EDIÇÃO REFORMULADA

Módulo 1

Volume 1
2ª edição

Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Gabriela dos Santos Barbosa
Stella Maria Peixoto de Azevedo Pedrosa
Rosana de Oliveira
Ana Lúcia Vaz da Silva

Matemática na Educação 1

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

Fundação
CECIERJ
Consórcio cederj
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Matemática na Educação 1

Volume 1 - Módulo 1

Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Gabriela dos Santos Barbosa
Stella Maria Peixoto de Azevedo Pedrosa
Rosana de Oliveira
Ana Lúcia Vaz da Silva

GOVERNO DO
Rio de Janeiro
SECRETARIA DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA

UAB
UNIVERSIDADE
ABERTA DO BRASIL

Ministério
da Educação

BRASIL
UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL

Apoio:

FAPERJ
Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo
à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro

Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Rua Visconde de Niterói, 1364 – Mangueira – Rio de Janeiro, RJ – CEP 20943-001
Tel.: (21) 2334-1569 Fax: (21) 2568-0725

Material Didático

ELABORAÇÃO DE CONTEÚDO
Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Gabriela dos Santos Barbosa
Rosana de Oliveira
Stella Maria Peixoto de Azevedo Pedrosa
Ana Lúcia Vaz da Silva

COORDENAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL
Cristine Costa Barreto

SUPERVISÃO DE DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL
Cristiane Brasileiro

DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL E REVISÃO
Gustavo de Figueiredo Tarcsay
Marcelo Bastos Matos

AVALIAÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO
Thaïs de Siervi

Departamento de Produção

EDITORA
Tereza Queiroz

REVISÃO TIPOGRÁFICA
Daniela de Souza
Emília Gomes

COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO
Katy Araújo

PROGRAMAÇÃO VISUAL
Bianca Lima
David Daniel Macêdo

ILUSTRAÇÃO
Sami Souza

CAPA
Sami Souza

PRODUÇÃO GRÁFICA
Oséias Ferraz
Patricia Seabra

M425m

Matemática na educação 1. v. 1 / Andreia Carvalho Maciel Barbosa, Gabriela dos Santos Barbosa, Stella Maria Peixoto de Azevedo Pedrosa, Rosana de Oliveira, Ana Lúcia Vaz da Silva. – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.
276 p.; 19 x 26,5 cm.

ISBN: 978-85-7648-584-1

1. Matemática na educação. 2. Sistema decimal. 3. Avaliação. 4. Oralidade. 5. Resolução de problemas. I. Maciel, Andreia Carvalho. II. Barbosa, Gabriela dos Santos. III. Pedrosa, Stella Maria Peixoto de Azevedo. IV. Oliveira, Rosana de. V. Silva, Ana Lúcia Vaz da. VI. Título.

CDD: 372.7

2010/1

Referências Bibliográficas e catalogação na fonte, de acordo com as normas da ABNT e AACR2.

Matemática na Educação 1 | Volume 1 - Módulo 1

SUMÁRIO

AULA 1

Mitos e porquês sobre o conhecimento matemático

Meta da aula

Estimular uma reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática e o papel dessa disciplina no curso de Pedagogia.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. identificar aspectos do seu conhecimento matemático e sua relação com essa disciplina;
2. reconhecer a existência de crenças sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática;
3. identificar mitos relacionados ao ensino e a aprendizagem da Matemática;
4. reconhecer alguns porquês da Matemática;
5. formular mitos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática e apontar possibilidades de desconstrução.

Pré-requisito

Para acompanhar esta aula, é necessário que você utilize seu conhecimento de números e porcentagem adquiridos ao longo dos Ensinos Fundamental e Médio.

INTRODUÇÃO

Imagino que você deva estar se perguntando por que uma disciplina de Matemática em um curso de Pedagogia.

Figura 1.1: A disciplina e o curso de Pedagogia.

Essa história infelizmente retrata a reação de muitos alunos que ingressam no curso de Pedagogia. A disciplina Matemática desperta em muitas pessoas sentimentos desagradáveis, e acreditamos que isso possa ter origem na trajetória de escolaridade de muitas pessoas, inclusive na sua. Ao concluir este curso, uma de suas possibilidades de atuação é ser professor ou coordenar uma equipe de professores das séries iniciais. Assim, caso atue nos casos citados, ou qualquer outro que esteja relacionado ao ensino de Matemática, gostaríamos que você contribuísse para ajudar a desconstruir esse sentimento ruim, que infelizmente tem perdurado. Além disso, desmitificar a ideia de que saber Matemática é coisa para poucos privilegiados ou que é coisa para malucos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

1. Escreva em poucas palavras a sua relação com a Matemática através dos anos de escolaridade.
Qual a sua expectativa em relação a esta disciplina?
Registre suas lembranças em relação ao conteúdo matemático que tenham ficado na sua memória sobre coisas que aprendeu e possíveis dificuldades.

COMENTÁRIO

É importante que você registre suas impressões nesse momento fazendo uma reflexão pessoal. Futuramente, esse registro poderá ser um instrumento de autoavaliação. Leve suas colocações para um debate que poderá ser promovido pelo tutor.

Muitas crenças e concepções têm sido construídas a respeito do ensino e da aprendizagem em matemática por alunos e professores. Ferreira (2002) apresenta uma revisão bibliográfica de pesquisas a partir da década de 1980 que sinalizam as crenças construídas por estudantes a respeito do ensino e aprendizagem da Matemática. Em seu estudo, a autora identifica que as crenças se distinguem em dois grupos: aquelas relacionadas à Matemática (como disciplina escolar, como ciência ou como ferramenta):

> • Matemática é cálculo.
>
> • A matemática é dicotômica; ou se está "completamente certo" ou "completamente errado". Existe apenas uma maneira correta para se resolver um problema.
>
> • A matemática é um conjunto de regras, fatos, procedimentos a ser assimilado passivamente. Quase todos os problemas de Matemática podem ser resolvidos pela aplicação direta de fatos, regras, fórmulas, e procedimentos apresentados pelo professor ou livro-texto.
>
> • Somente a matemática pode ser testada, é importante e vale a pena se aprender.
>
> • A matemática é basicamente memorização, mas também uma disciplina criativa na qual se pode fazer descobertas, e aprender a ser lógico (FERREIRA, 2002. p. 86).

O outro grupo de crenças está relacionado ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

> • Matemática é criada somente por pessoas muito criativas prodigiosas; outras pessoas só tentam aprender o que lhes é passado.
>
> • O papel do professor de Matemática é transmitir o conhecimento matemático e verificar se os estudantes receberam esse conhecimento.
>
> • O papel do estudante de Matemática é receber o conhecimento matemático e demonstrar que foi bem recebido.
>
> • Os estudantes acreditam firmemente na habilidade "nativa", particularmente em Matemática.
>
> • Estudantes que se percebem com menos habilidade em Matemática tendem a atribuir seu sucesso à sorte e seu fracasso à falta de habilidade, enquanto aqueles que se percebem "bons alunos" atribuem seu sucesso a suas habilidades (FERREIRA, 2002. p. 86).

Existem diferentes significados para a formação de crenças. Dentre eles, selecionamos, nos estudos de Ferreira (2002):

> Crenças são formadas inicialmente e tendem a se autoperpetuar, perseverando mesmo contra contradições causadas pelo raciocínio, tempo, escolarização, ou experiência. Quanto mais cedo uma crença é incorporada dentro de uma estrutura de crença, mais difícil será alterá-la; assim, crenças recém-adquiridas são mais vulneráveis à mudança.

É provável que você tenha se identificado com algumas dessas crenças. Nosso objetivo no transcorrer desta disciplina é que você possa, pelo menos, relativizar essas crenças. Compreender que a Matemática é fruto de uma produção cultural, assim a História da Matemática pode ser um ótimo recurso a ser utilizado nas aulas. Que embora as habilidades sejam diferentes entre as pessoas, ninguém é menos inteligente por não dominar os procedimentos e rituais que estão impregnados, em particular, na matemática escolar.

Na sociedade contemporânea, em muitos momentos pode ser mais importante você saber ler e interpretar uma tabela do que fazer cálculos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

2. A crença de que a Matemática está restrita a cálculos não relacionados com a realidade e que o estudante deve compreender e repetir o que é feito pelo professor é um paradigma muito forte. Nesta atividade, você vai lidar com uma situação de desconstrução dessa ideia.

Observe a matéria a seguir, extraída da revista *Veja*, edição 1.978, de 18 de outubro de 2006.

Um exército sem estudo
Quarenta e três milhões de crianças estão sem estudar em todo o mundo por causa de guerras em seu país, segundo relatório divulgado pela ONU. Nos conflitos, escolas são destruídas, muitos professores morrem e, em alguns lugares, alunos são recrutados para a guerra.

PAÍS	NÚMERO DE CRIANÇAS FORA DA ESCOLA POR CAUSA DE CONFLITOS	PORCENTAGEM DA POPULAÇÃO INFANTIL
Paquistão	7,8 milhões	40%
Congo	5,3 milhões	65%
Somália	1,6 milhão	90%
Haiti	570.000	45%
Angola	530.000	40%

Fonte: ONU e Save the Children.

Com base nos dados apresentados, responda:

(a) Qual desses países tem mais crianças fora da escola?

(b) E em números percentuais, qual tem mais? Em sua opinião, que consequências isso pode acarretar no futuro?

(c) Escreva o número 1,6 milhão de outra forma.

(d) Qual é o número de habitantes que corresponde à população infantil de Angola?

RESPOSTAS COMENTADAS

É importante que nesta atividade você perceba que os cálculos matemáticos podem estar relacionados a situações relevantes e que permitam explorar situações do mundo atual.

a. Paquistão.

b. Somália.

c. 1,6 milhão = 1.600.000 = 1.600 mil = 1 milhão e 600 mil.

d. Como 530.000 corresponde a 40% da população, uma possível solução:

Números pessoas	Percentual	Explicação do procedimento
530.000	40%	A informação da reportagem
265.000	20%	Encontrei a metade da primeira linha
1.325.000	100%	Somei 40% duas vezes e 20% uma vez.

Ou seja, 1.325.000 corresponde ao número de habitantes referente à população infantil de Angola.

CONVERSANDO SOBRE MITOS...

No IX Encontro Nacional de Educação Matemática (IX ENEM), ocorrido em 2007 em Belo Horizonte, Jorge Falcão apresenta uma palestra sob o título "Dez Mitos Acerca do Ensino e da Aprendizagem da Matemática", que nesse mesmo ano é publicado em forma de artigo na revista *Pesquisas e Práticas em Educação Matemática*, da Universidade Severino Sombra (USS).

Jorge Falcão possui graduação em Psicologia pela Universidade Federal de Pernambuco (1979), mestrado em Psicologia (Psicologia Cognitiva) pela Universidade Federal de Pernambuco (1987) e doutorado em Psicologia pela Université de Paris 5 (René Descartes/Sciences Humaines-Sorbonne,1992). Atualmente, é professor e pesquisador do departamento de Psicologia da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, onde está vinculado à pós-graduação em Psicologia, e professor-colaborador do programa de pós-graduação em Psicologia Cognitiva, da Universidade Federal de Pernambuco.
Para saber mais sobre o pesquisador, consulte http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.jsp?id=K4781412H2

O Enem é o evento de responsabilidade da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem), que foi fundada em 1988, e atualmente sua periodicidade é de três em três anos. O I Enem ocorreu no ano anterior ao da fundação da Sbem, em São Paulo. A Sbem foi fundada como fruto de um movimento de professores e pesquisadores interessados no ensino de Matemática. Nos últimos vinte anos, a área de Educação Matemática ganhou expressividade nacional, com diversos programas de pós-graduação em diferentes instituições nacionais. Para maiores informações consulte o *site* da Capes: www.capes.gov.br.

Entre os dez mitos abordados por Falcão e Hazin (2007), vamos abordar quatro:

Mito 3. "Matemática diz respeito a *números e contas*" (p. 32).

Essa é uma ideia em que a maioria das pessoas acredita, é bom em Matemática aquele que consegue fazer contas rápido. Cada vez mais esse mito tende a ser derrubado, as calculadoras pessoais chegaram para fazer esse tipo de tarefa. Por mais que alguns professores ainda se posicionem contrariamente ao seu uso, eles no máximo poderão controlá-lo no espaço da sala de aula. As pesquisas na área da neurociência informam que a inteligência está diretamente vinculada ao estabelecimento de relações.

As crianças, desde muito cedo, sabem lidar com afirmações que estabelecem relações não operatórias. Por exemplo, se num vidro existem balas de laranja e morango, podemos produzir as seguintes afirmações que são compreendidas pelas crianças:

- Se juntarmos as balas de laranja com as balas de morango, teremos o total de balas;
- Se do total de balas retirarmos as balas de laranja, sobram as balas de morango;
- Se do total de balas retirarmos as balas de morango, sobram as balas de laranja.

Essas afirmações que não envolvem quantidades podem ser escritas da seguinte forma:

- L + M = B;
- B – L = M;
- B – M = L.

Onde: L – balas de laranja;
M – balas de morango;
B – total de balas.

Ao final de cada mito, Falcão e Hazin (2007) propõem um contra-enunciado, que no caso do Mito 3 é: "A matemática diz respeito a auxiliares simbólicos e operatórios para modelização de relações conceituais, resolução de problemas e demonstrações" (p 33).

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

3. Sobre o mito de que a Matemática está restrita a números e contas e considerando o contra-enunciado, vamos identificar as relações do mini **SUDOKU**.

O mini Sudoku usa uma grade quadrangular 6 x 6. Para preenchê-la coloque os números de 1 a 6:
- em cada linha, de modo que cada número apareça uma única vez;
- em cada coluna, de modo que cada número apareça uma única vez;
- nos retângulos 2 x 3, de modo que cada número apareça uma única vez.

	1	4		2	
2				5	
6	4		1		
		3		6	4
	5				3
	6		2	4	

COMENTÁRIO

Embora o que você vê nesta atividade sejam números num retângulo, eles poderiam ser substituídos por letras ou outros seis símbolos distintos. O que precisamos demandar para resolver esta atividade não está relacionado com as ideias de ordenação ou de que números existem para fazer contas. A solução prescinde da escolha de estratégias, não existe uma única forma de começar a atividade, a escolha de cada um pode ser distinta.

5	1	4	**3**	2	**6**
2	**3**	**6**	4	**5**	**1**
6	4	**5**	1	**3**	**2**
1	**2**	3	**5**	6	4
4	5	**2**	**6**	**1**	3
3	6	**1**	2	4	**5**

SUDOKU, por vezes escrito Su Doku, (em japonês, 数独) é um quebra-cabeça baseado na colocação lógica de números. O objetivo do jogo é a colocação de números de 1 a 9 em cada uma das células vazias numa grade de 9 × 9, constituída por 3 × 3 subgrades chamadas regiões. O quebra-cabeça contém algumas pistas iniciais. Cada coluna, linha e região só pode ter um número de cada um dos 1 a 9. Resolver o problema requer apenas raciocínio lógico e algum tempo. Os problemas são normalmente classificados em relação à sua realização. O aspecto do Sudoku lembra outros quebra-cabeças de jornal. O mini Sudoku é uma versão simplificada do Sudoku onde consideramos os números de 1 a 6. (Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Sudoku)

Mito 4: "*Matemática não é piolho, que dá na cabeça de todo mundo*" (p34).

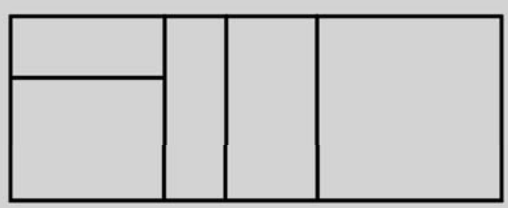
Essa expressão foi utilizada segundo Falcão e Hanzin (2007), por um professor de Ensino Fundamental e Médio de nosso país, e mostra uma outra ideia muito presente no senso comum e nos nossos alunos: a ideia de que aprender Matemática é para poucos privilegiados. Isso tem consequências pessoais e sociais muito negativas. Do ponto de vista psicológico, os testes de QI são apontados por Falcão e Hanzin (2007) como um dos responsáveis. Acreditar nesse mito pode gerar imobilidade dos professores em relação aos alunos que apresentam dificuldades no aprendizado de matemática, suas ações se direcionam para aqueles que o acompanham, gerando nos alunos uma sensação de fracasso, face à importância social que é atribuída ao conhecimento matemático.

Contra-enunciado: "Se Matemática não é piolho, que dá facilmente na cabeça de todos, é sem dúvida encargo educacional de muitos, dentre os quais nós professores e pesquisadores em educação matemática" (p. 35).

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

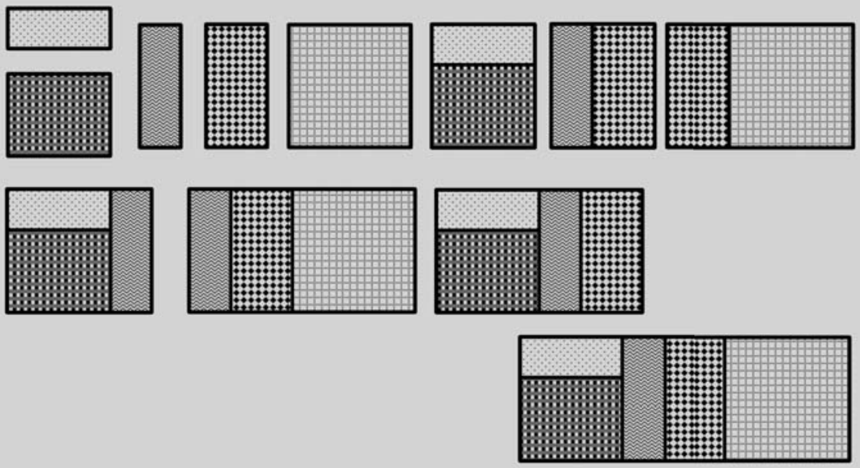
4. É importante que, para desconstruir o mito 4, professores proponham aos alunos atividades de exploração e descoberta, como no caso desta atividade. Quantos retângulos existem na figura a seguir?



RESPOSTA COMENTADA

Embora a atividade envolva contagem, usualmente percebem-se apenas cinco retângulos (que são os menores, interiores à figura). Porém, as composições desses retângulos resultam em outros, e esse tipo de habilidade envolve a percepção sobre a inclusão e visualização. É natural o fato de um aluno não saber resolver esta atividade, embora ela num primeiro momento pareça simples. A percepção de que dois ou mais retângulos formam um outro retângulo precisa ser desenvolvida com os alunos.

Doze retângulos. Veja a seguir as composições!



Mito 6. “*Na aprendizagem da Matemática, primeiro vem o concreto, depois o abstrato*” (p. 37).

O uso do material concreto foi fortemente defendido na década de 1980 no Brasil. Muitos deles baseiam-se nos estudos de Piaget, que defende que o desenvolvimento cognitivo evolui por meio de estágios, sendo o último deles o mais abstrato. Nossa defesa é que o conhecimento não se constrói de forma linear. Atividades que envolvem materiais manipuláveis são tão importantes como aquelas que suscitam a imaginação e a criatividade. Você já deve ter percebido como as crianças gostam de criar fantasias, inventam amigos invisíveis, criam histórias sobre fadas e monstros. Assim, o caminho em um único sentido concreto-abstrato não se sustenta como única possibilidade.

Nesse contexto, a produção de significado para conceitos matemáticos assume grande importância. É importante que a atividade proposta pelo professor aos alunos, com ou sem uso do material manipulável, os faça produzir significados e estabelecer relações.

!

A utilização do material concreto propicia ao ensino de Matemática nas séries iniciais uma viagem de exploração e descobertas em busca de conhecimento, mas vale lembrar que sua utilização só será garantia de construção de significado de conceitos matemáticos se você, enquanto educador, explorá-lo adequadamente e com objetivos bem definidos.

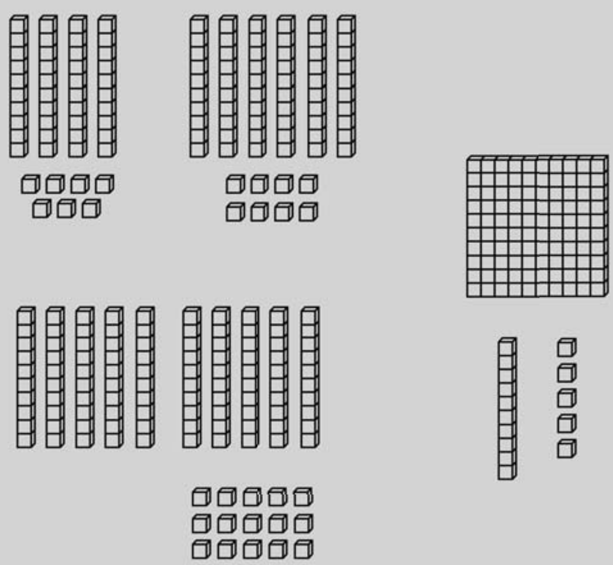
Contra-enunciado: “Aspectos concretos e abstratos da atividade matemática não são etapas lineares em processo unidirecional simples baixo-alto, mas momentos dialeticamente integrados no contexto da construção de significado” (p. 39).

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

5. Ao resolvermos a seguinte operação de adição: 47 + 68, podemos encaminhar pelo menos de duas formas distintas.

a) 47 + 68 = (40 + 60) + (7 + 8) = 100 + 15 = 115
ou
b) 47 + 68 =



Qual das duas formas você julga ser mais apropriada? Uma dela deve preceder a outra? Você conhece uma outra forma de resolver essa adição atribuindo algum significado?

COMENTÁRIO

A ação da operação matemática atribui significado tanto quando utilizamos o material como quando identificamos maneiras de efetuar essas operações por meio de contas. A ideia é que explorar múltiplas representações do mesmo conceito, por meio da concretização e das abstrações, faz com que o aluno compreenda esse conceito na totalidade. O uso de tampas de refrigerantes e de canudos, dentre outros materiais, também trabalha a ideia do concreto.

Mito 10. "*Em Matemática, o conhecimento prático é hierarquicamente inferior ao conceitual*" (p. 43).

Em relação a esse mito, temos uma contribuição de Oliveira (1997), inspirada na Teoria dos Campos Semânticos de Lins (1993), em que a autora afirma que o conhecimento é dado por uma afirmação acompanhada por uma justificativa. Assim:

> Se um aluno de 5ª série e um professor de Matemática, ao serem questionados sobre qual o próximo termo da sequência 6, 9, 12, 15..., ambos sabem responder e afirmam ser 18. Porém, se pede para justificarem suas crenças-afirmações, o aluno justifica, dizendo que a sequência caminha de 3 em 3, logo o próximo termo é, 15 mais 3 igual a 18, e o professor justifica dizendo que, como o termo geral da sequência é 3n +3, onde n é a posição dada, como o próximo termo é o 5º, então 3 vezes 5, 15, mais 3 igual a 18 (OLIVEIRA, 1997).

Embora suas afirmações sejam a mesma, suas justificativas são diferentes, ambos produziram conhecimentos, e aqui não há nenhum juízo de valor, se um é melhor do que o outro, apenas que produziram conhecimentos distintos.

Além disso, alguns alunos que não produzem bons resultados em tarefas que exigem procedimentos preestabelecidos mostram-se perspicazes e interessados quando o professor propõe desafios ou atividades que envolvem estratégias, apresentando soluções interessantes.

Contra-enunciado: "Competências práticas e formal-conceituais dizem respeito a formas de funcionamento psicológico complexo, sem que se possa analisar uma a partir de critérios e referências da outra" (p. 44).

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

6. Considere o problema: Luiz coleciona selos. Seu álbum tem doze páginas e em cada página cabem oito selos. Qual a quantidade de selos que terá o álbum de Luiz depois de completo?

Utilizando uma tabela, um aluno explorou o problema e depois justificou. Veja:

1	2	3	4	5	6	12
8	16	24	32	40	48	96

Justificativa do aluno

Comecei colocando uma página e fui aumentando; quando cheguei no 6, percebi que para 12 era só dobrar o resultado e assim cheguei ao 12.
Sobre situações que envolvem a operação de multiplicação como nessa tarefa, segundo o Caderno TV Escola, V.2, encontramos que saber multiplicar é:

- Reconhecer se a multiplicação é ou não o recurso mais adequado para a resolução de um problema;
- Dispor de procedimentos para calcular produtos;
- Estabelecer relações entre diferentes sentidos do conceito – comparação, proporcionalidade, combinação e produto de medidas ou configuração retangular;
- Eleger as estratégias mais econômicas, de acordo com a situação abordada.

Comente sobre a resolução do aluno, com base no que foi dito no caderno TV Escola.

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

COMENTÁRIO

É importante observar as competências desenvolvidas pelos alunos durante a resolução de um problema. Observe que a resposta do aluno foi fora do usual muitas vezes exigido pelo professor que busca o algoritmo da multiplicação e uma solução padrão. Entretanto, sua solução foi rica de habilidades. Ele reconheceu no problema a ação multiplicativa e no seu procedimento ele usa a ação de dobrar, triplicar, quadruplicar, quintuplicar e sextuplicar, e depois dobrar de novo. Com isso, utiliza fortemente o conceito de proporcionalidade e, mesmo que para nós pareça uma solução mais longa, ele fez suas contas por meio do cálculo mental, o que pode ser mais significativo para ele e, portanto, em sua ótica, mais econômico.

UM CAMINHO PARA "ABALAR" CRENÇAS E MITOS

Dentre os motivos que contribuem para a construção de crenças e mitos está a falta de significado que os alunos atribuem ao conhecimento matemático. Porém, alguns estudantes possuem uma curiosidade natural, principalmente nos anos iniciais, em saber o porquê de alguns procedimentos que envolvem o ensino e a aprendizagem de Matemática. Isso se deve ao fato de o ensino de Matemática ainda ser pautado em aspectos prioritariamente procedimentais: como fazer, como resolver.

São comuns em Matemática as justificativas para as curiosidades dos alunos: *É assim por convenção*; ou simplesmente *é porque é*. Essas respostas contribuem para a construção de uma visão de Matemática como algo inato. Que ela sempre foi assim e que sempre será, como se tudo que precisássemos saber já tenha sido inventado.

Grande parte dos porquês são identificados no interior da própria teoria matemática, porém alguns podem ser visualizados por meio de materiais manipuláveis, ou de desenhos, recortes, dobras e colagem; esses materiais podem auxiliar a produção de significados sobre procedimentos e conceitos matemáticos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 4

7. a. Por que em alguns casos, no algoritmo de adição (nas contas de mais), usamos a expressão "vai um"? Como você entende o que é o "vai um"?

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

7. b. Por que em alguns casos no algoritmo da subtração (nas contas de menos) usamos a expressão "pedir emprestado" ? Como você entende o que é "pedir emprestado"?

7.c. Por que no algoritmo da multiplicação quando multiplicamos números de dois ou mais algarismos temos de afastar uma casa para a esquerda a cada parcela?

RESPOSTAS COMENTADAS

Reflita sobre esta atividade e investigue os porquês.

a. A expressão "vai um" significa a troca ou transformação de dez unidades em uma dezena, ou de dez dezenas em uma centena, e assim sucessivamente.

b. A expressão "pedir emprestado" representa a troca ou transformação de uma dezena em dez unidades ou uma centena em dez dezenas, e assim por diante.

c. Vamos justificar por meio de um exemplo. Na multiplicação
$21 \times 14 = 21 \times (10 + 4) = 21 \times 10 + 21 \times 4 = 210 + 84 = 294.$

Quando fazemos o algoritmo (a "conta armada"), temos:

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 14 \\ \hline 84 \\ 21 \\ \hline 294 \end{array}$$

O 21 é afastado porque ele representa 210.

!

As expressões não parecem ser adequadas porque na expressão "vai um" não estamos dando nada, mas sim transformando, e na expressão "pedir emprestado", estamos desfazendo essa transformação e não pedimos nada. Essa situação voltará a ser abordada nas aulas sobre operações com números naturais, quando trataremos o assunto mais profundamente.

CONCLUSÃO

O como e o porquê relacionados a forma e conteúdos de Matemática no curso de Pedagogia têm sido fruto de discussões, de pesquisas e estudos na área de formação de professores de Matemática.

O Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática (GEPFPM) da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) denomina-se dessa forma para definir seu interesse em pesquisar professores de todos os níveis de ensino. Lembrando que a formação exigida para atuar nos anos iniciais não é específica em Matemática, ao contrário da maioria daqueles que atuam na segunda etapa do Ensino Fundamental e Médio. Mas também os professores dos anos iniciais devem preocupar-se e envolver-se em estudos e pesquisas voltadas para o ensino dessa disciplina.

Sabemos que muitos alunos preferem respostas diretas, imediatas. É importante refletirmos que a própria escola contribui para que os alunos assumam essa postura. Nas práticas diárias, os professores, mesmo sem terem consciência, reforçam essa posição. Isso acontece quando numa atividade usual de resolução de problemas o aluno pergunta:

– A conta é de mais ou é de menos?

E o professor, muitas vezes cansado de suas atividades diárias responde:

– É de mais.

A escolha da abordagem dessa disciplina é uma opção dos professores autores deste material didático. Embora cada disciplina tenha uma ementa a ser seguida, a abordagem e o caminho a ser percorrido em cada aula são sempre uma escolha de cada professor; neste caso não é diferente. Durante o transcorrer das aulas, não nos restringiremos exclusivamente a questões metodológicas, porque não concebemos forma e conteúdo como isolados. Estaremos explorando os conteúdos matemáticos relativos aos anos iniciais. Acreditamos que é preciso dominá-los mais profundamente para que você possa explorá-los com seus futuros alunos; para orientar outros professores ou se o seu percurso profissional for diferente de alguma forma, a reflexão sobre os temas aqui colocados possa contribuir para sua formação geral.

ATIVIDADE FINAL

Atende ao Objetivo 5

Vimos alguns exemplos de crenças e mitos presentes no ensino de Matemática.

a. De acordo com o que você descreveu na Atividade 1, pense em mais três mitos.

____
____
____
____
____

b. Duas professoras explicam adição com reserva para seus alunos.

- A professora Joana faz no quadro colocando o 1 na casa das dezenas, repete o procedimento com mais três exemplos e passa dez exercícios de arme e efetue.
- A professora Roberta trabalha com canudos, mostra por que o 1 é agrupado na casa das dezenas. Depois trabalha outras atividades com canudos nas quais os alunos fazem o registro no papel.

Confronte a ação desses professores com o mito e o contra-enunciado do mito 3.

____
____
____
____
____

COMENTÁRIOS

a. Vamos dar como exemplo os seis mitos de Falcão e Hazin (2007) não abordados na aula, mas você pode pensar em muitos outros.

> *1. Construções falsas em ciência podem ser substituídas por proposições verdadeiras.*
> *2. A Matemática está no universo, independentemente da humanidade.*
> *5. A competência matemática está comprometida em crianças com afecções neurológicas.*
> *7. A aritmética vem necessariamente antes da álgebra.*
> *8. O gênero é uma variável sem valor na explicação das diferenças de desempenho em Matemática.*
> *9. A afetividade é uma variável sem valor na explicação das dificuldades de aprendizagem em Matemática.*

b. A professora Joana reforça o mito que de que a Matemática diz respeito a número de contas, trabalhando a repetição de um modelo. Já a professora Roberta busca promover relações, problematizações e justificativas que buscam a descontrução do mito.

RESUMO

É importante que você primeiro compreenda a importância da disciplina Matemática na Educação I no curso de Pedagogia para que exerça bem sua futura profissão e busque desconstruir uma visão ruim do ensino de Matemática. Uma maneira de despertar para essa ação futura é compreender as crenças e mitos que envolvem o conhecimento matemático e seu ensino e aprendizagem.

Dentre as crenças e mitos que se destacam está o fato de que a Matemática se reduz aos números e cálculos, de que aprender Matemática é para poucos privilegiados, que as atividades que envolvem material concreto devem anteceder aquelas atividades abstratas e de que existe uma hierarquia entre o conhecimento prático e o formal.

É preciso desconstruir cada um desses mitos, e para isso temos que buscar caminhos como: a produção de significados para os conceitos matemáticos e clareza sempre que possível nas respostas dos porquês levantados pelos alunos em relação aos procedimentos.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você verá que os números têm diferentes usos e sentidos.

AULA 2

Diferentes usos dos números

Metas da aula

Apresentar diferentes usos sociais dos números e mostrar que eles não são restritos aos números naturais.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. diferenciar os diversos sentidos numéricos;
2. identificar maneiras de utilização do número pela criança;
3. elaborar perguntas exploratórias;
4. identificar o uso de números em diferentes contextos.

Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula você deverá ter alguns conhecimentos adquiridos nos Ensinos Fundamental e Médio: noções sobre números, as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) e cálculo de porcentagens.

INTRODUÇÃO

Os números estão em nosso cotidiano, na história pessoal e nas nossas práticas diárias. Quando você nasceu, ficou registrada a hora e a data de seu nascimento, além de seu peso e sua medida. Depois você foi crescendo, 10 dias, 25 dias, 1 mês, 1 ano, 2 anos... e também iniciou sua relação com os números por meio do conhecimento social e lógico-matemático. Uma ação muito comum nessa fase é mostrar os dedos indicando a idade. Com você não deve ter sido diferente. O tempo foi passando, você começou a registrar o número de sua casa ou apartamento, reconhecer datas, canais de TV, dinheiro, número de sapato... Já em sua vida adulta você se acostumou a lidar com diferentes usos dos números, mesmo que não se dê conta. Você acorda, vê a hora no relógio, vai à padaria comprar 2 pães, que são pesados e custam R$ 0,96. Toma 1 copo de leite com café, separa R$ 10,00 para ir e voltar do trabalho. Toma um banho morno, a água está a 25ºC, mesmo sem saber que a temperatura é essa, você já procura quando regula o chuveiro. Vai ao trabalho, às 12 horas você almoça num restaurante a quilo e come em torno de 350 g para manter a forma. Costuma sair do trabalho às 18 horas e sempre caminha em torno de 2 Km na volta para casa. No retorno a sua casa, prepara comida onde tem contato com quantidades, liga o computador verifica quantos *e-mails* precisa ler, talvez sobre algumas horas para conviver com a família e finalmente chega a hora de dormir. Da mesma forma que você, quando uma criança chega à escola, já se utiliza de diferentes maneiras de interagir, de expressar e de relacionar os números do cotidiano. Nesta aula, além de "passear" sobre os diferentes usos dos números, vamos procurar refletir sobre como esses aspectos atuam na aprendizagem.

COMO TUDO COMEÇOU...

A Matemática não se baseia apenas em cálculos que não têm finalidade e nunca terão qualquer tipo de aplicação. Além disso, acreditamos que o ensino da Matemática deve proporcionar uma aprendizagem criativa e significativa. Nessa perspectiva, começamos a falar sobre os números, vamos pensar no homem primitivo que não sabia contar, mas já tinha algum senso numérico: reconhecia quando se acrescentava ou se retirava alguns objetos de uma coleção pequena.

Com a evolução gradual da sociedade, tornaram-se inevitáveis contagens simples. Por exemplo, uma tribo tinha de saber quantos membros e inimigos possuía; um pastor registrava a quantidade de ovelhas que possuía da seguinte forma: para cada ovelha que desfilava na sua frente, abaixava um dedo. Quando já tinha dobrado os dez, colocava uma pedra no chão e reiniciava o processo. No dia seguinte, fazia a mesma coisa, comparando com o montinho do dia anterior.

Com o aumento das atividades sociais, o homem passou a contar coisas mais numerosas: dias, tâmaras, estrelas. Paralelamente a esse período, desenvolveram-se sons vocais para registrar verbalmente o número de objetos de um grupo pequeno e, muito tempo depois, surgiu o sistema de numeração escrita. Os registros eram feitos no barro, em pedras, em bambus, em ossos, em pergaminhos (peles de animais; em geral, carneiros e cordeiros) e, muito mais tarde, em **PAPIROS** (parecido com o papel que usamos hoje em dia.)

PAPIROS

São manuscritos antigos. A seguir, temos o papiro que representa a documentação mais famosa de Matemática. O Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes, um documento egípcio que data de 1600 a. C., em que há 85 problemas de Matemática resolvidos.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Imagem:Egyptian_A%27h-mos%C3%A8_or_Rhind_Papyrus_(1065x1330).png.

No Brasil, os símbolos que utilizamos para escrever números pertencem ao sistema de numeração indo-arábico. Esse sistema foi criado pelos hindus, há mais de mil anos, e divulgado pelos árabes.

O sistema de numeração indo-arábico é um sistema decimal caracterizado inicialmente pelos nove algarismos publicados por Al-Khowarizmi. Esses símbolos sofreram muitas modificações, pois eram escritos à mão. O zero aparece no século VI, formando assim o conjunto de dez algarismos que conhecemos atualmente. A partir de 1440, com a invenção da imprensa, a forma desses símbolos é fixada.

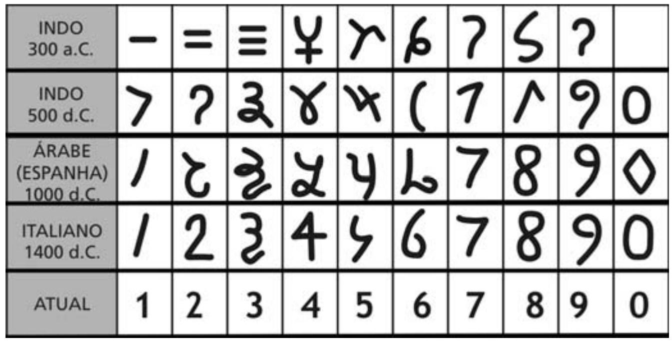


Figura 2.1: Sistema de numeração indo-arábico.

Em 825 d.C., o matemático persa chamado Al-Khuarizmi publicou o sistema de numeração que usamos hoje em dia, daí o nome algarismo. É um sistema formado por dez símbolos – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9 – chamados algarismos ou dígitos. Eles estão em toda parte e possibilitam uma interpretação matemática de tudo que está ao nosso redor, indicando quantidade, ordem ou, até mesmo, códigos.

Aos algarismos são atribuídos significados. A numerologia é responsável por interpretá-los. Sobre alguns números há uma espécie de magia que os faz especiais. Só por curiosidade vamos pensar no número 7: cores do arco-íris, notas musicais, pecados capitais, maravilhas do mundo antigo, mares, dias da semana, "vidas tem o gato", "é a conta do mentiroso"... e muitas coisas mais! Mas não vamos fazer disso um bicho-de-sete-cabeças.

EXPLORANDO DIFERENTES SENTIDOS NUMÉRICOS

Figura 2.2: Números que indicam quantidade.

Figura 2.3: Números que indicam ordem.

Figura 2.4: Números que indicam códigos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

1. Pense em outras três situações do seu dia a dia, em que os números indiquem:

Quantidade: ____

Ordem: ____

Código: ____

RESPOSTA COMENTADA

Há muitas possibilidades de resposta para esta atividade, o importante é que você procure exemplos de seu cotidiano em que os números expressem quantidade, ordem ou código. Busque pensar sobre isso de forma ampla, leve suas respostas e discuta com seu tutor. A seguir estão indicados dois exemplos:

Quantidade: a quilometragem de uma estrada, altura de uma pessoa.

Ordem: posição de uma pessoa na fila, série de escolaridade do estudante.

Código: número de documentos; número de uma conta bancária.

Na Atividade 1, exploramos alguns sentidos numéricos: quantidade, ordem (ou cronologia) e código (ou representação). Mais adiante vamos explorar outros sentidos numéricos.

Vamos pensar agora em como explorar os diferentes sentidos numéricos com crianças. De acordo com BAIRRAL (2000), ao mesmo tempo em que é possível prever situações e lugares no meio em que as crianças vivem, isso não garante que ela domine o Sistema de Numeração Decimal. É importante que o professor utilize perguntas exploratórias que ampliem o significado de número e possibilitem ao aluno, classificar, ordenar, seriar e comparar (PCN, 1997).

> A partir da coleta de dados identificamos que os professores, na sua totalidade, se manifestaram favoráveis às recomendações contidas nos documentos oficiais como, por exemplo, considerar as experiências que as crianças trazem da vivência no cotidiano e, a partir delas, favorecer a construção do conceito de número e do sistema de numeração decimal. Todavia, nas atividades que eles declaram utilizar no desenvolvimento do trabalho pedagógico, são considerados somente os aspectos utilitários tradicionais do número, como contar e medir, que não esgotam, absolutamente, os diferentes significados do número, tais como o de comunicar (tamanho da roupa, número do ônibus), prescrever (placas de rodovia, velocidade máxima permitida), ou localizar (livros numa biblioteca, poltronas num teatro), funções estas ressaltadas por Sinclair (1990) e que já são de conhecimento da criança. Nenhum dos professores relatou atividades com codificação (código de barras) apesar da forte presença dessa forma de utilização do número no contexto social em que estão inseridas as crianças. (BARBOSA; NOGUEIRA, 2008).

!

Ao mesmo tempo em que a criança não chega à escola sem saber "números", existem situações que devem ser trabalhadas no cotidiano escolar.
Por exemplo, a criança pode recitar o número da casa, o canal da televisão, a idade dos pais, mas pode não conhecer o sistema decimal.
Os números existem em nossa sociedade independentemente de trabalhar o sistema de numeração, pois estão presentes em tudo.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

2. Há diferentes maneiras de formular perguntas para explorar os sentidos numéricos e identificar como os alunos o utilizam.

a. Responda às perguntas a seguir:

1. Qual a sua idade? ______________________________________
2. Em que ano nasceu? ____________________________________
3. Quantos irmãos você tem? _______________________________
4. Qual a idade deles? _____________________________________
5. Em que ano cada um deles nasceu? _________________________
6. Qual a idade de seus pais ou responsáveis? ___________________
7. Em que ano eles nasceram? ______________________________
8. Qual o seu endereço? ___________________________________
9. Você costuma telefonar para alguém? Qual o número do telefone dessa pessoa? ____
10. Qual o preço do doce que você mais gosta? __________________
11. Qual o seu peso? ______________________________________
12. Qual a sua altura? _____________________________________
13. No seu caminho até a escola existem quebra-molas? Quantos? ________
14. Qual o intervalo de medida entre um e outro? Este intervalo é constante? ____
15. Quantos cavalos-marinhos você tem? _________________________

b. Nas perguntas de 1 a 10 identifique o sentido numérico de cada pergunta.

c. Existem perguntas que não podem ser respondidas usando apenas números naturais. Quais são?

RESPOSTA COMENTADA

Quando atividades como essa forem feitas com alunos, todas essas informações devem ser registradas junto com o aluno para que ele tenha contato com a escrita. As perguntas são abertas, nas perguntas 11 e 12; o professor pode pedir que os alunos levem balança e fita métrica e registrem numa tabela o nome, o peso e a altura. Não se esqueça também de que as perguntas envolvendo números devem ser escolhidas de acordo com situações relevantes e que cercam os alunos.

b. Quantidade: (1), (3), (4), (6), (10) e código: (2), (5), (7), (8), (9).

c. Sim, a altura, por exemplo, usa números decimais para ser expressa: "Eu meço 1,62 m."

Você provavelmente deve ter achado estranha a pergunta sobre quantos cavalos-marinhos você tem. Sua resposta deve ter sido zero, mas, entretanto, se você morasse em Porto de Galinhas sua resposta poderia ser outra. A ideia dessa pergunta era o registro de uma quantidade nula. O zero foi criado após a utilização dos algarismos de 1 a 9, muitos autores não o consideram número natural. Vale observar que, ao mesmo tempo em que o zero representa o nada, ele arruma a escrita numérica: 109, 10005, dentre outros. Quando falarmos do sistema de numeração, voltaremos a falar sobre o zero.

UMA IDEIA NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO

Em 2008, o Brasil possui 26 estados divididos em cinco regiões. Somos aproximadamente 185.000.000 brasileiros, talvez neste momento já sejamos mais. A população cresce a todo o momento!

!

No mapa dos estados do Brasil podemos observar que existem estados vizinhos e outros não. A noção de vizinhança é muito importante na construção do sentido numérico.

Figura 2.5: Mapa dos estados brasileiros.

O estado de Roraima possui dois estados vizinhos: Amazônia e Pará. Entretanto, não é vizinho do Acre, apesar de ambos serem da Região Norte.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 3

3. Com a noção de vizinhança entre regiões podemos formular algumas perguntas exploratórias. Analisando o mapa responda:
a. Quais os estados vizinhos do estado de São Paulo? São todos da mesma região?
b. Quantos vizinhos têm o Espírito Santo?
c. Quais são os estados brasileiros que possuem apenas um vizinho?

RESPOSTA COMENTADA

É interessante que mais do que resolver você perceba a importância dessa ideia na construção do conceito de número.
a. Paraná, Mato Grosso do Sul, Minas Gerais e Rio de Janeiro. Paraná e Mato Grosso do Sul não são da região Sudeste.
b. São três: Rio de Janeiro, Bahia e Minas Gerais.
c. Rio Grande do Sul, Acre e Amapá.

ATIVIDADE

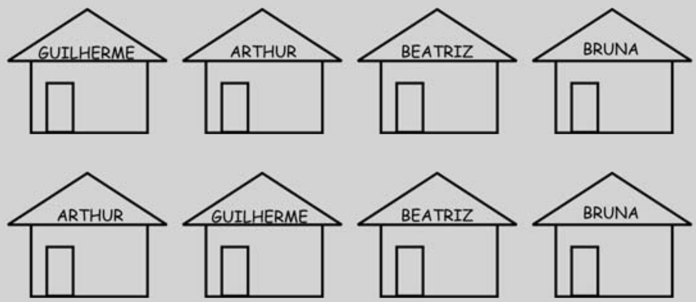
Atende ao Objetivo 3

4. Vamos abordar a noção de vizinhança com a noção de vizinho de casas. Pense na seguinte situação: Arthur, Beatriz, Bruna e Guilherme moram em casas de uma mesma rua. Considerando que vizinhos moram em casas uma ao lado da outra, sabemos que Arthur é vizinho de Beatriz, e Beatriz é vizinha de Bruna. Já Guilherme não é vizinho de Bruna.
a. Pense em perguntas exploratórias sobre essa situação.
b. Podemos afirmar que Guilherme não é vizinho de Beatriz? E de Arthur?

RESPOSTA COMENTADA

Observe que nessa atividade exploramos uma ideia muito próxima à de sucessor e de antecessor.
a. Arthur pode ser vizinho de Bruna. Por quê? Você consegue ilustrar as casas de Arthur, Guilherme, Beatriz e Bruna? Ilustre uma situação em que Guilherme não é vizinho de ninguém.
b. Não, Guilherme pode ser vizinho tanto de Beatriz quando de Arthur.

Veja:



ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 4

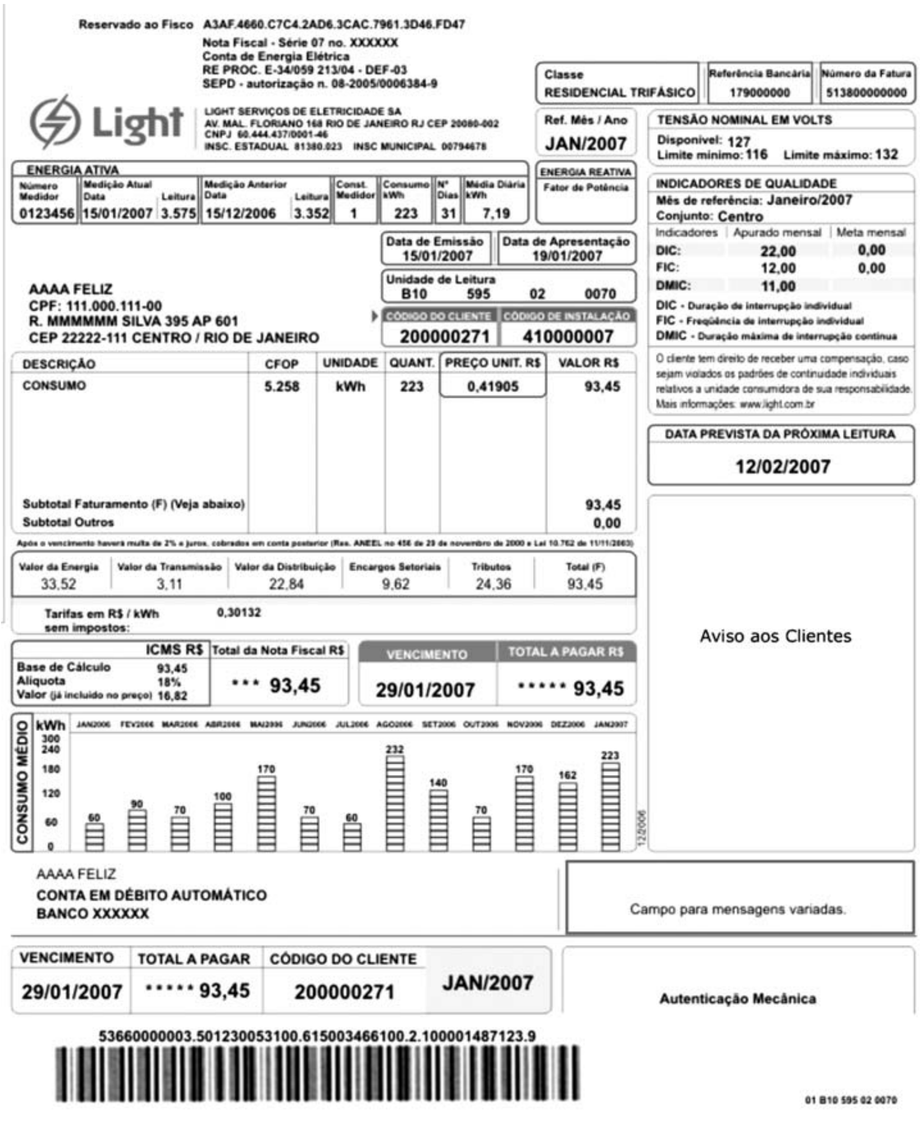
5. Nos apartamentos, a noção de vizinhança tem outros aspectos. Nos edifícios é usual que os apartamentos sejam numerados com três ou quatro algarismos.
Por exemplo, o apartamento 901:
Os algarismos da unidade e da dezena indicam a coluna do apartamento → 01;
O algarismo da centena indica o andar → 9º.
De acordo com essa regra, responda:
a. Em que andar está o apartamento 703?
b. E o 1204?
c. Qual apartamento está no andar mais alto, no 1604 ou 1401?
d. Qual o sentido numérico utilizado nos números dos apartamentos?

RESPOSTA COMENTADA

Observe que nessa atividade existem duas localizações: a do andar e da coluna.
a. 7º andar.
b. 12º andar.
c. Nessa pergunta, o aluno precisa compreender a diferença entre a localização da coluna e a do andar. O 16º andar é o mais alto.
d. O sentido de código.

OS NÚMEROS DE SUA CONTA DE LUZ

Todos comentam que a energia elétrica tem estado muito cara. A seguir temos uma conta de luz. Observe as informações:



Reservado ao Fisco A3AF.4660.C7C4.2AD6.3CAC.7961.3D46.FD47
Nota Fiscal - Série 07 no. XXXXXX
Conta de Energia Elétrica
RE PROC. E-34/059 213/04 - DEF-03
SEPD - autorização n. 08-2005/0006384-9

Light
LIGHT SERVIÇOS DE ELETRICIDADE SA
AV. MAL. FLORIANO 168 RIO DE JANEIRO RJ CEP 20080-002
CNPJ 60.444.437/0001-46
INSC. ESTADUAL 81380.023 INSC MUNICIPAL 00794678

Classe	Referência Bancária	Número da Fatura
RESIDENCIAL TRIFÁSICO	179000000	513800000000

Ref. Mês / Ano: JAN/2007

TENSÃO NOMINAL EM VOLTS
Disponível: 127
Limite mínimo: 116 Limite máximo: 132

ENERGIA ATIVA

Número Medidor	Medição Atual Data	Leitura	Medição Anterior Data	Leitura	Const. Medidor	Consumo kWh	Nº Dias	Média Diária kWh
0123456	15/01/2007	3.575	15/12/2006	3.352	1	223	31	7,19

ENERGIA REATIVA
Fator de Potência

INDICADORES DE QUALIDADE
Mês de referência: Janeiro/2007
Conjunto: Centro

Indicadores	Apurado mensal	Meta mensal
DIC:	22,00	0,00
FIC:	12,00	0,00
DMIC:	11,00	

DIC - Duração de interrupção individual
FIC - Freqüência de interrupção individual
DMIC - Duração máxima de interrupção contínua

O cliente tem direito de receber uma compensação, caso sejam violados os padrões de continuidade individuais relativos a unidade consumidora de sua responsabilidade. Mais informações: www.light.com.br

Data de Emissão: 15/01/2007
Data de Apresentação: 19/01/2007
Unidade de Leitura: B10 595 02 0070

AAAA FELIZ
CPF: 111.000.111-00
R. MMMMMM SILVA 395 AP 601
CEP 22222-111 CENTRO / RIO DE JANEIRO

CÓDIGO DO CLIENTE	CÓDIGO DE INSTALAÇÃO
200000271	410000007

DESCRIÇÃO	CFOP	UNIDADE	QUANT.	PREÇO UNIT. R$	VALOR R$
CONSUMO	5.258	kWh	223	0,41905	93,45
Subtotal Faturamento (F) (Veja abaixo)					93,45
Subtotal Outros					0,00

DATA PREVISTA DA PRÓXIMA LEITURA: 12/02/2007

Após o vencimento haverá multa de 2% e juros, cobrados em conta posterior (Res. ANEEL no 456 de 29 de novembro de 2000 e Lei 10.762 de 11/11/2003)

Valor da Energia	Valor da Transmissão	Valor da Distribuição	Encargos Setoriais	Tributos	Total (F)
33,52	3,11	22,84	9,62	24,36	93,45

Tarifas em R$ / kWh sem impostos: 0,30132

ICMS R$		Total da Nota Fiscal R$	VENCIMENTO	TOTAL A PAGAR R$
Base de Cálculo	93,45	*** 93,45	29/01/2007	***** 93,45
Alíquota	18%			
Valor (já incluído no preço)	16,82			

Aviso aos Clientes

AAAA FELIZ
CONTA EM DÉBITO AUTOMÁTICO
BANCO XXXXXX

Campo para mensagens variadas.

