \times 8^2 + \frac{1}{2} 30 \times 0^2$$

$$E_{C,\text{antes}} = 320 + 0 = 320 \text{ J}$$

- depois da colisão, os corpos caminham juntos, assim:

$$E_{C_{\text{Depois}}} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) \cdot V_f^2 = \frac{1}{2} \times (10 + 30) \times (2,0)^2.$$

Finalmente:

$$E_{C_{\text{Depois}}} = \frac{1}{2} \times 40 \times 4 = \frac{160}{2} = 80 \text{ J}.$$

E verificamos que houve uma perda de $320 - 80 = 240 \text{ J}$ durante o choque.

Lá na plataforma

Na Unidade 3 (Vol. 2) de nosso ambiente virtual, no tema Colisões, siga as orientações de desenvolvimento da atividade proposta. Acesse por meio do ambiente objetos de aprendizagem de simulação computacional, [https://phet.colorado.edu/pt_BR/] da Universidade de Boulder Colorado.

Perceba como a atividade/recurso dialoga diretamente com o tema de nossa aula.

Resumo

Nesta unidade, estudamos basicamente dois tipos de choques (ou colisões) frontais entre dois corpos.

- As colisões elásticas

As colisões são ditas elásticas quando nenhuma energia se perde durante o choque, assim, além da conservação do momento linear (ou da quantidade de movimento), temos a conservação da energia cinética. Isto é, matematicamente escrevemos:

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}} \text{ e } E_{c_{\text{Antes}}} = E_{c_{\text{Depois}}}$$

Para resolvermos problemas de choques elásticos, vimos que:

Em um choque elástico, tanto a quantidade de movimento quanto a energia cinética se conservam e podemos resolver os problemas usando as equações:

$$\begin{cases} m_A \cdot V_{Ai} + m_B V_{Bi} = m_A \cdot V_{Af} + m_B \cdot V_{Bf} \\ (V_{Ai} - V_{Bi})_{\text{Antes}} = -(V_{Af} - V_{Bf})_{\text{Depois}} \end{cases}$$

Onde a primeira equação satisfaz a lei de conservação da quantidade de movimento e, na segunda equação, cada membro se refere às velocidades relativas entre os objetos que estão se chocando, antes e depois do choque, respectivamente.

- As colisões inelásticas

Nas colisões inelásticas, a quantidade de movimento (ou momento linear) se conserva, mas parte da energia cinética é perdida durante o choque.

Temos então:

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}} \text{ mas } E_{c_{\text{Antes}}} \neq E_{c_{\text{Depois}}}$$

- Colisões perfeitamente inelásticas (ou plásticas)

Vimos também um caso particular de colisão inelástica, onde os corpos ficam unidos após a colisão.

Nas colisões inelásticas, a quantidade de movimento (ou momento linear) é conservado, mas parte da energia cinética é perdida durante o choque.

Temos também:

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}} \text{ e } E_{c_{\text{Antes}}} \neq E_{c_{\text{Depois}}}$$

Onde $m_A \cdot V_{Ai} + m_B \cdot V_{Bi} = (m_A + m_B) \cdot V_f$

Quanto às energias cinéticas: $E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2$, temos que calculá-las separadamente.

Exercícios

lá na plataforma

Informação complementar: na Unidade 3 (Vol. 2) de nosso ambiente virtual, no tema Colisões, siga as orientações pedagógicas de suporte à resolução dos exercícios propostos a seguir, que foram pré-gravadas em áudio, no formato [mp4].

1. (UERJ) Um homem de 70 kg corre ao encontro de um carrinho de 30 kg , que se desloca livremente. Para um observador fixo no solo, o homem se desloca a $3,0 \text{ m/s}$ e o carrinho a $1,0 \text{ m/s}$, no mesmo sentido. Após alcançar o carrinho, o homem salta para cima dele, passando ambos a se deslocar, segundo o mesmo observador, com velocidade estimada de:

Dica: repare que o homem está com a mesma velocidade do carrinho no instante imediatamente anterior ao pular. Depois, os dois caminham juntos. Use as leis de conservação apropriadas.

- a) $1,2 \text{ m/s}$ c) $13,6 \text{ m/s}$
b) $2,4 \text{ m/s}$ d) $14,8 \text{ m/s m/s}$

2. (Unitau-SP) Uma garota, de massa m , está sobre um carrinho de massa $4 m$ e segura, em sua mão, uma bola de massa $m/10$, todos em repouso, em relação ao solo. Ela atira a bola, horizontalmente, com velocidade de 21 m/s , em relação ao carrinho. Desprezando-se qualquer atrito, o módulo da velocidade de recuo do carrinho é de, aproximadamente:

Dica: use as leis de conservação.

- a) $1,0 \text{ m/s}$ d) $0,41 \text{ m/s}$
b) $2,0 \text{ m/s}$ e) zero
c) $0,50 \text{ m/s}$

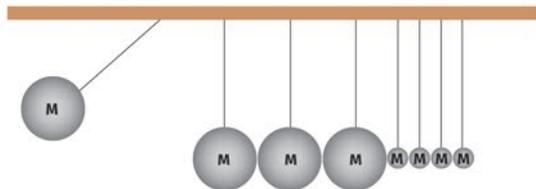
3. (MACK-SP) Na figura, o menino e o carrinho têm juntos 60 kg . Quando o menino salta do carrinho em repouso, com velocidade horizontal de 2 m/s , o carrinho vai para trás com velocidade de 3 m/s . Desse modo, podemos afirmar que a massa do menino é de:



Dica: use as leis de conservação.

- a) 12 kg d) 48 kg
b) 24 kg e) 54 kg
c) 36 kg

4. (UECE) Oito esferas estão suspensas, sendo quatro de massa $M = 150 \text{ g}$ e quatro de massa $m = 50 \text{ g}$, por fios flexíveis, inextensíveis e de massas desprezíveis, conforme a figura. Se uma esfera de massa M for deslocada de sua posição inicial e solta, ela colidirá frontalmente com o grupo de esferas estacionadas. Considere o choque entre as esferas perfeitamente elástico. O número n de esferas de massa m que se moverão é:



Dica: trata-se de um choque perfeitamente elástico.

- a) um
- b) dois
- c) três
- d) quatro

Respostas

1. b.
 2. d.
 3. c.
 4. c.
-

Eletrostática e Lei de Coulomb

04

metas

Introduzir os conceitos físicos envolvidos nos fenômenos elétricos, a lei de Coulomb, e preparar os alunos para o estudo da eletrodinâmica e dos circuitos elétricos elementares.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- identificar as espécies de cargas elétricas;
- resolver problemas envolvidos no fenômeno da eletrização;
- resolver problemas de aplicação da lei de Coulomb.

Introdução

A eletricidade está presente em nosso dia a dia, na luz que nos ilumina após o pôr do Sol, na televisão que ligamos para assistir novela, ou futebol, na água gelada que gostamos de tomar nos dias de calor. Tudo isso seria muito difícil de se fazer, não fosse a energia elétrica. Produzida, muitas vezes, a quilômetros de distância nas usinas hidrelétricas, termoelétricas ou nucleares, chega até nós, rapidamente, transportada por grossos fios, normalmente de cobre. Nosso estudo tratará dos fenômenos da eletricidade, desde seus princípios, até chegar aos circuitos elétricos que utilizamos em nossas casas. Vamos iniciá-lo introduzindo a noção de carga elétrica.



Figura 3.1: Vista noturna de parte da cidade do Rio de Janeiro com suas luzes. Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rio_De_Janeiro_-_Rafael_Defavari.jpg. Autor: Rafael Defavari.

A carga elementar

A menor carga possível, chamada carga elementar, é a carga do elétron, que designaremos por **e**. Seu valor no Sistema Internacional é: carga do elétron = $e = -1,6 \times 10^{-19}$ Coulomb (C). A carga do próton é, em módulo, a mesma do elétron.

Como sabemos, todas as substâncias existentes na natureza são constituídas de átomos e moléculas, sendo as moléculas constituídas por conjuntos de átomos. Mesmo os átomos, que constituem a menor porção possível de uma determinada substância, são constituídos por muitas outras partículas, chamadas *partículas elementares*. As mais importantes dessas partículas, para o nosso estudo, são os elétrons, os prótons e os nêutrons. O átomo é de tal maneira pequeno, que é praticamente impossível visualizarmos um único átomo. O raio atômico é da ordem de $5,29 \times 10^{-11}$ m, isto é, 0,000.000.000.052.9 m (chamado *raio de Bohr*).

Uma maneira bastante interessante e útil de “visualização” de um átomo, que nos dá uma boa ideia sobre sua forma, é o modelo proposto pelo físico dinamarquês, Niels Bohr, no ano de 1913.

A figura a seguir mostra um esquema do modelo atômico proposto por Bohr.



Figura 4.1

No centro dos átomos, que chamamos de *núcleo*, estão localizados os prótons e os nêutrons, ambos com massas praticamente iguais. Ao redor do núcleo, a uma distância muito grande, se comparada com o tamanho do núcleo, encontram-se os elétrons. Sendo cerca de 1840 vezes mais leves que os prótons e os nêutrons, os elétrons formam o que chamamos de *nuvem eletrônica*, envolvendo completamente o núcleo. Entre os prótons, no interior do núcleo atômico, e os elétrons à sua volta, existe uma força de atração. Já entre dois prótons ou entre dois elétrons, existe uma força de repulsão. Para explicar o comportamento dos prótons e dos elétrons é necessário introduzir o conceito de *carga elétrica*. Como elétrons e prótons produzem efeitos opostos, dizemos que eles têm cargas opostas e convencionou-se chamá-las de *negativas* e *positivas*. Desse modo, os prótons possuem carga positiva e os elétrons possuem carga negativa. Já os nêutrons (seu próprio nome já indica) são

eletricamente neutros, não sendo atraídos ou repelidos nem entre si nem por *elétrons* ou *prótons*, da forma que esses últimos o são.

Prótons → carga positiva

Elétrons → carga negativa

Neutrons → carga nula

Processos de eletrização

Existem três processos principais de eletrização:

- por atrito;
- por contato;
- por indução.

Vamos estudar cada um desses casos a seguir.

Eletrização por atrito

Desde a antiguidade, observa-se que algumas substâncias da natureza, quando atritadas (esfregadas) em outras substâncias, são capazes de atrair pequenos pedacinhos de papel, de palha, de algodão ou penas de pássaros. A história da eletricidade se iniciou no século VI a.C., com uma descoberta feita pelo matemático e filósofo grego Tales de Mileto (640? – 546 a.C.), um dos “sete sábios” da Grécia antiga. Tales observou que o atrito de uma resina fóssil (o âmbar) com tecido ou com pele animal, produzia na resina ou na pele a propriedade de atrair pequenos pedaços de palha e pequenas penas de aves. É da palavra usada para designar o

âmbar em grego, *elektron*, aliás, que derivam as palavras *elêtron* e *eletricidade*, usadas diariamente por nós.



Figura 4.2: Um pedaço de âmbar com um inseto dentro. Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ensign_wasp_amber.jpg. Autor: George Poinar Jr., OSU College of Science.

Você pode facilmente experimentar a eletrização: passe um pente no cabelo várias vezes e, depois, aproxime o pente de pedacinhos bem pequenos de papel. Você poderá observar uma força “mágica” atraindo, rapidamente, os pedacinhos de papel, numa espécie de “dança maluca”. Você já havia feito essa experiência alguma vez? Caso não a tenha feito, essa é a hora! Essa experiência é realmente bastante interessante, mas, para que funcione bem, o dia deverá estar, de preferência, bem seco. A umidade do ar atrapalha bastante esse tipo de experimento.

Como funciona a eletrização

Se atritarmos, por exemplo, um bastão de vidro com um pedaço de seda, o resultado é que a seda “arranca” alguns elétrons da superfície do vidro, de modo que este fica eletrizado, positivamente, e a seda fica com

carga negativa. O mesmo ocorre quando passamos o pente no cabelo.

Condutores e isolantes

O vidro, o plástico, ou osso de que são feitos os pentes são isolantes elétricos. Os elétrons não podem se movimentar livremente, tanto na superfície quanto no interior dos isolantes. Dessa forma, quando atritados, as cargas adquiridas por eles se distribuem de forma não uniforme em suas superfícies.

Caso atermos uma barra metálica, por exemplo, de ferro, as cargas irão se espalhar igualmente em toda sua superfície, pois os metais são bons condutores de eletricidade. Para realizar a experiência de eletrização por atrito com metais, temos que segurar a barra metálica com um isolante, caso contrário, os elétrons poderão passar por nossas mãos e a barra não ficará eletrizada.

Corpos neutros e corpos carregados

Nos sólidos, os núcleos atômicos, com suas cargas positivas devidas aos prótons, estão fortemente ligados aos átomos e não podem se movimentar. A eletrização se dá ao retirarmos ou colocarmos alguns elétrons nesses corpos. A figura a seguir ilustra um corpo neutro, um corpo carregado positivamente, de onde alguns elétrons foram retirados e um outro corpo, carregado negativamente, onde foram acrescentados alguns elétrons.

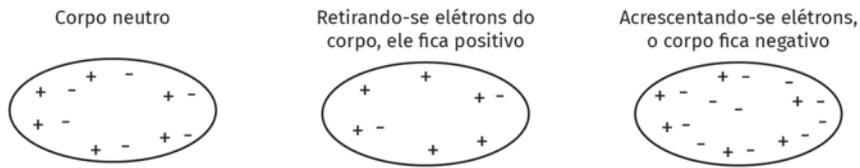


Figura 4.3

Eletrização por contato

Colocando-se um corpo condutor eletrizado em contato com um outro corpo condutor, neutro, as cargas irão se distribuir pelos dois corpos. A figura abaixo nos mostra como proceder para obter a eletrização por contato.



Figura 4.4

Na eletrização por contato, o corpo neutro adquire o mesmo tipo de carga que o corpo eletrizado, e a carga total permanece a mesma que a inicial. Se os corpos forem idênticos, a carga final em cada corpo será metade da carga inicial, caso contrário, se os corpos forem diferentes, as cargas poderão ser diferentes em cada um.

Eletrização por indução

Com um corpo condutor carregado, podemos carregar um outro corpo condutor, mesmo sem contato entre os dois. Ao aproximar um condutor carregado de um outro, neutro, aparecem cargas induzidas no corpo neutro. A figura a seguir ilustra o procedimento para uma eletrização por indução.



Figura 4.5

>> saiba mais

Para saber mais sobre o assunto visto até aqui, assista o vídeo sobre “as origens da eletricidade”, no link a seguir: <https://drive.google.com/file/d/1rbeYgSrfBH-feQy42VjHagbErFZa6S4M/view?usp=sharing>.

A Lei de Coulomb

Ao aproximarmos dois corpos carregados, aparece, entre eles, uma força, chamada força de Coulomb. Como corpos de mesma carga se repelem e corpos com cargas diferentes se atraem, as forças têm direções conforme ilustrado na figura a seguir:

Cargas de mesma espécie se repelem



Cargas de sinais contrários se atraem



Figura 4.6

A força de Coulomb é chamada de *força de interação*, pois se uma carga q faz força sobre uma carga Q , a carga Q também faz uma força sobre a carga q , de mesmo módulo, e sentido contrário à primeira. São forças de ação e reação. A força de Coulomb é diretamente proporcional ao

produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Assim escrevemos:

$$F = K \frac{Q \cdot q}{d^2}$$

Onde:

- **F** é o módulo da força;
- **Q** e **q** são as cargas;
- **d** é a distância entre as cargas;
- **K** é um coeficiente de proporcionalidade que depende do meio material onde se encontram as cargas e das unidades de **F**, **q**, **Q** e **d**. **K** é chamada de *constante eletrostática*.

Unidades de medidas no Sistema Internacional

- a força **F** é medida em newtons (N);
- as cargas **Q** e **q** são medidas em coulombs (C);
- a distância entre as cargas é medida em metros (m).

Assim, no S.I., para encontrar a unidade de medida da constante eletrostática, temos:

$$F = K \frac{Q \cdot q}{d^2} \Rightarrow K = \frac{F \cdot d^2}{Q \cdot q}$$

Em termos das unidades do S.I.

$$[K] = \frac{[F] \cdot [d^2]}{[Q] \cdot [q]} = N \cdot m^2 / C^2$$

O valor da constante eletrostática no vácuo

O valor da constante eletrostática medida no vácuo é

$$K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2.$$

Esse valor de **K** é aquele medido para o vácuo, mas pode ser utilizado também para o ar, com boa aproximação.

Situação 1: consideremos duas cargas elétricas de módulos + 4C e + 2C, respectivamente, situadas a uma distância de 2 m uma da outra, no vácuo, onde $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$. Vamos calcular a força elétrica entre as cargas.

Solução:

Temos $q = 2\text{C}$; $Q = 4\text{C}$ e $d = 2 \text{ m}$.

Aplicando-se a lei de Coulomb:

$$F = K \frac{Q \cdot q}{d^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 2}{2^2} = 18 \times 10^9 = 1,8 \times 10^{10} \text{ N}.$$

Veja que essa força é muitíssimo grande. Ela corresponde ao peso de um corpo cuja massa é de aproximadamente 2.000.000 (dois milhões de toneladas). Isso aconteceu porque supusemos que as cargas eram de 2 e 4 coulombs, respectivamente. Se nos lembrarmos que a carga do elétron é de apenas $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, vemos que teríamos que ter uma quantidade de elétrons fabulosa para obter apenas 1C de carga. Na prática, trabalhamos com cargas muito menores que 1C e é muito útil utilizarmos os submúltiplos do coulomb: μC ; nC e pC , onde:

- $1 \mu\text{C} = 10^{-6}\text{C} = 0,000.001\text{C}$ (lê-se um micro coulomb);
- $1 \text{ nC} = 10^{-9}\text{C} = 0,000.000.001\text{C}$ (lê-se um nano coulomb);

- $1 \text{ pC} = 10^{-12} \text{ C} = 0,000.000.000.001 \text{ C}$ (lê-se um pico coulomb).

Situação 2: lembrando-se de que a carga de um único elétron é de $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, calcular quantos elétrons precisamos para obtemos uma carga de 1 Coulomb.

Solução:

Temos:

$$1 \text{ elétron} \rightarrow 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$X \text{ elétrons} \rightarrow 1 \text{ C}$$

Então:

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{1,6 \times 10^{-19}} = \frac{1}{1,6} \times 10^{+19} = 0,625 \times 10^{19}$$

$$x = 6,25 \times 10^{18}$$

Logo, 1 Coulomb corresponde à carga de 6.250.000.000.000.000.000 elétrons!

Resumo

- A carga elementar

Nesta unidade, estudamos a carga elementar que corresponde à menor carga possível, que é a carga do elétron $= e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ Coulomb (C)}$.

- A eletrização

Estudamos, também, os principais processos de eletrização: por atrito, por contato e por indução.

Na eletrização por atrito, vimos que, ao atritarmos, por exemplo, um bastão de vidro com um pedaço de seda, o resultado é que a seda “arranca” alguns elétrons da superfície do vidro, de modo que este fica eletrizado, positivamente, e a seda fica com carga negativa. O mesmo ocorre quando passamos o pente no cabelo.

Na eletrização por contato, vimos que, ao colocarmos um corpo condutor, eletrizado, em contato com um outro corpo condutor, neutro, por exemplo, as cargas irão se distribuir pelos dois corpos.

Finalmente no processo de eletrização por indução, ao aproximarmos (sem tocar) um condutor carregado de outro condutor, neutro, aparecem cargas induzidas no corpo neutro. Se, a seguir, colocamos o corpo neutro em contato com a Terra, por meio de um fio condutor, as cargas induzidas podem passar para a terra. Se, em seguida, desligamos o “fio terra”, o corpo, inicialmente neutro, ficará carregado.

- A lei de Coulomb

Estudamos, ainda, a lei que rege a força elétrica entre duas cargas, chamada *força de Coulomb*. Vimos que corpos de mesma carga se repelem e corpos com cargas diferentes se atraem; e que podemos expressar matematicamente a “força de Coulomb” como:

$$F = K \frac{Q \cdot q}{d^2}$$

onde:

- F é o módulo da força, medida em Newtons;
- Q e q são as cargas, medidas em Coulombs;

- d é a distância entre as cargas, medida em metros;
- K é um coeficiente de proporcionalidade que depende do meio material onde se encontram as cargas e as unidades de F , q e d . K é chamada de *constante eletrostática*. Seu valor para o vácuo e sua respectiva unidade S.I. são: $K_0 = 9.10^9 \text{N.m}^2/\text{C}^2$.

lá na plataforma

Na Unidade 4 do Volume 2, em nosso ambiente virtual, no tema Eletrostática e Lei de Coulomb, siga as orientações de desenvolvimento da atividade proposta. Acesse, por meio do ambiente objetos de aprendizagem de simulação computacional, da Universidade de Boulder Colorado, [https://phet.colorado.edu/pt_BR/].

Perceba como a atividade/recurso dialoga diretamente com o tema de nossa aula.

Exercícios

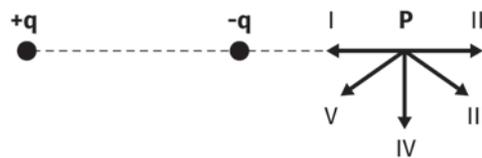
lá na plataforma

Informação complementar: na Unidade 4 do Volume 2, em nosso ambiente virtual, no tema Eletrostática e Lei de Coulomb, siga as orientações pedagógicas de suporte à resolução dos exercícios propostos a seguir, no texto, que foram pré-gravadas em áudio no formato [mp4].

1. Uma carga elétrica q_1 exerce uma força de módulo $F_{1/2}$ sobre uma carga q_2 . Sobre a força $F_{2/1}$, que q_2 exerce sobre q_1 , podemos afirmar corretamente que:

- a) $F_{2/1}$ tem módulo igual a $2 \times F_{1/2}$, mesma direção e sentido de $F_{1/2}$;
- b) $F_{2/1}$ tem módulo igual a $2 \times F_{1/2}$, mesma direção e sentido contrário ao de $F_{1/2}$;
- c) $F_{2/1}$ tem módulo igual a $F_{1/2}$, mesma direção e sentido de $F_{1/2}$;
- d) $F_{2/1}$ tem módulo igual a $F_{1/2}$, mesma direção e sentido contrário ao de $F_{1/2}$;
- e) $F_{2/1}$ tem módulo, direção e sentido, diferentes de $F_{1/2}$.

2. Duas cargas fixas q e $-q$ produzem uma força sobre uma carga positiva situada em um ponto P, conforme ilustra a figura a seguir.



- A força está mais bem representada pelo vetor:

- a) I;
- b) II;
- c) III;
- d) IV;
- e) V.

3. Uma esfera carregada possui excesso de elétrons com uma carga líquida igual a $-3,2 \times 10^{-9}$ Coulombs. Determine o número de elétrons em excesso sobre a esfera. Dado: carga do elétron $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{C}$.

4. Duas esferas de plástico possuem cargas elétricas positivas e iguais. Quando elas estão no vácuo e separadas por uma distância igual a 15 cm, a força de repulsão entre elas tem módulo igual a 0,22N. Determine o valor da carga elétrica em cada esfera, sabendo que a constante eletrostática do vácuo é $k = 9,0 \times 10^9 (\text{N.m}^2)/\text{C}^2$.

5. Determine a distância entre o próton e o elétron do átomo de hidrogênio para que a força de atração elétrica entre eles seja igual ao peso do elétron na superfície terrestre.

Dados:

- massa do elétron, $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg;
- constante eletrostática do vácuo $k = 9,0 \times 10^9$ (N.m²)/C²;
- aceleração da gravidade $g = 10$ m/s².

6. Duas cargas q_1 e q_2 se atraem com uma força de módulo F . A seguir, duplicamos a carga q_1 , triplicamos a carga q_2 e reduzimos a distância entre as cargas à metade. Determine a nova força entre as cargas, em função de F .

7. Uma pequena esfera eletrizada entra em contato com outra esfera idêntica, porém neutra. A seguir, as duas esferas são separadas por uma distância 30 cm. Observa-se, então, que elas se repelem com uma força igual a 0,10 N. Determine a carga inicial da esfera eletrizada. Considere as cargas no vácuo.

8. Duas pequenas esferas idênticas de cargas q e $3q$ atraem-se com uma força F quando estão separadas por uma distância r . Estabelecemos o contato entre as esferas e, a seguir, tornamos a separá-las pela mesma distância r . Determine, em função de F , o valor da nova força F' entre as esferas. Considere as esferas no vácuo.

Respostas dos exercícios

1. d
 2. a
 3. $2,0 \times 10^{10}$ elétrons
 4. $7,4 \times 10^{-7}$ C
 5. 5,1 m
 6. $24 F$
 7. $2,0 \times 10^{-4}$ C
 8. $F' = (4/3) F$
-

O campo e o potencial elétrico

05

meta

Introduzir os conceitos de campo e de potencial elétricos.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- resolver exercícios envolvendo as noções de campo e potencial elétricos produzidos por uma carga, por dipolos e por placas carregadas;
- calcular a força sobre uma carga na presença de um campo elétrico;
- calcular a diferença de potencial elétrico entre dois pontos de um campo uniforme;
- identificar possíveis trajetórias de partículas carregadas movendo-se no interior de campos elétricos uniformes.

Introdução

No capítulo anterior, vimos que sempre que colocamos uma carga na proximidade de uma outra, aparece uma força de interação, proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas. Neste capítulo, vamos interpretar o fenômeno da “ação entre as cargas”, como *uma propriedade do espaço* em torno da carga.



Figura 5.1: Michael Faraday retratado por Thomas Phillips em óleo sobre tela. O físico e químico Faraday foi quem introduziu o conceito de *campo elétrico*. Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Electricity#/media/File:M_Faraday_Th_Phillips_oil_1842.jpg.

O Campo elétrico

Verifica-se experimentalmente que, sempre que tivermos uma carga (Q) em algum lugar do espaço, qualquer outra carga (q), colocada na região próxima da primeira, experimentará a ação de uma força.

Veja na figura a seguir, onde colocamos uma carga (q) em três posições (A, B e C), ao redor de uma carga (Q), e indicamos a força exercida sobre (q) nesses pontos do espaço.

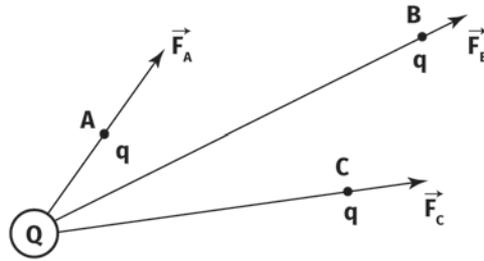


Figura 5.1

Veja que, nos pontos A, B e C, a carga q sente forças elétricas diferentes em cada ponto. Uma noção de campo elétrico pode ser dada pelo conjunto de valores da força elétrica que uma carga (q) sentirá ao ser colocada num ponto qualquer do espaço. O valor dessa força é dado por:

$$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$$

onde \mathbf{F} é a *força elétrica* sobre uma carga q colocada na região do campo. Assim,

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

é o chamado *Vetor Intensidade de Campo Elétrico*.

Pelo exposto acima, vemos que a unidade S.I. de campo elétrico pode ser dada por:

$$[\text{unidade de } \mathbf{E}] = \frac{[\text{unidade de } \mathbf{F}]}{[\text{unidade de } q]} = \left(\frac{\text{newton}}{\text{coulomb}} \right) = \text{N/C}.$$

Situação 1: numa região do espaço, existe um campo elétrico, sendo sua intensidade em um determinado ponto P igual a $6,0 \times 10^4$ N/C. Calcular a força exercida sobre uma carga $q = 30$ nC, colocada nesse ponto do campo.

Solução:

Temos: $q = 30$ nC = 30×10^{-9} C e $E = 6,0 \times 10^4$ N/C. Pede-se a força F .

Com $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$ teremos, em módulo,

$$F = 30 \times 10^{-9} (\text{C}) \times 6 \times 10^4 \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right) = 180 \times 10^{-9+4} = 180 \times 10^{-5} \cong 1,8 \times 10^{-3} \text{N}.$$

O módulo, a direção e o sentido de E

O módulo do vetor campo elétrico

Temos $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$

onde $F = K \frac{Q \cdot q}{d^2}$ é a força de Coulomb.

Assim, teremos, em módulo: $K \frac{Q \cdot q}{d^2} = q \cdot E$

Simplificando o q , temos: $E = K \frac{Q}{d^2}$

// atenção

Note que nessa expressão do campo elétrico não aparece a carga q . Isso significa que o campo elétrico existe na região do espaço que estamos considerando, mesmo na ausência de q . O campo é uma propriedade do espaço.

A direção do vetor campo elétrico

Como $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$, a direção de \mathbf{E} será o mesmo da força \mathbf{F} .

O sentido do vetor campo elétrico – linhas de força

carga de prova

Pequena carga, positiva, que nos ajuda a raciocinar sobre a direção e o sentido do seu movimento subsequente, quando a colocamos (ou imaginamos colocar) numa região do espaço onde existe um campo de forças.

O sentido do vetor campo elétrico em um ponto do campo, é sempre o sentido do movimento que teria uma **carga de prova**, quando colocada no ponto considerado.

Veja, nas figuras a seguir, os sentidos do campo elétrico nas proximidades de uma carga positiva e de uma carga negativa, separadamente.

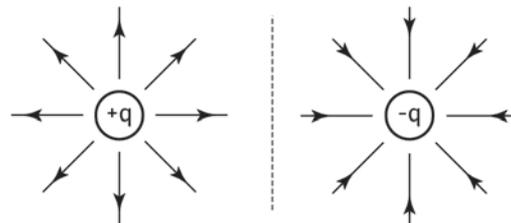


Figura 5.2

As linhas desenhadas indicam a direção do campo. Elas são chamadas de *linhas de força*. Se você colocasse uma carga de prova, positiva, q_0 , num ponto próximo de cada carga mostrada na figura anterior, para onde ela se moveria?

A carga de prova (que sempre consideramos positiva) seria repelida pela carga positiva e seria atraída pela carga negativa. Ela se moveria no sentido indicado pelas setas desenhadas em cada uma das figuras anteriores.

Gráfico do campo gerado por uma carga pontual

Consideremos uma carga Q , pontual (com dimensões desprezíveis), em um lugar qualquer do espaço, e um ponto P situado a uma distância d de Q , conforme ilustrado na figura a seguir.

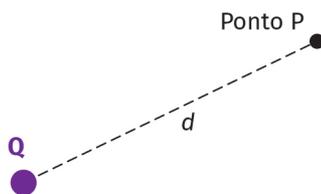


Figura 5.3

O campo E gerado pela carga pontual tem módulo $E = K \frac{Q}{d^2}$, e o gráfico de E em função de d tem a forma:

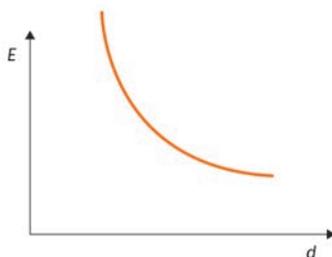


Figura 5.4

O campo de um dipolo

Dois cargas de sinais contrários, colocadas próximas uma da outra, formam um *dipolo elétrico*. A forma das linhas de força (também chamadas de *linhas de campo*) em um dipolo está ilustrada na figura a seguir. O campo é mais intenso onde as linhas estão mais próximas, isto é, onde temos uma maior “densidade” de linhas.

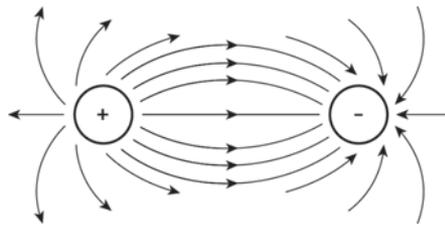


Figura 5.5

Para duas cargas de mesmo sinal, por exemplo, duas cargas positivas, as linhas de força têm a forma ilustrada na figura a seguir. No ponto médio da linha imaginária que une as cargas, o campo é nulo. Veja que não há linhas de força nessa região.

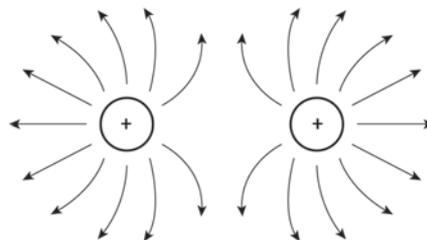
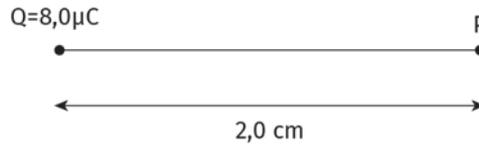


Figura 5.6

Observação: o campo e a força elétrica em um ponto do espaço, nas proximidades das cargas, têm direção tangente às linhas de força, e sentido do movimento que teria uma carga de prova (positiva) colocada naquele ponto.

Situação 3: calcular o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico criado por uma carga $Q = 8,0 \mu\text{C}$, numa posição P, situado a 2 cm da carga, conforme ilustra a figura a seguir.

Dado: constante eletrostática do meio $K = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$.



Solução:

Temos: $Q = 8,0 \mu\text{C} = 8,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ e $d = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$ e $K = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$.

Assim, temos o *módulo do campo*:

$$E = K \frac{Q}{d^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8,0 \times 10^{-6}}{(2,0 \times 10^{-2})^2} = \frac{72 \times 10^3}{4,0 \times 10^{-4}} = 18 \times 10^{3+4} = 1,8 \times 10^8 \text{ N/C}.$$

A direção de E é a mesma da reta que une Q a P.

O sentido de E é o mesmo do movimento de uma carga de prova, positiva, se colocada em P, para a direita.

O campo no interior dos condutores

As cargas de mesma espécie se repelem, assim, em um condutor, elas tendem a se separar o máximo possível, de modo a ficarem em sua superfície. Isso faz com que, no interior do condutor, o campo elétrico seja nulo.

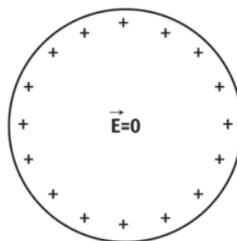


Figura 5.7

O condutor funciona como uma blindagem para campos elétricos externos. Por esse motivo, algumas peças de rádio e televisão são envoltas por caixas metálicas, ligadas a um fio terra. Do mesmo modo, estaremos mais protegidos dos raios, em uma tempestade, se ficarmos no interior de um automóvel. A lataria metálica “blinda” seu interior.

Gráfico do campo de uma distribuição esférica de cargas

Consideremos uma distribuição de cargas, esférica e de raio R , conforme ilustrado a seguir. Abaixo da distribuição de cargas, temos o gráfico aproximado de E versus d .

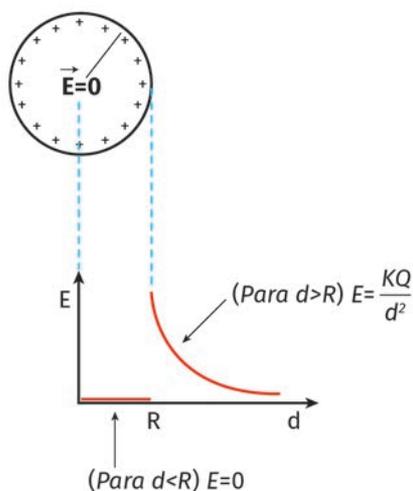


Figura 5.8

Campo elétrico uniforme – placas condutoras

O campo elétrico produzido por uma carga, como nos exemplos anteriores, não é uniforme, pois tem valores e direções diferentes em diferentes pontos do espaço. Podemos produzir um campo razoavelmente uniforme com placas condutoras carregadas, conforme as figuras a seguir.

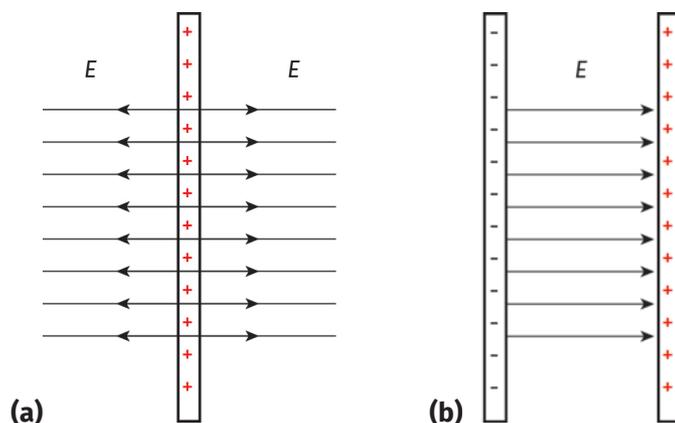


Figura 5.9

Na **Figura 5.9 (a)**, temos a ilustração de uma única placa, desenhada de perfil e carregada uniformemente. Nas regiões afastadas das bordas, temos um campo uniforme em ambos os lados da placa.

Na **Figura 5.9 (b)**, temos duas placas carregadas com cargas opostas, dispostas uma em frente da, outra, formando o que chamamos de “capacitor”. No interior das placas, também nas regiões afastadas das bordas, temos um campo uniforme, com o aspecto indicado pelas linhas de campo.

O “Efeito das Bordas”

No interior das placas, um pouco afastado das bordas, o campo é bastante uniforme, mas, nas bordas das placas, o campo começa a ficar distorcido, conforme indicam as linhas de campo desenhadas na ilustração a seguir

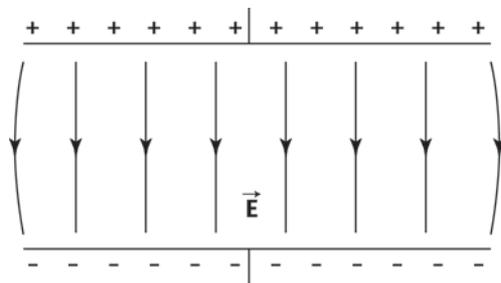


Figura 5.10

Como carregar placas condutoras

Podemos carregar duas placas simplesmente ligando cada uma delas aos terminais de uma pilha ou de uma bateria de automóvel por meio de fios condutores. As cargas irão fluir para as placas e, depois de um tempo razoavelmente curto, elas ficarão carregadas, conforme ilustrado a seguir.

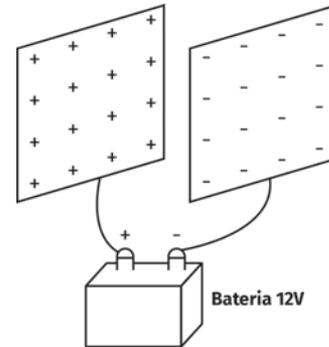


Figura 5.11

O potencial elétrico

A diferença de potencial (ddp) em um campo uniforme

Situação 4: vamos definir a diferença de potencial por meio de um exemplo prático. Considere um campo elétrico uniforme, E , com intensidade de 20 N/C , e dois pontos A e B, separados pela distância $d = 2$ metros, no interior de duas placas carregadas, conforme ilustrado a seguir.

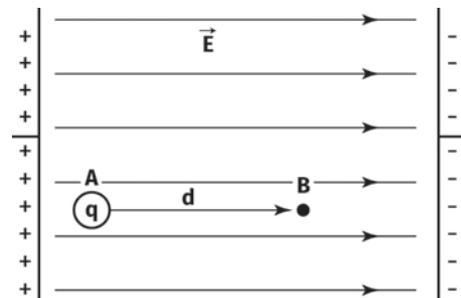


Figura 5.12

Se colocarmos uma carga de 4 C no ponto A, ela ficará sob a ação de uma força elétrica dada por: $F = q \cdot E = 4,0 \cdot 20 = 80 \text{ N}$.

Dessa forma, a carga irá se movimentar no sentido de B.

O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar a carga nos dois metros que separam A e B será dado por:

$$\tau_{AB} = F \cdot d = 80 \cdot 2 = 160 \text{ J (onde utilizamos a definição de trabalho).}$$

Imagine, agora, que queremos mover a carga de volta para o ponto A. Nós teremos que realizar, também, um trabalho igual a 160 J sobre a carga. Correto?

Podemos então dizer que a carga possui 160 J de energia potencial elétrica, a mais, em A do que em B.

Chamando de E_{PA} a energia potencial em A, e de E_{PB} a energia potencial em B, podemos dizer, de um modo geral, que $E_{PB} - E_{PA} = \tau_{AB}$.

Note, também, que, sendo $F = q \cdot E$ (da definição de força elétrica)

e $\tau_{AB} = F \cdot d$ (da definição de trabalho)

podemos escrever $\tau_{AB} = q \cdot E \cdot d$ (eq. 1)

onde $\frac{\tau_{AB}}{q} = E \cdot d$ (eq. 2).

Na (eq. 1) vemos que o trabalho realizado sobre a carga é proporcional à carga, e na (eq. 2) que, entre os pontos A e B, a razão entre o trabalho e a carga $\frac{\tau_{AB}}{q}$ é uma constante, pois tanto E quanto d são constantes.

A essa razão chamamos de *diferença de potencial (ddp)*.

Assim, escrevemos: $ddp = V_A - V_B = V_{AB} = \frac{\tau_{AB}}{q}$

Assim, por definição: $ddp = \frac{\text{Trabalho realizado sobre a carga}}{\text{Carga}}$

Dizemos também que V_A é o potencial em A e V_B é o potencial em B.

Unidade de medida: A unidade de medida de ddp no S.I. é o J/C que chamamos de Volt (V). Isso significa que:

// atenção

Volt é a diferença de potencial capaz de fornecer 1 joule de energia a uma carga de 1 coulomb.

A ddp no campo de uma carga pontual

Consideremos uma carga pontual (Q), o campo ao seu redor, e dois pontos (A) e (B) nas suas proximidades conforme ilustrado na figura a seguir.

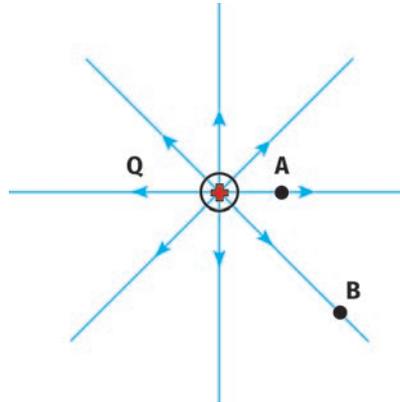


Figura 5.13

A ddp entre os pontos (A) e (B) é dada por $V_A - V_B = KQ \left(\frac{1}{d_A} - \frac{1}{d_B} \right)$ onde d_A e d_B são as distâncias dos pontos A e B à carga Q.

O potencial e o campo

Consideremos, novamente, a região entre duas placas carregadas, onde existe um campo elétrico uniforme.

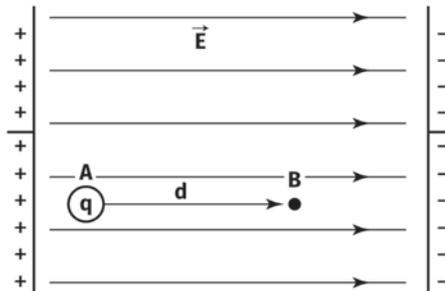


Figura 5.14

Se colocarmos uma carga de prova (q) no ponto A, ela irá se deslocar até B, pela ação da força elétrica produzida pelo campo. Teremos, então:

o trabalho realizado sobre a carga q $\tau_{AB} = F \cdot d$

e a força exercida sobre a carga $F = q \cdot E$

Assim, podemos escrever $\tau_{AB} = q \cdot E \cdot d,$

Onde $\frac{\tau_{AB}}{q} = E \cdot d.$

Como pela definição de ddp $\frac{T_{AB}}{q} = V_{AB}$ temos que $V_{AB} = E \cdot d$.

Observação: a distância (d) deve ser medida na direção do campo, conforme mostrado na figura anterior.

Unidades S.I. de Medida do Campo Elétrico.

Hávamos visto que $F = q \cdot E$ onde $E = \frac{F}{q} \Rightarrow [\text{unidade de } E] = \frac{[\text{unidade de } F]}{[\text{unidade de } q]} = \frac{\text{newton}}{\text{coulomb}} = \text{N/C}$

Agora, $V_{AB} = E \cdot d$ onde $E = \frac{V_{AB}}{d} \Rightarrow [\text{unidade de } E] = \frac{[\text{unidade de } V_{AB}]}{[\text{unidade de } d]} = \frac{\text{Volt}}{\text{metro}} = \text{V/m}$

Situação 5: duas placas planas e paralelas são ligadas aos polos (+) e (-) de uma bateria de automóvel, de modo que fica estabelecida uma ddp de 12 V entre as placas. Dessa forma, as cargas fluem da bateria para as placas até que elas fiquem carregadas. Sendo de 10 cm a distância entre as placas, *calcular a intensidade do campo elétrico entre elas.*

Solução:

São dados: a ddp $= V_{AB} = 12 \text{ V}$ e $d = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$ (passando para o S.I.)

Como $V_{AB} = E \cdot d$, teremos $E = \frac{V_{AB}}{d} = \frac{12(\text{V})}{0,1(\text{m})} = \frac{120}{1} = 120 \text{ V/m}$.

Situação 6: suponha que duas placas planas paralelas, separadas pela distância de 40 cm, são carregadas, de modo que em seu interior existe um campo uniforme. *Pede-se calcular qual ddp devemos estabelecer entre as placas, para que a intensidade do campo seja $E = 200 \text{ N/C}$.*

Solução:

São dados: $d = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$ (passando para o S.I.) e $E = 200 \text{ N/C}$.