VENCIMENTO	TOTAL A PAGAR	CÓDIGO DO CLIENTE	
29/01/2007	***** 93,45	200000271	JAN/2007

Autenticação Mecânica

53660000003.501230053100.615003466100.2.100001487123.9

01 B10 595 02 0070

Figura 2.6: Conta de luz.

Na conta de luz temos muitas informações numéricas:

- o código do cliente, o número do medidor, o código de instalação, o número da fatura;
- a data de vencimento;
- o consumo médio é apresentado em um gráfico onde o consumo dos últimos 12 meses é dado em kWh que é uma medida;

• temos duas leituras: a atual 3.575 e a anterior 3.352. Para o cálculo do consumo precisamos da diferença da leitura do medidor: 3.575 – 3.352 = 223;

• a constante do medidor é o coeficiente multiplicador utilizado para o cálculo do consumo mensal. É estipulado pelo fabricante e depende do aparelho utilizado. Nesse caso, a constante é 1;

• o cálculo do consumo mensal é feito pelo produto (diferença da leitura do medidor) × (constante do medidor) = 223 × 1 = 223. Assim temos a informação do consumo: 223 kWh;

• o valor a ser pago é calculado pelo produto (consumo) × (preço unitário). Apesar de o preço unitário que aparece na conta ser de R$ 0,44635, o valor utilizado para o cálculo é de R$ 0,446348; assim o valor calculado é: 223 × 0,41905 = 93,44815. Arredondamos para duas casas decimais o valor e encontramos o valor a ser pago: R$ 93,45;

• o ICMS recolhido, apesar de uma alíquota de 18%. Calculamos esse imposto através da conta 93,45 × 18% = 16,821. Abandonando a última casa decimal temos R$ 16,82;

• o código de barras que identifica o pagamento. É uma representação gráfica de dados que podem ser numéricos ou alfanuméricos dependendo do tipo de código utilizado.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 4

6. A seguir temos algumas explorações que podemos fazer a partir da conta de luz.
De acordo com a conta de luz da **Figura 2.6**, identifique:
a. A data de vencimento.
b. O código do cliente.
c. O código de barra.
d. O valor arrecadado com encargos setoriais.
e. Os sentidos numéricos trabalhados, justificando sua resposta.

RESPOSTA COMENTADA

As explorações feitas deverão levar em conta as habilidades desenvolvidas com os alunos anteriormente.
a. 29/01/2007.
b. 200000271.
c. 53660000003.501230053100.615003466100.2.100001487123.9.
d. R$ 9,62.
e. itens (b) e (c), código, item (a), ordem, e item (d), quantidade.

CONCLUSÃO

A construção do conceito de número de maneira mais aprofundada é uma ação que o aluno desenvolve durante o Ensino Fundamental, principalmente o conceito de número natural e de frações. No início deste trabalho, desde a Educação Infantil, devemos explorar as diferentes representações do número para o aluno e propor atividades que tornem esse conceito mais significativo. Os contextos trazidos na atividade escolar visam partir de situações próximas aos alunos, mas têm o propósito de aprendizagem. Assim, não podem se restringir unicamente à vivência desse aluno, mas propor uma ação que amplie o conhecimento do aluno.

É também por meio dos contextos trazidos pelo professor que o aluno é capaz de compreender, independentemente de seu conhecimento matemático, descrevendo situações e estabelecendo relações para que ele construa seu próprio modelo.

Nessa perspectiva, o trabalho dos sentidos numéricos, por meio de perguntas exploratórias e de diferentes contextos, é importante na construção do conceito de número.

ATIVIDADE FINAL

Atende aos Objetivos 3 e 4

Observe parte de uma conta de luz incompleta:

Light

LIGHT SERVIÇOS DE ELETRICIDADE SA
AV. MAL. FLORIANO 168 RIO DE JANEIRO RJ CEP 20080-002
CNPJ 60.444.437/0001-46
INSC. ESTADUAL 81380.023 INSC MUNICIPAL 00794678

Ref. Mês / Ano: JAN/2007

ENERGIA ATIVA

Número Medidor	Medição Atual Data	Leitura	Medição Anterior Data	Leitura	Const. Medidor	Consumo kWh	Nº Dias	Média Diária kWh
0123456	15/01/2007	120	15/12/2006	95	80		31	

ENERGIA REATIVA
Fator de Potência

Data de Emissão: 15/01/2007
Data de Apresentação: 19/01/2007

Unidade de Leitura: B10 595 02 0070

AAAA FELIZ
CPF: 111.000.111-00
R. MMMMMM SILVA 395 AP 601
CEP 22222-111 CENTRO / RIO DE JANEIRO

CÓDIGO DO CLIENTE: 200000271
CÓDIGO DE INSTALAÇÃO: 410000007

DESCRIÇÃO	CFOP	UNIDADE	QUANT.	PREÇO UNIT. R$	VALOR R$
CONSUMO	5.258	kWh		0,44635	

> **!**
>
> Para responder às perguntas você pode utilizar uma calculadora.

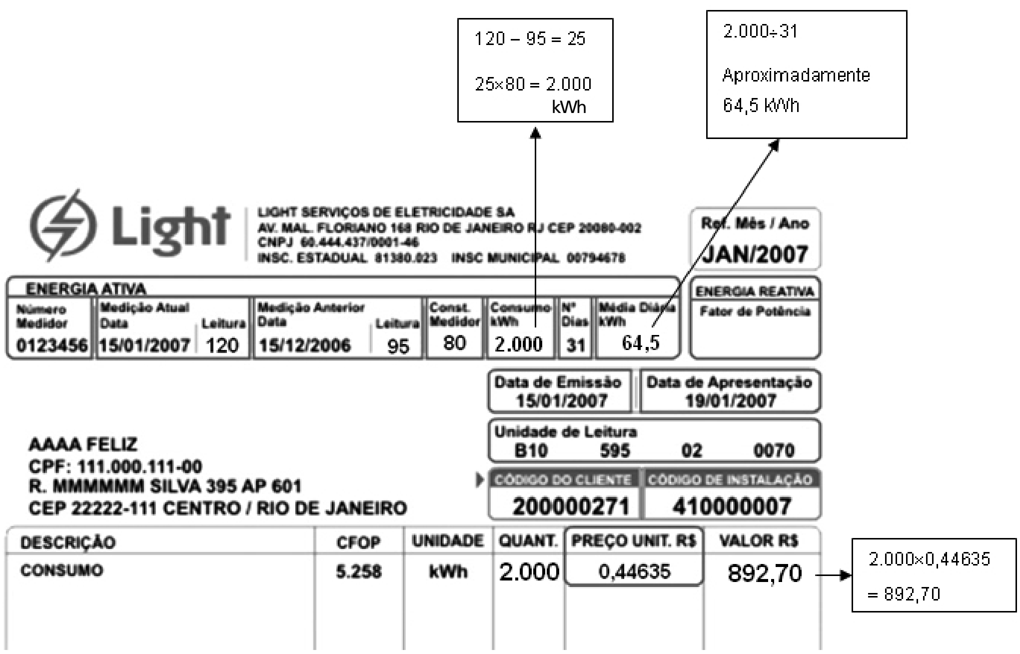
a. Preencha os espaços indicados na conta.

b. Calcule o ICMS arrecadado pelo governo.

c. A conta de luz é um exemplo de contexto que podemos buscar para trabalhar os sentidos numéricos. Dê exemplos de outros contextos interessantes para o trabalho com alunos, desde a Educação Infantil até o 5º ano do Ensino Fundamental.

RESPOSTA COMENTADA

Para responder o item (a), observe atentamente que devemos partir da leitura atual e anterior. Por meio do cálculo da diferença das leituras podemos calcular o consumo em kWh e o total a pagar, observe:



No item (b), você deve calcular 18% de R$ 892,70. Para fazer essa conta na calculadora, tecle o valor, depois a tecla de multiplicação, seguido do 18 e da tecla de porcentagem. Você encontrará R$ 160,69 de ICMS.

No item (c) a resposta não é fechada. Você deve refletir bastante e buscar no seu cotidiano situações interessantes. Alguns exemplos são: rótulos de embalagens, referenciais diários descritos nas embalagens, contas de água, gás, telefone, encartes de supermercado, dentre muitos outros.

RESUMO

A utilização de números naturais surgiu em paralelo com o desenvolvimento e as necessidades da humanidade, e não de maneira dissociada da realidade. Hoje a sociedade mudou, temos a necessidade de representar números muito grandes e muito pequenos e o sistema indo-arábico ainda atende a essa realidade.

Adquirimos muitas representações de número bem antes de nossa vida escolar, e mesmo durante a mesma, continuamos estabelecendo relações cotidianas com os mesmos. Por isso é muito importante buscar situações próximas às vivências dos alunos, elaborando atividades com perguntas exploratórias, para construir os sentidos do número com a criança.

Compreender o número como quantidade, como ordem (ou cronologia) e como código (ou representação), favorece a uma visão mais ampla desse conceito.

Para esse trabalho devemos utilizar noções e contextos exploratórios e amplos. Como exemplo, temos a noção de vizinhança, tanto de estados, como de moradia, a localização de endereços e o trabalho com situações com a diversidade de informações como a da conta de luz.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Quando se vê um número se pensa logo em Matemática, mas Matemática é só número? Sobre isso é o que vamos refletir na próxima aula.

AULA 3

Matemática é só número?

Metas da aula

Mapear a abrangência da Matemática, apontando dimensões que ultrapassam a utilização de números, tais como formas, medidas, espaço, tabelas, gráficos e representações. Também apresentar a relevância social e lúdica da Matemática e sua inserção na construção da cidadania.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. reconhecer a presença da Matemática no cotidiano;

2. avaliar o significado dos Parâmetros Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental;

3. identificar a abrangência dos blocos de conteúdo apresentados nos PCN.

Pré-requisito

Recomendamos a leitura prévia dos PCN (Ensino Fundamental – Matemática), pois lhe ajudará na compreensão do conteúdo desta aula. De todo modo, durante o estudo desta aula, você deverá tê-los em mãos.

INTRODUÇÃO

Quando se fala em Matemática, em geral, logo se pensa em números; mas Matemática não é só número. Ela é muito mais do que isso!

Você se lembra como aprendeu Matemática nas séries iniciais? E hoje, como são as aulas de Matemática? Muitas vezes observamos que elas são desenvolvidas da mesma forma há décadas.

É importante que o professor se atualize sempre, para que suas aulas despertem interesse nos alunos. Procurar metodologias compatíveis com a demanda formativa da sociedade contemporânea é uma das maneiras de aprimorar a sua atuação. O mundo se modifica com grande velocidade, e a tecnologia apresenta inovações. Isso precisa ser incorporado no cotidiano escolar!

É comum ouvirmos uma pessoa afirmar que não gosta de Matemática. Muitas vezes é de um professor ou de um aluno que ouvimos essa afirmação. Mas, mesmo quando dizem que não gostam de Matemática, é comum que reconheçam que ela é uma disciplina importante.

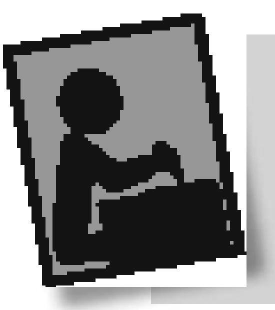
O que será que faz alguém não gostar de Matemática? Essa é uma longa discussão que traz muitas divergências. Porém, possivelmente, todos concordam que, se a Matemática fosse apresentada de forma atrativa, poderia despertar maior interesse em muitos estudantes. O ensino repetitivo, mecânico, gera a insatisfação e o desinteresse dos alunos, e também dos professores, que muitas vezes não estão seguros, pois não dominam os conteúdos que repassam a seus alunos.

Por isso, é preciso que o ensino de Matemática seja repensado e reorganizado permanentemente, mantendo-se em sincronia com seu tempo. Vamos começar?

A MATEMÁTICA NO COTIDIANO

Muitas pessoas afirmam e repetem que a Matemática é importante por estar presente no cotidiano de todos nós. De fato, a Matemática tem muitas aplicações no dia a dia. Além disso, ela contribui para o estudo e o desenvolvimento de outras áreas. Porém, em geral, a forma como se ensina Matemática não aponta para suas utilizações cotidianas.

ATIVIDADE



Atende ao Objetivo 1

1. Dentre as atividades do seu dia a dia, liste cinco nas quais você considera que a Matemática esteja presente. Justifique.

1

2 ____

____

3 ____

____

4 ____

____

5 ____

____

COMENTÁRIO

Inúmeras são as respostas possíveis, mas é importante que você observe atentamente o que respondeu antes de prosseguir a leitura. Em geral, são lembradas situações em que a presença da Matemática envolve cálculos. Verifique se todas as atividades que você apontou estão incluídas nesta situação.

A realização de cálculos é, sem dúvida, importante. Quanto a isso, não há dúvidas. Porém, sem o entendimento do que está sendo feito, mesmo que corretamente, de nada vale realizar inúmeros cálculos. Lembre-se de que é fundamental compreender o significado do que se faz, pois isso expressa que se é capaz de buscar soluções!

Devemos lembrar que a Matemática é uma ciência que está presente no dia a dia de todos nós, embora em alguns momentos isso possa ser imperceptível. Mas nunca é demais lembrar que a Matemática está presente não apenas pelos cálculos que envolve, afinal a Matemática não é apenas números! Além da contagem e de cálculos, a Matemática envolve a habilidade para explorar relações, categorias e padrões (através da manipulação de objetos ou símbolos), esquematizar o raciocínio, de reconhecer e resolver problemas que envolvam cálculos ou não. Nesta aula, serão apresentadas algumas dessas situações, mas ao longo de seus estudos muitas outras lhe serão apresentadas.

OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

O ensino repetitivo, mecânico e descontextualizado gera a insatisfação e o desinteresse do aluno. Um dos objetivos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) é ajudar os professores a buscarem soluções para essas dificuldades, apoiando-os na seleção de conteúdos, na reformulação de objetivos e na busca de metodologias adequadas.

Se você ainda não leu os PCN, recomendamos que o faça agora.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

2. Consulte os PCN de Matemática e observe os pontos tratados no documento. Qual deles você considera mais relevante?

____

____

____

____

COMENTÁRIO

Não existe uma resposta correta para a questão apresentada, mas esperamos que você tenha refletido sobre os pontos que apresentaremos a seguir.

Na primeira parte dos PCN, podemos encontrar discussões sobre o papel do ensino da Matemática, seus princípios norteadores, uma síntese da trajetória das reformas e o atual panorama do ensino da disciplina. Essa parte analisa as características e o papel da Matemática no currículo escolar, abordando as relações do aluno e do professor com o saber matemático, bem como as relações professor/aluno e aluno/aluno. Também apresenta recursos para o "fazer Matemática", isto é, resolução de problemas, história da Matemática, Tecnologias da Informação e jogos. Além disso, destaca os objetivos gerais da Matemática e apresenta os blocos de conteúdos (números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação) e, ainda, aborda a organização dos conteúdos e discute aspectos da Avaliação em Matemática. Em suma, na primeira parte são apresentadas concepções teóricas e metodológicas do ensino na Matemática bem como as bases para a seleção e organização de conteúdos.

A segunda parte apresenta uma estrutura para organização e tratamento dos conteúdos de Matemática; aborda aspectos ligados ao ensino e à aprendizagem de Matemática para as primeiras séries do Ensino Fundamental. São delineados objetivos mais específicos e, da mesma forma, são detalhados os blocos de conteúdos, os critérios de avaliação e algumas orientações didáticas.

Os PCN não devem ser entendidos como um rol de conteúdos, mas sim estudados como uma proposta para a composição de um currículo. Sua leitura contribui para a formação do professor, por isso, sugerimos que você realize uma leitura atenta de seu conteúdo e o consulte quantas vezes forem necessárias.

Observe que os PCN enfatizam a compreensão e aplicação das ideias matemáticas, o que favorece o desenvolvimento de atitudes positivas diante do saber em geral e do saber matemático em particular.

Lembre-se de que a forma de abordagem utilizada para apresentar os conteúdos é um aspecto bastante significativo e, por isso, merece especial atenção do professor.

Os PCN são um instrumento que pretende contribuir para que se encontrem soluções para o ensino-aprendizagem, no caso, da Matemática. Porém, soluções não são suficientes; elas precisam transformar-se em ações para que possam, efetivamente, contribuir para a transmissão dos conteúdos de Matemática.

OS BLOCOS DE CONTEÚDO

Nos PCN, os conteúdos estão organizados em quatro blocos cuja organização evidencia as interconexões da Matemática, ou seja, as conexões da Matemática com outras áreas do conhecimento, contribuindo para destacar sua presença no cotidiano. As intraconexões, ou seja, as conexões entre as diferentes áreas da Matemática, também são privilegiadas nos PCN, favorecendo uma visão integrada da disciplina.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

3. Localize os quatro blocos de conteúdos apresentados nos PCN e complete o quadro resumindo os pontos fundamentais de cada um deles. Não prossiga sem realizar a atividade proposta.

Números e operações	______________________________ ______________________________ ______________________________ ______________________________ ______________________________

Espaço e formas	____ ____ ____ ____ ____
Grandezas e medidas	____ ____ ____ ____ ____
Tratamento da informação	____ ____ ____ ____ ____

COMENTÁRIO

Mais uma vez, deparamo-nos com uma atividade sem uma resposta fechada. No entanto, na sequência do conteúdo, você encontrará pontos-chave que lhe podem auxiliar na verificação de sua atividade.

Tomando como base o texto dos PCN, destacamos a caracterização dos blocos de conteúdos, destacando seus pontos-chave. É importante ressaltar que os blocos não devem ser considerados separadamente, pois seus conteúdos não são dissociados. Esta é apenas uma organização que visa ajudar a reconhecer características de diferentes conteúdos, porém, todos estão interligados, e os conteúdos inseridos em diferentes blocos podem e devem ser trabalhados concomitantemente.

BLOCOS DE CONTEÚDOS

Números e operações
Ao longo do Ensino Fundamental, os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético, em que intervêm como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando-se suas propriedades, suas relações e o modo como se configuram historicamente. (Em outras palavras, os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados por meio de um diálogo constante que permita construir e reconstruir o conhecimento. Esse processo ocorre no interior de cada um e também em contato com outras pessoas, pois, ao interagir, cada pessoa passa o que aprendeu e também recebe aquilo que o outro aprendeu).

Nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve de enfrentar: números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se deparar com situações-problema envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, ele irá ampliando seu conceito de número.
Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito.
Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, como resolver problemas aritmeticamente insolúveis, como demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação.

Espaço e forma

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.
A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema, e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.
Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Grandezas e medidas

Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano.
As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da ideia de proporcionalidade e escala, e um campo fértil para uma abordagem histórica.

Tratamento da informação

A demanda social é que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo, embora pudesse ser incorporado aos anteriores. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância em função de seu uso atual na sociedade.
Integrarão este bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória. Evidentemente, o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos.
Com relação à estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia a dia.
Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.

> Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória, e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).

Conhecer os PCN contribuirá para a compreensão dos conteúdos e estratégias para o ensino da Matemática. Mas lembre-se de que o conhecimento da didática da Matemática relaciona o conhecimento da disciplina com o conhecimento de como ensiná-la, com o objetivo de permitir que o conteúdo das aulas seja compreensível para os alunos.

Os PCN fornecem subsídios para articulações, dentro das disciplinas e entre elas, do conteúdo a ser ensinado. Em outras palavras, se você compreender a Matemática sob diferentes perspectivas, poderá estabelecer relações entre diferentes conteúdos da própria disciplina e, também, com a de outras, cujos PCN certamente também serão objeto de seu estudo.

MATEMÁTICA É SÓ NÚMERO?

Para responder a essa questão, podemos recorrer aos PCN da área de Matemática no Ensino Fundamental, reproduzindo as suas considerações preliminares, onde são apresentados princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos.

- A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que cada vez mais a sociedade necessita acompanhar a evolução dos conhecimentos científicos e dos recursos tecnológicos.
- A Matemática precisa estar ao alcance de todos, e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente.
- A atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade.
- No ensino da Matemática destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar

essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando o aluno a falar e a escrever sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.

• A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.

• A seleção e a organização de conteúdos não devem ter como critério único a lógica interna da Matemática. Deve-se levar em conta sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno. Trata-se de um processo permanente de construção.

• O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo.

• Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, à base da atividade matemática.

• A avaliação é parte do processo de ensino-aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processa o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação.

CONCLUSÃO

Os PCN fornecem diretrizes, mas cabe ao professor selecionar e criar formas de ação orientadas, explicitamente, para os propósitos educacionais. Isso pressupõe tomar decisões a partir da reflexão sobre os propósitos ou metas colocados em primeiro plano.

É importante que cada um de nós esteja atento ao entorno, procurando observar o que pode contribuir para que se entenda e goste da Matemática. Descobrir novas formas de ensinar Matemática é um desafio permanente.

Cabe ainda a você, professor em formação inicial ou continuada, superar suas próprias dificuldades, buscando experiências que forneçam elementos que contribuam para que você mesmo se sinta gratificado ao abordar os conteúdos da Matemática. A participação em encontros, conferências ou cursos, as trocas de experiências com os colegas e o estudo individual contribuem para ampliar os conhecimentos e aprimorar a forma como se ensina Matemática.

Lembre-se sempre de que, quando as aulas forem conduzidas de forma significativa e estimulante para o aluno, os resultados serão gratificantes para o professor. A Matemática pode ser ensinada de maneira dinâmica, desafiante e divertida, e não como uma simples transmissão de regras.

Esteja atento a atividades lúdicas – jogos e brincadeiras – que possam contribuir para a aprendizagem da Matemática. Você poderá utilizá-las como estratégias para a construção de conceitos matemáticos.

Muitas vezes, o processo de ensino-aprendizagem se esgota na conceituação dos números, das formas, das relações e das medidas, ignorando a realidade sociocultural dos alunos, sem a preocupação de como apresentar os conteúdos matemáticos de modo agradável, para que os alunos não só aprendam como também gostem da Matemática.

Muitas vezes são exigidas a memorização e a reprodução de exercícios sem qualquer contextualização. Isso desestimula os alunos. É importante que eles compreendam o significado do que estão fazendo. Pensamos matematicamente todo o tempo. A Matemática faz parte da vida, estamos permanentemente envolvidos com a resolução de problemas e com o pensamento matemático.

Uma preocupação relativamente recente é a introdução da dimensão histórica no ensino da Matemática. Isso é muito importante, pois contribui para o reconhecimento do lugar da Matemática na formação da cultura e do seu papel na sociedade tecnológica em que vivemos. Além disso, permite o trabalho interdisciplinar, ampliando a percepção de que a "Matemática não é só número".

ATIVIDADE FINAL

Com base nas leituras desta aula, responda conforme se identifique:

1. Se você "não gosta" de Matemática, reflita sobre o que leu nesta aula e responda: o que poderia contribuir para modificar esse sentimento?

Se você "gosta" de Matemática, como poderia ajudar um colega que não gosta a superar esse sentimento?

2. Você considera os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática inovadores? Por quê?

3. Em que diferem e em que se assemelham ao trabalho realizado em sala de aula que você conhece (como professor ou como aluno)? Se for o caso, por onde começar a mudar?

COMENTÁRIO

A resposta para as duas questões propostas é aberta. Converse sobre elas com seus colegas de trabalho e/ou do curso de Pedagogia. Converse também com seus tutores. Os que "gostam" de Matemática devem procurar ajudar aqueles que "não gostam". Os que "não gostam" devem procurar auxílio e conhecer "mais de perto" a Matemática, isso ajudará a romper com dificuldades e medos.

O mais importante desta aula é que você tenha estudado os PCN de Matemática. Só é possível uma discussão crítica quando se conhece sobre o que se fala. Lembre-se de que a troca de ideias é fundamental para o crescimento de todos!

RESUMO

A Matemática está presente no cotidiano de cada um de nós, porém nem sempre suas utilizações cotidianas são reconhecidas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apoiam os professores na seleção de conteúdos, na reformulação de objetivos e na busca de metodologias adequadas. Por isso, eles devem ser estudados como uma proposta para a composição de um currículo. Devem ser consultados quantas vezes forem necessárias, mas nunca serem entendidos como um rol de conteúdos. Conhecê-los contribuirá para a compreensão dos conteúdos e estratégias para o ensino da Matemática.

Nos PCN, os conteúdos estão organizados em quatro blocos cuja organização evidencia as interconexões da Matemática, ou seja, as conexões da Matemática com outras áreas do conhecimento. Os quatro blocos de conteúdos são: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação. Esses blocos não devem ser dissociados, pois estão interligados, e os conteúdos nele inseridos podem e devem ser trabalhados concomitantemente.

Você, como professor, deverá constantemente renovar suas aulas, pois isso favorecerá sua atuação e, consequentemente, contribuirá para o melhor desempenho dos seus alunos. Lembre-se de que os PCN fornecem diretrizes, mas caberá a você tomar decisões de como desenvolverá suas aulas.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

O tema da próxima aula é a Matemática na Educação Infantil. Você poderá observar que muitas brincadeiras envolvem conceitos matemáticos e que, nessa fase, se observa o predomínio de atividades em que a Matemática sem números está presente.

AULA 4

Matemática na Educação Infantil

Meta da aula

Apresentar a necessidade e algumas metodologias do ensino de conceitos matemáticos na Educação Infantil.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. avaliar a importância da Educação Infantil na formação das crianças;
2. identificar características da personalidade das crianças de zero a cinco anos;
3. reconhecer conceitos matemáticos mobilizados pelas crianças enquanto brincam, jogam e realizam suas atividades diárias;
4. reconhecer a divisão dos conteúdos em os blocos nos quais divididos os conteúdos pelo Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil;
5. identificar princípios para a abordagem de conceitos matemáticos na Educação Infantil;
6. elaborar atividades que favoreçam a construção de conceitos matemáticos na Educação Infantil.

Pré-requisitos

Para que você encontre maior facilidade na compreensão desta aula, é importante que perceba que, em quaisquer circunstâncias das nossas vidas, desde que nascemos, estamos produzindo conhecimentos de todos os tipos, inclusive, matemáticos. Para tanto, você deve estar em dia com as ideias trabalhadas na Aula 1; além disso, é fundamental que conheça os diferentes usos dos números que foram discutidos na Aula 2.

INTRODUÇÃO

Já é consenso entre os educadores que a Educação Infantil constitui uma etapa importante na formação das crianças, não se tratando apenas de um estágio preparatório para o Ensino Fundamental. Há situações e conceitos que devem ser explorados especificamente na faixa etária correspondente à Educação Infantil, isto é, de zero a cinco anos.

De zero a cinco anos, a criança adquire, ao longo das interações com o meio que a cerca, conhecimentos que podem ser sistematizados na creche ou na escola. Além disso, tais conhecimentos podem favorecer a construção e sistematização de outros conceitos não observáveis diretamente.

O QUE É A EDUCAÇÃO INFANTIL?

Vamos refletir um pouco sobre a sua formação escolar. Com quantos anos você ingressou na escola? Você frequentou algum jardim-de-infância, alguma turma de pré-escolar ou classe de alfabetização (C.A.)? Ficou regularmente em creches para que seus responsáveis pudessem trabalhar? Se possível, faça essas perguntas para alguns colegas de curso e outros adultos. Você vai notar, pelas respostas, que boa parte das pessoas ingressou na escola aos sete anos, na 1ª série do que chamávamos de 1º grau, sendo poucas aquelas que ingressaram com menos idade em jardins-de-infância. Isso porque, durante muito tempo, o Estado só tinha obrigação de oferecer ensino para crianças a partir de sete anos, que deveriam começar cursando a 1ª série, e as creches tinham características assistencialistas, visando atender às famílias de baixa renda que não tinham com quem deixar seus filhos nos horários de trabalho. O ensino para crianças com menos de sete anos não era considerado prioritário. Havia pouquíssima oferta por parte do Estado, e praticamente só tinham acesso a ele as crianças cujas famílias podiam pagar pelos serviços de instituições particulares.

Hoje em dia, a realidade é outra. Com seis anos, a criança deve ingressar no 1º ano do Ensino Fundamental, que passou a ter nove anos de duração, englobando também a classe de alfabetização. O atendimento às crianças de zero a cinco anos é obrigatório, reconhecido por lei e constitui o que chamamos de Educação Infantil. Tanto as creches para as crianças de zero a três anos como as pré-escolas, para as de quatro e cinco anos, são consideradas instituições de Educação Infantil. A distinção entre ambas é feita pelo critério de faixa etária.

Desde a Constituição Federal de 1988, a Educação Infantil em creches e pré-escolas passou a ser, ao menos do ponto de vista legal, um dever do Estado e um direito da criança (artigo 208, inciso IV). O direito da criança a esse atendimento consta também no Estatuto da Criança e do Adolescente, de 1990, e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei nº 9.394, promulgada em dezembro de 1996, estabelece de forma incisiva o vínculo entre o atendimento às crianças de zero a cinco anos e a educação. O documento oficial que aponta as diretrizes para a Educação Infantil é o **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RECNEI)**, publicado em 1998 pelo Ministério da Educação. Ele se encontra disponível integralmente no *site* do Ministério e indica, ao traçar os objetivos gerais desse nível de ensino, que a prática deve organizar-se de modo que as crianças desenvolvam as seguintes capacidades:

> **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RECNEI)**
> Referente às creches e pré-escolas, integra a série de documentos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) elaborados pelo Ministério da Educação e do Desporto. Ele foi concebido de maneira a servir como um guia de reflexão sobre objetivos, conteúdos e orientações didáticas para os profissionais que atuam nessa área.

- desenvolver uma imagem positiva de si, atuando de forma cada vez mais independente, com confiança em suas capacidades e percepção de suas limitações;

- descobrir e conhecer progressivamente seu próprio corpo, suas potencialidades e seus limites, desenvolvendo e valorizando hábitos de cuidado com a própria saúde e bem-estar;

- estabelecer vínculos afetivos e de troca com adultos e crianças, fortalecendo sua autoestima e ampliando gradativamente suas possibilidades de comunicação e interação social;

- estabelecer e ampliar cada vez mais as relações sociais, aprendendo aos poucos a articular seus interesses e pontos de vista com os demais, respeitando a diversidade e desenvolvendo atitudes de ajuda e colaboração;

- observar e explorar o ambiente com atitude de curiosidade, percebendo-se cada vez mais como integrante, dependente e agente transformador do meio ambiente e valorizando atitudes que contribuam para sua conservação;

- brincar, expressando emoções, sentimentos, pensamentos, desejos e necessidades;

- utilizar as diferentes linguagens (corporal, musical, plástica, oral e escrita) ajustadas às diferentes intenções e situações de comunicação, de forma a compreender e ser compreendido, expressar suas ideias, sentimentos, necessidades e desejos e avançar no seu processo de construção de significados, enriquecendo cada vez mais sua capacidade expressiva;

> • conhecer algumas manifestações culturais, demonstrando atitudes de interesse, respeito e participação frente a elas e valorizando a diversidade (RECNEI, 1998, p. 63).

Podemos perceber, pelos objetivos, que a Educação Infantil é tida como um estágio de riquíssimo potencial educativo pelo qual devem passar todas as crianças com idade inferior a seis anos. Na verdade, isso já é consenso entre os educadores. Não se trata apenas de um nível de ensino que visa preparar as crianças para os níveis posteriores. Há um trabalho específico a ser realizado na Educação Infantil, e esse trabalho está relacionado às diversas áreas do conhecimento humano, entre elas, a Matemática. São necessárias políticas públicas que garantam o acesso e o ensino de qualidade para todas as crianças nessa faixa etária.

CARACTERÍSTICAS DO ALUNO DA EDUCAÇÃO INFANTIL

O primeiro passo para refletirmos sobre o processo educativo em qualquer nível de ensino é conhecermos o perfil dos indivíduos que serão beneficiados por ele. Embora as pessoas convivam em lugares distintos, com hábitos e prioridades distintas, é possível identificarmos alguns aspectos gerais relativos à personalidade cujo conhecimento por parte do professor é de grande valia. Na atividade que segue, você terá oportunidade de reconhecer algumas características das crianças da Educação Infantil.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

1. Observe a letra da canção de Paula Toller e Dunga:

Por que os dentes caem
Por onde os filhos saem
Por que os dedos murcham
Quando estou no banho
Por que as ruas enchem quando está chovendo
Quanto é mil trilhões
Vezes infinito
Quem é Jesus Cristo
Onde estão meus primos

a. Na letra, os compositores expõem uma série de questões que passam ou já passaram pela nossa mente. Na verdade, há uma fase da vida em que desejamos muito saber o porquê de tudo. Que fase é esta?

b. São questões de ordem científica, de ordem religiosa ou ligadas a hábitos diários. Identifique na letra uma questão de cada tipo.
c. Há questões ligadas a conhecimentos matemáticos. Encontre, pelo menos, duas delas.

____
____
____

RESPOSTA COMENTADA

a. As crianças desde bem pequenas pensam sobre o mundo que as cerca e procuram compreendê-lo. A infância é a fase da vida em que a curiosidade está mais aguçada e o indivíduo deseja saber o porquê de todos os fatos e fenômenos a sua volta.
b. A curiosidade das crianças provoca questões ligadas aos diversos ramos do conhecimento humano, à religião, aos hábitos e às atitudes colocadas quase simultaneamente para os adultos. Na canção da Atividade 1, por exemplo, "a criança", que corresponde ao eu-lírico (a pessoa que imaginamos falar na música), faz seguidamente dois questionamentos que possuem explicações científicas ("Por que as ruas enchem quando está chovendo", "Quanto é mil trilhões vezes infinito"), um de ordem religiosa ("Quem é Jesus Cristo") e outro ainda ligado aos hábitos e relações familiares ("onde estão meus primos").
c. Subjacentes a vários questionamentos, encontramos ainda conceitos matemáticos como as noções de número, de forma, de medida de tempo e espaço, que constituem o principal interesse desta aula. No verso Quanto é mil trilhões vezes infinito *temos uma questão relativa ao sistema de numeração. Temos também a noção de forma no verso que se refere aos dedos que murcham, e o vocabulário específico de medida de capacidade (cheio e vazio) no verso em que o eu-lírico questiona* por que as ruas enchem.

Pelas características dos questionamentos que as crianças nos fazem, verificamos a gama de conhecimentos que elas possuem acerca do mundo, e estes devem ser o ponto de partida de todo trabalho na Educação Infantil.

Além de curiosa, a criança da Educação Infantil é muito criativa. Ela é capaz de construir conceitos, criar procedimentos a partir de uma realidade, não sendo mera receptora de informações e mecanismos. Apenas é preciso valorizar tanto a sua curiosidade quanto a sua criatividade, criar condições para que ambas se desenvolvam cada vez mais. Sabemos da complexidade das relações que se estabelecem na nossa sociedade e o quanto essas características podem favorecer um convívio social digno tanto individual quanto coletivamente. Não podemos pensar na criança como sendo a miniatura de um adulto; seu pensamento obedece a uma lógica própria a cada etapa do seu desenvolvimento que o diferencia do pensamento do adulto.

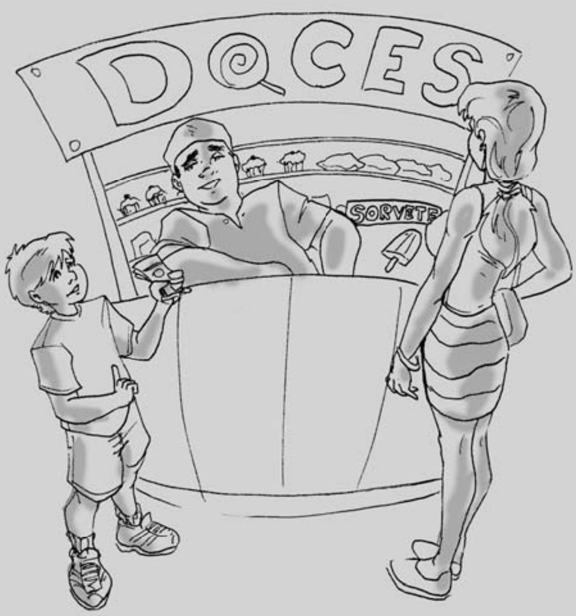
COMO A MATEMÁTICA ESTÁ PRESENTE NA EDUCAÇÃO INFANTIL?

Além da personalidade dos alunos, para planejar seu trabalho, o professor também precisa saber dos conhecimentos prévios que eles têm a respeito do assunto que pretende abordar na aula. Tais conhecimentos devem ser o ponto de partida da aula. Nas próximas atividades, vamos verificar, numa circunstância muito comum do dia a dia das crianças (a compra de doces), alguns conhecimentos matemáticos que elas mobilizam antes mesmo de ingressar numa instituição de ensino.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 3

2. Observe o desenho a seguir.



a. Que cena está retratada no desenho? Quais são os personagens? O que cada personagem faz?

___

___

___

b. Que ações estão envolvidas no ato de comprar doces?

___

___

___

c. Que elementos podem ser negociados?

___

___

___

d. Como esses elementos podem ser classificados, contados e organizados na barraca?

___

___

___

e. Como ocorre a negociação? É necessário fazer cálculos? Quais?

___

___

___

RESPOSTA COMENTADA

a. No desenho, podemos observar uma mulher com uma criança comprando doces com um vendedor numa barraca.

b. Para comprar um doce, certamente a criança precisa escolher, ou seja, observar diferentes atributos dos doces (paladar, possibilidades de ser ingerido no ato da compra, estado de conservação, entre outros); contar quantas unidades deseja levar consigo, comparar os preços e as quantidades em que são oferecidos.

c. Os doces, por sua vez, são geralmente de vários tipos: balas, pirulitos, chicletes, biscoitos, sorvetes, barras de chocolate, refrigerantes, e não podem ficar dispostos aleatoriamente na barraca.

d. Alguns produtos precisam ser armazenados em refrigeradores; outros precisam ficar guardados em armários, e ainda há aqueles que podem ficar expostos diretamente, pois já se encontram embalados.

e. A negociação é feita com dinheiro, e a criança precisa decidir se a quantia de que dispõe é suficiente para comprar tudo o que deseja. Precisa calcular o total de suas compras e verificar o troco que recebe.

Comprar um doce é apenas uma das tarefas realizadas diariamente pelas crianças que requerem conceitos e procedimentos matemáticos. A Matemática está presente também nos jogos e brincadeiras, na realização de tarefas caseiras em colaboração com os familiares, na arrumação de brinquedos e demais pertences, nos cuidados com animais domésticos, nas músicas que cantam.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 3

3. Vamos voltar no tempo. Procure se lembrar da sua infância. Do que você costumava brincar? Você brincava só ou em companhia de outras crianças? Usava algum objeto como, por exemplo, bola, boneca, plantas, animais de estimação, papel, caixas e embalagens vazias? Precisava distribuir espacialmente ou entre amiguinhos esses objetos? Em que você pensava enquanto brincava? Era necessário contar pontos e comparar pontuações para decidir quem seria o vencedor? Fazia algum tipo de desenho? Demarcava algum campo ou território? Refletindo sobre nossas brincadeiras, rapidamente percebemos o quanto a Matemática esteve presente nelas. Escolha uma brincadeira da sua infância e descreva-a detalhadamente. Em seguida, identifique em que ações eram mobilizados conceitos e procedimentos matemáticos.

RESPOSTA COMENTADA

Existem várias possibilidades de resposta, o importante é ver que é impossível brincar sem usar a Matemática. Em qualquer brincadeira, conceitos matemáticos estão envolvidos. De alguma forma, é necessário contar, medir, identificar as formas e suas propriedades, posicionar-se espacialmente, classificar pessoas, objetos ou ações. Brincando, a criança desenvolve o raciocínio lógico, é obrigada a interpretar informações e tomar decisões, lida com diferentes representações da realidade, observa regularidades, cria e projeta ações futuras.

Assim, mesmo antes do ingresso na escola, a criança observa, questiona e procura explicar os fenômenos do mundo social e natural que é capaz de observar direta ou indiretamente. A Matemática faz parte da sua maneira de viver. É importante que, na escola, ela possa ampliar, rever e reformular as noções que construiu e constrói em seu dia a dia, vindo a reformular, ampliar ou abandonar suas hipóteses e explicações.

POR QUE ENSINAR MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL?

Como você já deve ter percebido, a Matemática é útil para a vida diária das pessoas. Tente pensar numa situação em que você não utilize conhecimentos matemáticos. Você vai ver que isto é impossível. Ela está presente nas ações que realizamos no trabalho e em casa, na maneira como organizamos nossos pertences, nas decisões que tomamos, nas mínimas atitudes de cidadania, embora, na maioria das vezes, nem nos demos conta. Assim como os adultos, mesmo inconscientemente, as crianças estão em contato permanente com a Matemática. Elas estão cercadas de formas, grandezas, números, medidas, contagens. Precisam de conhecimentos matemáticos para interagir com as pessoas e com o meio que as cerca, para tornarem-se cidadãs. Essa é uma das razões por que a Matemática deve ser trabalhada na Educação Infantil.

Na medida em que a criança interage com o mundo e mobiliza seus conhecimentos matemáticos, estes vão se aprimorando. Em longo prazo, desenvolve-se o que podemos chamar de consciência matemática. Ela se caracteriza pela capacidade de argumentar e questionar fatos. Com ela, a criança pode, por exemplo, realizar uma pesquisa de preços e questionar quanto um determinado produto custa. Nessa pesquisa de preços e na consequente comparação de números, ela passa a entender as noções de caro ou barato, e descobre como o sistema monetário se organiza.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 5

4. Vamos refletir sobre uma situação a ser vivida numa classe da Educação Infantil, em que as crianças tenham entre quatro e cinco anos. Imagine que você é o professor e quer simular uma *lojinha* na sala de aula para trabalhar noções do sistema monetário. Que objetos serão escolhidos para serem colocados à venda na *lojinha*? O que deve ser levado em consideração na escolha desses objetos? Como deve ser a dinâmica de funcionamento da *lojinha* para que todas as crianças participem da brincadeira e construam conceitos matemáticos? Além das noções do sistema monetário, que conceitos matemáticos podem ser mobilizados e desenvolvidos pelas crianças na *lojinha*?

RESPOSTA COMENTADA

Estas questões não possuem apenas uma resposta. Dependendo do perfil da turma, isto é, da região em que moram, da classe social a que as crianças pertencem, entre outros fatores, teremos os produtos a serem colocados à venda na lojinha*. Entretanto, qualquer que seja a realidade, é importante que as crianças participem da escolha desses produtos, estabeleçam os preços a serem cobrados, desenhem placas com informações, arrumem a* lojinha*, façam listas de compra. Além disso, todas as crianças devem passar por todas as funções, ou seja, todas devem ter oportunidade de ser vendedores, compradores, caixas etc. Assim, estaremos assegurando o desenvolvimento das noções do sistema monetário e de outros conceitos como a classificação e ordenação de objetos e a organização espacial.*

Num trabalho como esse da *lojinha*, em que o professor e seus alunos simulam uma situação real em sala de aula, teremos a Matemática contribuindo para que as crianças sistematizem seus conhecimentos. Favoreceremos a *alfabetização matemática* delas. Estaremos apresentando os conceitos matemáticos como estruturantes para os trabalhados no Ensino Fundamental, mas não preparatórios.

Alfabetizar-se é apropriar-se de outras formas de leitura do mundo em que se incluem a palavra escrita, a quantificação desse mundo, a historicização, a construção do tempo, do espaço e de suas relações etc. Assim, o conhecimento matemático inclui-se no conceito de alfabetização em seu sentido mais amplo e, como tal, não pode ser tratado isoladamente, especialmente na Educação Infantil.

O QUE ENSINAR DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL?

A seleção e a organização dos conteúdos matemáticos representam um passo fundamental no planejamento do processo de ensino-aprendizagem em qualquer nível e, principalmente, na Educação Infantil. Para isso, o professor deve estar ciente das possibilidades cognitivas das crianças e dos seus conhecimentos prévios. O Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil sugere que o trabalho com crianças de zero a três anos vise a:

> Utilização da contagem oral, de noções de quantidade, de tempo e de espaço em jogos, brincadeiras e músicas junto com o professor e nos diversos contextos nos quais as crianças reconheçam essa utilização como necessária, e manipulação e exploração de objetos e brinquedos, em situações organizadas de forma a existirem quantidades individuais suficientes para que cada criança possa descobrir as características e propriedades principais e suas possibilidades associativas: empilhar, rolar, transvasar, encaixar etc. (RECNEI, 1998, p. 217-218).

Além disso, sugere o ensino de três blocos de conceitos matemáticos para crianças de quatro e cinco anos: *Números e sistema de numeração, Grandezas e medidas e Espaço e forma*.

No primeiro, ligado a números e operações, o professor deve propor situações que levem as crianças a:

> Utilização da contagem oral nas brincadeiras e em situações nas quais as crianças reconheçam sua necessidade;
>
> Utilização de noções simples de cálculo mental como ferramenta para resolver problemas;
>
> Comunicação de quantidades, utilizando a linguagem oral, a notação numérica e/ou registros não convencionais;
>
> Identificação da posição de um objeto ou número numa série, explicitando a noção de sucessor e antecessor;
>
> Identificação de números nos diferentes contextos em que se encontram e comparação de escritas numéricas, identificando algumas regularidades (RECNEI, 1998, p. 219-220).

O segundo bloco corresponde a grandezas e medidas, e as prioridades são:

> Exploração de diferentes procedimentos para comparar grandezas;
>
> Introdução às noções de medida de comprimento, peso, volume e tempo, pela utilização de unidades convencionais e não convencionais;
>
> Marcação do tempo por meio de calendários, e
>
> Experiências com dinheiro em brincadeiras ou em situações de interesse das crianças (RECNEI, 1998, p. 225).

Finalmente, o terceiro bloco, espaço e forma, sugere um trabalho voltado para:

> Explicitação e/ou representação da posição de pessoas e objetos, utilizando vocabulário pertinente nos jogos, nas brincadeiras e nas diversas situações nas quais as crianças considerarem necessária essa ação.
>
> Exploração e identificação de propriedades geométricas de objetos e figuras, como formas, tipos de contornos, bidimensionalidade, tridimensionalidade, faces planas, lados retos etc.
>
> Representações bidimensionais e tridimensionais de objetos.
>
> Identificação de pontos de referência para situar-se e deslocar-se no espaço.
>
> Descrição e representação de pequenos percursos e trajetos, observando pontos de referência (RECNEI, 1998, p. 229).

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 4

5. Uma prática diária nas classes de Educação Infantil é a ida ao *parquinho*. No *parquinho*, as crianças se exercitam e desenvolvem a coordenação motora. Além disso, mais uma vez, conceitos matemáticos podem ser explorados. Pense em cada bloco de conteúdos matemáticos que acabamos de descrever. Cite um item de cada bloco que pode ser explorado com as crianças enquanto brincam num *parquinho*. Diga como pode ser feita esta exploração.

RESPOSTA COMENTADA

Num parquinho *ou numa praça, por mais simples que sejam, encontramos balanços, escorregas, carrosséis, gangorras. A apreciação das formas desses brinquedos e a descrição por meio de gestos dos movimentos que executam favorecem a exploração e identificação de propriedades geométricas.*

Um outro aspecto importante é a maneira como as crianças se organizam para brincar. Elas podem fazer filas para usar o escorrega e o balanço, podem marcar o tempo de permanência em certo brinquedo a que cada uma tem direito, decidem quantas crianças podem sentar-se juntas num carrossel. Nessas ações, ocorre, entre outras, a utilização da contagem oral e das noções de medida de tempo. Sua resposta termina aqui, mas é evidente que estes não são os únicos aspectos a serem explorados. Na próxima aula, discutiremos novas situações e atividades para cada bloco de conteúdos.

COMO ENSINAR? RECOMENDAÇÕES DIDÁTICAS

Como já vimos, a organização do pensamento se dá a partir das relações que as crianças estabelecem com o mundo. Elas formulam explicações sobre os fatos que vivenciam e, consequentemente, constroem conhecimentos. O trabalho do professor deve necessariamente levar em conta a natureza destes conhecimentos e o processo pelo qual as crianças passaram ao construí-lo. Somente assim ele conseguirá propor **SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVAS**. Ao iniciar um assunto, o professor, por exemplo, pode planejar momentos de discussão nos quais seus alunos terão a chance de mobilizar os conhecimentos que possuem.

SITUAÇÕES DE APRENDIZAGENS SIGNIFICATIVAS
São situações nas quais os alunos poderão reconhecer os limites de seus conhecimentos, ampliá-los e reformulá-los.

Na prática, porém, não se trata de um trabalho tradicional voltado para o ensino da Matemática, em que há preocupação com representações formais, definições rigorosas, generalizações, mas de atividades de desenvolvimento da consciência espacial, que é a gênese do trabalho desta ciência, e de iniciação ao pensamento lógico-matemático por meio de jogos, quebra-cabeças e pequenos desafios. Nesta fase, o *observar* e o interagir com os fatos devem fazer parte das atividades. Assim, as crianças precisam estar pegando, apalpando, cheirando, molhando, ouvindo e fazendo sons, sentindo o gosto dos alimentos, distinguindo cores. Os conceitos são construídos em meio a jogos e brincadeiras, nas cantigas e nas histórias.

Para construir conceitos, é necessário que as crianças observem fatos, em especial quando esses são contrários aos previstos por ela. Por essa razão, é preciso saber como a criança constrói os conhecimentos matemáticos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 6

6. Você conhece a música a seguir? Ela fez parte da sua infância também? Que conceitos matemáticos podem ser desenvolvidos pelas crianças enquanto cantam esta canção?

um, dois: feijão com arroz;
três, quatro: feijão no prato;
cinco, seis: feijão inglês;
sete, oito: comer biscoito;
nove, dez: comer pastéis.

RESPOSTA COMENTADA

Nessa canção, ocorre a veiculação da sequência numérica de um a dez. Se, além de cantarem, as crianças representarem com os dedos as quantidades faladas, certamente conseguirão construir a ideia de cada número.

Os jogos e brincadeiras podem ser cooperativos ou competitivos. Nos primeiros, não há adversários, e o único objetivo é cumprir as regras propostas. Já nos últimos há adversários e, portanto, vencedores e perdedores. É recomendável a alternância entre os dois tipos, para que as crianças aprendam a lidar com situações de vitória e derrota e também para que aprendam a valorizar o ato de jogar em si.

É importante observar que, na Educação Infantil, as crianças jogam umas com as outras, mas nem sempre têm consciência da competição. Essa percepção vem aos poucos, e, quando ela acontece, outras questões se colocam: habilidades específicas e estratégias se desenvolvem e se aprimoram. Trata-se de um momento bastante propício para a formação de conceitos matemáticos. Além disso, em muitos casos, as crianças estão mais interessadas na própria jogada, ainda que não antecipem suas próximas jogadas, nem as dos colegas. Essas habilidades só se desenvolvem à medida que se familiarizam com as regras. O professor, sempre que possível, deve refletir com as crianças sobre as regras e aceitar, inclusive, alterações na rotina dos jogos que elas propuserem. Não podemos nos esquecer de que o trabalho com conceitos matemáticos, na Educação Infantil, visa criar condições para que as crianças desenvolvam, entre outras, a capacidade de prever e antecipar fatos e ações.