Assim $V_{AB} = E \cdot d = 200 \times 0,4 = 80 \text{ Volts}$.

Campo gerado por várias cargas

Quando o campo for gerado por várias cargas ao mesmo tempo, o campo resultante será dado pela *soma vetorial* dos campos criados por cada uma das cargas separadamente.

Consideremos duas cargas Q_1 (positiva) e Q_2 (negativa) que geram, num ponto P do espaço, os campos E_1 e E_2 , respectivamente. O vetor campo elétrico resultante (E), no ponto P está calculado na ilustração a seguir:

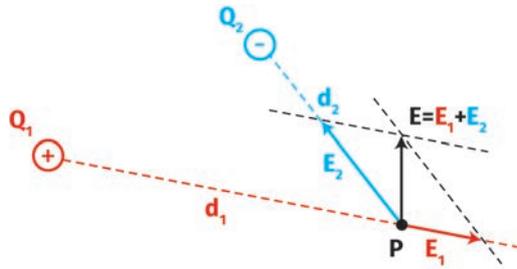


Figura 5.15

Observação: d_1 e d_2 são as distâncias de Q_1 e de Q_2 a P, respectivamente.

O “poder das pontas”

Quando um condutor carregado possui uma ponta, como a ponta de um “para-raios” o campo elétrico na sua superfície é bastante diferente em cada ponto da superfície. Veja a ilustração a seguir, onde mostramos um esboço aproximado da forma do campo elétrico em torno de um condutor com a forma de uma gota.

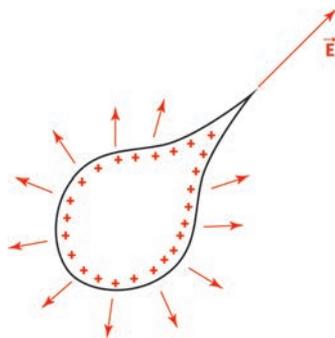


Figura 5.16

Num condutor, a tendência é de as cargas se afastarem o máximo que podem umas das outras, pois são de mesmo sinal e, portanto, se repelem. As cargas se concentram na superfície do condutor. Acontece que numa região onde existe uma ponta, a superfície é muito reduzida, devido à sua forma. Isso

resulta que temos uma região onde a densidade de cargas (cargas por unidade de área) é bem maior que no restante da superfície, fazendo com que o campo elétrico nessas regiões seja muito maior que nas outras partes.

Num “para-raios,” uma ponta metálica condutora é ligada à superfície terrestre por meio de um fio condutor. Durante uma tempestade, pode ocorrer de uma nuvem carregada com milhões de Volts se posicionar sobre a região onde está o para-raios. Nesse caso, o “poder das pontas” no para-raios faz com que as cargas elétricas em excesso se dissipem para o ar (que se torna condutor com a presença da umidade) evitando a possibilidade de haver a descarga (isto é, evitando o “raio”).

O potencial gerado por várias cargas

O potencial elétrico, ao contrário do campo, é uma grandeza escalar. Assim, o potencial elétrico em um ponto, devido às várias cargas presentes no sistema, será a soma algébrica dos potenciais produzidos naquele ponto por cada uma das cargas do sistema. Devemos levar em conta o sinal de cada carga ao efetuarmos a soma algébrica dos potenciais produzidos pelas cargas do sistema. Veja a ilustração a seguir.

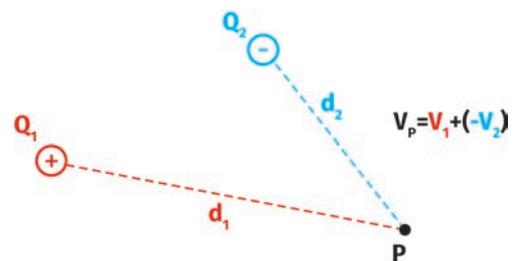
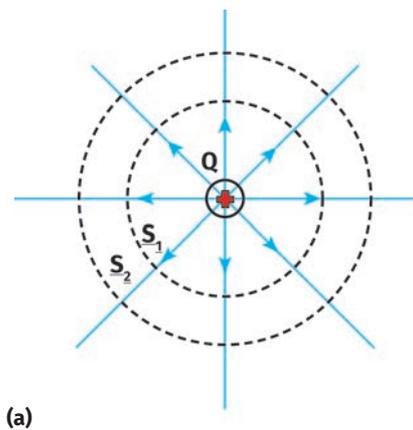


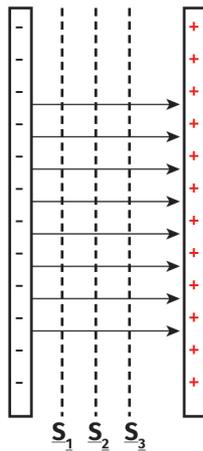
Figura 5.17

Superfícies equipotenciais

Chamamos de *superfícies equipotenciais* às superfícies no interior do campo elétrico, onde todos os pontos têm o mesmo potencial. Consideremos (a) e (b) ilustrados na figura a seguir.



(a)



(b)

Figura 5.18

Na **Figura 5.18 (a)**, temos o campo em torno de uma carga pontual (Q) e as superfícies equipotenciais S_1 (de raio R_1) e S_2 (de raio R_2) são cascas esféricas concêntricas, com potenciais $V_1 = KQ \frac{1}{R_1}$ e $V_2 = KQ \frac{1}{R_2}$ sendo $V_1 > V_2 > \dots$ e assim por diante.

Na **Figura 5.18 (b)**, temos um campo uniforme, e as superfícies equipotenciais são planos paralelos às placas, onde podemos arbitrar, como referencial zero de potencial, a placa negativa. Assim, teremos com $V = E \cdot d$; $V_1 = E \cdot d_1$; $V_2 = E \cdot d_2$; $V_3 = E \cdot d_3$ sendo d_1 , d_2 e d_3 as distâncias respectivas das superfícies S_1 , S_2 e S_3 à placa considerada como origem do potencial. Temos, então, que $V_1 > V_2 > V_3 > \dots$ e assim por diante.

Observações:

- as superfícies equipotenciais são perpendiculares às linhas de campo em cada ponto;
- quando se desloca uma carga numa superfície equipotencial, *não se realiza trabalho*.

Temos que: $V_{AB} = \frac{T_{AB}}{q} \Rightarrow T_{AB} = q \cdot V_{AB} = q(V_A - V_B) = 0$, pois $V_A = V_B$.

O potencial de um condutor esférico carregado

No interior da superfície, o potencial é constante e, no exterior, diminui, com o inverso da distância.

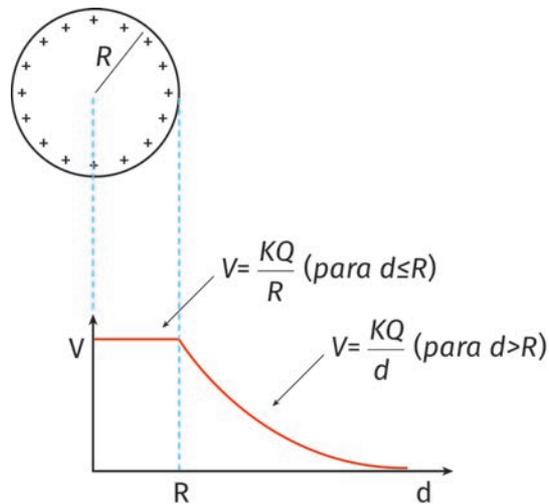


Figura 5.19

Sobre o movimento de uma partícula em um campo uniforme

Quando uma partícula carregada penetra numa região onde existe um campo elétrico, ela sente uma força elétrica $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$, de modo que é acelerada na direção da força, que tem a mesma direção do campo, com aceleração $a = \frac{F}{m}$ na mesma direção e sentido da força, conforme previsto pela 2ª Lei de Newton.

Vamos imaginar que um elétron (e) e uma partícula alfa (α) penetrem num campo elétrico uniforme, ambos com velocidade V .

O elétron tem carga negativa e a partícula α , que nada mais é que o núcleo do Hélio, tem dois prótons e dois nêutrons, portanto sua carga é positiva.

Assim, o elétron tende a se movimentar no sentido contrário ao do campo, enquanto a partícula α tende a se movimentar no mesmo sentido da orientação do campo. Suas trajetórias aproximadas estão representadas na ilustração a seguir.

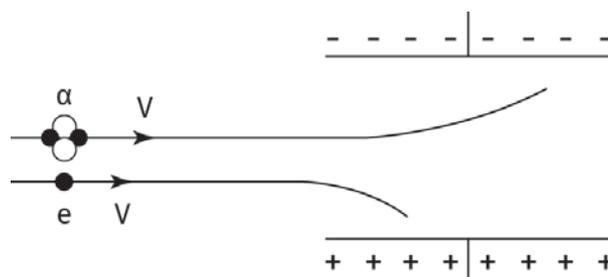


Figura 5.20

O campo entre as placas está orientado para cima (na direção e sentido do movimento que teria uma carga de prova positiva (lembra?), as partículas estão entrando na região do campo com velocidade inicial perpendicular ao campo e a aceleração faz a partícula desviar da trajetória original. Vamos fazer um exemplo numérico.

Situação 7: suponha que a distância entre as placas da figura anterior seja de 5 cm e a ddp 100 V. Qual será a força elétrica sobre o elétron e sobre a partícula alfa ao penetrem no campo?

Solução:

Vamos nos lembrar que a carga do elétron é $e = -1,6 \times 10^{-19}$ C e a partícula alfa tem carga $q_{\alpha} = 2 \times 1,6 \times 10^{-19} = +3,2 \times 10^{-19}$ C (pois só os prótons têm carga), e que é dada a ddp, $V_{AB} = 100$ V e a distância entre as placas, $d = 2,5$ cm = 0,025 m (passando para o S.I.).

Para calcular a força, ($F = q \cdot E$) precisamos encontrar o campo E .

$$\text{Assim, } V_{AB} = E \cdot d \Rightarrow E = \frac{V_{AB}}{d} = \frac{100}{0,025} = \frac{10.000}{25} \\ = 400 = 4,0 \times 10^2 \text{ V/m}.$$

Então, para o elétron:

$$F_e = q \cdot E = e \cdot E = -1,6 \times 10^{-19} \times 4,0 \times 10^2 = -3,2 \\ \times 10^{-19+2} = -3,2 \times 10^{-17} \text{ N}$$

e para a α :

$$F_{\alpha} = q \cdot E = 2e \cdot E = +3,2 \times 10^{-19} \times 4,0 \times 10^2 = \\ + 6,4 \times 10^{-19+2} = + 6,4 \times 10^{-17} \text{ N}.$$

Note que o módulo da força sobre a alfa é o dobro da força sobre o elétron. Por que, então, a trajetória da alfa é muito mais suave que a trajetória do elétron (repare na figura anterior)? Ela não é puxada com uma força bem maior?

Embora a força sobre a alfa seja 100% maior que sobre o elétron (o dobro), sua massa é quase 8.000 vezes maior que a do elétron e, por isso, sua *inércia* é muito maior, sendo mais difícil fazê-la mudar a direção da trajetória.

Quando a partícula carregada entra no campo com velocidade inicial com a mesma direção do campo (e da força), ela apenas acelera (ou freia), sem mudar a trajetória.

Situação 8: vejamos o exemplo em que uma partícula de massa m e carga q entra em um campo uniforme com velocidade inicial, V_0 com a mesma direção do campo. Neste caso, a partícula irá adquirir uma aceleração

$$a = \frac{F}{m} = \frac{q \cdot E}{m}.$$

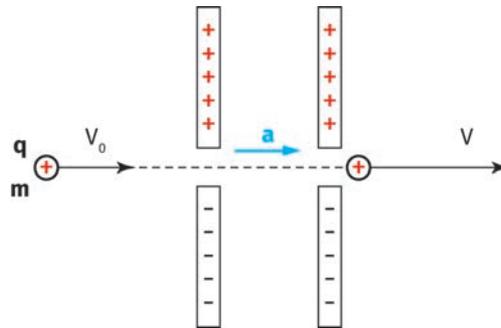


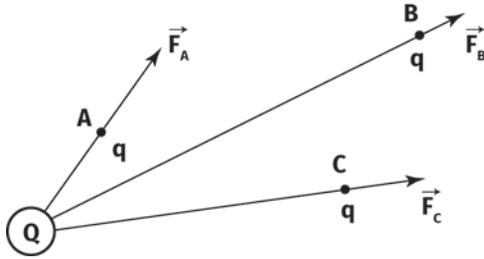
Figura 5.21

Resumo

Nesta unidade, estudamos os fenômenos relativos às cargas elétricas, seus campos e potenciais.

- O campo elétrico

Vimos que, ao redor de uma carga qualquer Q , existe um “campo de forças” chamado de *campo elétrico*.



Onde: $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$ sendo F a *força elétrica* sobre uma carga q colocada na região do campo.

Assim, $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$ é o chamado **vetor intensidade de campo elétrico**,

sendo [a unidade de \mathbf{E}] = $\frac{[\text{unidade de } \mathbf{F}]}{[\text{unidade de } q]}$

$$= \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{C}} \left(\frac{\text{Newtom}}{\text{Coulomb}} \right).$$

- O módulo do campo

Vimos que $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$, onde $F = K \frac{Q \cdot q}{d^2}$ é a *força de Coulomb*.

Assim, em módulo: $K \frac{Q \cdot q}{d^2} = q \cdot E$.

Logo, $E = K \frac{Q}{d^2}$

Ou seja: o campo elétrico existe na região do espaço que estamos considerando, mesmo na ausência de q .

O campo é uma propriedade do espaço.

- A direção do campo

Como $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$, a direção de \mathbf{E} será a mesma da força \mathbf{F} .

- O sentido do campo

O sentido do vetor campo elétrico em um ponto do campo é sempre o *sentido do movimento que teria uma carga de prova, positiva, q_0 , quando colocada no ponto considerado*.

- Vimos a definição do potencial elétrico:

$$ddp = V_A - V_B = V_{AB} = \frac{\tau_{AB}}{q}$$

e estudamos os campos e os potenciais para diversos tipos de distribuição de cargas, também como o movimento de partículas carregadas ao penetrarem numa região do espaço onde temos um campo elétrico uniforme.

lá na plataforma

Na Unidade 5 do Volume 2 de nosso ambiente virtual, no tema O campo e o potencial elétrico, siga as orientações para o desenvolvimento da atividade proposta. Acesse por meio do ambiente objetos de aprendizagem de simulação computacional, [https://phet.colorado.edu/pt_BR/] da Universidade de Boulder Colorado.

Perceba como a atividade/recurso dialoga diretamente com o tema de nossa aula.

Exercícios

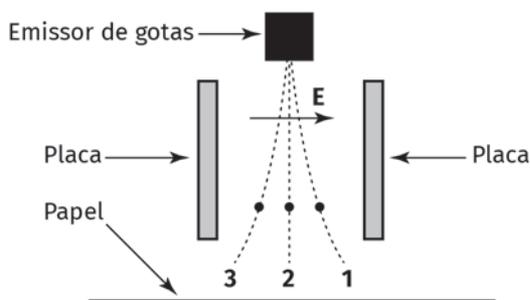
lá na plataforma

Informação complementar: na Unidade 5 do Volume 2 de nosso ambiente virtual, no tema O campo e o potencial elétrico, siga as orientações pedagógicas de suporte à resolução de exercícios propostos a seguir no texto, que foram pré-gravadas em áudio no formato [mp4].

1. (UEL-PR) Um próton tem massa m e carga elétrica e . Uma partícula α tem massa $4m$ e carga $2e$. Colocando sucessivamente um próton e uma partícula α numa região em que há um campo elétrico constante e uniforme, estas partículas ficarão sujeitas a forças elétricas F_p e F_α , respectivamente. A razão F_p/F_α vale:

- a) $1/4$ d) 2
 b) $1/2$ e) 4
 c) 1

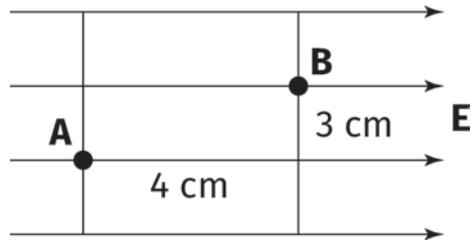
2. (UFRN) Uma das aplicações tecnológicas modernas foi a invenção da impressora a jato de tinta. Esse tipo de impressora utiliza pequenas gotas de tinta, que podem ser eletricamente neutras ou eletrizadas positiva ou negativamente. Essas gotas são jogadas entre as placas defletoras da impressora, região onde existe um campo elétrico uniforme E , atingindo, então, o papel para formar as letras. A figura a seguir mostra três gotas de tinta, que são lançadas para baixo, a partir do emissor. Após atravessar a região entre as placas, essas gotas vão impregnar o papel (o campo elétrico uniforme está representado por apenas uma linha de força). Pelos desvios sofridos, pode-se dizer que a gota 1, a 2 e a 3 estão, respectivamente



- a) carregada negativamente, neutra e carregada positivamente

- b) neutra, carregada positivamente e carregada negativamente
 c) carregada positivamente, neutra e carregada negativamente
 d) carregada positivamente, carregada negativamente e neutra

3. (ESAM-RN) A figura mostra linhas de força de um campo elétrico uniforme, de 2×10^3 V/m de intensidade, separadas 3 cm uma da outra, e duas superfícies equipotenciais desse campo, distantes 4 cm.

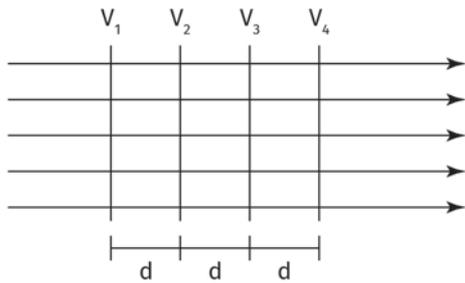


O trabalho realizado pela força do campo para deslocar uma carga elétrica positiva de 6×10^{-6} C de A até B, em 10^{-4} joules, será:

- a) 3,6 d) 7,2
 b) 4,8 e) 8,4
 c) 6,0

Dica: utilize a definição de $d_{dp} = V_{AB} = (\tau/q)$ e lembre que num campo uniforme $V_{AB} = q \cdot E$, e que não é realizado trabalho quando se movimenta uma carga numa superfície equipotencial.

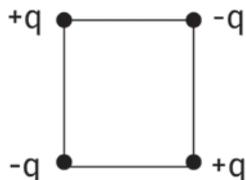
4. (UFSM-RS) A figura representa linhas de força de um campo elétrico uniforme e quatro superfícies equipotenciais separadas pela mesma distância d . Uma carga $+Q$ deslocada nesse campo ganhará mais energia potencial eletrostática, ao ser movimentada de:



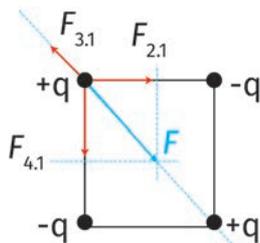
- a) V_1 para V_3 d) V_4 para V_1
 b) V_2 para V_4 e) V_3 para V_1
 c) V_4 para V_2

5. (PUC/RJ) Um quadrado de lado a contém, em cada um de seus vértices, cargas elétricas, como mostra a figura a seguir.

- a) Qual o valor do potencial elétrico no centro do quadrado?
 b) Qual o valor do campo elétrico no centro do quadrado?
 c) Escolha uma das cargas e calcule o módulo da força elétrica atuando sobre ela,



Sugestão: se numerarmos as cargas (1), (2), (3) e (4) como na figura a seguir, podemos chamar a força feita por todas as outras cargas sobre a carga (1) de F_1 . Lembre-se também que o lado do quadrado tem comprimento (a).



Assim, temos, vetorialmente:

$$F_1 = F_{2,1} + F_{3,1} + F_{4,1}$$

Ou $F_1 = F - F_{3,1}$. Onde podemos calcular F usando o Teorema de Pitágoras, e depois calcular F_1 fazendo a soma algebricamente pois F e $F_{3,1}$ têm a mesma direção, tomando o cuidado com o sinal pois têm sentidos opostos.

Respostas

1. b
2. c
3. b
4. d

5. a) $V = 0$; b) $E = 0$ e c) $F = \frac{K \cdot q^2}{a^2} \times \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2} \right)$
 na carga superior esquerda.

A corrente elétrica, os resistores e a Lei de Ohm

06

meta

Introduzir o conceito de corrente elétrica, de condutores e de resistores, e a Lei de Ohm.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- caracterizar as correntes elétricas;
- resolver exercícios de aplicação da Lei de Ohm em resistores.

Introdução

Nos capítulos anteriores, vimos o comportamento das cargas elétricas e das forças a que são submetidas quando estão na presença de campos elétricos. Neste capítulo, vamos estudar o comportamento das cargas quando se movem em circuitos elétricos. Vamos começar nosso estudo definindo o conceito de corrente elétrica.

A corrente elétrica

No estudo da eletrização, já havíamos visto que, nos condutores, tais como os metais (cobre, o alumínio, o ferro, o ouro, a platina etc.), embora os átomos estejam fortemente ligados na estrutura, os elétrons da última camada atômica podem se mover livremente através de todo o metal. Chamamos de corrente elétrica ao movimento ordenado de cargas em um condutor.

Como fazer as cargas se movimentarem em um condutor

Se o condutor for submetido a uma diferença de potencial entre suas extremidades, ele ficará sujeito à ação de um campo elétrico. As cargas livres do condutor, interagindo com o campo, poderão mover-se sob a ação desse campo. Essa diferença de potencial pode ser obtida por meio de uma bateria, como a dos automóveis, ou por uma pilha comum de lanterna, ligada às extremidades do condutor, como na figura a seguir.

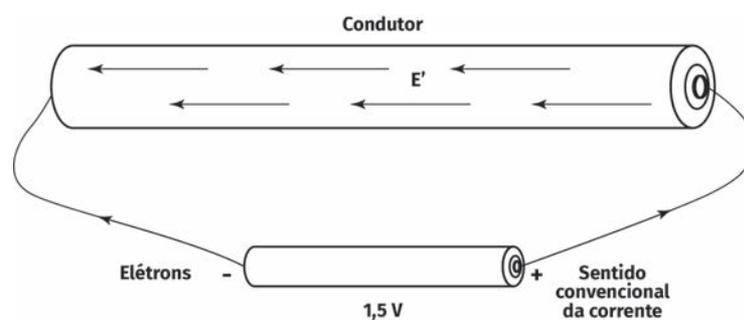


Figura 6.1

A pilha estabelece uma diferença de potencial constante entre as extremidades do condutor e, assim, aparece um campo elétrico que faz com que seja exercida uma força sobre as cargas elétricas no seu interior.

A convenção de sinais

Nos condutores sólidos, como os metais, são os elétrons que se movimentam (cargas negativas), mas, por convenção, tomamos o sentido da corrente elétrica como sendo o do movimento contrário ao movimento dos elétrons. Isso nos facilitará um pouco na resolução de problemas de circuitos elétricos. Em algumas soluções líquidas, como nas soluções ácidas ou alcalinas das baterias utilizadas em automóveis, além dos elétrons, os íons positivos e negativos também podem se movimentar, cada um para um lado. É importante notar a convenção utilizada universalmente:

// atenção

Por convenção, o sentido da corrente elétrica é o do movimento que teria as cargas positivas dentro de um condutor.

A intensidade de corrente elétrica (I)

Chamamos de *intensidade de corrente elétrica* à quantidade de cargas que passa pelo condutor, por unidade de tempo. Quanto mais cargas passarem, tanto maior será a intensidade de corrente elétrica. Designando a intensidade de corrente elétrica pela letra I , podemos escrever em linguagem matemática:

$$I = \frac{q}{t}$$

- I é a intensidade de corrente elétrica;
- q é a quantidade de carga que passa pela seção reta do condutor;
- t é o tempo.

No Sistema Internacional de Unidades, a carga é medida em Coulomb, e o tempo, em segundos. Assim, a unidade de intensidade de corrente elétrica será dada por coulomb/segundo. Essa unidade recebe o nome de *ampère* e é representada pela letra A . Em termos de unidades de medida, temos:

Unidade de corrente elétrica =

$$[I] = \left[\frac{q}{t} \right] = \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}} = \text{Ampère (A)}$$

A corrente contínua (CC) e a corrente alternada (CA)

As baterias de automóveis, de telefones celulares, assim como as pilhas comuns de lanterna fornecem uma corrente contínua. As cargas movimentam-se sempre no mesmo sentido. A corrente fornecida pelas usinas hidrelétricas, termoeletricas, ou atômicas que abastecem de energia as nossas casas, é alternada. As cargas livres se movimentam ora num sentido, ora em outro sentido, dentro do condutor.

Observação: nos aparelhos elétricos ou eletrônicos, é muito comum encontrarmos as siglas em inglês para as correntes:

- DC (do inglês *direct current*) “corrente direta”, no lugar de corrente contínua (CC);
- AC (do inglês *alternating current*), no lugar de corrente alternada (CA).

Atividade

1. Exercite seu aprendizado sobre o que estudou até aqui, resolvendo as questões a seguir: (*Anote as respostas em seu caderno.*)

- a) Calcule a intensidade de corrente elétrica em um condutor por onde passam 620C, em 124 segundos;
- b) Lembrando que 1 Coulomb corresponde à carga de $6,25 \times 10^{18}$ cargas elementares, calcule quantos elétrons passam, por segundo, em um condutor que está conduzindo uma corrente de 2 A;
- c) Como denominamos as correntes que se movimentam num mesmo sentido e as correntes que andam ora num, ora noutro sentido, respectivamente?
- d) O que é necessário fazer nas extremidades de um condutor, para que seja estabelecida uma corrente elétrica?

Condutores e resistores

Nos *condutores*, como vimos anteriormente, as cargas podem movimentar-se livremente. Bons condutores não apresentam quase nenhuma resistência à passagem da corrente. Se ligarmos um fio condutor diretamente aos terminais de uma bateria, ou de uma pilha, isso constituirá um curto-circuito. A corrente será muitíssimo alta e o resultado será um aquecimento muito grande do fio, de modo que ele normalmente derrete, podendo provocar até um incêndio.

Os *resistores* são dispositivos construídos especialmente para resistirem à passagem da corrente elétrica. Nos circuitos eletrônicos, em geral, são utilizados, principalmente, com as finalidades de controlar a intensidade de corrente, ou produzir uma queda de tensão entre dois pontos de um circuito. Nas nossas residências, são muito utilizados para aquecimento, como nos chuveiros, aquecedores de ambiente, de caixas d'água (*boilers*) e no ferro de passar roupas.

Os resistores vendidos nas casas de material eletrônico são, normalmente, construídos com um pequeno cilindro de cerâmica, envolto por um material resistivo, à base de carbono. Em suas extremidades, eles têm fios condutores para fazermos a ligação ao circuito. Esses resistores têm a aparência mostrada na figura a seguir. Um código de cores, pintado sobre eles, indica o valor da resistência.

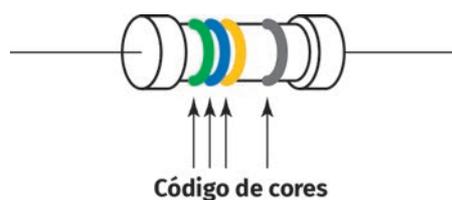


Figura 6.2

As lâmpadas incandescentes

As lâmpadas incandescentes possuem um filamento, consistindo em um fio bem fino de tungstênio, enrolado sob a forma de uma molinha que, quando ligados, oferecem grande resistência à passagem da corrente elétrica e se aquecem tanto (acima de 1.000°C), que, além de calor, emitem também energia sob a forma de luz.

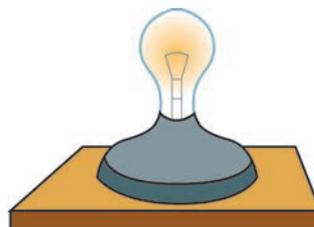


Figura 6.3

Os filamentos devem ser mantidos num recipiente com vácuo, posto que a tais temperaturas o oxigênio do ar reage com o filamento

de tungstênio “queimando-o”, instantaneamente. Essas lâmpadas, amplamente utilizadas até poucos anos atrás, estão caindo em desuso por serem ineficientes, já que geram muita energia térmica, além de energia luminosa. Nas lâmpadas modernas, “halógenas”, o filamento é envolto em um gás halógeno de modo a proteger o filamento da “queima”, além de ser um filamento que emite mais energia luminosa. As lâmpadas de partida rápida e as de LED (*diodo emissor de luz*, do inglês *light emission diode*) são muito mais econômicas, em relação às de tungstênio.

>> saiba mais

Assista ao vídeo “LED, fluorescente ou halógena?”, do canal Manual do Mundo, no qual é feito o teste e a comparação entre cada uma dessas lâmpadas. Acesse o link: <https://www.youtube.com/watch?v=qtsYcq-u3J0>.

Os chuveiros elétricos

Nos chuveiros (assim como nos ferros de passar roupa), a resistência é utilizada apenas com a finalidade de aquecer.

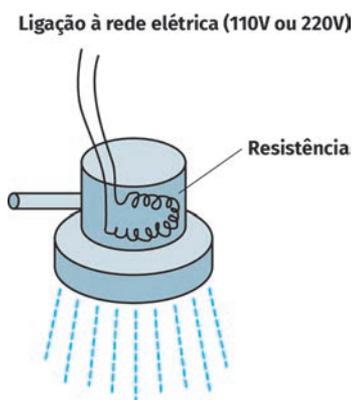


Figura 6.4

A Lei de Ohm

Estudando a passagem da corrente elétrica em vários tipos de materiais que oferecem alguma resistência, o físico e matemático George Simon Ohm (Eriangen - Alemanha, 1787–1854) verificou a dependência entre a ddp aplicada aos terminais de um resistor e a corrente que o atravessa, enunciando o princípio que hoje chamamos de *Lei de Ohm*:

// atenção

Para uma mesma temperatura, a diferença de potencial entre os terminais do resistor é proporcional à intensidade de corrente elétrica.

Matematicamente, escrevemos:

$V \propto I$ (a ddp é proporcional à corrente),

ou $V = R \cdot I$,

onde a constante de proporcionalidade, R , é a *resistência*. Ela nos indica o quanto o material dos quais são feitos os resistores resistem à passagem da corrente elétrica.

Hoje em dia, em homenagem a Ohm, esses resistores são chamados de *resistores ôhmicos*.



Figura 6.5: Georg Simon Ohm. Físico e matemático alemão que desenvolveu a teoria que culminou no que hoje é conhecido como *Lei de Ohm*. Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Simon_Ohm#/media/Ficheiro:Ohm3.gif

Unidade S.I. de medida de resistência

Como $V = R \cdot I$, podemos escrever $R = V/I$. Sabemos que, no S.I., a ddp (V) é medida em volts e a corrente (I), em ampêres. A unidade de resistência será, então, V/A . A essa unidade chamamos de *ohms*, e a identificamos pela letra grega ômega maiúscula (Ω).

Assim, temos: $1\Omega = \frac{1V}{1A}$.

Atividade

2. Teste novamente seu conhecimento resolvendo as questões a seguir: (Anote as respostas em seu caderno.)

- Calcule a corrente que passa em um resistor de $4\ \Omega$ quando submetido a uma ddp de 12 volts.
- Que ddp devemos aplicar nos terminais de um resistor de $20\ \Omega$ para que se estabeleça uma corrente de 5 A?
- Para que são utilizados os resistores?

Resistência e resistividade

Nos diversos materiais, a resistência elétrica depende não apenas do material de que é feito o resistor, mas também de suas dimensões. Mesmo os materiais ditos condutores, como os fios de cobre, oferecem uma resistência à passagem da corrente, principalmente se forem muito finos ou muito compridos. De um modo geral, a resistência depende principalmente:

- do material;
- da temperatura;
- do comprimento (L);
- da área da seção reta (S).

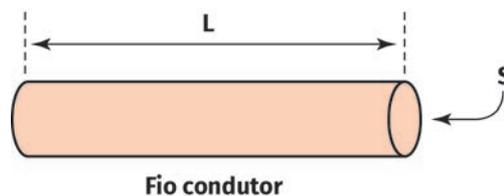


Figura 6.5

// atenção

Para uma dada temperatura, a resistência é diretamente proporcional ao comprimento (L) e inversamente proporcional à área de seção reta (S).

Matematicamente, escrevemos:

$$R \propto \frac{L}{S} \quad (R \text{ é proporcional a } L \text{ e inversamente proporcional a } S),$$

$$\text{ou} \quad R = \rho \cdot \frac{L}{S},$$

onde ρ (a letra grega “rô”) é a constante de proporcionalidade, sendo uma característica de cada material e sendo chamada de *resistividade*.

$$\text{Temos que: } R = \rho \frac{L}{S} \Rightarrow \rho = R \frac{L}{S}.$$

Em termos de unidades S.I., temos:

$$[\rho] = [R] \frac{[L]}{[S]} = \Omega \frac{m^2}{m} = \Omega \cdot m.$$

Observe que, quanto mais fino e comprido, maior será a resistência oferecida por um fio. Para a instalação de um chuveiro, por exemplo, que consome muita energia, e a corrente elétrica seja alta, devemos colocar um fio mais grosso do que o utilizado para acender uma lâmpada. Do mesmo modo, quando temos que levar a corrente elétrica a uma grande distância, também devemos colocar um fio mais grosso, para diminuirmos as perdas.

Na tabela a seguir, temos o valor da resistividade de alguns materiais conhecidos.

Tabela 6.1

Material	Resistividade em Ohm . m e a 20° C
Prata	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Alumínio	$2,8 \cdot 10^{-8}$
Tungstênio	$5,6 \cdot 10^{-8}$
Carbono	$3,5 \cdot 10^{-5}$

Veja que a resistividade do cobre é bem pequena, por isso, a maioria dos fios que utilizamos é feita desse material. A resistividade da prata é um pouco menor que a do cobre, só que a prata é muito mais cara. Veja também que a resistividade do carbono é cerca

de 1.000 vezes maior do que a dos outros materiais (olhe para as potências de 10), por isso, o carbono é utilizado na fabricação de certos tipos de resistores.

Situação 1: os fios para uso residencial são normalmente vendidos em rolos de 20, 50 e 100 metros. Vamos calcular as resistências de um fio de cobre (Cu, do latim *cuprum*) e de um fio de alumínio (Al), ambos com 100 m de comprimento, e com 3 cm² de área de seção reta.

Solução:

Da tabela anterior temos:

- resistividade do cobre = $\rho_{Cu} = 1,7 \times 10^{-8}$;
- resistividade do alumínio = $\rho_{Al} = 2,8 \times 10^{-8}$.

Passando a área de seção reta para o S.I.:

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow 1 \text{ cm}^2 = (10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-4} \text{ m}^2.$$

$$\text{Logo } 3,0 \text{ cm}^2 = 3,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ (no S.I.)}$$

Sabemos que $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$, assim teremos:

Para o cobre:

$$R_{\text{cobre}} = 1,7 \times 10^{-8} \times \frac{100}{3 \times 10^{-4}},$$

$$\text{ou } R_{\text{cobre}} = \frac{1,7}{3} \times 10^{-8} \times 10^2 \times 10^{+4}.$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} R_{\text{cobre}} &= 0,57 \times 10^{-8+2+4} \\ &\cong 0,57 \times 10^{-2} \cong 5,7 \times 10^{-3} \Omega. \end{aligned}$$

Analogamente, para o alumínio:

$$\begin{aligned} R_{\text{alumínio}} &= 2,8 \times 10^{-8} \times \frac{100}{3 \times 10^{-4}} \\ &\cong 0,93 \times 10^{-2} \cong 9,3 \times 10^{-3} \Omega. \end{aligned}$$

Veja que a resistência do alumínio é um pouco maior que a do cobre, mas ambos são

bons condutores, pois mesmo com 100 m de comprimento suas resistências são bem pequenas.

Resumo

Nesta unidade, estudamos a corrente elétrica, os resistores e suas características, e a lei de Ohm.

Definimos a intensidade de corrente elétrica (I):

$$I = \frac{q}{t}$$

onde:

- I é a intensidade de corrente elétrica;
- q é a quantidade de carga que passa pela seção reta do condutor;
- t é o tempo.

Em termos de unidades S.I., temos:

$$[I] = \left[\frac{q}{t} \right] = \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}} = \text{Ampère (A)}.$$

Estudamos a Lei de Ohm:

Para uma mesma temperatura, a diferença de potencial entre os terminais do resistor é proporcional à intensidade de corrente elétrica.

Matematicamente, escrevemos: $V = R \cdot I$ (a chamada “lei de Ohm”), onde a constante de proporcionalidade, R , é a *resistência*. Ela nos indica o quanto os átomos dos quais é feito o material do resistor, resistem à passagem da corrente elétrica.

Vimos a unidade S.I. de medida de resistência (o Ohm):

Temos que $V = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{V}{I}$.

Em termos de unidades S.I., escrevemos:

$$[R] = \frac{[1V]}{[1A]} = 1\Omega.$$

Vimos também a resistividade, ou seja, que para um determinado material temos:

Para uma dada temperatura, a resistência é diretamente proporcional ao comprimento (L) e inversamente proporcional à área de seção reta (S).

Matematicamente, escrevemos: $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$

onde ρ é a resistividade do material a uma dada temperatura, e a unidade S.I. de ρ é

$$[\rho] = [R] \frac{[L]}{[S]} = \Omega \frac{m^2}{m} = \Omega \cdot m.$$

lá na plataforma

Na Unidade 6 do Volume 2, em nosso ambiente virtual, no tema A Corrente Elétrica, os resistores e a Lei de Ohm, siga as orientações para o desenvolvimento da atividade proposta. Acesse por meio do ambiente objetos de aprendizagem de simulação computacional, [https://phet.colorado.edu/pt_BR/] da Universidade de Boulder Colorado.

Perceba como a atividade/recurso dialoga diretamente com o tema de nossa aula.

Exercícios

lá na plataforma

Informação complementar: na Unidade 6 do volume 2, em nosso ambiente virtual, no tema A Corrente Elétrica, os resistores e a Lei de Ohm, siga as orientações pedagógicas de suporte à resolução dos exercícios propostos a seguir, que foram pré-gravadas em áudio no formato [mp4].

1. Deseja-se construir uma resistência de $0,7 \Omega$ com um fio de carbono, cuja área de seção de reta é $0,1 \text{ cm}^2$. Calcule o comprimento que deverá ter o fio, sabendo que a resistividade do carbono é de $3,5 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$ (à temperatura ambiente).

Dica: lembre-se de que $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$; então, $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$; logo, $0,1 \text{ cm}^2 = 10^{-5} \text{ m}^2$. Aplique a equação $R = \rho \cdot L/S$.

2. (PUC-SP) A corrente elétrica através de um fio metálico é constituída pelo movimento de:

- cargas positivas no sentido da corrente.
- cargas positivas no sentido oposto ao da corrente.
- elétrons livres no sentido oposto ao da corrente.
- íons positivos e negativos.
- nenhuma resposta é satisfatória.

Respostas da unidade

1.

- $I = q/t = 620/124 = 5 \text{ A}$
- $I = q/t$, logo $q = I \cdot t = 2(\text{A}) \cdot 1(\text{s}) = 2\text{C}$.

Temos que 1 C corresponde a $6,28 \times 10^{28}$ elétrons e 2 C corresponderá a x elétrons.

Assim, $x = 2 \times 6,28 \cdot 10^{28} \approx 12,5 \times 10^{28}$ elétrons.

- Corrente contínua e corrente alternada.
- Precisamos estabelecer uma diferença de potencial entre as extremidades.

2.

- $V = R \cdot I$, logo $I = V/R = 12/4 = 3\text{A}$.
- $V = R \cdot I = 20 \times 5 = 100 \text{ V}$.
- Para aquecimento, como no chuveiro e no ferro de passar roupas, e para estabelecer uma queda de potencial ou para controlar a corrente elétrica em circuitos eletrônicos.

Exercícios

1. $L = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$.

2. c

Circuitos elétricos

07

meta

Introduzir os principais elementos dos circuitos elétricos, caracterizar as ligações de circuitos em série e em paralelo e a forma de ligação dos diversos elementos.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- resolver exercícios envolvendo circuitos elétricos em série e em paralelo;
- reconhecer as formas corretas de ligação de geradores, lâmpadas, fusíveis, amperímetros e voltímetros.

Introdução

Quando fazemos a ligação de geradores a resistências e a aparelhos elétricos por meio de fios condutores de modo a permitir que a corrente circule por eles, formamos o que chamamos de *circuitos elétricos*. Nesta unidade, vamos estudar alguns tipos de circuitos e as características dos principais elementos que normalmente fazem parte deles.

Principais elementos de um circuito elétrico e seus símbolos

Um *fio condutor* é representado simplesmente por uma linha. Ele serve para ligar dois elementos do circuito:



Figura 7.1

Um *resistor* é utilizado normalmente para diminuir a corrente, produzir uma queda de potencial entre dois pontos de um circuito, ou para aquecer (como, por exemplo nos casos do chuveiro elétrico, do ferro de passar roupas e do ferro de solda). Seu símbolo é:



Figura 7.2

O *gerador de corrente contínua* normalmente é constituído de uma pilha, ou bateria, como as pilhas comuns de lanterna, ou as

baterias de nossos celulares, e fornece uma ddp entre dois pontos de um circuito. Seus símbolos estão representados a seguir.

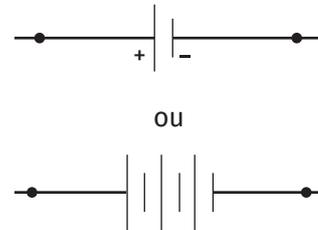


Figura 7.3

Por convenção, o lado que tem o traço maior é positivo e o lado com o traço menor é negativo.

As *chaves*, ou “interruptores” são utilizados para ligar ou desligar um aparelho, ou uma parte do circuito. É comum designar uma chave pela letra S. As chaves são representadas, de um lado, por uma seta e, do outro, por uma bolinha.



Figura 7.4

Os *fusíveis* são feitos normalmente de uma liga metálica que se funde, interrompendo o circuito quando a corrente ultrapassa um determinado valor, não mais permitindo a passagem de corrente e protegendo o circuito. Esse tipo de fusível é muito utilizado nos automóveis em geral.

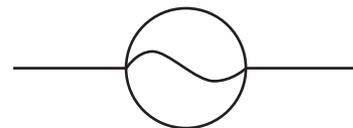


Figura 7.5

Modernamente, para a proteção de circuitos elétricos, tanto em estabelecimentos residenciais quanto comerciais, são utilizados *disjuntores*, que são aparelhos feitos para desligar um circuito ou parte de um circuito, sempre que a corrente elétrica que o atravessa atingir um valor pré-estabelecido. Os mais comuns para uso residencial são os de 10 A, 20 A, 32 A, 40 A, 45 A e 50 A.

Os disjuntores desligam o circuito quando a corrente atinge os valores nominais da corrente elétrica (medidas em ampères).

O *voltímetro* é o aparelho utilizado para medir a ddp (ou a voltagem) entre dois pontos de um circuito. Seu símbolo é:



Figura 7.6

O *amperímetro* é o aparelho utilizado para medir a corrente elétrica que atravessa um ramo do circuito. Seu símbolo é:

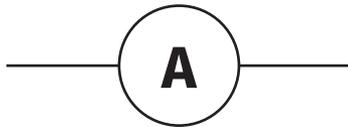


Figura 7.7

Associação de resistores

Na maioria dos circuitos, são utilizados vários resistores. Eles podem ser combinados

de modo a se obter uma desejada resistência. Vamos ver de que maneira podemos associar os resistores e calcular a resistência equivalente da ligação.

Associação em série

Na associação em série, os resistores são ligados uns seguidos dos outros, conforme ilustrado na figura a seguir. A *corrente elétrica é a mesma em todos eles*, mas as diferenças de potencial (ddp) em seus terminais são diferentes. Em cada um dos resistores, a ddp vale, segundo a lei de Ohm, $V = R \cdot I$, isto é, no caso do exemplo, teremos $V_{AB} = R_1 \cdot I$; $V_{BC} = R_2 \cdot I$ e $V_{CD} = R_3 \cdot I$. A resistência equivalente (R_{eq}) é uma resistência que, sozinha, substitui todas as outras.

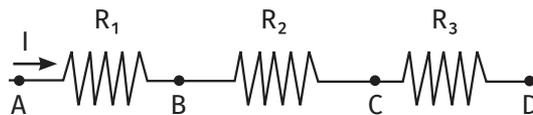


Figura 7.8

Note que na ligação em série, conforme ilustrado na figura acima, a corrente que sai em D tem que ser a mesma que entra em A. Para demonstrarmos como é feito o cálculo da resistência equivalente em uma associação em série, precisamos ter em mente a chamada *lei da conservação da carga elétrica*. Podemos enunciar a lei do seguinte modo:

A carga não pode ser criada nem destruída ao passar por resistores ou outros aparelhos de um circuito.

Cálculo da resistência equivalente no circuito em série.

A ddp entre os pontos A e D é dada por:

$$V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD}$$

Aplicando a lei de Ohm em cada resistência teremos:

$$V_{AD} = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I$$

Colocando-se a intensidade de corrente (I) em evidência:

$$V_{AD} = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I \quad (\text{eq. 1})$$

Aplicando a lei de Ohm ao circuito como um todo, escrevermos:

$$V_{AD} = R_{eq} \cdot I \quad (\text{eq. 2})$$

Comparando as equações (1) e (2) vemos que:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Note que o mesmo raciocínio pode ser estendido para os casos com mais de três resistores em série.