Em seus jogos e brincadeiras, as crianças exploram vários objetos: bolas, bonecas, carrinhos, palitos, pedrinhas, livros, lápis, papéis, tintas, pincéis, tesouras, cola, massa de modelar, argila, blocos para construções, material de sucata e outros. Esses objetos auxiliam a ação das crianças e, portanto, constituem um instrumento importante para a construção de conceitos. O professor deve estar atento ao uso que as crianças fazem deles, quais significados lhes atribuem. Na maioria das vezes, eles possuem algumas características e propriedades facilmente observáveis e outras que só podem ser percebidas por elas a partir da intervenção do professor. A maneira como ele intervém pode criar condições para que as crianças redescubram ideias matemáticas e construam novos conceitos.

Vários materiais podem favorecer a construção de um mesmo conceito, e a preferência pelos materiais varia de uma criança para a outra. Daí a necessidade de uma grande variedade de materiais. O espaço na instituição de Educação Infantil deve propiciar condições para que as crianças possam usufruí-los em benefício do seu desenvolvimento e aprendizagem. É preciso que o espaço seja versátil e permeável à sua ação, sujeito às modificações propostas pelas crianças e pelos professores em função das ações desenvolvidas.

QUAL É O PAPEL DO PROFESSOR?

A essa altura, você deve estar se questionando sobre a atuação do professor da Educação Infantil. Como ele deve agir? Como devem ser suas intervenções com as crianças? Quando deve calar-se? Que formação deve buscar?

Como vimos nas seções anteriores, levando em conta os conhecimentos que as crianças adquiriram fora da escola, em suas famílias, nos jogos, na TV, por exemplo, o professor precisa provocá-las para que saibam argumentar e consolidar seus conhecimentos. Tudo deve ser descoberto e construído pela criança por meio de incentivos e orientações. Nada pode ser dado pronto ou acabado. Mas, para criar as condições da descoberta e do desenvolvimento do potencial argumentativo das crianças, o professor deve estar seguro do objetivo a atingir. Precisa saber quais atividades são adequadas ao estágio de desenvolvimento em que elas se encontram e quais são corretas, tendo em vista a construção do conceito, cuja aprendizagem deseja favorecer. Tal segurança só é obtida por meio de estudos constantes da psicologia infantil e da didática da Matemática.

Vale lembrar, no entanto, que a orientação do professor nem sempre é necessária. Muitas vezes, as próprias crianças se organizam numa brincadeira e passam um bom tempo entretidas, tornando inútil sua intervenção. Nem por isso ele pode ausentar-se. Deve, certamente, manter-se atento ao que elas fazem e aos pensamentos que expressam, identificando componentes de outras situações de aprendizagem, direcionadas ou não direcionadas, que poderão ocorrer no futuro. Assim, o professor conduz, orienta, e sua atitude não é repressora, proibidora. Atitudes desse tipo poderiam causar conformismo, ansiedade, medo, acanhamento e dependência nas crianças. No sentido contrário das proibições, ele mostra, pergunta, conversa e também aprende muito. Partindo de sua própria prática e refletindo sobre ela, o professor pode aprimorá-la na direção da melhoria da aprendizagem das crianças.

COMO AVALIAR?

Finalmente, como constatar a qualidade da aprendizagem das crianças? Como saber o grau de envolvimento da criança no estudo realizado e seu domínio sobre os conceitos e procedimentos já trabalhados? Além disso, como verificar o alcance da interferência didática do professor? Ele está escolhendo atividades adequadas? Está intervindo junto às crianças oportunamente? Torna-se imprescindível avaliar todo o processo de ensino aprendizagem.

Embora seja importante que as crianças participem com consciência das situações de avaliação, aprendendo a refletir sobre o quanto ampliaram ou não seus conhecimentos, o professor e a equipe pedagógica a que ele pertence são os principais responsáveis pela avaliação do processo de ensino-aprendizagem. Para elaborá-la, eles precisam levar em conta os objetivos traçados e as oportunidades de aprendizagem oferecidas. A avaliação, como você vai estudar mais detalhadamente nas Aulas 26 e 27, é um processo contínuo. Não é possível avaliar a ampliação da compreensão de uma criança em relação aos fatos e conceitos matemáticos, utilizando-se apenas uma ou outra atividade.

O processo avaliativo pode ter etapas pontuais, caracterizadas por atividades semelhantes àquelas propostas durante as aulas, mas, principalmente na Educação Infantil, em que as crianças ainda estão aprendendo a representar os conhecimentos que constroem, a observação é um instrumento de avaliação fundamental. Observar o comportamento delas é a principal maneira de saber se a aprendizagem está sendo bem-sucedida. Para não se perder, o professor pode elaborar fichas destacando os *comportamentos* ligados aos conceitos trabalhados que pretende observar e fazer as anotações diárias durante semanas e até meses. Com isso, será possível perceber se houve evolução.

!

Nessa fase, as crianças não definem conceitos verbalmente. Seus conhecimentos se revelam em seus comportamentos, em suas ações.

Para completar as observações, o professor pode, quando possível, obter informações do comportamento das crianças em outras circunstâncias que não são especificamente as circunstâncias escolares. Conversando com pais e responsáveis, o professor verifica se as crianças fazem uso em outros contextos dos conceitos e procedimentos matemáticos que construíram na escola. Quando viaja no fim de semana com a família, a criança consegue reconhecer algum registro numérico impresso nas placas da estrada? Brincando em casa, com brinquedos de encaixe, ela revela alguma visão espacial surpreendente? Quando vai ao supermercado, comenta os preços e as quantidades dos produtos que os pais colocam no carrinho de compras? Informações desse tipo também são úteis na avaliação da aprendizagem.

CONCLUSÃO

Nesta aula, percebemos a importância do ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos na Educação Infantil. Nessa perspectiva, procuramos identificar características gerais da personalidade das crianças. Elas são curiosas e criativas, e mobilizam uma série de conhecimentos matemáticos no convívio diário. Esses conhecimentos devem ser o ponto de partida para o trabalho do professor na escola ou na creche.

ATIVIDADE FINAL

Atende ao Objetivo 6

Elabore uma atividade que permita o desenvolvimento de conceitos matemáticos para ser colocada em prática com crianças da Educação Infantil.

RESPOSTA COMENTADA

Esta é uma questão pessoal, mas existem alguns cuidados para a elaboração de uma atividade, que você precisa ter. Primeiramente, estabeleça a faixa etária com que deseja trabalhar. Em seguida, analisando os blocos de conteúdos matemáticos apresentados nesta aula, estabeleça claramente que objetivos as crianças devem contemplar. Identifique os materiais necessários, o tempo de duração. Pense nas possibilidades reais de execução da atividade e, finalmente, escolha a maneira como vai avaliar o processo de aprendizagem.

RESUMO

Na faixa etária de zero a cinco anos, as crianças interagem com o meio que as cerca, procurando compreendê-lo. Assim, fazem observações, manipulam objetos, elaboram explicações para os fatos que vivenciam. A partir dessas ações, uma gama de conhecimentos, dentre eles os conhecimentos matemáticos, é mobilizada e desenvolvida. Quando nos damos conta disso, reconhecemos a importância da Educação Infantil na formação das crianças e entendemos que o principal recurso didático a ser usado pelo educador é o próprio conhecimento das crianças acerca do que se deseja trabalhar.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, discutiremos detalhadamente cada bloco de conteúdos matemáticos e apresentaremos algumas atividades que favorecem a construção dos conceitos neles envolvidos.

AULA 5

Blocos de conteúdos na Educação Infantil

Meta da aula

Apresentar os três blocos de conteúdo da Matemática a serem trabalhados na Educação Infantil, suas características conceituais, estratégias e atividades de ensino.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. reconhecer conceitos e noções de cada bloco de conteúdo matemático sugerido para o ensino na Educação Infantil;
2. identificar estratégias para o ensino dos conteúdos dos três blocos;
3. elaborar atividades que favoreçam a construção dos conceitos matemáticos envolvidos em cada bloco;
4. reconhecer aspectos conceituais que favorecem a integração dos três blocos;
5. elaborar atividades que favoreçam a integração da Matemática com as outras áreas do conhecimento humano.

Pré-requisitos

Para que você encontre maior facilidade na compreensão desta aula, é importante que você reconheça o papel do ensino da Matemática na Educação Infantil e identifique alguns princípios gerais para sua abordagem. Para tanto, você deve estar em dia com as ideias trabalhadas nos tópicos *Por que ensinar Matemática na Educação Infantil, O que ensinar de Matemática na Educação Infantil e Como ensinar? Recomendações didáticas* da Aula 4 deste módulo.

SISTEMATIZANDO NOÇÕES MATEMÁTICAS NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Na aula passada, tivemos oportunidade de perceber o quanto a Matemática está presente no nosso dia a dia desde que nascemos. Os bebês mobilizam ideias que se associam a conceitos matemáticos no reconhecimento dos espaços a que têm acesso, na identificação de possíveis alterações que esses espaços venham a sofrer. Embora ainda não saibam contar utilizando um sistema de numeração, conseguem, por exemplo, verificar o aumento ou a redução do número de elementos de um conjunto com que lida rotineiramente. Se a criança está acostumada a brincar com brinquedos que ficam guardados num cesto, facilmente perceberá a ausência daqueles que forem retirados num momento em que foi distraída; quando começa a engatinhar, começam a desenvolver noções de localização e deslocamento.

Gradativamente, as interações das crianças com o meio que as cerca vão se tornando mais complexas. Nas brincadeiras e nas atividades diárias, faz-se necessário não só escutar as ideias dos outros, mas também expor as suas. Os problemas a resolver, matemáticos ou não, tornam-se mais difíceis e elas precisam formular e comunicar procedimentos, argumentar, defender seus pontos de vista, e mesmo antecipar resultados de experiências não realizadas. Todas estas são ações que compõem o *fazer Matemática* e, assim, ensinar essa disciplina na Educação Infantil é muito mais do que preparar as crianças para as aulas do Ensino Fundamental. As ações e os conceitos desenvolvidos nas situações não escolarizadas podem e devem ser sistematizados para que sejam utilizados pelas crianças em novas circunstâncias, além daquelas em que se originaram. Nessa perspectiva, o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RECNEI 1998) aponta como o principal objetivo da abordagem da Matemática com crianças de zero a três anos *estabelecer aproximações a algumas noções matemáticas presentes no seu cotidiano, como contagem, relações espaciais etc.* (p. 215), e, para crianças de 4 e 5 anos, propõe:

• reconhecer e valorizar os números, as operações numéricas, as contagens orais e as noções espaciais como ferramentas necessárias no seu cotidiano;

• comunicar ideias matemáticas, hipóteses, processos utilizados e resultados encontrados em situações-problema relativas a quantidades, espaço físico e medida, utilizando a linguagem oral e a linguagem matemática;

• ter confiança em suas próprias estratégias e na sua capacidade para lidar com situações matemáticas novas, utilizando seus conhecimentos prévios (BRASIL, 1998, p. 215).

Sistematizar as noções matemáticas não significa dar a elas um tratamento formal. O processo de sistematização proposto para a Educação Infantil implica uma reflexão sobre tais noções, procurando identificar as várias situações em que estão envolvidas e buscando integrá-las a outras noções, o que proporciona o aumento da capacidade de resolver problemas das crianças.

Como podemos notar, nos objetivos traçados, o documento procura enfatizar o trabalho com conceitos aritméticos e espaciais. Na verdade, é nesse domínio que as crianças fazem suas primeiras incursões e expressam suas ideias matemáticas elementares. A percepção das formas presentes no espaço, o deslocamento nele, a quantificação e a medição dos objetos que o compõem requerem conceitos matemáticos.

Seguindo os objetivos, as crianças de até três anos devem ter oportunidade de utilizar a contagem oral e as noções de contagem em brincadeiras e músicas. Além disso, o professor deve criar condições para que manipulem objetos e brinquedos variados, empilhando-os, encaixando uns nos outros, percebendo características como bicos, pontas, capacidade de rolar etc.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 2 e 3

1. Você conhece a música a seguir?

Um elefante se pendurou numa teia de aranha
E, quando viu que ela resistiu, foi chamar outro elefante
Dois elefantes se penduraram numa teia de aranha
E, quando viu que ela resistiu, foi chamar outro elefante
Três elefantes se penduraram numa teia de aranha...

a) Que noções matemáticas podem ser trabalhadas com essa canção?

____

____

b) Que gestos as crianças podem fazer enquanto cantam para apreenderem as noções em questão?

____

____

____

c) Além de cantar a canção fazendo gestos, que atividade as crianças podem realizar para desenvolver noções matemáticas?

____

____

____

____

____

____

RESPOSTAS COMENTADAS

a) Notamos de imediato que, cantando essa canção com seus alunos, o professor poderá trabalhar a sequência numérica; b) Se, além de cantar, as crianças indicarem com os dedos as quantidades de elefantes mencionadas, estarão dando mais um passo no sentido de construir a noção de número. Gestos imitando os movimentos dos elefantes e da aranha favorecem o desenvolvimento das noções de espaço e forma; c) Comparando o tamanho de um elefante com o tamanho de uma aranha, o professor vai criar condições para a compreensão futura das noções de grandezas e medidas.

Em seus objetivos, o documento sugere também que, no trabalho com crianças de 4 e 5 anos, o professor aprofunde os conteúdos indicados para as crianças até três. Embora não se vislumbre a formalização, ele precisa atentar cada vez mais para os conceitos e procedimentos especificamente matemáticos produzidos pelos alunos quando estão em ação. A organização dos conteúdos em três blocos – *números e sistemas de numeração*, *grandezas e medidas*, e *espaço e forma* – visa a oferecer visibilidade às especificidades dos conhecimentos matemáticos a serem trabalhados.

No caso da canção da Atividade 1, com crianças de 4 e 5 anos, além de levá-las a cantar e gesticular, o professor pode lhes propor que desenhem a situação cantada. Como veremos nesta aula, o desenho é um dos tipos de representação espacial. O professor pode, ainda, apresentar, em fichas ou cartões, os números mencionados escritos com algarismos indo-arábicos, pedir que observem, na sala, objetos cujas formas se assemelham às partes do corpo do elefante etc.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 2 e 3

2. Uma prática muito comum na Educação Infantil é a comemoração dos aniversários das crianças. A criação de quadros com as datas dos aniversariantes do mês favorece, entre outras coisas, a reflexão sobre a medida do tempo e envolve registros numéricos. É comum também que, com a autorização da escola, as famílias façam festas para as crianças na sala de aula. Levam bolos, balões, enfeites e todos (professor, crianças e familiares) comemoram juntos. Pensando numa aula a ser dada após a realização de uma comemoração desse tipo, planeje questões para discutir com crianças de 4 ou 5 anos que possibilitem o desenvolvimento de noções matemáticas.

____
____
____
____
____

RESPOSTA COMENTADA

Após uma festinha de aniversário em que todas as crianças estivessem envolvidas, o professor poderia, numa conversa informal, perguntar-lhes quantas pessoas participaram, quantos eram os adultos, quantas eram as crianças, o que havia para comer, o que havia para beber, quantos copos de refrigerante cada criança bebeu, quantos pedaços de bolo cada uma comeu, que enfeites foram usados para ornamentar a mesa do bolo, que formas tinham esses enfeites, em que data a festinha foi realizada, quando o aniversariante fará aniversário de novo, qual é a próxima criança da turma a fazer aniversário etc.

Podemos observar que as situações têm um caráter múltiplo. Numa mesma situação, temos condições de explorar noções relacionadas aos três blocos e a outros domínios do conhecimento humano que não envolvem conceitos matemáticos. Na verdade, na Educação Infantil, a formação de conceitos matemáticos não deve ser a finalidade principal. O mais importante é que, vivendo situações como estas, as crianças possam interessar-se, fazer relações sobre as várias áreas e conseguir comunicá-las.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 5

3. Volte às Atividades 1 e 2 e identifique conhecimentos de outras áreas que podem ser abordados em meio aos conceitos matemáticos.

RESPOSTA COMENTADA

Na Atividade 1, podem ser mobilizados conhecimentos ligados às ciências biológicas. Por exemplo, numa conversa com a turma, o professor pode promover uma reflexão sobre as diferenças biológicas entre a aranha e o elefante; do que cada um se alimenta, onde cada um vive, se oferecem algum risco às pessoas, qual deles é amamentado pela mãe. Também pode haver uma reflexão sobre atitudes de cooperação e de resistência às adversidades.

A Atividade 2 favorece a discussão sobre as mudanças ocorridas no nosso corpo conforme o tempo passa e vamos fazendo aniversários. Também é possível uma reflexão sobre hábitos alimentares; em que medida as comidas e bebidas da festinha devem constar em nossa alimentação diária? A presença e o carinho dos amigos que compareceram à festinha não podem ser esquecidos; qual é a importância dos amigos na nossa vida? Com que atitudes conseguimos lhes retribuir a atenção que nos dispensam?

Como você já deve ter notado, uma situação nos oferece uma série de assuntos para refletir com as crianças. A identificação desses assuntos está diretamente relacionada ao que conhecemos sobre cada um, à nossa formação enquanto professores. Nesta aula, visamos ao ensino de noções matemáticas, por isso, vamos, a seguir, aprofundar as discussões sobre os blocos de ensino, ou seja, sobre *números e sistemas de numeração*, *grandezas e medidas*, e *espaço e forma*.

NÚMEROS E SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Os números estão presentes no cotidiano. Estão, entre outros materiais, nos calendários, nos telefones, nas camisas dos jogadores de futebol, nas placas de carro e ônibus, nos preços dos produtos, na numeração das casas e nos painéis dos elevadores. Como vimos na Aula 2, eles têm vários usos: servem para indicar quantidades, identificar algo, contar, medir e operar. Alguns desses usos são familiares às crianças e, informalmente, elas tentam compreendê-los, criando lógicas próprias. Quando confrontadas com situações associadas aos conceitos de número e sistemas de numeração, oferecem respostas diversas. É importante que o professor aceite tais respostas e trabalhe a partir delas.

Refletindo sobre o ensino deste bloco, lembre-se de como foram suas primeiras experiências escolares com os números. Converse com colegas de curso e procure identificar as experiências deles. Você perceberá que, embora estudando em escolas diferentes, de cidades e, até mesmo, estados diferentes, a estrutura do ensino de números não variava muito. Inicialmente, escreveram de 0 até 10; depois, até 20; quando dominaram esses números, avançaram até 50 e, posteriormente, até o 100. Esse processo é consequência da concepção de que é necessário ensinar os números um a um, seguindo a série numérica e logo classificando em unidades, dezenas e centenas. Porém, pesquisas nacionais e internacionais em Educação Matemática, realizadas nos últimos anos, têm mostrado que esse processo não favorece a construção de todas as características dos números e do nosso sistema de numeração. Enfatizando a sequência numérica, essa concepção deixa para segundo plano, por exemplo, o fato de ser um sistema de numeração posicional de base 10. Além disso, reduz a ideia de número a palavras. Na verdade, compreender o significado de um número abrange não só as palavras (um, dois, três, quatro etc.), mas a representação mental daquela quantidade. Ao pronunciar a palavra *quatro*, a criança deve imaginar quatro objetos, quatro pessoas, quatro elementos de um conjunto qualquer que para ela tenha significado. Se a pronúncia não for acompanhada da imaginação, não haverá formação do conceito de número.

Essa concepção de ensinar os números de um a um faz parte do senso comum. Muitas famílias, ao escolherem as escolas em que seus filhos vão estudar durante a Educação Infantil, fazem visitas, conversam com professores e coordenadores e optam por aquelas que julgam ter o ensino *mais forte*. Geralmente o critério que usam para decidir qual escola é *mais forte* está fundamentado nos conteúdos ensinados. No caso dos conteúdos de Matemática, são consideradas *mais fortes* as escolas que mais avançam no ensino da sequência numérica, ou seja, que ensinam a contar até o maior número. Sabemos agora que se trata de uma concepção equivocada.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

4. Observe o calendário de 2008 e, em seguida, faça o que é pedido.

CALENDÁRIO 2008

JANEIRO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

FEVEREIRO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	

MARÇO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

ABRIL

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAIO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNHO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

Faculté des lettres, Université Laval

CALENDÁRIO 2008

JULHO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

AGOSTO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

SETEMBRO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

OUTUBRO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

NOVEMBRO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

DEZEMBRO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

a) Leia em voz alta a sequência dos meses do ano.

b) Quantos meses o ano possui?

____

c) Qual é o primeiro mês do ano?

____

d) Qual é o último mês do ano?

____

e) Qual é o décimo mês do ano?

____

f) Todos os meses possuem o mesmo número de dias?

____

g) Quantos são os meses de 30 dias? Quais são eles?

____

h) Quantos são os meses de 31 dias? Quais são eles?

____

i) Qual é o mês que possui menos de 30 dias? Quantos dias ele possuiu em 2008?

____

j) Localize no calendário o dia 25 de dezembro. Em que dia da semana ele *caiu*? A contar desse dia, quantos dias faltavam para o início de 2009?

____

k) Qual é a data do seu aniversário? Em que dia da semana ele *caiu* em 2008?

____

RESPOSTAS

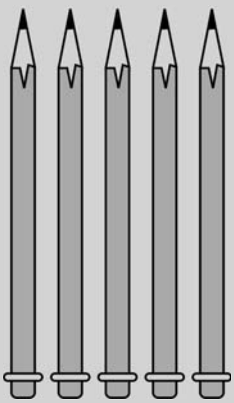
Como você sabe:
b) Um ano possui 12 meses.
c) Janeiro é o primeiro mês do ano.
d) Dezembro é o último mês do ano.
e) O décimo mês do ano é outubro.
f) Nem todos os meses possuem o mesmo número de dias.
g) Os meses de 30 dias são quatro: abril, junho, setembro e novembro.
h) Há sete meses de 31 dias: janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro.
i) Apenas fevereiro possui menos de 30 dias e em 2008 ele teve 28 dias.

j) O dia 25 de dezembro caiu *numa quinta-feira e, a contar dele, faltavam exatamente sete dias para o início de 2009.*

Certamente você não enfrentou maiores dificuldades para responder a essas questões. Nosso objetivo, ao lhe propor essa atividade, foi mostrar uma maneira contextualizada de solicitar contagens e enumerações, que não será uma tarefa fácil para as crianças de 4 e 5 anos. É necessário contar até o número 31, o que, para elas, é considerado "muito grande". Muitas não conseguirão imaginar essa quantidade. O professor precisará intervir. Se for preciso, poderá adaptar as perguntas para o caso de uma semana: quantos dias há em uma semana? Qual é o primeiro dia da semana? Qual é o último? Qual é o terceiro?

Trata-se, entretanto, de uma atividade imprescindível para a construção do conceito de número. Por meio dela, as crianças começam a perceber as regularidades no registro dos números. Por exemplo, percebem que há sempre dez números começando com um mesmo algarismo repetido. Além disso, contar é uma estratégia fundamental para se estabelecer o **VALOR CARDINAL** de conjuntos de objetos e o **VALOR ORDINAL** de um número (terceiro, quarto, décimo etc.).

VALOR CARDINAL de um conjunto de objetos corresponde ao seu número de elementos.
Exemplo:



5

O **VALOR ORDINAL** de um número corresponde à posição que ele ocupa na sequência numérica.
Exemplo:

Inicialmente muitas crianças recitam a sequência numérica numa ordem própria e particular, por exemplo, 1, 6, 9, 17 etc. Isso se deve ao fato de, no convívio social, elas terem aprendido a sequência sem se referir a coleções de objetos. Daí a importância de o professor propor atividades que vinculem a recitação às coleções.

Além das canções infantis que veiculam sequências numéricas, certos jogos e brincadeiras podem favorecer a compreensão dessas sequências. O *pique-esconde*, brincadeira em que uma criança fala a sequência numérica enquanto as outras se escondem no ambiente é um bom exemplo. Jogos com cartas numeradas, com dados, com tabuleiros em que a criança precisa deslocar peças por um certo número de casas também favorecem o entendimento da sequência numérica e a construção do conceito de número. É recomendável ainda o trabalho com álbuns de figurinha e a leitura de histórias em capítulos.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 4

5. Com apenas dois algarismos, podemos escrever vários números. Nesse sentido, responda ou faça o que é pedido.

a) Escreva todos os números de até dois algarismos usando os algarismos 1 e 2. Em seguida, coloque-os na ordem crescente e faça sua leitura.

___

b) Esta é uma atividade que favorece a construção de conceitos pertencentes a que bloco de conteúdos?

___

___

c) Como o professor pode usá-la para integrar conceitos dos três blocos?

___

___

___

RESPOSTAS COMENTADAS

a) Com os algarismos 1 e 2 podemos escrever seis números que satisfazem às condições do enunciado. Em ordem crescente, são eles: 1 (um), 2 (dois), 11 (onze), 12 (doze), 21 (vinte e um) e 22 (vinte e dois).

b) A escrita e a leitura de números integram o bloco de números e sistemas de numeração.
c) A reflexão sobre grandezas e medidas que podem ser expressas por esses números contribui para a integração dos blocos, por exemplo, que número deve ser usado para expressar quanto pesa a mochila, quantas horas faltam para o recreio ou quantos passos distanciam o armário da porta. Além disso, os números são usados na indicação de posições no espaço "a cadeira do meu amigo está a duas da minha" ou na comparação das formas.

Ler, comparar e ordenar números são procedimentos indispensáveis para a compreensão do significado da notação numérica. As crianças precisam compreender que a quantidade expressa por um algarismo depende da posição que ele ocupa no número. Tomando como exemplo os números da atividade anterior, o algarismo um representa uma unidade no número 21 e representa uma dezena no número 12. Para desenvolver tais noções, o professor pode pedir às crianças que contem o número de elementos de diferentes coleções e as organizem segundo a ordem crescente desses números. Contando objetos, as crianças aprendem a distinguir o que já contaram do que ainda não contaram e a não contar duas ou mais vezes o mesmo objeto. Descobrem que não devem repetir as palavras numéricas já ditas e percebem que não importa a ordem que estabelecem para contar os objetos, pois obterão sempre o mesmo resultado.

Pesquisas recentes mostram que as crianças reconhecem que, quanto mais algarismos o número tiver, maior ele será. Além disso, reconhecem os diferentes valores dos algarismos conforme a posição que ocupam. Ao comparar números formados pelos mesmos algarismos, elas se baseiam na posição que estes ocupam para descobrir qual é maior ou menor. Por exemplo, entre 34 e 43, elas decidem que 43 é o maior número, pois o 4, algarismo de maior valor, está situado mais à esquerda.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

6. Pode-se propor problemas relativos à contagem de diversas formas. É fundamental criar oportunidades para que as crianças contem agrupando os objetos. A seguir estão desenhados quatro conjuntos idênticos de tampinhas de refrigerante. No primeiro desenho, você deve contar as tampinhas de uma em uma. No segundo, de duas em duas. No terceiro e no quarto, você deve contá-las, formando grupos com 6 e com 10 tampinhas, respectivamente. Circule com lápis cada grupo que acabar de contar.

RESPOSTA COMENTADA

Em todas as coleções há 24 tampinhas. Agrupando-as de duas em duas, são formados 12 grupos; de três em três, são 8 grupos; de seis em seis, são 4 grupos e, de 10 em 10, apenas dois grupos são formados e 4 tampinhas não chegam a constituir mais um grupo.

Quando contamos as tampinhas de uma em uma, estamos acrescentando uma unidade à quantidade anterior. Na verdade, toda contagem é feita agregando-se uma quantidade de elementos à outra. Quando contamos de dois em dois, a quantidade acrescentada será dois. Quando contamos de três em três, de seis em seis e de dez em dez estas quantidades serão, respectivamente, 3, 6 e 10. Agrupar, acrescentar e agregar são ações relacionadas às operações aritméticas. Isso evidencia que o cálculo é aprendido junto com a noção de número e a partir do seu uso em jogos e situações-problema. Assim, podemos propor para as crianças situações em que tenham de resolver problemas aritméticos e não contas isoladas. As soluções encontradas podem ser comunicadas pela linguagem informal ou por desenhos.

Nessas situações, em geral, as crianças calculam com apoio dos dedos ou de materiais diversos, como tampinhas de refrigerante, palitos de sorvete, grãos etc.

GRANDEZAS E MEDIDAS

As noções matemáticas associadas ao bloco *grandezas* e *medidas* são de grande relevância social. Diariamente nos confrontamos com situações em que precisamos mensurar tempo, temperatura, comprimento, massa, capacidade e grandezas geométricas como perímetro, área e volume. O peso das mochilas, a dosagem dos xaropes, a verificação da temperatura do corpo, a observação dos preços e a utilização de calendários são circunstâncias que permitem contatos informais das crianças com esse assunto.

Reforçando os primeiros contatos, o convívio com um vocabulário específico possibilita às crianças estabelecer relações e fazer comparações. Objetos e pessoas têm, entre outros aspectos, tamanhos, pesos, volumes e temperaturas diferentes. No convívio social, tais diferenças frequentemente são assinaladas pelo uso de expressões como *está longe, está perto, é mais baixo, é mais alto, mais velho, mais novo, pesa um quilo, mede meio metro*. Relacionar e comparar são ações essenciais para que se realizem medições. Ao atribuírem significados a essas expressões, as crianças avançam na construção dos conceitos.

É preciso que o professor tenha em mente que a melhor maneira de aprender a medir é medindo. O trabalho na Educação Infantil deve criar condições para que elas obtenham medidas variadas, utilizando diversas unidades de medidas, entre elas, as não convencionais. Além disso, elas devem perceber a necessidade de uma unidade de medida padrão e, quando possível, devem reconhecer e utilizar adequadamente os principais instrumentos de medida.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

7. A ação de medir inclui a observação e a comparação entre objetos, então vamos começar estabelecendo comparações. Observe os desenhos e complete o texto com as palavras do quadro a seguir:

Grande	compridos	longe	alta	quente
pequena	curtos	perto	frios	

A menina que veste camisa listrada é mais ______________ do que a menina que veste camisa florida. Enquanto a primeira tem cabelos ________________ e segura uma boneca ______________, a segunda tem cabelos ______________ e segura uma boneca ___________________. Uma está ______________ da outra e as duas estão _________________ da casa. Está fazendo calor, logo é um dia ____________. No inverno, os dias costumam ser mais ________________.

RESPOSTA COMENTADA

As palavras que completam o texto são, nesta ordem, alta, compridos, pequena, curtos, grande, perto, longe, quente, frios. *Como comentaremos adiante, essas palavras, juntamente com outras como* grosso, fino, estreito, largo, pesado, leve, lento, rápido, *compõem o vocabulário necessário para o tratamento das grandezas e medidas.*

Nessa atividade, você teve oportunidade de observar um desenho e comparar pessoas, objetos e outros elementos que estavam representados nele. Para expressar a comparação, você empregou um vocabulário específico formado por palavras como grande, pequeno, comprido, curto, longe, perto, muito, pouco, quente, frio etc. O trabalho com *grandezas e medidas* na Educação Infantil também deve começar pelas comparações. Entretanto, as crianças devem ser levadas a estabelecê-las com base nas suas experiências sensoriais e perceptivas. Em outras palavras, elas devem tocar nos objetos, apalpá-los, aproximá-los para identificar diferenças. Por exemplo, com uma mão segura a própria mochila e, com a outra mão, segura a mochila de um colega para decidir qual é a mais pesada. Ou ainda, posiciona-se ao lado do colega para identificar se é mais alto ou mais baixo que ele. Classificar objetos segundo critérios variados – tamanho, forma, espessura etc. – é uma atividade bastante relevante. É importante apenas esclarecer que o desenvolvimento dessas capacidades comparativas não garante a compreensão de todos os aspectos implicados na noção de medida. Dando continuidade a tal processo, é recomendável que o professor explore situações com unidades de medida não convencionais.

> Os blocos lógicos é um material que favorece a classificação de objetos segundo diferentes critérios. São três formas geométricas (triângulo, quadrado e círculo), em três cores (vermelho, azul e amarelo), nos tamanhos *pequeno e grande* e nas espessuras *grosso* e *fino*. Ele é vendido em papelarias, mas também pode ser facilmente confeccionado com sucatas pelo professor.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

8. Vamos medir as dimensões (comprimento, largura e altura) deste livro usando o polegar como unidade de medida.

____

COMENTÁRIO

Os polegares das pessoas têm tamanhos diferentes. Além disso, a maneira como o polegar é posicionado – horizontal ou verticalmente – influencia nos resultados das medições. Portanto, não é possível termos uma resposta precisa para esta questão. Devemos, porém, tomar alguns cuidados na obtenção das medidas: não sobrepor um polegar a outro, e uma vez escolhida a posição do polegar que será usada ao medir, mantê-la até o final da atividade.

O polegar, o palmo e o passo são unidades de medida não convencionais que servem para medir comprimentos. Dependendo do que desejamos medir, podemos criar outras unidades não convencionais. Por exemplo, podemos medir a capacidade de uma piscina usando o balde ou medir o tempo que uma criança permaneceu num balanço, contando as *balançadas*. O raciocínio desenvolvido no trabalho com medidas não convencionais leva as crianças a perceber que há situações-problema que se resolvem com o uso de aproximações e outras em que é necessário mais rigor, maior exatidão. Historicamente as medidas não convencionais são as raízes dos sistemas de medida, e, usando-as, as crianças percebem que os padrões convencionados pela sociedade são necessários. Caso contrário, não conseguiríamos nos comunicar no comércio e no dia a dia.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

9. Pesquise as unidades de medida padronizadas mais utilizadas no nosso dia a dia para medir massa, comprimento, capacidade e tempo.

____

____

RESPOSTA COMENTADA

Para medir comprimento, as unidades de medida mais utilizadas são o metro, o quilômetro e o centímetro. Para medir a massa dos corpos e das substâncias, usamos frequentemente o quilograma, o grama e o miligrama. Com o litro e o mililitro medimos as capacidades dos recipientes, e o minuto, o segundo, a hora , o dia, a semana, o mês e o ano, entre outros, são unidades de medida de tempo.

MEDIDAS DE TEMPO

O tempo é uma grandeza mensurável que requer mais do que a comparação entre dois objetos. Utiliza-se de outras referências como dia e noite; manhã, tarde e noite; os dias da semana; os meses; o ano etc. Presente, passado e futuro e antes, agora e depois são noções que auxiliam a estruturação do pensamento e, assim, mais uma vez, é recomendável o trabalho com calendários mensais ou anuais. Temos na reflexão sobre medidas de tempo uma oportunidade de estabelecer elos com o bloco *número* e *sistemas de numeração*.

Certamente você se lembrou de outras unidades de medida além dessas e sabe que podemos estabelecer relações entre as diferentes unidades para medir uma mesma grandeza. Entretanto, essas noções são muito avançadas para serem trabalhadas na Educação Infantil. A prioridade nesse nível de ensino é a experiência em realizar medições, escolhendo adequadamente as unidades e os instrumentos de medida. É necessário que as crianças compreendam que há diferenças entre as unidades e utilizem instrumentos como réguas, fitas métricas, balanças, relógios, calendário etc.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

10. As atividades de culinária possibilitam um rico trabalho, envolvendo diferentes unidades de medida. Nessa perspectiva, elabore uma atividade para trabalhar as noções de grandezas e medidas a ser realizada com crianças da Educação Infantil e que se passe na cozinha da escola. Identifique as medidas em questão.

RESPOSTA COMENTADA

Ao fazer uma receita com as crianças na cozinha da escola, o professor pode criar condições para que elas reflitam sobre medidas de tempo (tempo de cozimento ou de resfriamento da receita, o prazo de validade dos ingredientes), medidas de massa e capacidade (as quantidades dos ingredientes expressas em litro, quilograma, colher, xícara etc.), medida do custo da receita. Além disso, se a receita for de algum alimento em que é possível modelar massa, como pães e biscoitos, pode ocorrer a comparação das formas (biscoitinhos grossos, biscoitinhos finos, pães compridos e outros).

Para muitas pessoas, a expressão medir o custo, que empregamos na resposta da atividade anterior, pode não ser familiar. Entretanto, é importante salientar que o dinheiro mede o valor dos objetos e, portanto, o sistema monetário também é um sistema de medida. O ponto de partida para o seu estudo é a comparação de preços, usando o vocabulário *caro* e *barato*. O trabalho com moedas e notas favorece ainda atividades de troca, a realização de operações e o cálculo mental. Temos aí mais uma possibilidade de integração com o bloco *números* e *sistemas de numeração*.

ESPAÇO E FORMA

Em muitas circunstâncias do nosso dia a dia, precisamos localizar objetos, comunicar posições e deslocamentos.

Quando alguém nos pergunta, por exemplo, onde colocamos um livro e sabemos que ele se encontra na prateleira de uma estante, temos duas opções: ou nos deslocamos até a estante, pegamos o livro e entregamos na mão da pessoa; ou, onde quer que estejamos, comunicamos sua localização "está na prateleira do lado direito da estante, na parte de cima, ao lado daquele objeto redondo". Quando um aluno, que é novo na escola, pergunta a outro aluno onde fica o banheiro, se este não quiser acompanhá-lo, precisa comunicar-lhe o deslocamento: "Siga em frente, vire no primeiro corredor à direita e observe as portas. A porta do banheiro é aquela que tem o desenho de um menino."

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

11. Como você descreveria para um amigo de curso o caminho do polo até sua casa? Suponha que seu amigo não conhece a região onde você mora e, portanto, é preciso que a descrição seja clara e objetiva.

____

____

____

RESPOSTA COMENTADA

Esta resposta é pessoal, mas, certamente, na sua descrição surgiram expressões como à direita, à esquerda, em frente, ao lado, paralela, transversal, curva, reta. *Enfim, foram utilizadas palavras relativas à localização e aos atributos das formas encontradas pelo caminho.*

Por meio da vivência, aprendemos a nos deslocar em casa, na escola, no nosso bairro e na nossa cidade. Identificamos facilmente semelhanças e diferenças entre formas. Percebemos possibilidades de encaixe entre elas. Porém, é por meio das reflexões promovidas pela escola que aprendemos a indicar um itinerário e seguir orientações de direção. Conseguimos também antecipar relações entre sólidos – se um cabe no outro, qual é o maior, se rolam ou não – sem ter de experimentá-las a cada nova situação. Voltando aos exemplos anteriores, a vivência nos permitiria apenas refazer os caminhos até pegar o livro na estante ou chegar ao banheiro. O conhecimento escolarizado nos instrumenta para descrever as localizações.

Assim como números e sistemas de numeração, o ensino dos principais conceitos associados ao bloco *espaço e forma* vem sendo revisto em virtude dos novos dados obtidos nas pesquisas em Educação Matemática. Durante muitos anos, você deve se lembrar bem, no planejamento anual dos professores e nos livros didáticos, as noções geométricas eram deixadas para o final e, na maioria das vezes, nem eram abordadas. Muitos alunos chegavam ao sexto ano, ou mesmo ao Ensino Médio, sem conhecer tais noções. Quando eram trabalhadas, os professores acreditavam que bastaria às crianças ver as formas e eles davam ênfase no uso adequado da nomenclatura.

Hoje em dia, a proposta de ensino é outra. As crianças precisam usar os nomes corretos, mas a aquisição desse saber não é tida como mais importante do que o conhecimento das características e das propriedades das formas geométricas. Na Educação Infantil, ao ensinarmos o bloco *espaço e forma*, devemos criar condições para que as crianças construam representações espaciais e reconheçam propriedades das formas e sólidos geométricos para resolver problemas. A observação e a exploração sensorial, as ações e deslocamentos levam cada criança a conceber o espaço de um modo particular. Embora não se perceba facilmente, conhecimentos usados na representação do espaço se integram com os conhecimentos das formas. Descrevemos o espaço, apontando as formas presentes nele. Podemos também desenhá-lo ou planificá-lo. Na planificação, usamos algumas formas geométricas.

Atividades que levam as crianças a se deslocar pela sala ou pela escola são o ponto de partida para o trabalho de localização. O professor e os colegas podem dar comandos para esse deslocamento, mas deixá-las deslocarem-se livremente e, em seguida, pedir-lhes que descrevam seus movimentos também têm uma função importante no processo de construção dos conceitos aí envolvidos. A seleção de referências para se localizar ou para indicar uma trajetória é uma estratégia que pode ser desenvolvida pelas crianças nessas atividades.

Considera-se que as experiências das crianças, nessa faixa etária, ocorrem prioritariamente na sua relação com a estruturação do espaço e não em relação à geometria propriamente dita, que representa uma maneira de conceituar o espaço por meio da construção de um modelo teórico.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

12. Procure lembrar-se da sala de tutoria do polo e faça uma representação da mesma.

COMENTÁRIO

Esta também é uma questão pessoal. Dependendo do polo e da sala escolhida, teremos representações distintas. Além disso, ainda que um colega escolha a mesma sala que você, provavelmente as representações serão diferentes, pois os ângulos de visão e os referenciais adotados serão distintas. Em comum encontraremos algumas formas geométricas, como retângulos para representar a sala, as carteiras e as mesas.

O foco do ensino do bloco *espaço e forma* é a representação, ou melhor, as representações do espaço. Por meio delas, as crianças conseguem indicar trajetos em locais que são familiares. O desenho é uma forma privilegiada de representação, na qual as crianças podem expressar suas ideias e registrar informações. É uma representação plana da realidade. Na Educação Infantil, as crianças devem ter oportunidade de desenhar ambientes e objetos a partir de diferentes ângulos de visão, como visto de cima, de baixo e de lado. O desenho de mapas também pode ser explorado neste nível de ensino. É fundamental apenas que o professor reflita sobre eles com as crianças. Pesquisas em Educação Matemática têm mostrado que, após refletir sobre suas produções, elas criam novos desenhos que favorecem a construção de novos conceitos.

Pode-se propor, também, representações tridimensionais, como construções de objetos, animais, plantas, carros, maquetes e painéis. As crianças podem utilizar para suas construções os mais diversos materiais: areia, massa de modelar, argila, pedras, folhas e pequenos troncos de árvores. Além de favorecer o desenvolvimento das noções associadas à localização, a construção permite uma exploração mais aprofundada das propriedades e características associativas dos objetos, assim como de seus usos sociais e simbólicos. Nos primeiros anos, os estudantes devem explorar uma ampla variedade de figuras e sólidos para conhecer as semelhanças e as diferenças entre as faces, a quantidade de vértices, diagonais e lados que eles têm e também para abordar com mais profundidade as propriedades de quadrados e retângulos, cubos e paralelepípedos, círculos e esferas.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

13. Faça uma lista com, pelo menos, dez objetos que podem facilmente pertencer a crianças da Educação Infantil. Em seguida, indique a que formas geométricas eles ou as partes que os compõem se assemelham. Pense em alguns critérios, fundamentados em suas formas, que podem ser usados para classificá-los.

RESPOSTA COMENTADA

Bola, boneca, carrinho, dado, apito, chapeuzinho de festa, língua de sogra, balões de encher, caixas de sapato, sacolas, baldinhos, canetinhas e copos plásticos são objetos que, por exemplo, fazem parte do universo infantil. Entre eles, temos aqueles que se assemelham a esferas (bolas e balões), cubos e paralelepípedos (dado e caixa de sapato, respectivamente), cones (chapeuzinhos) e cilindros (canetinhas, copos, baldinhos). Nas partes que os compõem, encontramos elementos semelhantes a círculos (rodas dos carrinhos, olhos das bonecas), quadrados (faces dos dados), retângulos (tampa da caixa) etc. Há vários critérios para agrupá-los, tendo por base propriedades das suas formas. Há aqueles que rolam, aqueles que possuem bicos, aqueles que possuem uma parte interna, aqueles que a forma varia, por exemplo: a língua de sogra, quando soprada, se assemelha a um cilindro; a sacola, quando está cheia, fica com a forma diferente da que quando está vazia.

Temos, assim, mais um exemplo da função educativa dos jogos e brinquedos. Eles podem proporcionar a exploração espacial em três perspectivas: as relações espaciais contidas nos objetos, as relações espaciais entre os objetos e as relações espaciais nos deslocamentos. Selecionar informações para descrever uma forma ou interpretar uma descrição para representá-la também são atividades a serem trabalhadas. A observação de características e propriedades dos objetos possibilita a identificação de atributos, como quantidade, tamanho e forma, e favorece, ainda, um trabalho integrando os três blocos de ensino.

O professor pode aproveitar atividades como esta para ensinar às crianças o uso correto da nomenclatura. Elas precisam, por exemplo, diferenciar um círculo de uma esfera para se comunicar, embora na linguagem cotidiana ambas sejam denominadas "bolas".

CONCLUSÃO

Afinal, como trabalhar ideias matemáticas na Educação Infantil? Nesta aula, você pôde refletir sobre os três blocos de conteúdos matemáticos, cuja abordagem na Educação Infantil é sugerida pelo Referencial Curricular Nacional. Além disso, realizou atividades que favorecem a construção dos principais conceitos presentes em cada bloco. É fundamental que você perceba que a divisão dos conteúdos matemáticos em blocos é feita apenas para melhor orientar o trabalho do educador e permitir-lhe definir com clareza os objetivos que as crianças precisam contemplar em suas atividades. A existência dos blocos não pode ser entendida como dissociação das ideias matemáticas. Conteúdos presentes em blocos diferentes influenciam-se do mesmo modo que conceitos matemáticos integram-se a conceitos de outras áreas do conhecimento humano. Nas atividades, procuramos enfatizar não só as características conceituais como também as possibilidades de um trabalho interdisciplinar. Algumas atividades precisarão ser ajustadas para serem colocadas em prática com as crianças. Acreditamos que, tendo compreendido as características conceituais dos blocos e as características das crianças de zero a cinco anos, tão discutidas na Aula 4 deste módulo, você terá condições de fazer tais ajustes.

ATIVIDADE FINAL

Atende ao Objetivo 5

A integração da Matemática com outras áreas do conhecimento pode ocorrer por meio da leitura e da interpretação de histórias infantis. Escolha uma história infantil e elabore perguntas a serem feitas para as crianças enquanto realizam sua leitura que, simultaneamente, favoreçam a compreensão da história e a construção de conceitos matemáticos. Indique a que bloco cada conceito pertence.

____

____

____

____

____

RESPOSTA COMENTADA

Para interpretar uma história infantil com seus alunos, o educador precisa refletir sobre questões ligadas ao número de personagens, à comparação dos personagens, às características do espaço onde a história se passa. Como vimos, contar, comparar e identificar propriedades de pessoas, objetos e espaços são ações que desenvolvem ideias matemáticas ligadas aos três blocos de conteúdos que estudamos.

RESUMO

Os três blocos de conteúdos matemáticos sugeridos para o trabalho na Educação Infantil são *números* e *sistemas de numeração, grandezas* e *medidas* e *espaço e forma*. Eles devem ser desenvolvidos em meio a brincadeiras e outras ações do dia a dia das crianças. No trabalho com *números*, é fundamental que as crianças associem a sequência numérica a coleções de objetos variadas, comparando e ordenando tais coleções. Apenas a memorização da sequência não assegura a construção do conceito do número. A comparação entre coleções ou entre elementos de uma coleção também favorece à compreensão de *grandezas e medidas.* Trabalhando atividades deste bloco, é importante ainda que as crianças tenham experiência com diferentes unidades de medida, padronizadas e não padronizadas. Finalmente, o estudo das *grandezas e medidas* pode ser integrado ao estudo do bloco *espaço e forma*. As crianças podem medir espaços e objetos de formas diferentes. O educador deve, por exemplo, criar condições para que elas, além de nomearem as formas, reconheçam por meio dos sentidos as propriedades daquelas com que seus objetos mais se assemelham, e comuniquem deslocamentos e posições nos espaços que costumam frequentar.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você terá oportunidade de refletir sobre situações cotidianas em que a Matemática se faz presente.

AULA 6

Matemática na rua e na escola

Metas da aula

Apresentar características da Matemática do dia a dia e da Matemática escolar, bem como relacionar e confrontar essas duas visões.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. diferenciar a resolução de problemas na Matemática do dia a dia e na Matemática presente na escola;
2. diferenciar as situações da Matemática na rua e as da Matemática na escola;
3. explorar estratégias de cálculo mental utilizadas no dia a dia;
4. interpretar uma situação do dia a dia no contexto escolar;
5. utilizar seus conhecimentos em uma situação contextualizada.

Pré-requisito

Para acompanhar esta aula, é necessário que você reveja, caso não lembre, alguns assuntos estudados nos Ensinos Fundamental e Médio: operações com números e cálculo de porcentagens.

INTRODUÇÃO

Muitas pesquisas em Educação Matemática sinalizam as dificuldades dos alunos com a aprendizagem da Matemática. Com isso, na busca da melhoria desse quadro, é comum que professores busquem a presença da Matemática no cotidiano para seu trabalho em sala de aula. Essa Matemática presente no cotidiano, ou no dia a dia, é chamada nesta aula de *Matemática na rua*.

A busca de uma relação entre o dia a dia e a Matemática está presente já há algum tempo nas práticas escolares e no discurso dos alunos que fazem perguntas frequentes sobre a aplicação da Matemática como: *para que serve isso?* Entretanto, as ações de aplicar a Matemática escolar no cotidiano parecem ainda não terem provocado o efeito desejado na aprendizagem dos alunos. Qual a sua visão sobre isso?

Nesta aula, vamos refletir sobre as características na rua e na escola, além de buscar relações e contradições sobre as mesmas.

SEU MANUEL DA PADARIA E SEUS PÃEZINHOS

No Boletim GEPEM número 51 de 2007, Antônio José Lopes, mais conhecido como "Bigode", trouxe um exemplo de uma interessante situação cotidiana. Nós nos inspiramos nela para criar a situação a seguir:

Em 1976, no Rio de Janeiro, foi criado o GEPEM com a finalidade de ser um grupo de estudo e pesquisa em Educação Matemática. Nessa ocasião, agregava cerca de 20 membros. Hoje o GEPEM conta com cerca de 300 sócios e publica semestralmente um boletim com artigos sobre Educação Matemática, atividades para sala de aula e resenhas. Quer saber mais? Visite: http://www.gepem.ufrrj.br/.

Um dia chega um freguês na padaria e pede 17 pães.

O tempo vai passando, o freguês vai comprando diariamente seus 17 pães, e seu Manuel vai se espantando menos, mas todo dia consulta sua tabela. Até que um dia...

No caso ilustrado na padaria, podemos destacar o fato de que para resolver o problema dos 17 pães, seu Manoel pôde lançar mão de uma tabela construída para facilitar seu trabalho, como nas copiadoras há uma tabela em que o funcionário faz consultas. Seu Manoel poderia ter usado ainda uma calculadora, ninguém o proibiria disso, caso fosse sua vontade. Na escola, a solução usual para esse problema é a conta $17 \times 0,24 = 4,08$, e geralmente o aluno não tem tanta liberdade na maneira de buscar e representar sua solução.

!

Uma característica da Matemática do dia a dia é a liberdade que temos para resolver o problema, enquanto na escola pretendemos que o aluno justifique o raciocínio utilizado no problema e mostre seus cálculos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

1. Um homem muito simples e com pouca instrução tinha uma pequena loja de tecidos. Certo dia, uma costureira chegou à loja e ofereceu R$ 50,00 por 20m de determinado tecido.

Um mês depois, a costureira vai à mesma loja e escolhe o mesmo tecido. O vendedor mede o tecido e vê que tem 50m.

Após analisar a paródia do vendedor e da costureira:

a. Escreva a situação apresentada com um problema em linguagem matemática.

b. Considerando-se a negociação inicial, em que 20m de tecido custam R$ 50,00, quanto a costureira deveria pagar pelos 50m de tecido? Justifique sua resposta, usando argumentos matemáticos.

c. Analise a solução dada pelo vendedor e a situação da resolução de um problema de Matemática na escola. Comente algumas diferenças.

a. ____
____
____
____
____

b.

c. . ____
____
____
____
____
____
____
____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. Para ilustrar a situação por meio de um problema em linguagem matemática, você pode pensar em diferentes abordagens. Aqui apresentaremos uma maneira de ilustrá-lo. Você pode pensar em uma forma mais longa que traga mais trechos da história apresentada. Caso você pense algo diferente, discuta com o seu tutor.
Uma costureira compra 20m de um tecido por R$ 50,00. Quanto deverá pagar por 50m do mesmo tecido?

b. Se 20m custam R$ 50,00, então 1m custa R$ 2,50 $(50 \div 20 = 2{,}50)$ *e 50m custam R$ 125,00* $(50 \times 2{,}50 = 125)$.

c. O vendedor resolveu seu problema comparando 20m de tecido com os R$ 50,00 pagos pela costureira. Ele poderia ter usado uma máquina de calcular, ou ainda uma máquina registradora que calcula o preço da mercadoria automaticamente, e ninguém o proibiria disso. Na Matemática da escola, desejamos que o aluno desenvolva cálculos e justificativas, e geralmente não existe a liberdade de utilizar outros recursos.
Vale ressaltar que, na situação apresentada, a proposta da costureira poderia ser aceita pelo vendedor, pois no comércio quando compramos grandes quantidades é normal termos um desconto. Um problema do dia a dia difere muito dos modelos apresentados na Matemática escolar, tanto na forma em que eles são propostos, quanto na maneira de se resolver.

A MATEMÁTICA ESTÁ PRESENTE NO DIA A DIA

É comum que as pessoas falem que a Matemática está presente no cotidiano das pessoas e também ouvirmos professores e pais observarem que alguns alunos que apresentam dificuldade no aprendizado da Matemática escolar costumam se sair muito bem em atividades cotidianas que envolvem principalmente as operações, como lidar com dinheiro, vendas e trocos.

Uma defesa para isso é o fato de o conhecimento escolar estar desprovido de significado cultural para muitas das pessoas que estão na escola. Seus usos e necessidades diárias estão inseridos num outro contexto, geralmente muito diferente do contexto escolar.

Uma criança que vende laranjas, por exemplo, e compra todo dia um saco de laranjas com 100 laranjas por R$ 20,00 (vinte reais), caso ela, ao vendê-las, faça-o em lotes de 10 laranjas a R$ 1,00 (um real) cada lote, ao final do dia, ela vai perceber que o que arrecadou, R$ 10,00 (dez reais), não é suficiente para ela comprar um novo saco de laranja, além de não ter lucro nenhum. Esse erro não tem volta, por isso ela inicialmente vai encontrar outras estratégias para suas ações, como perguntar ou observar outras pessoas que desenvolvem a mesma atividade.

Na escola, isso é diferente, se a professora propusesse essa mesma situação como um problema de sala de aula. Ele seria "coisa da escola", portanto errar ou acertar não traria nenhuma consequência grave.

O que queremos dizer é que estamos falando de duas matemáticas distintas. A Matemática da escola apresenta situações cotidianas para exemplificar seus conteúdos. A utilidade disso é a fácil apreensão do conteúdo, a possibilidade de estabelecer analogias que podem ser exploradas pelo professor. A *Matemática na escola* é um mundo de conceitos e resultados que tem por finalidade a aprendizagem da Matemática como ciência. A Matemática escolar privilegia atitudes mentais bastante diferentes daquelas usadas pela *Matemática da rua*.

!

Entendemos por Matemática da rua a Matemática usada no dia a dia e a Matemática da escola, a Matemática desenvolvida na sala de aula e que tem três características: é uma ciência, é uma linguagem e serve de instrumento para outras áreas de conhecimento.

É importante levar em conta o "conhecimento prévio" dos alunos, como afirma os PCN de Matemática (1997), mas temos de ter em mente que trazer o cotidiano não significa reproduzi-lo na escola exatamente como ele se dá na rua, isso seria impossível. Também é preciso considerar que na escola queremos, a partir desses contextos, construir um conhecimento que envolve capacidade de generalização e abstração características do pensamento matemático.

Embora seja interessante buscar aplicações dos **ENTES MATEMÁTICOS**, nem sempre isso é possível, pois uma das características dessa ciência é seu caráter abstrato, que, muitas vezes, só possui significado no universo das ideias.

ENTE MATEMÁTICO

É tudo aquilo que existe. Significa tudo que supomos existir na Matemática.

!

A diferenciação feita entre a Matemática na rua e a Matemática na escola não tem como objetivo diminuir a matemática do cotidiano, apenas registrar as diferenças da natureza dessas "matemáticas".

Para exemplificar como a Matemática muitas vezes só possui significado de acordo com suas próprias regras, reflita sobre as perguntas a seguir:

Você já utilizou uma equação do segundo grau em alguma situação concreta de sua vida? Já teve de somar duas frações para atravessar a rua? Já multiplicou seu saldo negativo de dois meses e milagrosamente encontrou um saldo positivo?

Muitos conceitos matemáticos podem e devem ser aplicados, mas outros, embora existam aplicação, envolvem um conhecimento muito além do desenvolvido até o Ensino Médio. Em qualquer situação, é preciso desenvolver na escola o gosto pela Matemática, e isso pode ocorrer por meio da construção de significados aos conteúdos estudados.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

2. Registre duas situações em que a Matemática está presente no dia a dia e duas em que está restrita ao contexto escolar.

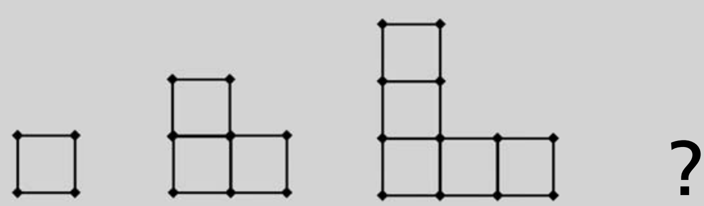
RESPOSTA COMENTADA

Situações presentes no dia a dia são, por exemplo: descontos em compra à vista, compra de canos (½ polegada, ¾ de polegada, dentre outros), capacidade das embalagens.
Situações restritas ao contexto escolar: o uso de letras que representam números (expressões algébricas), equações, funções.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

3. Vamos seguir o padrão dessas figuras formadas com palitos.



Padrão 1 Padrão 2 Padrão 3 Padrão 4

a. Quantos palitos são necessários para construir o Padrão 4?
b. A situação apresentada está presente no cotidiano do aluno? Em sua opinião, qual a relevância dela no contexto escolar?

a.

b. ____
____
____
____
____
____
____
____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. Observe que no Padrão 1 temos 4 palitos, no Padrão 2 temos 4 + 3 + 3 = 10 palitos e no Padrão 3 temos 10 + 3 + 3 = 16 palitos. Assim o padrão formado acrescenta 6 palitos a cada padrão e o número de palitos do Padrão 4 será 16 + 6 = 22 palitos.

b. Apesar de utilizar um objeto presente no dia a dia, os palitos, o problema forma um padrão restrito ao contexto escolar. Na continuidade da pergunta, pedimos sua opinião e você pode destacar muitos aspectos, mas é importante que você compreenda que as atividades matemáticas da escola podem ser interessantes e significativas e que nem sempre são motivadas pelo cotidiano.

CÁLCULO MENTAL NA ESCOLA E NA RUA

Grande parte dos professores preocupa-se exclusivamente com métodos algorítmicos, quando deveriam dar ênfase à compreensão e abrir espaço para as ideias prévias que os alunos trazem sobre determinado conteúdo matemático, além disso, mostrar a eles que essas ideias são, por vezes, equivocadas ou limitadas para a explicação da realidade.

Por exemplo, quando o assunto for subtração de números decimais, o professor pode e deve explorar procedimentos usados no dia a dia das pessoas: um aluno pode argumentar que calcula o troco sem que precise utilizar os métodos de subtração aprendidos na escola; embora a operação envolvida seja subtração, a ação envolve um raciocínio aditivo.

Para você entender melhor, digamos que uma pessoa faça uma compra de R$ 8,56 e pague com uma nota de R$ 20,00. O caixa certamente sabe dar o troco exato para a pessoa, juntando primeiro os centavos até chegar aos R$ 9,00, juntando uma nota de R$ 1,00 para chegar a R$ 10,00 e, finalmente, juntando uma nota de R$ 10,00 para chegar a R$ 20,00. Entretanto, é provável que ele não saiba responder de quanto foi o troco.

Os cálculos mentais feitos pelo aluno ou quaisquer outros processos utilizados por ele devem ser valorizados pelos professores, por meio de questionamentos sobre essas estratégias. Os professores devem também mostrar aos alunos que a Matemática, como ferramenta, possui procedimentos generalizantes, ou seja, resolve diferentes problemas com um único modelo.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

4. Faça, mentalmente, os cálculos a seguir e registre as suas estratégias de cálculo:

a. $40 \times 53 =$

b. $15 \times 9 =$

c. $315 \div 3 =$

d. $396 \div 4 =$

RESPOSTAS COMENTADAS

Aqui mostramos uma maneira de fazer as contas de cabeça, mas existem muitas outras soluções. É interessante que você procure outros caminhos e discuta com seu tutor.

a. Para calcular mentalmente 40 × 53, podemos pensar em efetuar 40 × 50 e depois 40 × 3, somando posteriormente os resultados. O que estamos fazendo é decompondo o 53 (em 50 + 3) e utilizando a propriedade distributiva:

$40 \times 53 = 40 \times (50 + 3) = 40 \times 50 + 40 \times 3 = 2.000 + 120 = 2.120.$

b. Neste caso, poderíamos ter pensado em calcular 15 × 10 e subtrair 15 do produto.

$15 \times 9 = 15 \times (10 - 1) = 15 \times 10 - 15 \times 1 = 150 - 15 = 135.$

c. A divisão pode ser pensada da mesma forma que a multiplicação. Decompomos o 315 como 300 + 15, calculamos 300 ÷ 3 e 15 ÷ 3, e somaremos os resultados obtidos:

$315 \div 3 = (300 + 15) \div 3 = 300 \div 3 + 15 \div 3 = 100 + 5 = 105.$

d. Podemos pensar em calcular da seguinte forma:

$396 \div 4 = (400 - 4) \div 4 = 400 \div 4 - 4 \div 4 = 100 - 1 = 99.$

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 3 e 4

5. Você tem R$ 50,00 para gastar no supermercado. Você não tem papel, portanto não pode armar as contas. Você também não tem calculadora. Mas você não quer que, ao passar pelo caixa, o valor da sua compra seja maior que o dinheiro que você tem. Algumas pessoas sentem-se envergonhadas por isso.
Em cada item temos uma situação, envolvendo uma adição, em que cada parcela representa o valor do produto que você deseja comprar. Pelo cálculo aproximado, identifique em cada situação se o seu dinheiro é suficiente ou não. Registre seu raciocínio.

a. 12,45 + 17,34 + 15,67 + 31,25

b. 31,45 + 7,98

c. 15,67 + 11,47 + 13,72 + 4,35

d. 15,32 + 16,45 + 17,85 + 18,32

RESPOSTAS COMENTADAS

O importante nesta atividade é que você observe que dificilmente duas pessoas utilizam as mesmas estratégias. Quando realizamos esse tipo de atividade com alunos, a discussão é interessante para que o aluno compreenda outras maneiras de raciocinar.

a. Observe que fazendo a conta "por baixo": 10 + 10 + 10 = 30, já encontramos R$ 60,00. Nesse caso, seu dinheiro não é suficiente.

b. Arredondado agora "para cima", teremos 32 + 8 = 40. Logo, o valor será menor que R$ 40,00 e, nesse caso, você pode levar sua compra.

c. Arredondado agora "para cima", teremos 16 + 12 + 14 + 5 = 47. Logo, o valor será menor que R$ 47,00 e seu dinheiro será suficiente.

d. Arredondado agora "para baixo", teremos 15 + 15 + 15 + 15, já encontramos R$ 60,00 e o dinheiro não dá.

!

Caso você não tenha acertado esta atividade, não se preocupe. Você está "na escola" e não "na rua", portanto não terá que devolver nenhum produto no caixa.

CONCLUSÃO

No ensino de Matemática, ainda hoje observamos algumas distorções no que se refere ao conhecimento prévio do aluno e do que deseja que o aluno desenvolva na matemática escolar. Para desconstruir as ideias de que devemos ensinar apenas o que é utilizado no dia a dia e que a Matemática na escola está dissociada de significados, é importante compreender a natureza dessas duas matemáticas.

É importante considerar as experiências de vida que os alunos trazem da rua para a escola e, principalmente, fazer da Matemática na escola um conhecimento significativo para que o aluno aplique os conteúdos matemáticos no cotidiano e em outras ciências. Respeitar o conhecimento do aluno significa considerar legítima tanto a Matemática na rua como a da escola.

ATIVIDADE FINAL

Atende aos Objetivos 4 e 5

Para trazer situações do cotidiano para o contexto escolar, precisamos explicar detalhadamente essa situação, pois muitas vezes não a compreendemos. Além disso, é importante formular problematizações coerentes com a situação estudada. Nesta atividade, vamos falar dos rótulos das embalagens.

Os alimentos industrializados, em sua maioria, não são constituídos só de fibras ou só de proteínas, ou ainda, apenas de vitaminas. Por isso, a Agência Nacional de Vigilância Sanitária – Anvisa – criou normas para os rótulos desses alimentos. Você já observou o rótulo desses alimentos? Ele nos dá informações sobre os nutrientes e suas quantidades.

O primeiro padrão a ser definido é uma referência das calorias ingeridas. Vamos considerar como base uma dieta de 2.500 Kcal, considerada por muitos nutricionistas um bom padrão para uma vida saudável e utilizada atualmente no rótulo dos alimentos.

Por exemplo, em uma dieta de 2.500 Kcal, o Valor Diário recomendado para o consumo de gorduras saturadas é 25 gramas. Nesse caso, 25 gramas correspondem a toda a gordura que uma pessoa deve consumir por dia, ou seja, 100%.

Voltando aos rótulos, na tabela a seguir você vê alguns valores de referência para uma dieta de 2.500 Kcal.

Nutriente	Quantidade
Carboidratos	375 gramas
Proteínas	50 gramas
Gorduras totais	80 gramas
Gordura saturada	25 gramas
Fibra alimentar	30 gramas

As informações do rótulo devem ser expressas por porção e pelo percentual do Valor Diário de Referência (%VD) de cada nutriente. O "%VD" é o percentual dos valores diários recomendados para o consumo de cada nutriente da porção do alimento.

Quando uma pessoa consome uma porção de um alimento que possui VD igual a 10%, estará consumindo 2,5 gramas de gorduras saturadas.

Além dos nutrientes da tabela anterior, o rótulo apresenta outras informações. Veja, como exemplo, o rótulo de um biscoito *cream cracker*:

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL Porção de 40g		
Quantidade por porção		
		% VD (*)
Valor calórico	190 kcal	8
Carboidratos	27 g	7
Proteínas	9 g	18
Gorduras totais	7 g	9
Gorduras saturadas	0 g	0
Colesterol	0 mg	0
Fibra alimentar	0 g	0
Cálcio	0 mg	0
Ferro	0 mg	0
Sódio	0 mg	0

%VD = percentual do valor diário de referência, tendo como base uma dieta de 2.500 Kcal.

* = quantidade não significativa.

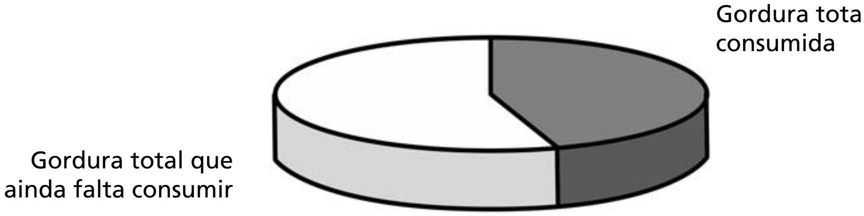
Analisando as calorias fornecidas no rótulo, temos que uma porção de 40 g de biscoito *cream cracker* tem 190 Kcal, o que corresponde a 8% do que uma pessoa deve consumir em uma dieta de 2.500 Kcal.

Analise a tabela de informação nutricional do biscoito *cream cracker* e responda:

a. Qual a quantidade de carboidrato que uma pessoa consome em uma porção (40 gramas)?

b. Qual o percentual do valor de referência diário de proteína que uma pessoa consome em duas porções (80 gramas)?

c. O gráfico a seguir pode representar a gordura total consumida por uma pessoa em uma porção? Por quê?



d. De acordo com a tabela de nutrientes, após comer uma porção, quantos gramas de carboidrato essa pessoa ainda pode consumir nesse dia?

e. Se uma pessoa comer 10 porções de biscoito em um único dia, quantas calorias ela ainda poderá ingerir nesse dia, no máximo, para não ultrapassar as 2.500 Kcal?

RESPOSTAS COMENTADAS

a. 27 g. Basta observar no rótulo.

b. Em uma porção consome-se 18%. Em duas: 2 × 18% = 36%.

c. Não. Essa pessoa consumiu 9% da gordura total que pode consumir em um dia e no gráfico a região é quase a metade.

d. 375 – 27 = 348.

e. Consumindo 10 porções de biscoito a pessoa consome 1.900 Kcal. Para não ultrapassar 2.500 Kcal, ela pode ingerir, no máximo, 2.500 – 1.900 = 600 Kcal.

RESUMO

A Matemática está presente em nosso dia a dia. Isso é constatado em situações como medição de temperatura, pesagens, preços, dentre outras. No entanto, a Matemática na escola não é a mesma que a aplicada na rua; é muito mais do que desenvolver de maneira científica as práticas empíricas. É um encadeamento de conceitos lógicos visando à construção de outros conceitos e teorias.

Uma das características da Matemática da rua é a liberdade de recursos e raciocínios para resolver o problema, enquanto na Matemática na escola os procedimentos e estratégias muitas vezes são mais fechados e desejamos que o aluno explique como pensou, seja por meio de cálculos ou outras formas de comunicar suas ideias.

Uma diferença importante entre a Matemática na rua e a Matemática na escola é que no dia a dia não calcular corretamente os gastos, lucros ou prejuízos faz você perder dinheiro, enquanto a mesma situação proposta na escola faz com que você no máximo perca "pontos". Isso faz com que, por mais próxima que a atividade seja a realidade do aluno, ela é sempre "de mentira", pois as consequências não são as mesmas.

A Matemática na escola muitas vezes pode utilizar situações do dia a dia, mas nem sempre isso é possível, nesse caso, o professor deve dispor de outras estratégias para que o conceito estudado seja abordado de maneira significativa para o aluno.

Sempre que possível, devemos trazer situações do cotidiano para o contexto escolar. Uma das maneiras de fazer isso é explorando o cálculo mental e enfatizando as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos. O professor deve estar atento e buscar outras situações que possam ser exploradas como o rótulo das embalagens industrializadas.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Como anda o seu raciocínio lógico? Vamos exercitá-lo um pouco na próxima aula.

AULA 7

Raciocínio lógico

Metas da aula

Apresentar uma introdução à Lógica, abordando alguns aspectos de sua história, os tipos de conhecimento, os tópicos que contribuem para a compreensão do tema em estudo e apresentar exemplos de questões que envolvem o raciocínio lógico.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. reconhecer o que significa Lógica;

2. praticar jogos lógicos;

3. resolver situações problemáticas que não envolvam números.

INTRODUÇÃO

As crianças aprendem melhor por meio de suas próprias experiências, pois elas permitem o desenvolvimento do *raciocínio lógico*.

Ao longo dos seus estudos, alguns joguinhos e charadas serão propostos para você resolver. Vamos lá?

VOCÊ SABE O QUE É LÓGICA?

Se alguém lhe perguntar "Você sabe o que é lógica?", você poderá responder: "É lógico que sim!" ou "É lógico que não!".

Qualquer que seja sua resposta, a expressão "É lógico" poderia ser substituída por "É claro que" ou "Não há dúvida de que", indicando uma conclusão considerada evidente para você e para a pessoa com quem você fala.

A análise lógica procura examinar as relações que existem entre uma conclusão e a evidência que lhe serve de apoio (SALMON, 1973, p. 13).

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

1. Explique livremente o significado de cada expressão:

a) "É lógico que eu vou!"

____

____

____

b) "É lógico que ela disse isso!"

____

____

____

COMENTÁRIO

a) "É lógico que eu vou!" pode significar: "Você sabe o que penso, gosto ou quero, sabe o que vai acontecer no lugar x *e na hora* y *e,* portanto, *não há dúvida de que irei até lá".*

b) "É lógico que ela não disse isso!" pode significar: "Sabendo quem ela é, o que pensa, gosta, quer, o que costuma dizer e fazer, e vendo o que está acontecendo agora, concluo *que é evidente que ela não disse isso."*

UM POUCO DE HISTÓRIA

A palavra *lógica* tem sua origem na utilização da palavra *logos* – com o significado linguagem-discurso e pensamento-conhecimento – pela Filosofia grega.

A Lógica, como disciplina, surgiu da indagação da existência ou não de regras, normas e princípios para o *logos*, ou seja, a Lógica estuda as formas gerais do pensamento sem se preocupar com o seu conteúdo.

> A lógica é a disciplina que trata das formas de pensamento, da linguagem descritiva do pensamento, das leis de argumentação e raciocínio corretos, dos métodos e dos princípios que regem o pensamento humano (KELLER; BASTOS, 2000, p. 15).

O criador da Lógica como instrumento do conhecimento em qualquer campo do saber foi Aristóteles.

Muito resumidamente, com base em Keller e Bastos (2000), podemos dividir a Lógica em três períodos:

a) Forma clássica antiga, ou Lógica grega antiga

No período compreendido entre os séculos IV a.C. e I d.C., destacam-se três grandes nomes: Crisipo, Aristóteles e Sócrates. A base das proposições lógicas desse período consta na linguagem natural com base no pensamento.

b) Forma escolástica ou medieval

Desenvolveu-se entre os séculos XI e XV d.C. Seus principais representantes são Abelardo, Alberto Magno e Tomás de Aquino. O final desse período caracteriza-se pela elaboração de uma lógica formal e **SEMIÓTICA**.

A **SEMIÓTICA** é, basicamente, o estudo dos signos, significados e representações. Com o tempo, seu campo expandiu-se em diferentes sistemas: música, fotografia, cinema, gestos etc.

c) Forma matemática

Nesse período, que se inicia no século XVII, época do Renascimento, busca-se descobrir métodos que auxiliem na pesquisa científica. A Matemática, então, passa a dar fundamentos para novos métodos. Entre outros, destacam-se Leibniz e Boole. Este último compara as leis do pensamento às leis da Álgebra.

TIPOS DE CONHECIMENTO

Para melhor compreender o que é raciocínio lógico e, especificamente, raciocínio lógico-matemático, é interessante que você estude ou relembre os tipos de conhecimento.

Podemos distinguir, com base em Piaget (1983), *três tipos de conhecimento*: o físico, o lógico-matemático e o social.

- **Conhecimento físico**

É o conhecimento das características do objeto pela observação da realidade externa. Por exemplo, a cor e o peso de um objeto.

Também deve ser destacada a importância da ação sobre os objetos. Observar, manipular, jogar, amassar e quebrar objetos, por exemplo, permite à criança descobrir e construir noções de tamanho, altura, espessura, densidade, cor, flexibilidade etc.

Portanto, a fonte do conhecimento físico está no próprio objeto.

- **Conhecimento lógico-matemático**

O conhecimento lógico-matemático consiste no estabelecimento de relações entre os objetos. Essas relações são criadas mentalmente por cada indivíduo. O conhecimento lógico-matemático é construído pela coordenação das relações internas anteriormente criadas.

Isso ocorre, por exemplo, quando se comparam duas bolas de tamanhos diferentes e se observa que uma bola é maior ou menor que a outra. Essa é uma relação criada mentalmente, pois a diferenciação estabelecida não se encontra nas bolas, mas na relação criada entre elas.

Também se pode perceber alguma diferença entre as cores das bolas, uma pode ser, por exemplo, vermelha e a outra, azul. Se forem ambas da mesma cor, pode-se dizer que uma é mais clara ou mais escura do que a outra. Estabelecendo relações entre vários objetos, a criança cria noções de massa, volume, mais, menos, comprimento.

Portanto, a fonte de conhecimento lógico-matemático é interna, ou seja, não está no objeto, mas no pensamento da criança.

- **Conhecimento social**

Para o conhecimento social, é indispensável a interferência de outras pessoas, pois ele é construído no meio social em que se vive. Não existe uma relação lógica ou física entre o objeto e o conhecimento sobre esse objeto.

Valores, normas, regras, tudo aquilo que é necessário saber para se integrar com o meio constitui-se em conhecimento social.

Por exemplo, um mesmo objeto é denominado de diferentes modos em línguas distintas. Não existe relação física ou lógica entre um objeto e seu nome; também o nome e a escrita dos numerais são adquiridos pela transmissão social.

A fonte do conhecimento social são as convenções construídas socialmente, portanto, de natureza arbitrária.

!

A estrutura lógico-matemática não pode ser ensinada diretamente, pois as relações são construídas internamente por cada um.

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

O desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático permite que se atinjam formas de raciocínio matemático de níveis mais elevados.

Portanto, não é apenas uma resposta correta o que importa, mas sim que o aluno reconheça o objetivo do problema que lhe é apresentado de modo a desenvolver o raciocínio para alcançá-la.

Para que uma criança desenvolva o raciocínio lógico, é fundamental que lhe sejam oferecidas situações que a envolvam e a desafiem a resolvê-las. Para aprender, é preciso participar e decidir. Lembre-se de que a passividade bloqueia o raciocínio e a criatividade. É preciso escolher procedimentos que, além de permitirem o alcance dos objetivos propostos, possam atender às perspectivas da criança.

Se o que se pretende é ter indivíduos capazes de produzir e de criar, e não apenas de repetir, é preciso lembrar, sempre, que compreender é inventar ou reconstruir por meio da reinvenção.

O contato com números desde a mais tenra idade não garante a aprendizagem. A resolução de exercícios é, muitas vezes, mera repetição de um modelo. Para o desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que o professor apresente situações que proporcionem a construção do conhecimento, isto é, que apresente problemas interessantes que instiguem seus alunos, que os provoquem a buscar estratégias de resolução.

Conhecer conceitos é importante, mas não é suficiente. Os alunos precisam saber aplicá-los em múltiplas situações.

Em geral, a falta de habilidades com números é apontada como responsável pelas dificuldades na aprendizagem da Matemática, que requer mais do que dominar cálculos e memorizar regras.

Como você já sabe, a Matemática não é apenas números (Aula 3).

De todo modo, com ou sem números, o que observamos com frequência é que as dificuldades na aprendizagem da Matemática estão relacionadas ao desenvolvimento do raciocínio lógico. Portanto, é fundamental estimular a observação, a curiosidade, o espírito investigativo e a criatividade do seu aluno. Isso contribuirá para o desenvolvimento do raciocínio lógico, do gosto pela descoberta e do interesse pela Matemática.

!

Para aprender Matemática, é preciso adquirir conceitos e compreender o significado de cada ação pois isto permitirá selecionar estratégias para a solução de cada situação.

Como afirma Kamii (2001, p. 22):

> (...) relações precisam ser criadas por cada indivíduo. Porque ideias como "diferente", "similar" ou "dois" não existem no mundo externo, observável. As crianças acabam elaborando seu conhecimento lógico-matemático coordenando as relações simples que elas criaram entre os objetos.

A LÓGICA DE LEWIS CARROLL

Muito conhecido pelo livro *Alice no país das maravilhas*, Lewis Carroll é o criador de um jogo que leva seu nome: *Doublets* de Carroll.

Em 1879, em um jornal chamado *Vanity Fair*, foi publicado pela primeira vez um *doublet*. Foi o próprio Lewis Carroll que escolheu o nome dessa espécie de quebra-cabeça com palavras.

Quem foi Lewis Carroll?

Lewis Carroll é o pseudônimo do escritor e matemático britânico Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), nascido em Daresbury, uma pequena cidade próxima de Manchester, Inglaterra. Na adolescência, ele entretinha seus irmãos com jogos e passatempos que ele mesmo criava.
Diplomou-se na Universidade de Oxford com louvor e foi convidado para permanecer naquele estabelecimento lecionando Matemática. Com seu nome de batismo, publicou obras de Geometria, Álgebra e Matemática. Sob o pseudônimo de Lewis Carroll, escreveu *Alice no país das maravilhas* e, depois, *Alice através dos espelhos*. Nesses livros, criou um universo, real e imaginário ao mesmo tempo, um cenário que contribui para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático.

Este jogo tem uma única regra, bastante simples: consiste em associar duas palavras por meio de outras palavras, todas com igual número de letras. A cada jogada, uma única letra pode ser substituída.

Por exemplo, partir da palavra “bolo” e chegar à palavra “laço”, assim:

b	o	l	o
b	o	**b**	o
l	o	b	o
l	o	**d**	o
l	**a**	d	o
l	a	**ç**	o

!

Observe que apenas uma substituição pode ser feita, nenhuma letra pode mudar de lugar.

Um outro exemplo: partindo da palavra “bom” chegar à palavra “mau” trocando apenas uma letra por vez:

b	o	m
s	o	m
s	o	**l**
s	**a**	l
m	a	l
m	a	**u**

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

2. Agora é sua vez!
Mudando uma letra por vez, tente, a partir da palavra "sol" chegar à palavra "lua" trocando apenas uma letra por vez:

s	o	l

Sempre trocando apenas uma letra por vez, procure chegar à palavra "bela" a partir da palavra "vida"

v	i	d	a

RESPOSTA COMENTADA

Veja como é possível:

s	o	l
s	**u**	l
s	u	**a**
l	u	a

v	i	d	a
v	i	**l**	a
v	**e**	l	a
b	e	l	a

JOGOS, PROBLEMAS E RACIOCÍNIO LÓGICO

Ao tentar resolver jogos como este da Atividade 2, a criança desenvolve o raciocínio lógico e trabalha criativamente. Quando ela procura a solução de um jogo, dispõe de alguns dados como ponto de partida e tem um objetivo a ser alcançado. Portanto, ela deve observar e analisar os dados para determinar como chegará ao objetivo. Desse modo, estará desenvolvendo o raciocínio lógico.

Podemos, portanto, afirmar que temos um problema quando dispomos de dados e um objetivo a ser alcançado, mas não sabemos como fazê-lo. Para solucionar o problema, precisamos examinar os dados e chegar a uma conclusão, à solução do problema. Para isso, precisamos pensar, raciocinar. Desse modo, desenvolvemos o raciocínio lógico.

UMA AVENTURA DE ALICE

Alice, ao entrar na floresta, perdeu a noção dos dias da semana. O Leão e o Unicórnio eram duas estranhas criaturas que frequentavam a floresta. O Leão mentia às segundas, terças e quartas-feiras, e falava a verdade nos outros dias da semana. O Unicórnio mentia às quintas, sextas e sábados, mas falava a verdade nos outros dias da semana.

Um dia Alice encontrou o Leão e o Unicórnio descansando à sombra de uma árvore. Eles disseram:

Leão: – Ontem foi um dos meus dias de mentir.

Unicórnio: – Ontem foi um dos meus dias de mentir.

A partir dessas afirmações, Alice descobriu qual era o dia da semana. Qual era?

Uma aventura de Alice foi retirada de DRUCK, Iole de Freitas. A linguagem lógica. In *Álgebra*. Capítulo 5. p. 257 a 265.
http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_icap5.pdf
Para melhor compreensão na resolução dos problemas apresentados, algumas adaptações foram realizadas.
Acessando o *link* indicado, além de *Uma aventura de Alice*, você encontrará outras atividades que envolvem o raciocínio lógico. Vale a pena!

Para a resolução desse problema, você pode utilizar uma tabela como fizemos a seguir:

M = dia de mentir;

V = dia de falar a verdade.

Dia da semana	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
Leão	M	M	M	V	V	V	V
Unicórnio	V	V	V	M	M	M	V

Na tabela, podemos marcar as possibilidades de acordo com as respostas de cada um.

Dia da semana	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
Leão	**M**	M	M	**V**	V	V	V
Unicórnio	V	V	V	**M**	M	M	**V**

Leão: – Ontem foi um dos meus dias de mentir.

Pela resposta do Leão, pode ser segunda ou quinta.

Unicórnio: – Ontem foi um dos meus dias de mentir.

Pela resposta do Unicórnio, pode ser quinta ou domingo.

Portanto, como os dois se referiam a um mesmo dia da semana, este era quinta-feira.

A "tabela verdade" é muito utilizada para a resolução de problemas práticos como esse, pois permite sintetizar e visualizar as informações.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

3.

Problema 1

Em outra ocasião, Alice encontrou o Leão sozinho. Ele fez as seguintes afirmações:

(1ª afirmação) Eu menti ontem.
(2ª afirmação) Eu mentirei daqui a três dias.
Qual era o dia da semana?

Problema 2
Em qual dia da semana é possível o Leão fazer as seguintes afirmações?
(1ª afirmação) Eu menti ontem.
(2ª afirmação) Eu mentirei amanhã.

RESPOSTA COMENTADA

Problema 1
(1ª afirmação) Eu menti ontem.
O dia poderia ser segunda ou quinta.

(2ª afirmação) Eu mentirei daqui a três dias.
Como o Leão mentirá 3 dias depois de hoje, hoje pode ser segunda, terça, quarta, sexta, sábado, domingo.

Dia da semana	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
(1ª afirmação)	**M**	M	M	**V**	V	V	V
(2ª afirmação)	**M**	**M**	**M**	V	**V**	**V**	**V**

Logo, o dia da semana era segunda-feira.

Problema 2
(1) Eu menti ontem.
A afirmação pode ser feita segunda ou quinta.

(2) Eu mentirei amanhã.
A afirmação pode ser feita quarta e domingo.

Dia da semana	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
(1ª afirmação)	**M**	M	M	**V**	V	V	V
(2ª afirmação)	M	M	**M**	V	V	V	**V**

Portanto, não existe um dia na semana em que seja possível o Leão fazer as duas afirmações.

Você pode encontrar outros problemas e jogos lógicos em:
TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. Rio de Janeiro: Record, 2001.
MACHADO, N.J. *Lógica? É lógico!* São Paulo: Scipione, 1990.

Para desenvolver efetivamente o raciocínio lógico, é importante que o problema seja adequado às características de quem vai resolvê-lo. Por isso, é importante que você esteja atento aos limites de seus alunos, não os subestimando, tampouco os supervalorizando.

Por isso, os problemas propostos não podem ser muito difíceis, tampouco muito fáceis, mas sempre devem ser interessantes e instigantes.

Isso significa que o enunciado de um problema, para quem vai resolvê-lo, deve ser:

- *acessível,* para não haver dificuldade de compreensão;
- *atraente,* para despertar a atenção.

CONCLUSÃO

Hoje, é vertiginoso o crescimento das informações que circulam, e, nesse contexto, a escola precisa questionar e transformar suas práticas, acompanhando as novas demandas da sociedade. Uma verdadeira educação matemática significa que, mais do que transmitir conteúdos, é necessário que o professor forneça as bases para que cada aluno pense por si, apresentando diferentes situações que lhes possibilitem o desenvolvimento do raciocínio lógico.

> Matemática precisa ser ensinada como instrumento para a interpretação do mundo em seus diversos contextos. Isso é formar para a criticidade, para a indignação, para a cidadania e não para a memorização, para a alienação, para a exclusão (ROCHA, 2001, p. 30).

A Matemática não é a única área do conhecimento que desenvolve o raciocínio lógico, mas, sem dúvida, destaca-se a sua relevância nessa tarefa. Por isso, é importante que os professores se preparem para torná-la interessante para seus alunos e também para si mesmos. Muitas vezes, o professor torna-se um mero transmissor de informações porque ele próprio não tem interesse no que ensina, sobretudo em Matemática, que carrega o estigma de uma disciplina "difícil".

Por isso, nunca é demais lembrar: não guarde suas dúvidas. Procure esclarecê-las, não deixe que se acumulem questões, pois isso poderá lhe trazer a sensação de sentir-se despreparado e inseguro nos seus estudos e no planejamento de suas aulas.

ATIVIDADE FINAL

Alice e o gato travam o seguinte diálogo (CARROLL, 2002):

– Podes dizer-me, por favor, que caminho devo seguir para sair daqui? – perguntou Alice.
– Isso depende muito de para onde queres ir – respondeu o gato.
– Preocupa-me pouco onde ir... – disse Alice.
– Nesse caso, pouco importa o caminho que sigas – replicou o gato.

a. Relacione o que você estudou sobre raciocínio lógico com o trecho lido.

b. Crie ou pesquise um jogo que utilize os blocos lógicos.

COMENTÁRIO

a. Não existe uma única resposta correta, mas é importante que você tenha destacado a relevância de se saber o objetivo que se deseja alcançar. O raciocínio lógico é desenvolvido com um objetivo; o caminho a seguir depende deste ponto de chegada. Quando não há uma meta, não se pode definir um caminho.

b. Os blocos lógicos podem ser utilizados para inúmeros jogos. Explore o jogo que você criou ou pesquisou junto aos seus colegas. Converse com o seu tutor sobre esta atividade. Após essas atividades de exploração, jogue com seus alunos e/ou com crianças com as quais conviva.

RESUMO

Os jogos lógicos e os problemas sem números contribuem para o desenvolvimento do raciocínio lógico e confirmam a importância da precisão das afirmativas e dos enunciados.

Aprender por meio das próprias experiências contribui para o desenvolvimento do *raciocínio lógico*.

Para Piaget, existem *três tipos de conhecimento*:

O *conhecimento físico*, que está no próprio objeto, pois trata do conhecimento das suas características pela observação da realidade externa.

O *conhecimento lógico-matemático,* que consiste no estabelecimento de relações entre os objetos.

O *conhecimento social,* que é construído no meio social em que se vive.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você verá como ocorre a construção do número e o desenvolvimento das noções numéricas sob diferentes aspectos sociais e psicológicos.

AULA 8

A construção do conceito de número

Meta da aula

Apresentar os aspectos que envolvem a construção do conceito de número inspirados na teoria de Piaget.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. identificar situações em que a criança conserva o número;
2. diferenciar as ações de agrupar e classificar os números;
3. utilizar situações de sequenciação e ordenação na construção do conceito de número;
4. utilizar os Blocos Lógicos e sua estrutura em diferentes atividades;
5. aplicar a estrutura multiplicativa dos Blocos Lógicos.

Pré-requisitos

O conhecimento sobre números naturais adquiridos no Ensino Fundamental e no Médio e o domínio das quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão. É importante também que você realize as atividades com os Blocos Lógicos. Caso você não tenha condição de adquiri-los, você pode encontrá-lo no seu polo.

INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem dos números estão presentes de forma significativa nos anos iniciais da escolaridade. Por isso, compreender os aspectos que envolvem a aprendizagem do conceito de número é uma questão relevante nesta aula. Nas Aulas 2 e 6 foram abordados outros aspectos sobre os números ressaltando seus diferentes usos, significados e representações, que não se restringem aos números naturais.

Nesta aula, vamos apresentar a construção do conceito de número natural segundo Kamii (1991), que utiliza a teoria de Piaget. Não defendemos que essa seja uma direção única, porém reconhecemos que muitos aspectos devem ser considerados. O que nos faz relativizar algumas das crenças inspiradas na teoria de Piaget é a perspectiva de que o conhecimento se constrói por meio de níveis, do concreto para abstrato. Outras pesquisas (FALCÃO, 2003) mostram que as crianças ainda nos anos iniciais podem construir generalizações e significados sofisticados desde que sejam oferecidas outras atividades.

Segundo a teoria de Piaget

> O número é uma estrutura mental que cada criança constrói a partir de uma capacidade natural de pensar e não algo aprendido do meio ambiente. Além disso, desde que o número é construído pela repetida adição de "1", pode-se dizer que a adição já está incluída em sua própria construção (KAMII, 1991, p. 23).

A seguir, apresentaremos os principais aspectos que segundo Kamii (1991) envolvem a construção do conceito de número.

CONSERVAÇÃO DO NÚMERO

Dizer que uma criança conserva o número é quanto ela é capaz de perceber que ao mudarmos a disposição de uma determinada quantidade de objetos, a quantidade de objetos continua a mesma.

Uma experiência para avaliar se a criança conserva o número pode ser feita da seguinte forma: colocar oito cartões alinhados e pedir que a criança coloque a mesma quantidade abaixo. A criança que conserva coloca a mesma quantidade de cartões, estabelecendo a relação um a um. Quando ela não conservar o número, ela colocará uma quantidade diferente da proposta inicial.

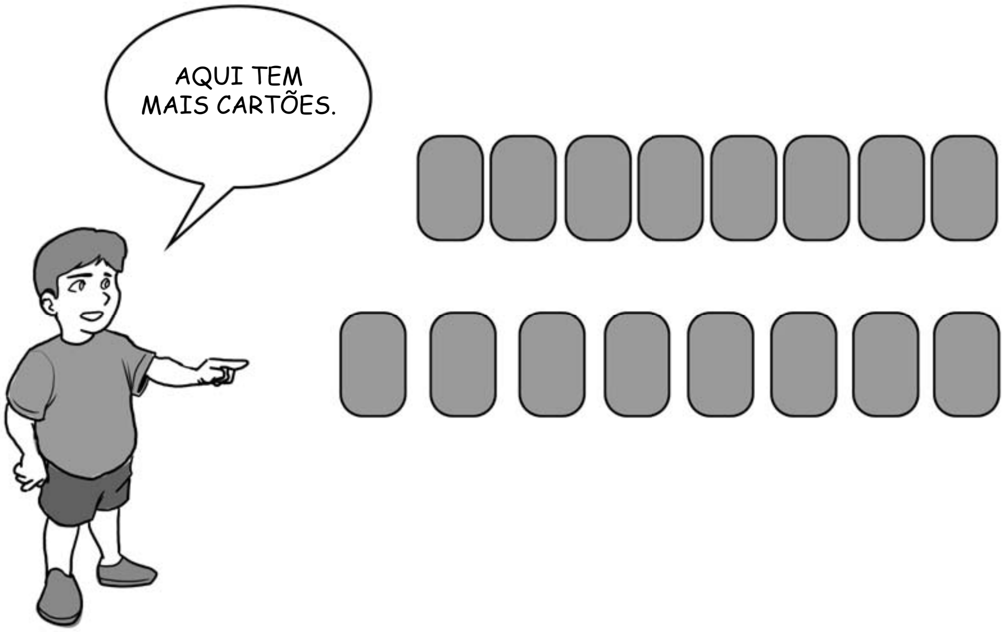


Figura 8.1: A criança não conserva o número.

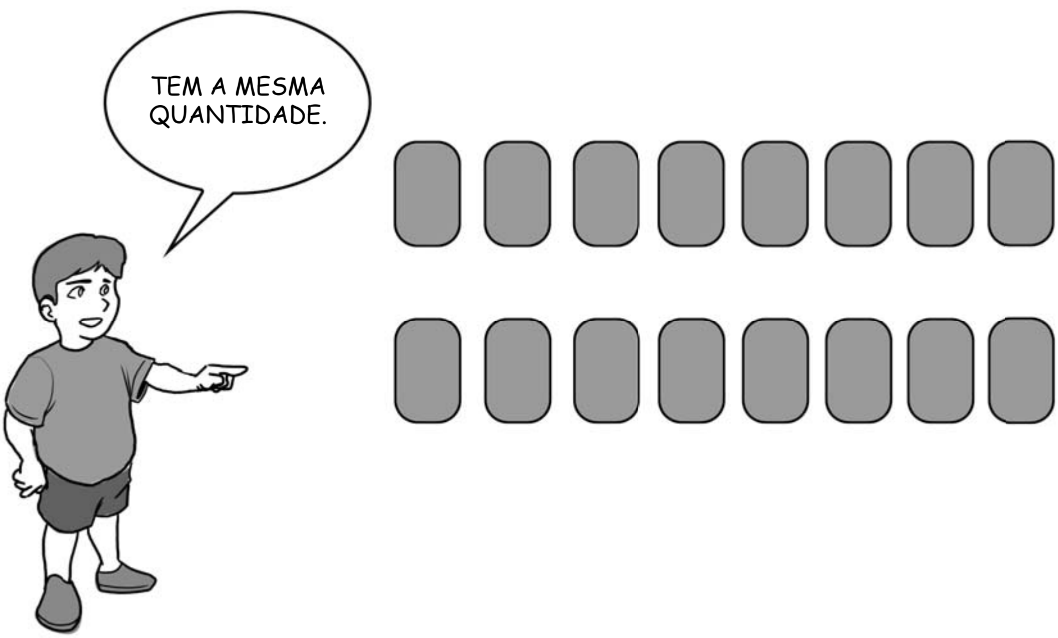


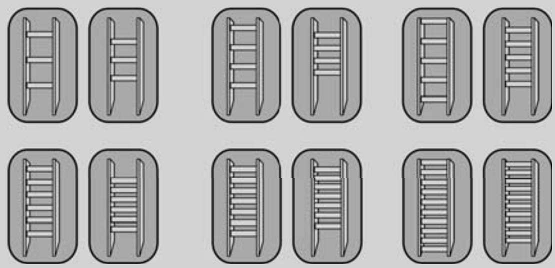
Figura 8.2: A criança conserva o número.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

1. Em sua obra, Piaget valoriza os jogos para a construção do conceito de número e de outros conceitos matemáticos.

Vamos apresentar aqui um jogo da memória formado por escadas que possuem o mesmo número de degraus, porém a distância entre os degraus é diferente. A ideia é a usual do jogo da memória. Os cartões devem estar voltados para baixo e o par deve ser feito com dois cartões nos quais as escadas têm o mesmo número de degraus.



a. Depois de deixar os alunos jogarem, pense em três perguntas que você pode fazer ao aluno para explorar a ideia de conservação.

b. Crie um outro jogo que explore a ideia de conservação de número.

COMENTÁRIO

Vale ressaltar que no jogo o participante tem iniciativa, curiosidade e utiliza assuntos aplicando regras; o jogo pode tornar-se uma estratégia didática quando as situações são planejadas e orientadas pelo adulto visando a uma finalidade de aprendizagem, isto é, proporcionar à criança algum tipo de conhecimento, alguma relação ou atitude. Para que isso ocorra, é necessário haver uma intencionalidade educativa.

a. É interessante propor perguntas que comparem duas escadas do jogo, como por exemplo:

Eu posso fazer um par com esta escada (mostrando o cartão da escada de três degraus) e com esta (mostrando o cartão da escada de sete degraus). Nesse caso, a comparação visual é mais simples.

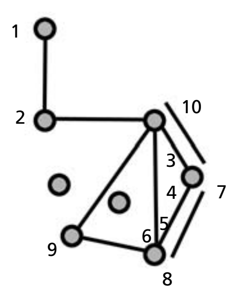
Eu posso fazer um par juntando esta escada (mostrando o cartão da escada com três degraus) e esta (mostrando o cartão com a escada com 4 degraus)? As duas escadas terão aproximadamente o mesmo tamanho, mas o número de degraus não será o mesmo.
Têm mais cartões com escadas de degraus mais próximos ou com degraus mais afastados?
b. Muitos jogos podem ser produzidos a partir dessa ideia. Na modalidade de jogo da memória podemos pensar em frutas, carros, bichos, com disposições diferentes nos dois cartões que formam um par. Modificando o tipo de jogo, você pode pensar em um bingo, em cuja cartela temos os objetos com uma disposição diferente daquelas feitas nas cartelas dos participantes. É interessante que futuramente você pense em jogos que permitam trabalhar além da matemática, outras situações, como meio de transportes, animais, dentre muitas outras.

A CONTAGEM ALEATÓRIA E A INCLUSÃO DE CLASSE

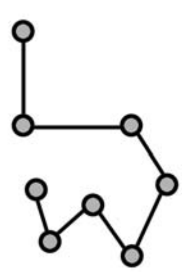
Muitas crianças desde muito cedo aprendem a recitar os números, principalmente a sequência de 1 a 10. Os pais ficam contentes com esse aprendizado, porém ele isoladamente não significa que as crianças já tenham construído o conceito de número. Reconhecemos que aprender a recitar uma sequência numérica envolve um aspecto da construção do conceito de número, que será explorado na próxima aula.

É comum uma criança que ainda não tenha o conceito de número construído contar objetos de forma aleatória, repetindo elementos.

Observe as duas figuras a seguir:



Situação 1: A maneira como muitas crianças até 4 anos contam.



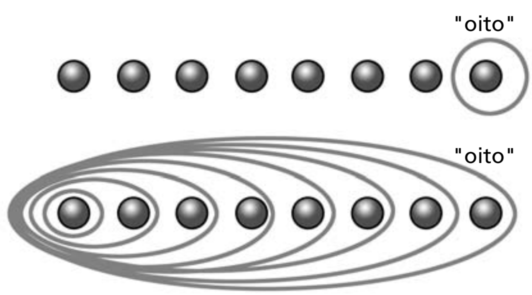
Situação 2: A ordenação mental dos objetos.

(KAMII, 1991, p. 33.)

Figura 8.3: Formas de contagem.

Na situação 1, a criança conta aleatoriamente os objetos; na situação 2, ela já é capaz de construir uma ordenação mental.

Um outro aspecto importante na construção do conceito de número é a inclusão de classe. Isso significa perceber que os números menores "estão dentro" dos maiores. As figuras a seguir sinalizam essa diferença. Observe.



Situação 1: A palavra "oito" para se referir apenas ao último elemento.

Situação 2: A palavra "oito" para se referir ao grupo inteiro de objetos.

(KAMII, 1991, p. 33.)

Figura 8.4: Inclusão de classes.

Na situação 1, cada número é associado a um único elemento. Quando contamos com a ajuda dos dedos cometemos esse equívoco, apontando para o último dedo e não para todos eles.

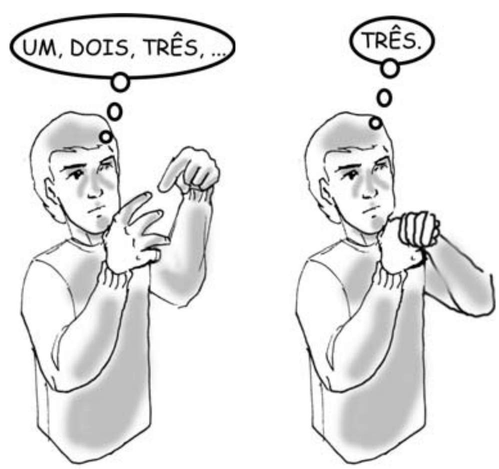


Figura 8.5: Contagem nos dedos.

AGRUPAMENTOS E CLASSIFICAÇÕES

Essas são duas importantes etapas que as crianças devem vivenciar para construir o conceito de número. São muitas as atividades que envolvem esses dois aspectos.

Essas ideias estão relacionadas à ideia de conjunto, porém acredita-se que devem ser trabalhadas de forma significativa. Embora sejam aspectos relacionados, existe diferença entre agrupar e classificar. Agrupar, como a própria palavra designa, significa "formar grupos", e formar grupos pode ser uma ação aleatória. Como, por exemplo, colocar num mesmo grupo: uma cebola, um lápis, um espelho e um sofá. Como não existe nenhuma ideia em comum entre esses objetos, podemos dizer que eles foram apenas agrupados.

Se por outro lado formamos um grupo com uma laranja, um pêssego, uma maçã, um mamão, podemos atribuir a esse grupo uma propriedade comum que é o fato de que todos são frutas.

Existem diferentes possibilidades para explorar agrupamentos e classificações. No trabalho com sucata, por exemplo, separar objetos segundo o material de que são feitos: vidro, plástico e papelão; ou ainda classificá-los pela forma. Uma outra fonte de exploração é relacionar com as outras disciplinas. Mostrar fotos de animais e classificá-los como mamíferos, répteis, aves etc.

É importante ressaltar que quando classificamos um determinado grupo de objetos eles podem não estar fisicamente próximos. Por exemplo, numa sala de aula em que os alunos se organizam por afinidade, podemos classificar o grupo de alunos que medem mais de 1,50m. Os alunos que fazem parte desse grupo não precisam aproximar-se uns dos outros para que sejam classificados dessa forma.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

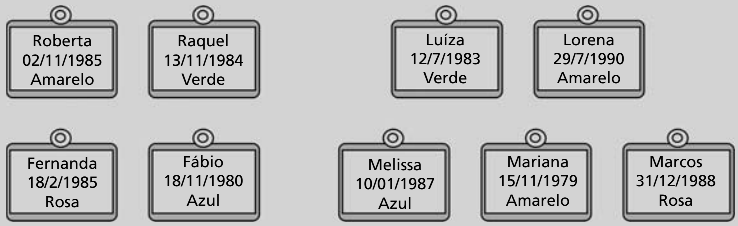
2. Observe os crachás a seguir:

a. Forme grupos com os crachás das pessoas cujo nome começam com a mesma letra.
b. Forme grupos com os crachás das pessoas que nasceram no mesmo mês.
c. Forme grupos com os crachás das pessoas que possuem a mesma cor de preferência.
d. Quem são as pessoas que nasceram na década de 1980?
e. Quem são as pessoas que fazem aniversário no primeiro semestre do ano?