Associação em paralelo

Na ilustração a seguir, vemos a associação de três resistores em paralelo. Chamamos de nó ao ponto de encontro da ligação de vários elementos do circuito.

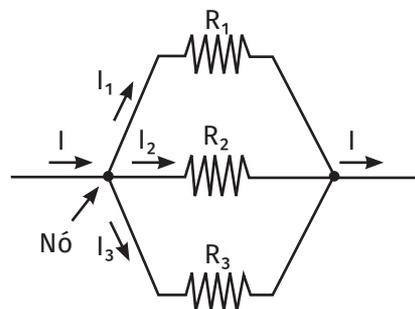


Figura 7.9

A Lei dos nós

A “lei dos nós” é uma implicação direta da lei da conservação da carga e nos diz que:

Em um nó a corrente total que chega tem que ser igual à soma das correntes que saem.

Cálculo da resistência equivalente nos circuitos em paralelo.

Na associação em paralelo, a corrente será diferente em cada resistor, mas a ddp é comum a todas elas e podemos, também, escrever:

$$V_{AB} = (R_{eq}) \cdot I \quad \text{onde} \quad I = \frac{1}{R_{eq}} V_{AB} \quad (\text{eq. 1})$$

Nesse caso, temos: $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$ (eq. 2) (a lei dos nós)

Aplicando a lei de Ohm em cada resistor podemos escrever:

$$V_{AB} = R_1 \cdot I_1, \text{ onde } I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1}$$

$$V_{AB} = R_2 \cdot I_2, \text{ onde } I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2}$$

$$V_{AB} = R_3 \cdot I_3, \text{ onde } I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3}$$

Assim, teremos:

$$I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3}$$

Usando (2) e colocando V_{AB} em evidência, teremos:

$$I = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V_{AB}$$

Comparando as equações (1) e (2), vemos que:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

E o mesmo raciocínio pode ser estendido para o caso de mais do que três resistores em paralelo.

Situação 1: no circuito esquematizado a seguir, pede-se calcular:

- a resistência equivalente;
- a corrente que passa em cada resistor.

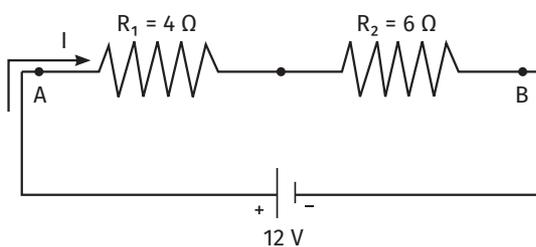


Figura 7.10

Solução:

- cálculo da resistência equivalente;

O circuito é em série. Logo, a resistência equivalente é dada por: $R_{eq} = R_1 + R_2 = 4 + 6 = 10 \Omega$.

Portanto, o circuito acima pode ser substituído pelo seu *circuito equivalente*, ilustrado a seguir.

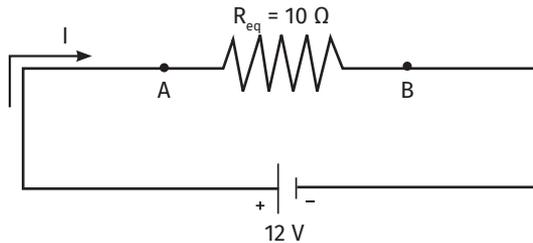


Figura 7.11

- cálculo da corrente.

Nesse caso, a corrente é a mesma nos dois resistores e pode ser calculada aplicando-se a lei de Ohm no circuito equivalente.

$$V_{AB} = (R_{eq}) \cdot I, \text{ onde } I = \frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ A.}$$

Situação 2: no esquema da figura abaixo, os mesmos resistores de 4 e 6 ohms do exemplo anterior, estão agora ligados em paralelo.

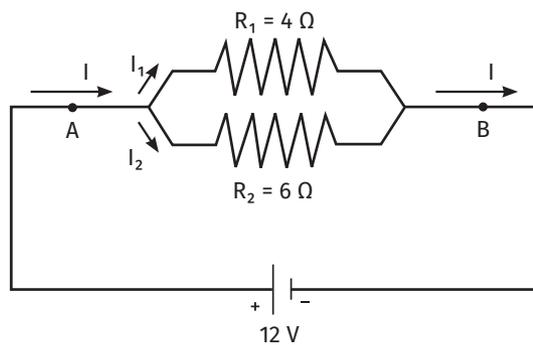


Figura 7.12

Vamos calcular:

- a resistência equivalente;
- a corrente que passa em cada resistor;

c) a corrente total no circuito.

Solução:

a) cálculo da resistência equivalente;

O circuito é em paralelo. Logo, a resistência equivalente será dada por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{6+4}{4 \times 6} = \frac{10}{24}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{24}{10} = 2,4 \Omega.$$

b) cálculo das correntes em cada resistor;

A ddp é a mesma nos dois resistores. Vamos aplicar a lei de Ohm em cada um deles:

$$V_{AB} = R_1 \cdot I_1, \text{ onde } I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{12}{4} = 3A$$

$$V_{AB} = R_2 \cdot I_2, \text{ onde } I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{12}{6} = 2A$$

Note que a corrente é maior na menor resistência e vice-versa.

c) cálculo da corrente total.

Utilizando a “lei dos nós”, teremos:

$$I = I_1 + I_2 = 3 + 2 = 5 A$$

Outro modo de calcular a corrente total: o circuito pode ser substituído pelo seu equivalente.

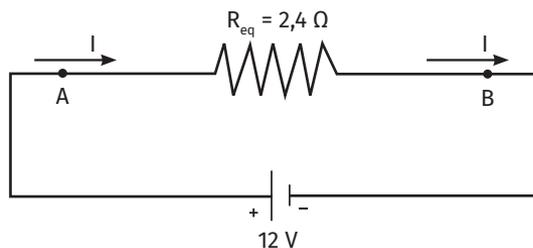


Figura 7.13

Aplicando-se a lei de Ohm:

$V_{AB} = (R_{eq}) \cdot I$, onde $I = \frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{12}{2,4} = 5A$, como vimos anteriormente.

Circuitos residenciais

Nas residências, as lâmpadas e aparelhos eletrodomésticos, como chuveiros, geladeiras, liquidificadores etc. estão ligados em paralelo. Todos estão submetidos à mesma ddp, com exceção do fusível (ou de um disjuntor), que deve ser ligado em série com o circuito, ou em série com cada aparelho. Desse modo, a corrente que vai passar pelos aparelhos passará também pelo fusível.

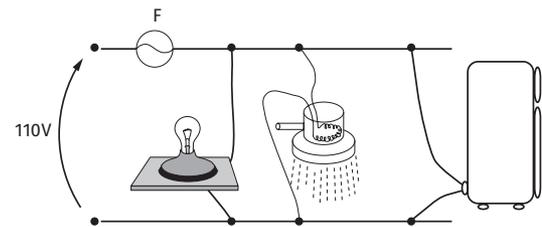


Figura 7.14

Note que, nas ligações em paralelo, quanto mais aparelhos, ou resistências ligadas tivermos, mais lugares existirão para a corrente passar e menor será a resistência equivalente. Se ligarmos muitos aparelhos e lâmpadas ao mesmo tempo, a corrente total poderá ser tão grande que sobrecarregará o circuito, queimando o fusível de proteção. Nesses casos, costuma-se dividir os circuitos: um para as lâmpadas, um para as tomadas e um, também separado, para cada chuveiro elétrico; cada circuito com o seu disjuntor apropriado.

A potência e a energia elétrica

As lâmpadas e os aparelhos eletrodomésticos não consomem corrente nem carga, mas sim, *energia elétrica*. Nas especificações dos eletrodomésticos aparece sempre a *potência consumida* e a *voltagem a ser aplicada*.

A potência nos dá uma indicação da energia que o aparelho consome por unidade de tempo. A *tensão e a potência indicada nos aparelhos são ditas tensão e potência nominais*. Vamos nos lembrar dos estudos da mecânica, a definição de potência e sua unidade de medida:

$$\text{Potência} = \frac{\text{Energia (ou trabalho)}}{\text{unidade de tempo}} \text{ ou } P_{ot} = \frac{E}{t}$$

Unidades de medida da potência e de energia elétrica:

$P_{ot} = \frac{E}{t}$. Em termos de unidades de medida,

$$[P_{ot}] = \frac{[E]}{[t]} = \frac{\text{Joule}}{\text{segundo}} = \text{Watt}.$$

Como $E_{\text{energia}} = P_{ot} \times t$, podemos usar a unidade de energia como Watt \times segundo (W . s), onde: 1 W . s = 1 Joule.

Uma unidade prática de energia, utilizada pelas companhias de eletricidade é o Watt \times hora (Wh) ou seu múltiplo, o quilowatt-hora (KWh). Assim sendo, em nossas residências, a demanda de potência é medida em KW, e o consumo de energia é medido em KWh.

A seguir, veja as potências características de alguns aparelhos e equipamentos comuns nas residências:

Tabela 7.1

Aparelho	Potência em Watts
Lâmpadas	15; 20; 40; 60; 100
Micronondas	1450
Televisores	50 a 150
Liquidificador e Processadores	200 a 300
Geladeiras	250 a 500
Ferros de passar	1200
Chuveiros	4.000 a 6.500

Se você multiplicar a potência pelo número de horas que o aparelho foi utilizado no mês, você terá a energia mensal consumida. Multiplicando pelo preço do KWh, terá o valor a ser pago!

Nos dias de hoje, o custo da energia é muito elevado. Devemos economizar energia observando o consumo nos próprios aparelhos que são postos à venda, o que é costumeiramente divulgado pelo INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia), numa etiqueta colada aos aparelhos. Devemos também economizar no uso, principalmente, do ferro de passar roupas, do ar-condicionado e dos chuveiros elétricos, grandes vilões gastadores de energia, além de não deixar lâmpadas ligadas desnecessariamente.

Situação 3: calcular o *consumo* e o *custo mensal* de energia gasto em um chuveiro elétrico de 5.400 W (na posição de inverno), sabendo que ele é utilizado uma hora e meia por dia pelos moradores de uma residência. Dado: Suponha que o custo aproximado do kWh de energia seja de R\$ 0,62.

Solução:

O consumo:

Temos: $P_{ot} = 5.400 \text{ W} = 5,4 \text{ kW}$ e tempo de utilização $t = 1,5 \text{ h}$ (por dia).

Como $P_{ot} = \frac{E}{t}$, teremos para a energia consumida:

$E = P_{ot} \cdot t = 5,4 \text{ (kW)} \times 1,5 \text{ (h)} = 8,1 \text{ kWh}$ (gasto por dia).

Em um mês temos aproximadamente 30 dias, logo:

$E = 8,1 \text{ (kWh)} \times 30 = 243 \text{ kWh}$ (por mês).

O custo mensal:

O kWh custa R\$ 0,62.

Como foram gastos 243 kWh o custo mensal será:

$\text{Custo} = 243 \text{ (kWh)} \times 0,62 \text{ (Reais/kWh)} = 150,66 \text{ Reais}$ (por mês).

Atividade

Tente você! As geladeiras têm dispositivos que ligam e desligam o compressor quando a temperatura interna chega no ponto desejado. Imagine que uma geladeira com 400 W de potência fique metade do tempo ligada e metade do tempo desligada. Qual seria o consumo de energia e seu custo mensal? Suponha que o custo do kWh é de R\$ 0,62.

O voltímetro e o amperímetro

O *voltímetro* é um aparelho que, conforme o próprio nome indica, mede a “voltagem”, isto é, a ddp entre dois pontos do circuito. Para que não se altere a ddp a ser medida, ele não pode “roubar” corrente do circuito, por isso, os voltímetros devem ter uma grande resistência interna.

Num voltímetro ideal, a resistência interna é infinita e sua ligação é em paralelo.

O *amperímetro* mede a corrente elétrica que atravessa o circuito e, assim, *deve ser ligado em série* com o circuito, no trecho que desejamos medir a corrente.

Para que o amperímetro não modifique a corrente a ser medida, ele deve ter uma resistência interna muito pequena.

Na figura acima, o amperímetro mede a corrente total que passará pelos dois resistores R_1 e R_2 , e o voltímetro medirá a ddp em seus terminais.

Num amperímetro ideal, a resistência interna é nula e ele deve ser ligado em série.

No circuito representado na figura a seguir, vemos uma possível ligação correta do voltímetro (em paralelo) e do amperímetro (em série).

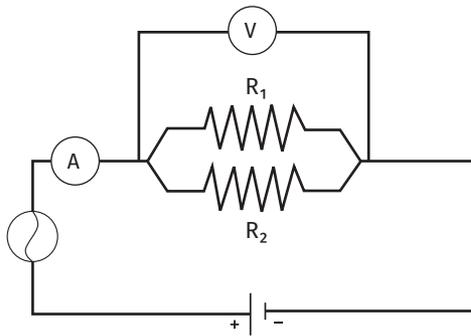


Figura 7.15

Nesse caso, o amperímetro está medindo a corrente total que passa pelos dois resistores e pela bateria. O voltímetro está medindo a diferença de potencial nos resistores. Essa ddp é a mesma nos terminais da bateria, já que o fusível e o amperímetro (ideal) não causam queda de tensão apreciável.

Os geradores e a força eletromotriz (fem.)

Os geradores são aparelhos que realizam trabalhos sobre as cargas, fazendo com que elas se desloquem pelo circuito (lembre-se que “trabalho” = “força × deslocamento”). Isto é, os geradores fornecem energia às cargas.

Denominamos de força eletromotriz à razão entre o trabalho que o gerador realiza sobre a carga e a carga que o atravessa.

Matematicamente, escrevemos:

$$\varepsilon = \frac{W}{q}$$

Designamos a força eletromotriz por *fem.*, ou por ε (a letra grega épsilon).

Os geradores reais, como as pilhas, baterias, ou o gerador de um automóvel, sempre têm uma resistência interna. Por isso a ddp nos terminais dos geradores é um pouco menor que a fem. produzida internamente. Existe uma queda de tensão $V = r \cdot I$, onde r é a resistência interna do gerador e I a corrente que o atravessa. A ddp nos terminais de um gerador real deve então ser escrita:

$$V_{AB} = \varepsilon - r \cdot I$$

Onde:

- V_{AB} é a ddp nos terminais do gerador;
- ε é a força eletromotriz do gerador;
- r é a sua resistência interna;
- I é a corrente que o atravessa.

Situação 4: suponha que, no circuito representado na figura abaixo, a ddp nos terminais do gerador seja $V_{AB} = 12 \text{ V}$, que sua resistência interna seja $r = 1,0 \Omega$, e que o resistor R seja de $4,0 \Omega$. Vamos calcular a corrente no circuito e a fem. do gerador.

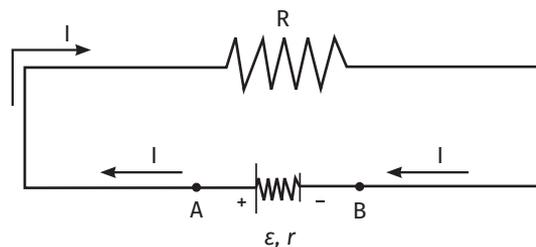


Figura 7.16

Solução:

Cálculo da corrente no circuito.

Aplicando-se a lei de Ohm no resistor, teremos:

$$V_{AB} = R \cdot I, \text{ onde } I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{12}{4,0} = 3,0 \text{ A.}$$

Cálculo da força eletromotriz do gerador:

Temos

$$V_{AB} = \varepsilon - r \cdot I \Rightarrow \varepsilon = V_{AB} + r \cdot I = 12 + 1,0 \times 3,0 = 15 \text{ V.}$$

A função do gerador

Analise com mais detalhes o circuito com o gerador. Veja que a corrente (convencional) caminha do polo positivo para o polo negativo, isto é, do potencial mais alto para o potencial mais baixo, como a água escorrendo por um cano, naturalmente descendo.

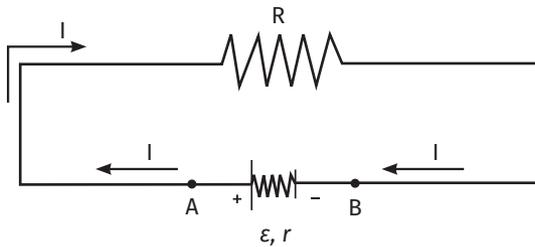


Figura 7.17

Agora repare o que acontece com a corrente, ao atravessar o gerador. Ela vai do potencial menor para o potencial maior (vai de B para A). Isso mesmo! *O gerador realiza trabalho* (fornece energia) sobre a carga, colocando-a num potencial (elétrico) mais alto. Esse é um trabalho análogo ao realizado por uma bomba d'água, quando joga água da cisterna para a caixa, elevando o potencial (gravitacional) da água.

Para ilustrar o exposto anteriormente, vamos ver um gráfico do potencial ao longo de um circuito, onde uma pilha comum é ligada a um resistor.

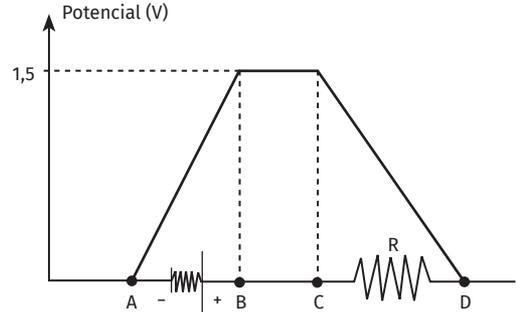


Figura 7.18

O potencial no fio à esquerda de A é nulo. Quando chega em A, o potencial é elevado pela fem. do gerador, até seu valor máximo. No trecho BC, ele permanece constante. Entre C e D, o resistor R consome energia e o potencial cai novamente a zero. A energia consumida no resistor se dissipa sobre a forma de calor.

Note que em um fio condutor, como no trecho BC do exemplo anterior, o potencial é sempre constante: é o mesmo em qualquer ponto. Isso ocorre porque nos condutores (ideais) não há resistência, não havendo queda de tensão.

O efeito Joule

Um dos principais efeitos da passagem de uma corrente elétrica ao atravessar um meio material é o seu aquecimento. Isso ocorre devido às inúmeras colisões dos elétrons com os átomos que constituem a estrutura do material. O Físico James Prescott Joule (Salford, Reino Unido, 1818 – 1889), dentre seus inúmeros estudos e experimentos sobre as transformações de energias em energia térmica, pôde estabelecer que *a energia*

térmica gerada pela passagem de uma corrente elétrica é diretamente proporcional ao produto do quadrado da corrente pelo tempo que ela leva passando pelo material. Matematicamente, podemos escrever:

$E \propto I^2 \cdot \Delta t$ (lembrar que o símbolo \propto significa proporcional a...)

Ou ainda: $E = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$ (a chamada lei de Joule)

Onde:

- E é a energia dissipada sob a forma de calor;
- R (a constante de proporcionalidade) é a resistência do meio material;
- I é a corrente elétrica que está passando;
- Δt o tempo gasto na passagem.

A potência dissipada pelo “efeito Joule”

Sabemos que a potência é, por definição, energia/unidade de tempo. Assim, com respeito à energia dissipada pelo efeito Joule visto acima, podemos escrever:

$$P_{ot} = \frac{E_{energia}}{\Delta t} = \frac{R \cdot I^2 \cdot \Delta t}{\Delta t}$$

Logo, $P_{ot} = R \cdot I^2$.

Ou ainda, lembrando a lei de Ohm, temos: $V = R \cdot I$ (eq. 1)

Escrevendo a expressão da potência na forma: $P_{ot} = R \cdot I^2 = R \cdot I \cdot I$ (eq. 2)

Substituindo (1) em (2), a potência pode ser escrita como: $P_{ot} = V \cdot I$

Situação 5: um chuveiro elétrico residencial, na posição de “inverno”, dissipa uma potência de 5.400 Watts ao ser ligado numa ddp

de 110 Volts. Pede-se calcular a corrente que a atravessa e a energia dissipada durante um “banho” de ½ hora.

Solução:

São dados: $P_{ot} = 5.400 \text{ W} = 5,4 \times 10^3 \text{ W}$, $ddp = V = 110 \text{ Volts} = 1,1 \times 10^2 \text{ V}$ e o tempo: $\Delta t = \frac{1}{2} \text{ h} = \frac{1}{2} \cdot 60 \text{ min} = \frac{1}{2} \cdot 60 \times 60 \text{ s} = \frac{3.600 \text{ s}}{2} = 1.800 \text{ s} = 1,8 \times 10^3 \text{ s}$ (passando para o S.I.).

Cálculo da corrente

$$P_{ot} = V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P_{ot}}{V} = \frac{5,4 \times 10^3}{1,1 \times 10^2} = \frac{5,4}{1,1} \times 10^{3-2} \cong 4,9 \times 10^1 = 49 \text{ A.}$$

Cálculo da Energia

Para calcularmos a energia dissipada por efeito Joule, precisamos da resistência R .

$$\text{Assim: } V = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{110(V)}{49(A)} \cong 2,2 \Omega.$$

A energia: $E = R \cdot I^2 \cdot \Delta t = 2,2 \times 49^2 \times 1,8 \times 10^3 = 9.507.960 \cong 9,5 \times 10^6$ joules.

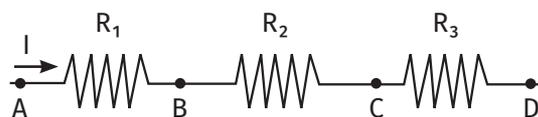
Resumo

Nesta unidade, estudamos os principais elementos dos circuitos e suas ligações, bem como a lei da conservação da carga elétrica e a associação de resistores:

- A lei da conservação da carga

A carga não pode ser criada nem destruída ao passar por resistores ou outros elementos de um circuito.

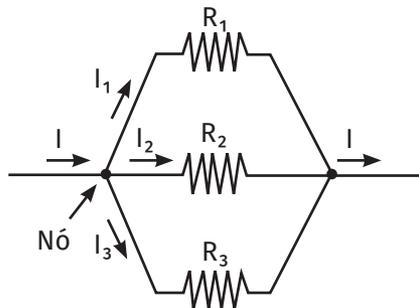
- A associação de resistores em série.



A resistência equivalente

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

- A associação de resistores em paralelo



A resistência equivalente

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

- A Lei dos nós

Em um nó a corrente total que chega tem que ser igual à soma das correntes que saem.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

(essa é a chamada “lei dos nós”)

- A potência e a energia elétrica

$$P_{ot} = \frac{E}{t}$$

$$[P_{ot}] = \frac{[E]}{[t]} = \frac{\text{Joule}}{\text{segundo}} = \text{Watt}.$$

- O voltímetro

Num voltímetro ideal a resistência interna é infinita e sua ligação é em paralelo.

- O amperímetro

Num amperímetro ideal a resistência interna é nula e ele deve ser ligado em série.

- Os geradores e a força eletromotriz

Denominamos de força eletromotriz à razão entre o trabalho que o gerador realiza sobre a carga e a carga que o atravessa.

Matematicamente, escrevemos:

$$\varepsilon = \tau/q$$

Designamos a força eletromotriz por *fem.* ou por ε (a letra grega épsilon).

- A ddp nos terminais de um gerador

$$V_{AB} = \varepsilon - r \cdot I$$

- O efeito Joule

Trata do aquecimento causado pela passagem de uma corrente elétrica por um meio material (uma resistência).

$$E = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

(também chamada “lei de Joule”)

- A potência dissipada pelo efeito Joule

$P_{ot} = R \cdot I^2$ que pode ser escrita como $P_{ot} = V \cdot I$ (tendo em vista a lei de Ohm: $V = R \cdot I$).

lá na plataforma

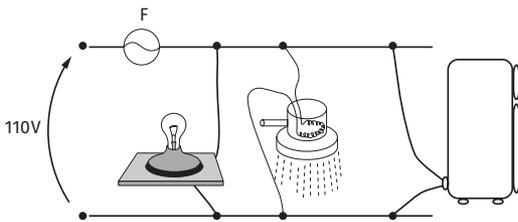
Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos para aprofundar o seu conhecimento sobre o tema Circuitos elétricos. Acesse na plataforma: objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis, também, exercícios e podcasts. Confira!

Exercícios

(Anotar as respostas em seu caderno.)

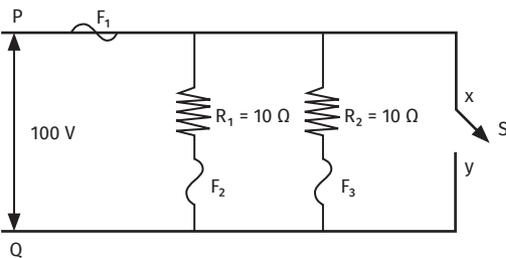
1. Uma bateria de fem. $6,0\text{ V}$ e resistência interna $2,0\ \Omega$ está ligada a um resistor de $10\ \Omega$. Determine a intensidade da corrente no circuito.

2. Suponha que, no circuito esquematizado abaixo, a potência nominal da lâmpada seja de 100 W , a do chuveiro 4.400 W e a da geladeira de 330 W . Todos estão ligados e submetidos à ddp residencial de 110 V , conforme indicado. Pede-se calcular:



- a corrente que atravessa cada aparelho;
- o valor mínimo do fusível para que não queime.

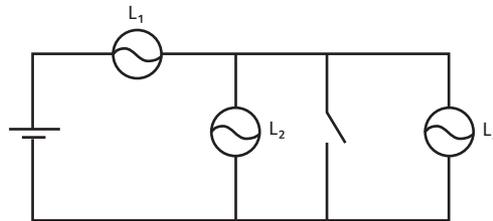
3. (UFF) No circuito esquematizado a seguir, F_1 , F_2 e F_3 são fusíveis para 20 A , R_1 e R_2 são resistores e S é uma chave. Estes elementos estão associados a uma bateria que estabelece uma diferença de potencial igual a 100 V entre os pontos P e Q .



Fechando-se a chave S , os pontos X e Y são ligados em curto-circuito. Nesta situação pode-se afirmar que:

- Apenas o fusível F_1 queimará
- Apenas o fusível F_2 queimará
- Apenas o fusível F_3 queimará
- Apenas os fusíveis F_2 e F_3 queimarão
- Os fusíveis F_1 , F_2 e F_3 queimarão

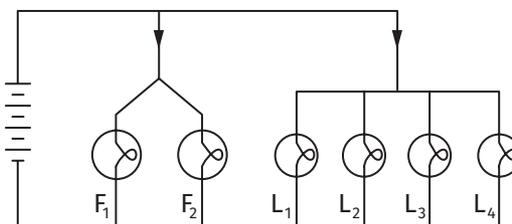
4. (UFF) Três lâmpadas, L_1 , L_2 e L_3 , são alimentadas por uma bateria, como mostra a figura a seguir.



As três lâmpadas estão acesas. Assinale a opção que indica o que acontece se a chave S é fechada:

- L_1 , L_2 e L_3 permanecem acesas
- L_1 e L_2 permanecem acesas, mas L_3 se apaga
- L_1 permanece acesa, mas L_2 e L_3 se apagam
- L_1 , L_2 e L_3 se apagam
- L_1 e L_3 se apagam, mas L_2 permanece acesa

5. (UFF) Um motorista acende os dois faróis (F_1 e F_2) e as quatro lanternas (L_1 , L_2 , L_3 e L_4) de um automóvel com o motor desligado. Todos os elementos estão ligados à bateria de 12 V , conforme ilustra o esquema a seguir.



Os valores nominais de potência e ddp das lâmpadas são, para os faróis, respectivamente, 40 W e 12 V, e, para as lanternas, 6,0 W e 12 V. Nessa situação, determine:

- intensidade da corrente total que atravessa a bateria;
- as intensidades das correntes que passam no farol F_1 e na lanterna L_1 ;
- a resistência do farol F_1 .

Respostas comentadas

Atividade

São dados: $P_{ot} = 400 \text{ W} = 0,4 \text{ kW}$ e $t = 12$ horas por dia (metade do tempo).

Energia elétrica gasta em um mês:

Sabemos que: $P_{ot} = \frac{E}{t}$ assim $E = P_{ot} \times t$

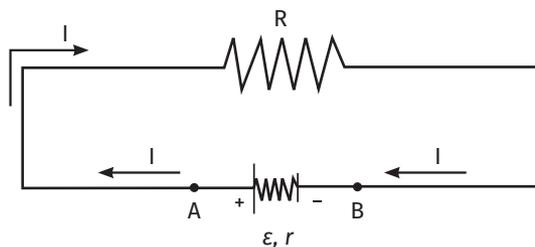
Em um mês teremos $E = 0,4(\text{kW}) \times 12\left(\frac{\text{horas}}{\text{dia}}\right) \times 30(\text{dias}) = 144 \text{ kWh}$.

O custo mensal:

Como kWh custa R\$ 0,62. E foram gastos 144 kWh o custo será: $144 (\text{kWh}) \times 0,62 (\text{Reais/kWh}) \approx 89 \text{ Reais}$ (por mês)

Exercícios

- O circuito descrito na questão é do tipo ilustrado abaixo.



Onde são dados: a “força eletromotriz”, $fem = \varepsilon = 6,0 \text{ V}$, a resistência interna $r = 2,0 \Omega$ e a resistência externa (que chamamos também de “carga”) $R = 10 \Omega$.

Como a bateria não é ideal, pois tem uma resistência interna, a ddp nos seus terminais será

$$V_{AB} = \varepsilon - r \cdot I$$

Ou

$$V_{AB} = 6,0 - 2,0 \cdot I \text{ (eq.1) esta é a mesma ddp na resistência R.}$$

Assim, pela lei de Ohm

$$V_{AB} = R \cdot I.$$

Ou, com $R = 10 \, \Omega$

$$V_{AB} = 10 \cdot I \text{ (eq.2)}$$

Igualando (eq.1) e (eq.2), obtemos $6,0 - 2,0 \cdot I = 10 \cdot I$

Ou ainda

$$6,0 = 10 \cdot I + 2,0 \cdot I = 12 \cdot I \Rightarrow I = \frac{6,0}{12} = 0,50 \text{ A.}$$

2.

a) Todos os aparelhos estão submetidos à mesma ddp de 110 Volts.

Para a lâmpada (L) teremos: $P_{ot} = V \cdot I_L \Rightarrow I_L = \frac{P_{ot}}{V} = \frac{100}{110} = 0,9 \text{ A.}$

Analogamente, para o chuveiro (C): $P_{ot} = V \cdot I_C \Rightarrow I_C = \frac{P_{ot}}{V} = \frac{4.400}{110} = 40 \text{ A.}$

Para a geladeira (G): $P_{ot} = V \cdot I_G \Rightarrow I_G = \frac{P_{ot}}{V} = \frac{330}{110} = 3,0 \text{ A.}$

b) Para que o fusível não queime, ele terá que aguentar no mínimo a corrente total no circuito. Como o circuito é em paralelo, a corrente total é a soma das correntes que passam em cada elemento do circuito:

$$I_{Total} = I_L + I_C + I_G = 0,9 + 40 + 3 = 43,9 \text{ A.}$$

3. Ao ligarmos em curto-circuito os pontos X e Y, toda a corrente passará pelo ramo externo do circuito, onde a resistência cai a zero e a corrente tende a infinito, queimando, certamente, o fusível F_1 . Nessa situação, nenhuma corrente passará nos outros ramos, onde estão F_2 e F_3 .

Resposta: a.

4. Pede-se o que acontece se a chave S é fechada:

Repare que, ao fecharmos a chave, os terminais de L_2 e L_3 ficarão no mesmo potencial, logo, não estarão submetidos a uma ddp. A ddp é nula, sendo assim, somente L_1 ficará submetida à ddp da bateria e ficará ligada.

Resposta: c.

5.

a) $P_{Total} = V \cdot I_{Total}$ (V é o mesmo para todos os elementos). Logo: $I_T = \frac{P_T}{V} = \frac{2 \times 40 + 4 \times 6}{12} \approx 8,7 \text{ A.}$

b) Para o farol: $P_F = V \cdot i_F \Rightarrow i_F = \frac{P_F}{V} = \frac{40}{12} = 3,3 \text{ A.}$

Para a lanterna: $P_L = V \cdot i_L \Rightarrow i_L = \frac{P_L}{V} = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ A}$

c) $V = R_F \cdot i_F \Rightarrow R_F = \frac{12}{3,3} \approx 3,6 \, \Omega.$

Hidrostática

08

meta

Estudar os fluidos em repouso, suas principais propriedades e os princípios que regem as condições de equilíbrio de um fluido.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- reconhecer os conceitos de massa específica, densidade e pressão, e aplicar esses conceitos na resolução de problemas de hidrostática;
- resolver problemas envolvendo os princípios de Pascal, de Stevin e de Arquimedes.

Introdução

Os líquidos e os gases são chamados, de um modo geral, de *fluidos*. A hidrostática é a parte da física que estuda o comportamento dos fluidos quando estão em repouso. Para começar nosso estudo, vamos primeiramente definir alguns conceitos muito importantes: o conceito de *pressão* e o de *densidade*.

A pressão

Uma experiência bastante simples que você pode realizar nesse exato momento para verificar (e sentir) o que chamamos de pressão é segurar um livro e um lápis, com a palma da mão.



Figura 8.1

Agora segure novamente o livro e o lápis, mas dessa vez colocando o lápis com a ponta voltada para a palma da mão e o livro na outra extremidade do lápis, deixando o livro se apoiar sobre ele. Faça você essa experiência.

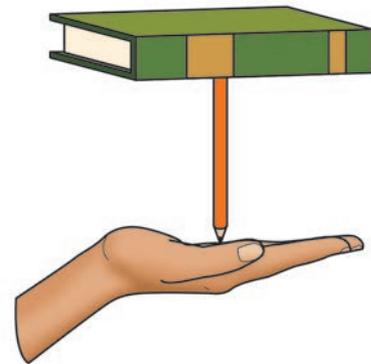


Figura 8.2

Sentiu a diferença? A força feita pela mão para segurar o livro e o lápis é a mesma nos dois casos, entretanto, ao equilibrar a mesma força com a ponta do lápis, o efeito sobre a mão é muito diferente. O conceito físico envolvido nessa experiência é o conceito de *pressão*. A pressão de uma força F , perpendicular a uma superfície, e distribuída igualmente sobre uma área A , é definida como a razão do *módulo da força* sobre o valor da *área* sobre a qual a força está distribuída.

Assim, para a pressão escrevemos:

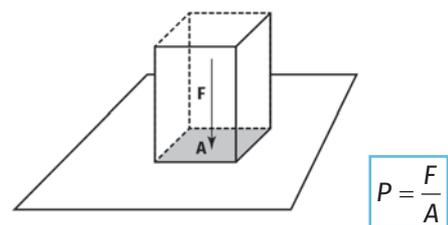


Figura 8.3

A unidade de pressão no Sistema Internacional é o newton/metro², também chamada *pascal*.

Assim: $1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$.

Situação 1: vamos supor que o bloco da figura anterior exerça uma força de 10 Newtons sobre a superfície, e que essa tenha uma

área de $2,5 \text{ cm}^2$. A pressão exercida será, então:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{10(N)}{2,5(\text{cm}^2)} = 4,0 \left(\frac{N}{\text{cm}^2} \right).$$

Isto é, em cada centímetro quadrado da superfície, atua uma força de 4 Newtons.

Para passar a unidade para o S.I., devemos lembrar que:

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow (1 \text{ cm})^2 = (10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-4} \text{ m}^2.$$

$$\text{Assim, } 2,5 \text{ cm}^2 = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2.$$

E a pressão medida no S.I. será:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{10(N)}{2,5(\text{cm}^2)} = \frac{10(N)}{2,5 \times 10^{-4} (\text{m}^2)}$$

$$= 4,0 \times 10^4 \left(\frac{N}{\text{m}^2} \right) \text{ (ou pascal } Pa).$$

No caso da nossa experiência com o livro apoiado no lápis, colocado de ponta sobre mão, como a área da superfície de contato é muito pequena (a ponta do lápis no caso), a pressão se torna muito grande. Vimos então que a pressão exercida por uma força depende não apenas da intensidade da força, mas também da área na qual a força está sendo aplicada. Esse é o motivo pelo qual nós afiamos uma faca para que ela corte melhor. Ao afirmos a faca, a superfície de contato com o objeto a ser cortado se torna tão pequena que a pressão fica muito grande. Se, por outro lado, desejarmos que a pressão exercida por uma força se torne menor, devemos arranjar um jeito para que a força seja aplicada em uma área maior. Por esse motivo as pessoas que moram em lugares onde neva usam uma espécie de “raquete” sob as botas para que os pés não afundem na neve fofa. Do mesmo modo ao

construirmos uma casa, usamos uma “sapata” mais larga sob as colunas, antes de levantar as vigas e as paredes.

A densidade absoluta (ou massa específica)

Vamos denominar a densidade pela letra grega ρ (rô). A densidade de um corpo é dada pela razão entre a massa do corpo (m) e seu volume (V), ou seja:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Dessa forma a unidade S.I. de densidade (ou massa específica) será:

$$[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Também é muito comum utilizarmos a unidade de densidade, no chamado sistema *cgs*, que utiliza como unidades das grandezas fundamentais:

- para o comprimento, o centímetro (*cm*);
- para a massa, a grama (*g*);
- para o tempo, o segundo (*s*).

Assim, no sistema *cgs* a unidade de pressão será:

$$[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Na natureza, os elementos têm densidades bastante diferentes. A tabela a seguir ilustra a densidade de alguns elementos bastante conhecidos.

Tabela 8.1

Elemento	Densidade em g/cm^3
Água	1,0
Gelo	0,92
Ar a 20° C e 1 atm	0,00121
Cortiça	0,24
Alumínio	2,7
Ferro	7,6
Chumbo	11,3
Mercúrio	13,6

A densidade da Terra

Uma interessante curiosidade sobre a densidade da Terra é que, embora a densidade média das rochas e pedras seja de aproximadamente $3 g/cm^3$, a densidade média da Terra é de $5,52 g/cm^3$, indicando que o núcleo de nosso planeta contém substâncias muito mais densas que as rochas da crosta terrestre. Na verdade, segundo as teorias mais recentes, a maior parte do núcleo terrestre consiste basicamente em ferro. A densidade do núcleo da Terra é de $9,5 g/cm^3$. No universo existem objetos com densidades elevadíssimas. A densidade de nosso Sol é da ordem de aproximadamente $1,5 g/cm^3$, e a densidade de um tipo de estrela chamada de “anã branca”, que será o estágio final do nosso Sol (daqui a bilhões de anos), é da ordem de $10^7 g/cm^3$, isto é, cerca de 10.000.000 vezes a densidade da água. Já

uma “estrela de nêutrons” tem densidade da ordem de $10^{15} g/cm^3$ (uma colher de chá “pesa” 1 bilhão de toneladas!).

O princípio fundamental da hidrostática

Você já deve ter reparado que ao mergulharmos num rio, num lago ou numa piscina, quanto mais fundo estamos, tanto maior é a pressão que sentimos, principalmente em nossos ouvidos. Para uma mesma profundidade, a pressão é a mesma, mas “para dois pontos situados em profundidades diferentes, em um líquido em equilíbrio, a pressão será diferente”.

A respeito desse fenômeno, o chamado *princípio de Stevin* estabelece que:

// atenção

“A diferença de pressão entre dois pontos dentro de um líquido em equilíbrio é igual ao produto da densidade do líquido pela aceleração da gravidade e pela diferença de profundidades entre esses pontos”.

Considere um líquido em equilíbrio em um recipiente, conforme a ilustração.

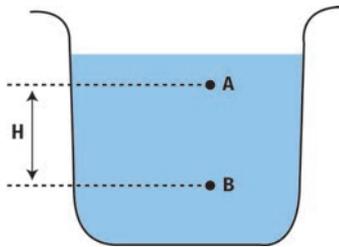


Figura 8.4

De acordo como princípio de Stevin, para dois pontos quaisquer A e B dentro de um líquido, temos:

$$P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot H$$

Onde:

- P_B é a pressão no ponto B;
- P_A é a pressão no ponto A;
- ρ é a densidade do líquido;
- g é a aceleração da gravidade local;
- H é a diferença entre as profundidades dos pontos A e B.

A pressão atmosférica

Embora a densidade do ar seja muito pequena, não é nula, e, portanto, o ar é atraído pela Terra, como qualquer outro corpo. Dessa forma, o ar tem peso. Para termos uma ideia, o ar que existe dentro de uma sala de cinema pesa tanto quanto um automóvel. Sendo assim, a atmosfera que envolve a Terra exerce uma pressão sobre nós. No ar, assim como em todos os gases, a pressão varia muito pouco para pequenas alturas, pois a densidade dos gases é muito pequena (veja de novo a densidade do ar na tabela dada anteriormente). Entretanto, se subimos numa altura bastante elevada, como numa montanha, já é possível sentir

essa diferença de pressão com a altitude. No nível do mar, a pressão da atmosfera é da ordem de $1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$. Chamaremos a essa pressão de P_{at} .

A pressão dentro de um líquido

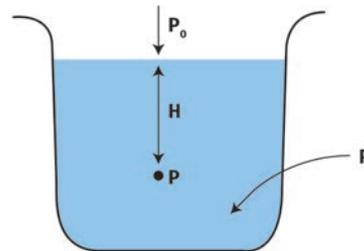


Figura 8.5

Na superfície livre do líquido, a pressão é a pressão atmosférica (P_{at}) assim, a pressão a uma certa profundidade h , em um líquido em equilíbrio, é dada de um modo geral por:

$$P = P_{at} + \rho \cdot g \cdot h$$

Onde:

- P é a pressão no ponto considerado;
- P_{at} é a pressão atmosférica;
- ρ é a densidade do líquido;
- g é a aceleração da gravidade local;
- h é a profundidade, medida a partir da superfície livre do líquido.

A pressão à mesma altura dentro de um mesmo líquido

Uma situação bastante interessante é quando temos dois líquidos que não se misturam (imiscíveis), com densidades diferentes,

como óleo e água. O óleo tem densidade menor e por isso flutua na água. Consideremos um tubo em forma de U onde colocamos água e óleo, conforme ilustrado a seguir.

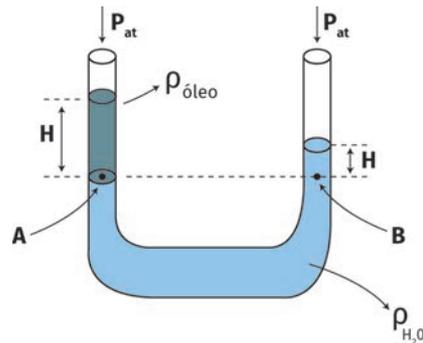


Figura 8.6

A pressão à mesma altura e no mesmo líquido é sempre a mesma.

Assim, podemos escrever: $P_A = P_B$

Onde, no caso, $P_{at} + \rho_{\text{óleo}} \cdot g \cdot H = P_{at} + \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot h$.

Situação 2: Um tubo em forma de U contém água até uma certa altura. Em seguida, colocamos óleo em um dos lados do tubo, de modo que, após o equilíbrio, a situação é como na ilustração a seguir. Vamos calcular a densidade do óleo, sabendo que $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

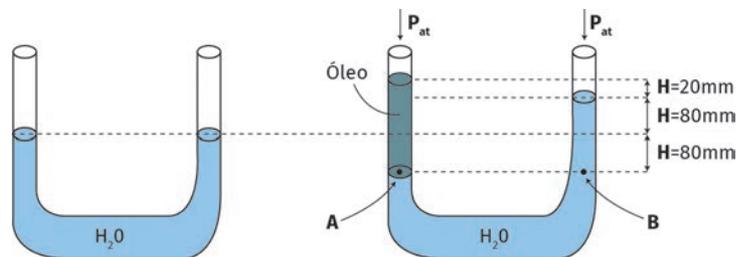


Figura 8.7

A água sobe no lado direito o mesmo que *desceu* no lado esquerdo.

Temos: $P_A = P_B$ (mesmo líquido, H_2O , e mesma altura).

Assim: $P_{at} + \rho_{\text{óleo}} \cdot g \cdot (2H + h) = P_{at} + \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot (2H)$ (e podemos eliminar P_{at} e g)

Logo, $\rho_{\text{óleo}} = \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}} \times (2H)}{(2H + h)}$.

Onde: $\rho_{\text{óleo}} = \frac{1,0 \times 10^3 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \times 2 \times 80 (\text{mm})}{(2 \times 80 + 20) (\text{mm})}$,

ou: $\rho_{\text{óleo}} = \frac{160.000 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)}{180} \cong 889 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$.

Finalmente, $\rho_{\text{óleo}} \cong 8,89 \times 10^2 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$.

Medindo a pressão atmosférica

Em um experimento, Pascal pegou um tubo de vidro fechado em uma de suas extremidades, encheu-o completamente de mercúrio, (o mercúrio, Hg, é um metal líquido à temperatura ambiente) e depois emborcou o tubo em um recipiente mais largo, também contendo mercúrio. Pascal observou que o nível do mercúrio no tubo desceu até ficar na situação ilustrada na figura seguir.