RESPOSTA COMENTADA

O ideal é que essa atividade seja realizada na tutoria, onde os participantes deverão construir seus crachás com as seguintes informações: nome, data de nascimento e cor de preferência (ou fruta).

a.



b.

c.

d. Roberta, Fábio, Melissa, Luíza, Marcos, Raquel, Fernanda, Carmem.

e. Fernanda, Melissa, Carmem.

Nos itens *a*, *b* e *c*, você poderia ou não formar grupos com um único crachá. É o que denominamos na Teoria dos Conjuntos de conjunto unitário. Por exemplo, se eu pedisse para formar um grupo cujo mês de nascimento fosse outubro, não haveria nenhum crachá que pertencesse a esse grupo. Nesse caso, teríamos um conjunto vazio. Esses dois tipos de conjuntos não são naturais, pois não faz sentido, considerando que o conjunto é um agrupamento de objetos, nesse caso com uma propriedade comum. A atividade do crachá é um exemplo de como atribuir significado para esses tipos de conjuntos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

3. Escreva aleatoriamente quinze diferentes palavras em tiras de papel. Depois construa grupos de palavras com uma determinada propriedade em comum. Registre as palavras e a propriedade identificada por você.

COMENTÁRIO

Essa é uma atividade que pode ser aplicada em diferentes anos da escolaridade, e que proporciona uma integração com o ensino da Língua Portuguesa. Ela fica mais interessante quando realizada coletivamente, assim, a diferença entre as palavras deverá ser mais acentuada e a busca por propriedades em comum ficará mais desafiadora. Dentre as propriedades em comum, podemos citar:

- palavras que começam (ou terminam) com a mesma letra;
- palavras com o mesmo número de sílabas (ou letras);
- palavras que possuem a mesma sílaba (na grafia ou no som);
Ex.: cebola e selo.
- palavras que utilizam as mesmas letras para serem escritas;
Ex.: amor e Roma.

No trabalho com alunos, o professor poderá inserir palavras novas no vocabulário. Caso as crianças não saibam ainda escrever, o professor poderá fazê-lo. As crianças escolhem a palavra, e o professor escreve diante delas. Esse contato com a escrita é importante para a alfabetização das crianças.

SEQUENCIAÇÃO E ORDENAÇÃO

Outros dois aspectos importantes na construção do conceito de número são a sequenciação e a ordenação, pois os números naturais seguem uma sequência ordenada. Podem construir sequências com diferentes padrões e regularidades, como por exemplo:

Figura 8.6: Sequência de triângulos.

No nosso exemplo de sequência, temos um triângulo preto e outro triângulo branco; esse é um padrão que se repete. Pedir que as crianças continuem a desenhar triângulos de forma que mantenham o mesmo padrão é uma atividade que pode ter muitas outras variações, como fazer os desenhos e pedir que elas pintem obedecendo ou criando um padrão. Continuar a construir sequências está relacionado de forma intrínseca com a ordenação, embora a ordenação dos números prescinda de um conhecimento lógico-matemático mais abstrato.

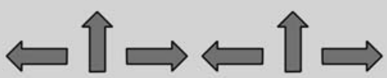
Quando as crianças recitam os números de 1 a 10, elas memorizam uma sequência ordenada de palavras, que são os nomes dos números. Por isso, dizemos que essa é uma etapa importante, mas não suficiente para a aprendizagem do conceito de número. Compreender que o 2 vem depois do 1, não significa que ela saiba que o 2 é maior que o 1.

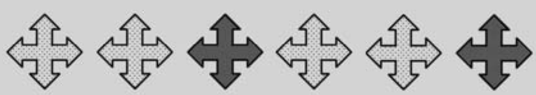
ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

4. As formas (geométricas ou não) são um excelente contexto para construir padrões de formação.
Continue as sequências desenhando os próximos cinco termos.

a. 

b. 

c. 

d. a, A , a, A , a, A ,....

RESPOSTA COMENTADA

a. 

b. 

c. 

d. a, A , a, A , a

Observe que em cada padrão a repetição dos elementos varia. Na primeira temos um ciclo da mesma figura em quatro posições diferentes, na segunda em três posições diferentes, na terceira temos as três figuras iguais, entretanto as duas primeiras têm uma hachura diferente da terceira, fazendo na mesma sequência dois ciclos diferentes. Por fim, na última figura temos a mesma vogal, uma maiúscula, outra minúscula, alternando-se.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

5. A seguir, apresentamos dois tipos de exercícios que o professor poderá passar para as crianças trabalharem com o sucessor e antecessor dos números naturais. Faça você cada uma das atividades e depois avalie criticamente cada uma delas.

1) Complete com o antecessor e o sucessor dos números a seguir:

a. _____ 1000 _____   b. _____399 ______
c. _____ 5000 _____   d. _____2999 _____
e. ______ 0 ______   f. _____ 50 _____

2) Complete as sequências:
a. 1, 2, 3, ___, ___, 6, ___, ___, ___, 10.
b. 16, 17, 18, ___, ____, ___, 22, 23, ___, ___, ___, ___, 28, 29, ___.
c. 50, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, 60.
d. 91, 92, ____, ___, ____, ____, 97, ____, ____, ____.

RESPOSTAS COMENTADAS

1) a. 999 , 1000, 1001.
b. 398, 399, 400.
c. 4999, 5000, 5001.
d. 2998, 2999, 3000.
e. 0, 1 (o zero não tem antecessor nos números naturais).
f. 49, 50, 51.

2) a. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.
b. 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.
c. 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60.
d. 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

Com exceção do zero, que não possui antecessor pois é o primeiro número natural, todos os outros números naturais possuem sucessor e antecessor. Aqui utilizamos números maiores, mas na fase inicial os professores devem usar números menores com as crianças, sem limitar-se a eles. Lembre-se de que as crianças possuem um conhecimento social dos números, portanto não é preciso que o seu

conhecimento social dos números, portanto não é preciso que o seu trabalho com as crianças fique restrito aos números de um a dez. Um exemplo são os números dos apartamentos, 201, 202, 203, 204, uma sequência de números em que se pode falar em sucessor e antecessor.
Nos exercícios apresentados, o primeiro apresenta uma parte da sequência, que era conhecido e utilizado por alguns professores (talvez ainda seja) como "dê os vizinhos". Nesse caso, a criança precisa já conhecer a sequência numérica com sua lógica. No segundo caso, como destacamos mais termos da sequência, isso pode ajudar a criança a construí-la.

Você sabe o que são axiomas?

Os axiomas são considerados verdades no interior de uma teoria matemática. A partir dessas verdades, é possível inferir outras. Assim, existem axiomas que foram considerados na construção do conjunto dos números naturais.
1) Zero é um número natural.
2) O sucessor de um número natural também é um número natural.
3) Zero não é sucessor de nenhum número natural.
4) Não há dois números naturais com o mesmo sucessor.

Se essa linguagem não lhe parece muito familiar, e ao mesmo tempo pode parecer óbvia demais, podemos fazer perguntas que levem as crianças a compreender essas ideias.
– Existe antecessor do zero?
– No conjunto dos números naturais, o que faço para encontrar o próximo número natural?

BLOCOS LÓGICOS

Os Blocos Lógicos também são conhecidos como Blocos Lógicos de Dienes, porque foram idealizados pelo matemático húngaro Zoltan Paul Dienes.

Esse material tradicionalmente era feito em madeira, mas hoje pode ser encontrado em plástico ou emborrachado. Além disso, pode ser confeccionado em isopor ou papel cartão (ou outro similar que dê rigidez para poder ser manipulado).

A descrição do material nos ajudará a entender sua estrutura. Os Blocos Lógicos possuem quatro atributos. São eles: forma, cor, tamanho e espessura. Cada um desses atributos possui uma quantidade de valores.

Para o atributo forma, temos quatro valores: quadrado, retângulo, triângulo e círculo.

Para o atributo cor, temos três valores: vermelho, amarelo, azul.

Para o atributo tamanho, temos dois valores: pequeno e grande.

Para o atributo espessura, temos dois valores: fino e grosso.

Pela sua estrutura é possível propor atividades que envolvem ações de agrupar, classificar e estabelecer correspondências entre as peças. É possível identificar semelhanças e diferenças e sequências lógicas.

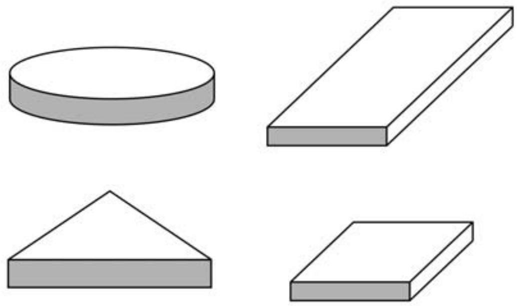


Figura 8.7: Blocos Lógicos.

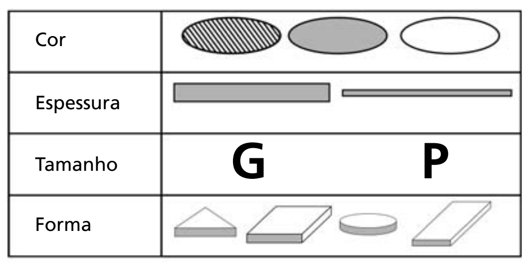


Figura 8.8: Atributos dos Blocos Lógicos.

Criamos esses símbolos para representar fino e grosso; pequeno e grande. Você pode criar ou combinar com os alunos outros códigos para representar os atributos lógicos, é uma forma de pensar nos blocos e nos seus atributos sem ter o bloco na mão; estaremos assim estimulando o raciocínio abstrato.

Os Blocos Lógicos têm por objetivo estimular as crianças a realizarem operações lógicas como, por exemplo, a correspondência e a classificação, que contribuem para a construção do conceito de número.

A origem da utilização de materiais concretos (ou manipuláveis) para a aprendizagem da Matemática é atribuída às pesquisas de Jean Piaget. Em suas pesquisas sobre a construção do conhecimento, ele sinaliza que a aprendizagem em Matemática envolve dois tipos de conhecimento: o físico e o lógico-matemático. A manipulação do material e a identificação dos atributos estariam relacionadas ao conhecimento físico. O conhecimento lógico-matemático acontece quando estabelecemos relações e utilizamos esses atributos, mesmo quando não estamos manipulando esse material.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 4

6. Manipulem o material, usem a imaginação e montem algum objeto ou qualquer outra coisa usando os Blocos Lógicos.

COMENTÁRIO

Esta atividade costuma ser chamada de jogo livre, ou seja, independentemente do material manipulável utilizado, devemos deixar que adultos ou crianças tenham um contato inicial livre com o material. Isso permitirá que cada um faça suas observações sobre o material, que compare tamanhos, cores, espessuras e formas. É comum alguns formarem figuras com as peças ou empilhá-los, tentando equilibrá-los, como se quisesse desafiar a lei da gravidade. das crianças.

Uma árvore de possibilidade é uma outra forma de representação de um material que possui uma estrutura multiplicativa. Existem alguns problemas que resolvemos utilizando a operação de multiplicação com a ideia de combinação.

Veja um exemplo típico: Carolina foi a uma sorveteria. Chegando lá, os sabores disponíveis eram morango, chocolate e baunilha, e ela poderia utilizar as caldas de caramelo ou chocolate. De quantas formas diferentes Carolina poderia pedir o seu sorvete de uma bola com calda?

Morango com caramelo	Morango com chocolate	Chocolate com caramelo	Chocolate com chocolate	Baunilha com caramelo	Baunilha com chocolate

Nem todos os problemas desse tipo precisam ser resolvidos dessa forma, bastaria você multiplicar o número de sabores do sorvete (3) pelo número de caldas disponíveis (2). Assim, $3 \times 2 = 6$ possibilidades de escolha de sorvetes com calda para Carolina.

Essa situação poderia ser representada por uma árvore de possibilidades da seguinte forma.

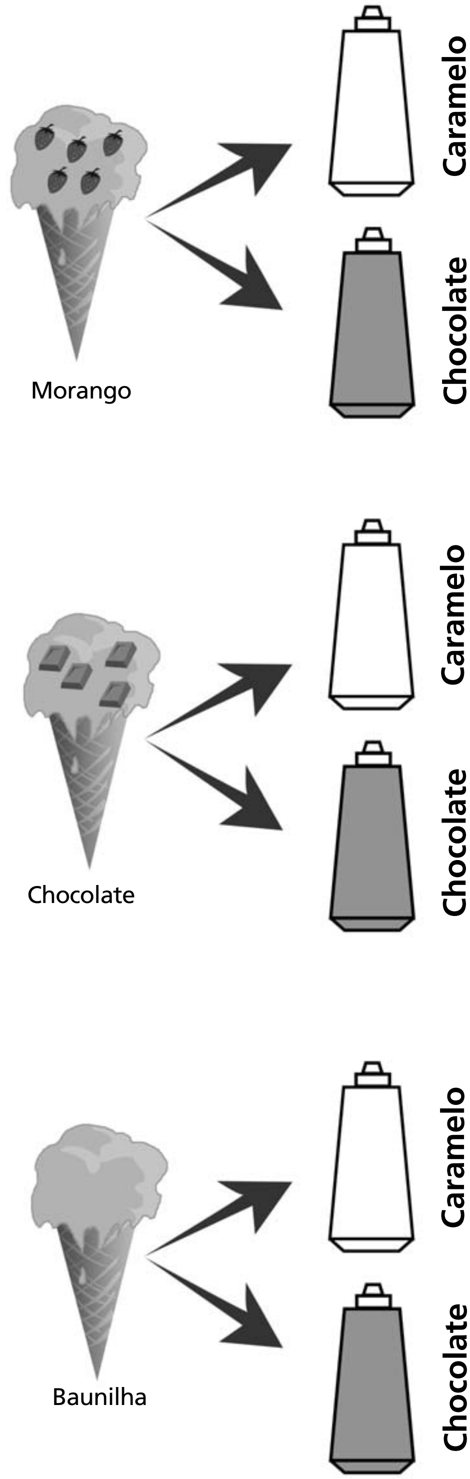


Figura 8.9: Árvore de possibilidades.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 4

7. Nesta atividade, você vai separar os Blocos Lógicos de acordo com:

• A cor.
a. Quantos grupos você encontrou?
b. Quantas peças de cada cor?

• A forma.
c. Quantos grupos você encontrou?
d. Quantas peças de cada forma?

• O tamanho.
e. Quantos grupos você encontrou?
f. Quantas peças de cada tamanho?

• A espessura.
g. Quantos grupos você encontrou?
h. Quantas peças de cada espessura?

7.a. Os Blocos Lógicos possuem 48 peças, podemos encontrar o total de peças, multiplicando a quantidade de valores que cada atributo assume. Assim:
_____ x _____ x _______x ______ = 48

RESPOSTA COMENTADA

Com esta atividade, é possível explorar os Blocos Lógicos de maneira orientada. Além disso, você está agrupando, classificando e conhecendo a estrutura do material. Dessa forma, outros materiais poderão ser idealizados e confeccionados com uma estrutura similar à dos Blocos Lógicos.

a. 3　　b. 16
c. 4　　d. 12
e. 2　　f. 24
g. 2　　h. 24

7.a. $3 \times 4 \times 2 \times 2 = 48$
No item 7.a., a ordem dos fatores poderá ser outra. O importante é saber que o produto da quantidade de valores de cada atributo resulta no número total de peças. Note que:
$3 \times 16 = 48$　　$4 \times 12 = 48$　　$2 \times 24 = 48$
Isso significa que, independentemente do atributo escolhido para ser agrupado e classificado, o total de peças se mantém.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 4

8. A seguir, temos algumas tabelas relacionando os valores dos atributos dos Blocos Lógicos. Você deve preencher cada célula com o total de peças que possuem aquelas características.

a.

	Vermelho	Amarelo	Azul
Pequena			
Grande			

b.

	Quadrado	Retângulo	Triângulo	Círculo
Pequena				
Grande				

c.

	Pequena	Grande
Fina		
Grossa		

d.

	Quadrado	Retângulo	Triângulo	Círculo
Vermelho				
Amarelo				
Azul				

RESPOSTA COMENTADA

Você poderá usar o material para encontrar a quantidade de peças correspondentes em cada uma das células da tabela.
a. Cada uma das células será preenchida com o número 8.
b. Cada uma das células será preenchida com o número 6.
c. Cada uma das células será preenchida com o número 12.
d. Cada uma das células será preenchida com o número 4.
Observe que se somar (ou multiplicar, pois são parcelas iguais) todos os números de cada tabela, você encontrará o total de peças dos Blocos Lógicos, que é 48.
Com as crianças, essas tabelas podem ser confeccionadas em papel pardo (como um cartaz) e colocadas no chão ou sobre uma mesa para que elas coloquem as peças em cada uma das células da tabela. Dessa forma, esta atividade pode ser realizada por grupos de alunos.

CONCLUSÃO

O conhecimento adquirido nesta aula deve ser enriquecido com outras formas de trabalhar o número. A utilização da teoria de Piaget na construção do número apresenta muitas contribuições quando compreendemos as características apresentadas. Existem outros aspectos importantes na construção do número que trataremos na próxima aula. Acreditamos que, com o conhecimento de todos esses aspectos, teremos, como educadores, uma visão ampliada do assunto para um futuro trabalho com alunos.

ATIVIDADE FINAL

Atende ao Objetivo 5

Utilizando os Blocos Lógicos, faça estas atividades:

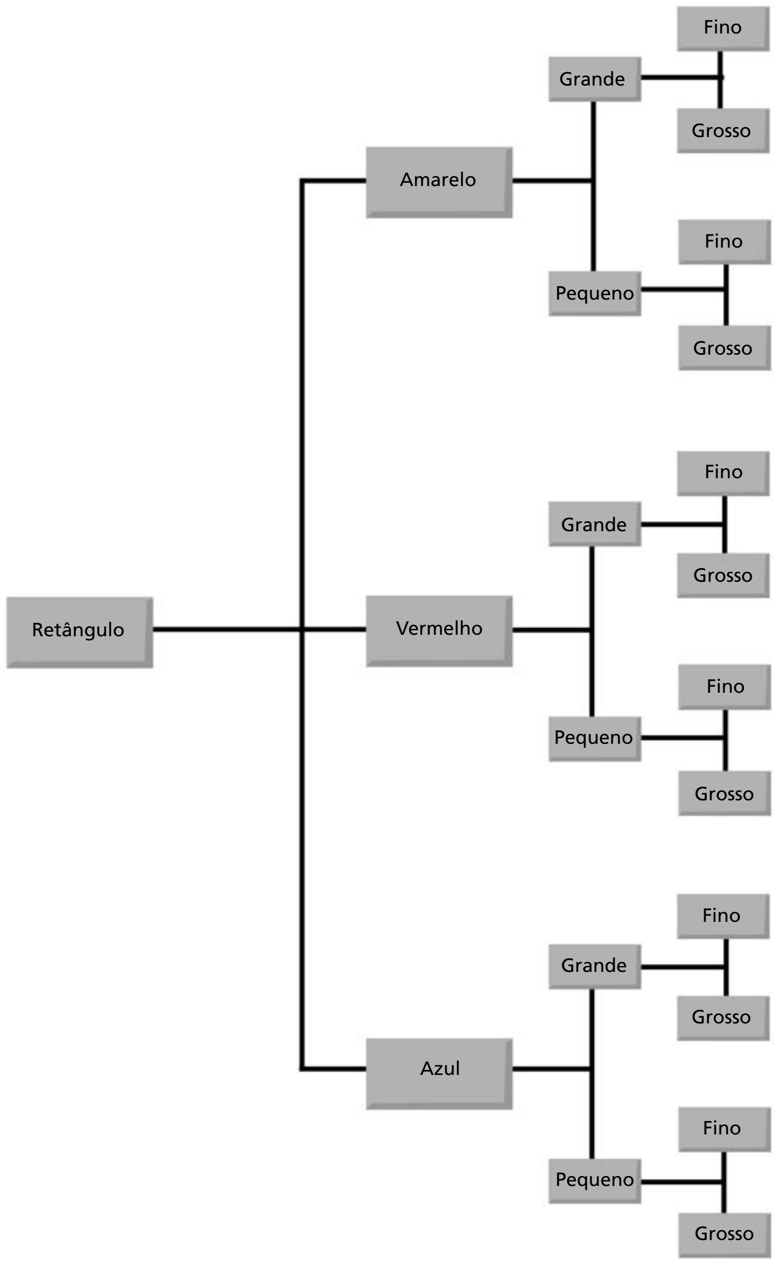
a. Construa uma árvore de possibilidades com todos os retângulos.

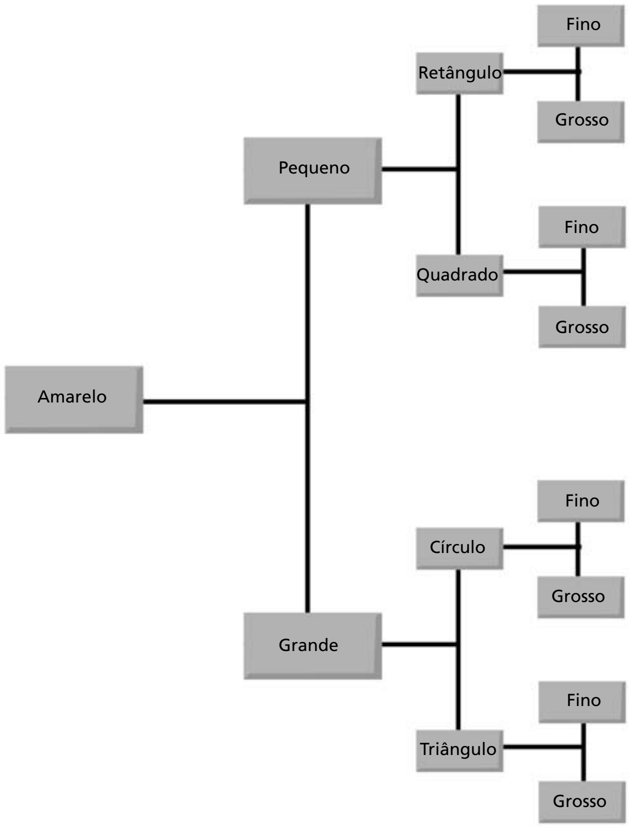
b. Construa uma árvore de possibilidades com 16 peças do total de peças dos Blocos Lógicos. A sua resposta é a única possível? Justifique.

c. Quantas peças quadradas e amarelas possui esse material?

d. Quantas peças quadradas ou amarelas possuem os Blocos Lógicos?

e. Quantas peças não vermelhas possui esse material?


Retângulo
Amarelo
Grande
Fino
Grosso
Pequeno
Fino
Grosso
Vermelho
Grande
Fino
Grosso
Pequeno
Fino
Grosso
Azul
Grande
Fino
Grosso
Pequeno
Fino
Grosso



b. Esta não é a única resposta possível para construir uma árvore com 16 peças. Você poderia construir outras árvores com todos os blocos vermelhos ou azuis. Além disso, depois de definido o atributo inicial, os outros atributos poderiam trocar de ordem, mais uma vez porque a estrutura multiplicativa do material nos permite essa flexibilidade.

c. Podemos separar as peças do material, fazer uma árvore de possibilidades ou, ainda, usar o princípio multiplicativo:
Temos 1 forma (quadrado), 1 cor (amarelo), 2 espessuras (fino ou grosso) e 2 tamanhos (pequeno ou grande). Assim, $1 \times 1 \times 2 \times 2 = 4$.

d. Vamos usar um raciocínio diferente. Temos um total de $48 \div 4 = 12$ *quadrados (total de 48 peças distribuídas igualmente pelas 4 formas) e um total de* $48 \div 3 = 16$ *amarelos (total de 48 peças distribuídas igualmente pelas cores). Mas observe que o problema pede as peças quadradas ou amarelas. Quando contamos os quadrados consideramos inclusive os quadrados amarelos; quando contamos as peças amarelas contamos novamente os quadrados amarelos. Assim, temos 12 (peças quadradas) + 16 (peças amarelas) – 4 (peças quadradas e amarelas que foram contados duas vezes e já calculamos no item c) = 24.*

e. Temos $48 \div 3 = 16$ *peças vermelhas. Assim, temos* $48 - 16 = 32$ *peças não vermelhas.*

RESUMO

Abordamos nas aulas anteriores os números e as diferentes maneiras de utilizá-los, de construir significado sobre esse conceito. Nesta aula, abordamos os números de acordo com a teoria de Piaget.

Uma das ideias centrais de Piaget é a conservação. Em particular, a conservação do número que significa que a quantidade é mantida quando mudamos a posição de determinados objetos.

É importante compreender que enumerar os números 1 a 10, ou até de 1 a 20 não quer dizer que a criança já tenha o conceito de números construído, isso é apenas uma das ações desse conceito. Quando a criança conta aleatoriamente objetos ela pode repetir números. Para que conte corretamente, ela precisa construir uma ordenação mental e perceber que números maiores incluem os menores (inclusão de classes).

Para formar grupos, podemos apenas juntar os objetos. Quando formamos um grupo com uma determinada característica comum entre os objetos, estamos classificando.

Outra ideia importante na construção do conceito do número é a ideia de sequenciação, formar sequências de diferentes padrões, e a de ordenação, como, por exemplo, escrever os números de 1 a 10. Observe que o fato de saber a ordem dos números, não é suficiente para comparar os números, reconhecendo quem é o maior ou menor.

Piaget valoriza a ação de concretização de ideias através de materiais concretos ou manipulativos. Para exemplificar essa ideia, apresentamos os Blocos Lógicos. Estes possuem uma estrutura lógica em sua formação, são quatro atributos ou características: forma (4), cor (3), tamanho, (2) e espessura (2) e por terem essa estrutura, favorecem o desenvolvimento de diversas atividades que exploram agrupamentos, classificações, correspondências e comparação.

O material favorece a exploração de atividades desde a Educação Infantil a todo o Ensino Fundamental, em diferentes níveis de profundidade e de ações. Nessa perspectiva, apresentamos atividades em que utilizamos a representação sob a forma de árvore de possibilidades e exploramos essa representação na abordagem de diferentes abstrações.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula apresentaremos as características do sistema de numeração decimal.

AULA 9

Sistema de numeração decimal

Meta da aula

Apresentar as características do sistema de numeração decimal.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. identificar os símbolos do sistema de numeração decimal;
2. aplicar a característica posicional do sistema de numeração decimal;
3. identificar o valor absoluto e relativo de um algarismo de um número;
4. comparar números;
5. utilizar a característica aditiva do sistema de numeração decimal;
6. utilizar o Material Dourado para trabalhar ideias do sistema de numeração decimal.

Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula, além do seu conhecimento sobre números, é interessante que você relembre a abordagem sobre números feita nas Aulas 2 e 8.

INTRODUÇÃO

No mundo atual, convivemos com muitos números. Os astrônomos afirmam que existem 70.000.000.000.000.000.000.000 (lemos 70 sextilhões) de estrelas no universo conhecido, e isso parece uma quantidade "astronômica". Você deve se lembrar de que um átomo é formado por nêutrons, prótons e elétrons, mas provavelmente você não sabe que a massa de um próton é de aproximadamente 0,00000000000000000000000167 gramas, ou seja, ele é bem "levinho". Para que nossa sociedade se desenvolva, precisamos lidar com números muito grandes e muito pequenos, e para isso precisamos de um sistema de numeração que seja adequado nos dias de hoje, como o sistema de numeração que usamos. Esse sistema de numeração é chamado indo-arábico ou Sistema de Numeração Decimal. Ele foi criado no século III a.C., e é utilizado até hoje. Para falar sobre o sistema de numeração, temos dois focos: um deles é compreender sua formação, suas características e como trabalhar com alunos, e disso trataremos nesta aula; o outro é saber como esse sistema surgiu e confrontá-lo com outros sistemas de numeração, buscando compreender também outras formas de contagem, o que veremos na próxima aula.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Podemos dizer que, dentre muitos sistemas de numeração, o Sistema de Numeração Decimal, ou indo-arábico, é o que sobreviveu e permanece até os dias de hoje em nossa sociedade. Julgamos relevante identificar suas características porque isso possibilitará maior flexibilidade não só no registro e na leitura dos números mas também para operá-los.

I. O sistema de numeração decimal *possui dez símbolos* que possibilita escrever qualquer número: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

II. Como o próprio nome diz, a *base* de nosso sistema é a *dez*. Isso significa que agrupamos e fazemos trocas de dez em dez, ou seja, 10 unidades equivalem a 1 dezena, 10 dezenas equivalem a 1 centena, e assim sucessivamente.

III. A característica anterior se relaciona com o *valor posicional*: como exemplo, os números 46 e 64. Embora os dois números sejam escritos com os mesmos algarismos, ao mudarmos a posição desses algarismos alteramos seus valores.

IV. O Sistema de Numeração Decimal possui uma *estrutura aditiva*. Isso nos permite decompor, por exemplo, o número 543 em 500 + 40 + 3.

Os dez símbolos de nosso sistema de numeração

Os dez símbolos, que você já conhece e que compõem o nosso sistema de numeração, são chamados de *algarismos*: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

A palavra *algarismo* tem origem no nome do matemático persa chamado Al-Khuarizmi, que em 825 d.C. publicou o registro desses símbolos. Na Aula 2 apresentamos mais informações sobre a história dos algarismos.

Ao combinarmos a escrita dos algarismos, podemos escrever diferentes números com um algarismo, dois algarismos, três algarismos, ou com quantos algarismos desejarmos.

Exemplo: 3, 45, 367, 2.489, 256.387.

Os agrupamentos e trocas de dez em dez

Veja, por meio do exemplo a seguir, que, quando fazemos agrupamentos, as contagens ficam mais fáceis.

Para contabilizar o total de notas de R$1,00 ao fim do expediente, um bancário as agrupa em montes de 10 notas. Os 10 montes de 10 notas são agrupados formando-se um único bolo de notas. E, finalmente, os 10 bolos de 100 notas de R$1,00 são agrupados e postos num saco.

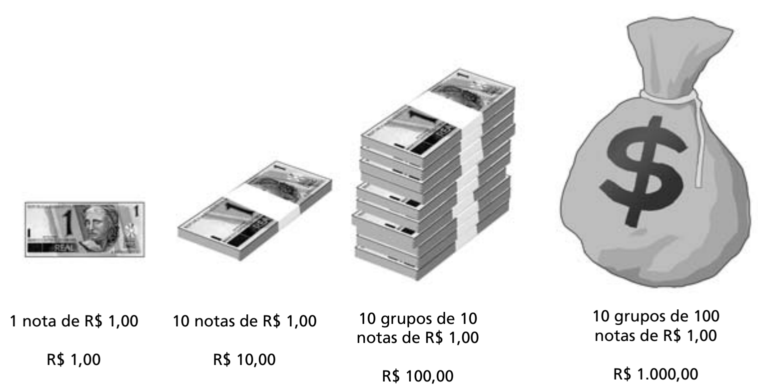


Figura 9.1: Noção de agrupamento.

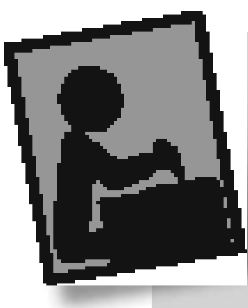
Olhando para a figura a seguir, você consegue calcular qual foi o total de dinheiro acumulado até o final do expediente bancário?

Figura 9.2: Qual o dinheiro acumulado?

1 saco de notas	10 grupos de 100 notas de R$ 1,00	1 x 1.000,00 = 1.000,00
2 pilhas de grupos de notas de 10	10 grupos de 10 notas de R$ 1,00	2 x 100,00 = 200,00
3 grupos de notas de 10	10 notas de R$ 1,00	3 x 10,00 = 30,00
Notas soltas	1 nota de R$ 1,00	1 x 1,00 = 1,00
TOTAL		R$ 1.231,00

Calculamos como $1{\times}10^0 + 3{\times}10^1 + 2{\times}10^2 + 1{\times}10^3 = 1.231$ notas de R$1,00, ou seja, R$ 1.231,00.

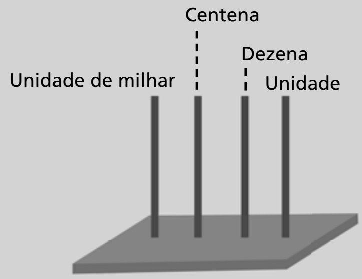
ATIVIDADE



Atende aos Objetivos 1 e 2

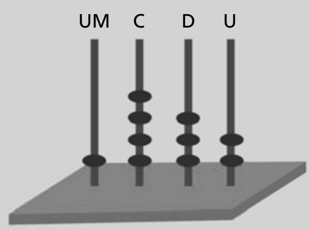
1. O ábaco existe desde a Antiguidade e, em diversos sistemas de numeração, foi utilizado para representar quantidades e fazer operações. Hoje em dia, o ábaco é conhecido como um material didático, e sua versão em japonês (*Soroban*) é utilizado para o trabalho com deficientes visuais.

As atividades com o ábaco são realizadas para que o aluno trabalhe sobre quantidades e o valor posicional. Consistem em colocar estacas em uma base fixa (de madeira ou de outro material). O número de estacas representado a seguir é quatro, mas podemos usar quantas estacas quisermos e cada estaca, da direita para a esquerda, representa unidade, dezena, centena, unidade de milhar e assim sucessivamente.



O ábaco

No material colocamos uma peça (concha, metal, pedra, folha) que representa um número cujo valor depende da estaca onde é colocado. Por exemplo:



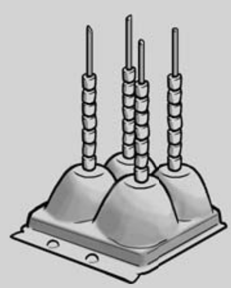
Representa: 1 unidade de milhar, 4 centenas, 3 dezenas e 2 unidades, ou

$1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$, ou

1.000 + 400 + 30 + 2, ou ainda

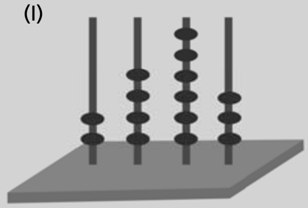
1.432.

Você pode confeccionar o ábaco usando um material muito barato que os próprios alunos podem trazer de casa. A base passa a ser uma caixa de ovos, as estacas são substituídas por palitos de churrasco e as peças, por macarrão furadinho.

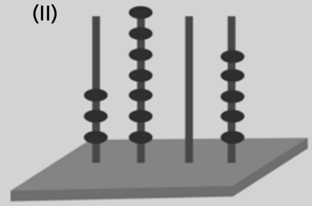


a. Utilizando o ábaco, represente os números nas duas formas apresentadas.

(I)

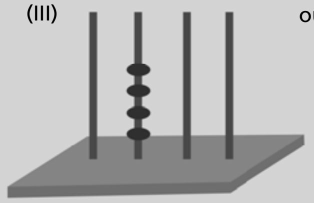


(II)



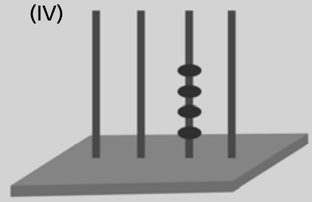
b. Em que situação as 4 conchas valem mais?

(III)



ou

(IV)



RESPOSTA COMENTADA

O ábaco é um material pedagógico que auxilia também na adição e na subtração.

a.

(I)

2 unidades de milhar, 4 centenas, 6 dezenas e 3 unidades, ou
$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 3 \times 10^0$, *ou*
2.000 + 400 + 60 + 3, ou ainda
2.463.

(II)

3 unidades de milhar, 7 centenas, nenhuma dezena e 5 unidades, ou
$3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0$, *ou*
3.000 + 700 + 5, ou ainda
3.705.

b. Na situação (III), as conchas valem 400, e na situação (IV), valem 40. Logo, valem mais na situação (III).

O ZERO, UMA GRANDE INVENÇÃO

Como vimos na atividade anterior, a casa em branco representa o zero. A ideia do ábaco apresentado é do modelo hindu que consistia em sulcos feitos na areia, onde se colocavam pedras. Cada sulco representava uma ordem. O sulco vazio do ábaco indicava que não existia nenhuma dezena "quebrada", mas na hora de escrever o número, faltava um símbolo que indicasse a inexistência de dezenas.

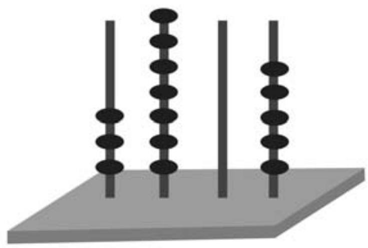


Figura 9.3: Representação de um sulco vazio.

Para contornar o problema da falta do zero, os fenícios, que eram grandes mercadores, escreviam, por exemplo:

2 156 como 2'"1"5'6;

1 020 como 1'"2'.

Assim, houve a necessidade da criação de um símbolo para representar a ausência de dezenas "quebradas", que eles chamaram de *Sunya* (vazio). Certo dia, um hindu, cujo nome é desconhecido, inventou um número para indicar a falta de algarismos: o zero. Daí em diante, o ato de fazer contas de somar e subtrair pôde ser feito sem o auxílio do ábaco. Como disse Laisant: "Zero, esse nada que é tudo."

Charles-Ange Laisant (1841-1920), matemático e político francês, além de muitas publicações sobre política, escreveu vários livros sobre Matemática, como *Introdução ao método de Quaterniones* (1881) e *Teoria e aplicações equipolentes* (1887).

O VALOR POSICIONAL, ORDENS E CLASSES

A possibilidade de um algarismo de mudar de posição e mudar também de valor que nosso sistema de numeração apresenta é uma característica importante e que proporciona flexibilidade à representação de números "grandes" e "pequenos". Com o objetivo de organizar essa escrita posicional, temos as ordens e classes. Assim: um número de um algarismo possui apenas uma ordem; um número de dois algarismos possui duas ordens; um número de três algarismos possui três ordens. Cada grupo de três ordens forma uma classe.

Na tabela a seguir, podemos ver como se organizam as ordens e as classes:

Tabela 9.1: Quadro de organização das ordens e classes

3ª classe: milhões			**2ª classe: milhares**			**1ª classe: unidades simples**		
3ª ordem: centenas de milhões	2ª ordem: dezenas de milhões	1ª ordem: unidades de milhões	3ª ordem: centenas de milhar	2ª ordem: dezenas de milhões	1ª ordem: unidades de milhar	3ª ordem: centenas simples	2ª ordem: dezenas simples	1ª ordem: unidades simples

O quadro a seguir é conhecido pelos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental como QVL (Quadro Valor de Lugar). Geralmente, utilizam as quatro primeiras ordens: unidade, dezena, centena e unidade de milhar, o que possibilita explorar os agrupamentos e trocas de uma ordem para outra.

1 unidade de milhar	1 centena	1 dezena	1 unidade
10 centenas	10 dezenas	10 unidades	

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

2. Escreva por extenso como se lê cada um dos números.

a. 5 - ____

b. 38 - ____

c. 596 - ____

d. 3.254 - ____
e. 62.907 - ____
f. 137.045 - ____
g. 4.340.923 - ____
h. 23.762.129 - ____
i. 681.971.324 - ____

RESPOSTA COMENTADA

A escrita e leitura de números considerando a ordem e a classe é uma atividade que contribui para a compreensão do sistema de numeração decimal. O professor poderá pedir para que os alunos pesquisem números em revistas e jornais com o objetivo de ler esses números. Essa leitura não deve ser feita de forma isolada, mas, sim, dentro do contexto de uma reportagem.

a. cinco.
b. trinta e oito.
c. quinhentos e noventa e seis.
d. três mil, duzentos e cinquenta e quatro.
e. sessenta e dois mil, novecentos e sete.
f. cento e trinta e sete mil e quarenta e cinco.
g. quatro milhões, trezentos e quarenta mil, novecentos e vinte e três.
h. vinte e três milhões, setecentos e sessenta e dois mil, cento e vinte e nove.
i. seiscentos e oitenta e um milhões, novecentos e setenta e um mil, trezentos e vinte e quatro.

VALOR RELATIVO E VALOR ABSOLUTO

A característica de valor posicional no nosso sistema de numeração está relacionada com o que chamamos de valor relativo ou valor absoluto dos algarismos em um número. No número 555, por exemplo, o algarismo 5 ocupa três posições distintas, portanto, três valores relativos: 5, 50 e 500. O valor absoluto não depende da posição ocupada, sempre será 5.

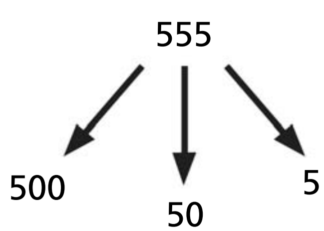


Figura 9.4: Valores absoluto e relativo do 5.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

3. Qual o valor relativo do algarismo 7 em cada um dos números?
a. 7.983
b. 24.687
c. 5.378
d. 83.765

RESPOSTA COMENTADA

A compreensão de que o mesmo algarismo assume um valor diferente de acordo com a posição contribui para desenvolver o senso numérico *e no trabalho com as operações. Observe que no item b da Atividade 1 trabalhamos essa ideia. O professor não precisa necessariamente formalizar o tópico valor relativo e valor absoluto, mas precisa explorar uma diversidade de atividades com essa ação.*
a. 7.000
b. 7
c. 70
d. 700

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 3 e 4

4. No seu caderno, forme números de cinco algarismos com os algarismos 5, 2, 1, 4 e 9.
a. O maior número que pode ser formado.
b. O menor número que pode ser formado.
c. O número mais próximo de 40.000.
d. O número mais próximo de 50.000.
e. Todos os números entre 50.000 e 90.000.

RESPOSTA COMENTADA

a. 95.421.
b. 12.459.
c. Devemos ver que temos dois números próximos a 40.000, um maior e outro menor. O menor número mais próximo de 40.000 é o 29.514 e o maior é 41.952. Desses dois, o que está mais próximo é o 41.952.
d. Como no item anterior, precisamos avaliar os dois números próximos a 50.000, um maior e outro menor. O menor número mais próximo de 50.000 é o 49.521 e o maior é 51.249. Agora o número que está mais próximo é menor que 50.000, que é o 49.521.
e. 51.249, 51.294, 51.429, 51.492, 51.924, 51.942, 52.149, 52.194, 52.419, 52.491, 52.914, 52.941, 54.129, 54.192, 54.219, 54.291, 54.912, 54.921, 59.124, 59.142, 59.214, 59.241, 59.421 e 59.412,

A ESTRUTURA ADITIVA DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Para explorarmos essa característica do Sistema de Numeração Decimal, vamos utilizar o Material Dourado, que julgamos bastante interessante para trabalhar o ensino da representação dos números na base 10 e, assim como o ábaco, também pode ser utilizado para a compreensão das operações.

O Material Dourado foi criado por Maria Montessori, médica e educadora italiana. Originalmente, o objetivo era trabalhar com crianças que naquele momento considerava-se possuírem distúrbios de aprendizagem.

O nome *dourado* se deve à versão original que era feita com contas douradas. Quando foi industrializado, esse material passou a ser feito de madeira, mantendo o nome original. O material é constituído por cubinhos, barras, placas e cubo ou cubão.

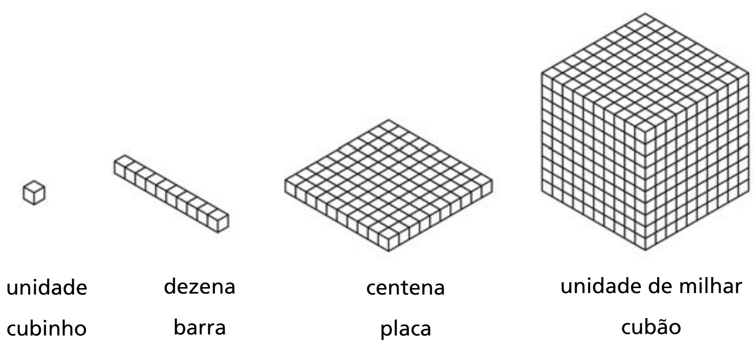


Figura 9.5: Material Dourado.

Observe que:

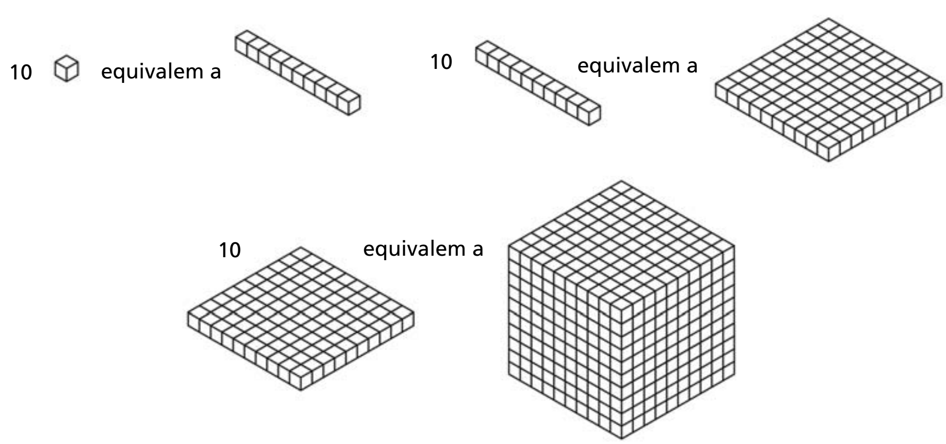
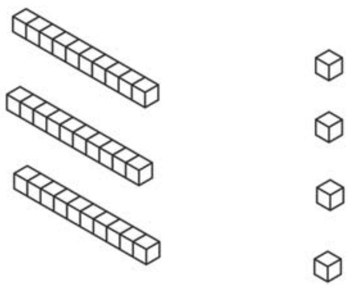


Figura 9.6: Relações entre as peças do Material Dourado.

A representação do número 34 com Material Dourado será:

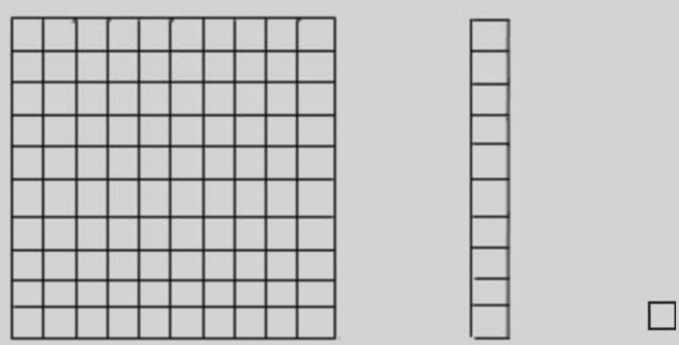


34 = 30 + 4.

!

Sempre que tivermos 10 peças iguais, devemos trocar por uma peça da ordem imediatamente superior.

Você pode produzir seu próprio Material Dourado, com cubinhos, barras e placas em folha de papel A4, fazendo com que as placas sejam quadrados de 10cm de lado, as barras sejam retângulos de dimensões 10cm x 1cm e os cubinhos, quadrados de 1cm de lado. Veja:



Após fazer uma boa quantidade de cada tipo de peça, você pode colorir, colocá-las num envelope e utilizá-las sempre que desejar.

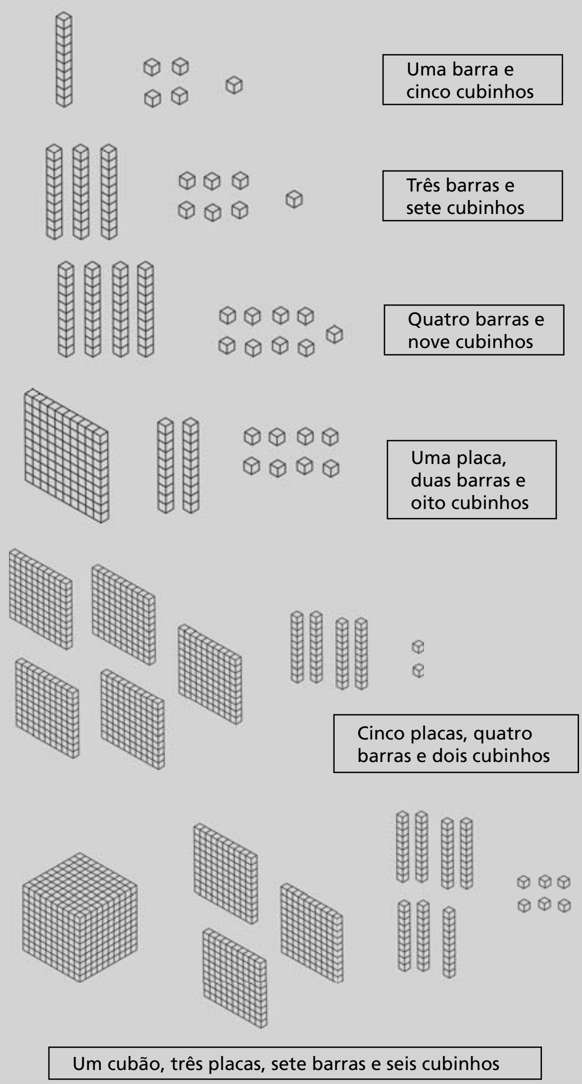
ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 5 e 6

5. Representar os números com o Material Dourado.
a. 15.
b. 37.
c. 49.
d. 128.
e. 542.
f. 1.376.

RESPOSTA COMENTADA

Para essa atividade, o professor deve pedir para que os alunos separem as peças e depois registrem o número correspondente. Os alunos poderão desenhá-las ou escrever o nome das peças.



ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 5 e 6

6. Qual é o número que cada um dos casos representa?
a. 3 placas, 2 barras e 5 cubinhos.
b. 5 barras e 9 cubinhos.
c. 6 placas e 8 barras.
d. 5 placas e 25 cubinhos.
e. 12 barras e 36 cubinhos.

RESPOSTA COMENTADA

Quando trabalhamos com o aluno esse tipo de atividade, devemos utilizar o material. Uma ideia quando não temos o material é recortar as peças em papel e colar um envelope no caderno de cada aluno. Assim, cada aluno terá seu próprio material e o professor poderá utilizá-lo durante o decorrer da aula.

a. 325.
b. 59.
c. 680.
d. 525.
e. 156.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 5 e 6

7. Representar os números com o Material Dourado utilizando a menor quantidade de peças e escrevê-los na forma decomposta.

Número	Representação com Material Dourado	Forma decomposta
689		
350		
402		

RESPOSTA COMENTADA

Nesta atividade, a proposta é relacionar as peças do Material Dourado com sua decomposição em parcelas. Observe que no número 350 não utilizamos os cubinhos e no número 402 não utilizamos as barras. Utilizamos o zero para representar a ausência dessas peças.

Número	Representação com Material Dourado	Forma decomposta
689	6 placas, 8 barras e 9 cubinhos	600 + 80 + 9
350	3 placas e 5 barras	300 + 50
402	4 placas e 2 cubinhos	400 + 2

CONCLUSÃO

A abordagem dos números e operações tem sido um dos pilares do ensino de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Nesta aula, abordamos as características do Sistema de Numeração Decimal utilizando diferentes recursos como o dinheiro, o ábaco e o Material Dourado. A compreensão dessas características é fundamental para que os alunos possam trabalhar com maior flexibilidade e desenvoltura com as operações, seja nos cálculos por estimativa, mentalmente e principalmente no desenvolvimento dos algoritmos. O uso de diferentes recursos pelo professor como a resolução de problemas, o uso da História da Matemática ou de materiais manipuláveis é apontado pelos PCN (1997) como um caminho para se fazer Matemática na sala de aula.

ATIVIDADE FINAL

Atende aos Objetivos 1, 2, 3, 4 e 5

Existem nomes esquisitos neste mundo. Você sabia que há números chamados "palíndromos"? Pois é! Esses tais "palíndromos" são bem curiosos. Quando invertemos a ordem em que estão escritos os algarismos de um "palíndromo", o número não se altera, ou seja, escrevendo o número "de trás para a frente" ou "de frente para trás", ele não se modifica!

Veja alguns exemplos:

44 é um palíndromo de dois algarismos;

252 é um palíndromo de três algarismos;

7.007 é um palíndromo de quatro algarismos;

83.638 é um palíndromo de cinco algarismos.

Agora que você já está "íntimo" dos palíndromos, faça o que se pede:

a. O número do meu telefone é um palíndromo de sete algarismos. Complete-o colocando os três algarismos que faltam:

___ ___ ___ 2534

b. Em um palíndromo de quatro algarismos, a primeira ordem (unidade) é ocupada pelo algarismo 5 (cinco). Qual é o nome da outra ordem que, necessariamente, também tem que ser ocupada pelo algarismo 5 (cinco)?

c. Qual é o menor número de três algarismos que é um palíndromo?

d. No palíndromo de cinco algarismos 43.634, qual é o algarismo de maior valor relativo?

RESPOSTA COMENTADA

a. 435.
b. Unidade de milhar.
c. 101.
d. O algarismo 4, porque vale 40.000.

Existe uma diversidade de nomes e propriedades curiosas relacionadas aos números e suas operações. No caso dos palíndromos, eles nos permitem explorar em especial o valor posicional. Você pode investigar, por exemplo, se nos últimos 10 anos, algum deles foi um palíndromo.

RESUMO

O Sistema de Numeração Decimal é utilizado hoje em quase toda parte do mundo, inclusive por nós, brasileiros. Quais são as suas principais características? É um sistema que utiliza 10 símbolos, os chamados algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9), agrupa de 10 em 10. Assim, 10 unidades correspondem a 1 dezena, 10 dezenas correspondem a 1 centena, e assim por diante. A posição que o algarismo ocupa no número pode modificá-lo, por isso dizemos que o sistema é posicional. Além disso, cada número é obtido por meio do sucessor do anterior: a partir de 0 temos, 0 + 1 = 1, 1 + 1 = 2, 2 + 1 = 3...

Duas ideias estão diretamente associadas à ideia da posição: a ideia de valor relativo de um algarismo, que é o valor do número considerando a classe e a ordem que ocupa no número, e a comparação.

Dois importantes materiais são muito utilizados no trabalho com o Sistema de Numeração Decimal. Um deles é o ábaco, que é uma espécie de máquina de calcular em que a partir de uma base colocamos hastes que da direita para a esquerda valem unidade, dezena, centena, unidade de milhar e assim por diante. O outro é o Material Dourado, que é formado por um cubão (unidade de milhar), placas (centenas), barras (dezenas) e cubinhos (unidades).

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, vamos ver alguns sistemas de numeração diferentes do Sistema de Numeração Decimal. Veremos também bases de numeração diferentes da base 10.

AULA 10

Nem sempre contamos dez em dez

Meta da aula

Apresentar a história dos sistemas de numeração dos povos antigos e outras bases de numeração.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. utilizar outros sistemas de numeração;
2. comparar o sistema de numeração indo-arábico com outros sistemas de numeração;
3. registrar números em outras bases de numeração;
4. converter números da base de numeração decimal para outras bases.

Pré-requisito

Para acompanhar esta aula, você deverá lembrar da Aula 9 desta disciplina, as características dos sistemas de numeração apresentados. Também vamos usar as quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão e suas propriedades.

INTRODUÇÃO

No avanço no estudo da construção histórica do conhecimento matemático, da evolução do conceito da estrutura dos sistemas de numeração, identificamos obstáculos inerentes a ele. Essas dificuldades históricas, muitas vezes, são notadas ainda hoje nos alunos. Nesse sentido, o trabalho com a história da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno e dar subsídios ao professor no que diz respeito às dificuldades de aprendizagem do aluno. Assim:

> Para o estudante, é muito instrutivo aprender não somente o resultado final, a última formulação, mas também a história de seu desenvolvimento. Com isto, não apenas toma conhecimento do processo do desenvolvimento intelectual, mas também constata que as dificuldades que pode encontrar para assimilar novas idéias não se devem necessariamente à falta de condições de sua parte, e sim ao alto grau de sofisticação necessário para captar as idéias em questão. Ao perceber as desventuras de seus predecessores, sentir-se-á menos desanimado pelas suas (ZYGMUND apud AABOE, 2002).

No primeiro segmento do Ensino Fundamental (do primeiro ao quinto ano) por meio da história do sistema de numeração, podemos buscar tanto o desenvolvimento numérico como compreender algumas dificuldades dos alunos. Também é interessante compreender características do agrupamento em grupos diferentes de 10.
A seguir, vamos conhecer alguns sistemas de numerações de antigas civilizações e suas características.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO EGÍPCIO

As fontes mais antigas sobre os números egípcios são inscrições que datam de 3000 a.C. O Papiro de Rhind ou Ahmes (1650 a.C.) é um antigo manual de Matemática, que contém 85 problemas, todos resolvidos, a maioria envolvendo assuntos do dia a dia, como o


Figura 10.1: Papiro de Rhind.

preço do pão, a armazenagem de grãos de trigo, a alimentação do gado. Esse papiro é uma fonte primária rica sobre a Matemática egípcia antiga, que descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias e muitas aplicações da Matemática a problemas práticos.

> Observando e estudando como eram efetuados os cálculos no Papiro Ahmes, os cientistas identificaram as características do sistema de numeração egípcio. A decifração dos hieróglifos (inscrições sagradas das tumbas e dos monumentos do Egito), no século XVIII, contribuiu para esse entendimento.

O sistema de numeração egípcio baseava-se em números-chave. Observe a tabela a seguir, que indica o valor do símbolo, o próprio símbolo e seu respectivo nome na base 10.

Tabela 10.1: Sistema de numeração egípcio

$10^0 = 1$		Bastão vertical
$10^1 = 10$		Ferradura ou calcanhar
$10^2 = 100$		Rolo de pergaminho ou corda
$10^3 = 1000$		Flor de lótus
$10^4 = 10\ 000$		Dedo apontado
$10^5 = 100\ 000$		Peixe ou barbato
$10^6 = 1000\ 000$		Homem espantado

Quando escrevemos um número no sistema de numeração indo-arábico, por exemplo, o 4.563, podemos escrevê-lo como uma adição da seguinte maneira:

$4.563 = 4 \times 1.000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 3 = 4000 + 500 + 60 + 3.$

Quando representamos esse número no sistema de numeração egípcio, temos:

4 flores de lótus + 5 rolos de pergaminho + 6 ferraduras + 3 bastões.

Figura 10.2 : 4.563 escrito no sistema de numeração egípcio.

Esse número foi escrito da esquerda para a direita para melhor associação com a escrita atual de números, embora os egípcios os escrevessem, mais frequentemente, da direita para a esquerda. Na verdade, podemos agrupá-los da forma desejada, pois o sistema de numeração egípcio não é posicional.

Observe a **Figura 10.3** e diga quais números as três pessoas do antigo Egito estão escrevendo.

Figura 10.3: Números egípcios em posições diferentes.

!

Observe que as pessoas da **Figura 10.3** escreveram o mesmo número sem preocupação com a posição dos símbolos.

Dessa forma, qualquer número era expresso pelo uso dos símbolos aditivamente, repetindo-se cada um deles o número necessário de vezes.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

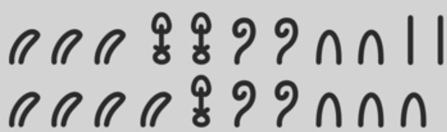
1. Observando a **Tabela 10.1**, responda:
a. Escreva o número 73.452 usando os símbolos egípcios.

b. Uma criança, ao registrar o número 51, escreveu 15. Que tipo de erro cometeu essa criança?

RESPOSTAS COMENTADAS

O sistema egípcio é decimal, como o indo-arábico, e também aditivo, mas não é posicional. Assim, você pode encontrar a resposta do item a em posições diferentes da resposta.

a.



b. Uma criança que registra o número invertido mostra que conhece os símbolos e pode conhecer outras características do sistema de numeração decimal, entretanto ainda não compreendeu sua característica posicional.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO BABILÔNICO

Os babilônios (2000 a.C. a 200 a.C.) expressavam os números menores do que 60 usando também agrupamentos simples de base 10.

Os algarismos de 1 a 9 eram expressos por:

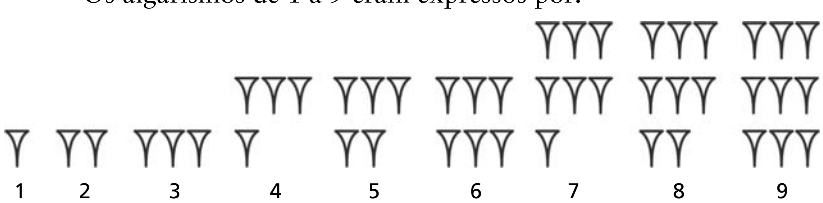


Figura 10.4: Representação dos algarismos de 1 a 9 no sistema de numeração babilônico.

E o 10 era representado por:

10

Figura 10.5: Símbolo que representa o número 10 no sistema de numeração babilônico.

Para representar, por exemplo, o número 34 nesse sistema, usava-se:

3 (dez) + 4 (um)

Figura 10.6: Representação do 34 no sistema de numeração babilônico.

Os babilônios também utilizavam o símbolo subtrativo:

Figura 10.7: Símbolo subtrativo no sistema de numeração babilônico.

O símbolo subtrativo era utilizado para simplificar a escrita. Por exemplo, o número 48 podia ser representado de duas formas.

40 + 8 ou 50 - 2

Figura 10.8: Representações do 48 no sistema de numeração babilônico.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

2. Escreva o número 37 usando os símbolos babilônios de duas maneiras diferentes.

RESPOSTA COMENTADA

Observe que temos duas possibilidades de escrita, porque esse sistema é tanto aditivo quanto subtrativo.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANO

O sistema de numeração romano é representado por letras do alfabeto. Observe:

Tabela 10.2: Sistema de numeração romano

Símbolo romano	**I**	**V**	**X**	**L**	**C**	**D**	**M**
Valor em nosso sistema	1	5	10	50	100	500	1.000

É um sistema aditivo. Os valores são somados sempre que aparecem letras iguais juntas ou o maior número à esquerda do menor. Por exemplo:

II = 1 + 1 = 2
III = 1 + 1 + 1 = 3
XX = 10 + 10 = 20
XI = 10 + 1 = 11
LV = 50 + 5 = 55

Esse sistema também é subtrativo, pois quando o maior número está à direita do menor, temos:

IX = 10 – 1 = 9
XL = 50 – 10 = 40

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

3. Um sistema de numeração muito interessante é o *chinês científico* (ou *em barras*), que provavelmente existe há mais de dois milênios. O sistema é essencialmente posicional, de base 10. Entretanto, esse sistema utiliza símbolos diferentes para algarismos em posições pares e ímpares. Por exemplo, no número 22, o 2 das unidades utiliza o símbolo do 2 das posições ímpares, enquanto o 2 das dezenas utiliza o símbolo do 2 das posições pares.
A figura a seguir mostra como representamos os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 quando aparecem em posições ímpares, isto é, unidades, centenas.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Algarismos em posições ímpares.

Já quando aparecem nas posições pares, dezenas, milhares..., eles são representados como mostra a próxima figura.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Algarismos em posições pares.

Por exemplo, veja, a seguir, como escrevemos alguns números indo-arábicos no chinês científico:

Indo-arábico	Chinês científico
257	
2 121	
462	

a. Escreva, usando esse sistema de numeração, os números 564, 546, 465, 456, 654 e 645.

Indo-arábico	Chinês científico
564	
546	
465	
456	
654	
645	

b. Nesse sistema, passou-se a usar um círculo, ○, como o zero, a partir da dinastia Sung (960-1126). Escreva, com numerais em barra, os números 5.680, 64.803 e 250.055.

Indo-arábico	Chinês científico
5.680	
64.803	
250.055	

RESPOSTA

a.

Indo-arábico	Chinês científico
564	
546	
465	
456	
654	
645	

b.

Indo-arábico	Chinês científico
5.680	
64.803	
250.055	

AGRUPANDO SEM SER DE DEZ EM DEZ

Nesta etapa da aula, apresentaremos outras bases diferentes da decimal. Isso significa que os agrupamentos não são feitos de dez em dez. Para isso, você deverá desenvolver a seguinte proposta: representar, por meio de desenhos, cada um dos passos:

1. Pegue 13 palitos e junte-os de 2 em 2. Quantos conjuntos de 2 palitos você formou? Quantos palitos ficaram de fora?
2. Considere, agora, somente esses conjuntos de 2 palitos. Agrupe-os de 2 em 2. Quantos novos conjuntos você formou? Quantos conjuntos de 2 palitos ficaram de fora?
3. Olhando agora apenas para os conjuntos que você acabou de formar, una-os de 2 em 2. Quantos conjuntos foram formados? Quantos dos conjuntos formados no item 2 ficaram de fora?
4. Quantos grupos de cada ficaram formados no total?

Ao realizar essa proposta, estamos aprofundando o trabalho com agrupamentos. Agrupar nesse contexto significa passar para uma ordem superior, ou seja, transformar o número 13 da base decimal para a base binária. Veja o esquema:

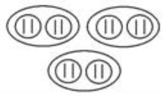
> No sistema decimal, toda vez que temos 10 unidades transformamos em 1 dezena, toda vez que temos dez dezenas, transformamos em uma centena, e assim por diante.
> A idéia da base binária (base 2) é a mesma, só que não usamos os nomes unidade, dezena, centena, unidade de milhar, mas sim 1ª ordem, 2ª ordem, 3ª ordem, 4ª ordem...

4ª ordem (grupos de 2^3)	3ª ordem (grupos de 2^2)	2ª ordem (grupos de 2)	1ª ordem
			I I I I I I I I I I I I I
			13

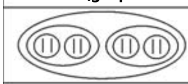
Cada 2 palitos se transforma em um grupo de 2 na 2ª ordem. Observe:

4ª ordem (grupos de 2^3)	3ª ordem (grupos de 2^2)	2ª ordem (grupos de 2)	1ª ordem
		II II II II II II	I

Observando os grupos da segunda ordem, podemos novamente reagrupá-los de 2 em 2.

4^a ordem (grupos de 2^3)	3^a ordem (grupos de 2^2)	2^a ordem (grupos de 2)	1^a ordem
			I
	3	0	1

Novamente, observando a 3^a ordem podemos reagrupar o conjunto de 4 palitos, de 2 em 2.

4^a ordem (grupos de 2^3)	3^a ordem (grupos de 2^2)	2^a ordem (grupos de 2)	1^a ordem
			I
1	1	0	1

Na base binária, os únicos símbolos existentes são o 0 e o 1.

Observe que 1.101 na base 2 corresponde ao 13 na base 10.

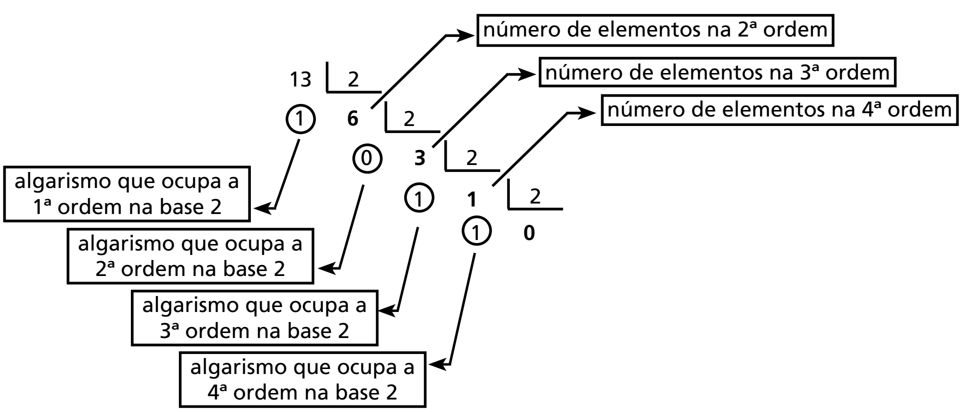
Logo, o número 13 na base decimal é equivalente ao número 1.101 na base binária.

Para diferenciar essas representações, escrevemos $13 = (1101)_{2.}$

!

$(13)^{10}$ é escrito como o 13 a que estamos acostumados.

Esse procedimento justifica um algoritmo que fazemos, mas cujo porquê na maioria das vezes não entendemos. O procedimento são divisões sucessivas, começando pelo número 13 dividido por 2 até que o quociente seja igual a zero.



Tomando-se os restos das divisões na ordem inversa em que apareceram, forma-se o número binário desejado, ou seja, 1.101.

> **!**
>
> O processo descrito é o mesmo para qualquer base. Isso quer dizer que basta realizar sucessivas divisões do número da base decimal pelo número da nova base até que o quociente seja zero.

Vamos pensar na seguinte situação:

Maria tem uma coleção de botões e arrumou-os em uma caixa pequena, uma caixa média e uma caixa grande. Ela agrupou os botões da seguinte forma: pôs dois botões em uma caixa pequena. Em seguida, cada duas caixas pequenas colocou em uma caixa média; e finalmente cada duas caixas médias em uma caixa grande.

Maria já arrumou todos os seus botões nas caixas, a arrumação ficou assim:

Analisando a arrumação, quantos botões Maria possui?

Conseguiu adivinhar? Como você achou o resultado? Veja se foi assim:

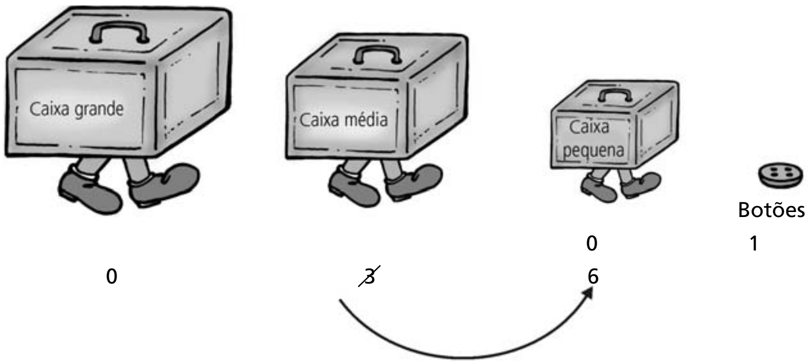
1 1 0 1

A caixa grande corresponde a 2 médias, e, portanto,

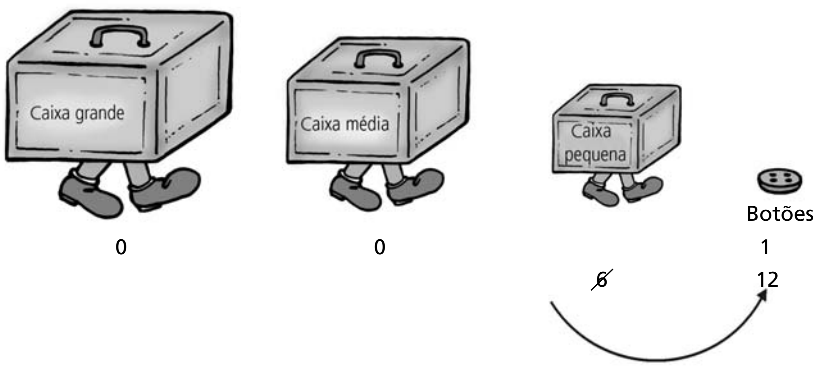
1 0 1

~~1~~ 2

Em cada caixa média estão duas pequenas. Temos, assim:



Como em cada caixa pequena há 2 botões:



Então, o total é de 13 botões.

Resolver esse problema é o mesmo que descobrir qual número da base decimal corresponde ao número $(1.101)_2$.

O 1 que ocupava a 4ª ordem foi multiplicado por 2 quando passou a ocupar a 3ª ordem, depois foi novamente multiplicado por 2 para chegar à 2ª ordem e finalmente foi multiplicado mais uma vez por 2 para chegar à 1ª ordem. Assim, fizemos a conta $1 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^3$.

O 1 que ocupava a 3ª ordem, foi multiplicado por 2 quando passou a ocupar a 2ª ordem e depois multiplicado por 2 para chegar à 1ª ordem. A conta feita foi: $1 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^2$.

O 0 que ocupava a 2ª ordem foi multiplicado por 2 quando passou a ocupar a 1ª ordem. Temos 0×2.

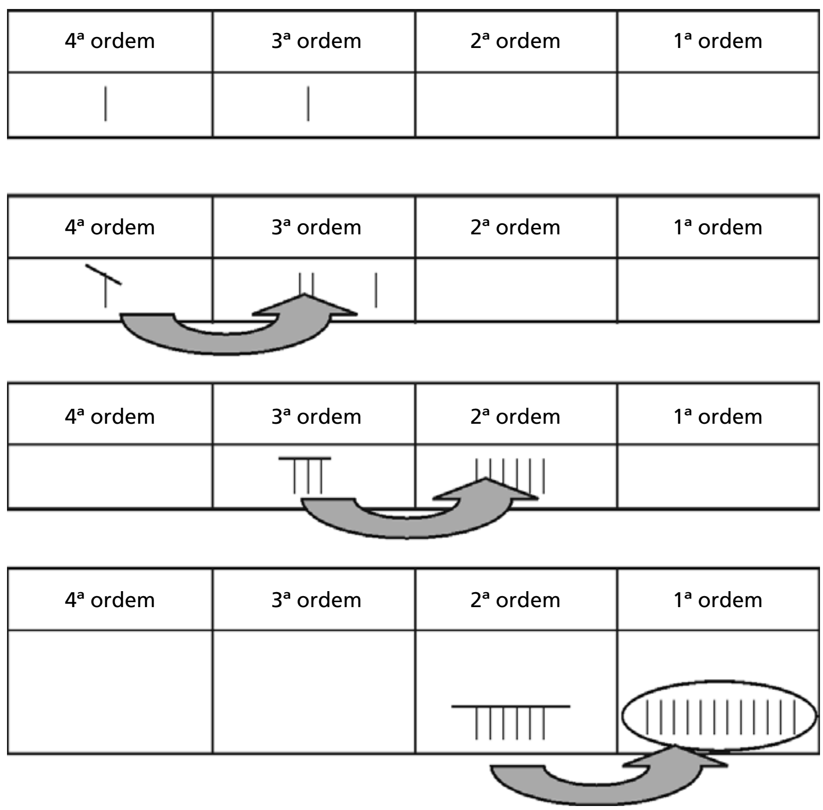
Por fim, o 1 já ocupa a primeira ordem.

Esse raciocínio pode ser traduzido pelo cálculo:

$(1.101)^2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 = 8 + 4 + 1 = 13.$

Vamos ver mais um exemplo: Que número da base decimal corresponde ao número $(1.100)^2$?

Basta pensar no esquema:



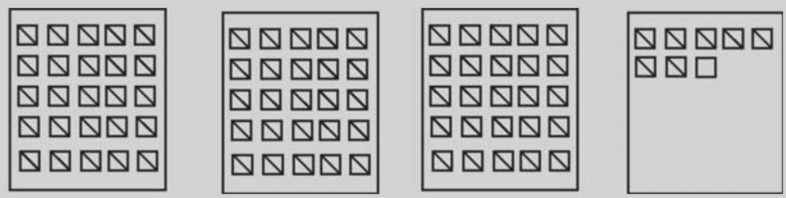
Concluímos que $(1.100)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0 = 8 + 4 = 12.$

Esse é o processo usado para passar qualquer número da base binária para a decimal.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

4. Uma equipe está encarregada de descobrir a quantidade de alunos que receberam o uniforme da escola. Para isso, fez um acompanhamento com uma marcação padronizada pela escola: em cada linha, colocar cinco símbolos completos até passar para a linha seguinte. Passar para a página seguinte quando completarem cinco linhas, segundo mostra o desenho a seguir:



1ª página 2ª página 3ª página 4ª página

O diretor da escola, curioso e conhecedor do sistema de marcação, quis saber o total de crianças que haviam pegado o uniforme até aquele momento.
A equipe informou que 3 páginas foram completamente preenchidas, 1 linha completa, 2 símbolos completos e 4 traços. Qual foi a quantidade de alunos deduzida pelo diretor?

____

____

RESPOSTA COMENTADA

Essa atividade trata de agrupamentos de 5, ou seja, estamos trabalhando na base 5.
O diretor fez a seguinte conta: $3 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 4 = 414$.
Na verdade, o diretor utilizou o processo da mudança de base: do número $(3.124)_5$ *para a sua representação na base 10.*

No dia a dia, as representações numéricas são feitas na base 10. Nessa base, escrevemos os números usando dez símbolos, os algarismos que você conhece: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Assim como na base 10, na base 5, por exemplo, são usados cinco símbolos distintos para representação numérica: 0, 1, 2, 3 e 4. Na base 7, sete símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Mas o que dizer quando a base for maior que 10? Nesses casos, como só existem 10 algarismos decimais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9), é necessário usarmos outros símbolos além desses. Convencionou-se que esses símbolos seriam as primeiras letras maiúsculas do alfabeto. Essa "regra" foi adotada para que não haja confusão na escrita numérica, uma vez que depois do 9 os números têm dois algarismos, e perderíamos a característica posicional.

As bases maiores que 10 utilizam letras misturadas com os algarismos e são chamadas de alfa-numéricas. Por exemplo, na base 16 são usados os algarismos de 0 a 9 e as letras maiúsculas A, B, C, D, E e F, cujos valores são, respectivamente, 10, 11, 12, 13, 14 e 15.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 3 e 4

5. Faça a conversão de cada um dos números a seguir para a base indicada:

$12 = (\ ?\ )_2$

$309 = (\ ?\ )_8$

$(100.110)_2 = ?$

$(13)_8 = (\ ?\ )_2$

$(AEEA)_{16} = ?$

$679 = (\ ?\ )_{16}$

RESPOSTA COMENTADA

a. $(1.100)_2$ b. $(465)_8$ c. 38 d. $(1.101)_2$ e. 44.778 f. $(2A7)_{16}$

Na letra **a** existe uma forma mais direta de fazer a representação do número 12 na base decimal. Basta escrever o número 12 como uma soma de potências de 2, ou seja,

$12 = \mathbf{1} \times 2^3 + \mathbf{1} \times 2^2 + \mathbf{0} \times 2^1 + \mathbf{0} \times 2^0 = (1.100)_2$

O mesmo pensamento poderia ser aplicado para **b** e **f**:

b) $309 = \mathbf{4} \times 8^2 + \mathbf{6} \times 8^1 + \mathbf{5} \times 8^0 = (465)_8$

f) $679 = \mathbf{2} \times 16^2 + \mathbf{10} \times 16^1 + \mathbf{7} \times 16^0 = (2A7)_{16}$

Na letra **c**, para transformar o número $(100.110)_2$ para a base 10 procedemos da seguinte forma:

$1 \text{ x } 2^5 + 0 \text{ x } 2^3 + 1 \text{ x } 2^2 + 1 \text{ x } 2^1 + 0 \text{ x } 2^0 = 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 38$

E na letra **d**, como você raciocinou? Passando o número para a base 10 e, em seguida, para a base 2, por meio de sucessivas divisões por 2? Você poderia também ter pensado em expressar o número da base 8 para a base 10 e reescrevê-lo como soma de potências de 2, ou seja,

$(13)_8 = 1 \times 8 + 3 = 1 \times 2^3 + 2^1 + 2^0 = (1.011)_2$.

Na letra **e** para transformar o número $(AEEA)_{16}$ para a base 10, precisamos primeiro saber que a letra A corresponde ao número 10 e que a letra E corresponde ao número 14. E depois procedemos da seguinte forma:

$10 \text{ x } 16^3 + 14 \text{ x } 16^2 + 14 \text{ x } 16^1 + 10 \text{ x } 16^0 = 40.960 + 3.584 + 224 + 10 = 44.778$

No sistema de numeração decimal, 1 grupo de 10 é chamado dezena, 1 grupo de 100 é chamado centena, 1 grupo de 1 000 é chamado unidade de milhar etc., porém em outras bases não são usados esses termos. Generalizando esses termos para qualquer base, temos:

Elemento de 7ª ordem	Elemento de 6ª ordem	Elemento de 5ª ordem	Elemento de 4ª ordem	Elemento de 3ª ordem	Elemento de 2ª ordem	Elemento de 1ª ordem

A cada três ordens, temos uma classe. Assim, os elementos de 1ª, 2ª e 3ª ordem formam a 1ª classe, os de 4ª, 5ª e 6ª formam a 2ª classe, e assim sucessivamente.

CONCLUSÃO

A apresentação dos sistemas de numeração é importante para que você compreenda que o sistema de numeração e os símbolos que usamos hoje são produtos de uma construção da humanidade.

Há algum tempo, acreditava-se que era importante aprender bases não decimais para só depois passar para a base decimal. Hoje em dia, é mais comum trabalhar diretamente com a base decimal. Mas é importante que você conheça essa estrutura e desenvolva com seus alunos diferentes atividades, com diferentes materiais, para que eles compreendam todas as características do sistema de numeração decimal, que são:

• Nosso sistema de numeração decimal é posicional; no número 121, os algarismos 1 ocupam a 1ª ordem e a 3ª ordem, portanto, possuem valores relativos diferentes, 1 e 100.

• Nosso sistema de numeração possui uma composição aditiva, assim: 123 = 100 + 20 + 3.

• O zero é um elemento de fundamental importância, por sua causa, diferenciamos 75 de 705 e de 7 005.

ATIVIDADE FINAL

Atende aos Objetivos 3 e 4

a. Expresse os 20 primeiros números naturais na base binária.

b. Que regularidades você observa com os números da base binária à medida que aumentam os números da base decimal?

c. Quantos números existem na base binária até o número $(111.111)_2$ (incluindo esse número). Que argumentos você utilizou?

RESPOSTA COMENTADA

a.

0 → 0 1 → 1 2 → 10 3 → 11 4→ 100
5 → 101 6 → 110 7 → 111 8 → 1.000 9 → 1.001
10 → 1.010 11 → 1.011 12 → 1.100 13 → 1.101 14 → 1.110
15 → 1.111 16 → 10.000 17 → 10.001 18 → 10.010 1 9 → 10.011

b. A seguir estão algumas respostas possíveis:
Quanto maior for o número natural, maior é a quantidade de algarismos da base binária.
Todo número natural é expresso de modo único na base binária.
Discuta com seu tutor caso tenha dado uma resposta diferente dessas.
c. $(111.111)_2 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 63.$
Com o zero, temos um total de 64 números.

RESUMO

Na Antiguidade, cada povo criou uma simbologia diferente para fazer representações numéricas. O sistema de numeração que usamos hoje é o mais econômico em sinais e possui características semelhantes e diferentes dos sistemas de numeração egípcio (decimal, não posicional e aditivo), babilônico (décima até o 60, depois passa a ser de base 60, aditivo e subtrativo), o romano (não decimal, aditivo e subtrativo, e posicional).

Com o sistema de numeração decimal, podemos escrever qualquer número que desejarmos, por maior que este seja, e é possível fazer operações matemáticas. Apesar de ter sido adotada a base 10 para nosso sistema de numeração, as bases não decimais são de larga utilidade na vida do homem. Por isso, é importante que as pessoas saibam fazer conversões de um número da base decimal em um número de uma outra base e vice-versa, mesmo sem o registro dessas bases, mas com a ação do agrupamento, investigando e levantando questionamentos.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula você irá conhecer diferentes concepções de avaliação.

AULA 11

Avaliação: diferentes concepções

Meta da aula

Apresentar diferentes concepções sobre avaliação.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. diferenciar as três concepções de avaliação apresentadas;
2. aplicar em sua prática uma concepção de avaliação coerente com os objetivos do processo de aprendizagem do aluno.

Pré-requisito

Nesta aula, os conhecimentos matemáticos serão o "pano de fundo", pois, por meio deles, discutiremos a avaliação em Matemática. Usaremos operações com números naturais e fracionários e o conceito de perímetro.

INTRODUÇÃO

Discutir avaliação é um tema polêmico. Você, como aluno, já deve ter se sentido injustiçado alguma vez, não? Por exemplo, já lhe aconteceu em uma avaliação, no modelo prova, de você não conseguir expressar o que sabia? Ou ter ouvido algum comentário de um professor sobre seu esforço não ter sido suficiente, e você estava naquele momento se esforçando tanto?

Provavelmente, em algum momento de sua vida escolar, a avaliação foi utilizada de forma explícita como instrumento de manutenção de poder. Por exemplo, você já fez uma prova em que os professores apostaram no fracasso do aluno? Em que o clima era de tensão, e, no fim, o que importava mesmo era a nota?

Agora se coloque na posição do professor. Você tem a responsabilidade de gerenciar o processo de avaliação e deve observar se seu aluno atingiu ou não os objetivos de um processo, ou de uma etapa da aprendizagem. E deve fazê-lo procurando despertar a curiosidade e o interesse do aluno. Isso lhe parece tarefa fácil?

Parece que apenas o bom senso não é capaz de ajudar ao professor a estabelecer as direções do processo de avaliação. O caminho é o conhecimento de concepções e instrumentos de avaliação, e, nesta disciplina em particular, estamos tratando do caso específico da Matemática.

O professor precisa ter consciência de que deve existir coerência entre a sua atuação em sala de aula e a forma como avalia. Nesse sentido, julgamos necessário apresentar a seguir diferentes correntes sobre a forma de conceber a avaliação, em particular, na aprendizagem de Matemática.

AVALIAÇÃO COMO MEDIDA

A avaliação como medida está associada ao ensino visto com um processo de transmissão de conhecimento. Neste caso, avaliar o aluno é pedir que ele demonstre o quanto é capaz de reproduzir bem o que lhe foi *ensinado*.

Nessa visão, a preocupação inicial é o processo de ensino e aprendizagem e ao fim de um determinado período, bimestre, trimestre, semestre ou ano, avaliamos, como você pode observar no esquema da **Figura 11.1**.

Figura 11.1: Avaliação como medida.

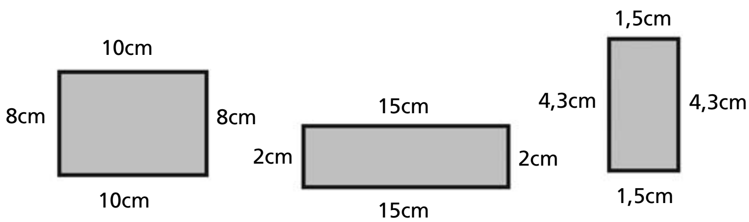
O conhecimento é visto como pronto e a aprendizagem não é um processo, não sofre adequações, e as propostas de atividades voltadas ao aluno não visam que ele produza a partir do que foi aprendido.

O insucesso do aluno nesta visão é responsabilidade do próprio aluno. *Ele não se interessou o suficiente*, *Ele não tem capacidade*, ou ainda, *Ele trabalhou pouco* são os discursos que respaldam o resultado e asseguram a continuidade do mesmo processo, por parte do professor ao longo dos anos. Nessa abordagem, o respeito ao professor se atribui do seu poder de julgar, avaliar e atribuir notas.

Qual seria uma exploração desses conteúdos por esse professor?

Nessa concepção de avaliação, esse professor mostra pouca, ou nenhuma, atenção aos conceitos. A ênfase de sua prática é por meio de exercícios *modelos* como, por exemplo:

Calcule o **PERÍMETRO** dos retângulos:



PERÍMETRO

O conceito de perímetro está relacionado à medida do contorno de uma figura, seja ela um polígono ou não. No caso quando se afirma que perímetro é a soma dos lados, acredita-se estar definindo o que seja perímetro de uma figura. Porém, essa afirmação se refere ao cálculo do perímetro de polígonos (figuras planas fechadas formadas por segmentos de reta).

A abordagem dos exercícios será apenas procedimental, pois o aluno deverá apenas somar as medidas para calcular o perímetro. O nível de dificuldade aumenta pelo tipo de *conta* em que os valores inteiros das medidas mudam para valores decimais.

Essa abordagem acarreta confusão na aprendizagem do aluno, sobre o que é o conceito de perímetro. Na hora de fazer os cálculos, ele faz diversos tipos de confusão como somar apenas dois lados no cálculo do perímetro.

Na avaliação, provavelmente uma prova escrita e individual, pede-se a esse aluno:

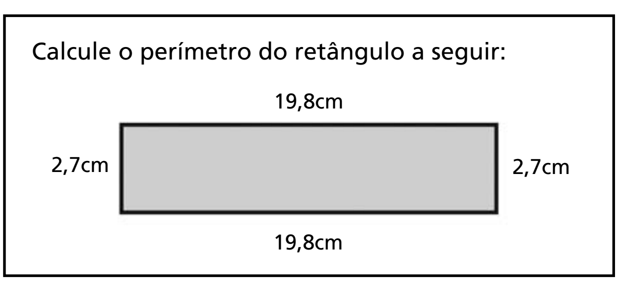
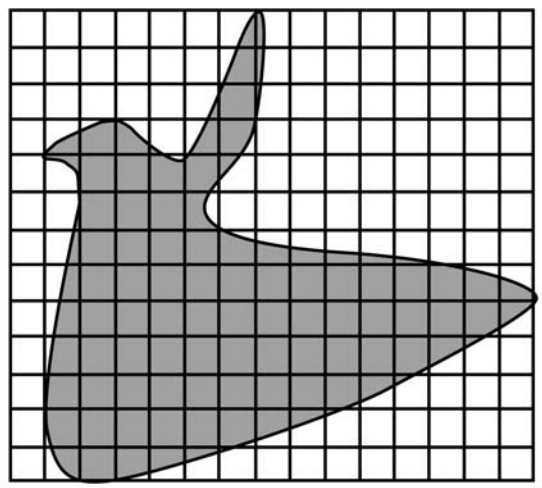


Figura 11.2: Exemplo de avaliação como medida.

Depois solicita-se ao mesmo a reprodução do modelo feito anteriormente.

Como você observou no exemplo, nessa ótica, as propostas feitas aos alunos privilegiam a reprodução do que foi ensinado. Essa concepção não estimula a construção do conhecimento, mas defende a posição que conhecimento deve ser absorvido, não havendo uma exploração conceitual e crítica dos procedimentos.



ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

1. Imagine-se um professor que não vê o conhecimento dentro de um processo de construção e vê a avaliação como medida. Você está ensinando adição com reserva (o famoso "vai um").
a. Escreva uma maneira de explicar ao aluno a adição com reserva.
b. Escreva uma atividade de avaliação desse conteúdo.

RESPOSTAS COMENTADAS

a. O professor que vê o processo de ensino-aprendizagem apenas do ponto de vista procedimental explica ao aluno dando o exemplo com o algoritmo (a conta). No caso da adição 38 + 47, ele arma a conta, depois soma as unidades: 8 + 7 = 15, então fica o 5 e vai o 1. Depois faz 1 + 3 + 4 = 8. O resultado é 85 e repete o mesmo raciocínio mais algumas vezes para que o aluno "fixe" o conteúdo.
b. Qualquer atividade que vise apenas a uma reprodução técnica do conhecimento apresentado, por exemplo, arme e efetue.

A avaliação como distância também tem a preocupação de medir. Só que se propôs a criar instrumentos que medissem o conhecimento do aluno de um modo mais rigoroso.

É fruto da idéia de ensino relacionado a objetivos, em que se traçavam objetivos gerais e específicos dos conteúdos. Veio de uma visão *behaviorista*, trazendo a avaliação diagnóstica e a avaliação formativa.

Nessa perspectiva, pela avaliação considera-se como referência um conjunto de objetivos previamente definidos e separados em três domínios hierarquizados: cognitivo, afetivo e psicomotor.

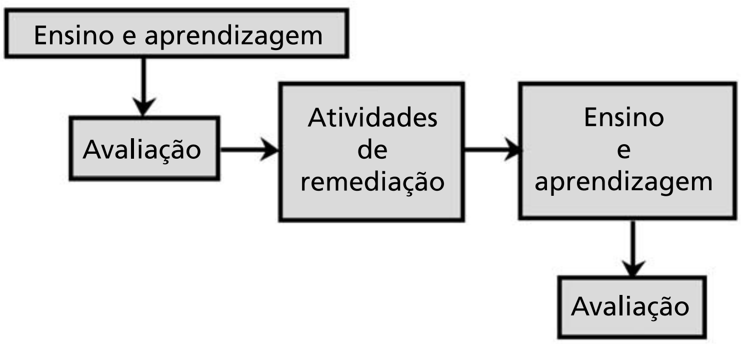


Figura 11.3: Avaliação como distância.

Na prática, esse modelo de avaliação ocorre da seguinte forma: primeiro faz-se um diagnóstico das *falhas* que os alunos têm sobre determinado conteúdo ou procedimento. Esse resultado é encarado como a distância entre o aprendizado do aluno e os objetivos traçados. Depois de determinar as causas dessa dificuldade, novamente os alunos são submetidos a uma avaliação.

Voltando ao exemplo do perímetro e da área, o professor avalia se o aluno atinge o objetivo de *calcular área* e *perímetro de quadriláteros*, e faz um primeiro diagnóstico. Remedia, ou seja, desenvolve atividades, usualmente, são exercícios no mesmo modelo dos realizados anteriormente e depois reavalia com situações similares as anteriores.

Essa visão de avaliação pode representar a melhora do aprendizado do aluno, se o professor na *remediação* modifica a metodologia e aborda aspectos que não foram explorados anteriormente. No caso do exemplo do perímetro, a avaliação deve servir para que o professor perceba que os alunos não sabem o conceito e replaneje suas ações com um olhar nesse enfoque.

AVALIAÇÃO COMO INTERPRETAÇÃO

A avaliação como interpretação deve ser feita de forma contínua, auxiliando professor e aluno a compreenderem o que ocorre com o processo, sinalizando reformulações.

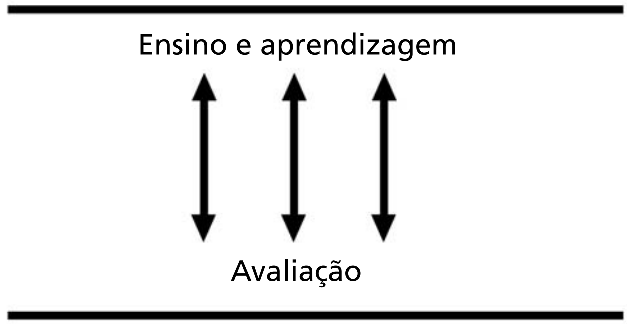


Figura 11.4: Avaliação como interpretação.

O professor nessa visão deve interpretar, identificar problemas, gerar hipóteses explícitas, compreender as razões do erro.

> Avaliar de forma mais continuada e processual, requer várias habilidades do professor, não sendo uma tarefa fácil e imediata. Além disso, é necessário uma mudança de postura frente ao aluno e frente ao conhecimento: O aluno não pode ser visto pontualmente e sem possibilidades de crescimento; não há teoria, por mais determinista que seja, que considera as pessoas como condicionadas a um destino preestabelecido (BARRETO FILHO, 2001).

A avaliação deve gerar, ela própria, novas situações de aprendizagem, ser coerente com os objetivos, os métodos e os principais tipos de atividades do currículo. Tem um caráter positivo, focando aquilo que o aluno é capaz de fazer. Deve também ocorrer num ambiente de transparência e confiança, na qual críticas e sugestões sejam encaradas como naturais.

Nessa visão, a avaliação não é reduzida a uma quantificação rigorosa, pois é uma avaliação formativa e, como o próprio nome diz, preocupa-se com os meios que o aluno conduz sua formação.

!

Atingir objetivos mais amplos, no ensino da Matemática, nos coloca numa situação de diversificação das nossas práticas pedagógicas. As aulas expositivas devem ser uma das formas de se trabalhar com os alunos e não a única. A troca de experiências constante entre professores, compartilhando seus saberes e suas responsabilidades contribuem para o aprimoramento de suas práticas.
Quando desejamos que o aluno atinja aspectos da aprendizagem como desenvolvimento do senso crítico, capacidade de comunicação de idéias, "leitura de mundo", a primeira necessidade que surge é de modificar de forma constante nossas práticas pedagógicas. Assim, a inclusão de formas diferenciadas de trabalho, como, por exemplo, o trabalho em grupo e a implementação e o desenvolvimento de discussões, nos pequenos grupos ou com toda a turma, deverão ser uma constante em nossas aulas, porque trazem benefícios para o trabalho em Matemática e em todas as outras áreas de conhecimento.

Dessa forma, assumimos que a avaliação é parte integrante do processo de aprendizagem e deverá ser compatível com as práticas pedagógicas adotadas. Assim, avaliação deve ocorrer ao longo do trabalho, tornando-se geradora de situações que a favoreçam. Assume, assim, um papel relevante para desenvolver, no aluno, uma atitude positiva e de autoconfiança em relação ao ensino da Matemática.

O erro deve ser considerado como uma maneira de planejar ações futuras. Ele é significativo para o aprendizado.

> Diferentes fatores podem ser causa de um erro. Por exemplo, um aluno que erra o resultado da operação 126-39 pode não ter estabelecido uma correspondência entre os dígitos ao "armar" a conta; pode ter subtraído 6 de 9, apoiado na idéia de que na subtração se retira o número menor do número maior; pode ter colocado qualquer número como resposta por não ter compreendido o significado da operação; pode ter utilizado um procedimento aditivo ou contar errado; pode ter cometido erros de cálculo por falta de um repertório básico (BRASIL. MEC, 1998, p. 59, v. 3).

A avaliação que leva em consideração o erro não se reduz ao certo ou ao errado, mas gera oportunidades para que os alunos refaçam, aprendam e melhorem seu trabalho. Com isso, sinaliza ao professor a evolução, entraves e preferências dos alunos, ajudando-o a melhor preparar e executar o seu trabalho.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

2. Dentro da visão de avaliação como instrumento, independente do instrumento que seja utilizado, a avaliação deve permitir o desenvolvimento de atitudes importantes em alunos e professores. Liste três princípios que a avaliação como instrumento deve contemplar. Entregue-os ao seu tutor e aproveite para refletir com ele sobre as ideias apresentadas.

RESPOSTA COMENTADA

Observe no esquema alguns princípios da avaliação como instrumento.

PRINCÍPIOS DA AVALIAÇÃO

A AVALIAÇÃO E OS ATUAIS OBJETIVOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA

De acordo com o dicionário *Aurélio*, avaliar significa analisar. Mas, sem a definição de objetivos claros e observáveis, como faremos uma análise? Esses objetivos, por sua vez, estão diretamente relacionados à concepção de ensino na qual o professor apoia sua prática pedagógica.

Assim, quando esses objetivos se restringem, por exemplo, em resolver expressões numéricas, as avaliações serão direcionadas para verificar a capacidade operacional do aluno. Apesar de querermos que o aluno também apreenda procedimentos, se dermos ênfase a essa perspectiva, podemos ficar restritos à repetição e à memorização de técnicas. Dessa forma, é preciso ampliar nossa visão sobre o aprendizado e sobre a avaliação.

Os conteúdos assumem o papel central nos objetivos do ensino de Matemática. Devem ser trabalhados, tanto no aspecto conceitual quanto no procedimental, tomando cuidado, pois a visão de procedimento não deve ser a de acúmulo de processos, mas a de saber encontrar resultados e justificar se estes são válidos ou não, selecionando os procedimentos adequados e utilizando-os corretamente; é necessário também produzir argumentos consistentes.

Nessa perspectiva, a avaliação é vista como parte desse processo. Assim sendo, deve dar, ao aluno, oportunidade de ler, refletir, relacionar, operar mentalmente e verificar situações mais complexas. Por outro lado, deve possibilitar que o professor reflita sobre seu trabalho, reformule-o e vise novas propostas.

> Os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles provas, trabalhos, postura em sala, constituem indícios de competências e como tal devem ser considerados. A tarefa do avaliador constitui um permanente exercício de interpretação de sinais, de indícios, a partir dos quais manifesta juízos de valor que lhe permitem reorganizar a atividade pedagógica (BRASIL. MEC, 1998, p. 59, v. 3).

O educador deve estar atento para que as estratégias utilizadas não *meçam o desempenho* do aluno, mas que permitam um processo amplo na busca de novos caminhos para a construção do conhecimento.

Os PCN ilustram essa situação, a partir de dois exemplos envolvendo adição e subtração. Observe os exemplos a seguir.

Exemplo 1: Pedro tinha 8 bolinhas de gude, jogou uma partida e perdeu 3. Com quantas bolinhas ficou?

Exemplo 2: Pedro jogou uma partida de bolinha de gude. Na segunda partida, perdeu 3 bolinhas, ficando com 5 no final. Quantas bolinhas Pedro ganhou na primeira partida?

Observe a diferença entre os dois problemas. O Exemplo 1 envolve uma ação direta e é sobre as operações de adição e de subtração. Em contrapartida, o Exemplo 2 exige uma compreensão mais ampla dessas duas operações. É importante que o nosso trabalho contemple o mesmo conteúdo em situações-problema que não se diferenciem apenas pelo contexto, mas pela maneira em que exigem a compreensão do aluno.

!

Os dois problemas são referentes ao 1º ciclo do Ensino Fundamental, e, de acordo com os PCN de Matemática, o critério de avaliação relacionado é: resolver situações-problema que envolvam contagem e medida, significados das operações e seleção de procedimentos de cálculo (BRASIL. MEC. PCN, 1997).

Esse critério de avaliação, por sua vez, é consequência direta dos objetivos traçados para o 1º ciclo do Ensino Fundamental. Veja:

> 1. Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações.
>
> 2. Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.
>
> 3. Refletir sobre a grandeza numérica, utilizando a calculadora como instrumento para produzir e analisar escritas (BRASIL. MEC, 1998).

O trabalho com adição e subtração nesse ciclo deve contemplar esses objetivos. A maneira como se dá a aula de Matemática contribui para as avaliações. Quando na proposta da aula, o professor prevê a participação do aluno, seja oral ou escrita, favorece que ele tenha uma visão do que o aluno faz e pensa. Isso faz com que possa avaliar tanto o que os alunos desenvolvem quanto se o trabalho contempla as diferentes abordagens do assunto estudado.

As atividades em que os alunos são avaliados devem se aproximar da estrutura das realizadas em outros momentos. Uma outra questão é fazer avaliações que contemplem todos os aspectos trabalhados, não apenas o que se considera mais difícil ou fim de um conteúdo e devemos considerar todas as produções realizadas durante o trabalho.

Incorporar à prática do professor metodologias diferenciadas que contemplem várias abordagens do mesmo conteúdo proporciona ao professor uma vantagem em termos de avaliação, pois abre portas para que o aluno realize atividades em diferentes situações de ensino. Isso permite tanto um olhar mais complexo e diferenciado para o conteúdo, quanto que os alunos mostrem o que pensam em diferentes contextos.

Os conteúdos continuam sendo o foco principal, a diferença é a função que os mesmos desempenham e os objetivos devem nortear a seleção e a avaliação dos mesmos.

> No entanto, para que a aprendizagem possa ser significativa é preciso que os conteúdos sejam analisados e abordados de modo a formarem uma rede de significados. Se a premissa de que compreender é apreender o significado, e de que para apreender o significado de um objeto ou de um acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos, é possível dizer que a idéia de conhecer assemelha-se à de tecer uma teia (BRASIL. MEC, 1998, p. 80, v. 1).

O enfoque não deverá ser restrito à reprodução, e sim de construção do conhecimento matemático frente a novas situações, e com a integração da avaliação no processo.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

3. Suponha que você esteja ensinando a seu aluno adição de frações. Você oferece duas situações a seus alunos: Situação 1 e Situação 2.

Situação 1: Quanto é $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{12}-\frac{1}{16}$?

Situação 2: Numa escola, os alunos da 4ª série podiam escolher estudar uma das línguas: inglês, francês ou espanhol. Metade dos alunos dessa turma escolheu inglês, e um quarto dos alunos escolheu espanhol. Que fração da turma escolheu estudar francês?

a. Qual a diferença entre as duas situações, no que diz respeito à linguagem utilizada na elaboração da questões?
b. Quais as operações com frações que o aluno precisa saber na Situação 1?
c. E na Situação 2?
d. Cite uma diferença no que diz respeito ao conhecimento e às habilidades necessários ao aluno para resolver as duas situações apresentadas.

RESPOSTAS COMENTADAS

a. A Situação 1 exige a leitura de números racionais, no caso frações. A Situação 2 exige que o aluno leia um texto em linguagem corrente, identifique as frações e interprete-o.

b. Adição e subtração.
c. Adição e subtração. Mas dependendo do caminho de resolução, pode-se usar a multiplicação.
d. Para resolver a primeira situação, o aluno deve saber a adição e a subtração de frações. Na segunda, além disso, ele deve modelar o problema e traçar um caminho para a resolução.

CONCLUSÃO

Procuramos mostrar a você a importância da avaliação do processo ensino-aprendizagem e como essa tarefa pode proporcionar um aprendizado e aperfeiçoamento na sua formação. Durante qualquer avaliação, você deve se questionar: que tipo de avaliação está sendo feita? Estou sendo coerente com as atitudes tomadas em sala de aula? Estou possibilitando ao meu aluno a construção dos conceitos por meio de um processo, ou só estou levando em conta apenas o produto final?

Não só esses, mas outros questionamentos devem ser feitos por você. Para isso, é importante que você conheça e discuta com seus pares diferentes formas de avaliar. Apesar de considerarmos a avaliação como a concepção mais adequada no processo de aprendizagem, as outras concepções apresentadas também devem ser consideradas e refletidas.