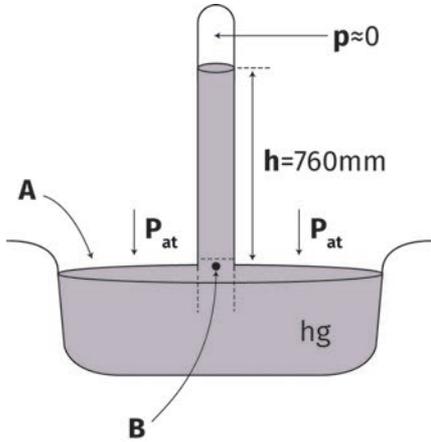


Figura 8.8

Na parte superior do tubo, a pressão é praticamente zero ($p \approx 0$). A altura da coluna de mercúrio, independentemente do tamanho do tubo, fica em torno de 760 mm , ao nível do mar, mas varia de acordo com a pressão atmosférica (P_{at}) e podemos medir esta pressão em “milímetros de Hg”.

Assim, dizemos que a pressão atmosférica (no nível do mar) vale 760 mmHg (760 milímetros de Hg).

Teremos, então: $P_A = P_{at} = P_B$ (são pontos à mesma altura)

Ou: $P_{at} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$ (eq. 1).

Onde são conhecidos:

- a densidade do Mercúrio:

$$\rho_{Hg} = 13,6 \left(\frac{g}{cm^3} \right) = 13,6 \times \left(\frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} \right)$$

$$= 13,6 \times 10^3 \left(\frac{kg}{m^3} \right) \text{ no S.I.};$$

- a aceleração da gravidade: $g = 9,8 \left(\frac{m}{s^2} \right)$;
- a altura da coluna de mercúrio: $h = 760 \text{ mm} = 0,760 \text{ m}$.

Substituindo esses valores na (eq. 1), teremos a pressão atmosférica.

$$P_{at} = 13,6 \times 10^3 \times 9,8 \times 0,760 \cong 101.292,8 \cong 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2.$$

A pressão atmosférica é, então:

$$P_{at} = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} \cong 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \text{ (ou Pa, pascal).}$$

Se colocarmos esse sistema inventado por Pascal em um outro lugar, podemos saber o valor da pressão local, pela altura da coluna de mercúrio. Esse sistema funciona como um *manômetro*, isto é, um *medidor de pressão*.

Outro manômetro

Um outro tipo de medidor de pressão, utilizado para medir a pressão em um recipiente contendo gás, pode ser construído conforme ilustrado na figura a seguir.

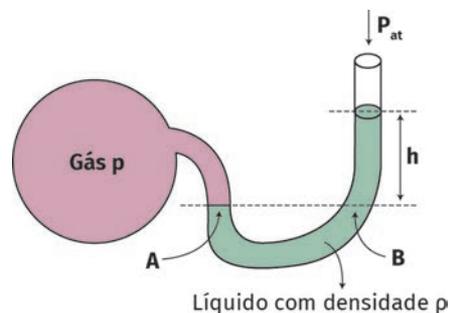


Figura 8.9

A pressão do gás no interior do recipiente será:

$$\text{Temos: } P_A = P_B,$$

$$\text{ou: } P = P_{at} + \rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot h \text{ (pois } P_A = P_B);$$

ou a pressão “manométrica”:

$$P - P_{at} = \rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot h.$$

Vasos comunicantes

Chamamos de *vasos comunicantes* a um sistema composto de recipientes que estão de alguma forma ligados entre si por meio de tubos, ou dutos, em sua base.

O mais simples deles é o representado na figura a seguir. Se colocarmos um líquido qualquer em um dos lados, o outro lado também irá enchendo, até que o líquido atinja a mesma altura nos dois vasos. Quando acabar de escorrer líquido de um vaso para o outro, a pressão em (A) será igual à pressão em (B).

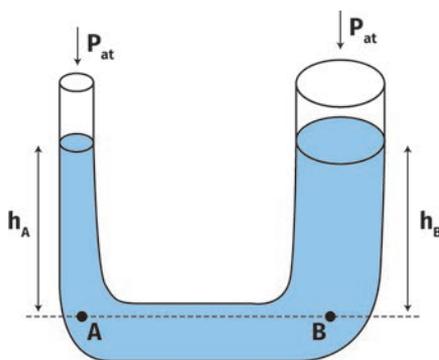


Figura 8.10

Sendo ρ a densidade do líquido, temos:

$$\text{Em A: } P_A = P_{at} + \rho \cdot g \cdot h_A.$$

$$\text{Em B: } P_B = P_{at} + \rho \cdot g \cdot h_B.$$

Como $P_A = P_B$ então $h_A = h_B$, independentemente do tamanho ou da forma dos recipientes.

Você pode verificar dois pontos de mesma altura em um terreno irregular, ou numa parede de uma casa em construção, como fazem os pedreiros, por meio de uma mangueira transparente contendo água. Nos dois lados da mangueira, o nível de água será o mesmo!

O princípio de Pascal

Vamos considerar um recipiente qualquer, contendo um líquido em equilíbrio, isto é, o recipiente e o líquido estão em repouso e cada ponto do líquido está submetido a uma pressão. O “princípio de Pascal” estabelece que:

// atenção

“Se, de alguma forma, aumentarmos a pressão em um ponto qualquer de um líquido, esse aumento será sentido em todos os pontos do líquido e das paredes do recipiente”

Essa propriedade, comum a todos os líquidos, recebe o nome de *princípio de Pascal*, em homenagem ao seu descobridor.

As máquinas hidráulicas

A aplicação mais comum do princípio de Pascal está nas chamadas “máquinas hidráulicas”, como a que vemos nos sistemas de freio dos veículos e nos macacos hidráulicos utilizados para levantar os automóveis nas oficinas mecânicas.

Com tais máquinas, podemos exercer uma força muito grande, por meio de uma outra força muito menor.

Vejam como funcionam.

Vamos imaginar um sistema de vasos comunicantes em equilíbrio. Em cada um dos vasos, existe um êmbolo, como o de uma seringa de injeção, de modo que podemos pressionar o líquido no interior dos vasos, como ilustra o desenho a seguir. Um dos lados tem uma área pequena (a) e o outro lado uma área maior (A).

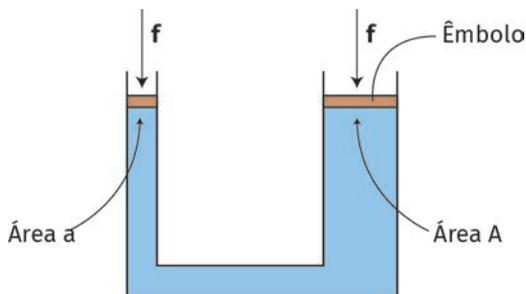


Figura 8.11

No lado menor, fazemos uma força f , e no lado maior, uma força F . Se o sistema está em equilíbrio, teremos:

$$P_a = P_A$$

$$\text{ou } \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow f = F \cdot \frac{a}{A}$$

Vamos fazer um exemplo numérico.

Situação 3: para o mesmo sistema de vasos comunicantes visto anteriormente, vamos supor que o lado maior tem área $A = 100 \text{ cm}^2$ e o lado menor tem área $a = 1 \text{ cm}^2$. Vamos calcular qual é a força que precisamos fazer sobre o êmbolo em (a) para equilibrar o peso de um automóvel com massa de $M = 1.000 \text{ kg}$ (uma tonelada), colocado sobre o êmbolo em (A).

Temos $\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow f = F \cdot \frac{a}{A}$ (onde F = peso do automóvel).

$$\text{Assim: } f = M \cdot g \cdot \frac{a}{A} = 1.000 \times 9,8 \times \frac{1(\text{cm}^2)}{100(\text{cm}^2)}.$$

$$\text{Onde: } f = 9.800N \times \frac{1}{100} = 98N.$$

Veja que f é 100 vezes menor que F .

O princípio de Arquimedes

Arquimedes de Siracusa (Colônia grega de Siracusa na Sicília, 287 - 212 a.C.) foi um físico matemático e inventor grego, conhecido por suas invenções tais como a “Alavanca” e a “Espiral de Arquimedes”. Seus trabalhos sobre a flutuação nos líquidos o levaram a desenvolver a ideia de “gravidade específica”, conhecida atualmente como “princípio de Arquimedes”, que passamos a estudar.



Figura 8.12: Estátua de bronze de Arquimedes, esculpida por Gerhard Thieme em 1972. Observatório Archenhold em Berlim. Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Arquimedes>.

Você já deve ter tentado alguma vez afundar uma boia, uma bola de borracha, ou uma rolha dentro d'água e verificado que a água “empurra” a boia, a bola, ou a rolha para cima. Essa força que os líquidos fazem em todos os corpos que estão mergulhados neles é chamada de *empuxo*. Essa força é a mesma que faz com que os corpos mergulhados em líquidos pareçam mais leves. Arquimedes foi o primeiro a verificar e descrever experimentalmente a natureza dessa força. Podemos enunciar o chamado “*princípio de Arquimedes*” do seguinte modo:

“Todo corpo mergulhado em um líquido recebe uma força de empuxo, vertical, dirigida de baixo para cima, igual ao peso do volume de líquido deslocado.”

Matematicamente, podemos escrever:

$$E_{\text{empuxo}} = P_{\text{Líquido Deslocado}} = m_{\text{Líquido Deslocado}} \cdot g$$

(pois $P = m \cdot g$).

Da definição de densidade $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$.

Assim, para o empuxo, teremos:

$$E_{\text{empuxo}} = \rho_L \cdot V_D \cdot g$$

Onde:

- ρ_L é a densidade do líquido;
- V_D é o volume do líquido que foi deslocado;
- g é a aceleração da gravidade local.

Vamos estudar as forças que atuam sobre corpos colocados dentro de um recipiente contendo um líquido de densidade ρ_L em três situações particulares.

O corpo tem a mesma densidade do líquido

Nesse caso, o empuxo é igual ao peso do corpo e ele pode ficar em equilíbrio em qualquer lugar dentro do líquido, conforme ilustrado a seguir.

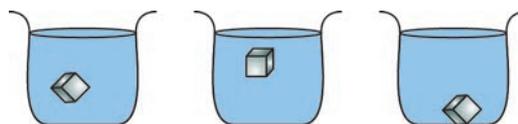


Figura 8.13

O corpo tem densidade menor que a do líquido

Nesse caso, mesmo que você tente “afundar” o corpo, empurrando-o para dentro do líquido, ao soltá-lo, ele irá subir e ficará flutuando, de modo que a parte que estiver mergulhada desloque um volume de líquido que tenha o mesmo peso do corpo.

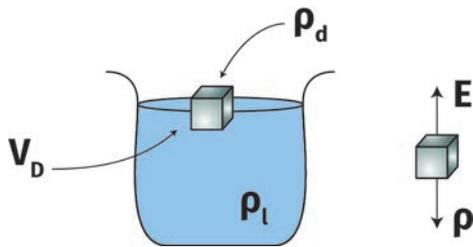


Figura 8.14

No equilíbrio, com o corpo flutuando na superfície do líquido, teremos:

$$P_{\text{do corpo}} = E_{\text{empuxo}}$$

$$\text{Ou: } m_c \cdot g = \rho_L \cdot V_D \cdot g$$

$$\text{Assim: } m_c = \rho_L \cdot V_D$$

Onde:

- m_c = massa do corpo;
- ρ_L = densidade do líquido;
- V_D = volume do líquido deslocado;
- g = aceleração da gravidade.

Nesse caso, para que o corpo fique completamente imerso, teríamos que fazer alguma força extra, para baixo, por exemplo, amarrando-o ao fundo por meio de um fio.

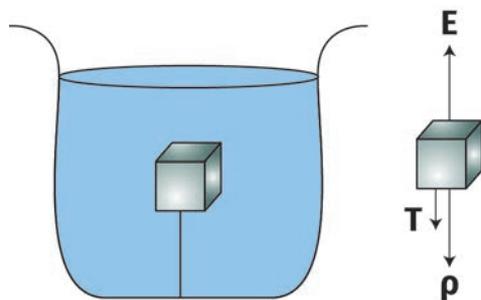


Figura 8.15

No caso, sendo T a força feita pelo fio, no equilíbrio, temos: $E = T + P$.

O corpo tem densidade maior que a do líquido

Nesse caso, o peso do corpo é maior que o empuxo e ele tende a afundar.

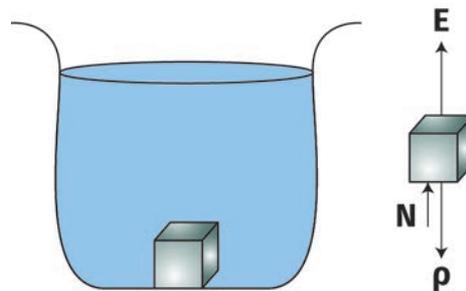


Figura 8.16

Além do peso do corpo e do empuxo exercido pelo líquido, teremos a força normal, N , exercida pelo fundo do recipiente sobre o corpo.

No equilíbrio, podemos escrever: $P = E + N$

Podemos não deixar o corpo mais denso que o líquido afundar, se o penduramos por um fio, conforme ilustrado a seguir.

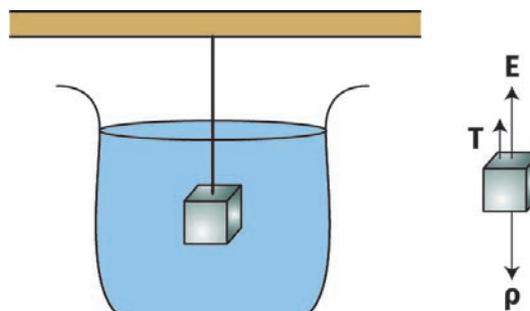


Figura 8.17

Neste caso, além do peso do corpo e do empuxo exercido pelo líquido, temos a força de tração, T , exercida pelo fio.

No equilíbrio, temos: $P = T + E$

Resumo

Nesta unidade, estudamos os princípios que regem a hidrostática, isto é, o estudo dos fluidos em repouso.

- Definimos a pressão:

$P = \frac{F}{A}$ cuja unidade S.I. é o N/m^2 ou Pa (pascal)

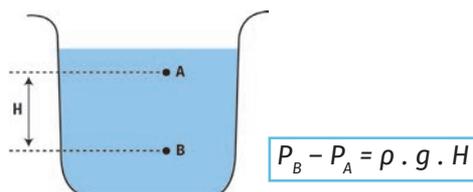
- Definimos a densidade absoluta (ou massa específica):

$\rho = \frac{m}{V}$, com unidade S.I. kg/m^3 e no sistema cgs é o g/cm^3 .

- Vimos o “princípio fundamental da hidrostática”, também chamado de “princípio de Stevin”

A diferença de pressão entre esses dois pontos dentro de um líquido em equilíbrio é igual ao produto da densidade do líquido pela aceleração da gravidade e pela diferença de profundidades entre esses pontos.

Assim, de acordo como princípio de Stevin, para dois pontos quaisquer A e B dentro de um líquido, temos:



- Vimos o valor da pressão atmosférica ao nível do mar:

$P_{at} = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} \cong 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ (ou Pa, pascal).

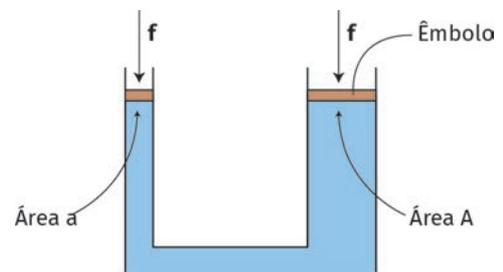
- Estudamos o princípio de Pascal

Por meio do qual sabe-se que, em um recipiente qualquer, contendo um líquido em equilíbrio, isto é, no qual o recipiente e o líquido estão em repouso e cada ponto do líquido está submetido a uma pressão, é estabelecido que:

Se, de alguma forma, aumentarmos a pressão em um ponto qualquer de um líquido, esse aumento será sentido em todos os pontos do líquido e das paredes do recipiente.

- Estudamos as “máquinas hidráulicas”

Que tratam de uma aplicação do princípio de Pascal em um sistema de vasos comunicantes em equilíbrio.



Onde temos: $\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow f = F \cdot \frac{a}{A}$

- Finalmente, estudamos o princípio de Arquimedes, que nos diz:

Todo corpo mergulhado em um líquido recebe uma força de empuxo, vertical, dirigida de baixo para cima, igual ao peso do volume de líquido deslocado.

Que podemos escrever matematicamente na forma:

$$E_{\text{empuxo}} = \rho_L \cdot V_D \cdot g.$$

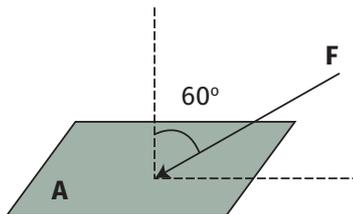
lá na plataforma

Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos para aprofundar o seu conhecimento sobre o tema Hidrostática. Será possível acessar objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis também exercícios extras e podcasts. Confira!

Exercícios

(Anote as respostas em seu caderno.)

1. Sobre uma superfície plana de área $A = 10 \text{ cm}^2$ age, uniformemente, uma força $F = 6,0 \text{ N}$, fazendo um ângulo de 60° com a normal à superfície, conforme ilustrado a seguir.



Sendo dado que $\cos 60^\circ = 0,5$ e $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, podemos afirmar corretamente que a pressão sob a qual a superfície está submetida é de:

- a) $3,0 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 - b) $6,0 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 - c) $5,2 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
 - d) $3,0 \times 10^4 \text{ N/m}^2$
 - e) $12,6 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
2. Enuncie o princípio de Stevin.
 3. Enuncie o princípio de Pascal.

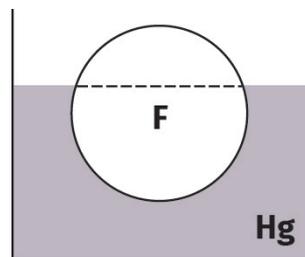
4. Enuncie o princípio de Arquimedes.
5. Calcule a que profundidade um mergulhador experimentalaria uma pressão igual a duas atmosferas, quando submerso na água do mar.

Considere a densidade da água $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$; a aceleração da gravidade $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ e a pressão atmosférica ao nível do mar $P_{\text{at}} = 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$.

6. Uma máquina hidráulica tem para diâmetro dos seus êmbolos 10 cm e 50 cm . Sobre o êmbolo menor, está uniformemente distribuída uma força igual a $1,0 \times 10^3 \text{ N}$. Pode-se afirmar corretamente que o módulo da força transmitida pelo êmbolo maior é igual a:

- a) $5,0 \times 10^2 \text{ N}$
- b) 10 N
- c) $1,5 \times 10^3 \text{ N}$
- d) $4,0 \text{ N}$
- e) $2,5 \times 10^4 \text{ N}$

7. Uma esfera de ferro de massa igual 680 g flutua no mercúrio, conforme ilustra a figura a seguir. Determine o volume de ferro submerso. Dado: densidade do mercúrio, $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3$.



8. Determine a massa de ar no interior de uma sala com $3,0 \text{ m}$ de altura e um piso com 20 m^2 de área. Dados: considere a densidade do ar, $\rho_{\text{AR}} = 1,2 \text{ kg/m}^3$ e aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

9. (PUC-SP) Estudando a pressão em fluidos, vê-se que a variação da pressão nas águas do mar é proporcional à profundidade h . No entanto, a variação da pressão atmosférica quando se sobe as montanhas elevadas, não é exatamente proporcional à altura. Isto se deve ao seguinte fato:

- A aceleração gravitacional varia mais na água do que no ar
- A aceleração gravitacional varia mais no ar do que na água
- O ar possui baixa densidade
- O ar possui baixa viscosidade
- O ar é compressível

10. Considerando a pressão atmosférica igual a $1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ e a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, podemos afirmar corretamente que a pressão absoluta em um ponto situado a 20 m abaixo da superfície livre de um lago é de:

- $10 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
- $5,0 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
- $3,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
- $2,0 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
- $1,0 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

Respostas comentadas

1. a.

Primeiro vamos passar o valor da área para o S.I.:

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow (1 \text{ cm})^2 = (10^{-2})^2 \text{ m}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$10 \text{ cm}^2 = 10 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2.$$

A pressão é dada pelo módulo da componente da força perpendicular à superfície dividida pela área correspondente. Assim:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{F \cos 60}{A} = \frac{6,0 \times 0,5}{10^{-3}} = 3,0 \times 10^3 \text{ N/m}^2.$$

2. Para dois pontos situados em profundidades diferentes, em um líquido em equilíbrio, a diferença de pressão entre esses dois pontos é igual ao produto da densidade do líquido pela aceleração da gravidade e pela diferença de profundidades entre esses pontos.

3. Se, de alguma forma, aumentarmos a pressão em um ponto qualquer do líquido, esse aumento será sentido em todos os pontos do líquido e das paredes do recipiente.

4. Todo corpo mergulhado em um líquido recebe uma força de empuxo, vertical, dirigida de baixo para cima, igual ao peso do volume do líquido deslocado.

5. Primeiro vamos passar o valor da densidade para o S.I.:

$$\rho_{H_2O} = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1,0 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

A pressão a uma certa profundidade de um líquido vale:

$$P = P_{at} + \rho \cdot g \cdot h$$

No caso, $P = 2 P_{at}$

$$\text{Logo, } 2 P_{at} = P_{at} + \rho \cdot g \cdot h'$$

$$\text{Onde: } h' = \frac{2P_{at} - P_{at}}{\rho \cdot g} = \frac{P_{at}}{\rho \cdot g}$$

$$\text{Assim, } h' = \frac{1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{10^3 \text{ kg/m}^3 \times 9,81 \text{ m/s}^2}$$

$$h' \cong 0,1032 \times 10^{5-3} \cong 0,10 \times 10^2 \cong 10 \text{ m}$$

6. e.

7. 50 cm^3 .

8. 72 kg .

9. e.

10. c.

Temperatura e Calor

09

meta

Introduzir os conceitos de temperatura e calor.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- conceituar corretamente temperatura e calor;
- calcular a leitura de uma determinada temperatura em diferentes escalas termométricas;
- calcular as trocas de calor entre dois ou mais objetos;
- calcular o calor cedido ou recebido durante as mudanças de estado físico de uma certa quantidade de uma substância.

Introdução

O estudo da termometria envolve uma série de conceitos, como os de calor e temperatura, dos quais todos temos uma ideia geral. Entretanto, é necessário definir e conceituar de maneira bem clara e precisa esses conceitos, para que possamos trabalhar cientificamente e entender melhor os fenômenos da natureza que os envolvem.

A energia interna

As moléculas de todos os corpos que nos cercam estão em constante movimento, tanto nos gases como nos sólidos e nos líquidos. Estando em constante movimento, existe uma energia cinética associada a esse movimento molecular que chamamos de *energia interna do corpo*. Podemos variar a energia interna da água em uma chaleira colocando-a no fogo. Com o aumento na agitação das moléculas, aumenta sua energia térmica. Por outro lado, podemos diminuir a energia interna de um refrigerante, por exemplo, colocando gelo dentro dele, pois a agitação térmica das moléculas do refrigerante irá diminuir à medida que ele esfria.

O calor

Até o século retrasado pensava-se, erroneamente, que o calor era uma espécie de “fluido” chamado “calórico”, que cada corpo tinha uma certa quantidade desse fluido em seu interior, e que esse fluido podia passar de um corpo para outro.

No fim do século XVIII, o “conde de Rumford” na Inglaterra, chamado Benjamim Thompson, observou, em uma fábrica de canhões, que uma broca meio gasta furando um tarugo de ferro conseguia aquecer o ferro e as limalhas que caíam durante a perfuração, quase que indefinidamente. Enquanto a broca estivesse girando dentro do ferro, saía o calórico. Thompson sugeriu então a hipótese de que o calor liberado durante a furação fosse devido não ao calórico, mas sim ao trabalho mecânico realizado pela broca sobre o ferro (trabalho de atrito).

Quem finalmente demonstrou, experimentalmente, que o calor era uma forma de energia e que havia um equivalente mecânico dessa energia, foi James Prescott Joule. Em 1845, Joule apresentou um trabalho na Royal Society of England com os resultados de um experimento, no qual uma roda contendo várias pás era colocada para girar em um recipiente contendo água.

O movimento mecânico das pás dentro do recipiente aumentava a temperatura da água, o que podia ser medido por meio de um termômetro.

O experimento de Joule

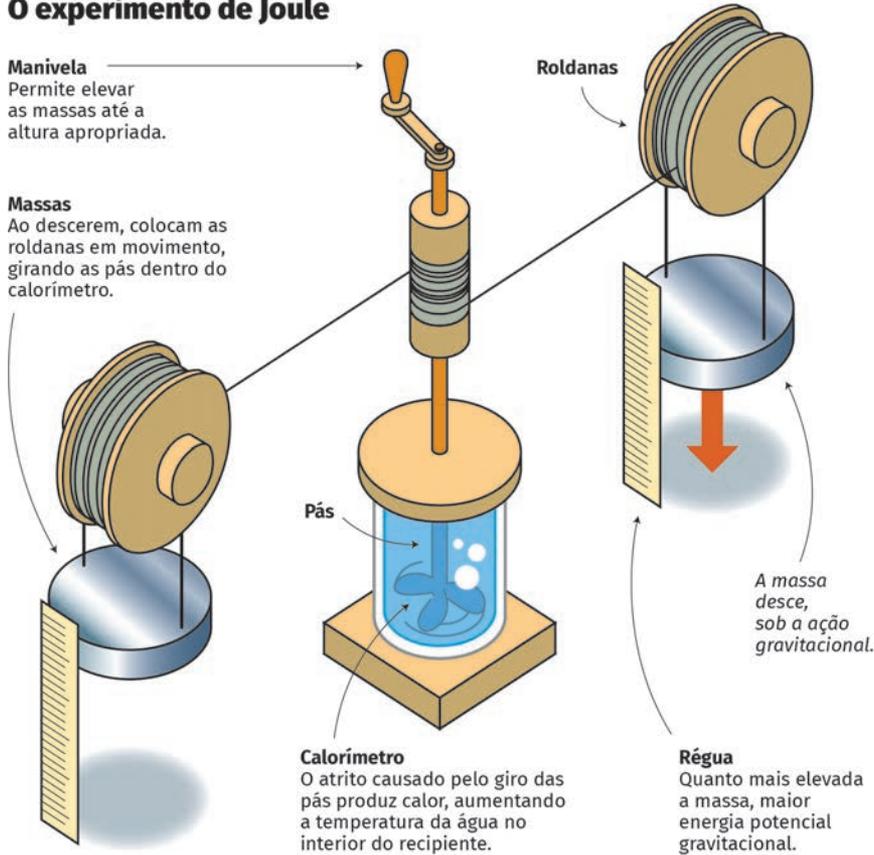


Figura 9.1: a experiência de Joule demonstrou a transformação de energia mecânica em energia térmica (calor).

Calor é uma forma de energia que passa de um corpo que está a uma temperatura maior, para um outro corpo que está a uma temperatura menor. Calor é uma energia em trânsito.

A caloria

Uma unidade bastante comum para o calor é a *caloria*:

Chamamos caloria à quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de um grama de água desde 14,5°C até 15,5°C.

No sistema internacional, como sabemos, a unidade de energia é o joule (J), onde:

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

A temperatura

A primeira noção que temos de temperatura é a sensação de “quente” ou “frio”, entretanto essa sensação pode nos enganar: experiente colocar a mão sobre um pedaço de isopor ou de papelão e depois sobre uma chapa de ferro. Mesmo estando o ferro e o isopor à mesma temperatura, a sensação é que o ferro está mais frio. Isso se deve ao fato de que o ferro é um ótimo condutor de calor e, como nossa mão está normalmente a uma temperatura maior que a temperatura ambiente, o calor passa rapidamente, de nossa mão para o ferro. Já o isopor e o papelão são isolantes térmicos e o calor de nossa mão custa mais a passar para esses materiais, nos dando a impressão falsa de que estão a uma temperatura maior que a da chapa de ferro.

A temperatura pode ser definida como sendo uma medida do grau de agitação térmica das moléculas do corpo. Quanto maior essa agitação, tanto maior será a temperatura e vice-versa.

Medindo a temperatura – o termômetro

Para medirmos a temperatura de um corpo qualquer, fazemos uso de uma grandeza conhecida e que varie conforme a temperatura. O exemplo mais prático, de conhecimento de todos, é o termômetro de mercúrio, constituído de um tubo bem fino de vidro onde se encontra uma coluna de mercúrio (Hg). O comprimento da coluna de mercúrio

no tubo varia de acordo com a temperatura: se a temperatura aumenta, o comprimento da coluna aumenta; se a temperatura diminui, o comprimento da coluna diminui. Nesse caso, o *comprimento* é chamado de *grandeza termométrica*, isto é, a grandeza que utilizamos, indiretamente, para medir a temperatura*.

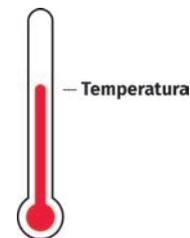


Figura 9.2

>> **saiba mais**

Como o mercúrio é um metal pesado, muito tóxico, no Brasil e em muitos países, é proibida a fabricação, importação e comercialização de termômetros de mercúrio, que era muito utilizado para verificar a “febre”. No seu lugar são utilizados, hoje, termômetros de “termopar” que consiste em dois fios metálicos finos, feitos de metais diferentes (é comum utilizar-se “cromel-alumel”), com uma solda unindo suas extremidades. A ddp nessa “junção” varia com a temperatura. A ddp (voltagem) é a grandeza termométrica.

Escalas termométricas

Se nós graduarmos a coluna de mercúrio do exemplo anterior, atribuindo valores numéricos de temperatura para cada altura da coluna, construiremos uma escala termométrica.

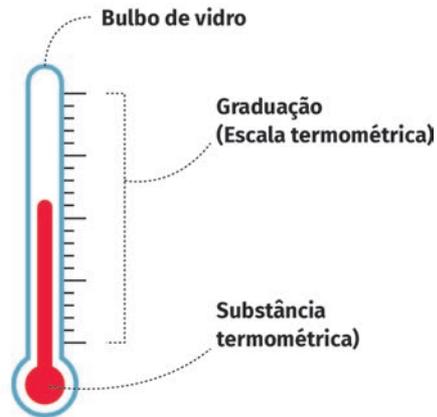


Figura 9.3

As escalas Celsius

A escala mais comum no Brasil é a escala Celsius, criada por Anders Celsius (1701–1744). Para construir sua escala, Celsius escolheu dois fenômenos que, sob pressão atmosférica normal, ocorrem sempre à mesma temperatura: a temperatura de fusão do gelo, que chamaremos θ_g (leia-se teta g), à qual Celsius atribuiu o valor 0°C (zero graus celsius), e a temperatura de ebulição da água, também chamada de “ponto do vapor”, que chamaremos θ_v (teta v), à qual foi atribuído o valor de 100°C (cem graus celsius). Dividindo-se a coluna em cem partes, por exemplo, cada traço corresponderá a um grau celsius (também chamados de *graus centígrados*). Note-se que, ao fazermos essa divisão da escala em partes iguais, estamos supondo que a variação no comprimento da coluna é diretamente proporcional à temperatura.

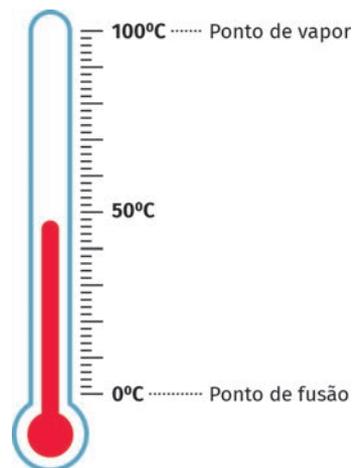


Figura 9.4

A escala Fahrenheit

Nos países de língua inglesa, é muito comum a utilização da escala Fahrenheit, criada por Daniel Fahrenheit (1686 –1736), que possui valores fixos diferentes dos de Celsius.

Na escala Fahrenheit, os pontos do gelo e do vapor são, respectivamente, $\theta_g = 32^\circ \text{F}$ (32 graus fahrenheit) e $\theta_v = 212^\circ \text{F}$ (212 graus fahrenheit). Podemos estabelecer a relação entre as leituras nas duas escalas do seguinte modo:

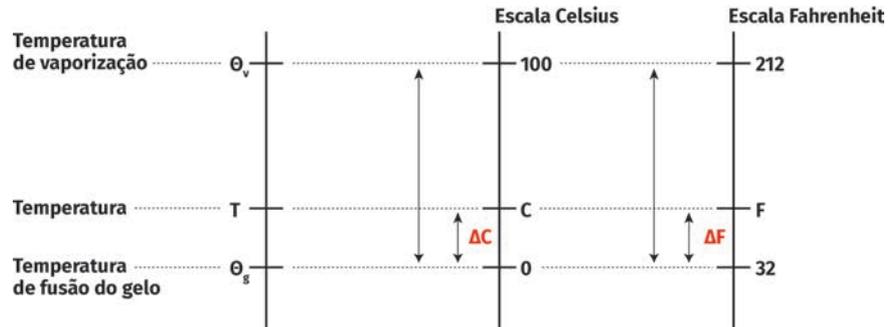


Figura 9.5

Chamamos de C a leitura da temperatura T na escala Celsius e de F a leitura correspondente na escala Fahrenheit (as leituras são diferentes, mas a temperatura T é a mesma).

Uma variação de temperatura desde θ_g até T corresponderá a uma variação ΔC de 0 a C , na escala Celsius ($C - 0$), e a uma variação ΔF de 32 até F na escala Fahrenheit ($F - 32$). Do mesmo modo, uma variação de θ_g até θ_v corresponderá a uma variação de 0 até 100 ($100 - 0$), na escala Celsius, e de 32 até 212 ($212 - 32$), na escala Fahrenheit.

Relacionando esses intervalos de temperatura, podemos escrever:

$$\frac{C - 0}{100 - 0} = \frac{F - 32}{212 - 32}$$

$$\frac{C}{100} = \frac{F - 32}{180}$$

Multiplicando-se ambos os membros da igualdade por 20, temos:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

Obs.: usando esse procedimento de relacionar intervalos de temperaturas, você poderá encontrar a relação entre uma escala arbitrária (isto é, uma escala qualquer) e a escala Celsius ou outra escala qualquer, desde que conheça três pontos que correspondam à mesma temperatura nas duas escalas (como você verá no exercício proposto número 1).

A escala absoluta – escala Kelvin

Uma outra escala muito utilizada, principalmente na literatura científica, é a escala Kelvin, criada pelo Lorde William Thomson Kelvin (1824 – 1907). Ela é chamada de *escala absoluta* porque

a temperatura zero, 0 K (lê-se: zero Kelvin), corresponde ao grau de movimentação nulo das moléculas, chamado de *zero absoluto*).

A escala Kelvin é graduada da mesma forma que a escala Celsius (são centígradas). O valor de 0 K corresponde ao valor - 273° C e o valor de 0° C corresponde ao valor + 273 K.

A relação entre as leituras nas escalas Celsius e Kelvin é dada por:

$$C = K - 273$$

Situação 1: uma pessoa tem febre de 40° C. Qual é o valor correspondente a essa temperatura nas escalas Fahrenheit e Kelvin?

Solução:

É dada a leitura na escala Celsius: $C = 40^\circ \text{C}$.

- Na escala Fahrenheit:

Temos:
$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

Substituindo-se o valor dado:
$$\frac{40}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$8 = \frac{F - 32}{9}$$

Multiplicando ambos os membros por 9:

$$72 = F - 32 \Rightarrow F = 72 + 32 = 104^\circ \text{F}$$

- Na escala Kelvin:

$$C = K - 273 \Rightarrow 40 = K - 273 \Rightarrow K = 40 + 273 = 313 \text{ K}$$

Situação 2: para a pressão atmosférica normal, a temperatura de ebulição do nitrogênio é de - 196° C. Calcule a leitura na escala Kelvin para essa temperatura.

Solução:

$$C = K - 273 \Rightarrow - 196 = K - 273 \Rightarrow K = 273 - 196 \Rightarrow K = 77 \text{ K}$$

Trocas de calor – calor sensível

O calor como vimos, é uma forma de energia, mas não dizemos que um corpo tem uma certa quantidade de calor. *O calor é energia em trânsito*, uma energia que passa do corpo que tem maior temperatura para outro, com menor temperatura. O resultado da transferência de energia térmica causa um aumento da temperatura do corpo mais frio, daí chamarmos de “*calor sensível*”, porque a palavra “*sensível*” significa “*o que se pode sentir*”.

A quantidade de calor Q , cedida ou recebida por um corpo, depende de sua massa, da variação de temperatura e da natureza do material que constitui esse corpo.

Assim, o *princípio fundamental da calorimetria* pode ser enunciado do seguinte modo:

As quantidades de calor cedidas ou recebidas por um corpo são diretamente proporcionais à sua massa e à variação de temperatura.

Desse modo, a equação fundamental da calorimetria pode ser escrita em linguagem matemática como:

$$Q \propto m \cdot \Delta\theta \text{ (} Q \text{ é proporcional a } m \text{ e } \Delta\theta \text{)}$$

$$\text{Ou } Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

Onde:

- Q é quantidade de calor recebida ou cedida pelo corpo;

- c é a constante de proporcionalidade chamada de calor específico;
- m é massa do corpo;
- $\Delta\theta = (\theta_{final} - \theta_{inicial})$ é a variação da temperatura.

O *calor específico* é uma característica do material que constitui o corpo e pode ser visto, aproximadamente, como a quantidade de calor que faz variar de 1°C a temperatura de uma massa de um grama (1 g) da substância. Os calores específicos dependem do estado físico da substância, assim, dependendo se a substância está na forma sólida, líquida ou gasosa, seu calor específico será diferente. Veja na tabela abaixo os calores específicos de algumas substâncias conhecidas.

Tabela 9.1

Substância	Calor específico em (cal/g°C)
Água líquida	1,00
Vapor d'água	0,48
Gelo	0,50
Ferro	0,11
Latão	0,092
Prata	0,056
Chumbo	0,031

O calor específico da água, na sua forma líquida, é um dos maiores da natureza. Dessa forma, a água troca grandes quantidades de calor com pouca variação de temperatura. Esse fato torna a água um importante regulador térmico de nosso planeta. Nos lugares onde há abundância de água, como em cidades à beira-mar, a diferença de temperatura

entre o dia e a noite é bem pequena. Já nos desertos, as temperaturas chegam a variar, de 50°C , durante o dia, para vários graus Celsius negativos, à noite. Essa é também a razão de a areia das praias e a beirada dos rios serem muito mais quentes do que a água, embora o Sol esteja aquecendo a areia e a água da mesma forma.

Situação 3: um corpo com 100 gramas de chumbo tem sua temperatura aumentada em 20°C . Calcule a quantidade de calor absorvida pelo chumbo, lembrando que seu calor específico é de $0,031\text{ cal/g}^\circ\text{C}$.

Solução:

$$Q_{\text{ABSORVIDO}} = m \cdot c \cdot \Delta\theta = 100\text{ (g)} \times 0,031\text{ (cal/g}^\circ\text{C)} \times 20\text{ (}^\circ\text{C)} = 3,1 \times 20 = 62\text{ cal.}$$

lá na plataforma

Como gelar latinha em 1 minuto?

Separamos um vídeo muito legal do Manual do Mundo comparando métodos para resfriar a latinha de sua bebida favorita. Dê uma olhadinha!

https://www.youtube.com/watch?v=5nX-vMTEycK8&ab_channel=ManualdoMundo

Mudança de fase- calor latente (L)

Quando uma substância muda de fase, por exemplo, de sólido para líquido, de líquido para vapor, ou vice-versa, sua temperatura

não varia (por isso chamamos de “calor latente”, porque a palavra “latente” significa “não aparente”), mas o corpo deverá receber ou ceder calor para que a mudança ocorra. Por exemplo, imagine um cubo de gelo, a 0°C, colocado em uma panela e, em seguida levado ao fogo. Primeiro, o gelo vai recebendo calor para derreter, mas mantendo a temperatura de 0°C. Em seguida, após derreter, a água começa a esquentar até chegar a 100°C. Aí, ao entrar em ebulição, a temperatura permanecerá novamente constante, agora a 100°C, até que toda a água vire vapor. Se continuarmos a aquecer o vapor, esse irá aumentar novamente a temperatura.

Chamamos de *calor latente* (L) da mudança de fase de uma substância à quantidade de calor que ela cede ou recebe, por unidade de massa, durante a transformação de fase. Durante a mudança de fase, não há variação da temperatura do corpo. A quantidade de calor trocada por um corpo para mudar de fase é dada por:

$$Q = m \cdot L$$

Onde:

- Q é quantidade de calor recebida ou cedida pelo corpo;
- m é massa do corpo;
- L é calor latente da substância que compõe o corpo.

Por convenção, a quantidade de calor será positiva quando o corpo recebe calor e será negativa quando o corpo cede calor. Assim, o calor latente poderá ser positivo ou negativo.

Vamos ver o exemplo da água em suas várias fases: sólida, líquida e vapor.

Tabela 9.2

Calor latente de fusão do gelo	$L_{g+} = 80 \text{ cal/g}$ (gelo derretendo 0°C)
Calor latente de solidificação da água	$L_{g-} = -80 \text{ cal/g}$ (água congelando 0°C)
Calor latente de vaporização da água	$L_{v+} = 539 \text{ cal/g}$ (água fervendo 100°C)
Calor latente de condensação do vapor	$L_{v-} = -539 \text{ cal/g}$ (vapor condensando 100°C)

Situação 4: utilizando os valores do calor específico e do calor latente dados anteriormente, vamos calcular a quantidade de calor necessária para que 200 g de gelo, inicialmente a -20°C, sejam totalmente transformados em vapor, a 100°C.

Solução:

Vamos separar a solução em quatro partes. Temos:

$$Q_1 = m_g \cdot c_g \cdot \Delta\theta = 200 \times 0,50 \times [0 - (-20)] = 2000 \text{ cal para o gelo esquentar de } -20^\circ\text{C até } 0^\circ\text{C}$$

$$Q_2 = m_g \cdot L_g = 200 \times 80 = 1.600 \text{ cal para o gelo derreter a } 0^\circ\text{C}$$

$$Q_3 = m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot \Delta\theta = 200 \times 80 \times (100 - 0) = 20.000 \text{ cal para a água esquentar de } 0^\circ\text{C a } 100^\circ\text{C}$$

$$Q_4 = m_{H_2O} \cdot L_v = 200 \times 539 = 107.800 \text{ cal para a água toda vaporizar a } 100^\circ\text{C}$$

Assim:

$$Q_{total} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4;$$

$$Q_{total} = 2.000 + 1.600 + 20.000 + 107.800 = 131.000 \text{ cal} = 131 \text{ kcal (quilocalorias, pois quilo = mil)}.$$

Nas trocas de calor, de acordo com o princípio geral da conservação da energia, se não houver perdas para o ambiente, podemos fazer:

$$Q_{\text{CEDIDO}} + Q_{\text{RECEBIDO}} = 0$$

Situação 5: no interior de um vaso adiabático colocamos 500g de água a 20°C e 100g de chumbo a 200°C. A temperatura final de equilíbrio térmico é 21,1°C. Determine o calor específico do chumbo.

Solução:

$$\text{Temos: } Q_{\text{CEDIDO}} + Q_{\text{RECEBIDO}} = 0$$

$$\text{Onde: } m_{pb} \cdot c_{pb} \cdot (21,1 - 200) + m_{H_2O} c_{H_2O} \cdot (21,1 - 20) = 0$$

$$\text{Ou: } 100c_{pb} \cdot (-178,9) + 500 \times 1 \times 1,1 = 0$$

$$\text{Logo: } -17.890 \cdot c_{pb} + 550 = 0$$

$$\text{Finalmente: } c_{pb} = \frac{-550}{-17.890} \approx 0,031 \text{ cal / } ^\circ\text{C}$$

Situação 6: no preparo de um banho morno, duas panelas de água a 80°C foram despejadas em uma banheira. Quantas panelas de água a 20°C devem ser misturadas para obter-se uma temperatura final de equilíbrio térmico igual a 40°C? Despreze as perdas de calor para o meio ambiente.

Solução: seja a massa de água em uma única panela igual a m_1

$$\text{Teremos, utilizando } Q_{\text{CEDIDO}} + Q_{\text{RECEBIDO}} = 0$$

Onde, dividindo ambos os membros por c e fazendo as contas, vem:

$$2 m_1 \cdot c \cdot (40 - 80) + m_2 \cdot c \cdot (40 - 20) = 0.$$

$$20 m_2 = 80 \cdot m_1$$

$$m_2 = \frac{80}{20} m_1 = 4 m_1 \text{ (quatro panelas)}$$

A propagação do calor

O calor pode passar de uma parte para outra de um corpo ou de um sistema qualquer, por meio de três processos distintos. São eles: a *condução*, a *convecção* e a *irradiação*. Vamos estudar como se dá o processo de transferência de calor em cada um deles.

Propagação do calor por condução

Vejam os exemplos, onde uma das extremidades de uma barra metálica é colocada na chama de um fogão. Podemos perceber que o calor irá rapidamente ser transferido de uma extremidade para a outra. O calor é transferido molécula a molécula do metal até chegar na outra extremidade.

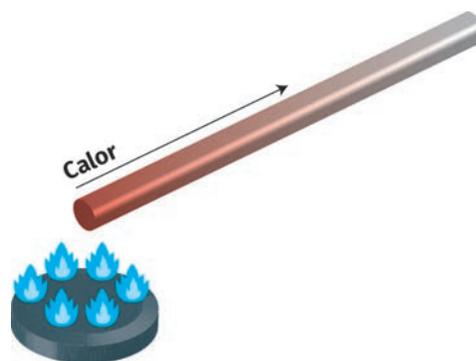


Figura 9.6

A condução do calor consiste na transferência de energia entre as moléculas que constituem o sistema. Uma molécula aquecida passa calor para a outra.

Propagação do calor por convecção

Na convecção, as próprias moléculas do meio se movimentam, promovendo a transferência de calor para um outro lugar.

Ocorre nos fluidos (líquidos, gases e vapores). Veja o exemplo da água colocada ao fogo, conforme ilustrado na figura a seguir. A parte inferior, mais aquecida, começa a subir, formando o que chamamos de *corrente de convecção*, e o calor é levado para as partes superiores. Nas geladeiras, o refrigerador é normalmente colocado na parte superior. Dessa forma, o ar mais frio desce e o ar mais quente sobe para ser, então, resfriado. Forma-se também uma corrente de convecção dentro da geladeira. Do mesmo modo, as gaivotas e urubus aproveitam as correntes de convecção que se formam em áreas mais aquecidas do solo, onde o ar sobe, mantendo-se planando no ar, sem bater asas, por longos períodos.

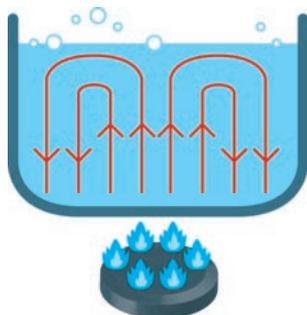


Figura 9.7

Propagação do calor por irradiação

A propagação (ou condução) de calor entre dois corpos pode ser realizada mesmo sem contato físico entre eles, por irradiação de

energia, sob a forma de ondas eletromagnéticas, principalmente luz infravermelha (invisível para nós), e o calor passa de um corpo para o outro. É pelo processo de irradiação que recebemos calor vindo do Sol. A radiação atravessa até mesmo o vácuo existente entre o Sol e a Terra, não sendo possível, nesse caso, outra forma de condução se não a irradiação. As ondas infravermelhas são invisíveis para os nossos olhos, mas são detectadas, facilmente, pelos filmes fotográficos. Um ferro de passar roupas, aquecido pode ser fotografado mesmo no escuro. O ferro aquecido transmite grande quantidade de calor para o ambiente, por irradiação.

Consideremos dois corpos A e B dentro de um recipiente que não permite a troca de calor com o meio ambiente (recipiente adiabático) e onde se fez vácuo. O corpo A tem temperatura superior à do corpo B.

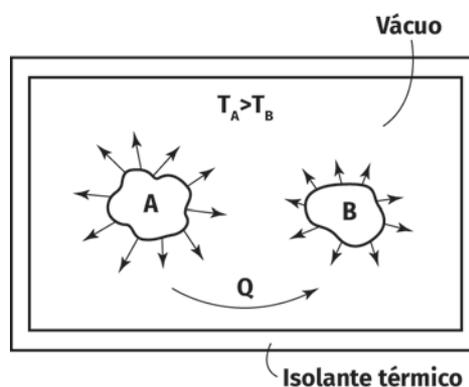


Figura 9.8

Mesmo sem qualquer contato entre os corpos A e B, o calor passa de A para B, por irradiação.

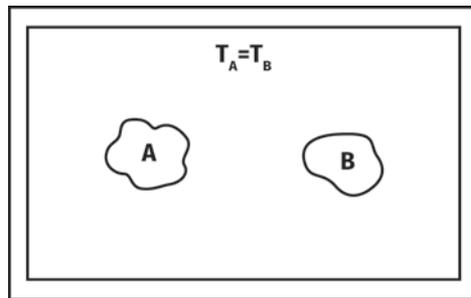


Figura 9.10

Depois de algum tempo, os corpos entram em equilíbrio térmico e $T_{Af} = T_{Bi}$.

Condutores e isolantes térmicos

Você deve ter notado que as panelas e frigideiras metálicas têm cabos revestidos de um material plástico, ou mesmo de madeira, para não queimarmos nossas mãos. Materiais tais como os metais, por meio dos quais a condução se dá muito rapidamente, são chamados de *bons condutores de calor*, enquanto materiais como madeira, plástico, vidro, isopor e cortiça são chamados de *isolantes térmicos*, pois conduzem mal o calor.

Um exemplo interessante do uso de um isolante térmico é o iglu, casa de gelo construída pelos esquimós, pois enquanto a temperatura exterior pode chegar a 30 ou mesmo 40 graus celsius negativos, seu interior fica próximo de zero grau celsius. Bem mais “quentinho”.

Os agasalhos de lã que usamos no inverno contêm uma quantidade de ar presa no meio da lã fazendo com que o casaco também seja um excelente isolante térmico. Vocês já devem ter observado como os pássaros ouriçam as penas, de modo a formar um

“colchão” de ar em torno do corpo para se proteger do frio. O ar (estando parado) é um bom isolante térmico.

Resumo

- Nesta unidade, estudamos a temperatura e o calor e estabelecemos a diferença entre esses conceitos:

A temperatura pode ser definida como sendo uma medida do grau de agitação térmica das moléculas do corpo. Quanto maior for essa agitação, tanto maior será a temperatura e vice-versa.

- Estudamos as principais escalas termométricas e como determinar a leitura de uma temperatura em uma determinada escala.
- Conhecemos a relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

- E a relação entre a escala Celsius e Kelvin:

$$C = K - 273$$

O calor é uma forma de energia que passa de um corpo que está a uma temperatura maior, para um outro corpo que está a uma temperatura menor. Calor é uma energia em trânsito.

- Vimos que a equação fundamental da calorimetria pode ser escrita em linguagem matemática como:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

- E nas trocas de calor

$$Q_{\text{CEDIDO}} + Q_{\text{RECEBIDO}} = 0$$

- Estudamos o calor “latente”, que ocorre quando o corpo recebe ou cede calor, ao mudar de estado, sem que ocorra variação de temperatura.

$$Q = m \cdot L$$

Estudamos também a propagação do calor, que pode se dar por *condução*, por *convecção* ou por *irradiação*.

lá na plataforma

Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos para aprofundar o conhecimento sobre o tema Temperatura e calor. Acesse os objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis também exercícios para fixação do conteúdo e um podcast com a resolução comentada dos exercícios. Confira!

Exercícios

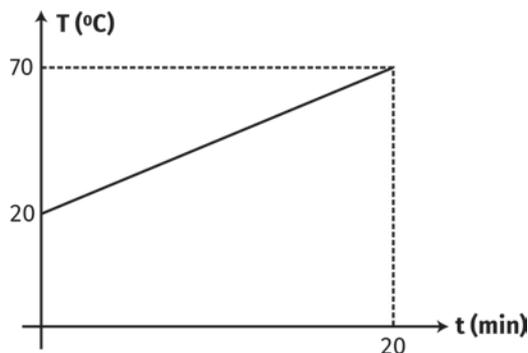
(Anote as respostas em seu caderno.)

1. Colocamos em um mesmo recipiente três termômetros: um Celsius, um Fahrenheit e um Kelvin. Aquecemos o sistema até que a

diferença de leituras entre a temperatura inicial e a temperatura final de equilíbrio térmico fornecida pelo termômetro Celsius seja de 45°C. Determine as diferenças de leituras fornecidas pelos outros termômetros.

2. Dois blocos de chumbo, P e Q, adquirem a mesma variação de temperatura. A massa do bloco P é o dobro da massa do bloco Q. Determine a razão entre a quantidade de calor recebido pelo bloco P e a quantidade de calor recebido pelo bloco Q.

3. Um líquido com massa $4,0 \times 10^2$ g recebe calor de uma fonte à razão de $1,0 \times 10^3$ cal/min. Na figura a seguir, está representado o gráfico da temperatura do líquido em função do tempo. Determine o calor específico do líquido.



4. Sobre uma placa de parafina de espessura uniforme são colocadas duas esferas de mesma massa, aquecidas até alcançarem a mesma temperatura. Uma esfera é de ferro e a outra é de chumbo. Qual delas fundirá maior quantidade de parafina?

Dados os calores específicos: $c_{\text{Fe}} = 0,11$ cal/g°C; $c_{\text{Pb}} = 0,031$ cal/g°C.

5. Que massas de água a 12°C e 52°C devemos misturar para obtermos 10 kg de água a 22°C?

6. Dois corpos, A e B, estão à mesma temperatura de 10°C . Cedendo-se a mesma quantidade de calor a cada um deles, obtemos temperaturas diferentes: $T_A = 40^{\circ}\text{C}$ e $T_B = 80^{\circ}\text{C}$. Nesta nova condição, colocamos os dois corpos em contato. Determine a temperatura final de equilíbrio térmico. Despreze as perdas.

7. Coloca-se 200g de gelo a 0°C e 200g de água a $5,0^{\circ}\text{C}$ em um recipiente termicamente isolado. Uma vez atingido o equilíbrio térmico, podemos afirmar corretamente que o recipiente contém:

- gelo a 0°C
- gelo e água a 0°C
- água a $2,5^{\circ}\text{C}$
- água a $5,0^{\circ}\text{C}$
- gelo e água a $2,0^{\circ}\text{C}$

8. Misturamos 1,0 kg de gelo a 0°C com 1,0 kg de vapor d'água a 100°C . Determine a temperatura de equilíbrio térmico. Dados os calores latentes de fusão e de vaporização da água: $L_F = 80 \text{ cal/g}$ e $L_V = 540 \text{ cal/g}$.

9. Um estudante deseja beber café. Então pega um copo de alumínio de massa $m_{\text{Al}} = 120\text{g}$ à temperatura de 20°C . A seguir, enche o copo com $3,0 \times 10^2 \text{ g}$ de café na temperatura de 70°C . Considerando as perdas desprezíveis, determine a temperatura final de equilíbrio térmico da mistura.

Dados os calores específicos: $c_{\text{Al}} = 0,22 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ e $c_{\text{café}} = 1,0 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$.

10. Deseja-se esfriar $2,5 \times 10^2 \text{ g}$ de Coca-Cola, inicialmente, a 25°C . Então, adiciona-se gelo a -20°C . Determine a massa de gelo necessária para a temperatura final ser 0°C com a fusão de todo gelo. Considere apenas a troca de calor entre o gelo e a Coca-Cola.

Dados os calores específicos e o latente de fusão: $c_{\text{Coca}} = 1,0 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$; $c_{\text{gelo}} = 0,50 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$; $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ e $L_F = 80 \text{ cal/g}$.

Respostas

- 45 K e 81°F
- 2
- $1,0 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ (o líquido deve ser a água)
- A esfera de ferro por ter o calor específico maior
- 7,5 kg de água a 12°C e 2,5 kg de água a 52°C .
- 52°C .
- b.
- 100°C .
- 66°C .
- 69 g.

Dilatação térmica

meta

Conceituar a dilatação térmica dos sólidos e líquidos, em casos simples, com exemplos da vida cotidiana.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- resolver problemas de dilatação linear, superficial e volumétrica dos sólidos;
- caracterizar a dilatação térmica dos líquidos em geral e da água, como um caso particular.

Introdução

Conforme vimos anteriormente, a temperatura pode ser definida como sendo uma medida do grau de agitação térmica das moléculas do corpo. Quanto maior for essa agitação, tanto maior será a sua temperatura. Sendo assim, de um modo geral, quanto maior for a temperatura, maior será o volume desse corpo. Se por outro lado, diminuirmos a temperatura de um corpo, na grande maioria dos casos, ele sofrerá uma contração, denominada *contração térmica*.

Para estudarmos a dilatação térmica, vamos dividir os assuntos em dois tópicos: o primeiro, a dilatação térmica dos sólidos, subdividido em: dilatação linear, dilatação superficial e dilatação volumétrica; e o segundo, a dilatação térmica dos líquidos. Os líquidos, como sabemos, não têm forma própria, eles ocupam o espaço com a forma do recipiente que os contém. Sendo assim, apenas a sua dilatação volumétrica terá algum interesse de estudo.

Como exemplo de aplicação do conceito de dilatação, temos a utilização de juntas de dilatação nas estruturas de pontes e viadutos, com o objetivo de garantir a integridade da sua estrutura e a segurança para a sua utilização.



Figura 10.1: Juntas de dilatação da ponte Golden Gate (Califórnia, EUA), utilizadas para absorver a variação volumétrica dos materiais e os efeitos inerentes a cada tipo de estrutura. Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Expansion_joint_Golden_Gate_Bridge.jpg.

Dilatação linear

A dilatação de qualquer corpo se dá sempre em três dimensões, entretanto, quando o corpo é comprido, como uma barra de ferro fina, ou mesmo um trilho de trem, seu comprimento passa a ter uma importância especial.

Vejamos um exemplo: se uma barra de ferro com 100 cm de comprimento for aquecida em 10°C, seu comprimento aumentará apenas 0,012 cm. Se a barra tiver 200 cm de comprimento, o dobro da barra anterior, ela irá aumentar 0,024 cm e a dilatação também será o dobro da anterior, pois a dilatação é proporcional ao comprimento inicial. Se a mesma barra de ferro, com 100 cm de comprimento, for aquecida a 20°C, em vez dos 10°C anterior, ela sofrerá um aumento no comprimento de 0,024 cm, pois a dilatação também é proporcional à variação de temperatura. A dilatação nos diversos materiais ocorre da mesma forma que no exemplo anterior. Embora a dilatação (que chamaremos ΔL) seja diferente para cada material, ela é sempre proporcional ao comprimento inicial da barra (que chamaremos L_i) e à variação de temperatura, que chamaremos $\Delta\theta$ (delta teta).

Assim: $\Delta L \propto L_i \Delta\theta$ (onde o símbolo \propto significa “proporcional a”)

Podemos retirar o símbolo de proporcionalidade e colocar o de igualdade, se soubermos o valor da constante de proporcionalidade. Cada material tem uma constante de proporcionalidade característica, chamada *coeficiente de dilatação linear*, que chamaremos genericamente de α (alfa).

Assim, escrevemos:

$$\Delta L = L_i \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

Onde:

- $\Delta L = (L_f - L_i)$ = (comprimento final – comprimento inicial) = variação no comprimento;

- α = coeficiente de dilatação linear (característica de cada material);
- $\Delta\theta = (\theta_f - \theta_i)$ = (temperatura final – temperatura inicial) = variação na temperatura.

Podemos escrever também a equação para a dilatação linear de outro modo (para o caso de desejarmos calcular diretamente o comprimento final).

Como $\Delta L = L_i \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$ e $\Delta L = L_f - L_i$, podemos escrever:

$$L_f - L_i = L_i \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

Ou: $L_f = L_i + L_i \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$

Ainda: $L_f = L_i \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$

onde colocamos o L_i em evidência.

A unidade de medida do coeficiente de dilatação

A unidade de medida do coeficiente de dilatação é o inverso do grau. Podendo ser dada em $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ou K^{-1} . Os coeficientes de dilatação têm valores bastante diferentes para as diversas substâncias. A tabela a seguir mostra os coeficientes de dilatação de diversos materiais conhecidos. Note que os metais têm os maiores coeficientes de dilatação.

Tabela 10.1

Substância	Coefficiente de dilatação linear (α) em $^{\circ}\text{C}^{-1}$
Porcelana	$3,0 \cdot 10^{-6}$
Vidro pyrex	$3,2 \cdot 10^{-6}$
Vidro comum	$9,0 \cdot 10^{-6}$
Concreto	$12 \cdot 10^{-6}$
Ouro	$15 \cdot 10^{-6}$
Prata	$19 \cdot 10^{-6}$
Chumbo	$27 \cdot 10^{-6}$

Dilatação superficial

Vamos considerar uma placa que tem área A_i , à temperatura θ_i e área A_f , à temperatura θ_f .



Figura 10.2

Nesse caso, temos:

$$\Delta A = A_f \cdot \beta \cdot \Delta \theta$$

Onde:

- $\Delta A = (A_f - A_i)$ = área final – área inicial (variação na área);
- β = coeficiente de dilatação superficial;
- $\Delta \theta = (\theta_f - \theta_i)$ = variação na temperatura.

Do mesmo modo que fizemos para a dilatação linear, podemos escrever:

$$A_f = A_i \cdot (1 + \beta \cdot \Delta \theta)$$

Observação: o valor numérico do coeficiente de dilatação superficial (β) é aproximadamente igual ao dobro do coeficiente de dilatação linear, para o mesmo material. Por exemplo:

- para a porcelana $\beta = 2 \times 3,0 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1} = 6,0 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$;
- para o chumbo $\beta = 2 \times 27 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1} = 54 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$.

Dilatação volumétrica

Vamos considerar um paralelepípedo, com volume V_i , à temperatura θ_i , e volume V_f , à temperatura θ_f , conforme ilustrado na figura a seguir.

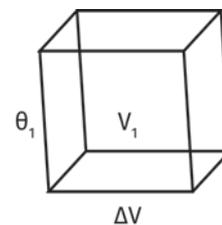


Figura 10.3

Nesse caso, temos que:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_i \cdot \Delta \theta$$

onde γ (gama) é o coeficiente de dilatação volumétrica. Seu valor é aproximadamente igual ao triplo do coeficiente de dilatação linear para o mesmo material: $\gamma = 3 \times \alpha$.

Podemos também escrever:

$$V_f = V_i \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta\theta)$$

Lembre-se de que a dilatação sempre se dá nas três dimensões, sendo sempre volumétrica, mas, numa barra comprida, só nos interessa a variação no comprimento, pois as outras dimensões, altura e largura, são muito pequenas e terão uma dilatação muito menor. Do mesmo modo, numa placa, sendo sua espessura muito menor do que a largura e o comprimento, importamo-nos somente com a dilatação superficial.

Situação 1: uma barra de ferro utilizada na construção de navios tem comprimento de 60 m à temperatura ambiente. Vamos calcular a variação do comprimento da barra quando for aquecida em 50°C, sabendo-se que o coeficiente de dilatação linear do material de que a barra é feita é $\alpha = 20 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$.

Solução:

São dados o comprimento inicial $L_i = 60 \text{ m}$; a variação de temperatura $\Delta\theta = 50^\circ \text{ C}$ e o coeficiente de dilatação linear $\alpha = 20 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$. Pede-se a variação no comprimento .

Temos então:

$$\Delta L = L_i \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta L = 60 \times 20 \times 10^{-6} \times 50$$

$$\Delta L = 60.000 \times 10^{-6}$$

$$\Delta L = 6,0 \times 10^4 \times 10^{-6}$$

$$\Delta L = 6,0 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$\Delta L = 0,06 \text{ m} = 6,0 \text{ cm}$ (logo, a barra irá variar seu comprimento em 6,0 cm)

A dilatação dos líquidos

Os líquidos, de um modo geral, seguem as leis de dilatação dos sólidos com $\Delta V = \gamma \cdot V_i \cdot \Delta\theta$, sendo que, para o coeficiente de dilatação volumétrico (γ), como vimos anteriormente, pode ser utilizado com boa aproximação o valor $\gamma = 3 \cdot \alpha$.

Devemos tomar cuidado com o fato de que os líquidos estarão, necessariamente, dentro de algum recipiente, que também é aquecido quando aquecemos o líquido e, portanto, também se dilata, dando a impressão de que o líquido dilatou menos do que aconteceu, na realidade.

Dilatação aparente dos líquidos

Na maioria das vezes, os líquidos se dilatam mais do que os recipientes que os contêm. Se tivermos um recipiente completamente cheio de um líquido, a uma certa temperatura, ao aquecermos o conjunto recipiente mais líquido, haverá um derramamento de parte do líquido contido no recipiente. Ao volume de líquido derramado chamamos de *dilatação aparente do líquido*. Na realidade, o líquido se dilata mais do que a parte derramada, pois, como o recipiente também se dilata ao ser aquecido, cabe mais líquido nele do que originalmente ocorria.

O caso da água

A água apresenta uma peculiaridade no seu coeficiente de dilatação. Se aquecermos um certo volume de água partir de 0°C , entre a temperatura de 0°C e 4°C a água se contrai, diminuindo o volume, ficando mais densa. Depois, se continuarmos a aquecer a água, ela vai começar a se dilatar, como fazem, de um modo geral, os outros sólidos e líquidos.

À temperatura de 4°C , a água é mais densa, ocupando o menor volume. No gráfico a seguir, está representado qualitativamente o volume de uma certa quantidade de água (em unidades arbitrárias u.a), em função da temperatura.

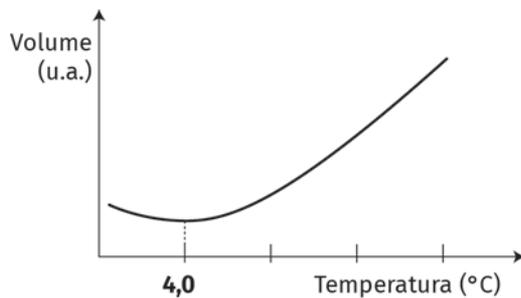


Figura 10.4

Nas regiões geladas, como no Polo Norte da Terra, a água vai congelando na superfície do oceano Ártico, enquanto a água a 4°C , mais quente do que o gelo, afunda, por ser mais densa, permitindo que sob o gelo exista uma grande quantidade de vida marinha, como focas, leões marinhos e muitas outras espécies. O fato de a água possuir um dos maiores calores específicos dentre as substâncias conhecidas e o de ser mais densa a 4°C têm uma importância fundamental no equilíbrio do clima da Terra e, portanto, na sobrevivência de todas as espécies animais que nela vivem, incluindo a nossa.



Figura 10.5: As focas nadam abaixo do gelo no polo norte. Esta fotografia, está na Reserva da Biosfera da Unesco Nordaust-Svalbard, Kløverbladbukta, Wahlenbergfjorden, Svalbard, Noruega. Fonte: <https://www.flickr.com/photos/hoppy1951/15096072562/>. Créditos: Allan Hopkins.

E quanto aos gases?

Os gases apresentam um comportamento térmico bastante diferenciado em relação aos sólidos e líquidos, e serão estudados com maiores detalhes numa unidade à parte.

Resumo

Nesta unidade, estudamos o comportamento dos sólidos e dos líquidos quando submetidos a variações de temperatura, principalmente no que diz respeito à dilatação.

- Estudamos a dilatação linear, onde:

$$\Delta L = L_i \cdot \alpha \cdot \Delta\theta \text{ onde } L_f = L_i \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

- A dilatação superficial, onde:

$$\Delta A = \beta \cdot A_i \cdot \Delta\theta \text{ onde } A_f = A_i \cdot (1 + \beta \cdot \Delta\theta)$$

- A dilatação volumétrica, onde:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_i \cdot \Delta\theta \text{ onde } V_f = V_i \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta\theta)$$

- Vimos que, com boa aproximação, podemos escrever para os coeficientes de dilatação:

$$\beta = 2.\alpha \text{ e que } \gamma = 3.\alpha$$

Vimos também o caso da água que apresenta muitas peculiaridades no que diz ao seu comportamento térmico.

lá na plataforma

Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos para aprofundar o conhecimento sobre o tema Dilatação térmica. Acesse os objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estão disponíveis também exercícios extras e podcasts. Confira!

Exercícios

(Anote as respostas em seu caderno.)

- Edificações com grandes extensões horizontais, como pontes, linhas ferroviárias e grandes prédios, são construídas em módulos, separados por pequenos intervalos denominados “juntas de dilatação”. Essas juntas são espaços reservados para o aumento de comprimento dos módulos, devido ao aumento de temperatura a que eles ficam submetidos. Os comprimentos desses intervalos devem ser:
 - a) independentes do coeficiente de dilatação linear do material;
 - b) independentes do comprimento dos módulos;
 - c) inversamente proporcionais ao coeficiente de dilatação linear do material;
 - d) inversamente proporcionais ao comprimento dos módulos;
 - e) diretamente proporcionais ao comprimento dos módulos.
- (Fatec-SP) Uma placa de alumínio tem um grande orifício circular no qual foi colocado um pino, também de alumínio, com grande folga. O pino e a placa são aquecidos em 500°C , simultaneamente. Podemos afirmar que:
 - a) a folga irá aumentar, pois o pino, ao ser aquecido, irá se contrair;
 - b) a folga diminuirá, pois, ao aquecermos a chapa, a área do orifício diminui;
 - c) a folga diminuirá, pois o pino se dilata muito mais que o orifício;
 - d) a folga irá aumentar, pois o diâmetro do orifício aumenta mais que o diâmetro do pino;
 - e) a folga diminuirá, pois o pino se dilata e a área do orifício não se altera.
- (UEBA) Uma peça de zinco é construída a partir de uma chapa quadrada delado 30 cm, da qual foi retirado um pedaço de área de 500 cm^2 . Elevando-se em 50°C a temperatura da peça restante, sua área final, em centímetros quadrados, será mais próxima de:

Dado: coeficiente de dilatação linear do zinco = $2,5 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

a) 400;	d) 408;
b) 401;	e) 416.
c) 405;	

Dicas: veja que uma placa de 500 cm^2 foi tirada de uma placa maior, quadrada, que tinha 30 cm de lado. O problema pede a área final da peça “restante”. Note também que o problema é de dilatação superficial, mas o que foi dado é o coeficiente de dilatação linear. Cuidado!

4. (MACK-SP) Uma placa de aço sofre uma dilatação de $2,4 \text{ cm}^2$, quando aquecida em 100°C . Sabendo que o coeficiente de dilatação linear médio do aço, no intervalo considerado, é $1,2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, podemos afirmar que a área da placa, antes desse aquecimento, era:

- a) 200 m^2 ; d) 1 m^2 ;
 b) 100 m^2 ; e) $0,010 \text{ m}^2$.
 c) 2 m^2 ;

5. (UECE) Uma placa quadrada e homogênea é feita de um material cujo coeficiente superficial de dilatação é $\beta = 1,6 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. O acréscimo de 10% em sua área é:

- a) 80; c) 375;
 b) 160; d) 625.

Respostas

1. e.

2. d. A dilatação no diâmetro do furo e do pino (ΔL) depende de seu diâmetro inicial (L_i), e, como o diâmetro do furo é maior que o do pino, ele se dilatará mais do que o pino, aumentando a folga.

Temos: $\Delta L = \alpha \cdot L_i \cdot \Delta\theta$. A dilatação ΔL é diretamente proporcional ao comprimento inicial L_i .

3. b. Você deve se lembrar que o coeficiente de dilatação superficial é o dobro do coeficiente de dilatação linear: $\beta = 2\alpha$.

4. São dados: a dilatação, $\Delta S = 2,4 \text{ cm}^2$; a variação de temperatura, $\Delta\theta = 100 \text{ }^\circ\text{C}$; e o coeficiente de dilatação linear, $\alpha = 1,2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Pede-se a área da placa antes do aquecimento, S_i .

Solução:

Precisamos do coeficiente de dilatação superficial, Assim:

$$\beta = 2\alpha = 2 \times 1,2 \times 10^{-6} = 2,4 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

A resposta está em m^2 , assim vamos passar o dado da dilatação, $\Delta S = 2,4 \text{ cm}^2$, para o S.I..

$$\text{Temos: } 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

Ou: $(1 \text{ cm})^2 = (10^{-2} \text{ m})^2$ elevando ambos os membros ao quadrado.

$$\text{Assim: } 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{Logo: } \Delta S = 2,4 \text{ cm}^2 = 2,4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Temos, então: $S = S_i(1 + \beta\Delta\theta)$ (para a dilatação superficial)

$$\text{Ou: } S = S_i + S_i\beta\Delta\theta$$

$$\text{Ainda: } S - S_i = S_i\beta\Delta\theta$$

$$\text{Onde: } \Delta S = S_i\beta\Delta\theta$$

$$\text{Assim: } S_i = \frac{\Delta S}{\beta\Delta\theta} = \frac{2,4 \times 10^{-4}}{2,4 \times 10^{-6} \times 100} \\ = 10^{-4} \times 10^{+6} \times 10^{-2}$$

Finalmente: $S_i = 10^{-4+6-2} = 10^0 = 1 \text{ m}^2$ (resposta d).

5. d

A reflexão da luz

meta

Introduzir os principais conceitos da óptica geométrica e estudar suas aplicações aos espelhos planos e esféricos.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- identificar e enunciar os conceitos da óptica geométrica e aplicar esses conceitos na resolução de problemas;
- aplicar os conceitos e as leis da reflexão na solução de problemas envolvendo espelhos planos.

Introdução

O principal objeto de nosso estudo é a luz. Assim, vamos primeiramente nos referir às principais características de sua natureza. A luz é uma onda eletromagnética, semelhante às ondas de rádio e de televisão, e que pode se propagar até mesmo no vácuo. Uma característica importante da luz é sua velocidade, sendo um limite de velocidade para qualquer objeto material. A velocidade da luz no vácuo é de 300.000 km/s. No ar, também podemos usar esse valor para a velocidade da luz, com boa aproximação. Ao passar de um para outros meios transparentes, como do ar para o vidro, ou do ar para a água, sua velocidade se torna menor, como veremos mais adiante.

Conceitos fundamentais

As fontes de luz

Fontes primárias

Qualquer objeto visível é uma fonte de luz. Quando esses objetos têm luz própria, como o Sol, uma lâmpada ou uma vela acesa, chamamo-los de *fonte primária*, conforme ilustrado a seguir.



Figura 11.1: Exemplos de fontes primárias (têm luz própria).

Fontes secundárias

Quando a fonte de luz não tem luz própria, mas reflete a luz proveniente de uma outra fonte, chamamo-la de *fonte secundária*. A Lua é um bom exemplo de fonte secundária. Nós vemos o luar iluminando a noite, devido à luz do Sol que é refletida pela Lua. Do mesmo modo só podemos ver os objetos, como uma mesa, por exemplo, se ela estiver sendo iluminada por uma outra fonte de luz. Num quarto escuro não podemos ver nenhum objeto, a não ser que acendamos a luz, é claro!



Figura 11.2: o observador, isto é, uma pessoa que olha para a paisagem representada na figura, pode ver os objetos e a Lua porque eles refletem a luz do Sol em todas as direções.

Raio luminoso

Chamamos de *raio luminoso* ao caminho seguido pela luz. Considerando uma vela como exemplo de fonte luminosa, podemos dizer que a sua luz caminha em todas as direções. Podemos, então, representar os seus raios luminosos por linhas, conforme a ilustração a seguir, em que damos destaque a apenas um dos raios luminosos que partem da vela em *direção aos olhos de um observador*.

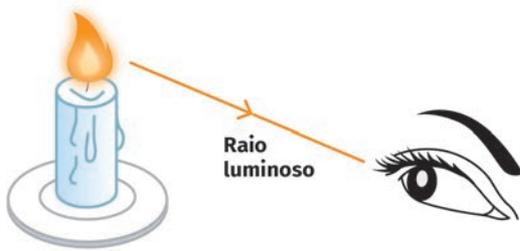


Figura 11.3

Feixe luminoso

Chamamos de feixe luminoso a um conjunto de raios de luz. Os feixes luminosos podem ser *divergentes*, *convergentes* ou *paralelos*. Veja os exemplos ilustrados a seguir.

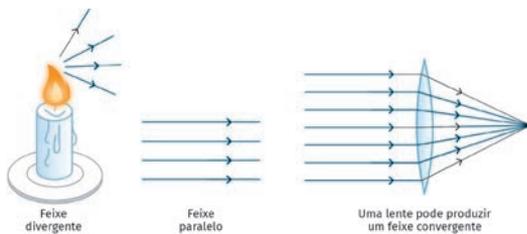


Figura 11.4

Princípios da óptica geométrica

Para estudarmos a óptica geométrica, baseamo-nos em três conceitos fundamentais. São eles: o *princípio da propagação retilínea da luz*; o *princípio da independência dos raios luminosos* e o *princípio da reversibilidade*. A seguir, abordaremos cada um deles.

Princípio da propagação retilínea da luz

Num meio transparente e homogêneo, a luz caminha em linha reta.



Figura 11.5

Nesta situação ilustrada acima, o observador não pode ver a vela atrás do objeto, no caso, a torre de um computador.

Princípio da independência dos raios luminosos

Quando dois raios ou feixes luminosos se cruzam, cada um deles segue seu caminho, sem alteração, como se não tivessem se cruzado.

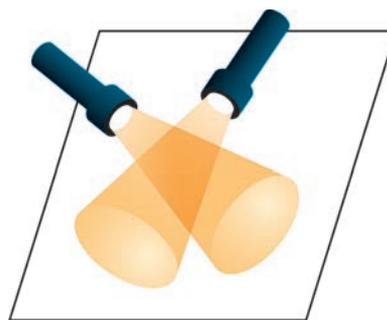


Figura 11.6

Princípio da reversibilidade

O caminho que um raio luminoso percorre entre dois pontos quaisquer de sua trajetória é o mesmo nos dois sentidos. Vejamos o exemplo de um raio luminoso que se reflete num espelho.

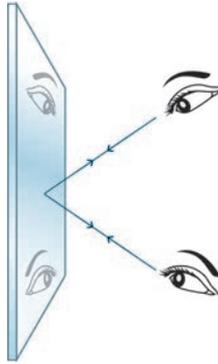


Figura 11.7

A câmara escura

Uma aplicação interessante do princípio da propagação retilínea da luz é a câmara escura. Ela pode ser feita com uma caixa qualquer, de papelão, onde, num dos lados fazemos um pequeno orifício por onde pode passar a luz. No interior dela colocamos uma folha de papel vegetal ou papel “manteiga” onde se formarão as imagens dos objetos colocados à frente da câmara. Na parte posterior, fazemos um orifício, um pouco maior, por onde podemos observar a imagem, conforme ilustrado a seguir.

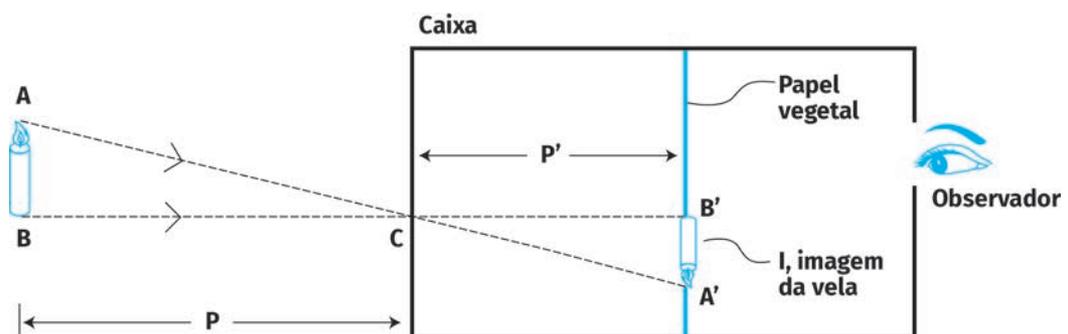


Figura 11.8

Podemos usar a semelhança de triângulos para calcular o tamanho da imagem formada. Considerando os triângulos ABC e $A'B'C$, podemos escrever:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{CB'}{BC}$$

(eq. 1)

Onde:

- $A'B'$ = Tamanho da imagem que chamaremos I ;
- AB = tamanho do objeto que chamaremos de O ;
- CB' = distância da imagem ao orifício que chamaremos de P' ;
- BC = distância do objeto ao orifício que chamaremos de P .

Assim a equação 1 se torna:

$$\frac{I}{O} = \frac{P'}{P}$$

Sombra e penumbra

Vamos imaginar um dia em que a lua passa entre a Terra e o Sol: um dia de eclipse solar. A Lua projetará uma sombra na superfície terrestre que tem as características ilustradas a seguir.

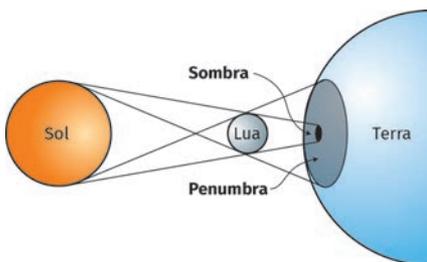


Figura 11.9

Exemplos:

1. A distância entre a Terra e o Sol é aproximadamente $1,5 \times 10^8$ km (cento e cinquenta milhões de km). Pede-se calcular o tempo, em minutos, que a luz proveniente do Sol leva para chegar à Terra.

Solução:

Como a velocidade é constante, o movimento é uniforme. Logo:

$$S = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{V} = \frac{1,5 \times 10^8 \text{ (km)}}{300.000 \left(\frac{\text{km}}{\text{s}} \right)} = 500 \text{ s}$$

Como cada minuto tem 60 segundos, teremos:

$$t = \frac{500 \text{ (s)}}{60 \left(\frac{\text{s}}{\text{min}} \right)} = 8,3 \text{ min.}$$

2. Numa certa hora do dia, um edifício projeta uma sombra de 80 m, conforme a figura a seguir.

Sabendo-se que no mesmo instante, uma haste de 30 cm, colocada na vertical, projeta uma sombra de 100 cm, calcule a altura do edifício (veja a ilustração a seguir).

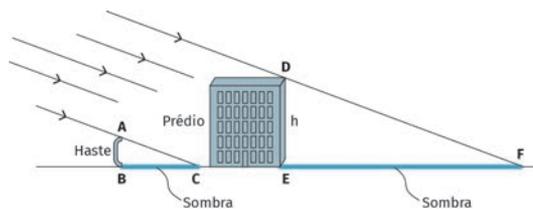


Figura 11.10

Solução:

Como o Sol está muito afastado de nós, seus raios de luz chegam praticamente paralelos, aqui na Terra. Pela semelhança dos triângulos ABC e DEF, podemos escrever:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{h}{30\text{cm}} = \frac{80\text{(m)}}{100\text{(cm)}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{30\text{(cm)} \times 80\text{(m)}}{100\text{(cm)}} \Rightarrow h = 24\text{m.}$$

Quando a luz modifica seu trajeto

Nós já vimos que, num meio homogêneo e transparente, a luz caminha em linha reta. Entretanto, quando a luz encontra uma superfície de separação entre dois meios diferentes, como entre ar e água ou entre ar e vidro, o caminho seguido pela luz é alterado, conforme veremos mais à frente ao estudarmos a refração da luz.



Figura 11.11: O arco-íris é o resultado visível dos desvios da luz solar, provocados por gotas de chuva na atmosfera, depois que a chuva se foi e o Sol reaparece. Elias National Park, Alaska. Fonte: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Double-alaskan-rainbow.jpg>. Créditos: BokicaK.

A reflexão da luz - espelho

Consideramos dois tipos de reflexão da luz: a reflexão vítrea (ou especular) e a reflexão difusa, conforme ilustra a figura seguir. A reflexão difusa ocorre quando a luz incide sobre superfícies irregulares, gerando raios refletidos difusamente, isto é, em todas as direções. A reflexão especular ocorre quando os raios de luz incidem em uma superfície polida. Neste caso, os raios de luz refletidos serão paralelos entre si.

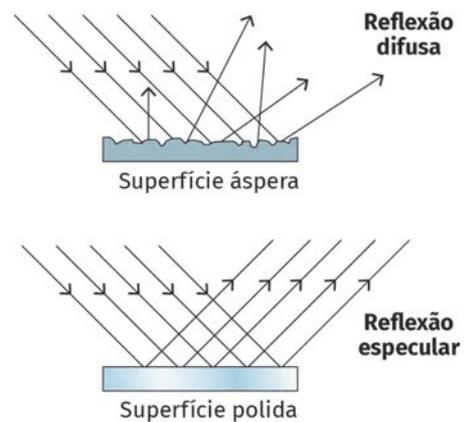


Figura 11.12

Espelho

Chamamos de espelho a qualquer superfície polida. A superfície da água em uma bacia, ou mesmo em um lago, quando a água está bem parada, funciona como um espelho, e podemos ver a imagem dos objetos que se encontram ao redor da superfície. Para estudarmos as leis que regem o fenômeno da reflexão da luz, vamos primeiramente definir os conceitos de *normal*, *ângulo de incidência* e *ângulo de reflexão*.

Consideremos um raio luminoso que se reflete em um espelho, conforme ilustrado a seguir.

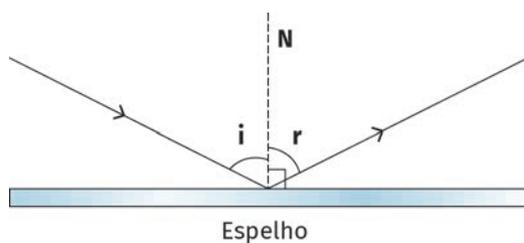


Figura 11.13

Temos:

- a *normal* (N), que é uma reta imaginária, perpendicular à superfície (*normal* significa *perpendicular*);
- *ângulo de incidência* (i), que é o ângulo que o raio incidente faz com a normal;
- *ângulo de reflexão* (r), que é o ângulo que o raio refletido faz com a normal.

A normal é utilizada para que possamos representar e visualizar geometricamente os ângulos de incidência e de reflexão da luz em espelhos e, assim, realizar cálculos.

As leis da reflexão

A reflexão se dá de acordo com as seguintes leis:

- o raio incidente, o raio refletido e a normal ao espelho estão no mesmo plano;
- o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, isto é, $i = r$.

Vamos ver a seguir uma aplicação das leis da reflexão no estudo da formação de imagens, em espelhos planos.

O espelho plano

Imagine um pequeno objeto colocado a uma distância de um espelho plano, conforme ilustrado a seguir.

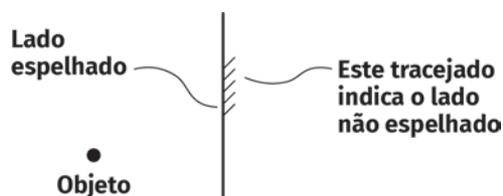


Figura 11.14

Usando a lei da reflexão, vamos traçar alguns raios luminosos que partem do objeto e encontram o espelho. Para cada um dos raios, fazemos $i = r$.

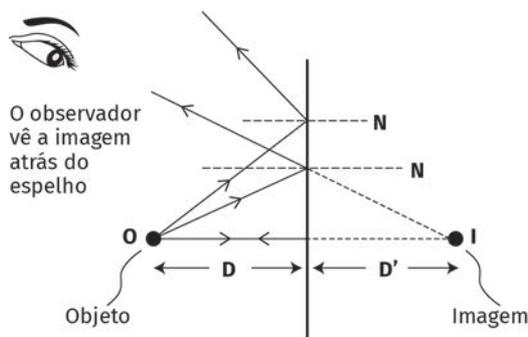


Figura 11.15

Note que, nos espelhos planos, a distância da imagem ao espelho (D') é igual à distância do objeto ao espelho: $D' = D$. Repare também que a imagem está situada *atrás do espelho*. Ela é formada por *prolongamentos dos raios luminosos*. Nesse caso chamamos a imagem de *imagem virtual*.

Faça também um experimento: fique na frente de um espelho e levante a mão direita (mão destra) e veja que sua imagem levantará a mão esquerda. Considerando essa propriedade física dos espelhos planos, podemos dizer que as imagens que refletem

são *dextrogiras*. Se você colocar na frente de um espelho plano uma figura com a letra *F*, a imagem mostrará a letra com os traços horizontais virados para a esquerda.

Exemplo

Um raio luminoso incide sobre um espelho plano segundo um ângulo de 60° com a normal no ponto de incidência. Pede-se calcular o ângulo α que o raio refletido forma com a superfície do espelho.

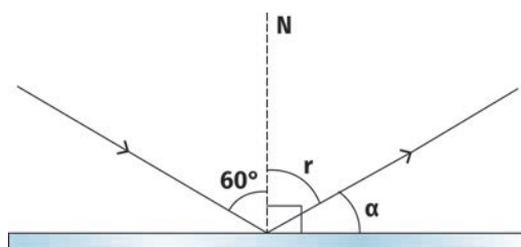


Figura 11.16

Solução:

Temos que $i = r$ (o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão). Pela figura vemos que:

$$r = 60^\circ \text{ e } r + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - 60^\circ \alpha = 30^\circ.$$

O campo visual de um espelho plano

Chamamos *campo visual* à região do espaço que pode ser vista por um observador, por reflexão no espelho. O campo visual depende da posição em que se encontra o observador em relação ao espelho. A figura a seguir ilustra a região do campo visual de um observador.

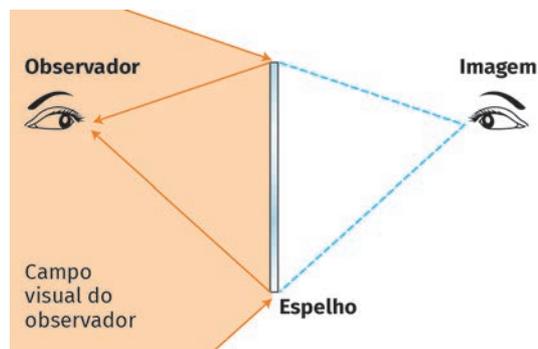


Figura 11.17: tudo o que se encontra à esquerda do espelho e entre as setas que incidem sobre ele estão no campo visual do observador. Ilustrador: o ideal é que essa área descrita em palavras estivesse com um sombreado suave se possível.

Resumo

- Nesta unidade, estudamos os conceitos fundamentais da óptica geométrica.
- Vimos os conceitos de *fonte de luz primária* (que têm luz própria), como uma vela, uma lâmpada, ou o Sol, e de *fonte de luz secundária* (que só podem ser vistas por que refletem a luz proveniente de uma outra fonte).
- Abordamos o conceito de *raio luminoso*: um *caminho seguido pela luz*, representado por linhas.
- Vimos também o conceito de *feixe luminoso*, que é um conjunto de raios de luz que podem ser *divergentes*, *convergentes* ou *paralelos*.
- Estudamos três conceitos fundamentais: o *princípio da propagação retilínea da luz*; o *princípio da independência dos raios luminosos* e o *princípio da reversibilidade*.