Não esqueça: tão importante quanto o que e como avaliar são as decisões pedagógicas decorrentes dos resultados da avaliação, que não devem restringir-se à reorganização da prática educativa encaminhada pelo professor no dia a dia; devem referir-se, também, a uma série de medidas didáticas complementares que necessitem de apoio institucional, como o acompanhamento individualizado feito pelo professor fora da classe, o grupo de apoio, as lições extras e outras que cada escola pode criar, ou até mesmo a solicitação de profissionais externos à escola para debate sobre questões emergentes ao trabalho.

ATIVIDADE FINAL

Atende ao Objetivo 2

Segundo Moretto (2004), quando ensinamos, podemos atingir dois tipos de sucesso: o *Pseudossucesso* e o *Real sucesso*. Veja:

PSEUDOSSUCESSO

- Quando o aluno apenas repete o que o professor ensina.
- Quando o aluno obtém boas notas nas provas.
- Quando o professor fala sem parar e o aluno anota para reproduzir.

Escreva três situações das avaliações no ensino da Matemática que, em sua visão, favorecem que o aluno atinja o Pseudossucesso e três favorecendo o Real sucesso. Entregue-os ao seu tutor e aproveite para discutir com ele suas ideias.

RESPOSTA COMENTADA

Vamos dar alguns exemplos de situações, mas você pode pensar em muitas outras.

Pseudossucesso:
Abordar questões de repetição do modelo do que o professor fez em sala de aula (mudando apenas os números).
Proporcionar somente situações que só reproduzam um modelo ou uma fórmula.
Padronizar a resolução das questões e não buscar compreender o pensamento do aluno.

Real sucesso:
Trabalhar questões mais contextualizadas.
Explorar situações que sejam desafiadoras para os alunos.
Utilizar jogos e materiais significativos para desenvolver no aluno o gosto pela Matemática e avaliar essas situações.

RESUMO

A avaliação como medida está associada ao ensino visto com uma transmissão de conhecimento em que este é visto como pronto, e a aprendizagem não é um processo, pois não sofre adequações. A avaliação como distância se propõe a criar instrumentos que meçam o conhecimento do aluno de modo mais rigoroso. Para isso, considera-se como referência um conjunto de objetivos previamente definidos e separados em três domínios: cognitivos; afetivos e psicomotores, todos hierarquizados. A avaliação como interpretação deve ser feita de forma contínua, auxiliando o professor e o aluno a compreenderem o que ocorre com o processo, sinalizando reformulações ao longo do ensino.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você verá diferentes instrumentos usados para avaliar. Tente se lembrar das diferentes formas de avaliação vividas por você: trabalhos em grupo, provas escritas, apresentações de trabalhos e discuta com outros colegas sobre esses instrumentos.

AULA 12

Avaliação: a escolha dos instrumentos

Meta da aula

Explicar diferentes tipos de instrumentos de avaliação e a importância de cada um.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. exemplificar os diferentes tipos de instrumentos de avaliação;
2. identificar coerência entre a prática pedagógica e o instrumento de avaliação utilizado.

INTRODUÇÃO

Para início de conversa, discutir e refletir sobre o tema avaliação não é tarefa simples. A maioria das pessoas sente-se desconfortável quando está sendo avaliada. A avaliação, de maneira geral, mexe com aspectos psicológicos, os quais nem sempre se está preparado para enfrentar. Por outro lado, quem avalia nem sempre está preparado para fazê-lo.

Nesta aula, o nosso foco será sobre os instrumentos de avaliação, dentro de um espaço pedagógico que pode ser dentro da sala de aula, no pátio ou, até mesmo, num "passeio". O importante não é o espaço físico, mas o objetivo pelo qual você está reunido com seus alunos. O resultado da avaliação de um determinado grupo está diretamente relacionado com a coerência entre pelo menos três fatores: a sua concepção de avaliação, a prática pedagógica que você desenvolve e os instrumentos de avaliação que você escolhe.

Em virtude da concepção de precisão e do caráter lógico que a maioria dos professores tem da Matemática, os instrumentos que sempre predominaram foram provas, testes e listas de exercícios, todos escritos. Esses instrumentos podem e devem continuar sendo utilizados, mas não devem ser os únicos. Além disso, pode-se fazer uma releitura sobre esses instrumentos. É nesse sentido que vamos caminhar.

!

Na Aula 11, você pôde identificar três tipos de avaliação. Não defenderemos a ideia de que determinados instrumentos são específicos de um desses três tipos de avaliação apresentados lá. Assim, você pode aplicar uma prova escrita e utilizar a *Avaliação como interpretação*, como também você pode aplicar um trabalho e utilizar a *Avaliação como medida*. É a forma como você utiliza o instrumento que determina o tipo de avaliação que você escolhe.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

1. A seguir, temos duas questões aplicadas em provas para alunos de turmas diferentes da mesma série, em que a mesma professora leciona. A primeira segue o modelo que ela utiliza em sala de aula, já a segunda, ela acredita ter o mesmo grau de dificuldade da primeira e aplica na outra turma.

1. Arme e efetue:

a. 3 + 306 =

2. Luíza e Roberto efetuaram a operação da seguinte maneira:

Luíza	Roberto
$\begin{array}{r} 3 \\ +\ \underline{306} \\ 606 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +\ \underline{306} \\ 309 \end{array}$

Diante dos dois exercícios, responda: Qual dos dois acertou? Explique o erro.
a. Segundo sua avaliação, as questões apresentam o mesmo grau de dificuldade?
b. Em qual das duas você acha que o índice de acertos seria maior?
c. Em que características diferem (se for o caso) as duas questões?

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. Luíza errou a questão. Seu erro foi não compreender o valor posicional do 3.
b. Neste caso é difícil avaliar, pois isso deve variar de acordo com a turma. Porém, a segunda questão apresenta o erro que o aluno poderia ter cometido; é provável que isso contribua para maior número de acertos.
c. Questões como a número 2 põem o aluno de frente com o erro que muitas vezes ele mesmo comete. Não é usual os professores orientarem os alunos – depois de resolverem um exercício ou antes de armarem a conta – a fazerem uma avaliação crítica da resposta ou apontar caminhos para a solução.

CONTRATO DIDÁTICO

É importante que o aluno saiba quais instrumentos serão utilizados na avaliação e que os objetivos estejam previamente acordados. É bastante comum o aluno reivindicar pequenos detalhes numa prova, pois julga o erro irrelevante. Do ponto de vista do aluno, realmente o é, se anteriormente o professor não construiu objetivos na resolução de outras questões durante as aulas. Quando as crianças são muito pequenas, elas ainda não têm a capacidade de avaliar esses objetivos; nesse caso, os pais são, em alguns casos, a outra parte da negociação.

Por exemplo, se o aluno sabe que deve participar das atividades de forma efetiva para ser "bem" avaliado, o professor terá a oportunidade de lembrá-lo desse acordo em todas as atividades desenvolvidas. O professor não deve achar que o que foi dito inicialmente foi apropriado pelo aluno de imediato. Essa crença faz com que o professor se frustre por não obter o resultado esperado do aluno. Os acordos precisam ser relembrados, discutidos e retomados pelo professor em diversas situações.

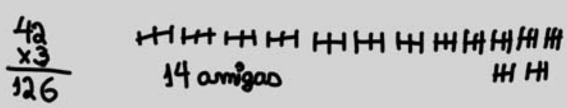
Por mais democráticas que sejam as negociações desse contrato didático, o professor é quem determina o leque de opções. Esse contrato deve ser negociado durante o processo letivo. Sem perder de vista as cobranças burocráticas e o tempo vigente das escolas, alguns bimestrais e outros trimestrais, para fechar uma nota, conceito ou relatório. Se o professor utiliza a avaliação como interpretação, esta pressupõe a avaliação de forma contínua, o momento de parada deve considerar as potencialidades futuras dos alunos.

Neste caso, quando o professor utiliza a avaliação contínua e coerente com sua prática, ele poderá identificar quais objetivos já foram atingidos e outros que dentro de um determinado tempo poderão ser atingidos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

2. A seguir, temos um registro da solução dada por uma criança para o seguinte problema:
Maria deu 3 vestidos de boneca para cada uma de suas amigas. Sabendo que ela distribuiu 42 vestidos, quantas amigas ela tem?



Para comentar esta questão, utilizamos o diálogo entre o entrevistador (E) e a criança (A) que resolveu esta questão:
E: Quanto você acha que deu?
A: Maria deu 42 vestidos... É de vezes ou de dividir? [O aluno inicialmente multiplicou 42 por 3, encontrando 126.]
E: O que você fez?
A: Peraí. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 e 42. [Conta e desenha pauzinhos.]
E: O que você fez?
A: Eu usei os pauzinhos.

E: Por que 42 pauzinhos?
A: É quantos vestidos ela deu.
E: E o que você está fazendo agora?
A: Agora, eu vou botar três em três para saber quantas pessoas...14 amigas.
E: E essa conta que você fez aqui [referindo-se à conta de multiplicação]?
A: Ela tá errada.
E: Tá errada? O que você tinha feito?
A: Eu botei 42 x 3.
E: Aí deu 126? Você acha que essa tá errada? Você acha que a dos pauzinhos é que tá certa?
A: Sim.

> Observou-se que a criança, inicialmente, resolve o problema por uma multiplicação, usando uma representação simbólica. No entanto, não se sente satisfeita com a resposta e resolve o problema usando a representação gráfica (pauzinhos), o que leva a uma resposta diferente. Embora na segunda tentativa a criança obtenha êxito, isso não a conduz a uma re-elaboração da representação simbólica. A criança não consegue estabelecer uma relação entre a representação simbólica e a representação gráfica, como se essas diferentes formas não tivessem que levar à mesma resposta (BARRETO, 2004).

a. Como você avaliaria a resolução da criança? Ela acertou ou errou a questão?
b. O que você acha que significam esses dois registros diferentes?

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. A criança acertou a questão, embora não tenha utilizado o algoritmo da divisão e respondesse 14 amigas. Muitos professores ainda desconsideravam esse tipo de solução porque desejam que o aluno registre a conta $42 \div 3$ e faça a conta armada.
b. Fica claro no diálogo que a criança multiplicou 42×3 e viu que esse resultado não era possível para esse problema. Depois, então, modelou o problema de uma forma mais significativa para ela, em vez de recorrer ao algoritmo.

!

As pesquisas em Educação Matemática servem para orientar as práticas dos professores em sala de aula. Sabemos que o professor, devido ao grande número de alunos que tem em sala de aula, não pode fazer o papel do entrevistador, mas é importante aguçar a sensibilidade para perceber o processo de construção de conhecimento da criança. O contrato didático deve permitir que ela utilize diferentes tipos de registros. Um único modelo de resolução de problemas pode criar obstáculos na aprendizagem.

INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO: QUALITATIVO E (OU) QUANTITATIVO?

Em avaliação escolar, a vontade de quantificar com justiça tem mobilizado esforços dos professores e de investigadores dos domínios da Sociologia, da Psicologia e da Pedagogia. Dessa forma, observamos nas pesquisas um aumento nas tentativas de construção de instrumentos de medida que possibilitem melhor avaliação dos saberes dos alunos. No entanto, o avanço das Ciências Sociais e Humanas veio mostrar a fragilidade desses instrumentos, pois que se é verdade que *tudo o que é existe numa certa quantidade e se pode medir*, é verdade também que o que se passa no interior de cada um não pode ser medido por um observador exterior.

Daí resulta a dúvida entre as pessoas que, no desejo de tudo objetivar, defendem os métodos quantitativos e as outras que, preferindo olhar o indivíduo na situação e descrevê-lo a partir dos dados colhidos na observação direta, optam pelos métodos qualitativos.

Ao qualitativo alguns associam empatia, abertura aos valores, mas também a possibilidade de um aprofundamento que permite a compreensão da realidade na sua espessura e complexidade, enquanto outros lhe associam subjetividade, fantasia, pouca confiabilidade. Ao quantitativo, os primeiros associam desumanização, empobrecimento, subjetividade não assumida, enquanto os outros lhe associam precisão, objetividade, seriedade no processo.

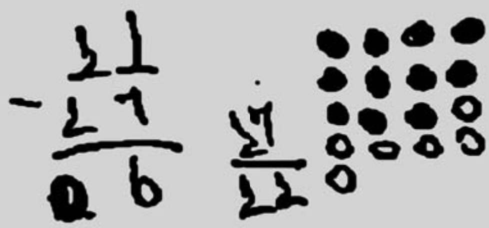
Diante da complexidade dos processos de ensino-aprendizagem e da sua avaliação, esboça-se, hoje, uma outra via que propõe a utilização das duas metodologias por meio de um processo que implica a adequação às situações e a articulação entre as várias técnicas e instrumentos.

Por mais rigor que os professores queiram dar aos instrumentos de avaliação, a subjetividade está inevitavelmente presente: na escolha que se faz dos itens, no modo como se apresentam, na linguagem que se utiliza. A leitura que o avaliador pode fazer das respostas do avaliado, as expectativas que tem em relação a elas são, ainda, carregadas de subjetividade. Aceitar a subjetividade em avaliação é ainda a forma mais eficaz de tentar controlá-la, evitando a ilusão de que a objetividade é possível e de que o *aluno é aquilo que o teste mede*. Não sendo possível eliminar a subjetividade, é, no entanto, desejável tentar diminuí-la, e uma forma de se conseguir isso é confrontar cada vez mais as diversas subjetividades que surgem no processo de avaliação, por meio da diversificação dos instrumentos utilizados.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

3. A seguir, temos um registro da solução dada por uma criança para o seguinte problema:
Paulo tem 17 bolas azuis e vermelhas. Se ele tem 11 bolas azuis, quantas bolas vermelhas ele tem?



Mais uma vez, recorremos ao diálogo entre o entrevistador (E) e a criança que resolveu esta questão (A):

[O aluno armou a conta e operou da seguinte forma: 11-17 = 06.]
E: Então, é seis, né? A resposta é seis?
A: É.
E: Você tem certeza?
A: Sim.
E: Você sabe fazer de outro jeito esta questão? Quer desenhar ou fazer de outro jeito?
A: Outro jeito…?
[O aluno, nesse momento, começou a fazer bolinhas. Ele desenhou 17 bolas e pintou 11, deixando seis sem serem pintadas, representando a subtração que ele fez anteriormente.]

a. Faça você uma avaliação sobre a resolução dessa criança.
b. Discuta com seus colegas sobre o fato de a criança registrar 11 - 17.

RESPOSTAS COMENTADAS

Considerando uma abordagem qualitativa embora a criança "arme a conta", a estratégia utilizada é de contagem. Identificando esses aspectos, o professor poderá propor atividades ou questões que ampliem a concepção dessa criança em relação ao uso da "conta" relacionado à resolução do problema.

Encontramos as respostas para esta atividade na citação a seguir:

> *Observe-se no protocolo e figura acima que o aluno inicialmente arma a conta de forma errada, mas chega à resposta correta. Quando solicitado a resolver de outra forma, o aluno utiliza-se da estratégia de contagem. Ele desenha as dezessete (17) bolinhas e pinta onze (11) referentes às bolas azuis. Nesse momento, o que ele fez foi contar o todo (17) e uma das partes (11). A quantidade remanescente é também contada e constitui a resposta do problema (BARRETO, 2004).*

A DIVERSIDADE DOS INSTRUMENTOS

Em qualquer instrumento de avaliação, temos alguns aspectos a que precisamos estar atentos: a escrita, a oralidade, o desenho, pois cada aluno dá preferência a uma dessas formas de comunicação. Dentro desses aspectos, podemos pedir ao aluno para resumir, completar, classificar, comparar, refazer, entre outros.

Os materiais que fazem parte dos instrumentos de avaliação podem provocar no aluno algum tipo de inibição ou rejeição se forem utilizadas palavras cujo significado os alunos não conhecem ou se tiverem a necessidade de utilizar objetos que não manipulem com facilidade. Portanto, é importante que o professor esteja atento a essas informações, para promover avaliações da forma mais tranquila possível.

O contexto em que o instrumento é aplicado influencia também o desempenho do aluno. Se alguns indivíduos gostam de trabalhar isoladamente e têm bons resultados em testes escritos, outros podem acusar bloqueios perante uma folha de papel em branco, sentindo sobre si o olhar do professor. Não queremos construir um instrumento de avaliação para cada aluno. No entanto, a diversificação é possível e desejável. A tentativa de avaliar com justiça nos leva à criação de novos tipos de instrumentos e à utilização de outros que podem até ser tradicionalmente ligados a outras áreas, como entrevistas, relatórios, portfólios, apresentações etc.

EXISTE UM INSTRUMENTO MELHOR?

Não há um único instrumento de avaliação que dê uma resposta completa e precisa do processo de aprendizagem dos alunos. Existem condições subjetivas que podem ocorrer. Por exemplo:

• um mesmo problema pode ser apresentado ou interpretado de diferentes formas pelos alunos;

• uma mesma resposta pode ter interpretações diversas pelos professores.

A dificuldade de escolha de um instrumento de avaliação depende do contexto de realização e das variáveis que interagem, dos aspectos sociais, emocionais e do ambiente pedagógico. Os alunos reagem diferentemente, perante os mesmos instrumentos, porque divergem na maneira como os interpretam e como os aceitam.

O professor deve, na medida do possível, conhecer seus alunos. Isso permitirá que ele faça uma avaliação informal e intuitiva, durante o processo de ensino-aprendizagem.

A utilização repetida e exclusiva de um mesmo tipo de instrumento de avaliação não permite ver o indivíduo sob todos os ângulos, o que pode induzir a erros graves. Se há alunos que evidenciam melhor as suas competências com um determinado tipo de instrumento, cumpre ao professor prepará-los para poderem responder o mais adequadamente possível, qualquer que seja o instrumento utilizado. Há que se saber dosar a utilização de diferentes técnicas e instrumentos de avaliação, racionalizando-os no sentido de potencializar os seus valores e estabelecer as dificuldades do seu uso.

É importante que a avaliação seja um tema a ser debatido por todos os professores, e que esteja inserida no projeto político-pedagógico da escola. A utilização de diferentes formas de avaliação busca abranger o máximo de aspectos possíveis.

Vamos, a seguir, apresentar alguns instrumentos de avaliação, tais como: trabalho em grupo, avaliações individuais e em duplas, correção de exercícios, autoavaliações, projetos escolares, comportamento, entre outras.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

4. A seguir, apresentamos duas questões que têm por objetivo localizar números fracionários na reta numérica.

1. Marque os seguintes pontos na reta numérica:

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{3}{4}$ c. $\frac{5}{4}$ d. $\frac{3}{2}$

2. São dados os pontos $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{3}{4}$, $C = \frac{5}{4}$ e $D = \frac{3}{2}$.

a. Quais pontos estão entre 0 e 1?
b. Quais pontos estão entre 1 e 2?
c. Quais pontos estão entre 2 e 3?
d. Se um ponto localiza-se entre 0 e 1, o que podemos afirmar sobre a relação entre o numerador e o denominador?

A questão 1 foi resolvida em sala pela professora. A questão 2 foi colocada na avaliação bimestral, e o índice de erros foi alto, 70% dos alunos erraram a questão 2. A professora, indignada, disse:
– *Que absurdo! Esses alunos são incapazes de reproduzir uma resposta; dei praticamente essa mesma questão em sala de aula, com os mesmos valores, e olha só que péssimo resultado...*
a. Você concorda com a afirmação da professora?
b. Que argumentos você usaria para convencê-la de que sua avaliação a respeito dos alunos não está correta?

RESPOSTAS COMENTADAS

Na questão 1, o aluno precisava marcar os pontos na reta. Isso não quer dizer que ele faça alguma reflexão sobre os aspectos envolvidos. Na questão 2, ele pode ou não vir a marcá-los na reta para depois responder cada um dos itens. Por exemplo: um aluno respondeu que $\frac{1}{2}$ está entre 1 e 2, e justificou usando o argumento errado que como o numerador é 1 e o denominador é 2, então a fração está entre 1 e 2.

ALFABETIZANDO MATEMATICAMENTE

O termo "alfabetização" deve ser, para você, bastante familiar, portanto ele nos remete de forma bastante natural ao contato da criança com a nossa língua pátria, ou seja, existem diferentes teorias a respeito dos métodos e formas de alfabetização. Porém, pouco se discute a respeito da alfabetização matemática. Se entendermos alfabetização como um processo, a avaliação dos professores em relação aos seus alunos segue apontando avanços e detectando os obstáculos na aprendizagem.

Na Educação Infantil, e nas séries iniciais do Ensino Fundamental, em relação à Matemática, o professor deve proceder da mesma forma, ou seja, identificar avanços e obstáculos na aprendizagem. Para isso, é preciso que o professor conheça os conceitos que envolvem a alfabetização matemática.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

5. Observe o registro de um aluno em dois momentos distintos para escrever o número 253.

200503 e 20053

a. Você consegue entender o que ele escreveu?
b. Pense numa justificativa para esse "erro" do aluno.
c. Como você avaliaria esses registros?

RESPOSTAS COMENTADAS

O aluno escreve o primeiro número de acordo com a linguagem falada, ou seja, duzentos (200) e cinquenta (50) e três (3), no segundo registro ele já é capaz de perceber o valor posicional ao escrever 53. Consideramos que isso não é um erro, é apenas uma etapa no processo de alfabetização matemática do aluno.

!

Os avanços e obstáculos dos alunos devem ser registrados em relação a cada um dos objetivos traçados pelo professor. Um instrumento interessante que atende a essa expectativa é o portfólio.
O importante é que os registros não sejam guardados aleatoriamente. O professor deve ter objetivos específicos, assim ele poderá replanejar ações, para inserir novos elementos, e atividades, a fim de corrigir os rumos de aprendizagem dos alunos.

PROVAS E TESTES

Essa história tem algum significado para você? É preciso desconstruir o terror que muitos alunos têm da prova.

Provas e testes são os mais usuais instrumentos de avaliação, que nos remetem à concepção de *avaliação como medida*, ou seja, aplicamos provas ao final de determinados períodos para verificar se houve ou não aprendizagem. Atribuímos uma nota ou conceito, e a responsabilidade pelo resultado é do aluno. Geralmente são instrumentos utilizados no primeiro modelo, *avaliação como medida*. Mas é possível propor uma releitura desses tão conhecidos instrumentos.

Já pensou em elaborar uma prova em grupo? Ela deve ser elaborada da mesma forma que uma prova individual?

Uma sugestão para desmitificar esses instrumentos pode ser a seguinte: o professor pode criar um momento na prova chamado de "cola oficial", ou seja, a prova inicia-se individualmente, onde os alunos terão certo tempo para ler suas provas e resolver algumas questões, e esse tempo não deve ser suficiente para que ele resolva a prova toda. Após esse primeiro momento, os alunos devem guardar seus lápis e canetas e, em dupla, conversar, tirar suas dúvidas com o colega sobre as questões da prova. Num terceiro momento, eles voltam a ficar sozinhos para concluir a resolução das questões. Isso deve ser acordado anteriormente com os alunos e a sala de aula deve estar organizada de forma que essa dinâmica possa ser viabilizada. Você pode criar outras estratégias de forma que as provas sejam mais uma etapa no processo de aprendizagem dos alunos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

6. Elabore uma questão para ser aplicada numa prova realizada por uma dupla de alunos. Pense em como você poderia colocá-los para trabalhar em conjunto.

COMENTÁRIO

Ao elaborar sua questão, compare, converse com um colega e registre os objetivos que deseja avaliar no seu aluno. Sugestão: Descreva o caminho de sua casa até a escola por meio de um pequeno texto.
a. Identifique semelhanças e diferenças entre as duas descrições.
b. Liste os elementos matemáticos utilizados por cada um em suas descrições.
A descrição deverá ser feita individualmente e para responder aos itens a e b, e o trabalho deverá ser em conjunto.

OUTROS INSTRUMENTOS

As avaliações em Matemática costumam seguir procedimentos muito rígidos, com ordens do tipo: resolva, calcule, encontre o valor de x, arme e efetue. Nossa proposta é que o professor explore outras formas de avaliar e propor trabalhos em sala de aula. Comunicar matematicamente deve ser uma habilidade a ser desenvolvida pelos alunos. Para que isso aconteça, o professor poderá propor atividades em que os alunos produzam registros por meio de diálogos criativos, memórias ou diários de aula, poesias, crônicas, músicas e jogos, redações e cartas, histórias em quadrinhos etc.

Na **Figura 12.1**, apresentamos exemplos de como explorar a linguagem em situações que envolvam a Matemática.

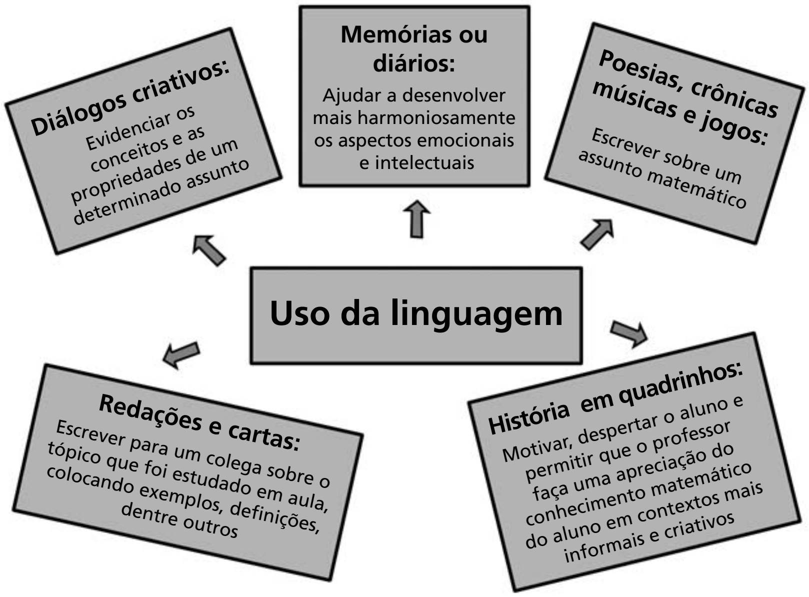


Figura 12.1: Diferentes usos da linguagem.

TRABALHOS: EM GRUPO OU INDIVIDUAIS?

Mais uma vez, o importante é a diversidade. Cada tipo de trabalho explora características específicas e demanda habilidades próprias. Assim, no trabalho individual, queremos observar a concentração, a escrita, o registro individual e a organização espacial.

Acreditamos que trabalhar em grupo é mais do que sentarem juntos ou colocar o nome no mesmo trabalho. Quando o professor propõe um trabalho em grupo na sala de aula, precisa interferir para que os alunos efetivamente trabalhem em grupo. Mas isso não é tarefa simples, diferentes aspectos devem ser considerados.

Dentre as muitas vantagens que podemos citar do trabalho em grupo é o fato de que em turmas grandes você reduz o número de atendimentos, mas para isso é necessário que haja interação entre os participantes do grupo, e algumas regras devem ser combinadas com os alunos.

Quando um grupo solicita a presença do professor, uma estratégia interessante é combinar com os alunos que todos devem ter conhecimento sobre a dúvida. Isso quer dizer que o professor só deverá ser solicitado caso nenhum outro componente do grupo tenha conseguido sanar a dúvida. Para que isso aconteça, se João chamou o professor, Renata, que é do grupo dele, deverá ser capaz de dizer qual é a dúvida do João.

Algumas pesquisas apontam sobre o número ideal de participantes de um grupo. Acreditamos que quatro participantes é um bom número de pessoas para compor um grupo; isso se justifica, pois é um número que possibilita interação entre os componentes. Quando esse número cresce, a tendência é a formação de subgrupos.

Em alguns casos, as salas em que você atua são superlotadas, e o espaço físico, pequeno, tornando impossível a organização em grupo. Na maioria desses casos, é sempre possível formar duplas.

A formação dos grupos por vezes é um ponto bastante delicado. É comum os alunos formarem grupos de acordo com suas afinidades e, em princípio, não há mal algum nisso. É importante o professor observar o desenvolvimento do trabalho e fazer mudanças quando necessário. Mas atenção! O melhor caminho ainda é a negociação. Evite a criação de embates. O aluno pode ficar tão incomodado com a situação que esse fato pode se tornar um obstáculo ao aprendizado.

Um outro cuidado é com os alunos diferentes, os muito agitados, os muito dispersos, ou que tenham alguma deficiência. É preciso que eles sintam-se parte integrante do grupo.

CONCLUSÃO

Nosso objetivo não é esgotar os aspectos que envolvem os instrumentos de avaliação. É importante que o professor reavalie a cada instante a coerência entre sua prática, sua concepção de avaliação e os instrumentos que utiliza.

O professor deve procurar aprimorar cada vez mais seus conhecimentos a respeito das dificuldades que envolvem a aprendizagem em Matemática. Além disso, deve aguçar sua sensibilidade para ver os alunos em diferentes ângulos, com habilidades diferenciadas. Assim, eles podem ter dificuldades na construção dos conceitos matemáticos e serem bons produtores de textos ou de belos desenhos ou pinturas.

ATIVIDADE FINAL

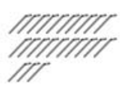
Atende aos Objetivos 1 e 2

Utilizando as Aulas 9 e 10, elabore cinco atividades (exercícios) sobre o sistema de numeração decimal e suas características. Escreva o objetivo das atividades propostas.

COMENTÁRIO

Lembre-se de que o objetivo é o que desejamos que o aluno atinja.
Objetivo: o aluno deverá ser capaz de diferenciar as ordens do sistema de numeração decimal.
1. Usando canudos e elásticos, faça agrupamentos de 10 em 10 e represente os seguintes números:

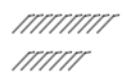
a. 23



b. 145

c. 111

d. 107



2. Decomponha os números através de centenas, dezenas e unidades.
a. 23 = 20 + 3 *b. 145 = 100 + 40 + 5*

c. 111 = 100 + 10 + 1 *d. 107 = 100 + 7*

Na primeira tarefa, o aluno, além de ir construindo gradativamente os amarrados de canudos de 10 em 10, ao final visualizará a quantidade de canudos diferentes em cada ordem. No item c, temos o mesmo numeral representando três ordens diferentes. E no item d, temos a ausência de uma das ordens, sinalizando a importância do zero.
Na segunda tarefa, o aluno fará o registro numérico que deverá ser associado aos grupos de canudos, por isso, nas duas questões, os números propostos foram os mesmos.

RESUMO

A diversificação dos instrumentos de avaliação auxilia na metodologia adotada pelo professor. A necessidade de utilizar diferentes instrumentos pode ser justificada por duas ideias: o aluno não aprende apenas pela fala do professor, e uma prova não dá o diagnóstico da aprendizagem do aluno. Assim, além de provas e testes, o professor deve usar relatórios, trabalhos individuais, trabalhos em grupos e compreender as diferentes possibilidades dadas ao aluno para pensar sobre a Matemática no uso desses instrumentos.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Diferentes tipos de tarefas serão o tema da próxima aula. Vamos diferenciar exercícios, resolução de problemas e atividades de investigação.

AULA 13

Diferentes tipos de tarefas: exercícios, problemas e atividades de investigação

Meta da aula

Apresentar diferentes tipos de tarefas: exercícios, problemas e atividades de investigação.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. identificar os diferentes tipos de tarefas;
2. diferenciar exercícios, problemas e atividades de investigação;
3. diferenciar os significados nas operações de adição e subtração;
4. diferenciar os significados nas operações de multiplicação e divisão.

Pré-requisito

Para acompanhar esta aula, o seu conhecimento sobre as quatro operações é suficiente.

INTRODUÇÃO

Nas aulas de Matemática, nos livros didáticos e nas apostilas que tratam de conteúdos matemáticos, são comuns os famosos exercícios. A máxima de que para aprender Matemática é preciso fazer exercícios é comum no discurso de muitos professores, alunos e até mesmo de pais e pessoas que já passaram ou não pela escola de Ensino Básico. É a crença de que "Matemática se aprende pelos dedos".

Também é consenso por parte de médicos e especialistas na área de saúde que para se manter saudável, além de uma alimentação equilibrada, é preciso fazer exercícios, neste caso, como uma atividade física. Embora os significados da palavra exercícios nos dois contextos sejam diferentes, existe uma premissa em comum nos dois usos.

Caminhar, nadar, correr e andar de bicicleta condicionam nosso organismo de um modo geral. Os exercícios em Matemática na maioria das vezes também têm esse objetivo: condicionar, tornar apto a fazer novos exercícios.

Na revolução industrial, os exercícios de Matemática foram devidamente estimulados com as ideias de reprodução, de trabalho em série, fabril, em que o objetivo da repetição era dar a velocidade. Será que na aprendizagem matemática a velocidade de resolução é o mais importante?

Não defenderemos uma ideia diametralmente oposta a essa, mas sim a de que, além de exercícios, é preciso propor outros tipos de tarefas, neste caso, os problemas e as atividades de investigação.

O texto "Investigar em Matemática" discute a diferença entre problema, exercício e atividade de investigação. Acreditamos que fazer essa diferenciação é de grande relevância para entender o papel que as atividades de investigação como uma proposta pedagógica a ser utilizada em sala de aula têm.

> A discussão que esta aula traz é inspirada na distinção que o texto intitulado "Investigar em Matemática" de PONTE; BROCADO; OLIVEIRA (2003) faz. Diferencia três tipos de tarefas: os exercícios, os problemas e as atividades de investigação.
> A Investigação Matemática é uma metodologia que vem sendo difundida pelo grupo de pesquisa coordenado pelo professor João Pedro Ponte, da Universidade de Lisboa, em Portugal.

O que distingue as investigações dos problemas e exercícios? Sobre os exercícios e problemas, você já está familiarizado e já deve conhecer algumas semelhanças e diferenças. Entretanto, as investigações é o que apresentaremos de novo nesta aula. Elas propõem pontos de chegada diferentes dos problemas e exercícios.

Dessas características, semelhanças e diferenças é que vamos tratar nesta aula. Diferentes tipos de tarefas podem ser transformados ou combinados com algumas perguntas e se transformarem em outro tipo de tarefa.

EXERCÍCIOS

Segundo Polya (1995 apud PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2003), os exercícios podem ser resolvidos por um método já conhecido. Na maioria das aulas de Matemática, eles se caracterizam por ações repetitivas, o professor apresenta como resolver, e o aluno reproduz esse processo de resolução para fixar o modo de resolver. Não é nosso objetivo aqui fazer uma defesa contrária aos exercícios como tarefa matemática, afinal nós sobrevivemos à escolaridade e fomos submetidos a uma infinidade deles, mas os exercícios em exaustão podem, para alguns, proporcionar certa reflexão e a construção de alguns conceitos e conhecimentos. No entanto, para outros, geralmente a maioria, que tem grandes dificuldades em aprender matemática, fica apenas o aspecto procedimental, não produzindo significados que poderão ser utilizados em outros contextos.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

1. Resolva as seguintes expressões numéricas. Lembre-se de que existe uma ordem a ser obedecida pelas operações:
1º - multiplicação ou divisão;
2º - adição ou subtração.

a. $5 \times 3 + 17 =$
b. $4 + 12 \div 3 =$
c. $67 - 13 \times 2 =$
d. $45 + 23 - 15 \div 3 =$
e. $56 \div 7 \times 9 - 23 =$

____
____
____
____
____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. $5 \times 3 + 17 =$
$15 + 17 =$
32

b. $4 + 12 \div 3 =$
$4 + 4 =$
8

c. $67 - 13 \times 2 =$
$67 - 26 =$
41

d. $45 + 23 - 15 \div 3 =$
$45 + 23 - 5 =$
$68 - 5 =$
63

e. $56 \div 7 \times 9 - 23 =$
$8 \times 9 - 23 =$
$72 - 23 =$
49

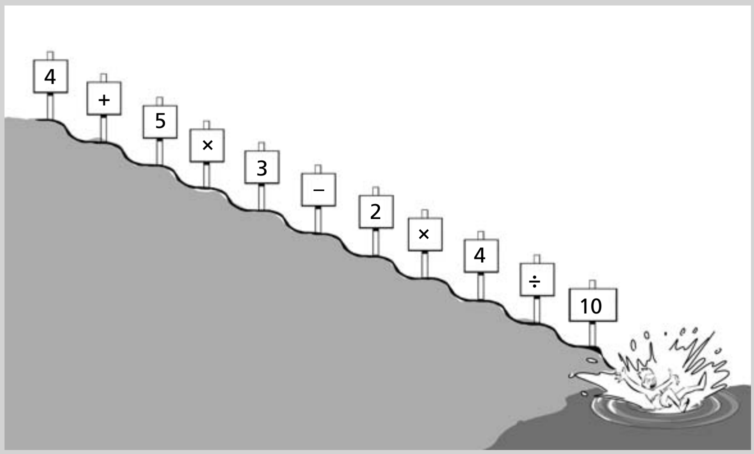
Para resolver o exercício, foi dado um comando a ser seguido. A ideia é de que os alunos, resolvendo muitas expressões numéricas desse tipo, vão "fixar", memorizar a ordem em que devem ser resolvidas as operações, mas vale lembrar que, mesmo memorizando a ordem das operações, eles podem errar ao fazer as contas. Nesse caso, o ensino de expressões pautado em regras deixa de fora, por exemplo, que essas regras de resolução de uma expressão podem ter origem na modelação de problemas.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

2. Em um programa de televisão, havia uma competição na qual os participantes escorregavam por um enorme tobogã e, no caminho, faziam cálculos matemáticos na ordem que eles apareciam.
Vencia quem apresentasse, ao final da descida do tobogã, a resposta considerada correta.

a. Qual o número encontrado na descida do tobogã?



b. Use o menor número possível de símbolos (parênteses e colchetes) e escreva uma expressão cujo resultado seja o encontrado no item **a** e que tenha todos os números do tobogã na ordem que eles aparecem.

c. No item **a** temos um exercício? E no item **b**?

RESPOSTAS COMENTADAS

a. $4 + 5 = 9 \Rightarrow 9 \times 3 = 27 \Rightarrow 27 - 2 = 25 \Rightarrow 25 \times 4 = 100 \Rightarrow 100 \div 10 = 10$.
O valor encontrado é 10.

b. Observe que inicialmente temos $4 + 5 \times 3 - 2 \times 4 \div 10$. Entretanto, a primeira operação realizada foi a adição $4 + 5$. Para multiplicarmos o resultado dessa operação por 3, precisamos dos parênteses $(4 + 5) \times 3$.

Depois subtraímos 2 e ficamos com $(4 + 5) \times 3 - 2$. Nesse caso, não precisamos de nenhum símbolo porque a multiplicação já deve ser feita antes da subtração.

Agora precisamos multiplicar o resultado de $(4 + 5) \times 3 - 2$ por 4. Para isso, usamos um novo símbolo (colchetes) e temos $[(4 + 5) \times 3 - 2] \times 4$.

Por fim, dividimos por 10 e escrevemos: $[(4 + 5) \times 3 - 2] \times 4 \div 10$.

c. Embora sejam contextualizados e seja uma situação menos imediata e mais reflexiva, a situação apresentada não deixa de ser um exercício, pois busca treinar operações e fixar o uso de parênteses e colchetes. Observe que, mesmo quando desejamos treinar operações ou outros procedimentos, podemos lançar mão de situações mais contextualizadas e reflexivas.

PROBLEMAS OU EXERCÍCIOS?

Existem diferentes tipos de problemas. Geralmente nas séries iniciais, muitos problemas se restringem às informações que são modeladas de forma imediata pelas quatro operações fundamentais. Para Polya (1995 apud PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2003), "Um problema é uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita sua resolução imediata...". Na maioria das vezes, o problema apresenta um texto simples e direto, no qual o encadeamento de ações não envolve estratégias mais elaboradas. Esse tipo de problema é comum em livros didáticos e principalmente na prática diária dos professores.

Como esses problemas têm um formato sempre muito parecido, e um mesmo método de resolução, podem ser considerados como exercícios. Diferem apenas de uma conta armada ou uma expressão numérica por apresentarem um texto. Esses problemas podem e devem continuar a fazer parte do ensino dos anos iniciais de escolaridade. Por isso, apresentaremos a seguir diferentes significados que esses problemas podem assumir, embora possam ser resolvidos com uma mesma operação. Isso poderá ser útil para o professor diversificar os tipos de problemas oferecidos aos alunos.

DIFERENTES SIGNIFICADOS RELACIONADOS ÀS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Veremos a seguir uma sequência de situações em que categorizamos diferentes significados da adição a da subtração:

• Situações associadas à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro.

Ações de juntar, separar/retirar.

Exemplo 1: Em uma classe, há quase 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há na classe?

$$15 + 13 = 28$$

Exemplo 2: Em uma classe, há alguns meninos e 13 meninas, no total são 28 alunos. Quantos meninos há nessa classe?

$$28 - 13 = 15$$

Exemplo 3: Em uma classe de 28 alunos, 15 são meninos. Quantas são as meninas?

$$28 - 13 = 15$$

Observe que, embora nos exemplos 2 e 3 a conta a ser utilizada seja a mesma, no exemplo 2 a ideia é de completar e, no exemplo 3, a ideia é de retirar.

• Situações ligadas à ideia de transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa.

Exemplo 4: Paulo tinha 20 figurinhas. Ele ganhou 15 figurinhas num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora?

$$20 + 15 = 35$$

Exemplo 5: Pedro tinha 20 figurinhas. Ele perdeu 12 figurinhas num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora?

$$20 - 12 = 8$$

Exemplo 6: Paulo tinha algumas figurinhas, ganhou 12 no jogo e ficou com 20 figurinhas. Quantas figurinhas ele possuía?

$$20 - 12 = 8$$

Exemplo 7: Paulo tinha 20 figurinhas, ganhou algumas e ficou com 27. Quantas figurinhas ele ganhou?

$$27 - 20 = 7$$

Observe que os exemplos 4, 6 e 7 são de transformação positiva, mesmo que a operação de subtração seja o que resolve os exemplos 6 e 7.

• Situações ligadas à ideia de comparação.

Exemplo 8: No final de um jogo, Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tinha 20, e Carlos tinha 10 a mais que Paulo. Quantas eram as figurinhas de Carlos?

$$20 + 10 = 30$$

Exemplo 9: Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tem 12, e Carlos, 7. Quantas figurinhas Carlos deve ganhar para ter o mesmo número que Paulo?

$$12 - 7 = 5$$

Exemplo 10: Paulo tem 20 figurinhas. Carlos tem 7 figurinhas a menos que Paulo. Quantas figurinhas tem Carlos?

$$20 - 7 = 13$$

Esse grupo de problemas se parece com as expressões de quanto tem *a mais* e *a menos*. Alguns professores utilizam a associação entre palavras e a operação a ser utilizada. Acreditamos que o importante é discutir a ideia que está posta no problema em questão, pois essa associação pode levar o aluno a cometer erros.

• Situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa).

Exemplo 11: No início de uma partida, Ricardo tinha certo número de pontos. No decorrer do jogo, ele ganhou 10 pontos e, em seguida, ganhou 25 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo?

$$10 + 25 = 35$$

Ricardo ganhou 35 pontos.

Exemplo 12: No início de uma partida, Ricardo tinha certo número de pontos. No decorrer do jogo, ele perdeu 20 pontos e ganhou 7 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo?

$$20 - 7 = 13$$

Ricardo perdeu 13 pontos.

Exemplo 13: Ricardo iniciou uma partida com 15 pontos de desvantagem. Ele terminou o jogo com 30 pontos de vantagem. O que aconteceu durante o jogo?

$$30 + 15 = 45$$

Ricardo ganhou 45 pontos.

Esse grupo de problemas é pouco explorado com os alunos. Eles exigem um pouco mais de interpretação. Por isso, é importante conhecê-los para poder propor aos alunos.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

3. Com relação à adição e à subtração, classificamos as situações apresentadas em:
i. Situações associadas à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro. Ações de juntar, separar/retirar.
ii. Situações ligadas à ideia de transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa.
iii. Situações ligadas à ideia de comparação.
iv. Situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa).

Veja os problemas a seguir:
Problema A: A capacidade de um vagão de trem é de 50 passageiros e nele já existem 37 passageiros. Quantos passageiros ainda podem entrar no trem?
Problema B: Numa brincadeira, André e Tiago tinham que colocar a água de copos em um balde. André tinha copos de 400 mL, e Tiago tinha copos de 500 mL. Eles tinham que despejar um copo cada um, toda vez que seu nome fosse falado. A sequência com as primeiras letras dos nomes foi: ATTATATTAAT. Com quantos litros o balde ficou depois da brincadeira?
Problema C: Eu tenho R$ 25,00, e meu amigo Arthur tem R$ 47,00. Juntos nós temos...?
Problema D: Beatriz e eu fomos ao teatro, e o ingresso custava R$ 25,00. Quando Beatriz foi pegar seu dinheiro, viu que só tinha R$ 18,00. Quanto precisei emprestar a minha amiga para que ela comprasse seu ingresso?

a. Resolva cada problema.
b. Classifique-os de acordo com a situação apresentada.

RESPOSTAS COMENTADAS

a. Problema A: 50 – 37 = 13.
Problema B: 400 + 500 + 500 + 400 + 500 + 400 + 500 + 500 + 400 + 400 + 500 = 5.000 mL = 5 L.
Problema C: R$ 25,00 + R$ 47,00 = R$ 72,00.
Problema D: R$ 25,00 - R$ 18,00 = R$ 7,00.

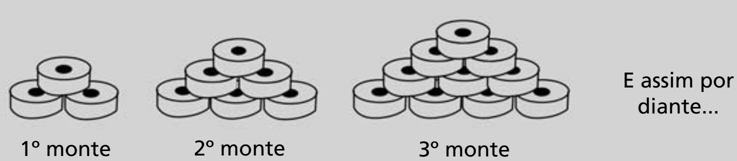
b. Problema A: III.
Problema B: IV.
Problema C: I.
Problema D:II.

Essa classificação é importante para que você, como futuro professor, possa compreender as dificuldades dos seus alunos e explorar diferentes possibilidades e eventualmente aprofundar seus conhecimentos, pois questões como essa costumam aparecer em concursos para o ingresso no magistério.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 3

4. A figura a seguir representa uma sequência de pilhas de embalagens de CDs formadas de acordo com um determinado padrão.



a. Quantas embalagens de CD foram acrescentadas ao 1º monte, para se obter o 2º monte?
b. E ao 2º monte, para se obter o 3º?
c. E ao 3º monte, para se obter o 4º?
d. Suponha que você construiu o 10º monte e o 11º também. Qual a diferença de embalagens de CDs entre eles?
e. Qual a situação apresentada neste problema?

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. 3.
b. 4.
c. 5.
d. Observando que com esse padrão para formar o 11º monte temos que acrescentar 12 embalagens ao 10º monte, a diferença é 12.
e. Em todos os itens, a ideia é de comparação.

DIFERENTES SIGNIFICADOS RELACIONADOS ÀS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Vamos analisar diferentes categorias sobre os significados da mutiplicação e da divisão.

• Situações associadas ao que se poderia denominar multiplicação comparativa.

Exemplo 14: Pedro tem R$ 5,00, e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?

$$5 \times 2 = 10$$

Exemplo 15: Marta tem 4 selos, e João tem 5 vezes mais selos que Marta.

Quantos selos tem João?

$$4 \times 5 = 20$$

Exemplo 16: Lia tem R$ 10,00. Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro?

$$10 \div 2 = 5$$

No exemplo 15, aparece a expressão 5 vezes *mais*. Se o professor trabalha com associação entre palavras e operações, aqui já aparece uma que poderá induzir o aluno a confundir com a expressão *a mais* (adição).

• Situações associadas à comparação entre razões, que, portanto, envolvem a ideia de proporcionalidade.

Exemplo 17: Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes (a ideia de proporcionalidade está presente, assim como 1 está para 8, 3 está para 24)?

$$3 \times 8 = 24$$

Exemplo 18: Dois abacaxis custam R$ 2,50. Quanto pagarei por 4 desses abacaxis (situação em que o aluno deve perceber que comprará o dobro de abacaxis e deverá pagar – se não houver desconto – o dobro, R$ 5,00, não sendo necessário achar o preço de cada abacaxi para depois calcular o de 4)?

$$2 \times 2{,}50 = 5{,}00$$

Exemplo 19: Marta pagou R$ 24,00 por três pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote (a quantia em dinheiro será repartida igualmente em 3 partes e o que se procura é uma parte)?

$$24 \div 3 = 8$$

Exemplo 20: Marta gastou R$ 24,00 na compra de pacotes de chocolate que custavam R$ 3,00 cada um. Quantos pacotes de chocolate ela comprou (procura-se verificar quantas vezes 3 cabe em 24, ou seja, identifica-se a quantidade de partes)?

$$24 \div 3 = 8$$

A ideia de proporcionalidade deve ser explorada em diferentes contextos, é uma poderosa ferramenta para que os alunos adquiram flexibilidade nos cálculos.

• Situações associadas à configuração retangular.

Exemplo 21: Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

$$7 \times 8 = 56$$

Exemplo 22: Qual é a área de um retângulo cujos lados medem 6cm por 9cm?

$$6 \times 9 = 54$$

Exemplo 23: As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 7 as fileiras, quantas são as colunas?

$$56 \div 7 = 8$$

Exemplo 24: A área de uma figura retangular é de 54 cm^2. Se um dos lados medir 6cm, quanto medirá o outro lado?

$$54 \div 6 = 9$$

A ideia de configuração retangular está relacionada com essa forma de organizar objetos (como nos exemplos 21 e 23) ou espaços (como nos exemplos 22 e 24).

• Situações associadas à ideia de combinatória.

Exemplo 25: Tenho duas saias – uma preta (p) e uma branca (b) – e três blusas – uma rosa (r), uma azul (a) e uma cinza (c). De quantas maneiras diferentes posso me vestir?

$$2 \times 3 = 6$$

Exemplo 26: Quatro rapazes e três moças numa festa podem formar quantos pares diferentes?

$$4 \times 3 = 12$$

Neste tipo de problema, antes da compreensão de que para resolvê-los é necessário usar uma multiplicação, deve-se estimular os alunos a encontrar alguma estratégia para se obter o número de formas possíveis.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 4

5. Com relação à adição e à subtração, classificamos as situações apresentadas em:
I. Situações associadas à ideia de combinatória.
II. Situações associadas à configuração retangular.
III. Situações associadas à comparação entre razões, que, portanto, envolvem a ideia de proporcionalidade.
IV. Situações associadas ao que se poderia denominar multiplicação comparativa.

Formule um problema para cada situação apresentada.

RESPOSTA COMENTADA

Você pode adaptar dos exemplos apresentados, mas é interessante que bole outros contextos. Esta atividade, caso seja orientação do tutor ou coordenador de disciplina, poderá ser entregue e avaliada pelo seu tutor.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 4

6. Na sorveteria do Sr. Otto, há quatro produtos diferentes para colocar por cima do sorvete: raspas de chocolate; amêndoa; chantilly e balas. A Catarina queria decorar o seu sorvete com *dois* dos ingredientes. De quantas maneiras diferentes poderia a Catarina decorar o seu sorvete?

RESPOSTA COMENTADA

Vamos apresentar dois tipos de solução:
A Catarina tinha quatro opções de produtos diferentes para escolher dois; assim, podíamos organizar as possíveis soluções numa tabela. Veja:
Na Escolha 1, vou fixar um dos produtos e alternar a Escolha 2 entre as duas opções restantes.

Escolha 1	Raspas de chocolate	Raspas de chocolate	Raspas de chocolate
Escolha 2	Amêndoa	Chantilly	Balas

Escolha 1	Amêndoa	Amêndoa	Amêndoa
Escolha 2	Raspas de chocolate	Chantilly	Balas

Escolha 1	Chantilly	Chantilly	Chantilly
Escolha 2	Raspas de chocolate	Amêndoa	Balas

Escolha 1	Balas	Balas	Balas
Escolha 2	Raspas de chocolate	Amêndoa	Chantilly

A tabela mostra que cada uma das possibilidades aparece repetida duas vezes (observe que na tabela as repetições estão sinalizadas com o mesmo padrão). Assim, o total de possibilidades de se escolher dois produtos para pôr sobre o sorvete é igual a 6.

Outra forma de resolver o mesmo problema seria da seguinte forma:
Para a Escolha 1, temos 4 opções, porém, depois da primeira escolha, restam 3 opções para a Escolha 2. Relacionando a situação com a ideia da combinatória, podemos fazer $3 \times 4 = 12$, o que resulta em 12 possibilidades. Porém, escolher raspas de chocolate com amêndoas é o mesmo que escolher amêndoas com raspas de chocolate. Como cada uma das possibilidades se repete, faremos $12 \div 2 = 6$ possibilidades diferentes de escolher os produtos para decorar o sorvete.