- Estudamos, ainda, as leis da reflexão:
 - o raio incidente o raio refletido e a normal ao espelho estão no mesmo plano;
 - o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, isto é, $i = r$.

Finalmente, vimos a formação de imagens nos espelhos planos que fornecem *imagens virtuais para objetos reais, dextrogiras*, e onde a *distância do objeto ao espelho é igual a distância da imagem ao espelho*. Vimos, além disso, que, para *objetos virtuais as imagens serão reais*.

lá na plataforma

Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos para aprofundar o conhecimento sobre esta primeira parte do tema A Reflexão da Luz. Será possível acessar objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis também exercícios extras e podcasts. Confira!

Exercícios

(Anote as respostas em seu caderno.)

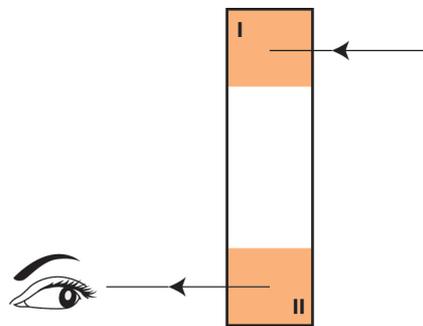
1. (UERJ) As questões apresentadas nesta prova relacionam-se a situações vivenciadas por um motorista que, dirigindo seu próprio carro, faz sozinho uma viagem de

férias. Em um trecho da estrada, o carro ultrapassa um caminhão. Ambos seguem com velocidades de 60 km/h e 45 km/h. O motorista, ao olhar para pelo retrovisor plano do carro, vê a imagem virtual do caminhão. Determine a velocidade desta imagem em relação à estrada.

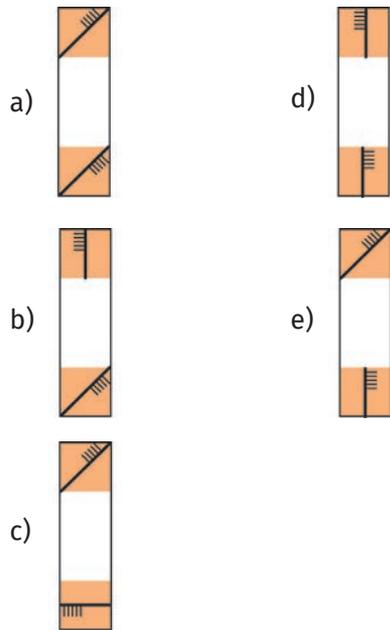
2. (PUC/MG) Quando um objeto é refletido por um espelho plano, sua imagem é:

- a) real;
- b) invertida;
- c) aumentada;
- d) revertida esquerda-direita.

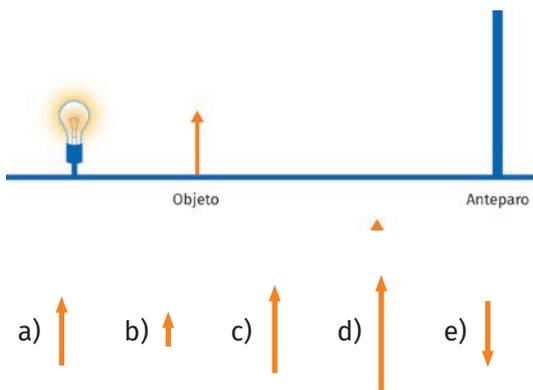
3. (UFF-RJ) Para comprovar, em caráter rudimentar, o funcionamento de um periscópio, constrói-se um dispositivo, utilizando uma caixa preta e dois espelhos planos. Em duas laterais opostas da caixa são feitas aberturas e, em cada uma das regiões I e II, coloca-se um espelho plano. Um feixe de luz, proveniente de uma fonte, incide perpendicularmente à lateral da Caixa, seguindo um trajeto parcialmente representado abaixo.



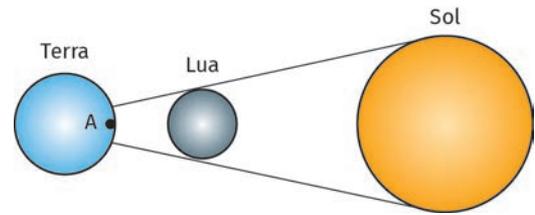
Indique a opção que melhor representa a correta colocação dos espelhos, permitindo o funcionamento do periscópio:



4. (PUC/MG - adaptado) Coloca-se um objeto, representado por uma seta, entre uma lâmpada e um anteparo, conforme ilustrado na figura a seguir. Pede-se indicar a figura que melhor pode representar a sombra do objeto projetado no anteparo.



5. (UNIFOR/CE) O esquema representa o alinhamento do Sol, da Terra e da Lua no momento de um eclipse. Neste instante, uma pessoa situada no ponto A observará um eclipse:



- a) parcial da lua;
- b) total da lua;
- c) anular do Sol;
- d) parcial do Sol;
- e) total do Sol.

Respostas

1. 75 km/h.
2. d.
3. a.
4. b (lembre-se do princípio da propagação retilínea da luz).
5. e.

A reflexão da luz – espelhos esféricos

12

meta

Aplicar os conceitos da óptica geométrica no estudo dos espelhos esféricos.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- identificar e enunciar os conceitos da óptica geométrica e aplicar esses conceitos na resolução de problemas envolvendo a reflexão da luz;
- aplicar as leis da reflexão e as equações da ampliação e dos pontos conjugados na solução de problemas envolvendo espelhos côncavos e convexos.

Introdução

Os espelhos esféricos são superfícies polidas e espelhadas, com a forma de uma calota esférica. Se a superfície espelhada é no interior da calota, o espelho é côncavo, se a superfície espelhada for no exterior da calota, o espelho é convexo.



Figura 12.1

Note que qualquer raio da esfera da qual se originou o espelho é perpendicular (normal) à superfície do espelho no ponto de contato, e podemos usar a lei da reflexão ($i = r$) para saber a direção na qual o raio luminoso será refletido. Veja a figura a seguir.

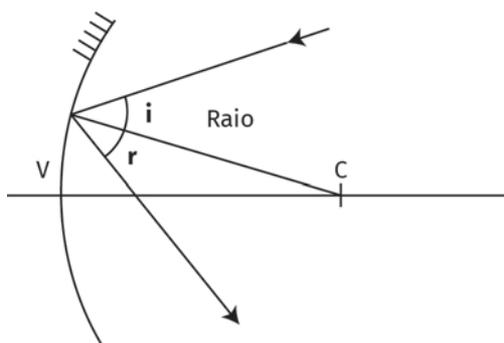


Figura 12.2

Formação da imagem nos espelhos esféricos

Para estudar a formação de imagens nos espelhos esféricos, vamos definir mais alguns elementos que nos ajudarão a descrever o que acontece: o foco e o centro de curvatura, os quais bordaremos a seguir.

O foco e o centro de curvatura

O centro de curvatura é o centro da esfera da qual tiramos as “calotas” que formam nossos espelhos, e o raio de curvatura, a distância do centro da esfera até a superfície.

O *foco* de um espelho côncavo é o ponto para onde convergem os raios provenientes de objetos muito distantes do espelho (dizemos que os objetos estão no infinito). Nesse caso, os raios chegam ao espelho numa direção paralela ao eixo principal do espelho. A distância focal (f) é igual à metade do raio de curvatura. Isto é:

$$f = \frac{R}{2}$$

A figura a seguir nos mostra o caminho dos raios provenientes de um objeto muito distante, como por exemplo o nosso Sol, convergindo para o foco (f).

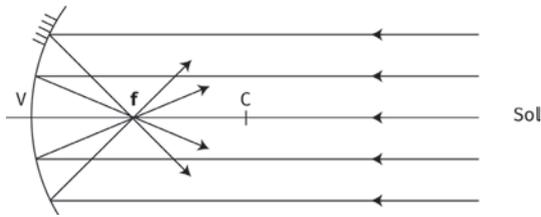


Figura 12.3

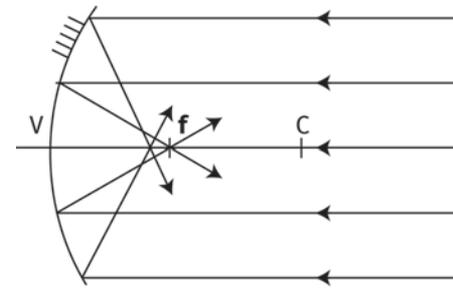


Figura 12.5

A abertura

A abertura é o ângulo (A) com lados que passam pelo centro e pelas bordas do espelho, conforme ilustrado a seguir.

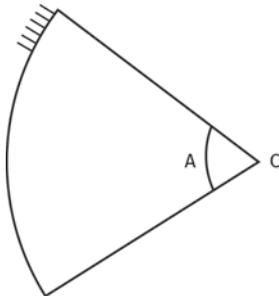


Figura 12.4

O foco e a abertura

Devemos tomar cuidado pois os espelhos esféricos apresentam um problema quando têm grandes aberturas: os raios luminosos que estão mais afastados do eixo principal não convergem para o foco, produzindo imagens “borradas”, conforme a ilustração a seguir, que demonstra que os diversos raios não convergem para o mesmo ponto (o foco), como seria desejável.

Em nosso estudo, vamos considerar apenas os espelhos de pequena abertura e objetos colocados próximos ao eixo principal, pois, caso contrário, a imagem também perderá nitidez e definição.

Raios principais, eixo principal e vértice de um espelho côncavo

Os raios principais nos ajudam a obter a imagem de um objeto, porque sabemos quais as direções que irão seguir após serem refletidos pelo espelho.

Os raios principais são:

- raio de luz que sai do objeto e segue para o espelho, paralelamente ao eixo principal;
- raio de luz que sai do objeto, passa pelo centro de curvatura e, depois de refletido, retorna pelo mesmo caminho de incidência;
- raio de luz que incide no espelho, passando pelo foco, e é refletido paralelamente ao eixo principal.

Eles estão representados na figura a seguir.

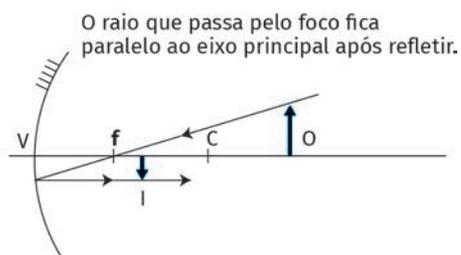
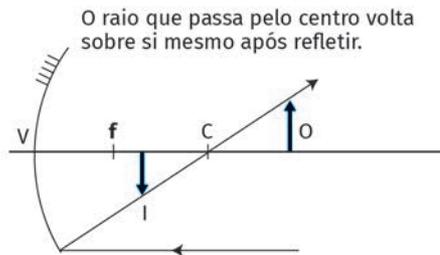
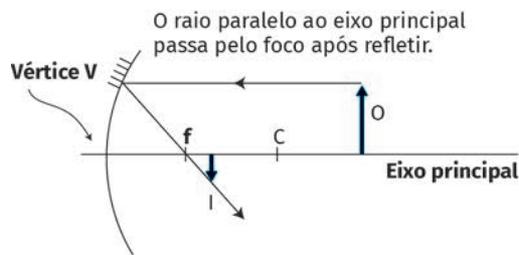


Figura 12.6

A formação da imagem nos espelhos côncavos

Vamos representar um objeto por uma seta. Isso nos facilita na hora de ver se a imagem é *direita*, isto é, se tem a mesma orientação do objeto, ou se é invertida em relação ao objeto, pois, nesse caso, a seta que representa a imagem terá sentido inverso ao do objeto.

a) Quando o objeto está situado além do centro de curvatura (entre o infinito e o centro)

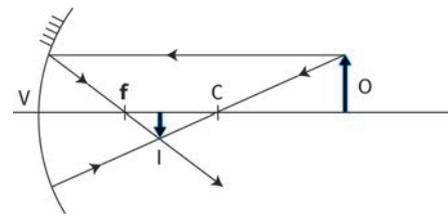


Figura 12.7

Características da imagem:

- a imagem é real, pois é formada por raios reais;
- a imagem é invertida em relação ao objeto;
- a imagem é menor do que o objeto.

b) Quando o objeto está situado entre o foco e o centro:

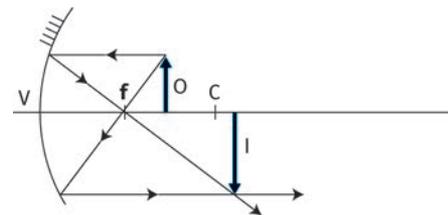


Figura 12.8

Características da imagem:

- a imagem é real, pois é formada por raios reais;
- a imagem é invertida em relação ao objeto;
- a imagem é maior do que o objeto.

c) Quando o objeto está situado entre o foco e o vértice:

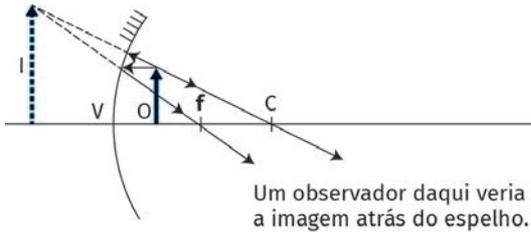


Figura 12.9

Características da imagem:

- a imagem é virtual, pois está atrás do espelho, sendo formada pelo prolongamento dos raios;
- a imagem é direita, pois tem a mesma orientação do objeto;
- a imagem é maior do que o objeto.

Agora você:

Em cada caso abaixo, trace os raios principais, utilizando régua e lápis, completando as figuras para obter a imagem de cada objeto (o) representado.

Descreva também as características da imagem: sua posição, natureza (se é real, ou virtual e se é invertida, ou não); tamanho (maior, menor ou igual ao objeto).

d) Quando o objeto está situado sobre o foco

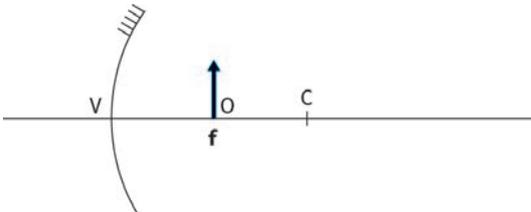


Figura 12.10

Características da imagem: (Anote as respostas em seu caderno.)

e) Quando o objeto está situado sobre o centro de curvatura

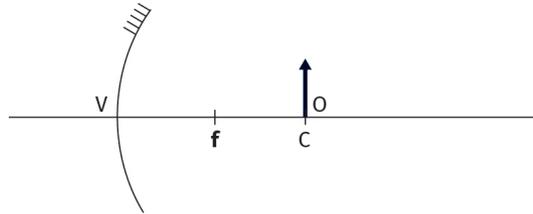


Figura 12.11

Características da imagem: (Anote as respostas em seu caderno.)

Formação da imagem nos espelhos convexos

Os raios principais obedecem às mesmas regras vistas anteriormente. Temos que levar em conta apenas que, nos espelhos convexos, o foco e o centro de curvatura estão "atrás" do espelho, isto é, são ditos virtuais.

Analise as figuras a seguir e veja como se formam as imagens de um objeto colocado à frente do espelho (objeto real). Note que as imagens são obtidas pelos prolongamentos dos raios refletidos (linhas pontilhadas atrás do espelho)

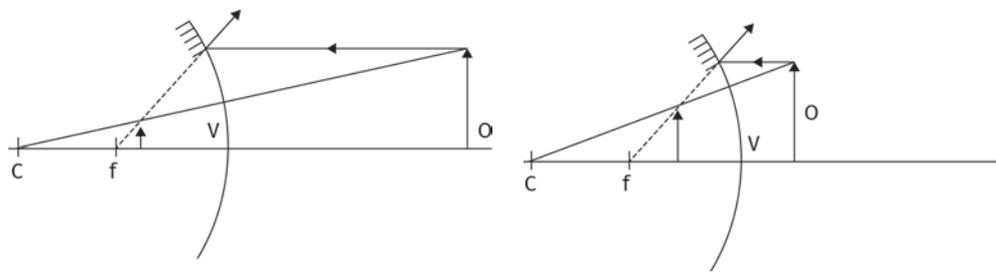


Figura 12.12

Num espelho convexo, para objetos reais, a imagem é sempre: virtual, direita e menor que o objeto.

Como vimos na unidade anterior, quando colocamos um objeto na frente de um espelho plano (“objeto real”) sua imagem estará atrás do espelho, sendo formada por prolongamentos dos raios incidentes (“imagem virtual”).

É possível também obter uma imagem real em um espelho plano, se o objeto for um objeto virtual. Por exemplo, podemos projetar uma imagem de uma lente convergente atrás do espelho. Essa imagem passará a ser um objeto virtual para o espelho, e a imagem final poderá ser então uma imagem real. Veja as ilustrações a seguir.

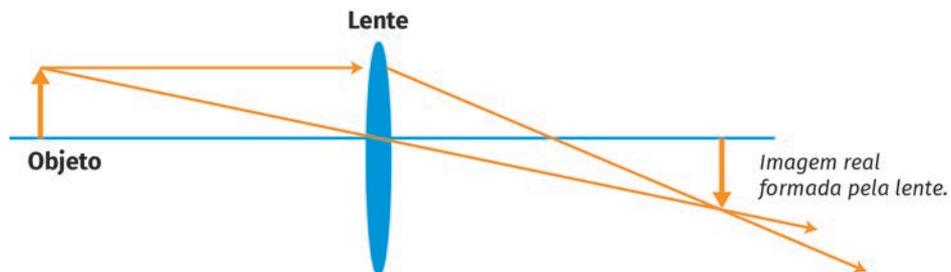


Figura 12.13: ao colocarmos um espelho plano que intercepta os raios luminosos provenientes da lente, ele os reflete, e a nova imagem se forma na frente do espelho (a imagem é real). Veja a ilustração a seguir.

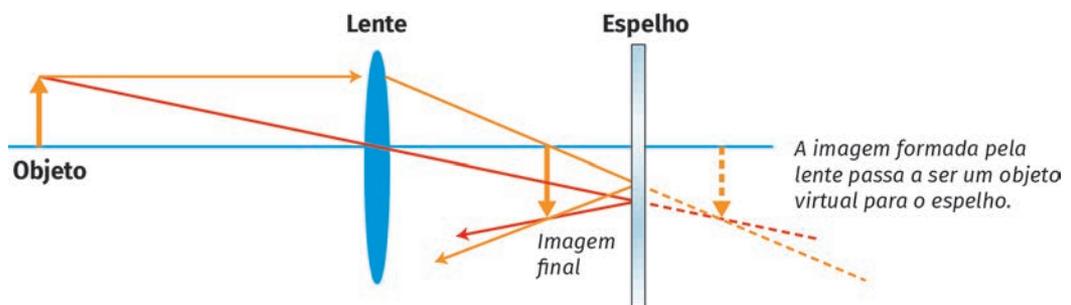


Figura 12.14

E a imagem final será *real* neste caso.

O mesmo artifício de utilizar uma lente pode ser feito com um espelho convexo, no lugar do espelho plano, para obtermos uma imagem final real.

A equação da ampliação

Para encontrarmos a equação da ampliação em um espelho esférico, vamos traçar a imagem de um objeto usando um raio luminoso que incide no vértice V do espelho. Vamos chamar de p à distância do objeto ao espelho, de p' à distância da imagem ao espelho e de l e o aos tamanhos da imagem e do objeto, respectivamente. Considere a figura a seguir:

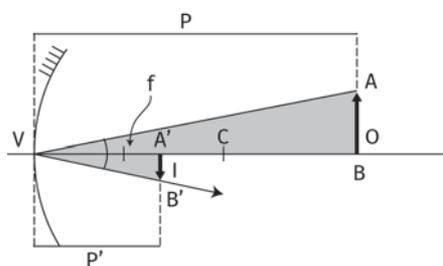


Figura 12.15

A semelhança entre os triângulos ABV e $A'B'V$ nos mostra diretamente que:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'V}{BV} \Rightarrow \text{ampliação} = \frac{l}{o} = \frac{p'}{p}$$

Onde:

- l = tamanho da imagem;
- o = tamanho do objeto;
- p' = distância da imagem ao espelho;
- p = distância do objeto ao espelho.

Essa é uma relação válida, não apenas para os espelhos esféricos, mas para os instrumentos ópticos em geral, como a câmara escura que estudamos anteriormente.

A equação dos pontos conjugados

A equação da ampliação relaciona os tamanhos da imagem e do objeto (l e o) com as distâncias deles ao espelho (p e p').

A equação dos pontos conjugados relaciona as distâncias p e p' com a distância focal do espelho, (f). Para obtermos a equação dos pontos conjugados, vamos traçar a imagem de um objeto utilizando um raio que, passando pelo centro de curvatura, é normal ao espelho e, portanto, volta sobre si mesmo.

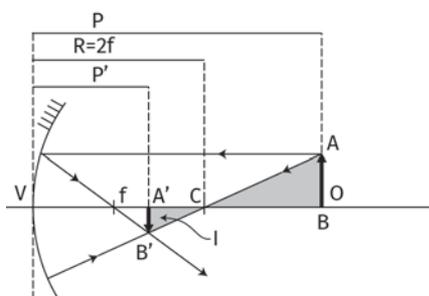


Figura 12.16

Novamente temos triângulos semelhantes $A'B'C$ e ABC e podemos escrever:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C}{BC} \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{l}{o} = \frac{p'}{p}$$

(como na equação da ampliação).

Temos também: $A'C = 2f - p = p' - 2f$ (veja na figura anterior)

$$\text{Assim: } \frac{P'}{P} = \frac{2f - P'}{P - 2f}$$

$$\text{Onde: } P'(P - 2f) = P(2f - P')$$

$$\text{Ou: } PP' - 2fP' = 2fP - P'P$$

$$2PP' = 2fP' + 2fP$$

(onde reduzimos os termos semelhantes).

Dividindo ambos os membros por $2fP'P$, teremos:

$$\frac{2PP'}{2fP'P} = \frac{2fP'}{2fP'P} + \frac{2fP}{2fP'P}$$

$$\text{Finalmente: } \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}}$$

Que é a “equação dos pontos conjugados” e é válida para espelhos esféricos de pequena abertura.

Situação 1: vamos aplicar as equações da ampliação e a equação dos pontos conjugados em um exemplo prático. Um objeto com 10 cm de altura é colocado a 60 cm do vértice de um espelho côncavo de distância focal 20 cm. Determine todas as características da imagem formada pelo espelho: a posição da imagem; seu tamanho e a sua natureza (se é virtual ou real e se é direita ou invertida).

Solução:

São dados: $P = 60$ cm; $f = 20$ cm e $O = 10$ cm.

Para calcular a posição da imagem (P'), utilizamos a equação dos pontos conjugados e separamos o P' :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'} \Rightarrow \frac{1}{P'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{P} = \frac{P - f}{fP}$$

(aqui fP é um múltiplo comum dos denominadores das frações do segundo membro da equação).

$$\text{Logo: } P' = \frac{fP}{P - f} = \frac{20 \times 60}{60 - 20} = \frac{1200}{40} = 30 \text{ cm.}$$

Para calcular o tamanho da imagem (I), utilizamos a equação da ampliação:

$$\frac{I}{O} = \frac{P'}{P} \Rightarrow I = \frac{OP'}{P} = \frac{10 \times 30}{60} = \frac{300}{60} = 5,0 \text{ cm.}$$

Para determinar a natureza da imagem, vamos fazer sua construção geométrica. No caso, temos o objeto além do centro de curvatura, pois $p = 60$ cm e o centro (C) está a $2f = 2 \times 20 = 40$ cm do vértice.

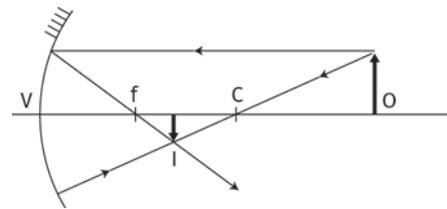


Figura 12.17

Assim, determinamos todas as características da imagem: ela está a 30 cm do espelho; seu tamanho é de 5 cm; é *real*, *invertida* e *menor que o objeto*, como vimos pela construção gráfica.

Convenção de sinais para a solução de problemas

Podemos determinar, por meio de uma convenção de sinais, todas as características da imagem, sem ter que fazer a solução gráfica. As próprias equações da ampliação e dos pontos conjugados podem nos indicar se a imagem é real, ou virtual e se é direita, ou

invertida. Vejamos como fazer isso: vamos estabelecer um critério de sinais, de acordo com a orientação dos eixos x e y, conforme ilustrado na figura a seguir:

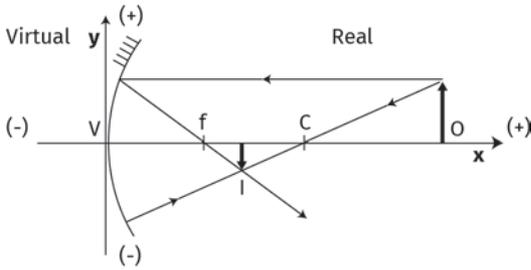


Figura 12.18

Convenção:

- P , P' e f serão positivos quando estiverem à frente do espelho (sendo então, reais);
- os tamanhos do objeto e da imagem serão positivos, quando estiverem para cima, e negativos, quando estiverem para baixo. No caso da figura acima, O é positivo e I é negativo.

Devemos escrever então: $\frac{I}{O} = \frac{-P}{P'}$ com $\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$. Veja o exemplo a seguir.

Situação 2: um espelho esférico convexo tem raio de curvatura $R = 80$ cm. Determine o tamanho, a posição e a natureza da imagem que este espelho fornece de um objeto real, com 10 cm de comprimento, colocado sobre o eixo principal, a 120 cm do espelho.

Solução:

Os dados são: $R = 80$ cm, logo $f = -R/2 = -40$ cm (sinal negativo, pois o espelho é convexo e o raio está atrás do espelho); $P = +120$ cm (sinal positivo, pois o objeto é real, está na frente do espelho); $I = +10$ (o sinal positivo indica que o objeto é direito,

está de “cabeça para cima”). Pede-se P' e O . Para calcular P' , aplicamos a equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

Onde:
$$\frac{1}{P'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{P}$$

Assim:
$$\frac{1}{P'} = \frac{1}{-40} - \frac{1}{+120}$$

Ou:
$$\frac{1}{P'} = \frac{-3 - 1}{120} = \frac{-4}{120}$$

Finalmente:
$$P' = \frac{120}{-4} = -30 \text{ cm}$$

Para o cálculo do tamanho da imagem (O), usamos a equação da ampliação:

$$\frac{I}{O} = \frac{-P}{P'} \Rightarrow O = \frac{-P'I}{P} = \frac{-(-30) \times 10}{120} = \frac{+300}{120} = +2,5 \text{ cm.}$$

O sinal positivo indica que a imagem tem a mesma orientação que o objeto. A imagem é *direita*, com respeito ao objeto. Se o objeto estivesse de “cabeça para baixo” a imagem também estaria.

Faça você a solução gráfica, utilizando régua e lápis, no próprio desenho abaixo, e confira as respostas do exercício anterior.

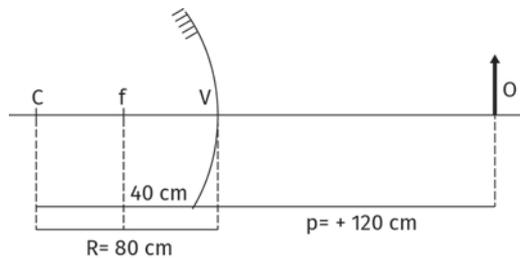


Figura 12.19

Resumo

Nesta unidade, estudamos os espelhos esféricos de pequena abertura. Estudamos a formação de imagens graficamente, onde vimos os raios principais:

- os raios paralelos ao eixo principal passam pelo foco após refletir no espelho;
- os raios que passam pelo foco saem paralelos ao eixo principal, após a reflexão;
- os raios que passam pelo centro de curvatura refletem-se sobre si mesmos, pois são normais à superfície do espelho, no ponto de incidência.

Vimos que o *foco* é o ponto de encontro dos raios que chegam ao espelho, paralelos ao eixo principal (raios que vêm do infinito), e a *distância focal* é a metade do raio:

$$f = \frac{R}{2}$$

Vimos a ampliação onde:

$$\Rightarrow \text{ampliação} = \frac{l}{o} = \frac{p'}{p}$$

Finalmente, estudamos a *equação dos pontos conjugados*, que é válida para espelhos esféricos de pequena abertura, onde:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

lá na plataforma

Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos para aprofundar o conhecimento sobre a segunda parte do tema A reflexão da luz, que trata de Espelhos esféricos. Será possível acessar objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis, também, exercícios extras e podcasts. Confira!

Exercícios

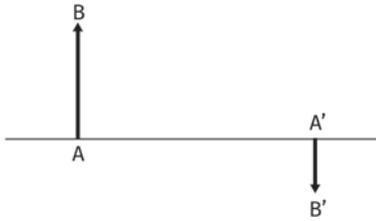
(Anote as respostas em seu caderno.)

1. Na figura, mostramos a posição de um objeto AB e da sua imagem A'B' fornecida por um espelho. Determine o tipo do espelho.



Sugestão: reveja a formação de imagens nos espelhos esféricos (concavos e convexos) e em quais situações temos, como no caso acima, uma imagem *direita* e *menor* que o objeto, e no caso seguinte (**situação 2**), uma imagem *invertida* e *menor* que o objeto.

2. Na figura, mostramos a posição de um objeto AB e da sua imagem A'B' fornecida por um espelho. Determine o tipo do espelho.



3. Um ponto luminoso se desloca sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, do infinito até o centro de curvatura. Determine a direção e o sentido do movimento da imagem e suas posições inicial e final.

Sugestão: utilizando régua e lápis, construa uma figura com o espelho concavo e coloque “objetos” em diversas posições à frente do mesmo e, ao mesmo tempo, vá verificando onde estará sua imagem. Utilize uma pequena seta para representar os objetos.

4. Um espelho esférico côncavo tem raio de curvatura igual a 80 cm. Determine a posição e a natureza da imagem que este espelho fornece de um objeto colocado nas seguintes situações:

- a) 120 cm do espelho.
- b) 8,0 cm do espelho.

5. Uma vela de 6,0 cm de comprimento é colocada perpendicularmente ao eixo principal de um espelho esférico convexo, de raio 60 cm. A distância entre a vela o espelho é igual a 60 cm. Determine a natureza, o tamanho e a posição da imagem da vela fornecida por esse espelho.

6. Um objeto é colocado diante de um espelho esférico de distância focal 30 cm. A altura da imagem é três vezes maior do que a altura do objeto. Determine a distância entre o objeto e o espelho e a natureza da imagem.

Respostas dos exercícios

1. Espelho esférico convexo.
2. Espelho esférico côncavo.
3. A imagem se desloca sobre o eixo principal do espelho, do foco até o centro de curvatura.
4. a) 60 cm, imagem real; b) -10 cm, imagem virtual.
5. Imagem virtual direita, menor, com 2,0 cm de comprimento e se forma a 20 cm do espelho.
6. 20 cm, imagem virtual e direita; ou 40 cm, imagem real e invertida.

A refração da luz- dioptrios planos, prismas e lentes

13

meta

Introduzir os conceitos físicos envolvidos nos fenômenos da refração.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- aplicar as leis da refração da luz na solução de problemas envolvendo raios que incidem na superfície de separação de dois meios transparentes;
- resolver problemas de formação de imagens em dioptrios planos, lentes delgadas, prismas e instrumentos ópticos simples.

Introdução

Quando um raio, ou um feixe luminoso incide na superfície de um meio transparente, ele sofre um desvio em sua trajetória. Isso se deve ao fato de a velocidade da luz ser diferente em meios diferentes, o que causa um atraso ou um adiantamento no feixe luminoso, quando ele incide na superfície de separação dos dois meios.

Experimente colocar um lápis, até sua metade, dentro de um copo d'água. Você verá que o lápis parece quebrado, pois a luz proveniente da parte do lápis que está mergulhada desvia de sua trajetória normal ao passar da água para o ar. O mesmo acontece quando observamos qualquer objeto que esteja dentro d'água. Eles parecem estar mais acima do que estão na realidade.

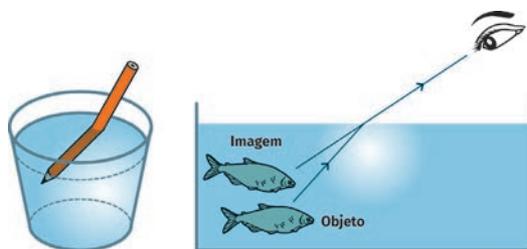


Figura 13.1

Isso ocorre porque a velocidade da luz na água é menor do que a velocidade da luz no ar:

$$V_{H_2O} < V_{AR}$$

Índice de refração

Cada meio desvia a luz de uma maneira diferente: uns desviam mais, outros desviam

menos, de acordo com o que chamamos de índice de refração do meio.

Índice de refração (n) de um meio é a razão entre a velocidade de propagação da luz no vácuo (c) e a velocidade de propagação da luz no meio (v).

Assim, temos: $n = \frac{c}{v}$, onde $c = 3,0 \times 10^8$ m/s (velocidade da luz no vácuo).

Logo: $n_{\text{vácuo}} = \frac{c}{c} = 1$.

Leis da refração

Considere um raio luminoso se propagando de um meio (1) para um meio (2), conforme ilustrado na figura abaixo. O raio incidente (I) forma o ângulo θ_1 com a normal à superfície no ponto de incidência. Chamamos esse ângulo de *ângulo de incidência*. Após a refração, o raio refratado (R) forma o ângulo θ_2 com a normal. Chamamos esse ângulo de *ângulo de refração*.

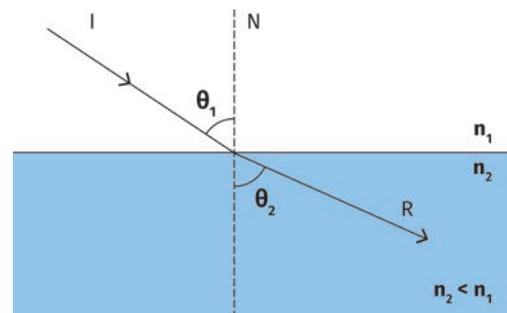


Figura 13.2

A refração luminosa é regida por duas leis:

Primeira lei

O raio incidente I, o raio refratado R, e a normal N, à superfície de separação, estão no mesmo plano.

Veja a ilustração a seguir:

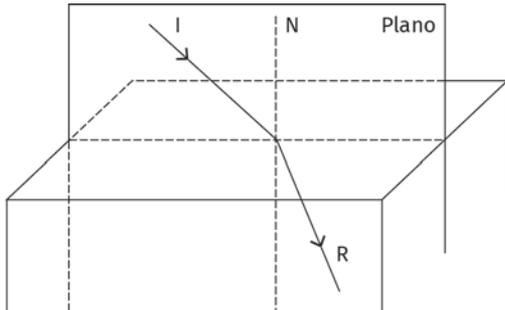


Figura 13.3

A Lei de Descartes-Snell

Vamos considerar um raio luminoso (I) que incide na superfície de separação de dois meios transparentes à luz, meio 1, com índice de refração n_1 , e que se refrata ao passar para o meio 2, com índice de refração n_2 , maior do que n_1 . A figura a seguir ilustra o trajeto do raio luminoso nesse caso.

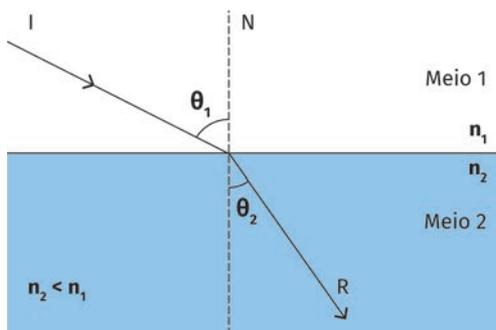


Figura 13.4

A lei de Descartes-Snell nos diz que:

O produto do seno do ângulo que o raio forma com a normal pelo índice de refração do meio em que o raio se encontra é constante.

Assim, escrevemos:

$$n_1 \cdot \text{sen} \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen} \theta_2 \quad \text{ou} \quad \frac{\text{sen} \theta_1}{\text{sen} \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Observação: nesse exemplo, em que o índice de refração do segundo meio é maior que o do primeiro, o raio refratado se aproxima da normal, como mostrado na figura anterior.

Relação geral

Para dois meios quaisquer (1) e (2), existe uma razão constante entre os senos dos ângulos de incidência (θ_1), o ângulo de refração (θ_2) e a velocidade da luz, qual seja:

$$\frac{\text{sen} \theta_1}{\text{sen} \theta_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{onde } V_1 \text{ e } V_2 \text{ são as velocidades da luz em cada meio.}$$

Situação 1: numa refração, o raio incidente se propaga no ar, que tem índice de refração muito próximo do índice de refração do vácuo ($n_{AR} \approx n_{VACUO} = 1$), e o raio refratado se propaga na água, cujo índice de refração é $n = 1,33$. Sendo o ângulo de incidência igual a 45° , pede-se determinar o ângulo de refração.

Solução:

São dados: o ângulo de incidência, $\theta_1 = 45^\circ$; $n_1 = 1,0$ (índice de refração do ar); $n_2 = 1,33$ (índice de refração da água). Pede-se o ângulo de refração, θ_2 .

Aplicando a lei de Descartes-Snell:

$$n_1 \cdot \text{sen} \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen} \theta_2$$

Onde:

$$\text{sen}\theta_2 = \frac{n_1 \text{sen}\theta_1}{n_2} = \frac{1,0 \times \text{sen}45}{1,33} = \frac{1,0 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{1,33} = \frac{1,0 \times 0,71}{1,33} = 0,53.$$

Numa tabela, calculadora, ou em alguns celulares com a aplicativo de calculadora, podemos verificar qual é o arco que tem como seno o valor 0,53. Devemos tomar cuidado para colocar a calculadora no modo *rad*. Encontramos então $\text{sen}^{-1}(0,53) = 32$.

Assim, temos $\theta_2 = 32^\circ$ (e vemos que o raio refratado se aproxima da normal, pois $\theta_2 < \theta_1$).

Outro modo de resolver o mesmo exercício

Para o mesmo caso anterior: entre o ar e a água, sendo dadas as velocidades de propagação da luz nos dois meios, $V_{\text{LUZ, AR}} = 299.792,4 \text{ km/s}$ e $V_{\text{LUZ, ÁGUA}} = 225.407,9 \text{ km/s}$, vamos determinar o ângulo de refração para um ângulo de incidência de 45° . Dado: $\text{sen}45 = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,71$.

Solução

Usando a equação geral: $\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{V_1}{V_2}$,

Teremos:

$$\frac{\text{sen}\theta_{\text{AR}}}{\text{sen}\theta_{\text{ÁGUA}}} = \frac{V_{\text{AR}}}{V_{\text{ÁGUA}}} \Rightarrow \text{sen}\theta_{\text{ÁGUA}} = \frac{\text{sen}\theta_{\text{AR}} \cdot V_{\text{ÁGUA}}}{V_{\text{AR}}},$$

Onde:

$$\text{sen}\theta_{\text{ÁGUA}} = \frac{\text{sen}45 \times V_{\text{ÁGUA}}}{V_{\text{AR}}} = \frac{0,71 \times 225.407,9}{299.792,4} = 0,53.$$

Da mesma forma que na solução anterior, encontramos o arco cujo seno é (0,53) = $[\text{sen}^{-1}(0,53) = 32]$. Então, temos o ângulo de refração $\theta_2 = 32^\circ$.

Ângulo limite

Quando o segundo meio tem um índice de refração menor do que o primeiro ($n_2 < n_1$), temos:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} < 1 \Rightarrow \text{sen}\theta_1 < \text{sen}\theta_2 \Rightarrow \theta_1 < \theta_2.$$

E o raio refratado se afasta da normal, conforme ilustrado a seguir.

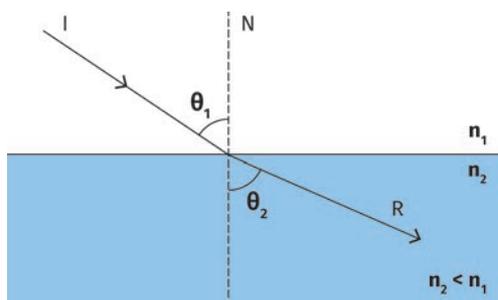


Figura 13.5

Sendo assim, o ângulo $\theta_2 = 90^\circ$ corresponde ao maior ângulo de refração possível. Quando isso acontece, chamamos o ângulo de incidência de *ângulo limite* θ_L .

Veja nas ilustrações a seguir o que acontece quando vamos afastando o raio incidente da normal. O ângulo limite de incidência corresponde a um ângulo de refração de 90° . Quando $n_2 < n_1$ e o raio refratado se afasta da normal.

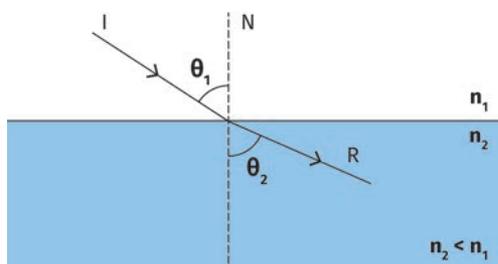


Figura 13.6

Aqui, aumentamos o ângulo de incidência θ_1 .

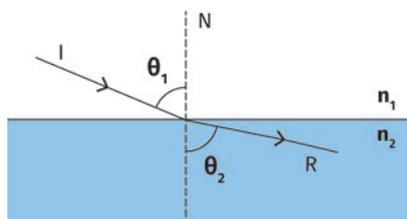


Figura 13.7

No limite, $\theta_2 = 90^\circ$ e $\text{sen}\theta_2 = \text{sen} 90^\circ = 1$. Temos, então, que o raio refratado não mais

penetra no segundo meio, saindo rasante, conforme ilustrado na figura a seguir.

Temos então: $n_1 \text{sen}\theta_{\text{Limite}} = n_2$.

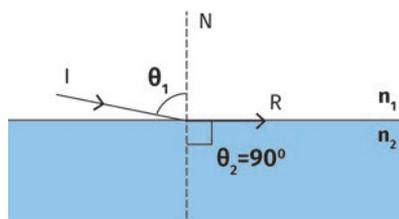


Figura 13.8

Situação 2: vamos calcular o ângulo limite para o caso de um raio que passa da água para o ar, como no exemplo anterior. Temos $n_{\text{ar}} = 1$ e $n_{\text{H}_2\text{O}} = 1,33$.

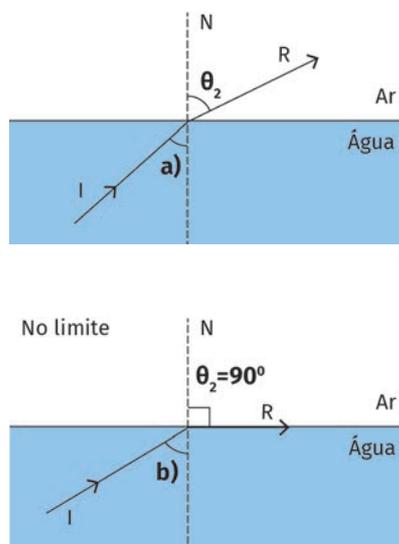


Figura 13.9

Aplicando Descartes-Snell, temos:

$$n_1 \cdot \text{sen}\theta_1 = n_2 \cdot \text{sen}\theta_2$$

No caso: $1,33 \cdot \text{sen}\theta_{\text{Limite}} = 1,0 \cdot \text{sen}90 = 1,0 \times 1 = 1$.

Assim: $\text{sen}\theta_{\text{Limite}} = \frac{1}{1,33} = 0,75 \Rightarrow \sin^{-1}(0,75) \cong 48,6^\circ$

O foco

Chamamos de *foco* o ponto onde se encontram raios que vêm de objetos muito distantes da lente. Para objetos muito distantes, a imagem é formada no foco. Nesse caso, os raios luminosos chegam à lente paralelos ao seu eixo principal, como ilustrado nas figuras anteriores, isto é, tanto no caso das lentes convergentes como no caso das lentes divergentes.

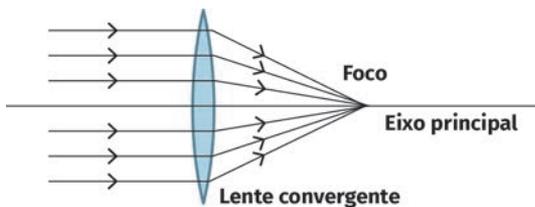


Figura 13.12

Como as lentes têm dois lados, também têm dois focos. Chamamos de *foco imagem* o foco (f) que fica do lado da lente onde se encontra a imagem, e de *foco objeto* (f') o que fica do lado do objeto. Numa lente convergente, o foco imagem é real. Numa lente divergente, o foco imagem é virtual, tal como se pode ver nas figuras anteriores.

Se a lente não for delgada

Quando as lentes não são delgadas, ocorre um fenômeno chamado *aberração cromática*. Os raios de luz de comprimentos de onda menores, como a luz azul e violeta, difratam-se mais que os das outras cores, tornando a imagem desfocada (borrada). A palavra *cromática* deriva de *cromos* = cor.

Este problema é também chamado de *efeito das bordas*, pois ocorre principalmente nas bordas das lentes, isto é, nas suas partes

mais externas e finas, afastadas do centro (c) da lente. Veja as ilustrações a seguir.

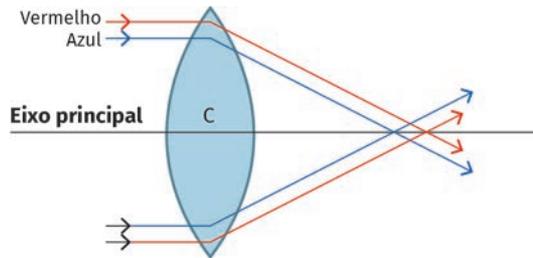


Figura 13.13: as imagens da figura foram tiradas com uma câmera digital Sony V3. A imagem de baixo, porém, com uma lente grande angular adicional. A aberração cromática é visível nas bordas, principalmente à direita da imagem de baixo. Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Aberra%C3%A7%C3%A3o_crom%C3%A1tica#/media/Ficheiro:Chromatic_aberration_\(comparison\).jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Aberra%C3%A7%C3%A3o_crom%C3%A1tica#/media/Ficheiro:Chromatic_aberration_(comparison).jpg). Autoria: Stan Zurek.

Para evitar a aberração, pode-se:

- retirar as bordas da lente;



Figura 13.14

b) colocar um sistema de duas lentes perfeitamente superpostas, fabricadas com vidros de materiais diferentes e apropriados, com índices de refração diferentes; de modo que a aberração causada pela primeira lente seja compensada quando da passagem da luz pela segunda lente.

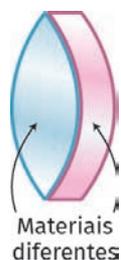


Figura 13.15

c) cobrir toda a lente com um “filme fino”. Um tipo de material transparente com propriedades ópticas especiais, que é vaporizado sobre a lente em uma câmara de vácuo, que não permite a passagem das cores que refratam mais (normalmente na região do violeta) e que também elimina reflexos indesejáveis.

Formação das imagens em lentes delgadas

Para obtermos a imagem de um objeto, utilizamos raios que sabemos de antemão para onde se dirigirão após atravessar a lente, chamados *raios principais*.

São eles:

- os raios que vêm paralelos ao eixo principal e passam pelo foco (1);

- os raios que passam pelo foco e saem paralelos ao eixo principal (2);
- os raios que passam pelo centro da lente, não se difratam e seguem em linha reta (3).

Vamos, então, fazer a construção geométrica das imagens fornecidas pelas lentes esféricas delgadas, para objetos retilíneos colocados perpendicularmente ao eixo óptico da lente. Nas duas próximas figuras a seguir, identificamos os raios principais por (1), (2) e (3), conforme descritos anteriormente.

Lentes convergentes

O objeto está situado entre o infinito e $2f$: a imagem é real, menor, invertida e se forma entre o foco (f) e $2f$.

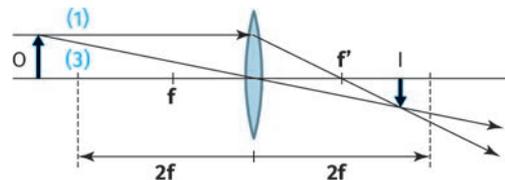


Figura 13.16

O objeto está situado a uma distância $2f$ da lente: a imagem é real, de mesmo tamanho, e invertida. Forma-se também a uma distância $2f$ da lente.

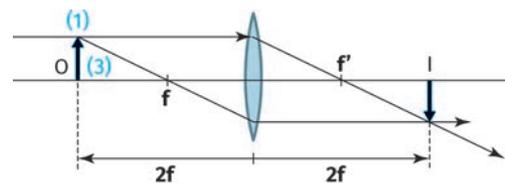


Figura 13.17

O objeto está situado entre as distâncias $2f$ e f da lente: a imagem é real, invertida e maior. Forma-se entre $2f$ e o infinito.

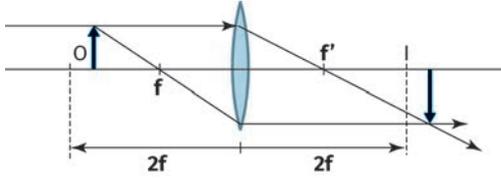


Figura 13.18

O objeto está situado sobre o foco. A imagem se forma no infinito (imagem imprópria).

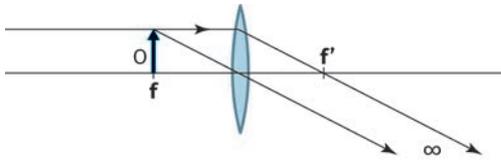


Figura 13.19

O objeto está situado entre o foco e a lente. A imagem é virtual direita e maior.

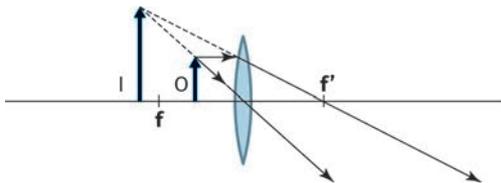


Figura 13.20

Lentes divergentes

O objeto está situado entre o infinito e a lente. A imagem é virtual, direita e menor. Ela se forma entre a lente e o foco imagem (f').

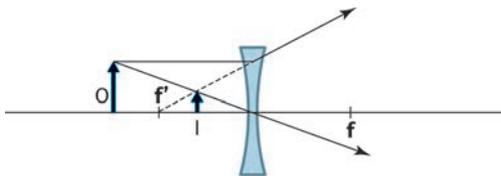


Figura 13.21

A ampliação e a equação dos pontos conjugados

Do mesmo modo que fizemos para os espelhos esféricos, utilizando a semelhança de triângulos, podemos obter as equações da ampliação e dos pontos conjugados das lentes delgadas. Elas são idênticas às dos espelhos esféricos de pequena abertura. Assim, analogamente aos espelhos esféricos, temos:

Situação 3: uma lente convergente tem distância focal igual a 40 cm. Determinar a *posição*, a *ampliação* e a *natureza* da imagem que esta lente fornece de um objeto real colocado em duas posições distintas:

- 120 cm da lente;
- 8,0 cm da lente.

Solução:

- Temos $f = 40$ cm, $p = 120$ cm e pede-se: p' , a ampliação e a natureza da imagem.

Cálculo da posição:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{40} = \frac{1}{120} + \frac{1}{p'} \\ \Rightarrow \frac{1}{p'} &= \frac{1}{40} - \frac{1}{120} = \frac{3-1}{120} = \frac{2}{120} \\ \Rightarrow p' &= \frac{120}{2} = +60 \text{ cm} \end{aligned}$$

Note que a *posição da imagem, p' , é positiva*, logo a *imagem é real*.

Cálculo da ampliação: (usando o valor de p' calculado anteriormente)

$$\text{ampliação} = \frac{I}{O} = \frac{-P'}{P} = \frac{-60}{120} = -0,5$$

Note que:

- a ampliação é negativa, assim a imagem (I) é invertida;
- a ampliação é menor do que a unidade (1), logo a imagem (I) é menor do que o objeto (O).

b) Temos $f = 40$ cm, $p = 8,0$ cm e pede-se: p' , a ampliação e a natureza da imagem.

Cálculo da posição:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{P} + \frac{1}{P'} \Rightarrow \frac{1}{40} = \frac{1}{8,0} + \frac{1}{P'} \\ \Rightarrow \frac{1}{P'} &= \frac{1}{40} - \frac{1}{8,0} = \frac{1-5}{40} = \frac{-4}{40} \\ \Rightarrow P' &= \frac{40}{-4} = -10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Note que a posição da imagem, p' , é negativa, logo a imagem é virtual.

Cálculo da ampliação: (usando o valor de $p' = -10$ cm calculado anteriormente)

$$\text{ampliação} = \frac{I}{O} = \frac{-P'}{P} = \frac{-(-10)}{8,0} = +1,25$$

Note que:

- a ampliação é positiva, assim a imagem (I) é direita;
- a ampliação é maior do que um, logo a imagem (I) é maior do que o objeto (O).

Atenção: você pode sempre conferir a natureza da imagem (virtual ou real, maior ou

menor, direita ou invertida) fazendo um esboço do problema. De preferência com régua e lápis, colocando todos os elementos: foco, centro, eixo principal etc.

O olho humano

Certamente o olho é o principal e mais precioso instrumento óptico de que podemos dispor. A figura a seguir nos mostra as partes que compõem o olho humano. A imagem produzida pelo cristalino, que é uma espécie de lente com foco ajustável por meio dos músculos ciliares, deve ser projetada na retina, onde ficam células especiais, detetoras de luz.

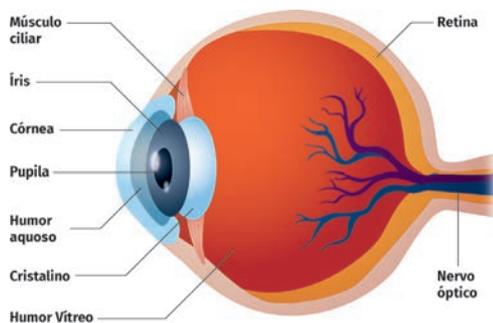


Figura 13.22

lá na plataforma

O que acontece dentro dos seus olhos?

Este vídeo mostra um pouco sobre como o fenômeno da visão ocorre e como os olhos, que são os órgãos responsáveis pelo sentido da visão, recebem e processam os estímulos visuais. https://www.youtube.com/watch?v=Vl3Qyjmuo0s&ab_channel=INCR%C3%8DVVEL.

Os defeitos da visão

Uma pessoa normal, sem defeitos da visão, pode ver os objetos distantes com a vista relaxada, sem esforço algum. Já pessoas com miopia ou hipermetropia precisam forçar a vista, contraindo ou relaxando o cristalino. Uma parte desses defeitos é devida a pequenas distorções na forma da córnea e pode ser corrigida por meio cirúrgicos.

As figuras a seguir nos mostram, esquematicamente, três pessoas olhando para um objeto distante. Para um olho normal, a imagem se forma sobre a retina, como em (a). No olho hipermetrope, a imagem se forma depois da retina, como na figura (b). No olho míope a imagem se forma antes da retina, como na figura (c).

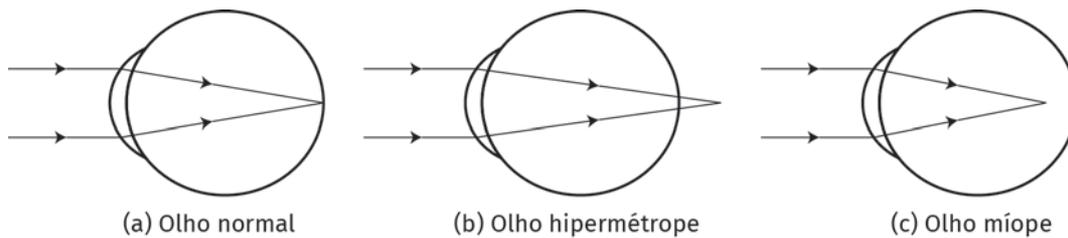


Figura 13.23

É fácil entender que a correção para a hipermetropia (caso b) deve ser feita com lentes convergentes. Observe na figura a linha tracejada, representando a trajetória dos raios sem os óculos, e a linha contínua, depois de colocada a lente corretora. O que ocorre, com o uso da lente convergente no caso da miopia, é que os raios de luz passam a convergir mais adequadamente para a retina.

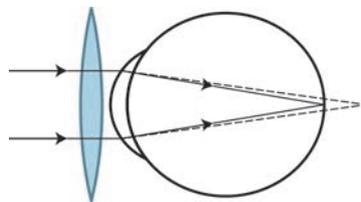


Figura 13.24

A correção da miopia (caso c) deve ser feita com lentes divergentes. Aqui, também, a linha tracejada representa a trajetória dos raios luminosos antes da colocação da lente corretora para a miopia. No caso da miopia, a lente divergente, então, faz com que a luz que alcança o olho humano divirja, a fim de alcançar a retina.

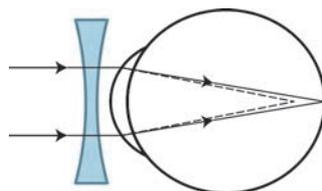


Figura 13.25

O astigmatismo.

Existe um outro defeito de visão, o *astigmatismo*, que pode ser corrigido com lentes cilíndricas, tendo em vista que o defeito não tem simetria esférica, pois o olho astigmata tem focos diferentes, em planos diferentes perpendiculares à córnea. As lentes cilíndricas são capazes ajudar a ajustar a visão das pessoas ditas astigmatas.

Instrumentos ópticos

Vamos tomar como exemplo de instrumentos ópticos a lupa, a luneta astronômica, a luneta de Galileu, o microscópio e o telescópio refletor de Newton, nas suas formas mais simples.

A lupa

A lupa é simplesmente uma lente convergente que utilizamos para observar os objetos bem de perto e maiores. O observador deve colocar a vista bem próximo da lupa e depois procurar colocar o objeto em foco.



Figura 13.26: Fontes: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magnifying_glass.jpg; https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Classic_pose_with_a_magnifying_glass_-_model_Gwyneth_Ellis.jpg.

A ampliação angular da lupa é dada por:

$$A = \frac{25(\text{cm})(\text{Distância mínima de visão})}{f(\text{Distância focal da lupa})}$$

Quanto menor for a distância focal da lupa, maior será seu aumento. O problema para a obtenção de uma grande ampliação é que, para a lente ter uma pequena distância focal, ela tem que ter as faces muito curvadas, e isso causa problemas de aberrações, fornecendo imagens distorcidas.

A luneta

A luneta nos permite observar objetos muito distantes. Elas são compostas por duas lentes: uma chamada de *ocular*, da qual nos aproximamos o olho, e a outra chamada de *objetiva*, com

a qual miramos o objeto que desejamos observar. A objetiva tem uma grande distância focal (F_{OB}), e a ocular tem uma pequena distância focal (F_{OC}). Veja o esquema da luneta, a seguir.

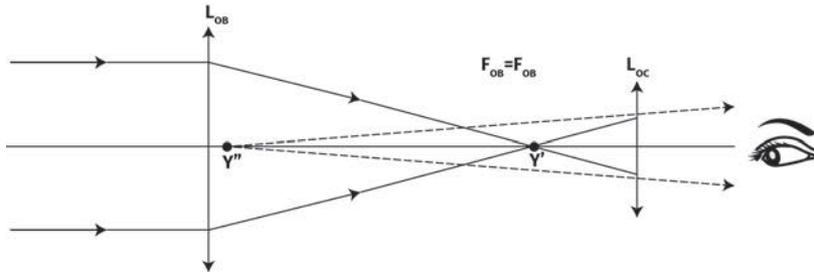


Figura 13.27

Ao fazermos coincidir os focos (F_{OB}) e (F_{OC}), os raios emergirão da ocular de modo paralelo, permitindo uma observação com a vista relaxada, sem forçar. O comprimento da luneta deverá ter então um comprimento igual a ($F_{OB} + F_{OC}$).

A ampliação angular de uma luneta é dada por:

$$A = \frac{f_{OB}}{f_{OC}} = \frac{\text{Distância focal da objetiva}}{\text{Distância focal da ocular}}$$

Assim sendo, se você construir uma luneta com $F_{OB} = 60$ cm e $F_{OC} = 3$ cm, a ampliação dessa luneta será de $60/3 = 20$ vezes. O comprimento da luneta deverá ser de no mínimo $60 + 3 = 63$ cm.

A luneta de Galileu

A luneta também pode ser construída com a *lente ocular divergente*, como a luneta construída por Galileu. Isso permite observar uma imagem direita, o que é muito bom para observações terrestres.

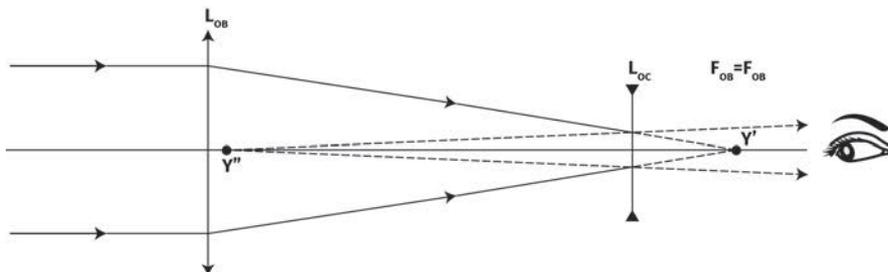


Figura 13.28

O telescópio refletor de Newton

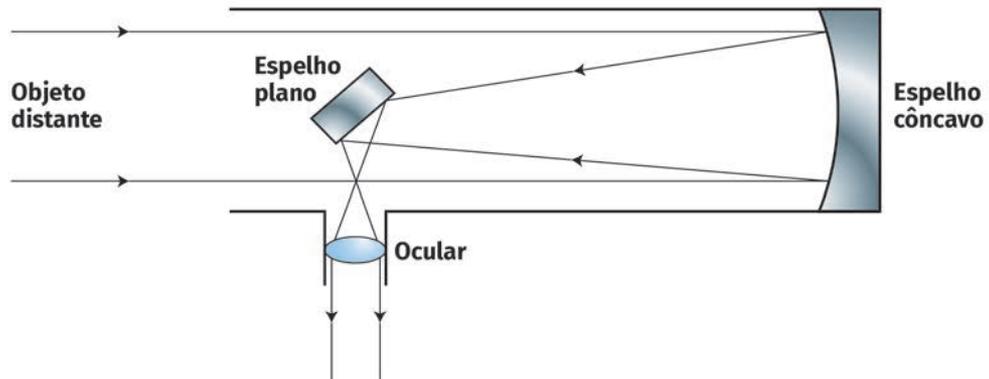


Figura 13.29

A ampliação também é dada por: $A = \frac{f_{OB}}{F_{OC}}$

O microscópio

Veja o esquema do microscópio na figura a seguir.

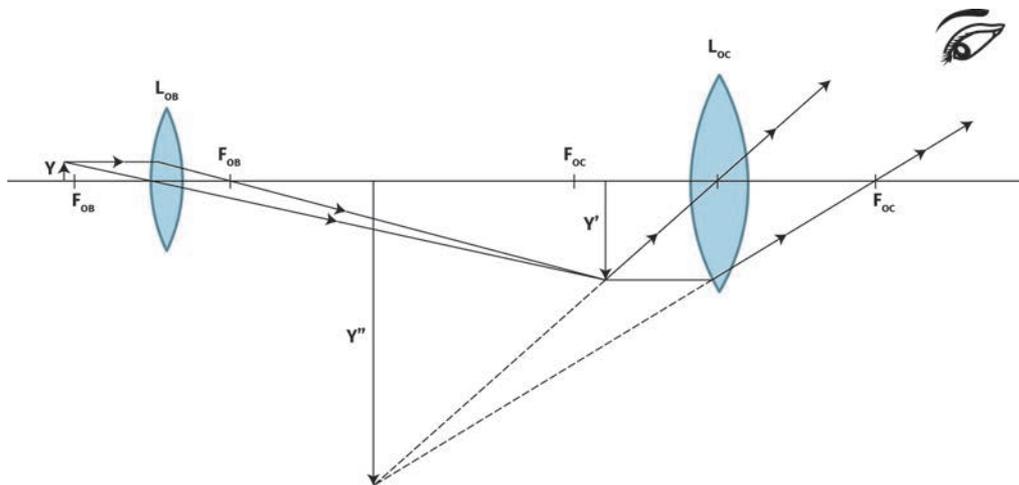


Figura 13.30

Os microscópios mais simples também são construídos com duas lentes, uma objetiva e uma ocular. Nos microscópios, a objetiva deve formar uma imagem real e maior possível do objeto. Assim, devemos colocar o objeto um pouco além do foco da objetiva, de modo que a imagem, que já é bastante grande, pode ser observada através da ocular que a ampliará mais ainda. A objetiva forma uma imagem y' do objeto y . Essa imagem (y') serve de objeto para a ocular, formando a imagem final y'' muito aumentada.

Podemos usar a equação dos pontos conjugados $1/f = 1/p + 1/p'$ duas vezes, para calcular a posição final da imagem. Na primeira vez, encontramos a posição da imagem fornecida pela objetiva, que passa a ser o objeto para a ocular.

Resumo

Nesta unidade, estudamos de um modo geral, o que acontece quando um raio luminoso atravessa a superfície de separação de dois meios transparentes.

- Definimos o índice de refração:

Índice de refração (n) de um meio é a razão entre a velocidade de propagação da luz no vácuo (c) e a velocidade de propagação da luz no meio (V).

Assim: $n = \frac{c}{V}$ onde $c = 3,0 \times 10^8$ m/s (velocidade da luz no vácuo).

Logo: $n_{\text{vácuo}} = \frac{c}{c} = 1$.

- Estudamos as leis da refração:

A primeira lei

O raio incidente I , o raio refratado R , e a normal N , à superfície de separação, estão no mesmo plano.

A lei de Descartes-Snell

O produto do seno do ângulo que o raio forma com a normal pelo índice de refração do meio em que o raio se encontra é constante.

Assim, escrevemos:

$$n_1 \cdot \text{sen} \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen} \theta_2 \quad \text{ou} \quad \frac{\text{sen} \theta_1}{\text{sen} \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

- Vimos a relação constante entre as velocidades da luz nos dois meios:

Para dois meios quaisquer (1) e (2), existe uma razão constante entre os senos dos ângulos de incidência (θ_1) e o ângulo de refração (θ_2):

$$\frac{\text{sen} \theta_1}{\text{sen} \theta_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{onde } V_1 \text{ e } V_2 \text{ são as velocidades da luz em cada meio.}$$

- Estudamos as lentes esféricas delgadas, convergentes e divergentes, onde:

ampliação = $\frac{I}{O} = \frac{-P'}{P}$ e a equação dos pontos conjugados

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

- Finalmente, estudamos alguns instrumentos ópticos:

A lupa, onde a ampliação angular é dada por:

$$A = \frac{25(\text{cm})(\text{Distância mínima de visão})}{f(\text{Distância focal da lupa})}$$

A luneta e o telescópio refletor, onde a ampliação angular é dada por:

$$A = \frac{f_{OB}}{f_{OC}} = \frac{\text{Distância focal da objetiva}}{\text{Distância focal da ocular}}$$

lá na plataforma

Nesta unidade, foi abordada a Refração da luz. Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos adicionais para aprofundar o conhecimento sobre este tema. Será possível acessar objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis também exercícios extras e podcasts. Confira!

Exercícios

(Anote as respostas em seu caderno.)

1. A luz, propagando-se no ar, incide em um dioptró ar-vidro, formando um ângulo de incidência igual a 45° . A velocidade de propagação da luz nesse vidro é $2,13 \times 10^5$ km/s. Determine:

- o índice de refração do vidro;
- o ângulo de refração.

2. O índice de refração da água em relação ao ar é $4/3$. Determine o índice de refração do ar em relação à água.

3. Determine o ângulo limite para o dioptró água-ar, dado o índice de refração $n_{\text{água}} = 4/3$.

4. Uma lente convergente tem distância focal de 40 cm. Um parafuso de comprimento igual a 2,0 cm é colocado perpendicularmente ao eixo principal da lente. Determine a posição, o tamanho e a natureza da imagem do parafuso quando ele se encontra em cada uma das posições relativas à lente.

- $p = 120$ cm;
- $p = 80$ cm;
- $p = 50$ cm;
- $p = 8,0$ cm.

5. Uma lente divergente tem distância focal igual a 25 cm (em módulo). Um objeto de altura igual a 10 cm é colocado perpendicularmente ao eixo principal e a 25 cm da lente. Determine a posição, a altura e a natureza da imagem.

6. (PUC-SP) Os raios de luz provenientes de uma estrela (E), ao atravessar a atmosfera, sofrem desvios, dando-nos a impressão de que a estrela está mais alta (E') do que realmente está (**Figura 1**). Também, por isso, pode-se observar a imagem do Sol (S'), mesmo depois que ele (S) se pôs no horizonte, ou antes de ele nascer (**Figura 2**).

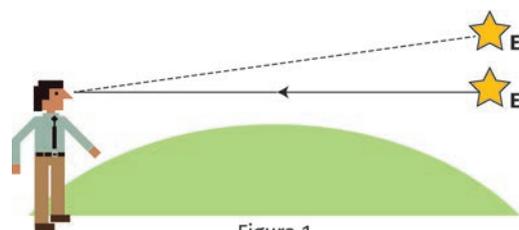


Figura 1

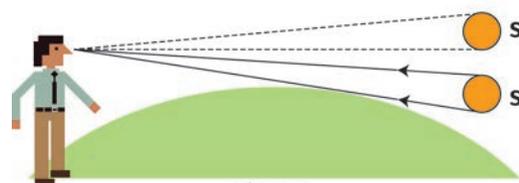
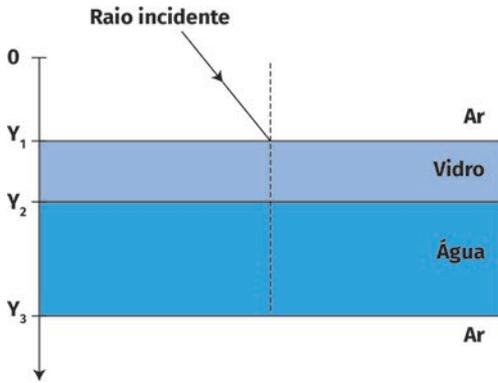


Figura 2

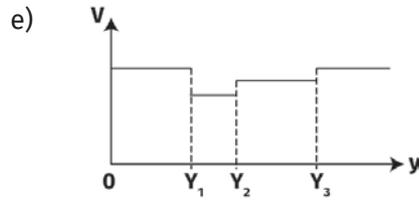
Esses fatos ocorrem, principalmente, devido à:

- variação de índice de refração do ar com a altitude;
 - variação de índice de refração do ar com a longitude;
 - variação de índice de refração do ar com a latitude;
 - dispersão da luz ao atravessar a atmosfera;
 - forma esférica da Terra e à atração gravitacional sofrida pela Lua
7. Uma lente convergente tem distância focal igual a 40 cm. Determine a ampliação da imagem que esta lente fornece de um objeto real colocado a:
- 120 cm da lente;
 - 8,0 cm da lente.
8. (UFF) Um raio de luz monocromática atravessa as superfícies de separação entre os meios ar, vidro e água, iniciando e terminando seu trajeto no ar. Tanto o vidro quanto a água apresentam-se como lâminas de faces paralelas, de espessuras $(y_2 - y_1)$ e $(y_3 - y_2)$, respectivamente, como indica a figura.

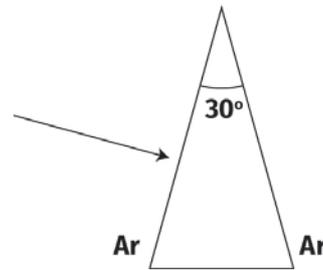


Sabe-se que os índices de refração da luz nos meios citados são: $n_{ar} = 1,0$; $n_{vidro} = 1,5$ e $n_{água} = 1,2$. Nessa situação, o comportamento da velocidade da luz (V), ao atravessar esses meios, em função da espessura (y) está mais bem representado pelo gráfico:

- a)
- b)
- c)
- d)



9. (Cederj/2006) A figura representa a seção principal de um prisma óptico no ar ($n_{ar} = 1$). Um raio luminoso, vindo do ar, incide perpendicularmente a uma de suas faces laterais. Calcule quanto deve valer, no mínimo, o índice de refração do material do prisma, a fim de que esse raio luminoso não consiga emergir pela face lateral oposta à de incidência.

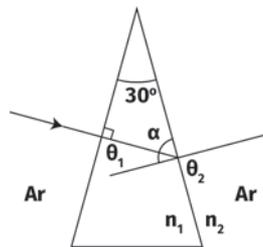


Respostas dos exercícios

1. a) 1,41; b) 30°.
2. $\frac{3}{4} = 0,75$.
3. 49°.
4.
 - a) $p' = 60$ cm, comprimento $l = 1,0$ cm, imagem real invertida;
 - b) $p' = 80$ cm, comprimento $l = 2,0$ cm, imagem real invertida;
 - c) $p' = 200$ cm, comprimento $l = 8,0$ cm, imagem real invertida;
 - d) $p' = 10$ cm, comprimento $l = 2,5$ cm, imagem virtual direita.

5. $p' = -12,5$ cm; altura = 5,0 cm, a imagem é virtual e direita.
6. a.
7. a) $-0,50$; b) $+1,25$.
8. e.
- 9.

Solução. Consideremos a figura:



Pela figura, vemos que α tem que ter 60° , assim θ_1 tem 30° e, como o raio não deve sair, este é o ângulo limite. Logo, $\theta_2 = 90^\circ$. Aplicando-se a lei de Descartes-Snell ($n_1 \cdot \text{sen} \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen} \theta_2$) teremos, no mínimo:

$$n_1 \cdot \text{sen} 30^\circ = n_{\text{Ar}} \cdot \text{sen} 90^\circ \Rightarrow n_1 \frac{n_{\text{Ar}} \cdot \text{sen} 90^\circ}{\text{sen} 30^\circ} \Rightarrow n_1 \frac{1 \times 1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

O comportamento térmico dos gases

14

meta

Introduzir os principais conceitos envolvidos no estudo dos gases perfeitos, suas transformações e as principais leis da termodinâmica.

objetivo

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- resolver problemas envolvendo as transformações isobáricas, isotérmicas e isovolumétricas em gases perfeitos e a energia interna, em questões simples de termodinâmica.

Introdução

A Física é a ciência que pesquisa as leis do universo com respeito à constituição, interações e transformações da matéria e da energia. O estudo dos gases tem como objetivo nos capacitar para avaliar as consequências provocadas por alterações nos parâmetros físicos de um gás localizado em um sistema fechado. Entender, por exemplo, o que ocorre na panela de pressão que usamos para fazer feijão no dia-a-dia.

As principais características dos gases são suas compressibilidades e suas expansibilidades. Os gases são fluidos e ocupam rapidamente todo o espaço do recipiente no qual os colocamos. O estado de um gás é caracterizado pelo valor da Pressão (P) a que está submetido, pela sua temperatura (T) e pelo volume (V) que ocupa. Nesta unidade, vamos estudar as relações entre essas três grandezas, em uma determinada quantidade de gás.

Principais grandezas envolvidas em nosso estudo

No estudo dos gases, precisamos lançar mão de algumas grandezas físicas que são também muito utilizadas na Química: o mol, o número de Avogadro e a molécula-grama. Para tanto, passaremos a definir essas grandezas.

O mol

Para especificarmos a quantidade de um gás, é importante nos lembrarmos do conceito de mol.

Chamamos de mol ou mole a quantidade de matéria que contém um número específico e invariável de partículas. As partículas a que nos referimos podem ser átomos, moléculas ou íons.

O mol é a unidade que o Sistema Internacional de Unidades (S.I.) utiliza para a grandeza “quantidade de substância”: 1 mol contém $6,02214076 \times 10^{23}$ entidades elementares, como veremos a seguir.

O número de Avogadro

O número característico de partículas contido em um mol de qualquer elemento é o número de Avogadro (N_A). Seu valor é: $N_A = 6,023 \times 10^{23}$.



Figura 14.1: O número de Avogadro, ou constante de Avogadro, foi batizado com esse nome em homenagem ao Físico italiano Avogadro (1776-1856), grande contribuidor da teoria molecular. Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Amedeo_Avogadro#/media/Ficheiro:Avogadro_Amedeo.jpg.

Vamos tomar como exemplos os elementos oxigênio e hidrogênio: um mol de oxigênio contém $6,023 \times 10^{23}$ moléculas de oxigênio;

e um molde hidrogênio também contém $6,023 \times 10^{23}$ moléculas de hidrogênio, assim acontecendo com qualquer outro elemento. Como as massas das moléculas de oxigênio são muito diferentes das massas das moléculas de hidrogênio, um mol de cada uma dessas substâncias terá uma massa total bem distinta da outra. Vamos aprender a seguir como determinar o número de mols (esse é o plural de mol) e a massa total de uma substância.

A molécula-grama

A molécula-grama de uma substância (M) é a massa de um mol da substância.

A partir das definições anteriores, temos que o número de mols contido em uma certa massa m de uma substância é dado por:

$$n = \frac{m}{M} \text{ isto é,}$$

$$\text{número de mols} = \frac{\text{massa}}{\text{molécula-grama}}$$

Situação 1: se tomarmos uma massa de 112 g de nitrogênio (N_2), cuja molécula-grama vale $M = 28$ g, teremos o número de mols:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{112}{28} = 4 \text{ mols}$$

Ou seja, 112 gramas de nitrogênio correspondem a quatro mols. Como cada mol contém o número de Avogadro de moléculas, teremos:

Nº total de moléculas = $4 \times 6,023 \times 10^{23} = 2.409.300.000.000.000.000.000$ moléculas em apenas 112 gramas de nitrogênio.

A lei dos gases perfeitos

Um sistema com muitas partículas é chamado de *gás perfeito* ou *gás ideal*, quando a distância média entre as partículas (moléculas) for muito maior do que tamanho de cada uma delas. Neste caso, admite-se que entre as moléculas não exista qualquer espécie de interação, a não ser durante as colisões. Isto é, a resultante das forças intermoleculares é nula, razão pela qual, os gases ocupam todo o volume disponível nos recipientes que os contêm.

Para a maioria dos sistemas com gases submetidos a baixas pressões, isto é, pressões menores que uma atmosfera, considerá-los como gases ideais é uma boa aproximação.

Nos gases ideais, a relação $\frac{P \cdot V}{T}$ é diretamente proporcional ao número de mols do gás, isto é:

$$\frac{PV}{T} = nR$$

Onde R é uma constante de proporcionalidade, sendo igual para todos os gases ideais. R é também chamada de *constante universal dos gases perfeitos*, ou *constante de Clapeyron*.

O valor de R , quando a pressão é dada em atmosfera (atm), o volume é dado em litros (l) e a temperatura em graus Kelvin (K), é: $R = 0,082 \text{ atm/mol.K}$.

Quando a pressão é dada em N/m^2 (Pascal), o volume é dado em m^3 (metros cúbicos) e a temperatura em graus Kelvin (K), seu valor é: $R = 8,317 \text{ J/mol.K}$ (no S.I.).

Note que a expressão da lei dos gases perfeitos pode ser escrita basicamente de três modos:

$$\frac{PV}{T} = nR \text{ ou } pV = \frac{m}{M}T \text{ ou ainda } PV = nRT.$$

Atenção: a temperatura T deve ser sempre expressa em Kelvin (K).

As transformações de um gás perfeito

Como a relação $\frac{PV}{T}$ é uma constante, podemos escrever para dois estados diferentes do mesmo gás: estado inicial (P_0 ; V_0 ; T_0) e outro estado qualquer (P ; V ; T).

Aplicando-se a lei geral dos gases perfeitos e dividindo-se as expressões membro a membro, teremos:

$$\frac{P_0V_0}{PV} = \frac{nRT_0}{nRT} \text{ ou ainda } \frac{PV}{T} = \frac{P_0V_0}{T_0}$$

Lembrar de expressar sempre o T e o T_0 em Kelvin.

Transformação isotérmica

Se durante uma transformação realizada por ou sobre um gás a temperatura permanecer constante, ($T = T_0$), a transformação é chamada de *isotérmica*, e a expressão se torna $PV = P_0V_0$, sendo chamada de *lei de Boyle*.

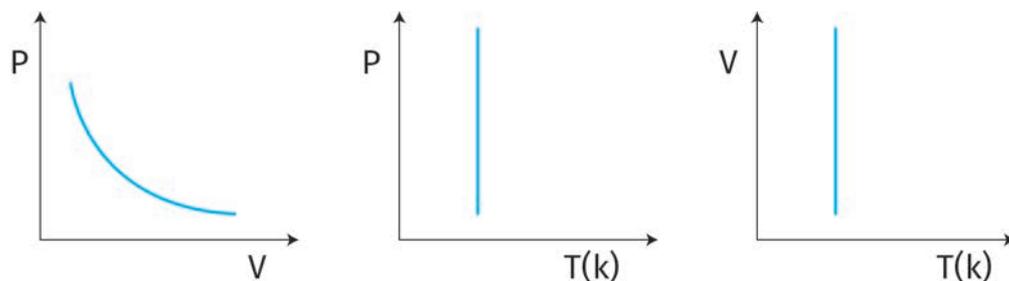


Figura 14.2: representações gráficas de uma transformação isotérmica.

Transformação isovolumétrica, isométrica ou isocórica

Se o volume permanece constante, a transformação é chamada *isovolumétrica*, e temos $\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0}$:

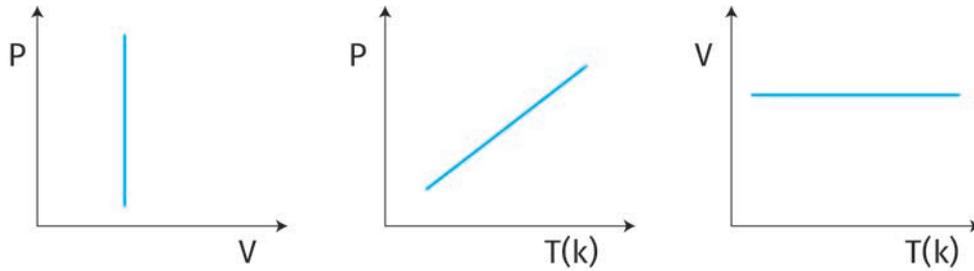


Figura 14.3: representações gráficas de uma transformação isovolumétrica.

Transformação isobárica

Se a pressão permanece constante, a transformação é chamada *isobárica*, e temos: $\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$.

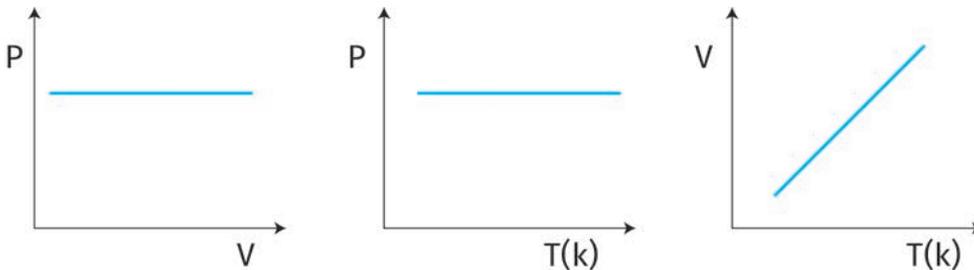


Figura 14.4: representações gráficas de uma transformação isobárica.

Noções de termodinâmica

A termodinâmica é a parte da física que estuda as causas e efeitos das mudanças da pressão do volume e da temperatura, principalmente sobre os gases, como, por exemplo, as mudanças que ocorrem dentro dos cilindros dos motores à explosão dos automóveis, ou das máquinas a vapor. Nesta seção, abordaremos brevemente o trabalho realizado *sobre* um gás, o trabalho realizado *por* um gás, bem como a primeira e a segunda leis da termodinâmica e o ciclo de Carnot.

O trabalho realizado *sobre* um gás, ou realizado *pele* gás

Quando comprimimos um gás, nós realizamos trabalho sobre ele; quando o gás se expande, ele realiza trabalho.

Imagine um cilindro contendo um gás e um êmbolo móvel que mantém o gás dentro do cilindro, conforme ilustrado a seguir.

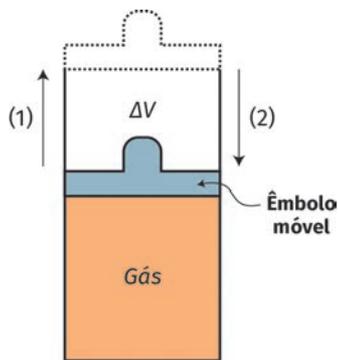


Figura 14.5

Quando a pressão (P) permanece constante no processo de expansão ou compressão, o trabalho (W) será dado por: $W = P.\Delta V = n.R.T$.

- Na situação (1), o gás está se expandindo \Rightarrow o gás realiza trabalho.
- Na situação (2), o êmbolo comprime o gás \Rightarrow o trabalho é realizado sobre o gás.

Quando a pressão varia durante o processo

Nos casos em que pressão varia durante o processo, o trabalho (W) será dado pela “área” sob o gráfico de P versus V , conforme ilustrado a seguir.

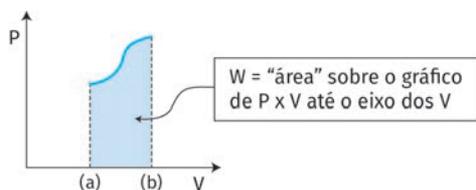


Figura 14.6

- Se a transformação for de (a) para (b), o gás está se expandindo (o volume está aumentando): *ele realiza trabalho*.
- Se a transformação for de (b) para (a), o gás está sendo comprimido: *está sendo realizado trabalho sobre o gás*.

A 1ª lei da termodinâmica ou princípio de Joule

Quando um sistema físico recebe (ou cede) uma quantidade de calor (Q) e um trabalho é realizado por ele ou sobre ele, sua energia interna (U) varia de acordo com: $\Delta U = Q - W$.

É importante prestar atenção na convenção de sinais: para a variação da energia interna, ΔU , para a quantidade de calor, Q , e para o trabalho, W . Vejamos:

ΔU positivo (+) \Rightarrow energia interna é *aumentada*;

ΔU negativo (-) \Rightarrow energia interna é *diminuída*;

Q positivo (+) \Rightarrow calor é *recebido* pelo sistema;

Q negativo (-) \Rightarrow calor é *cedido* pelo sistema;

W positivo (+) \Rightarrow trabalho é realizado *pele* sistema;

W negativo (-) \Rightarrow trabalho é realizado *sobre* o sistema.

O ciclo de Carnot

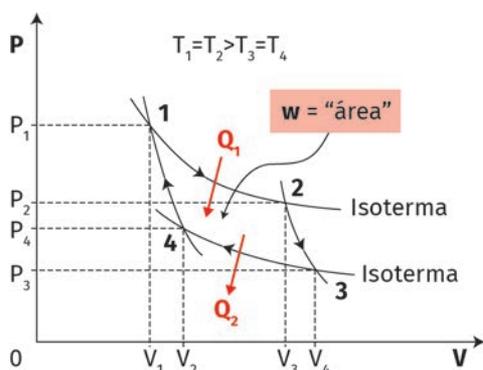
As chamadas *máquinas térmicas*, como uma máquina a vapor ou um motor a explosão, funcionam por meio de algum tipo de transformação envolvendo a energia sob a forma de trocas de calor e funcionam em “ciclos”, isto é, durante o funcionamento da máquina, ocorre uma transformação, seguida de outra, depois outra, até que se volte ao estado inicial de pressão, volume e temperatura dentro da máquina, perfazendo um ciclo, que, então, repete-se.

Sempre ocorrem perdas durante o funcionamento das máquinas, nenhuma delas consegue uma eficiência de 100%, mas existe um tipo de ciclo que se aproxima do

ideal, chamado “ciclo de Carnot”, que estudaremos agora.

Por que estudamos o Ciclo de Carnot?

O ciclo de Carnot é constituído de duas transformações isotérmicas (a temperatura permanece constante) e duas transformações adiabáticas (não há trocas de calor). Ele é um ciclo reversível, no sentido de que pode ser realizado nos dois sentidos. A figura a seguir ilustra um ciclo de Carnot.



- A molécula-grama

A molécula-grama de uma substância (M) é a massa de um mol da substância.

- O número de mols

$$n = \frac{m}{M} \text{ isto é,}$$

$$\text{número de mols} = \frac{\text{massa}}{\text{molécula-grama}}$$

- A constante universal dos gases perfeitos, ou constante de Clapeyron

$$R = 0,082 \text{ atm./mol.K ou em unidades S.I.:}$$

$$R = 8,317 \text{ J/mol.K}$$

- A expressão da lei dos gases perfeitos

$$\frac{PV}{T} = nR \text{ ou } pV = \frac{m}{M}T \text{ ou ainda } PV = nRT$$

(T expressa em Kelvin (K))

- Estudamos as transformações:
 - isotérmicas: caso em que a temperatura é constante e $PV = P_0 V_0$;
 - isovolumétricas: caso em que o volume é constante e $\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0}$;
 - isobáricas: caso em que a pressão é constante e $\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$.
- Finalmente, estudamos as leis da termodinâmica e o ciclo de Carnot

$$1^{\text{a}} \text{ lei: } \Delta U = Q - W$$

2^a lei:

É impossível para uma máquina térmica que opera em ciclos, transformar integralmente em trabalho todo o calor que recebe.

lá na plataforma

Nesta unidade, abordamos o tema Comportamento térmico dos gases. Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos adicionais para aprofundar o seu conhecimento. Será possível acessar objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis também exercícios extras e podcasts. Confira!

Exercícios

(Anote as respostas em seu caderno.)

1. Um gás ideal, inicialmente, na temperatura 0°C é aquecido a volume constante. Determine a temperatura capaz de triplicar a pressão.

Dica: lembre-se de utilizar a temperatura em Kelvin.

2. Um balão sonda contendo hélio tem volume de $6,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ quando a temperatura é 27°C e a pressão é normal. Determine o volume do balão na altitude de $1,5 \times 10^4 \text{ m}$, onde a pressão é $1,0 \times 10^{-1} \text{ atm.}$ e a temperatura é -73°C .

3. Um frasco aberto contém ar a $7,0^{\circ}\text{C}$. Determine a temperatura na qual o frasco deve ser aquecido a fim de que escape $1/4$ do ar nele contido.

4. Complete corretamente as lacunas.

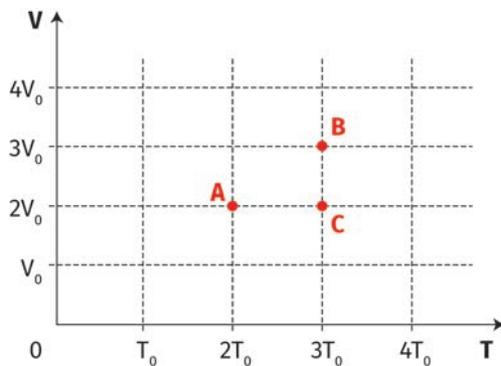
a) As principais características dos gases em geral são a _____ e a _____.

- b) As _____ são desprezíveis entre as moléculas de um gás ideal.
- c) O número de moléculas existentes em um mol de qualquer substância é de _____ moléculas e esse número é chamado de _____.
- d) A expressão da lei geral dos gases perfeitos, também chamada de equação de Clapeyron é: _____.

5. Um recipiente contém certo volume de um gás, à temperatura de 273 K e pressão de 2 atm. A temperatura é, então, elevada para 546 K, sem que o volume varie. Calcule a pressão final a que o gás estará submetido.

Dica: usar $(p\hat{v}/t\hat{e} = p\acute{o}v\acute{o}/t\acute{o})$ lembrando que, no caso, o volume não varia.

6. (UFRGS) Os pontos A, B e C do gráfico, que representa o volume (V) como função da temperatura absoluta (T), indicam três estados de uma mesma amostra de gás ideal. Sendo P_A, P_B e P_C as pressões correspondentes aos estados indicados, podemos afirmar que:



- a) $P_A > P_B > P_C$;
- b) $P_A > P_B < P_C$;
- c) $P_A = P_B > P_C$;
- d) $P_A = P_B < P_C$;
- e) $P_A < P_B > P_C$.

Dica: como $P \cdot V/T$ é uma constante, faça seu cálculo entre os pontos A e B e, depois, entre A e C, com os valores dados no diagrama.

7. (Fuvest-SP) Um bujão de gás de cozinha contém 13 kg de gás liquefeito, à alta pressão. Um mol desse gás tem massa de, aproximadamente, 52 g. Se todo o conteúdo do bujão fosse utilizado para encher um balão, à pressão atmosférica e à temperatura de 300 K, o volume final do balão seria aproximadamente de:

Dados: constante dos gases: $R = 8,3 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ou $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{l}/(\text{mol} \cdot \text{K})$

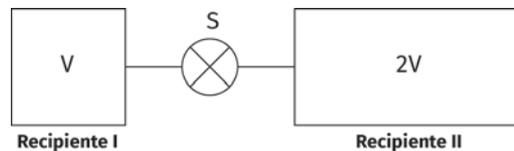
$P_{\text{atmosférica}} = 1 \text{ atm} \cong 1 \times 10^5 \text{ Pa}$ (pascal) ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/\text{m}^2$)

$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$ (litros)

- a) 13 m^3 d) $0,98 \text{ m}^3$
- b) $6,2 \text{ m}^3$ e) $0,27 \text{ m}^3$
- c) $3,1 \text{ m}^3$

Dica: utilize a equação dos gases perfeitos na forma adequada.

8. (Cederj/2002) Dois recipientes de volumes V e $2V$ são interligados por um tubo de volume desprezível, provido de uma válvula S, conforme ilustra a figura.



Inicialmente, a válvula está fechada, o recipiente I contém um gás ideal à pressão P e o recipiente II está vazio. A seguir, abre-se a válvula S. Sabendo-se que a temperatura permanece constante, pode-se afirmar que a pressão final do gás no recipiente II será:

- a) P
- b) $P/2$
- c) $P/3$
- d) $2P$
- e) $3P$

Respostas dos exercícios

1. 819 K (546°C) (trata-se de uma transformação isovolumétrica)
2. $4,0 \times 10^{-1} \text{ m}^3$
3. 373 K (100°C)
4. a) compressibilidade e expansibilidade
b) forças atrativas
c) $6,0 \times 10^2$ moléculas número / número de Avogadro
d) $P.V = n.R.T$
5. 4,0 atm.
6. d.
7. b.
8. c.

Ondas

15

meta

Introduzir o conceito de onda, suas principais propriedades, características e tipos.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- reconhecer os tipos de ondas, de acordo com sua natureza;
- resolver problemas envolvendo a velocidade, a frequência e o comprimento de onda.

Introdução

Na natureza, podemos observar vários tipos de ondas. Quando jogamos uma pedra em um lago, ou num rio de águas calmas, podemos observar a perturbação causada pela pedra se propagando em círculos concêntricos e caminhando em todas as direções da superfície da água. De um modo semelhante, podemos produzir uma onda, simplesmente sacudindo a ponta de uma corda onde a outra extremidade esteja presa em algum lugar. Vamos começar nosso estudo a partir desses dois exemplos e estudar os tipos de ondas e suas principais características.

O conceito de onda

Vejamos nosso exemplo de uma onda produzida por uma pedra jogada na água. Se você prestar atenção em um determinado ponto da água, você verá que ela simplesmente sobe e desce naquele ponto, enquanto a onda caminha. Isso é fácil de ver, se colocamos um pedaço de rolha, ou qualquer pequeno objeto flutuante no lugar onde está passando a onda. Verifica-se, assim, que a água não caminha na direção de propagação, apenas a perturbação se propaga. As figuras a seguir ilustram a direção de propagação das ondas na água e a direção do movimento das moléculas de água.

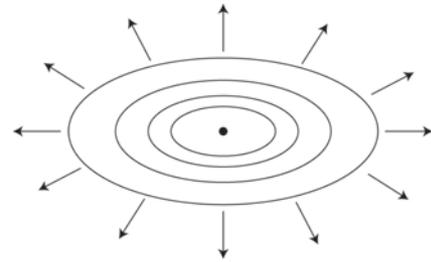


Figura 15.1: as ondas concêntricas propagam-se em todas as direções.

Olhando o que está acontecendo em uma das direções, observamos:



Figura 15.2

Observação: se olharmos com mais detalhes o movimento da água durante a passagem das ondas, verifica-se que o movimento não é apenas para cima e para baixo. A água se movimenta também um pouco para frente e para trás. O movimento é aproximadamente como ilustrado a seguir.



Figura 15.3

Onda numa corda

Vejamos, agora, as ondas produzidas numa corda, onde prendemos uma de suas extremidades em uma parede. Sacudindo a corda, para cima e para baixo, podemos observar uma onda se propagando.



Figura 15.4

Veja que os pontos da corda vibram numa direção perpendicular à direção de propagação da onda. Esses tipos de ondas são chamados de *ondas transversais*. Note também que a corda não anda, apenas a perturbação que produzimos se propaga.

Ondas sonoras

Quando falamos, o ar que sai dos pulmões passa pelas chamadas cordas vocais, localizadas em nossa garganta. O ar faz as cordas vibrarem e essa vibração se propaga até os ouvidos das pessoas próximas. Também não é o ar que caminha, apenas a perturbação que produzimos ao falar se propaga em todas as direções em nossa volta. A figura a seguir mostra o exemplo de um autofalante, emitindo uma onda sonora que se propaga em todas as direções ao seu redor.

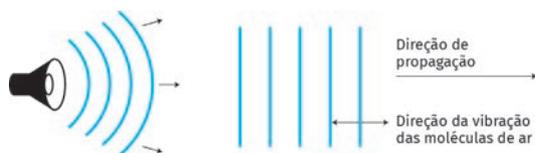


Figura 15.5

Note que, no caso do som, a vibração das moléculas de ar tem a mesma direção da propagação da onda. Esses tipos de ondas são chamados *ondas longitudinais*.

Pelo exposto nos exemplos anteriores, podemos deduzir uma das mais importantes características de uma onda:

as ondas não transportam matéria, elas propagam apenas energia.

Classificação das ondas

Com respeito à direção de propagação e a direção das vibrações

De acordo com a direção de propagação da onda e a direção do movimento vibratório das partículas do meio, nós já classificamos as ondas como *transversais*, como no exemplo da corda, e como *longitudinais*, como no exemplo da onda sonora.

Ondas transversais

Ondas transversais são aquelas em que a direção de propagação é perpendicular à direção da vibração.

Ondas longitudinais

Ondas longitudinais são aquelas em que a direção de propagação é a mesma da vibração das partículas do meio.

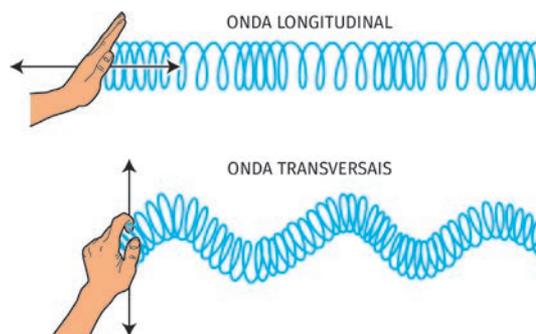


Figura 15.6: Acima, uma onda longitudinal e uma onda transversal, ambas provocadas em uma mola.

Com respeito à natureza da onda

Ondas mecânicas

As ondas sonoras, as ondas na água e as ondas na corda são também chamadas de ondas *meccânicas*, pois necessitam de um meio material (ar, água e corda) para se propagar.

lá na plataforma

Assista o vídeo 4, intitulado Sound Experiments for Kids (Experimentos sobre som para crianças) lá na plataforma e perceba como a onda sonora se manifesta em sua natureza mecânica. Ondas mecânicas precisam necessariamente de um meio material para se propagar e é isso que você poderá perceber com mais facilidade no vídeo selecionado.

Ondas eletromagnéticas

As ondas de rádio, de televisão, de telefonia dos celulares, assim como as micro-ondas do forno micro-ondas e as ondas de luz, são *ondas eletromagnéticas*. Elas são produzidas por meio de uma perturbação do campo elétrico e do campo magnético, simultaneamente, e *não necessitam de um meio material para se propagar*, como já vimos em nossos estudos de óptica, por meio do exemplo da luz do Sol, que chega até nós passando por grandes distâncias através do vácuo do espaço sideral. A figura a seguir nos mostra uma visualização (uma concepção artística) de ondas eletromagnéticas emitidas por uma antena transmissora de TV.

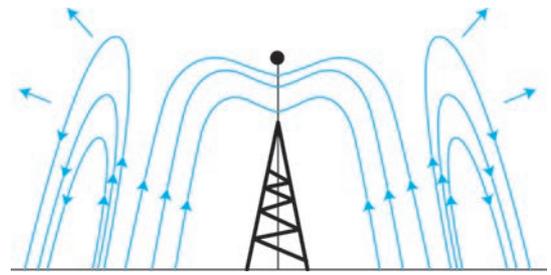


Figura 15.7

Os elétrons do material da antena vibram em altíssimas frequências. A perturbação dos campos elétricos e magnéticos em torno das cargas se propaga na velocidade da luz, $c \approx 300.000 \text{ km/s}$.

Na ilustração a seguir, estão representados o campo elétrico (\vec{E}) e o campo magnético (\vec{B}) em uma onda eletromagnética, sob a forma de um único raio luminoso se propagando na direção x .

Note que o campo elétrico é sempre perpendicular ao campo magnético e que ambos são perpendiculares à direção de propagação. As *ondas eletromagnéticas são transversais*.

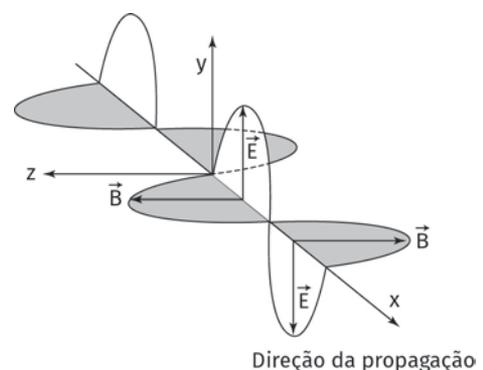


Figura 15.8

A luz

A luz é produzida pelos átomos. Quando excitamos um elétron do átomo, ele passa para um nível de energia mais alto. Depois de um tempo normalmente muito curto, o elétron volta para o nível em que estava anteriormente, emitindo energia sob a forma de luz. Podemos fazer átomos emitirem luz de muitas maneiras, por exemplo, se pegamos um prego de ferro e colocamos no fogo, a agitação molecular pode ser tão grande que os elétrons dos átomos se excitam, conforme descrevemos acima, e passem a brilhar, com uma linda luz avermelhada. De modo muito semelhante, a corrente elétrica passando pelo filamento de tungstênio de uma lâmpada incandescente, faz a lâmpada brilhar, emitindo raios luminosos, continuamente, em todas as direções.



Figura 15.9: A corrente elétrica passando pelo filamento na lâmpada incandescente faz a lâmpada brilhar. O uso desse tipo de lâmpada tem sido descontinuado devido à baixa eficiência elétrica.
Fonte: <https://pxhere.com/pt/photo/1548081>.

Características gerais das ondas

Imagine uma onda se propagando ao longo da direção x , como ilustrado na figura a seguir.

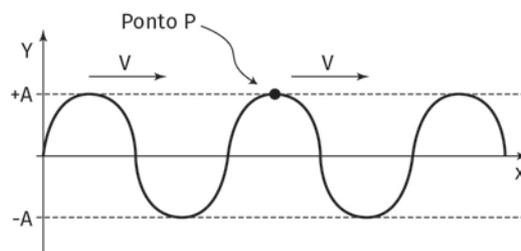


Figura 15.10

Define-se:

Amplitude

A amplitude (A) de uma onda é o deslocamento máximo de um ponto qualquer. Repare que, à medida que a onda for caminhando na direção x , o ponto P , tomado como exemplo, se deslocará desde $+A$ até $-A$ e, depois, até $+A$, de novo.

Período

O período (T) é o tempo que cada ponto do meio leva para executar uma oscilação completa. Na figura anterior, o ponto P teria se deslocado de $+A$ até $-A$ e voltado a $+A$, no tempo de um período.

Frequência

A frequência (f) é o número de oscilações que cada ponto do meio executa, por unidade de tempo. Lembrando que o período (T) é o tempo para uma oscilação completa, teremos:

$$\text{frequência} = \frac{\text{número de oscilações}}{\text{tempo}} = \frac{1}{T} \text{ isto é } f = \frac{1}{T}$$

Unidade de frequência

No Sistema Internacional de Unidades a frequência é medida em 1/s ou s^{-1} , que nós denominamos de *Hertz (Hz)*. Vejamos:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow [\text{Unidade de } f] = \left[\frac{1}{\text{unidade de tempo}} \right] = \frac{1}{s} = s^{-1} = \text{Hz} .$$

O comprimento de onda

Comprimento de onda (λ) é a distância entre dois pontos consecutivos da onda que têm as mesmas características (mesma fase).

Podemos medir o comprimento da onda, por exemplo, entre duas cristas, ou entre dois mínimos, ou entre dois pontos consecutivos quaisquer, com exatamente as mesmas características (mesma fase). Veja a ilustração a seguir.

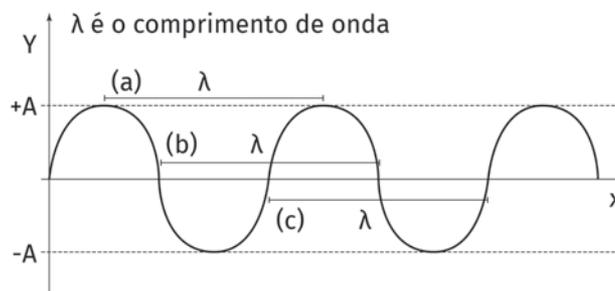


Figura 15.11

Em (a), λ foi tomado entre dois máximos; em (b), entre dois pontos consecutivos de mesma fase e, em (c), entre dois pontos onde a oscilação passa pelo zero de amplitude, também com mesma fase.

A velocidade da onda

Velocidade da onda (V) é a velocidade com que a perturbação caminha no meio. Num mesmo meio, a velocidade é constante, desde que o meio tenha sempre as mesmas propriedades em todos os pontos (seja *homogêneo*) e em todas as direções (seja *isotrópico*).

Repare que quando houver decorrido um tempo igual ao período (T), a onda terá caminhado uma distância igual ao seu comprimento de onda (λ). Assim, como a velocidade da onda é constante nos meios homogêneos, temos:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow V = \frac{\lambda}{T}$$

Como $f = \frac{1}{T}$, teremos também $V = \lambda \cdot f$.

Situação 1: calcular o comprimento de uma onda de rádio cuja frequência é de 1.500 kHz.

Solução:

Temos $f = 1.500 \text{ kHz} = 1.500 \times 10^3 \text{ Hz} = 1,5 \times 10^6 \text{ Hz}$. Lembrando que as ondas de rádio são ondas eletromagnéticas, que, portanto, viajam na velocidade da luz = 300.000 km/s, teremos também: $V = 300.000 \text{ km/s} = 300.000 \times 10^3 \text{ m/s} = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ (passando para o S.I.). Assim:

$$V = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} = \frac{3 \times 10^8}{1,5 \times 10^6} = 2,0 \times 10^{8-6} = 2,0 \times 10^2 \Rightarrow \lambda = 200 \text{ m}$$

Situação 2: as ondas sonoras caminham no ar com velocidade de aproximadamente 340 m/s. Calcule a frequência de uma onda sonora cujo comprimento de onda seja $\lambda = 1,7 \text{ cm}$.

Solução:

Temos: $V = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ e $\lambda = 1,7 \text{ cm} = 1,7 \times 10^{-2} \text{ m}$ (passando para o S.I.)

Assim: com $V = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{V}{\lambda} = \frac{340}{1,7 \times 10^{-2}} = \frac{340}{170 \times 10^{-4}} = 2,0 \times 10^4 = 20.000 \text{ Hz} = 20 \text{ KHz}$.

Observação: essa é a maior frequência que o ouvido humano normal pode ouvir. Acima de 20 kHz, os chamados *ultrassons*, nós não podemos ouvir, assim como não podemos ouvir sons com frequências inferiores a 20 Hz, (*infrassons*).

Atividade

A frequência da nota musical lá fundamental é de 440 Hz. Lembrando que a velocidade do som no ar é de, aproximadamente, 340 m/s, qual é o comprimento de onda do lá quando se propaga no ar (a solução se encontra no final da unidade)?

A superposição de ondas

Muitos são os casos em que duas ou mais ondas são emitidas ao mesmo tempo e se encontram em algum ponto do espaço. Quando isso ocorre, dizemos que houve uma superposição de ondas. Para ilustrar o que ocorre quando duas ou mais ondas se superpõem em um lugar do espaço, vamos tomar como exemplo pulsos de onda em uma corda. Veja o que ocorre:



Figura 15.12

Veja agora quando os pulsos também caminham na mesma direção e em sentidos opostos, mas um deles tem a fase invertida.

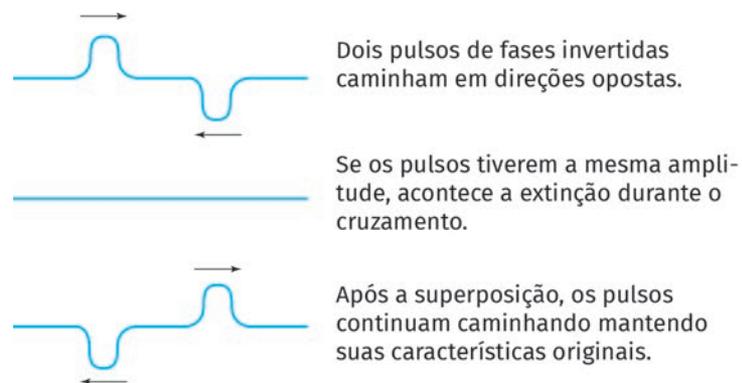


Figura 15.13

Quando duas ou mais ondas se superpõem em um lugar do espaço, o resultado da superposição é a soma algébrica dos efeitos que cada uma delas produziria se passasse sozinha naquele ponto. Após a superposição, cada onda continua a se propagar mantendo suas características originais.

As ondas sonoras e o timbre

O principal meio de comunicação entre nós é a nossa fala. Não devemos nos esquecer também que entre os animais existe uma grande comunicação por meio de sons. Podemos ouvir os pássaros se comunicando por meio de seu canto, ao amanhecer. Cada pássaro sabe quem é seu par! Vamos estudar mais três importantes características das ondas sonoras: a altura, a intensidade e o timbre.

A *altura* é a qualidade que nos permite distinguir um som grave (de baixa frequência) de um som mais agudo (de mais alta frequência). Ela nos permite distinguir as notas musicais: dó, ré, mi, fá, sol, lá, si, dó. A intensidade nos permite distinguir um som mais intenso (dizemos na prática mais alto) de um som mais baixo. A intensidade está diretamente relacionada com a amplitude e a energia transportada por uma onda.



Figura 15.14: em um piano, os sons mais agudos são representados pelas notas localizadas nas teclas mais à direita do teclado e os mais graves, nas teclas mais à esquerda do teclado.

O *timbre* é a qualidade que nos permite distinguir dois sons, emitidos por fontes diferentes, mesmo que eles tenham a mesma frequência e mesma amplitude.

Os sons emitidos por uma fonte, como a voz de uma pessoa em particular, ou por um determinado instrumento musical, são normalmente uma mistura de várias ondas mais simples, chamadas *harmônicos fundamentais*. Esses harmônicos resultam em uma onda, por vezes, bastante complexa. Cada instrumento musical, assim como cada pessoa, emite sons com uma característica especial. Cada um tem o seu conjunto de harmônicos fundamentais cuja superposição resulta no seu timbre característico. Todos nós podemos distinguir a voz de Roberto Carlos da voz de Martinho da Vila, mesmo que estejam cantando a mesma música, no mesmo tom e mesma intensidade.

A seguir mostramos como exemplo, ondas de mesma altura (mesma frequência) e mesma amplitude (mesma intensidade), emitidas por uma flauta e por um clarinete.

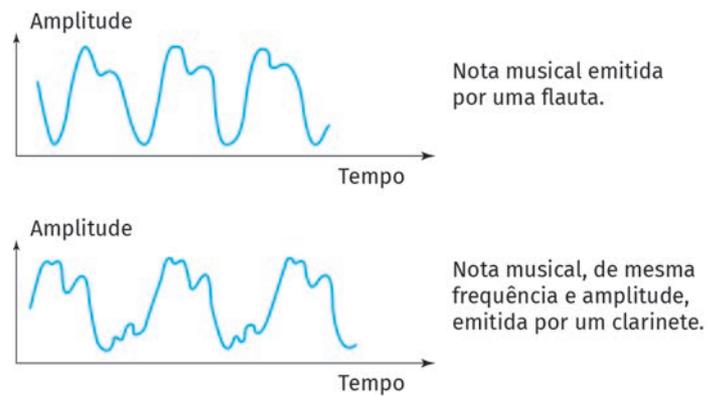


Figura 15.15

A diferença entre elas está nos harmônicos fundamentais que cada instrumento emite e cuja superposição resulta no som final que ouvimos. A diferença está no timbre!

Resumo

- Nesta unidade, estudamos as ondas e vimos as suas classificações:
 - *quanto à sua natureza*, as ondas podem ser: *mecânicas*, quando necessitam de um meio material para se propagar, ou *eletromagnéticas*, que podem se propagar mesmo no vácuo;
 - *quanto à sua direção de propagação e a direção da vibração*, elas podem ser: *transversais*, quando a direção das vibrações são perpendiculares à direção de propagação, ou *longitudinais*, quando a direção da vibração tem a mesma direção da propagação.
- Estudamos também as características de uma onda e suas relações.

A *amplitude* (A) de uma onda corresponde ao deslocamento máximo de um ponto qualquer.

O *período* (T) é o tempo que cada ponto do meio leva para executar uma oscilação completa.

A *frequência* (f) é o número de oscilações que cada ponto do meio executa, por unidade de tempo.

$$\text{Assim } f = \frac{1}{T} \Rightarrow [\text{Unidade de } f] = \left[\frac{1}{\text{unidade de tempo}} \right] = \frac{1}{s} = s^{-1} = \text{Hz}.$$

O *comprimento de onda* (λ) é a distância entre dois pontos consecutivos da onda que têm as mesmas características (mesma fase).

A *velocidade da onda* (v) é a velocidade com que a perturbação caminha no meio.

Temos: $V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow V = \frac{\lambda}{T}$

E como $f = \frac{1}{T}$, teremos também $V = \lambda \cdot f$.

- Estudamos a superposição de ondas.

Quando duas ou mais ondas se superpõem em um lugar do espaço, o resultado da superposição é a soma algébrica dos efeitos que cada uma delas produziria se passasse sozinha naquele ponto. Após a superposição, cada onda continua a se propagar mantendo suas características originais.

- Finalmente, estudamos o timbre.

O *timbre* é a qualidade que nos permite distinguir dois sons, emitidos por fontes diferentes, mesmo que eles tenham a mesma frequência e mesma amplitude. São os harmônicos que compõem o som, que nos permite distinguir sons de instrumentos musicais diferentes ou da voz de diferentes pessoas.

lá na plataforma

Nesta unidade, abordamos o tema de Ondas. Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos adicionais para aprofundar o seu conhecimento sobre este tema. Será possível acessar objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis também exercícios extras e podcasts. Confira!

Exercícios

1. Considere pulsos de ondas planas propagando-se da esquerda para a direita, representadas as posições das cristas das ondas em intervalos de tempos consecutivos e iguais a um período. Responda o que se pede:



- a) em qual dos meios a frequência é maior?
 - b) em qual dos meios a velocidade de propagação é maior?
 - c) em qual dos meios o comprimento de onda é maior?
2. Para se ter a máxima eficiência de transmissão, as antenas das emissoras de rádio são torres verticais de altura aproximadamente igual a um quarto do comprimento de onda correspondente à frequência da emissora. Determine a altura aproximada da torre de uma emissora de rádio de frequência igual a 900 kHz. Dado: a velocidade das ondas de rádio é igual a $3,0 \cdot 10^8$ m/s.
3. Dê exemplos de ondas transversais e de ondas longitudinais.
4. (PUC-SP) A propagação de ondas envolve, necessariamente:
- a) transporte de matéria e energia
 - b) transformação de energia
 - c) produção de energia
 - d) movimento de matéria
 - e) transporte de energia

Respostas da unidade

Atividade

Temos: $V = 340 \text{ m/s}$; $f = 440 \text{ Hz}$. Então:

$$V = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} = \frac{340}{440} = 0,77 \text{ m} = 7 \text{ cm.}$$

Exercícios

1.

- a) A frequência é a mesma.
- b) No meio A.
- c) No meio A.

2. 83 m.

3.

Ondas transversais: ondas numa corda, ondas eletromagnéticas.

Ondas longitudinais: ondas sonoras, ondas em uma mola quando comprimida e distendida rapidamente.

4. e.

Ondas estacionárias - tubos e cordas vibrantes

16

meta

Introduzir o conceito de ondas estacionárias e estudar sua formação em cordas vibrantes e tubos sonoros.

objetivos

Esperamos que, ao final desta unidade, você seja capaz de:

- reconhecer os possíveis modos de vibração em ondas estacionárias;
- resolver problemas a respeito da reflexão de pulsos em cordas vibrantes;
- resolver problemas de ondas estacionárias em cordas vibrantes e em tubos sonoros.

Introdução

Nesta unidade, estenderemos nosso estudo a respeito das ondas. Já vimos, de um modo geral, as principais características das ondas em uma corda, na água, das ondas sonoras e das ondas eletromagnéticas. Vamos agora compreender um pouco a respeito da reflexão de pulsos e o conceito de ondas estacionárias.



Figura 16.1: as flautas são exemplos de tubos sonoros. Para tocá-las, a musicista escolhe a posição dos dedos, determinando em quais pontos o tubo ficará aberto e em quais ficará fechado. Fonte: <https://pixahive.com/photo/lord-krishna-2/>.

A reflexão de pulsos

Quando um pulso, em uma corda, por exemplo, encontra o ponto onde a corda está fixada à parede, o pulso é refletido. As figuras a seguir nos mostram as duas maneiras possíveis de reflexão, de acordo com o modo como prendemos a corda na parede.

Pulso em uma corda propagando-se na direção da parede



Figura 16.2

Após refletir na parede, o pulso volta invertido. Ao encontrar o ponto onde a corda está presa, a parte da corda não pode mais subir e é refletida por baixo. O pulso se inverte. Dizemos que *o pulso inverte a fase*.

A figura a seguir ilustra o formato do pulso após a reflexão.



Figura 16.3

Agora vamos supor que a corda está presa à parede por meio de uma argola e uma haste, conforme ilustrado na figura a seguir. Quando o pulso chega na região onde se encontra a haste, a argola permite que esse ponto da corda suba e, por isso, é refletido por cima. *O pulso refletido mantém a fase*.



Figura 16.4

Ondas estacionárias

Ondas estacionárias são ondas que não se propagam, ficam vibrando sempre no mesmo lugar.

Na unidade anterior, vimos o que ocorre quando dois pulsos se encontram em um lugar do espaço, isto é, quando ocorre a superposição de pulsos. Caso você não esteja bem lembrado de como ocorre a superposição, faça uma nova leitura desse assunto, antes de prosseguir o estudo, para que possa compreender melhor o que vamos expor a seguir.

Vamos começar nosso estudo pelas ondas estacionárias em uma corda. A figura a seguir ilustra o que acontece quando mantemos a perturbação, continuamente, numa das extremidades de uma corda presa a uma parede.

Fazendo a corda oscilar continuamente, as ondas que incidem na parede se superpõem às ondas refletidas, formando uma onda “estacionária”.

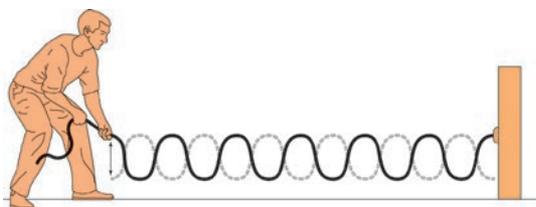


Figura 16.5

Isso mesmo: a onda estacionária fica restrita entre a parede e a nossa mão. Os pontos da corda oscilam para cima e para baixo, com sua frequência característica, mas a

onda fica no mesmo lugar. Isso é exatamente o que ocorre quando fazemos vibrar uma corda de violão. As ondas que caminham de um lado para outro na corda se superpõem, e o que vemos é uma onda estacionária.

Os modos de vibração

Como as ondas estacionárias são sempre obrigadas a oscilar em um mesmo lugar, elas não podem oscilar com qualquer frequência ou comprimento de onda. Apenas algumas frequências ou comprimentos de onda serão possíveis em cada caso.

Chamamos de modos de vibração às possíveis frequências (ou comprimentos de onda) permitidas.

O modo fundamental nas cordas vibrantes

Imagine uma corda, como a de um violão, presa nas suas extremidades. Obrigatoriamente as ondas não poderão vibrar, nas extremidades, porque estão presas em um suporte. O primeiro modo de vibração possível para uma onda desse tipo está ilustrado na figura a seguir.

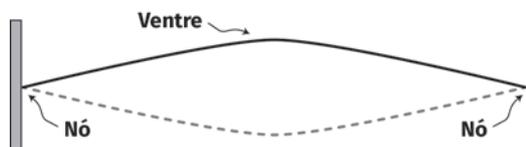


Figura 16.6

Esse é o primeiro modo de vibração possível. Ele é chamado de *modo fundamental*.

Veja que cada ponto da corda tem uma amplitude diferente. Nos pontos que chamamos de *nó*, não há movimento, a amplitude

é nula. Naquele ponto que chamamos de *ventre (barriga)*, a amplitude é máxima.

Repare que no modo fundamental de uma corda vibrante não existe uma onda inteira, apenas a metade do comprimento de onda. A onda inteira pode ser representada como na figura ilustrada a seguir:

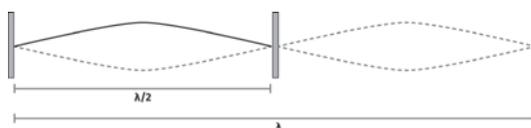


Figura 16.7

Nesse caso a corda está oscilando com apenas meio comprimento de onda ($\lambda/2$). A parte tracejada, fora do lugar onde está a corda, foi desenhada apenas para que pudéssemos visualizar como “seria” a onda completa.

Vamos agora relacionar o comprimento da corda, L , com o comprimento de onda, λ , para vários modos de vibração.

O primeiro modo é chamado de *modo fundamental*. Os outros modos, depois do primeiro, são chamados de *segundo modo*, *terceiro modo* etc.

Esses modos são chamados *harmônicos*: *primeiro harmônico*, *segundo harmônico*, *terceiro harmônico*... E assim por diante.

Repare em cada uma das figuras a seguir, na relação entre o comprimento da onda, λ , e o comprimento da corda L , para os quatro primeiros modos de vibração, em uma corda presa nas extremidades.

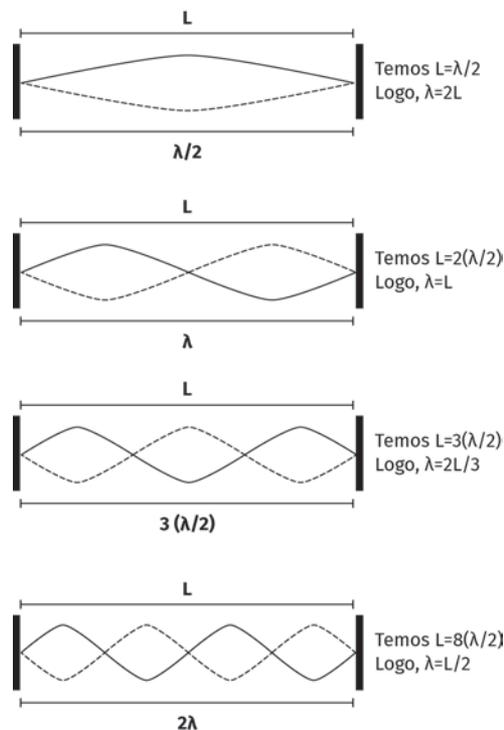


Figura 16.8

Veja que temos sempre $L = n \frac{\lambda}{2}$ onde $n = (1, 2, 3, 4, \dots)$ é um número inteiro.

Ou $\lambda = 2 \frac{L}{n}$, com n inteiro.

Tubos sonoros

O som também pode produzir ondas estacionárias. Vamos ver como se formam as ondas estacionárias em tubos, chamados tubos sonoros, semelhantes aos tubos dos órgãos a ar, comuns em algumas de nossas igrejas, e os instrumentos de sopro, como as flautas, por exemplo.

As figuras a seguir representam tubos fechados à esquerda e abertos na outra extremidade.

Veja, em cada um deles, as relações entre o comprimento de onda λ e o comprimento do tubo L :

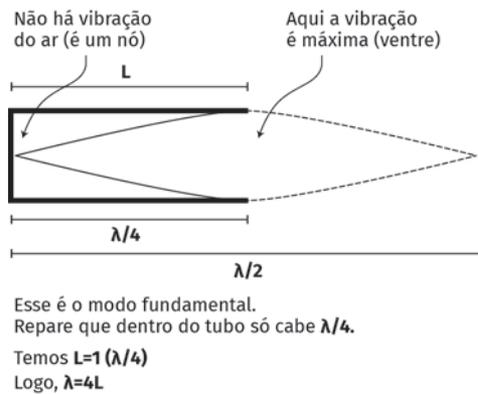


Figura 16.9

Esse é o modo fundamental. Repare que dentro do tubo só cabe $\lambda/4$.

Temos: $L = 1 \times \frac{\lambda}{4}$ logo $\lambda = 4L$.

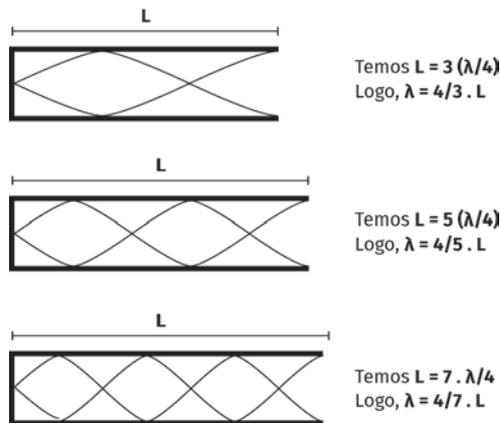


Figura 16.10

Repare que, no caso de tubos sonoros fechados em uma das extremidades, temos sempre: $L = m \cdot \frac{\lambda}{4}$ onde m é um número ímpar ($m = 1, 3, 5, 7, \dots$).

As ondas estacionárias podem se formar em muitos outros lugares. Você já deve ter experimentado cantar no banheiro. Deve ter

observado que alguns sons (mais graves) ressoam que é uma beleza! Quando isso ocorre, é porque dentro da caixa formada pelas paredes, teto e piso do banheiro, aquele som, com uma frequência característica, tem um comprimento de onda que cabe exatamente na caixa. O som parece bem mais intenso. Formou-se uma onda estacionária no banheiro. A nossas vozes, ou som que emitimos fica “ressoando”. Nesses casos dizemos que houve uma *ressonância*.

Situação 1: uma onda sonora incide sobre um tubo de comprimento $L = 42,5$ cm, fechado em uma das extremidades, de modo que ele ressoa no segundo modo de vibração. Lembrando que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, pede-se calcular o comprimento de onda (λ) e a frequência da vibração (f).

Solução:

São dados: $L = 42,5$ cm e $V = 340$ m/s.

Para o segundo harmônico que está representado na figura a seguir, podemos ver

$$\text{que: } L = 3 \times \frac{\lambda}{4}$$

Logo, o comprimento de ondas será:

$$\lambda = \frac{4}{3}L \approx \frac{4 \times 42,5}{3} = 56,7 \text{ cm} \approx 0,57 \text{ m}$$

Temos ainda: $V = \lambda \cdot f$

$$\text{Logo, a frequência será } f = \frac{4V}{\lambda} = \frac{340}{0,567}$$

≈ 600 Hz .



Figura 16.11

Situação 2: uma corda de cavaquinho tem 30 cm de comprimento. Calcule a frequência do terceiro modo de vibração, sabendo que a velocidade de propagação de uma onda nessa corda é de 360 m/s.

Solução:

Foram dados: $L = 30 \text{ cm}$ e $V = 360 \text{ m/s}$.

O terceiro modo de vibração em uma corda está representado na figura a seguir.

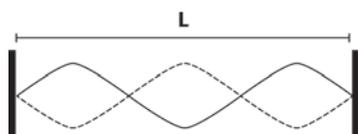


Figura 16.12

Então, com $V = \lambda \cdot f$ temos $f = \frac{V}{\lambda}$ (falta o λ).

Vamos calcular λ usando a figura, onde vemos que:

$$L = 3 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{3} = \frac{2 \times 30}{3} = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}.$$

$$\text{Assim: } f = \frac{V}{\lambda} = \frac{360}{0,20} = 1.800 \text{ Hz} = 1,8 \text{ kHz}.$$

A velocidade da onda numa corda

Você já deve ter reparado que, para afinar a corda de um violão, ou qualquer outro instrumento de cordas, nós temos que apertar ou afrouxar a corda, isto é, temos que aplicar uma força de tração na corda de maneira que ela vibre com a frequência desejada. Deve ter reparado também que as cordas têm espessuras diferentes, quanto mais grossa a corda, mais grave é o som, e quanto

mais fina, mais agudo ele é. Isto se deve ao fato de que a velocidade de propagação das ondas na corda *depende da força aplicada e da densidade linear da corda*. A densidade linear representada por μ , (letra grega mi) é definida como:

$$\text{"densidade linear"} = \frac{\text{massa}}{\text{unidade de comprimento}}$$

ou seja $\mu = \frac{M}{L}$ cujas unidades são g/cm ou, kg/m (no S.I.).

A velocidade das ondas numa corda vibrante é dada pela expressão: $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ onde F é a força de tração da corda e μ é a densidade linear da corda.

Exemplo

Uma corda vibrante com 2,0 m de comprimento e massa de 4,0 g está presa em uma mesa e, por meio de uma roldana, dependuramos um peso de 16,2 N de modo a tensionarmos a corda, conforme ilustra a figura a seguir.

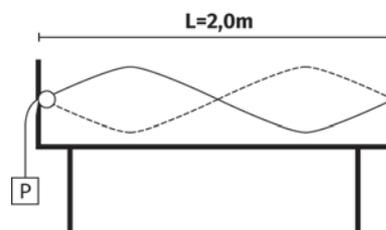


Figura 16.13

Pede-se calcular: a) a velocidade das ondas na corda e b) a frequência da vibração da corda.

Solução:

a) A velocidade: a força de tensão na corda é igual ao peso P , que utilizamos para esticar a corda, assim $F = 16,2 \text{ N}$. A densidade linear da corda é:

$$\mu = \frac{M}{L} = \frac{4,0(g)}{2,0(m)} = \frac{4,0 \times 10^{-3} (kg)}{2,0(m)}$$

$$= 2,0 \times 10^{-3} kg/m.$$

$$\text{Logo: } V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{16,2}{2,0 \times 10^{-3}}} = \sqrt{8,1 \times 10^3}$$

$$= \sqrt{8.100} = 90 m/s.$$

b) A frequência: como $V = \lambda \cdot f$, a frequência de oscilação será $f = \frac{V}{\lambda}$. Repare na figura que a corda está vibrando no seu segundo modo de vibração. Logo, $L = \lambda = 2,0$ m.

$$\text{Assim: } V = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{V}{\lambda} = \frac{90 (m/s)}{2,0(m)}$$

$$= 45 \frac{1}{s} = 45 s^{-1} = 45 \text{ Hz.}$$

Resumo

- Nesta unidade, estendemos nosso conhecimento sobre as ondas, estudando a reflexão de pulsos numa corda. Vimos que:



Figura 16.14: pulso em uma corda propagando-se na direção de uma parede.



Figura 16.15: após refletir na parede, o pulso volta invertido, invertendo a fase.

Supondo que a corda está presa à parede por meio de uma argola e uma haste, observamos que:



Figura 16.16

- Estudamos as ondas estacionárias

Ondas estacionárias são ondas que não se propagam. Elas ficam vibrando sempre no mesmo lugar.

Fazendo a corda oscilar continuamente, as ondas que se incidem na parede se superpõem às ondas refletidas, formando uma onda “estacionária”.

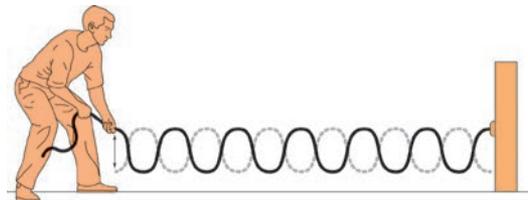


Figura 16.17

- Vimos o que são os modos de vibração.

Chamamos de modos de vibração às possíveis frequências (ou comprimentos de onda) permitidas.

- Estudamos os diversos modos de vibração numa corda e em tubos sonoros, as relações entre os comprimentos das cordas e dos tubos, e os respectivos comprimentos de onda possíveis em cada caso.

- Vimos que a velocidade em uma corda vibrante depende da densidade linear e da força de tensão aplicada na corda, onde:

$$\text{"densidade linear"} = \frac{\text{massa}}{\text{unidade de comprimento}}$$

ou seja $\mu = \frac{M}{L}$ cujas unidades são g/cm ou, kg/m (no S.I.).

- E a velocidade das ondas numa corda vibrante é dada pela expressão:

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \text{ onde } F \text{ é a força de tração da corda e } \mu \text{ é a densidade linear da corda.}$$

Lá na plataforma

Nesta unidade, abordamos o comportamento das Ondas estacionárias. Em nosso ambiente virtual, você encontrará conteúdos adicionais para aprofundar o seu conhecimento sobre este tema. Será possível acessar objetos de aprendizagem de simulação computacional produzidos pela Universidade do Colorado. Siga as instruções das atividades propostas e perceba como os recursos dialogam diretamente com o tema de nossa aula. Estarão disponíveis também exercícios extras e podcasts. Confira!

Exercícios

(Anotar as respostas em seu caderno.)

1. Um fio é esticado de modo que suas extremidades permanecem fixas a uma distância igual a 80 cm. O fio vibra de forma

que a frequência do modo fundamental é igual a 60 Hz. Determine a velocidade de propagação da onda transversal produzida no fio.

2. Uma corda de comprimento igual a 1,5 m é esticada entre dois suportes com uma tensão tal que a velocidade da onda transversal produzida na corda é de 48 m/s. Determine o comprimento de onda e a frequência do modo fundamental de vibração da corda.

3. Num laboratório de física, ondas sonoras são enviadas para dentro de um tubo cheio de ar, de 90 cm de comprimento e fechado em uma das extremidades. O tubo entra em ressonância em várias frequências, sendo a mais baixa igual a 95 Hz. Calcule a velocidade do som neste laboratório de física.

4. Considere o tubo sonoro descrito no problema anterior. Determine as frequências para os três primeiros modos de vibração.

5. Determine o menor comprimento de um tubo fechado em uma das extremidades, cheio de ar, que entrará em ressonância com uma fonte sonora de frequência 160 Hz. Considere a velocidade do som no ar igual a 340 m/s.

Respostas

1. 96 m/s
2. 3,0 m e 16 Hz
3. 342 m/s
4. 95 Hz, 285 Hz e 475 Hz
5. 0,53m