Como você observou nos problemas apresentados, sua solução não exige mais que uma conta ou procedimento, e é por isso que muitos não consideram um problema, mas sim um exercício. Você deve poder chamar de exercício ou problema, não é isso que importa, mas você deve saber que nesses problemas, apesar do texto, o que se pede ao aluno é bem próximo ao que foi pedido nos exercícios. A resolução de problemas, como descrita por Polya (1994), deve exigir dos alunos a leitura, a interpretação, o registro dos dados que são fornecidos no problema e principalmente a procura por uma estratégia, um caminho que o conduzirá à solução do problema. Ainda nesta aula, iremos apresentar alguns problemas em que essas características estão presentes.

ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO

As atividades de investigação se diferenciam dos exercícios e dos problemas por serem propostas abertas; num exercício e num problema o professor já sabe a resposta, numa atividade de investigação o importante é a "viagem e não o destino". Porém, uma atividade de investigação deve ter um objetivo traçado pelo professor, mesmo assim, essa tarefa pode levar a "caminhos não previstos", permitindo que o aluno possa levantar conjecturas que o professor não previu.

Nos anos iniciais da escolaridade, as operações fundamentais continuam sendo um importante foco do trabalho do professor. Assim, o uso da tabuada e da calculadora continuam sendo temas polêmicos em relação ao ensino de Matemática. Pesquisadores e professores têm seus argumentos favoráveis a ou contra o uso dessas ferramentas.

As tabuadas podem nos proporcionar boas atividades de investigação para identificar regularidades numéricas e inferir generalizações, assim como a calculadora é importante para dar agilidade nos cálculos, quando queremos que o aluno observe os resultados e levante conjecturas.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

7. Usando a calculadora, resolva as seguintes expressões:
a. $8 \times 8 + 13 =$
b. $88 \times 8 + 13 =$
c. $888 \times 8 + 13 =$
d. $8.888 \times 8 + 13 =$
e. Observe os resultados obtidos e descubra uma regra que você possa usar para dizer qual é o resultado de $88.888.888 \times 8 + 13$ sem efetuar a operação.
f. Se no lugar do algarismo 8 os números fossem formados pelo algarismo 7, o que aconteceria?

____

____

____

____

____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. 77

b. 717

c. 7.117

d. 71.117

e. Observando o padrão, podemos perceber que o número de algarismos do resultado é o número de vezes que o 8 aparece. Assim, de acordo com esse padrão, o número de algarismos da expressão 88.888.888 × 8 +13 é 9.

Além disso, os algarismos de maior e menor valor posicional dessa expressão são 7 e os demais 1.

Assim, temos o número 711.111.117.

f. Vamos investigar:

$7 \times 7 + 13 = 62$

$77 \times 7 + 13 = 552$

$777 \times 7 + 13 = 5.452$

$7.777 \times 7 + 13 = 54.452$

$77.777 \times 7 + 13 = 544.452$

$777.777 \times 7 + 13 = 5.444.452$

$\vdots$

$777.777.777 \times 7 + 13 = 5.444.444.452$

Podemos observar que:

- Quando temos $7 \times 7 + 13 = 62$, que não faz o padrão dos demais números.
- O número de setes presentes nas expressões é exatamente o número de algarismos do resultado.

A partir de $77 \times 7 + 13$, temos:

- Todos os resultados terminam em 52.
- Todos os resultados começam em 5.
- Os algarismos do "meio" são sempre 4.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

8. Chamam-se *números em escada* aos números que podem ser escritos como a soma de números naturais consecutivos.
Vamos ver alguns exemplos:
• 7 é um número em escada, pois pode escrever-se como 3 + 4;
• 12 também é 3 + 4+ 5;
• 4 + 5 + 6 ou 1 + 2 + 3 + 4 + 5 são duas das formas de representar o 15.
a. Que números podem ser escritos como uma soma de dois números consecutivos?
b. Quais podem ser expressos como uma soma de três números consecutivos? E utilizando quatro números consecutivos?
c. Existem números que não sejam números escada?
d. Investigue outros aspectos relacionados com esses números.

RESPOSTAS COMENTADAS

a. Vamos encontrar alguns números escada a partir da soma de dois números consecutivos:

1 + 2 = 3
2 + 3 = 5
3 + 4 = 7
4 + 5 = 9
5 + 6 = 11
⋮

Logo, podemos formar todos os números ímpares.

b. Investigando:

$1 + 2 + 3 = 6$

$2 + 3 + 4 = 9$

$3 + 4 + 5 = 12$

$4 + 5 + 6 = 15$

$\vdots$

Encontramos os múltiplos de 3.

c. Sim, o 2, por exemplo, não pode ser obtido como soma de números naturais consecutivos. Nem o 4.

d. Números escada com 4 parcelas:

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

$2 + 3 + 4 + 5 = 14$

$3 + 4 + 5 + 6 = 18$

$4 + 5 + 6 + 7 = 22$

$\vdots$

Comentários:

• Os números formam uma sequência que cresce de 4 em 4.

• Os números formados são múltiplos de 4 somados com 2.

Números escada com 5 parcelas:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$

$3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$

$4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$

$\vdots$

Comentários:

• Os números formam uma sequência que cresce de 5 em 5.

• Os números formados são múltiplos de 5.

Você pode continuar a pesquisar e registrar comentários gerais. Por exemplo:

Comentários:

• O 8 não é um número escada porque não aparece nas sequências de até 4 parcelas e a do 5 já começa no 10.

• Os números escada formados por n parcelas formam uma sequência que cresce de n em n números.

O quadro a seguir busca sintetizar os momentos de uma atividade de investigação.

Quadro 13.1: Momentos de realização de uma investigação (PONTE, BROCADO e OLIVEIRA 2003)

Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação problemática. • Explorar a situação problemática. • Formular questões.
Conjecturas	• Organizar dados. • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura).
Teste e reformulação	• Realizar testes. • Refinar uma conjectura.
Justificação e avaliação	• Justificar uma conjectura. • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

OUTROS PROBLEMAS...

A resolução de problemas é uma metodologia que proporciona um processo ativo, construtivo e crescente. A aprendizagem é um processo sempre em construção e em movimento, que ocorre junto com as características do meio. A maneira como o processo de aprendizagem e suas etapas são desenvolvidos depende do ambiente onde está inserido.

Muitos aspectos devem ser considerados para analisar as causas de os alunos não conseguirem aplicar conhecimentos anteriores, técnicos ou não. Na prática pedagógica, a resolução de problemas é um assunto que deve ser visto com bastante seriedade.

É bastante comum os alunos afirmarem "Isso eu sabia, o problema é que não sabia que era exatamente isso que tinha que usar" ou "Depois que vejo resolvido acho tão fácil".

Existe um processo, cuja natureza não é mecânica, entre uma situação, em que o aluno procura solução, a partir de dados iniciais e através de relações decorrentes de outras relações conhecidas, e a obtenção da solução ou incógnita do problema.

Nas aulas de Matemática tradicionais, encontramos a estrutura de expor conteúdos, resolver exercícios relacionados aos mesmos e avaliar, métodos que são sugeridos em livros didáticos. Isso faz com que as situações-problema apresentadas estejam centradas na repetição do conteúdo que foi abordado e pode reduzir a visão que o aluno tem do problema. Percebemos essa questão na prática pedagógica quando os alunos afirmam: "Entendo cada assunto, o problema é que quando mistura tudo não sei o que tenho que usar."

Nesse contexto, as abordagens dadas funcionam como um abrir e fechar de gavetas. Mesmo que para a maioria dos professores esse processo faça parte de um encadeamento lógico, na prática pedagógica constatamos que ele não tem esse mesmo sentido para os alunos.

Um norteador da elaboração das atividades desenvolvidas foram os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1998) que dizem que, ao fim do Ensino Médio, o aluno deve desenvolver as habilidades de identificar o problema compreendendo o enunciado, procurar, selecionar e interpretar as informações relativas ao problema, selecionar estratégias de resolução, distinguir e utilizar raciocínios indutivos e dedutivos, discutir ideias e produzir argumentos convincentes, dentre outros.

A resolução de problemas não deve ser tratada como um conteúdo à parte no currículo, mas inserido nas propostas de cada conceito ou ideia trabalhada. Polya (1995) retrata uma metodologia. O autor propõe que o professor realize indagações e sugestões com o objetivo de discutir o problema com o aluno. Muitas dessas indagações devem ser feitas de maneira genérica e podem ser aplicadas a qualquer tipo de problema, independentemente de sua natureza. Ao estabelecer um diálogo, temos a interação entre professor e aluno na metodologia. A medida que o aluno se apropria da metodologia, sua concepção acerca do problema modifica-se de acordo com os progressos e, também, quando encontra a solução.

Em uma metodologia de resolução de problemas para o ensino da Matemática, o professor formula o problema, deixa o método da solução em aberto, e o aluno encontra seu próprio caminho para a resolução (Ernest, 1996).

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

9. Na sociedade contemporânea, o cuidado com o meio ambiente tem sido uma temática importante para governos e cidadãos. Por isso, algumas ações políticas têm sido tomadas pelos governos de algumas cidades. A prefeitura de certa cidade fez uma campanha que permite trocar 7 latinhas de refrigerante vazias por uma latinha de refrigerantes cheia. Quantas latinhas de refrigerantes pode obter uma pessoa que possua 157 dessas latinhas vazias, fazendo várias trocas?

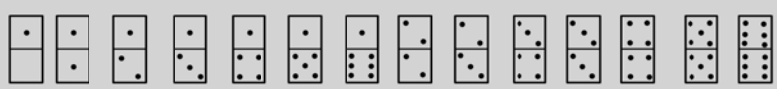
RESPOSTA COMENTADA

Inicialmente a pessoa tem 157 latinhas vazias. Quando faz a primeira troca, ela recebe 22 latinhas e sobram 3 latinhas vazias (faça a divisão de 157 por 7, o resultado é 22 e resto 3).
Após consumir o refrigerante das 22 latinhas, a pessoa fica com 25 latinhas. Faz então a segunda troca, recebendo 3 latinhas cheias e sobrando 4.
Após consumir o conteúdo das 3 latinhas, ela fica com 7 latinhas vazias. O que lhe permite fazer a terceira troca em que recebe 1 latinha de refrigerante.
O total de latinhas que essa pessoa recebeu na troca foi: 22 + 3 + 1 = 26 latinhas.

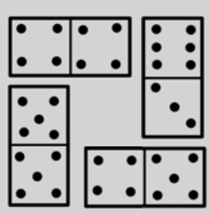
ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 1 e 2

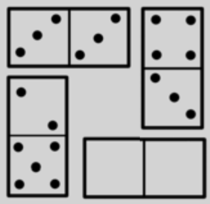
10. O jogo de dominó é formado por 28 peças retangulares distintas, cada uma com duas partes que podem conter de 0 a 6 pontos. Veja algumas dessas peças:



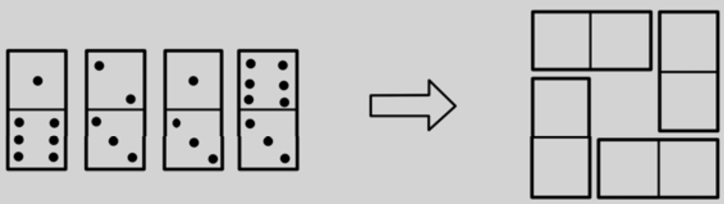
As peças do dominó podem ser usadas para brincar com a Matemática. Por exemplo, na figura a seguir, formada por quatro peças, a soma dos pontos em cada lateral é sempre 14.



a. Complete a peça que faz com que a soma das laterais da figura a seguir seja sempre a mesma.



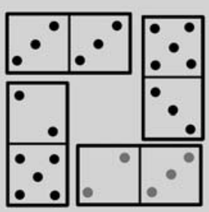
b. Considere as peças a seguir. Monte-as, na figura, de modo que o produto dos pontos de cada lateral seja 18.



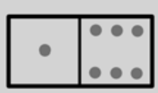
____
____
____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. Podemos verificar, tanto na primeira linha quanto na segunda, que a soma é 10. Na segunda coluna, temos o 4 e o 3, logo, para 10 faltam 3. Agora na segunda linha temos 5 e 3, para 10 faltam 2. Assim a peça é:

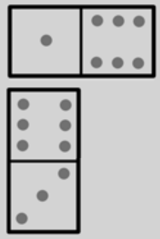


b. Precisamos que o produto seja 18. Vamos escolher uma peça para começar a raciocinar, por exemplo:

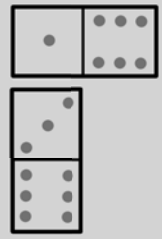


Para formar a primeira coluna, como já temos o 1, o produto da peça tem que ser 18.

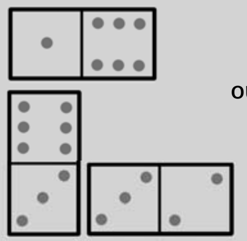
Podemos ter duas situações:



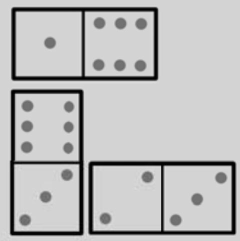
ou



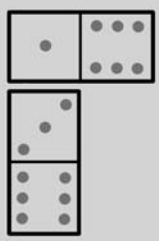
Analisando a primeira situação, a única peça que podemos colocar é a 3 com 2.



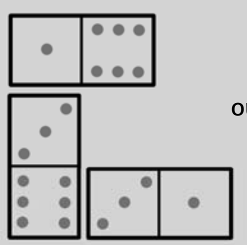
ou



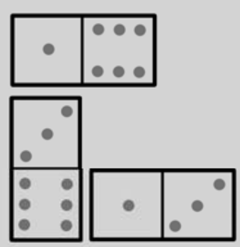
Assim, a situação a considerar é a segunda.



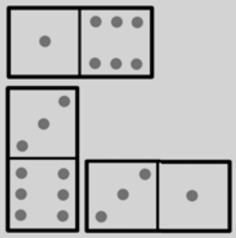
Para que a segunda coluna tenha o produto igual a 18, temos que colocar a peça 3 com 1, que pode estar em duas posições.



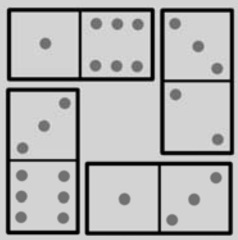
ou



Considerando o primeiro caso, não haveria possibilidade de que na segunda coluna o produto fosse 18, pois a peça que falta tem produto igual a 6 e multiplicado por 1 continuaria resultando em 6.



A posição da peça é então 1, depois o 3 e, completando a peça que falta, temos:



Observe que se você escolher outra peça para começar o raciocínio, a figura ficará em outra posição. Mas as peças serão as mesmas, pois os três números cujo produto é 18 são: 1, 3 e 6 ou 2, 3 e 3.

CONCLUSÃO

O ensino de Matemática muitas vezes está focado em explicação do professor, exercícios e depois problemas. Acreditamos que essa proposta não deva ser a base do ensino e que a Matemática deve ser trabalhada de forma problematizada.

Diversificar entre exercícios, problemas e atividades de investigação é um dos caminhos que ampliam o ensino da Matemática e desenvolvem nos alunos ações que vão além da simples mecanização. Mesmo os exercícios propostos podem ser mais interessantes e significativos que a repetição de um mesmo modelo várias vezes.

ATIVIDADE FINAL

Atende aos Objetivos 1 e 2

Considere a situação:

Você tem cem cartões que devem ser numerados. O primeiro recebe o número um, o segundo recebe o número dois e a partir daí cada cartão será numerado de acordo com a regra:

• soma-se 1 ao número do cartão anterior, se esse for primo;
• soma-se 3 ao número do cartão anterior, se esse não for primo.

1	2	3	4	7	...
cartão 1	cartão 2	cartão 3	cartão 4	cartão 5	

Nesse contexto, elabore um exercício, um problema e uma investigação.

RESPOSTA COMENTADA

Exercício

Para elaborar um exercício você pode pedir alguma coisa imediata, por exemplo:

Preencha cada cartão a seguir com o número adequado, segundo a regra estabelecida.

cartão 6	cartão 7	cartão 8	cartão 9	cartão 10

Nesse caso, o aluno deve compreender as regras e fazer as contas dos próximos cartões.

8	11	12	15	18
cartão 6	cartão 7	cartão 8	cartão 9	cartão 10

Problema

Um problema deve colocá-lo em uma situação na qual a estratégia seja um pouco mais elaborada, entretanto a resposta será fechada.

Que número receberá o 30° cartão?

Não pretendemos que o aluno calcule o valor até o cartão 30, a ideia é que o aluno perceba que a partir do cartão de número 8 os números passam a ser múltiplos de 3. Ele encontrará 78 como resposta.

Investigação

Na investigação, a ideia é "aberta", e o aluno cria o hábito de registrar suas observações.

Investigue a formação dos cartões. O que acontece?

Nesse caso, o aluno registra alguns cartões até reconhecer um padrão. Muitas das observações que ele fizer, nós, como professores, podemos prever em nossa própria investigação, mas podem surgir situações não previstas, e o professor deve estar atento para explorá-las.

RESUMO

Você deve se lembrar de alguma situação na qual você repetiu muitas vezes até se acostumar com determinado processo e pode também achar que isso foi importante para que você conseguisse atingir os resultados desejados em seu rendimento escolar. Entretanto, você também deve ter ficado com algumas lacunas, ou seja, não deve ter entendido porque você tinha que fazer as coisas exatamente daquele jeito.

Isso abre uma importante discussão sobre as atividades que os alunos desenvolvem e nos mostra que devemos diversificar nossas propostas. Na busca de desenvolver no aluno mais significados sobre o que aprendem em Matemática, podemos contar com os problemas e as atividades de investigação.

Quando falamos em problemas, não estamos falando em problemas ao fim de um conteúdo ou capítulo, mas inseridos durante todo o processo. Muitos problemas são simples e se aproximam de um exercício, entretanto outros são mais desafiadores. Mas todos devem favorecer o aluno que desenvolva habilidades com a Matemática.
Existem exercícios e problemas mais fáceis, mais complicados ou com uma proposta mais abrangente acerca dos conceitos e conteúdos matemáticos. Com uma proposta mais ampla, temos as atividades de investigações, atividades em que através da exploração, o aluno registra suas conclusões. Uma atividade de investigação é formada com um ou mais problemas, nos quais o ponto de partida pode ser o mesmo, mas o ponto de chegada não.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Você sabe o que significa operar? Responda a isso na próxima aula.

AULA 14

As quatro operações são fundamentais?

Meta da aula

Apresentar a importância e a utilização das quatro operações fundamentais.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

1. aplicar o significado das operações matemáticas;
2. identificar os diferentes significados das quatro operações fundamentais;
3. relacionar as operações fundamentais.

Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula, é necessária a compreensão do conceito de número natural, inteiro e racional e das operações fundamentais (Ensino Fundamental).

INTRODUÇÃO

Essa situação tem algo a ver com matemática?

Com certeza não. Usamos o verbo operar em várias situações do cotidiano, mas ele tem um significado diferente na Matemática. De modo geral, quando se pensa em operação matemática, automaticamente nos remetemos a, pelo menos, uma das quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão. Cada uma das quatro operações tem mais de uma ideia, ou mais de um uso na resolução de problemas. Para quem já está acostumado a lidar com situações-problema que envolvam essas operações, às vezes é difícil perceber as diferentes ideias implicadas em cada operação. Entretanto, para o aluno, essas diferenças constituem muitas vezes grandes obstáculos; por isso, é muito importante, no trabalho com as quatro operações, que o professor explore conscientemente suas diferentes ações.

A compreensão do significado das operações e seu uso na resolução de problemas são um dos objetivos mais importantes do bloco de conteúdos Números e Operações, definido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL. PCN, 1997), de Matemática.
Esta aula aborda propriedades gerais das quatro operações, apresentando-as e explorando, através de exemplos, seus conceitos matemáticos. A seguir, são definidas as propriedades que serão investigadas nas situações propostas.

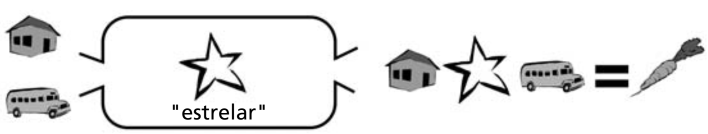
O QUE É OPERAR?

Considere um conjunto de quatro objetos e vamos chamar esse conjunto de A.

A = 

Vamos fazer uma operação entre os elementos do conjunto A e vamos chamá-la de operação "estrela".

Vamos "estrelar", através de uma máquina por onde entram dois elementos do conjunto A, nessa máquina encontramos um resultado. Veja o exemplo:



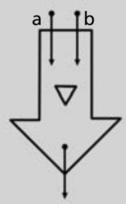
Assim, a ideia de operar está diretamente relacionada à ideia de transformar. Como em uma máquina por onde entram dois elementos (que podem ser iguais).

O conceito de operação matemática é muito mais abrangente. Para defini-lo, é necessário que tenhamos três conjuntos, que chamaremos de A, B e C. Qualquer transformação feita com um par de elementos, em que o primeiro seja de A e o outro de B, e cujo resultado da transformação seja um elemento de C, é chamada de *operação de A×B em C*.
Dito de outra forma, uma operação matemática é uma transformação feita entre dois elementos de um conjunto. Se representarmos a operação pelo símbolo ▽ e os elementos pelas letras a e b, o resultado da operação de a por b será o elemento a▽b; já o resultado da operação de b por a é o elemento b▽a.
Quando os conjuntos A, B e C são iguais, dizemos que ▽ é uma operação sobre o conjunto A.
Olhe o esquema, que generaliza essa situação.

a pertence ao conjunto A

b pertence ao conjunto B

Operação ▽



a ▽b pertence ao conjunto C

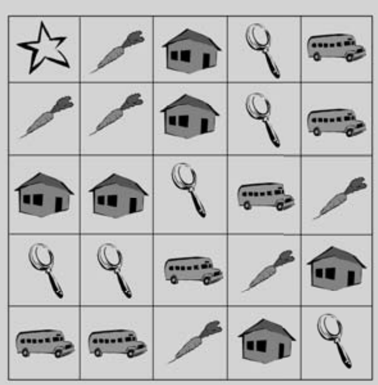
ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

1. Considere o conjunto

A = 

e a máquina estrelar. Quando colocamos todas as possibilidades de elementos para entrar na máquina, temos o resultado das operações:



Lemos as informações da seguinte maneira. Consideramos um elemento da primeira coluna, por exemplo, a lupa, depois a operação e por fim um elemento na primeira linha, no caso, a casa. O resultado da operação vai ser o elemento que está na mesma linha e na mesma coluna da lupa e da casa, respectivamente, ou seja, o ônibus. Assim dizemos que:

Com base no resultado das operações, responda:

a. Qual o resultado de:

b. Dizemos que o elemento neutro de uma operação é o elemento que operado, tanto à direita, quanto à esquerda, com qualquer outro elemento resulta no próprio elemento.

Existe algum elemento que faz o papel de elemento neutro na operação estrela?

c. A operação estrelar é uma operação sobre o conjunto A?

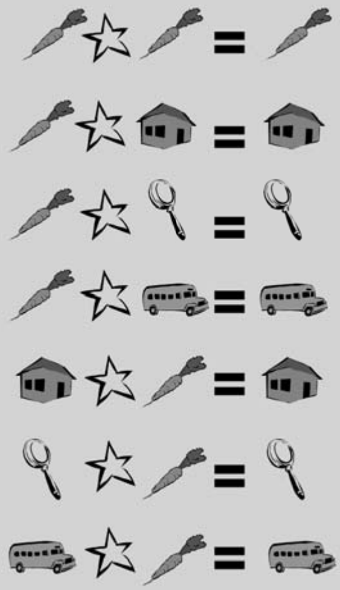
____
____
____
____
____
____

RESPOSTAS COMENTADAS

Para resolver essa atividade você deve ler corretamente às informações do quadro com os resultados da operação.

a.

b. Observe que:



Logo a cenoura é o elemento neutro da operação pirata.

c. Observe no quadro que o resultado da operação de dois elementos de A tem sempre como resultado um elemento do conjunto A. Assim, a operação estrelar é uma operação sobre o conjunto A.

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 1

2. Sejam a e b dois números naturais e a operação $\triangledown$ tal que $a \triangledown b = a.b + b$

a. Encontre o valor de $2 \triangledown 1$.

b. Encontre o valor de $1 \triangledown 2$.

c. Dizemos que uma operação é comutativa se $a \triangledown b = b \triangledown a$. A operação $\triangledown$ é comutativa?

d. Se $a \triangledown 5 = 10$, qual o valor de a?

RESPOSTAS COMENTADAS

Sejam a e b dois números naturais e a operação $\triangledown$ *tal que* $a \triangledown b = ab + b$

a. $2 \triangledown 1 = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3.$

b. $1 \triangledown 2 = 1 \times 2 + 2 = 2 + 2 = 4.$

c. A operação não é comutativa. Nos itens a e b pudemos observar que $2 \triangledown 1 \neq 1 \triangledown 2.$

d. Se $a \triangledown 5 = 10$*, temos que* $5.a + 5 = 10$*, o que nos dá* $a = 1$*.*

!

Quando você pensa em uma operação, provavelmente você pensa em uma das quatro operações fundamentais: adição (+), subtração (–), multiplicação (., ×), ou divisão (÷, :). Entretanto, como você observou, a noção de operação é mais abrangente e abstrata.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Na compreensão da adição na **Figura 14.1**, a ideia inicial é a de juntar, ideia que as crianças já trazem do dia a dia, quando contam suas figurinhas ou somam os pontos de um jogo. Outra ideia que a criança também precisa compreender é a de adição com o significado de acréscimo que está representado na **Figura 14.2**.

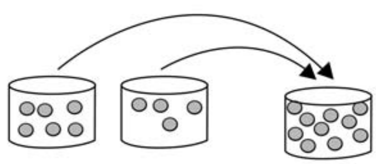


Figura 14.1: Ação de juntar.

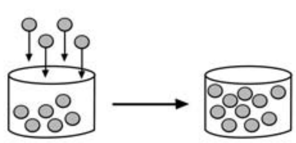


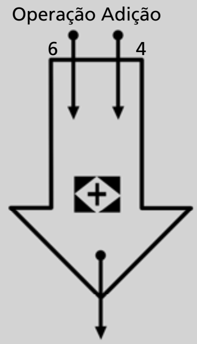
Figura 14.2: Ação de acréscimo.

Observe que, nas duas figuras, o recipiente ficará com 6 + 4 bolas.

!

6 é um número natural

4 é um número natural



6 + 4 é um número natural

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

3. Formule dois problemas diferentes que envolvam a adição, um com a ação de juntar e outro com a ação de acrescentar.

RESPOSTA COMENTADA

Você pode criar diversos problemas que diferenciem as ações. Aqui vamos apresentar dois problemas que envolvem o mesmo contexto e com os mesmos números para que fique bem claro que problemas muito parecidos muitas vezes têm ações diferentes.

Ação de juntar: Eu tenho R$ 5,00, e minha amiga Mariana tem R$ 3,00. Quanto nós temos juntas? Nós temos juntas R$ 8,00.

Ação de acrescentar: Eu tinha R$ 5,00, e minha mãe hoje me deu mais R$ 3,00. Qual a quantia que tenho agora? Tenho agora R$ 8,00.

Assim como na adição, temos na subtração as ideias de: verificar quanto falta ou de retirar. Veja:

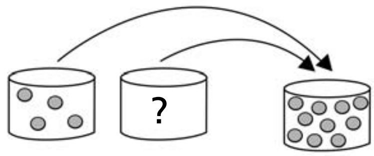


Figura 14.3: Ideia de *quanto falta*.

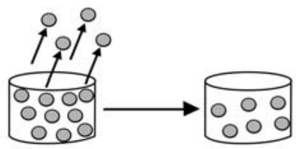
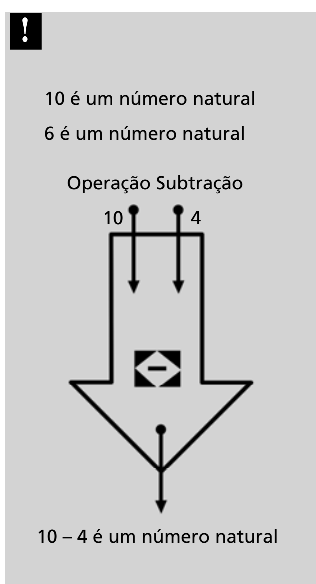


Figura 14.4: Ideia de *retirar*.

Na **Figura 14.3**, não temos conhecimento de quantas bolas possui o segundo recipiente e, para descobrir tal quantidade, efetuamos a operação 10 – 4, que é igual a 6. Já na **Figura 14.4**, retiramos 4 bolas do primeiro recipiente, obtendo então, no segundo recipiente, 10 – 4 = 6 bolas.



Dizemos que adição e subtração são operações inversas, pois uma "desfaz" aquilo que a outra "faz". Veja esse fato na representação a seguir:

Figuras 14.1 e **14.2**	**Figuras 14.3** e **14.4**
6 + 4 = 10	10 - 4 = 6

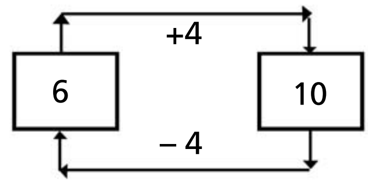


Figura 14.5: Esquema das operações de adição e subtração como operações inversas.

Uma proposta para a melhoria do ensino de problemas que envolvem adição e subtração é explorar as diferentes categorias dos problemas. Dentre as situações que necessitam de adição e subtração, no ciclo básico, de acordo com os PCN (1997), podemos destacar alguns problemas associados à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro, o que se costuma entender como a ação de "juntar". Outras ideias são a de transformação de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa, e a comparação entre duas quantidades. Essas ideias serão desenvolvidas e explicadas na próxima aula, e você verá que, para cada classe de problemas, poderemos ter situações que envolvam diferentes ações.

Alguns textos sobre ensino de 1ª a 4ª séries apontam que a maioria dos livros didáticos e a prática da sala de aula dividem os problemas em "problemas que envolvem adição e problemas que envolvem subtração", não distinguindo classes ou categorias de problemas de acordo com sua estrutura lógica, sintática ou semântica. Isso faz com que problemas considerados fáceis ou difíceis sejam tratados da mesma forma, gerando confusão no raciocínio das crianças, as quais muitas vezes não conseguem identificar a operação aritmética necessária e perguntam: "É de mais ou é de menos?".

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Uma das ideias da multiplicação de números naturais é a adição de parcelas iguais. Observe:

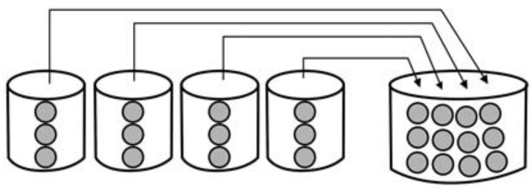
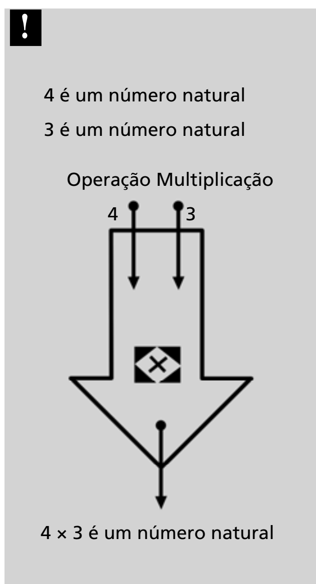


Figura 14.6: Multiplicação de 4×3, com a ideia de adição de parcelas iguais.

Nessa situação, temos 3 bolas em cada um dos 4 recipientes. Após a ação indicada pelas setas obtemos, num novo recipiente, um total de 12 bolas. Utilizando uma expressão numérica, podemos escrever 3 + 3 + 3 + 3 = 12 ou 4×3 = 12.



Observe agora o caso a seguir:

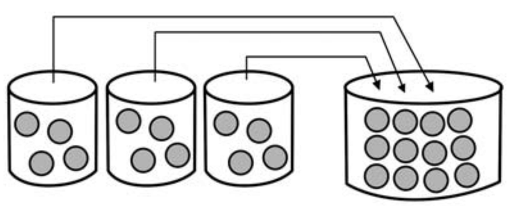
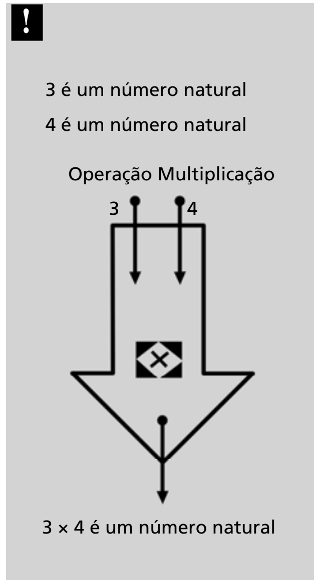


Figura 14.7: Multiplicação de 3×4 com a ideia de adição de parcelas iguais.

Temos 3 recipientes com 4 bolas cada um e ao final da ação obtemos num outro recipiente 4 + 4 + 4 = 12 bolas ou 3×4 = 12 bolas.



Observe, nos exemplos vistos, que os elementos 3 e 4 assumem papéis diferentes na multiplicação. Essas diferentes funções que os elementos assumem na multiplicação e as diferentes ideias relacionadas à multiplicação serão abordadas na Aula 17. As diferentes ideias são: comparação, configuração retangular, proporcionalidade e combinatória.

ATIVIDADE

Atende aos Objetivos 2 e 3

4. Dada uma operação, o elemento neutro é aquele que não altera o resultado.
Por exemplo, na adição temos:
0 + 5 = 5 + 0 = 5
0 + 6 = 6 + 0 = 6

0 + 171 = 171 + 0 = 171

dito de forma geral, para todo número natural a temos que:
a + 0 = 0 + a = a

a. A subtração tem elemento neutro?
b. E a multiplicação?

____

____

____

____

____

____

____

____

RESPOSTAS COMENTADAS

a. Apesar de termos $5 - 0 = 5$, $6 - 0 = 6$, ..., $a - 0 = a$, quando mudamos os números de posição temos $0 - 5 = -5$, $0 - 6 = -6$, ou seja, a subtração não tem elemento neutro.
Observe que a operação considerada é a subtração e podemos escrevê-la como $0 - (+5) = -5$. Não confunda com a situação $-5 + 0 = -5$ na qual a operação é a adição.

b. Fazendo:

$$5 \cdot 1 = 1 \cdot 5 = 5$$
$$6 \cdot 1 = 1 \cdot 6 = 6$$
$$\vdots$$
$$171 \cdot 1 = 1 \cdot 171 = 171$$
$$\vdots$$

dito de forma geral, para todo número natural a temos que:
$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, ou seja, a multiplicação possui elemento neutro.

No dia a dia, todos estamos acostumados a dividir, repartir e distribuir objetos em partes iguais. Esse deve ser o ponto de partida para o trabalho com a operação divisão, mas não podemos nos esquecer de que as divisões que efetuamos no nosso cotidiano nem sempre são divisões em que todos ficam com equivalentes "fatias do bolo".

Na Língua Portuguesa, a palavra **dividir** tem conotações diferentes; por exemplo: distinguir diversas partes, estabelecer diferenças, demarcar, limitar, cortar, repartir, seccionar, entre outras. É necessário compreender que a divisão sempre envolve escolha de critérios para dividir, em partes iguais ou não.

O que pretendemos na divisão é que o aluno aprenda a dividir um número pelo outro e, para isso, as ideias trabalhadas na divisão de números naturais são *distribuir igualmente* e verificar *quantas vezes uma quantidade cabe em outra*.

Nas próximas Aulas, as ideias de distribuir igualmente e verificar quantas vezes uma quantidade cabe em outra serão aprofundadas. No momento, vamos nos deter na situação a seguir, em que o conceito de divisão está associado à ideia de distribuir igualmente.

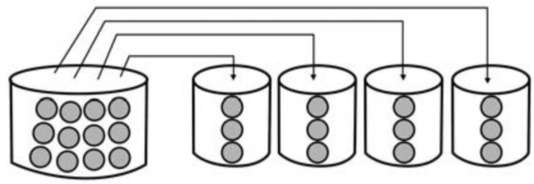
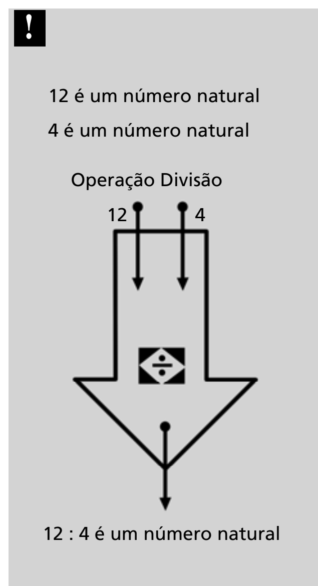


Figura 14.8: Divisão de 12 ÷ 4, com a ação de distribuir em partes iguais.



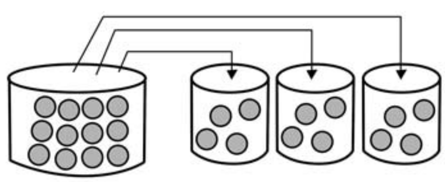
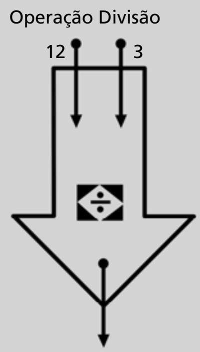


Figura 14.9: Divisão de 12 ÷ 3 com a ação de distribuir em partes iguais.

!

12 é um número natural

3 é um número natural



12 : 3 é um número natural

ATIVIDADE

Atende ao Objetivo 2

5. Formule dois problemas, um deles baseado na **Figura14.7** e outro baseado na **Figura 14.8**.

____
____
____
____
____

RESPOSTA COMENTADA

*Um exemplo de problema baseado na **Figura 14.7** é: Tenho 12 balas para repartir entre quatro pessoas, com quantas balas cada pessoa vai ficar?*
*E baseado na **Figura 14.8** é: Tenho 12 balas para distribuir entre três pessoas, com quantas balas cada pessoa vai ficar?*
Repare que diferente da Atividade 3 anterior, aqui a ação da operação é a mesma, só modificamos o divisor.

Assim como a adição e a subtração são operações inversas, temos que a multiplicação "desfaz" o que a divisão "faz", e vice-versa. Observe o esquema a seguir:

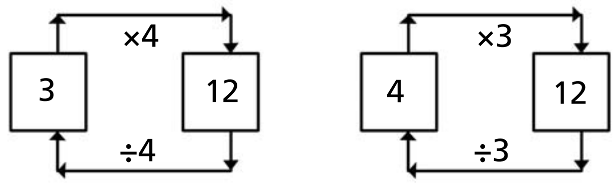


Figura 14.10: Esquemas da multiplicação e divisão como operações inversas.

A ideia de operação inversa será de grande valia para os alunos, quando mais tarde iniciar-se o estudo de equações. Quando dizemos que 3 x 4 = 12 implica 12 ÷ 4 = 3 ou, no exemplo da adição e subtração, em que 6 + 4 = 10 implica 10 - 4 = 6, acreditamos que essas observações frequentes facilitarão a associação de ideias e estabelecerão relações diretas na resolução de equações do 1º grau do tipo 6 + x = 10 ou 3x = 12.

CONCLUSÃO

As dificuldades das crianças com a resolução de problemas de adição e de subtração surgem na primeira série e persistem nas séries seguintes. Parecem, pelo menos em parte, ter origem na forma tradicional como o ensino escolar está estruturado. Por outro lado, reconhecer o desenvolvimento e o uso de raciocínio matemático nas estratégias utilizadas pelas crianças no dia a dia é um passo muito importante, pois propiciará o desenvolvimento de atividades de ensino mais adequadas e, portanto, mais eficientes.

Observe que, para atingirmos o objetivo de definir operação matemática, primeiramente encaminhamos a aula com exemplos práticos referentes às quatro operações fundamentais, sempre fazendo referência aos elementos e à operação em questão, para depois, então, definir matematicamente a operação. De certa maneira, encaminhamos a aula do concreto para o abstrato.

ATIVIDADE FINAL

Atende ao Objetivo 3

Observe, na tabela a seguir, onde a e b são números naturais, o resultado de a ▽ b.

▽	+	–	×	÷
a ▽ b	a + b	a – b	a × b	a ÷ b

Por exemplo, se a e b forem, respectivamente, 20 e 10, teremos:

▽	+	–	×	÷
20 ▽ 10	20 + 10	20 – 10	20 × 10	20 ÷ 10
resultado	30	10	200	2

a. Complete a tabela a seguir, sendo a = 10 e b = 20.

▽	+	–	×	÷
10 ▽ 20				
resultado				

Agora responda: quais das quatro operações são operações sobre o conjunto dos números naturais?

b. Complete a seguinte tabela sendo a = 8 e b = 4.

▽	a ▽ b	b ▽ a	a▽b = b▽a
+			
–			
×			
÷			

Será que a ordem em que operamos os números naturais altera o resultado, ou seja, a operado com b é o mesmo que b operado com a? Quando isso é verdade, dizemos que a operação é comutativa, como vimos no início desta aula. Quais das operações fundamentais são comutativas?

RESPOSTAS COMENTADAS

a.

▽	+	–	×	÷
10 ▽ 20	10 + 20	10 – 20	10 × 20	10 ÷ 20
resultado	30	–10	200	½

Observe que a subtração de dois números naturais nem sempre é um número natural, e o mesmo acontece com a divisão. Assim, a subtração não é operação sobre os números naturais, mas é operação sobre os números inteiros. O mesmo ocorre com a divisão, ela não é operação sobre os números naturais, mas é operação sobre os números racionais.

A adição e a subtração possuem a propriedade do fechamento no conjunto dos números naturais, ou seja, sempre que fazemos a adição de dois números naturais encontramos como resultado um número natural. O mesmo ocorre com a multiplicação.

b.

▽	a▽b	b▽a	a▽b = b▽a?
+	8 + 4 = 12	4 + 8 = 12	sim
–	8 – 4 = 4	4 – 8 = –4	não
×	8 × 4 = 32	4 × 8 = 32	sim
÷	8 ÷ 4 = 2	4 ÷ 8 = ½	não

A adição e a multiplicação são comutativas. No caso da multiplicação é comum vermos a expressão "a ordem dos fatores não altera o produto". Mas a subtração e a divisão não são comutativas, ou seja, quando mudamos a ordem podemos mudar o resultado.

RESUMO

Uma operação matemática pode ser compreendida como uma transformação entre dois elementos que por sua vez resulta um terceiro elemento. Podemos pensar nesse conceito com uma ideia mais ampla compreendendo que este não envolve necessariamente números e não está restrito a adição, subtração, multiplicação ou divisão.

A adição e subtração são operações inversas, o que permite pensar na ação de fazer e desfazer, o que relaciona profundamente as duas operações, é como se a subtração não pudesse existir sem que existisse a adição. O mesmo ocorre com a multiplicação e a divisão. Entretanto, cada uma das operações tem diversas ações que devem ser compreendidas para que a resolução de problemas não seja restrita a cálculos.

Um outro aspecto muito importante quando falamos das quatro operações fundamentais é investigar as propriedades características de cada uma delas, como a existência do elemento neutro e a propriedade comutativa.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Você deve ter notado que esta aula é disparadora para o estudo das quatro operações fundamentais e importante na investigação de dois alicerces da Matemática. Na próxima aula trataremos de resolução de problema.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Disponível em: <http://www.capes.gov.br>. Acesso em: 01 dez. 2008.

FALCÃO, J. T. da R.; HAZIN, I. Dez mitos acerca do ensino e da aprendizagem de matemática. *Pesquisas e práticas em educação matemática,* Vassouras, v. 1, n. 1, p. 27-48, jul./dez. 2007.

FERREIRA, A. C. O que pensam os estudantes sobre a matemática: uma revisão das principais pesquisas sobre crenças em relação à matemática, seu ensino e aprendizagem. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 40, p. 69-90, 2002.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática*. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 7-17.

OLIVEIRA, R. *Pensando algebricamente antes da 7a série*: uma outra perspectiva nos processos de construção do conhecimento. 1997. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação, Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1997.

Aula 2

BAIRRAL, Marcelo Almeida, KINDEL, Soraia; OLIVEIRA, Rosana. *Uma propor-ação entre matemática e PCNs*. Rio de Janeiro, GEPEM, 2000.

BARBOSA, Magda Ribeiro de França; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. *As crianças, os números do cotidiano e os números da escola*. Disponível em <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID178/v13_n2_a2008.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2008.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: matemática. Brasília, 1997.

CARVALHO, J. B. P. As propostas curriculares em matemática. In: BARRETO, Elba de Sá (Org.). *Os currículos do ensino fundamental das escolas brasileiras*. São Paulo: Autores Associados, 1998.

KAMI, C. *A criança e o número*. Campinas: Papirus, 1984.

SILVA, Ana Lúcia Vaz da; BARBOSA, Andréa Carvalho Maciel; OLIVEIRA, Rosana de; BARBOSA, Maria Tereza Serrano. *Matemática na Educação 2*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2008. v.1.

Aula 3

BRASIL. MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série)*: matemática. Brasília, DF: MEC/ SEF, 1997. 142 p.

Aula 4

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Referencial curricular nacional para a educação infantil*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da matemática na pré-escola*. São Paulo: Ática, 1996.

REIS, Sílvia Marina Guedes dos. *A matemática no cotidiano infantil*. São Paulo: Papirus, 2006.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Inês de Souza Vieira; CÂNDIDO, Patrícia Terezinha. *Brincadeiras infantis nas aulas de matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

Aula 5

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. *Referencial curricular nacional para a educação infantil*. Brasília, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da matemática na pré-escola*. São Paulo: Ática, 1996.

REIS, Sílvia Marina Guedes dos. *A matemática no cotidiano infantil*. São Paulo: Papirus, 2006.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Inês de Souza Vieira; CÂNDIDO, Patrícia Terezinha. *Brincadeiras infantis nas aulas de matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

Aula 6

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o ensino médio*. Brasília, 1998.

GRUPO de Estudo e Pesquisas em Educação Matemática. Disponível em: <http://www.gepem.ufrrj.br>. Acesso em: 2 dez. 2008.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. 4. ed. São Paulo: Papiros, 2001. 176 p.

LOPES, Antônio José. A favor da tabuada, mas contra a decoreba. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 51, p. 13-23, 2007.

OLIVEIRA, Rosana. *Pensando algebricamente antes da 7ª série*: uma outra perspectiva nos processos de construção do conhecimento. 1997. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação, Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1997.

SILVA, Ana Lúcia Vaz da; VAIANO, Andréa Zander; BARBOSA, Andréa Carvalho Maciel; BAIRRAL, Marcelo Almeida. *Instrumentação de álgebra e aritmética*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2007. v. 1.

Aula 7

CARROLL, Lewis. *Alice*: edição comentada. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.

DRUCK, Iole de Freitas. A linguagem lógica. In ÁLGEBRA: cap. 5. p. 257 a 265 Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_icap5.pdf>. Acesso em: 5 nov. 2008.

KAMII, Constance. *A criança e o número*. Campinas, SP: Papirus, 2001.

KELLER, Vicente; BASTOS, Cleverson L. *Aprendendo lógica*. Petrópolis: Vozes, 2000.

MACHADO, N.J. *Lógica?* É lógico! São Paulo: Scipione, 1990.

PIAGET, Jean. *O nascimento da inteligência na criança*. São Paulo: Zahar, 1983.

ROCHA, Iara C. B. Ensino de matemática: formação para a exclusão ou para a cidadania? *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, ano 8, n. 9, p. 22-31, abr. 2001.

SALMON, Wesley C. *Lógica*. Rio de Janeiro: Zahar, 1973.

TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. Rio de Janeiro: Record, 2001.

Aula 8

BAIRRAL, M. A.; KINDEL, D. S.; OLIVEIRA, R. *Uma propor-ação entre matemática e PCNs*. Rio de Janeiro: GEPEM, 2000.

FALCÃO, J. T. da R. Alfabetização algébrica nas séries iniciais. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 42, p. 27-32, 2003.

FALZETTA, Ricardo. Construa a lógica, bloco a bloco. *Nova Escola*, São Paulo, n. 111, abr. 1998. Disponível em: <http://www.ensino.net/novaescola/111_abr98>. Acesso em 30 de setembro de 2008.

KAMII, C. A *Criança e o número*. 30. ed. Campinas, SP: Papirus, 2002.

______.; DECLARK, G. *Reinventando a aritmética*: implicações da teoria de Piaget. Tradução Elenisa Kurt, Marina Célia Moraes Dias, Maria do Carmo Domith Mendonça. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 1991.

Aula 9

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: matemática. Brasília, DF: MEC, 1997.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. A *Compreensão de conceitos aritméticos*. São Paulo: Papirus, 1998.

Aula 10

BAIRRAL, Marcelo Almeida; KINDEL, Soraia; OLIVEIRA, Rosana. *Uma propor-ação entre matemática e PCNs*. Rio de Janeiro: GEPEM, 2000.

BARBOSA, Magda Ribeiro de França; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. *As crianças, os números do cotidiano e os números da escola*. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID178/v13_n2_a2008.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2008.

Aula 11

BARRETO FILHO, M. C.; GILHO, J. A. C.; GOMES, A. S. Competências matemáticas de alunos de primeiro e segundo ciclos em situações aditivas e multiplicativas. In: EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO, 8., Pernambuco, 2004. *Anais*... Pernambuco: Secretaria de Educação e Cultura do Estado de Pernambuco, 2004.

BRASIL. MEC. *Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o ensino fundamental*. Brasília, DF, 1998. v 3.

BRASIL. Ministério da Educação. *PCN na escola*: matemática. Brasília: Secretaria de Educação a Distância, 1998. 2 v. (Cadernos da Tv Escola):

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. *A compreensão de conceitos aritméticos*. São Paulo: Papirus, 1998.

MENES, Luis Marcio; LELLIS, Marcelo. *Conversa de professor*: matemática. Brasília: MEC, 1996. 49p. (Cadernos da TV Escola).

MORETTO, Vasco Pedro. *Prova*: um momento privilegiado de estudo: não um acerto de contas. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

NUNES, T.;et al. *Repensando adição e subtração*: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA H. *Investigações matemáticas em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

ROCHA, T.; BORGES, H. *Jogos matemágicos*. Rio de Janeiro: Editora do Brasil, 1992.

SANTOS, Vânia Maria Pereira. *Avaliação da aprendizagem e raciocínio matemática*: métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundão: UFRJ, 1997.

Aula 12

BARRETO FILHO, M. C.; GILHO, J. A. C.; GOMES, A. S. Competências matemáticas de alunos de primeiro e segundo ciclos em situações aditivas e multiplicativas. In: EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO, 8., Pernambuco, 2004. *Anais*... Pernambuco: Secretaria de Educação e Cultura do Estado de Pernambuco, 2004.

BURIASCO, R. L. C.; Gomes, M. T. O portfólio na avaliação da aprendizagem escolar. In: EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO, 8., Pernambuco, 2004. *Anais*... Pernambuco: Secretaria de Educação e Cultura do Estado de Pernambuco, 2004.

SANTOS, Vânia Maria Pereira. *Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática*: métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundão: UFRJ, 1997. v. 1. 224 p.

Aula 13

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio*. Brasília: MEC/SEMTEC, 1998.

ERNEST, Paul. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org.). *Investigar para aprender matemática*. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1996.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro, Interciência, 1995.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA H. *Investigações matemáticas em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. *A compreensão de conceitos aritméticos*. São Paulo: Papirus, 1998.

NUNES, T. et al. *Repensando adição e subtração*: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

ROCHA, T.; BORGES, H. *Jogos matemágicos*. Belo Horizonte: Editora do Brasil, 1992.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. *Conversa de professor*: matemática. Brasília, 1996. 50 p. (Cadernos da TV Escola)

______. *PCN na escola*: matemática. Brasília, 1998. 2 v.

______. *Parâmetros curriculares nacionais*: matemática para o 1º e 2º ciclos. Brasília, 1997.

ISBN 978-85-7648-584-1
9 788576 485841

UENF
Universidade Estadual
do Norte Fluminense

UERJ
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Universidade Federal Fluminense
uff

Universidade do Brasil

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

UNIRIO

FAPERJ
Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo
à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro

GOVERNO DO
Rio de Janeiro
SECRETARIA DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA

UAB
UNIVERSIDADE
ABERTA DO BRASIL

Ministério
da Educação

BRASIL
UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL