Ana Lúcia Vaz da Silva
Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Maria Tereza Serrano Barbosa
Rosana de Oliveira
Samuel Jurkiewicz

Volume 2

Matemática na Educação 2

Fundação CECIERJ
Consórcio cederj

Fundação CECIERJ

Consórcio cederj

Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Matemática na Educação 2

Volume 2

Ana Lúcia Vaz da Silva
Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Maria Tereza Serrano Barbosa
Rosana de Oliveira
Samuel Jurkiewicz

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Ministério da Educação

BRASIL UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL

Apoio:

FAPERJ
Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro

Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Rua Visconde de Niterói, 1364 – Mangueira – Rio de Janeiro, RJ – CEP 20943-001
Tel.: (21) 2299-4565 Fax: (21) 2568-0725

Presidente
Masako Oya Masuda

Coordenação do Curso de Pedagogia para as Séries Iniciais do Ensino Fundamental
UNIRIO - Sueli Barbosa Thomaz
UERJ - Eloiza Gomes

Material Didático

ELABORAÇÃO DE CONTEÚDO
Ana Lúcia Vaz da Silva
Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Maria Tereza Serrano Barbosa
Rosana de Oliveira
Samuel Jurkiewicz

COORDENAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL
Cristine Costa Barreto

COORDENAÇÃO DE LINGUAGEM
Maria Angélica Alves

DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL E REVISÃO
Ana Tereza de Andrade
Anna Carolina da M. Machado
Luciana Messeder

Departamento de Produção

EDITORA
Tereza Queiroz

COORDENAÇÃO EDITORIAL
Jane Castellani

COPIDESQUE
Nilce Rangel Del Rio

REVISÃO TIPOGRÁFICA
Kátia Ferreira dos Santos
Patrícia Paula

COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO
Jorge Moura

PROGRAMAÇÃO VISUAL
Katy Araújo

ILUSTRAÇÃO
Morvan de Araújo Neto

CAPA
Fabiana Rocha

PRODUÇÃO GRÁFICA
Andréa Dias Fiães
Fábio Rapello Alencar

Copyright © 2005, Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada, por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, da Fundação.

S586m

Silva, Ana Lúcia Vaz da
Matemática na Educação 2. v.2. / Ana Lúcia Vaz da Silva. – Rio de Janeiro : Fundação CECIERJ, 2007.
271p.; 19 x 26,5 cm.

ISBN: 85-7648-098-0

1. Educação matemática. 2. História da geometria. 3. Formas geométricas. I. Barbosa, Andreia Carvalho Maciel. II. Barbosa, Maria Tereza Serrano. III. Oliveira, Rosana de. IV. Jurkiewicz, Samuel. V. Título.

CDD: 372.7

2007/2

Referências Bibliográficas e catalogação na fonte, de acordo com as normas da ABNT.

Governo do Estado do Rio de Janeiro

Governador
Sérgio Cabral Filho

Secretário de Estado de Ciência e Tecnologia
Alexandre Cardoso

Universidades Consorciadas

UENF - UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO
Reitor: Almy Junior Cordeiro de Carvalho

UERJ - UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
Reitor: Nival Nunes de Almeida

UFF - UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
Reitor: Roberto de Souza Salles

UFRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Reitor: Aloísio Teixeira

UFRRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
Reitor: Ricardo Motta Miranda

UNIRIO - UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
Reitora: Malvina Tania Tuttman

Matemática na Educação 2

Volume 2

SUMÁRIO

AULA 11

A história da Geometria: do Egito até a Grécia

Meta da aula

Apresentar o desenvolvimento histórico dos principais conceitos geométricos vistos no Ensino Fundamental.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você:

- Identifique a origem dos primeiros conceitos geométricos.
- Conheça a importância da Geometria na criação do método axiomático.
- Perceba como a Geometria partiu do mundo sensível e foi estruturada no mundo geométrico – dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos.

Pré-requisitos

Para acompanhar bem esta aula, faça uma nova leitura das Aulas 1 e 2 que tratam da história dos números.

CONVERSA INICIAL

Conhecer a origem exata da Geometria é praticamente impossível, pois, foi apenas nos últimos seis mil anos que o homem começou a fazer registros e colocar o pensamento de forma escrita.

A história do conhecimento geométrico está intimamente ligada à história da humanidade e da natureza. Existe uma frase célebre de Platão, filósofo grego que nasceu mais de 400 anos a.C., que sintetiza isso: "Deus é o grande geômetra. Deus geometriza sem cessar." Os primeiros registros a respeito de conceitos geométricos foram realizados pelos egípcios há mais de 2 mil anos. Devido às inundações periódicas do Rio Nilo eles precisavam refazer os traçados das propriedades.

Podemos, por isso, entender a origem da palavra "geometria": deriva do grego *geometrein*, que significa medição da terra (*geo* = terra, *metrein* = medição). No entanto, antes de ter necessidade de medir terras, o homem pré-histórico já demonstrava preocupação com a congruência e simetria de seus objetos. Isso era devido, provavelmente, a um sentimento estético e ao prazer que lhe dava a beleza das formas. Por isso, existem duas correntes que divergem quanto aos motivos que ocasionaram o surgimento da Geometria: a necessidade prática de fazer medidas ou de representar sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem.

Pode-se fazer conjecturas a respeito do que levou o homem da Idade da Pedra, a contar, medir e desenhar; e a respeito do momento em que isso foi feito; mas para fins históricos é importante saber o que consta nos documentos escritos que chegaram até a nossa época.

Esta aula é de Matemática, mas também é de História e Geografia. Você vai voltar ao passado e visitar lugares muito longínquos. Você já teve oportunidade de acompanhar a história dos números nas Aulas 1 e 2, e vai perceber que voltaremos aos mesmos lugares e nos referiremos, às vezes, aos mesmos personagens.

Aqui, queremos que você conheça a origem de alguns conceitos geométricos e entenda que seu surgimento e desenvolvimento foram fundamentados nas necessidades dos povos antigos de se localizar, movimentar, medir seus espaços e construir seus belíssimos monumentos.

Você vai verificar também que, ao lado dessas necessidades, foram surgindo geômetras que trabalharam pela pura satisfação de fazer Matemática, e assim, sob esse ponto de vista, a Geometria é a união entre a necessidade e o prazer.

Entender como e por que os diversos conceitos ligados à Matemática e, mais particularmente, à Geometria surgiram – ou pelo menos como foram sendo organizados e sistematizados – faz com que eles se tornem menos abstratos.

NO EGITO E NA MESOPOTÂMIA

O quarto milênio antes da nossa Era se caracterizou como um período de grande progresso cultural; trouxe o uso da escrita, da roda e dos metais. Nessa época, templos e casas eram decorados com cerâmicas e mosaicos artísticos. Os conceitos e fórmulas que aparecem nos escritos de quase todos os povos antigos demonstram seus conhecimentos da natureza geométrica e sua familiaridade com quadrados, retângulos, triângulos, círculos etc.

As revelações obtidas através das tábuas de argila encontradas durante as escavações arqueológicas mostram que os caldeus, provenientes da Mesopotâmia, empregavam fórmulas da Geometria devido à necessidade de calcular áreas e volumes. Na mesma época, os egípcios também construíram os primeiros templos dentro de projeções uniformes e precisas e adotaram fórmulas geométricas, deixando evidente que já resolviam problemas relacionados à Geometria.

Para a civilização do Egito, que tinha sua sustentação na agricultura às margens do rio Nilo, esses cálculos eram imprescindíveis nas novas repartições de terras após suas inundações periódicas.

!

"Sesóstris (...) repartiu o solo do Egito entre seus habitantes (...) se o rio levava qualquer parte do lote (...) o rei mandava determinar por medida a extensão da perda. Por esse costume, eu creio que a geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou para a Grécia" (HERÓDOTO *apud* CARLS BOYER).

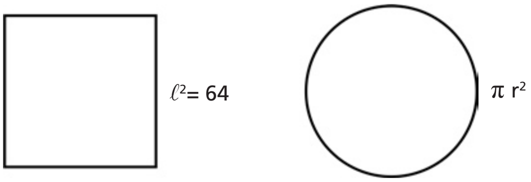
Até essa época, a Geometria era ainda uma ciência empírica, com uma coleção de regras sem enunciados explícitos que tinham o objetivo de obter resultados aproximados.

Para determinar a área de um quadrilátero, recomendava-se fazer o produto das medidas aritméticas de lados opostos, e para a área de um triângulo, constava que era a metade da soma de dois lados multiplicada pela metade do terceiro lado. Essas fórmulas eram exatas para algum tipo de quadrilátero (retângulo) e poderiam ser boas aproximações para outros tipos. No caso de um triângulo isósceles com um ângulo reto (triângulo retângulo), a área assim descrita também era exata, mas era muito imprecisa para a maioria dos casos. Essas informações são provenientes do papiro Rhind (manual de cálculo do escriba Ahmés), de que você já ouviu falar, na Aula 1.

As medidas eram o ponto central na Geometria da Mesopotâmia e do Egito, mas ainda não havia uma distinção clara entre medidas exatas e aproximadas.

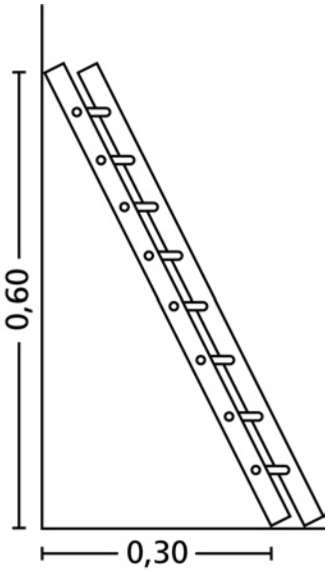
Nos documentos dessa época aparece, por exemplo, que para achar a área do círculo assumia-se que a área de um campo circular com diâmetro de 9 unidades era a mesma de um quadrado com lado de 8 unidades.

Comparando com a fórmula atual, em que a área do quadrado de lado 8 é 64 e a área do círculo de diâmetro 9 é 63,6, percebe-se que o erro não era grande, mas não consta nos registros a idéia de que esse valor era uma aproximação.



Não se conhece teorema ou demonstração formal da Matemática egípcia, mas comparações geométricas como essas, a respeito de áreas de círculos e quadrados, estão entre as primeiras da História.

O problema que foi resolvido a partir do Teorema de Pitágoras já constava num texto babilônio antigo sob a seguinte forma: se uma escada de comprimento 0,60 está apoiada a uma parede, de quanto a extremidade inferior se afastará da parede se a superior escorregar para baixo uma distância de 0,30 unidades? Mas esse teorema só foi enunciado e demonstrado em outra época e em outro lugar que você verá daqui a pouco.



ATIVIDADE

1. Se você pretende aprofundar esses conteúdos, faça uma pesquisa na internet, responda às questões abaixo e depois converse com o tutor:

a. O que significa etimologicamente a palavra "Geometria"? O uso dessa palavra se justifica a partir da origem histórica? Explique.

____

____

____

____

b. Na sua opinião, quais foram as primeiras figuras geométricas planas e sólidas estudadas conscientemente e sistematicamente? Por quê?

____

____

____

____

c. O que você julga que mais influenciou o aparecimento da Geometria primitiva, o interesse pela Astronomia ou a necessidade de delimitar terras?

____

____

____

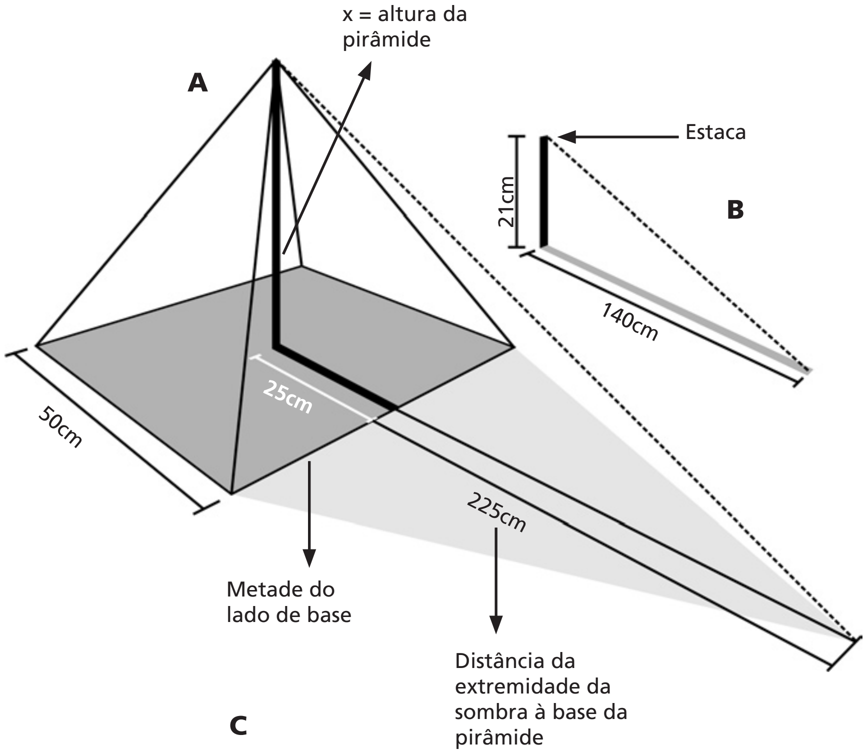
____

A GRÉCIA DE PITÁGORAS E EUCLIDES

Na margem superior do Mediterrâneo, desenvolveu-se a importante civilização dos gregos. Eles praticaram uma Matemática utilitária semelhante à dos egípcios, mas desenvolveram também um pensamento abstrato e iniciaram um modelo de explicações que dão origem à Filosofia e à Matemática abstrata.

Foi com os geômetras gregos, começando com Tales de Mileto (624-547 a.C.), que a Geometria se estabeleceu como teoria dedutiva. O trabalho de sistematização em Geometria iniciado por Tales teve continuação nos séculos posteriores, nomeadamente pelos seguidores de Pitágoras. Tales foi um precursor preocupado, sobretudo com problemas práticos:

Para calcular a altura da pirâmide, Tales usou a semelhança de triângulos retângulos imaginários, formados pela projeção das sombras da pirâmide e da sombra de uma estaca de altura conhecida fincada na perpendicular, perto da base do monumento.



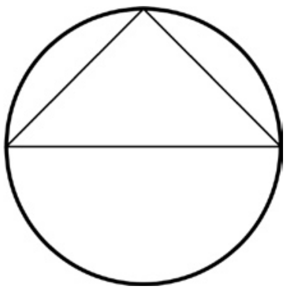
C

$$\frac{x}{21} = \frac{225+25}{140}$$

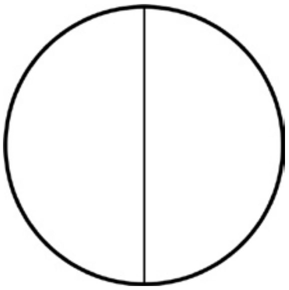
$$\frac{x}{21} = \frac{250}{140} \Rightarrow x = \frac{21.250}{140} \Rightarrow 35{,}7\text{cm}$$

Tales foi considerado o primeiro matemático verdadeiro e responsável pela organização dedutiva da Geometria. Mesmo que não exista documento antigo que possa ser apontado como prova desses feitos, a ele são atribuídos os teoremas a seguir:

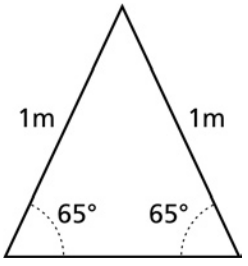
1. Teorema de Tales: um ângulo inscrito em um semicírculo é um ângulo reto.



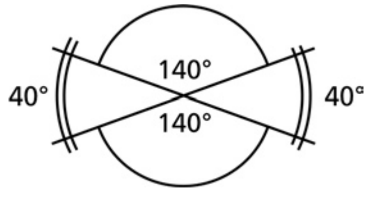
2. Um círculo é bissectado por um diâmetro.



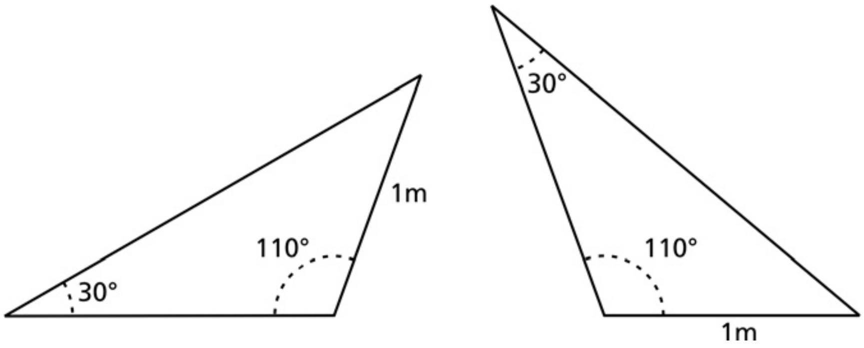
3. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.



4. Os pares de ângulos opostos formados por duas retas que se cortam são iguais.



5. Se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais a dois ângulos e um lado de outro, então os triângulos são congruentes.



A Geometria grega foi marcada por duas Escolas: a de Pitágoras e a de Euclides. Existem relatos de que Pitágoras foi discípulo de Tales, mas isso é considerado improvável por muitos historiadores, devido à diferença de 50 anos entre as suas idades. Eles atribuem a semelhança nos interesses de Pitágoras e Tales ao fato de os dois terem sofrido as mesmas influências por suas viagens ao Egito e à Babilônia.

ATIVIDADE

2. Se você tiver interesse em aprofundar esses conteúdos, faça uma pesquisa na internet, responda às questões abaixo e depois converse com o tutor:

a. Cite algumas deficiências da Geometria egípcia e mesopotâmia.

____
____
____
____

b. Utilize as fórmulas antigas e as atuais para comparar áreas de algumas figuras geométricas, tais como:

____
____
____
____

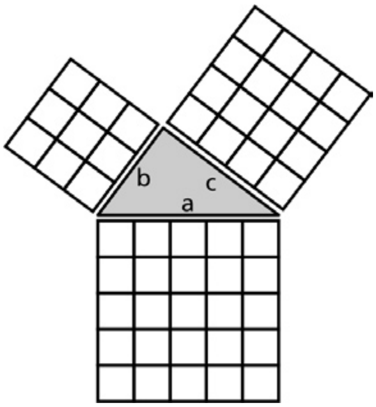
GEOMETRIA PITAGÓRICA: ESCOLA DE CROTONE

Pitágoras foi um filósofo grego nascido em Samos em 580 a.C. e morreu cerca de 500 a.C. Ele viajou para o Egito e se instalou em Crotone, na costa sudeste do que agora é a Itália, e que na época era chamada Magna Grécia. Lá, ele fundou a célebre Escola de Crotone, responsável por uma nova etapa na pesquisa científica.

A maior característica da escola pitagórica era ser considerada o local em que o estudo da Matemática e da Filosofia constituíam a base moral do comportamento. Diz-se inclusive que as palavras Filosofia (amor à sabedoria) e Matemática (o que é aprendido) foram criadas pelo próprio Pitágoras ao descrever suas atividades intelectuais.

TEOREMA DE PITÁGORAS

O quadrado do lado maior de um triângulo retângulo (a) (hipotenusa) é igual à soma dos quadrados dos lados menores: 25 = 9 + 16.



Os babilônios associavam várias medidas às coisas que os cercavam, desde os movimentos nos céus até o valor dos seus escravos. Muitas civilizações primitivas partilharam vários aspectos da numerologia, mas os pitagóricos levaram a extremos a adoração aos números, e baseavam neles sua filosofia e modo de viver. O lema da escola pitagórica era: "tudo é número".

Um ponto gera as dimensões; dois pontos determinam uma reta de dimensão um; três pontos não alinhados determinam um triângulo com área de dimensão dois e quatro pontos não coplanares determinam um tetraedro com volume de dimensão três. A soma dos números que representam as dimensões é o adorado número dez.

Todos os números tinham seus significados, mas o dez, o mais sagrado, representava o número do universo e a soma de todas as dimensões geométricas. Os pitagóricos, além de fazerem da Aritmética um ramo da Filosofia, transformaram-na numa base para a unificação de todos os aspectos do mundo que os rodeava.

GEOMETRIA EUCLIDIANA: ESCOLA DE ALEXANDRIA

O entusiasmo de Platão a respeito da Matemática fez com que ele se tornasse conhecido como o "criador de matemáticos". Sobre as portas da sua escola lia-se: "que ninguém que ignore a Geometria entre aqui". E foi Euclides da Alexandria (325-285 a.C.), discípulo dos discípulos de Platão, quem fez as primeiras sistematizações dos conhecimentos geométricos no livro *Elementos*, que originou a Geometria Euclidiana.

Postulados de Euclides

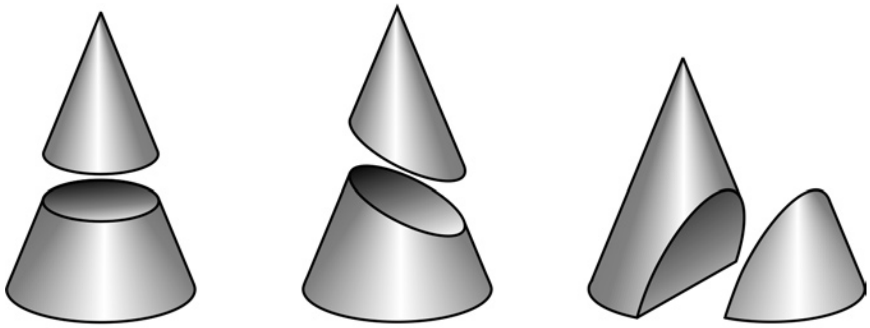
1. Pode-se traçar uma linha reta de qualquer ponto para qualquer outro ponto.
2. Todos os ângulos retos são iguais entre si.
3. Dados uma linha reta e qualquer ponto não situado nela, pode-se traçar por esse ponto uma paralela e somente uma à reta dada.

Os 13 livros do *Elementos* tratam de figuras geométricas, de polígonos inscritos e circunscritos em um círculo e suas propriedades, das proporções, da similitude, da Geometria Espacial, assim como da Teoria dos Números.

Euclides não dava muita importância aos aspectos práticos da Geometria, e há uma história que conta que, quando um estudante perguntou para que servia o estudo da Geometria, Euclides pediu a seu escravo que desse três moedas ao estudante, "pois ele precisa ter lucro com o que aprende" (BOYER).

Inclui-se nessa obra de Euclides a maior parte dos teoremas a respeito da congruência de triângulos, construções com régua e compasso, desigualdades relativas a ângulos e lados de um triângulo, propriedades de retas paralelas e paralelogramos. O livro termina com a demonstração do Teorema de Pitágoras.

Arquimedes (287-212 a.C.), que nasceu logo após a morte de Euclides, completou *Elementos* com um estudo sobre os círculos, as esferas e os cilindros. A Geometria elementar que conhecemos se completa com o estudo dos cônicos realizados por Apolônio (200 a.C.) e que deu origem a oito livros, denominados *As cônicas*. Apolônio verificou que certas curvas, chamadas cônicas, resultavam de intersecções de um cone por um plano de vários modos. O corte paralelo à base do cone era o círculo. Oblíquo, fazia a elipse; uma fatia paralela à linha reta formava uma parábola etc.



Foi nessa época que se iniciou o chamado método axiomático. Esse método inspirou a humanidade, ao longo dos tempos, em muitos outros campos do saber, da moral, da política, etc. a organizar suas idéias segundo os mesmos princípios.

A Matemática no mundo grego cobriu um intervalo de oito séculos (600 a.C a 200 d.C). A decadência grega coincide com um longo período de tempos obscuros para os matemáticos em geral e para a Geometria em particular. A civilização romana, que sucedeu à civilização grega, estava direcionada para a conquista militar, a administração civil, a aquisição de riquezas e a construção de monumentos gigantescos, em detrimento da ciência e do humanismo. Em 529 d.C, o imperador romano Justiniano, por sanção a um ensinamento pagão, fechou as Escolas de Atenas.

ATIVIDADE

3. Se você deseja aprofundar esses conhecimentos, faça uma pesquisa na internet, responda às questões abaixo e depois converse com o tutor:

a. Enumere alguns indícios que apontem a Geometria como resul-tado das necessidades práticas do homem e outros que indiquem que foi o sentimento estético que levou ao seu surgimento.

____

____

b. Resolva o problema da escada apresentado no início da aula.

c. Qual a importância do conhecimento da história da Geometria no Ensino Fundamental.

____

____

CONCLUSÃO

Esta aula apresentou um retrato sucinto da origem dos principais conceitos da Geometria que é ensinada no Ensino Fundamental, como o da dimensão do ponto, da reta e das figuras planas, da área dos triângulos, quadriláteros e círculos, a semelhança entre ângulos e triângulos. Ela mostrou que a Geometria está na origem da divisão entre a Matemática teórica e demonstrativa e a Matemática aplicada às necessidades práticas.

O objetivo foi ressaltar os aspectos ligados às necessidades e motivações que estão relacionados ao desenvolvimento do conhecimento geométrico. Sabendo um pouco da história, fica mais fácil apresentar a geometria para os alunos.

RESUMO

Os primeiros registros a respeito de conceitos geométricos foram realizados mais de 3 mil anos antes da nossa era, no Egito e na Mesopotâmia, no entanto, foram os gregos que deram início ao pensamento abstrato e iniciaram um modelo de explicações. As medidas eram o ponto central na Geometria da Mesopotâmia e do Egito, embora ainda não houvesse uma distinção clara entre medidas exatas e aproximadas. Foi a partir dos geômetras gregos, começando com Tales de Mileto e continuando, nos séculos seguintes, com Pitágoras e Euclides, que a Geometria foi estabelecida como teoria dedutiva. Os principais conceitos da Geometria elementar que conhecemos foram desenvolvidos ou sistematizados pelos gregos até o ano 200. A decadência grega, iniciada a partir dessa época, coincide com um longo período de tempos obscuros para os matemáticos em geral e para a Geometria em particular.

AUTO-AVALIAÇÃO

Esta aula quis mostrar a você alguns aspectos e alguns capítulos da história da Geometria. Foi uma viagem curta em que precisamos passar rapidamente através dos lugares e dos conceitos; ela pode, porém, ser muito atraente e também ajudar muito a motivar os alunos para a aprendizagem de alguns conceitos mais abstratos.
As atividades pretendem que você avalie se os objetivos da aula ficaram claros. Você teve alguma dificuldade em resolvê-las? Lembre que você pode procurar seu tutor no pólo. Se você quiser conhecer de forma mais detalhada essa história, procure ler mais a respeito. Além da bibliografia recomendada, a internet poderá ser uma boa fonte.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na Aula 12 você poderá discutir a questão da lateralidade e da importância de estabelecer um referencial. Você verá conceitos geométricos relacionados à idéia de localização.

AULA 12

Se você anda perdido... Aqui você vai se encontrar!

Meta da aula

Explicar a importância do ensino sobre localização para os alunos das séries iniciais.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Dar exemplos de atividades que explorem as noções de direita e esquerda.
- Diferenciar o conceito de direção e sentido.
- Localizar números na reta numérica.
- Identificar noções topológicas, tais como dentro e fora.

Pré-requisitos

Você deve reler a Aula 4, sobre representação de números na reta numérica. Além disso, é bom que tenha um espelho a seu alcance, para que possa se ver, e também uma tesoura e um dado.

CONVERSA INICIAL

Alguns adultos possuem mais facilidade em se orientar, em se localizar, que outros. Por isso, acreditamos que as noções sobre localização devem ser trabalhadas por todo o Ensino Fundamental, pois, além de ser útil durante toda a vida, são importantes na continuidade do ensino da Matemática e outras ciências.

Desde a pré-escola, os professores devem oferecer às crianças atividades que possibilitem explorar a noção de lateralidade. Em nossa cultura, escrevemos e lemos da esquerda para a direita (→); por isso é extremamente importante que as crianças desenvolvam essa noção.

Na maior parte das atividades as crianças são estimuladas a usar o próprio corpo como *referencial*. Essas atividades geralmente envolvem ações de se *localizar* ou *localizar algo*. Por exemplo, a criança deve saber onde está, ou onde está um objeto ou uma pessoa. Dessa forma, o professor deve sempre explicitar para as crianças que temos que estabelecer um *referencial*.

Nesta aula, vamos estudar os diferentes aspectos que envolvem o conceito de localização.

Algumas perguntas podem nortear esses diferentes aspectos:

- Você está dentro ou fora da sala de aula?
- O carro está andando para a frente ou para trás?
- O elevador subiu ou desceu?
- O céu fica acima ou abaixo de nós?

DIREITA OU ESQUERDA

Você já deve ter percebido que esse é um aspecto bastante explorado por pais e professores. Todos querem que a criança desde cedo identifique o que é direita ou esquerda.

Uma outra preocupação constante é saber se a criança será destra (aquela que utiliza a mão direita prioritariamente) ou canhota (aquela que utiliza a mão esquerda prioritariamente).

A maioria dos estudos sobre o assunto sinalizam que é comum a criança nos anos iniciais usar as duas mãos indistintamente. A definição final da lateralidade só acontece dos 6 aos 8 anos, embora antes disso ela já demonstre preferência no uso de uma das mãos.

No passado, mais ou menos até o ínicio do século XX, as crianças canhotas eram vistas como anormais. Segundo o neurologista Muszkat "ser canhoto não é defeito, e reprimir essa orientação pode provocar sérios danos à criança" ("Minha mão esquerda", 2002).

Como você já viu anteriormente, as atividades podem ajudar as crianças a definir sua própria **LATERALIDADE**, pois elas utilizam o próprio corpo como referencial. Portanto, a nomenclatura – direita e esquerda – é um atributo social de que a criança deve gradativamente ir se apropriando.

As atividades desenvolvidas devem ser, na maioria das vezes, ações em que as questões e comandos sejam orais e referentes a um espaço familiar.

LATERALIDADE

É o estado de dominância de um hemisfério cerebral sobre o outro, caracterizando o predomínio motor de uma das metades do nosso corpo. Diz-se da predominância lateral, ou esquerda ou direita, na criança (ANDRADE, 2004).

ATIVIDADES

1.

a. Ao sair de casa, descreva o que existe à sua direita e à sua esquerda.

b. Ao chegar a casa, descreva o que existe à sua direita e à sua esquerda.

c. As respostas dos itens a e b são iguais? Justifique.

d. Na última tutoria da qual participou, quem estava sentado à sua direita e quem estava sentado à sua esquerda?

2. Pegue um espelho e se posicione na frente dele. Sua mão direita no espelho continua na mesma posição? O que o espelho faz com a imagem?

! A fotografia é um outro exemplo de imagem refletida. Peça a seus alunos que levem fotos deles para a sala de aula e promova uma conversa sobre o assunto.

RESPOSTA COMENTADA

Quando nos olhamos no espelho, o que vemos é uma reflexão da nossa imagem, ou seja, a nossa mão direita é a mão esquerda da imagem. O referencial deixa de ser nós mesmos para ser a imagem. Essa imagem é como se você desse um giro de meia-volta (180º – cento e oitenta graus).

As atividades que envolvem ações dos alunos são diferentes daquelas registradas no papel. Em se tratando das noções de direita e esquerda, é importante ser cuidadoso, pois poderemos considerar erradas respostas que estão corretas. A criança deverá entender a importância do referencial.

ATIVIDADE

3.

a. Qual o maior carro? O que está à direita ou à esquerda?

b. Desenhe uma flor à direita e um livro à esquerda.

c. A bola está à direita ou à esquerda do menino?

!

Na Atividade 3, nos itens a e b, você é o referencial; já no item c o referencial é o desenho do menino. Essa troca de referencial deve ser explorada com as crianças.

DIREÇÃO E SENTIDO SÃO A MESMA COISA?

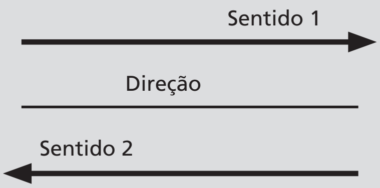
É comum os termos direção e sentido serem utilizados como sinônimos, ou sem preocupação em diferenciá-los. Perguntamos: em que direção você vai? Respondemos, vou ali, pela direita. Entretanto existe uma diferença entre direção e sentido, você saberia dizer qual é?

Dada uma direção horizontal, esquerda e direita são dois sentidos diferentes.

Se pensarmos em duas cidades, Rio de Janeiro e Angra dos Reis, e numa reta imaginária que liga as duas cidades, essa reta é a direção. Os sentidos serão do Rio de Janeiro indo para Angra dos Reis (sentido 1) ou de Angra dos Reis indo para o Rio de Janeiro (sentido 2).

Corcovado

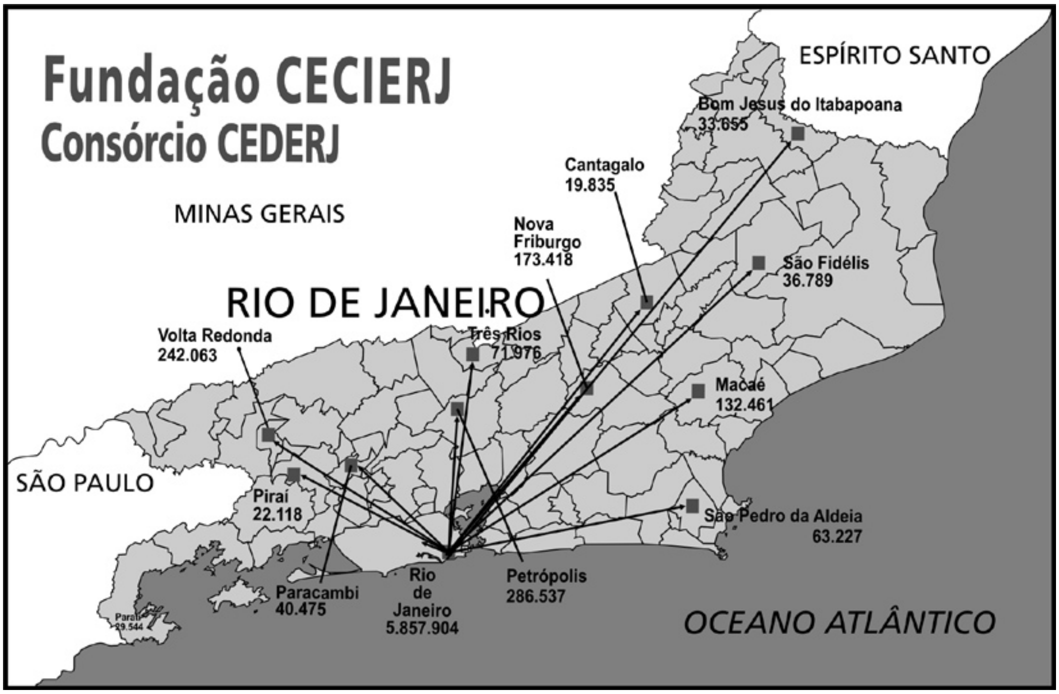
Ilha Grande (Angra dos Reis)



Corcovado, no Rio de Janeiro e Ilha Grande, em Angra dos Reis

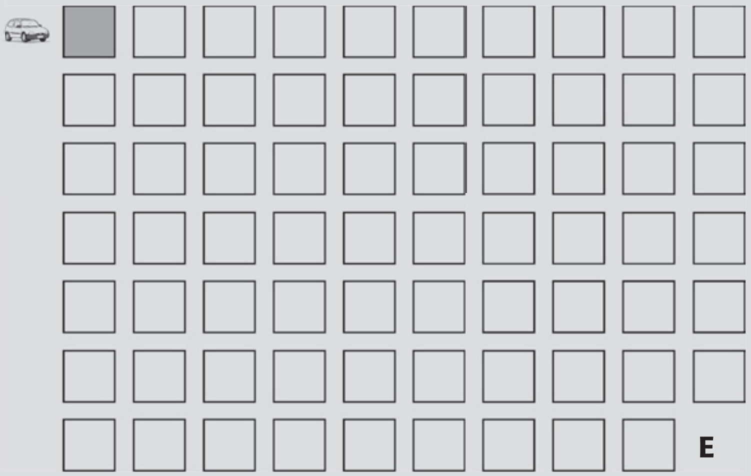
Assim, se tivermos dois objetos, sempre teremos uma única direção que liga esses objetos. Mas, se tomarmos um único objeto, ele pode pertencer a diferentes direções.

Observe o mapa a seguir; o Cederj, situado na cidade do Rio de Janeiro, é esse nosso objeto, e as retas que ligam esse ponto aos diferentes pólos são as diferentes direções.



ATIVIDADE

4.



O carrinho deve sair do retângulo onde está e passar por uma das seis ruas horizontais e uma das nove ruas verticais.

Para levar o carrinho até o estacionamento (E), você deve andar de acordo com os comandos abaixo:

♦	Andar 2 quadros para a direita
♥	Andar 1 quadro para a esquerda
♠	Andar 2 quadros para baixo
♣	Andar 1 quadro para cima

Que seqüência de comandos você optou por fazer?

____

____

____

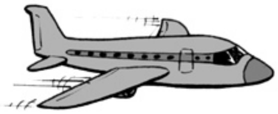
COMENTÁRIO

Uma escolha aleatória pode não ser solução para a atividade proposta. Procure seqüências que indiquem percursos menores, e outras que utilizem um dos comandos pelo menos uma vez.

SUBINDO... DESCENDO...

Essa é mais uma idéia importante que devemos explorar com os alunos. O elevador exemplifica que temos uma única direção, a vertical. Subir e descer são dois sentidos diferentes.

Outras situações podem ser observadas para explorar essas idéias: um avião voando, uma pipa (ou cafifa) voando alto, subir ou descer uma montanha.



É importante propor atividades que envolvam as crianças vivenciando as ações; por exemplo, podemos pedir que subam e desçam escadas, bancos ou cadeiras. As crianças gostam de muito movimento e apreciarão esse tipo de brincadeira.

ATIVIDADE

5. Observe a figura e diga quais objetos estão em cima e quais estão embaixo da mesa.

INDO EM FRENTE... OU PARA TRÁS

Caminhamos, na maioria das vezes, para a frente. Nesse sentido, indicamos nossos olhos e nossos pés. Mas algumas vezes precisamos recuar, andar para trás. Nesse caso, temos mais uma rica oportunidade de explorar brincadeiras que envolvem ações dos alunos.

"Andar para trás" pode ser realizado de duas formas: uma delas é quando utilizamos o nosso próprio corpo como referencial. Ir para trás é dar passos "de costas", "andar em marcha à ré". Uma outra forma é estabelecer um referencial externo, por exemplo, ir da minha casa para a padaria mais próxima; chegando ao meio do caminho, percebo que esqueci o que teria de comprar. Nesse caso, tenho de voltar a casa. Ir para a frente seria seguir no sentido casa-padaria; e para trás, seria seguir o sentido contrário (padaria-casa). Mais uma vez, apesar de modificarmos a direção, existem dois sentidos: ir para a frente ou ir para trás.

As brincadeiras que exploram essas idéias são aquelas em que são traçados caminhos com diferentes casas, onde as crianças deverão responder a questões ou executar tarefas. E, dependendo da casa em que cair, os comandos são diferentes; por exemplo, caminhe dois passos para a frente, três passos para trás.

ATIVIDADE

6. Agora, vá ao encarte, destaque o tabuleiro e recorte os cartões. Chame alguém para jogar com você. Faça uma primeira rodada para se familiarizar com o jogo.

Na segunda rodada, faça um registro do desenvolvimento do jogo através de texto.

Materiais

– um tabuleiro que mostra um caminho com 20 casas (retângulos);

– 20 cartões com perguntas, respostas e comandos sobre o que fazer em caso de erro ou acerto;

– dois ou mais pinos de cores diferentes. Caso não tenha os pinos, você pode usar pequenos objetos (tampas de garrafa, canetas, moedas).

– um dado.

Regras do Jogo

– Através de algum critério, por exemplo, par ou ímpar, quem vencer será o primeiro a jogar o dado.

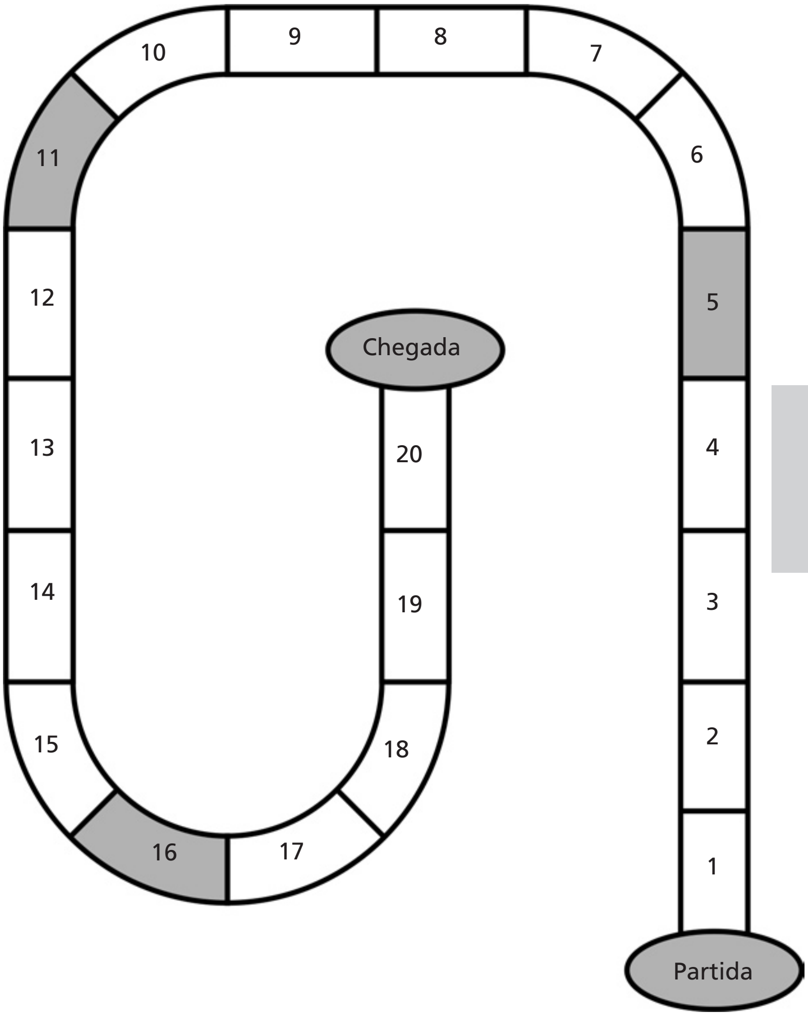
– Esse jogador deve "caminhar" a quantidade de casas que sair no dado, escolher uma das cartas, que não deve ser vista por ele, e entregá-la ao adversário.

– O adversário fará a pergunta e seguirá o que diz o cartão em caso de acerto ou erro.

– O próximo jogador joga o dado e então o jogo continua e assim por diante.

– O vencedor será aquele que chegar primeiro ou ultrapassar a casa 20.

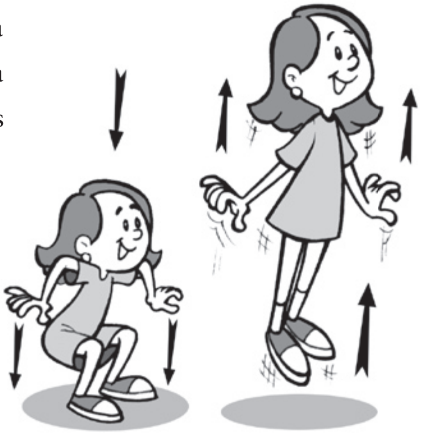
Atenção: Os cartões usados devem ser separados.



Os caminhos podem ser traçados no chão e as crianças representarem os próprios pinos. Você pode formular outros cartões com perguntas adequadas a seus alunos.

A LOCALIZAÇÃO E ORDENAÇÃO DOS NÚMEROS

Já estudamos os sentidos, direita e esquerda, subir e descer e ir para a frente e para trás. Em cada um desses casos mudamos a direção.

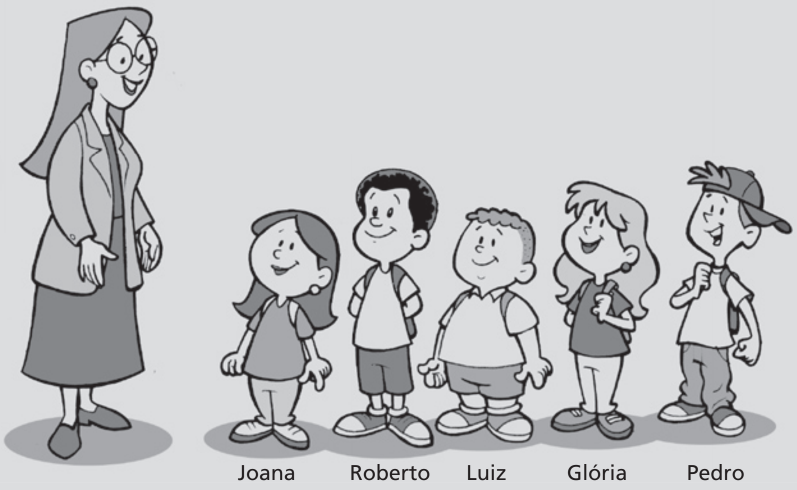


Agora, vamos relacionar estas idéias com os numerais que indicam ordem. Ao organizarmos as crianças em fila, estabelecemos uma ordem. Os critérios de ordenação podem ser os mais variados possíveis.

- Do aluno de menor altura para o de maior altura e vice-versa.
- Por ordem alfabética, de a até z ou de z até a.
- Do aluno de menor idade (mais novo) para o de maior idade (mais velho) e vice-versa.

Modificando os critérios de ordenação, você estará dando oportunidade de algumas vezes os alunos estarem no início da fila e outras, no final. Você, junto com seus alunos, poderá criar outros critérios. Essas filas podem ser usadas nas brincadeiras, ou a própria fila pode tornar-se uma brincadeira.

ATIVIDADE



7. Analisando a imagem, responda.

a. Quem é o primeiro (1º) da fila?

b. Quem é o último?

c. O último é o quarto (4º) ou quinto (5º) da fila?

d. Quem é o terceiro (3º) da fila?

e. Quantas crianças estão na frente do quarto (4º) da fila?

f. Quem está entre Roberto e Pedro?

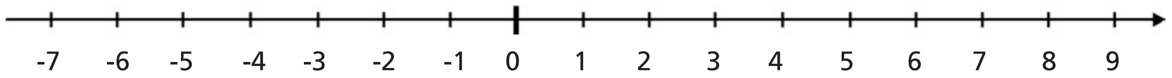
! Esta é uma atividade que pode ser simples para você, mas não é para muitas crianças. Por isso, é importante que, além de executá-la utilizando o registro, o professor esteja constantemente vivenciando essas atividades com seus alunos.

COMENTÁRIO

Observe que escrevemos os ordinais por extenso e abreviado, pois acreditamos que devemos trabalhar com alunos de diferentes representações.

! A representação que fazemos da reta é sempre um "pedaço" da mesma. O conjunto dos números inteiros é um conjunto infinito; portanto, apesar de não aparecerem na representação abaixo, números como 1.098, -2.345 pertencem a essa reta.

Uma outra atividade que muitos professores apresentam aos alunos e também consta em muitos livros didáticos é a denominada "dê os vizinhos"; ou seja, quem são os antecessores e sucessores de um determinado número. Nesse tipo de atividade estamos trabalhando a localização dos números na reta. Vale ressaltar que a reta numérica é ordenada. Quando a representamos na horizontal, usamos o mesmo critério da leitura e da escrita, da esquerda para a direita (→).



Assim, podemos fazer algumas afirmações:

- o 3 vem antes do 5;
- os números negativos vêm antes do 0 (zero);
- o -4 está entre o -3 e o -5.

ATIVIDADE

8. Complete a **Tabela 12.1** com o antecessor e sucessor dos números.

Tabela 12.1: Antecessor e sucessor

Antecessor	Número	Sucessor
	7	
	-7	
	8 099	
	100 000	
	-567	
	-40 000	
	17 009	

Ao subir ou descer em um elevador, indicamos o andar a que estamos nos dirigindo. Assim, posso subir do 2º para o 8º ou posso descer do 9º para o 1º.

Geralmente, os prédios começam com um andar que é chamado térreo (T); fazendo uma analogia com a reta numérica, seria nosso ponto zero. Outros prédios possuem garagens no subsolo, ou seja, há andares que estão abaixo do ponto tomado como referencial, onde se localiza a saída do prédio para a rua.

VOCÊ ESTÁ POR DENTRO OU ESTÁ POR FORA?

Topologia

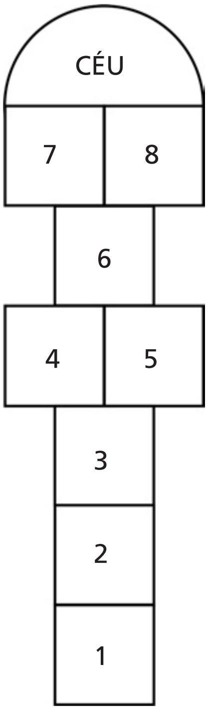
É a parte da Matemática que se ocupa da noção de continuidade e dos conceitos a ela ligados. Ou seja, estudam-se as propriedades que não variam apesar de algumas deformações. Por exemplo, se imaginarmos que as figuras são feitas de borracha perfeitamente elástica, que podemos torcer e esticar à vontade, as propriedades que permanecem são topológicas.

As noções de estar dentro (no interior), estar fora (no exterior) ou estar na linha (na fronteira) estão ligadas à área da Matemática denominada **TOPOLOGIA**. Há diversas atividades que exploram essas noções. Na escola, o professor pode utilizar os diferentes espaços, como sala de aula, banheiro, cozinha, etc. para questionar as crianças sobre quem está dentro ou fora dos espaços. Por exemplo:

- Leandro está dentro ou fora da sala de aula?
- Quem está dentro do banheiro?

Os professores das séries iniciais fazem com as crianças uma diversidade de brincadeiras que envolvem conceitos matemáticos importantes.

A amarelinha, por exemplo, é uma brincadeira conhecida por muitos; mas se você ainda não a conhece, ou a conhece com outro nome, vou apresentá-la a você. Com algumas variações na quantidade de retângulos, é um desenho que se faz no chão de terra ou num pátio com a seguinte forma.



As regras da brincadeira podem variar, mas, de maneira geral, seguem o seguinte padrão:

- Jogar um objeto começando pela casa 1, o objeto (pedra, tampa de garrafa, uma borracha) deverá cair no interior do retângulo.

O ideal é que o objeto escolhido não role.

- Se cair fora do retângulo, a jogada passa para o próximo jogador.

Caso o objeto caia sobre a linha (fronteira), a regra previamente combinada tem que definir se esse fato será considerado como acerto ou como erro.

- Acertando o objeto no local apropriado, o jogador deve pular com uma perna só, não pisando no interior do retângulo onde está o objeto.

É preciso combinar também se pode ou não pisar na linha (fronteira) entre dois retângulos.

- Chegando ao céu, o jogador volta até onde está o objeto para pegá-lo antes de concluir o percurso.
- Retoma todos os passos agora jogando o objeto no interior da casa 2.
- Ganha o primeiro que percorrer todas as casas.

Nessa brincadeira, alguns conceitos matemáticos podem ser explorados; particularmente, as noções topológicas interior, exterior e fronteira. Nos retângulos maiores, em que estão os números 4 e 5, 7 e 8, pode-se perguntar que números estão à direita, ou que números estão à esquerda.

ATIVIDADE

9. O espaço a seguir está dividido em quatro regiões.

a. A região A faz fronteira com quais regiões?

b. A região B faz fronteira com quais regiões?

c. A região C faz fronteira com quais regiões?

d. A região D faz fronteira com quais regiões?

e. Qual região faz fronteira com apenas uma outra região?

f. Qual região faz fronteira com todas as outras regiões?

COMENTÁRIO

O retângulo dessa atividade poderia estar dividido em uma quantidade maior ou menor de regiões, o que poderia simplificar ou dificultar a visualização das fronteiras. Em vez de um retângulo, poderíamos ter linhas curvas delimitando as regiões.

QUE CAMINHO SEGUIR?

Nesse item, vamos explorar uma questão bastante usual: decidir por que caminho seguir. Alguns percursos são usuais em nosso dia-a-dia.

1. Vou de casa para o trabalho, e do trabalho para casa.

2. Algumas vezes vou de casa para o trabalho, do trabalho para a casa dos meus pais e depois vou para minha casa.

3. Em outras, preciso, antes de chegar ao trabalho, ir ao banco, comprar um remédio, comprar um presente para um amigo que faz aniversário hoje e só depois ir ao trabalho.

Quanto mais lugares temos para ir, mais numerosas poderão ser as escolhas que podemos fazer. Quando temos apenas dois lugares para percorrer, não temos muitas opções. Mas quando temos cinco lugares diferentes para ir (casa, banco, farmácia, comprar o presente, trabalho), como no item 3, as opções são muitas. É preciso decidir qual é mais curto ou gasta menos tempo.

ATIVIDADES

10. Descreva o percurso que você fez durante o seu dia, faça um texto e o represente através de um desenho. O seu texto deve ser claro, como se você estivesse explicando para alguém que quisesse reproduzir o mesmo percurso.

COMENTÁRIO

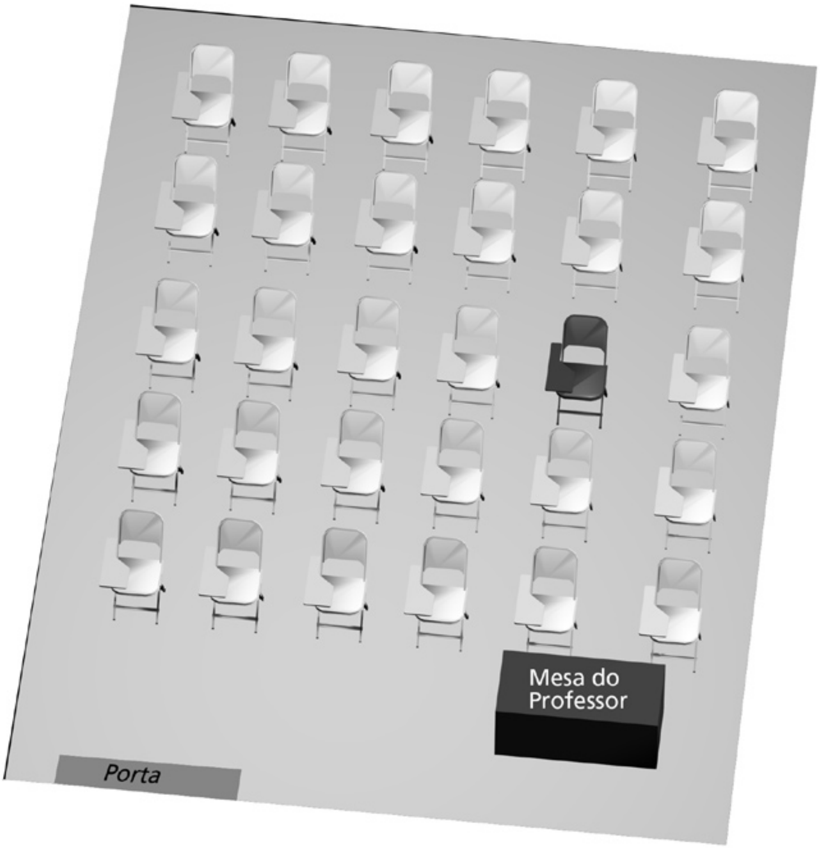
Não tem resposta no livro.

11. Descreva, de duas maneiras diferentes, como Paulo pode sair de sua casa e ir até a escola.

LINHAS, COLUNAS... TABELAS

As tabelas são um importante instrumento no trabalho com localização; são formadas por linhas e colunas, mas podem se apresentar de diferentes maneiras.

Imagine uma sala de aula arrumada em linhas e colunas como mostra a figura a seguir:



Se eu estiver dentro da sala de aula e quiser indicar onde um aluno deve sentar-se, por exemplo, posso simplesmente apontar. Mas se estou fora da sala de aula e quero informar ao aluno exatamente o lugar onde deve sentar-se, devo lhe dar algumas informações, no mínimo duas. Assim, posso dizer para o aluno: ao entrar, sente-se na cadeira que fica na quinta coluna (considere como primeira coluna aquela de frente para a porta) e na terceira fileira (considere como primeira fileira aquela que fica mais próxima à mesa do professor).

!

Observe que precisamos estabelecer um referencial para saber qual é a quinta coluna e qual é a terceira fileira.

Outras atividades que envolvem ações dos alunos ou que podem estar no papel devem explorar o uso de tabelas, pois elas são uma importante ferramenta no trabalho de localização no plano.

ATIVIDADES

12. Combine linhas e colunas formando palavras. Atenção! Nem sempre será uma palavra do nosso vocabulário; nesses casos, dê um traço.

Tabela 12.2: Formando palavras

	ta	co
pa		
bo		
me		
co		
da		

13. Complete a tabela relacionando os números das linhas com os números das colunas. Comece pelas linhas, conforme os exemplos.

Tabela 12.3: Localizando pares ordenados

	1	2	3	4	5
1					
2			(2,3)		
3		(3,2)			
4					
5					

RESPOSTA COMENTADA

Nesta atividade, fixamos uma ordem para organizar os números; neste caso, um par ordenado. *Observe que, pelo fato de ser par ordenado, as células da tabela (3,2) e (2,3) são diferentes, ocupam posições distintas.*

Tabela 12.3: Localizando pares ordenados

	1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	*(1,1)*	*(1,2)*	*(1,3)*	*(1,4)*	*(1,5)*
2	*(2,1)*	*(2,2)*	*(2,3)*	*(2,4)*	*(2,5)*
3	*(3,1)*	*(3,2)*	*(3,3)*	*(3,4)*	*(3,5)*
4	*(4,1)*	*(4,2)*	*(4,3)*	*(4,4)*	*(4,5)*
5	*(5,1)*	*(5,2)*	*(5,3)*	*(5,4)*	*(5,5)*

CONCLUSÃO

Nesta aula, trabalhamos idéias que envolvem o trabalho com localização. As atividades não devem se restringir ao uso do caderno, ou de material escrito. O professor deve fazer com que seus alunos andem, pulem e brinquem o máximo possível, sempre com atenção ao referencial que ele utiliza. Os conceitos discutidos nesta aula devem estar integrados com outras disciplinas, como Geografia e Educação Física.

RESUMO

O trabalho com localização nas séries iniciais é fundamental para a discurssão e o desenvolvimento de atividades que explorem lateralidade. Assim, brincadeiras como a amarelinha podem contribuir para o desenvolvimento de noções topológicas, tais como dentro e fora. Além disso, também se torna importante o uso de atividades que envolvam o trabalho de localização, que pode ser auxiliado pela utilização de tabelas.

Elabore algumas brincadeiras que você possa propor em sala de aula, de forma que com elas retomemos conceitos de direção, sentido, lateralidade, dentro e fora e localização.

ATIVIDADE FINAL

Retome cada um dos itens desta aula e crie uma atividade ou brincadeira que possa ser feita com seus alunos ou futuros alunos que envolvam as noções aqui destacadas.

COMENTÁRIO

Se você já atua como professor, deve conhecer outras brincadeiras daquelas aqui abordadas. Caso contrário, faça uma pesquisa de campo com professores que já atuam e descubra essas outras brincadeiras. O seu olhar sobre a brincadeira será um releitura buscando identificar as noções abordadas nesta aula.

AUTO-AVALIAÇÃO

Retorne às noções topológicas, à localização de números inteiros na reta, às diferenças entre direção e sentido e ao uso de tabelas e reflita sobre seus conhecimentos anteriores a esta aula. Não deixe de resolver as Atividades 7, 9, 11 e 13 antes de passar para a próxima aula, pois ela são fundamentais para que você domine perfeitamente as noções mais importantes estudadas aqui. Veja se eles se ampliaram. Pense na prática da sala de aula e reflita como essas noções poderão ser plenamente exploradas.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você vai aprender a ler e a compreender mapas e plantas baixas, aplicar o conceito de escala e utilizar o conceito de proporcionalidade em situações-problema.

RESPOSTAS

Atividade 4

Sugestão de resposta.

Atividade 5

Em cima da mesa: toalha, jarro e flores.
Embaixo da mesa: cachorro e chinelo.

Atividade 7

a. Joana

b. Pedro

c. O quinto (5º)

d. Luiz

e. 3

f. Luiz e Glória

Atividade 8

Tabela 12.1: Antecessor e sucessor

Antecessor	Sucessor
6	8
-8	-6
8 098	8 100
99 999	100 001
-568	-566
-40 001	-39 999
17 008	17 010

Atividade 9

a. B, C e D

b. A, C e D

c. A e B

d. A e B

e. Não existe nenhuma região que faça fronteira *apenas* com uma outra.

f. As regiões A e B.

Atividade 11

Sugestões de respostas.

1. Paulo sai de sua casa, segue pela Rua das Orquídeas, vira à esquerda na Rua das Rosas e segue até a Rua das Verbenas, vira à direita e chega à escola.

2. Paulo sai de sua casa, segue pela Rua das Margaridas até a Rua das Verbenas, vira à esquerda, após cruzar a Rua das Rosas chega até a escola.

Atividade 12

Para formar as palavras, temos que optar por uma ordem, que pode ser através das linhas...

Tabela 12.2.a: Formando palavras

	ta	ca
pa	pata	paca
bo	bota	boca
me	meta	meca
co	cota	coca
da	data	-----------

...ou das colunas.

Tabela 12.2.b: Formando palavras

	ta	ca
Pa	tapa	capa
Bo	-------	cabo
Me	-------	-------
Co	taco	caco
Da	-------	cada

AULA 13

Olhe de fora... usando mapas, maquetes e plantas baixas

Meta da aula

Mostrar outra dimensão da localização, através da construção e leitura de mapas, maquetes e plantas baixas.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Utilizar em situações-problema o conceito de proporcionalidade.
- Aplicar o conceito de escala.
- Ler e compreender mapas e plantas baixas.
- Entender ou identificar os elementos da Matemática que podem ser identificados e explorados nas maquetes.

Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula, é necessário que você saiba as quatro operações fundamentais, trabalhadas em Matemática na Educação 1; e saiba também aplicar o conceito de fração, de frações equivalentes e número decimal, vistos nas aulas anteriores, principalmente nas Aulas 3, 5 e 8. Materiais como papel quadriculado, régua, lápis, lápis de cor, borracha e calculadora também são indispensáveis.

CONVERSA INICIAL

Esta aula trabalha o conceito de proporcionalidade, que é de grande importância no currículo de Matemática. Esse conceito já foi abordado em aulas anteriores, não como um tópico, mas sempre inserido no trabalho de multiplicação e divisão, tanto dos números naturais como de frações.

Agora vamos trabalhar esse conceito com um enfoque geométrico, e para isso utilizaremos uma ferramenta muito utilizada em outras ciências: a escala.

> !
>
> Os PCN de Matemática apresentam uma categorização dos conteúdos de Matemática ensinados no Ensino Fundamental dispostos em quatro blocos: *números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas* e *tratamento da informação*.
> Cada bloco tem características específicas; entretanto, os aspectos dos diferentes blocos devem ser trabalhados de maneira articulada, buscando que o aluno compreenda as conexões do pensamento matemático.

Este tema integra três blocos de conteúdos definidos nos PCN de Matemática: *espaço e forma, grandezas* e *medidas* e *números e operações*.

O que caracteriza que nosso assunto está inserido no bloco *espaço e forma* é que a utilização de mapas, maquetes e plantas baixas são representações do mundo físico, permitindo que o aluno estabeleça conexões entre a Matemática e outras áreas de conhecimento. Quando lemos, interpretamos e produzimos mapas, estamos trabalhando um objeto da Geografia; quando construímos uma maquete, estamos enfo cando um objeto da Engenharia Civil ou da Arquitetura; quando observamos, entendemos e desenhamos uma planta baixa, o objeto é da Arquitetura, referente a algum espaço.

Assim, estamos trabalhando a noção espacial e explorando as formas características desse espaço.

Entretanto, o tema também pertence ao bloco *números e operações*, pois consolida conceitos de Matemática já vistos até o momento, tais como números decimais, multiplicação e divisão.

Além disso, nosso trabalho nesta aula também insere-se no bloco *grandezas e medidas*. Para representar a planta de um apartamento, por exemplo, usamos medidas. Essas medidas se relacionam com as do apartamento real. No decorrer da aula vamos ver como isso acontece.

Exatamente esses três objetos – mapas, maquetes e plantas baixas – é que serão explorados nesta aula. Para tanto, é importante que você tenha papel quadriculado, régua, lápis, borracha, calculadora, lápis de cor e o que mais desejar. Se quiser fazer um pouco de "arte"...

O QUE SÃO MAPA, MAQUETE E PLANTA BAIXA?!

Veja a seguir um exemplo de cada um desses objetos e seu significado.

Mapa é a representação, em superfície plana e em **escala** menor, de um terreno, país ou território. Todo mapa é redução de algo maior, daí surge a necessidade de escalas de redução, que veremos mais adiante. Os mapas modernos são elaborados com o auxílio de instrumentos e recursos muito avançados, tais como fotografias aéreas, satélites artificiais e computadores.

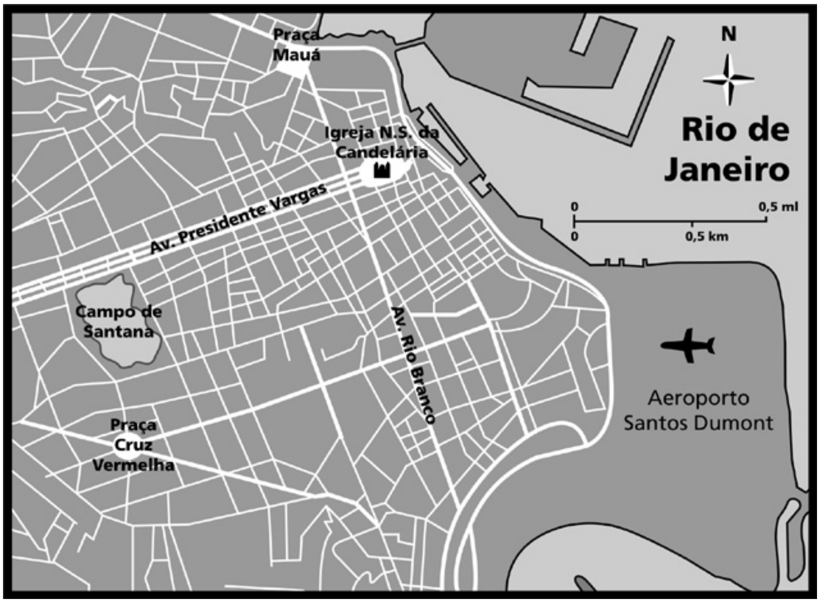
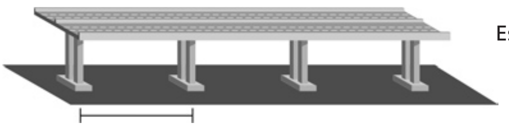


Figura 13.1: Mapa da Cidade do Rio de Janeiro.

Maquete é uma miniatura de algum projeto arquitetônico, de *design* ou de engenharia. As maquetes podem ser de objetos, de moradias, de cidades, de museus, entre outros; são produzidas na terceira dimensão, é o que chamamos 3D.



Escala 1:100000

Figura 13.2: Maquete de secção da Ponte Rio-Niterói.

Planta baixa é um tipo de mapa que representa espaços bem menores que os utilizados em um mapa. Uma planta baixa pode conter todas as informações dessa pequena área, em que todos os detalhes podem ser desenhados em escala.

Quando colocamos o mundo, um continente, um país, uma região, um estado, uma cidade que seja, numa folha de caderno, estamos fazendo um mapa. Agora, ao desenharmos no papel os espaços da nossa escola, da nossa casa, nesse caso não dizemos que estamos fazendo um mapa e sim uma planta baixa. Entendeu a diferença?

A planta baixa é onde se especificam as informações possíveis de um projeto, com o objetivo de colocar os detalhes úteis para a futura construção, ou para estudar uma melhor distribuição dos objetos que ocupam esse espaço, visando à sua decoração. Por isso, é importante que seja indicada na planta todo tipo de medida que mostre distâncias de largura e comprimento do ambiente.

É necessário ainda, dentro da planta, especificar o nome, a área e o nível de cada ambiente.

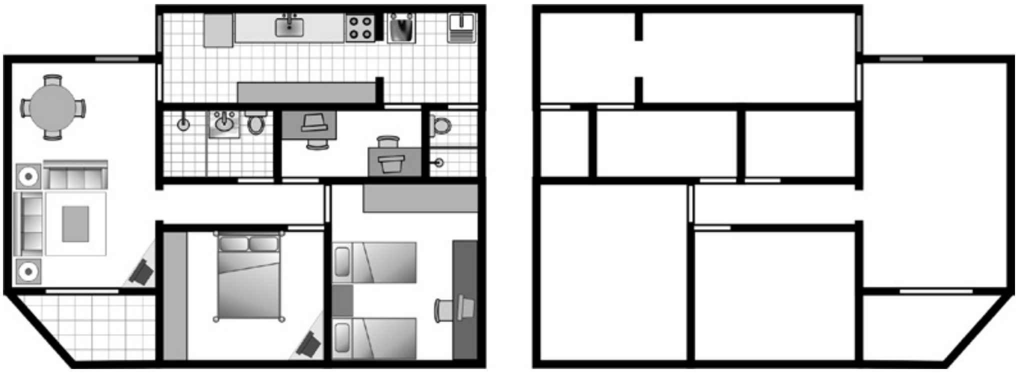


Figura 13.3: Plantas baixas de imóveis.

MAS, AFINAL, O QUE É ESCALA?

A todo momento nos referimos a uma escala, mas, afinal, o que é escala?

Pense em um mapa. O mapa da Terra, por exemplo, é muito menor que a Terra. Por isso, precisamos de um instrumento matemático para indicar a proporção entre ele e o nosso planeta a fim de não deformarmos os países, os oceanos. Esse instrumento é que chamamos escala. A escala nos informa quantas vezes o objeto real (no caso, a Terra) foi reduzido para ser posto no papel e, enfim, tornar-se um mapa.

Em outras palavras, escala é a **RAZÃO** entre a distância no papel e a distância correspondente, no real.

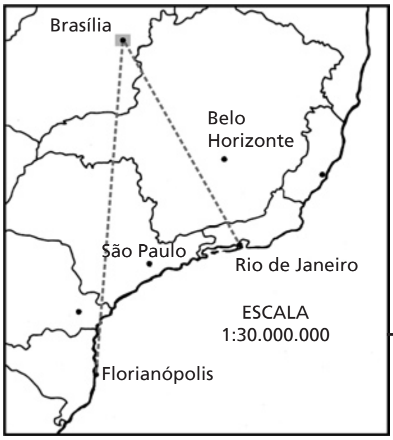
Vá até a foto da maquete e meça, com a régua, a distância entre os alicerces; você obterá 1,5cm. Comprove!

Usando o conceito de escala, podemos afirmar que a distância entre dois alicerces da ponte de 1,5x100.000 = 150.000cm = 1,5km.

Viu como as frações são importantíssimas nas medições?

Segundo Bairral (1997), para que os alunos entendam o que é escala, e as noções de semelhança e proporção, é necessário que tenham atingido um certo grau de cognição. Eles precisam ter desenvolvido a estrutura multiplicativa de pensamento; essa forma de raciocínio, apesar do nome, não é dominada quando a criança aprende a multiplicar. Por isso, a construção dos conceitos deve ser bem trabalhada, pois na hora de aplicar o conceito a criança deverá saber que está fazendo!

Observe o mapa do Brasil a seguir:



A escala **1:30.000.000** significa que as distâncias reais do Brasil sofreram uma redução de 30 milhões de vezes em relação ao que está no mapa ou seja, nessa escala, 1cm no mapa corresponde a 30 milhões de cm (ou 300km) no real.

Figura 13.4: Distâncias de Brasília.

Quando vamos elaborar um mapa, devemos primeiro determinar em que escala ele será construído, pois desenhar um mapa numa folha de caderno é diferente de elaborar esse mesmo mapa na quarta parte dessa folha ou numa folha de cartolina. É importante saber o espaço onde o mapa será feito, para, aí sim, definir a escala. E para isso precisamos de Matemática.

RAZÃO

É uma forma de comparar dois números usando a operação de divisão. No caso da maquete que representa uma parte da Ponte Rio-Niterói, a escala utilizada foi 1:100.000 (lê-se 1 para 100.000), e significa a fração $\frac{1}{100.000}$. A escala é um exemplo de razão, e a interpretação do significado de razão, nesse contexto, é que cada 1 centímetro do desenho representa 100.000cm = 1km na realidade.

Você lembra como converter centímetros em quilômetros? Vamos relembrar um pouco...

A régua que utilizamos na escola mede 30cm, não é mesmo? A palavra centímetro significa a centésima parte do metro; em fração, $\frac{1}{100}$m, ou, em decimal, 0,01m. Ou, ainda, pode-se tirar que 1 metro é o mesmo que 100cm. Para convertermos centímetros em quilômetros, precisamos saber o significado de 1km. O quilômetro é um dos múltiplos do metro, e equivale a 1.000 vezes o metro, isto é, 1km = 1.000m.

Com isso, já temos instrumentos suficientes para fazer a conversão. Sabemos que 1km = 1.000m e que 1m = 100cm; logo, 1km = 1.000x100cm = 100.000cm.

1km = 1.000m ou

1m = $\frac{1}{1.000}$km = 0,001km

1m = 100 cm ou

1cm = $\frac{1}{100}$ m = 0,01m

1km = 100.000 cm ou

1cm = $\frac{1}{100.000}$km = 0,00001km

Vamos praticar um pouco! Medindo com a régua, o segmento referente à distância do Rio de Janeiro até Brasília, encontramos aproximadamente 3,1cm. Utilizando a escala indicada no mapa, 1:30.000.000, concluímos que a distância real da cidade do Rio de Janeiro à capital Brasília é de 3,1x30.000.000 = 93.000.000cm. Vamos converter para quilômetros.

$$93.000.000\text{cm} \underset{\div 100}{=} 930.000\text{m} \underset{\div 1.000}{=} 930\text{km}$$

Logo, a distância entre Rio e Brasília é de aproximadamente 930km.

ATIVIDADE

1. Vá ao mapa e determine, aproximadamente, as distâncias reais entre a capital Brasília e as seguintes cidades:

a. São Paulo

b. Florianópolis

c. Belo Horizonte

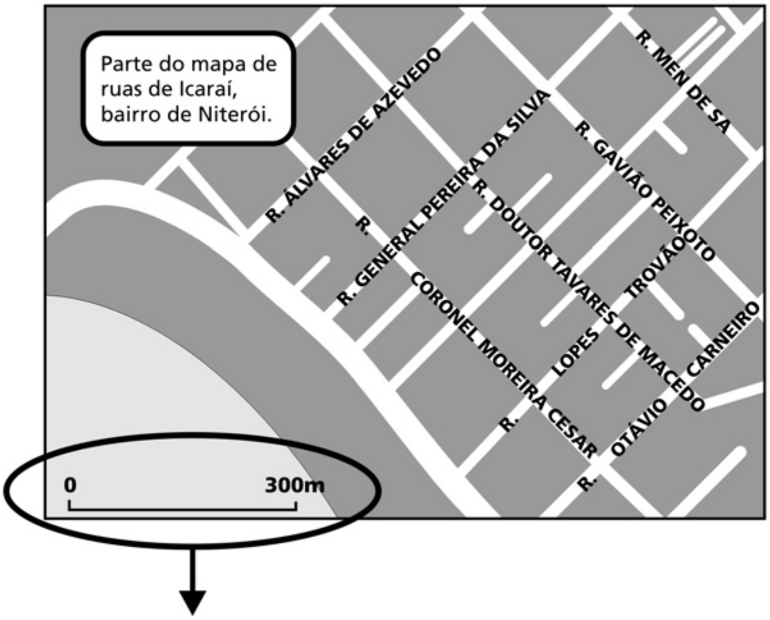
COMENTÁRIO

Meça as distâncias pedidas com atenção e utilize a escala corretamente.

Os dois mapas que vimos até agora apresentaram suas escalas de formas diferentes. Esses dois tipos diferentes de escalas são as numéricas, do exemplo anterior, e a gráfica, que foi a utilizada no mapa da cidade do Rio de Janeiro.

A escala numérica é representada por uma razão ou fração. No caso do exemplo, a razão foi 1:30.000.000. Essa escala estabelece a relação entre a distância ou comprimento no mapa e a distância correspondente no real. Nesse caso, cada centímetro de distância no mapa corresponde a 30.000.000 centímetros no real. A escala numérica pode ser apresentada de duas formas diferentes: 1:30.000.000 ou $\frac{1}{30.000.000}$.

A escala gráfica apresenta-se sob a forma de segmento de reta graduado. Veja o exemplo a seguir:



Um segmento de 3cm no mapa está representando 300m no real.

Nesse caso, utiliza-se um segmento de reta e a medida a que ele corresponde no real. De uma escala podemos passar para a outra, basta trabalhar com razões iguais, ou seja, frações equivalentes, cujo numerador seja 1. Veja:

Escala gráfica	**Cálculos**	**Frações equivalentes**	**Escala numérica**
0 300m	3cm $\rightarrow$ 300m 1cm $\rightarrow$ 100m	$\frac{3}{300} = \frac{1}{100}$	1:100

ATIVIDADE

2. Observe o mapa do Estado do Rio de Janeiro a seguir e sua escala gráfica. Nessa escala aparecem dois segmentos: um deles mede 5cm e indica 150km e o outro mede aproximadamente 5,5cm e indica 100mi (mi é a abreviação de milhas). Esse mapa indica graficamente duas unidades de medida: o metro e a milha.

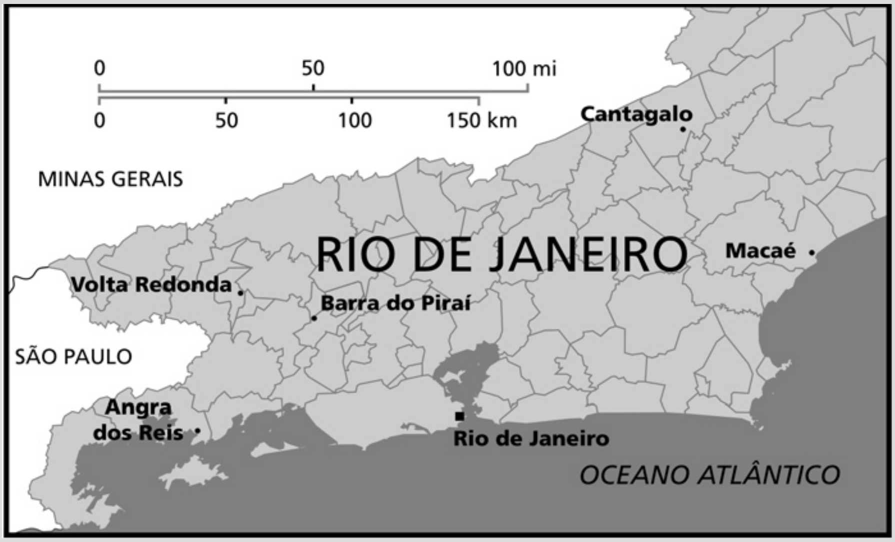


Figura 13.6: Mapa do Estado do Rio de Janeiro.

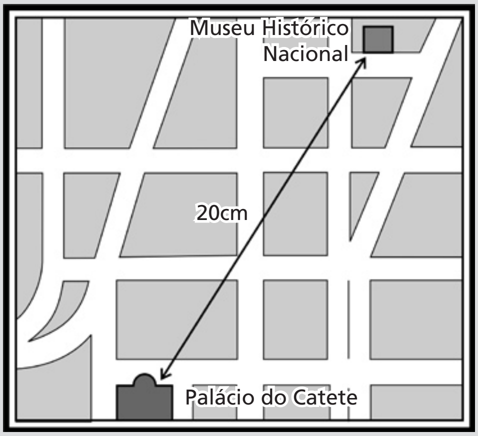
Uma milha equivale a aproximadamente 1,6km ou 1.600m.

a. Determine a distância real, em metros, entre as cidades de Angra dos Reis e Rio de Janeiro. ____

b. Determine a distância real, em centímetros, entre Volta Redonda e Barra do Piraí. ____

COMENTÁRIO

Para fazer esta atividade é fundamental que você meça o comprimento da escala que está representando 150km.



3. Considere o mapa de uma parte do Município do Rio de Janeiro. A escala utilizada é de 1:225.

Observando a distância entre o Museu Histórico Nacional e o Palácio do Catete, determine, aproximadamente, a medida real dessa distância.

Figura 13.7: Rio de Janeiro, do Museu Histórico Nacional ao Palácio do Catete.

ESCALA E TAMANHO DO MAPA...

É importante que você perceba que a riqueza de detalhes do mapa é diretamente proporcional à escala, ou seja, quanto maior for a escala, maior a riqueza de detalhes.

Como sabemos que uma escala é maior ou menor que outra? Veja e compare as duas figuras a seguir:

Figura 13.8: Mapas da cidade do Rio de Janeiro.

No primeiro mapa, temos que o segmento de 4cm representa uma distância real de 600m; logo, a escala numérica correspondente é: 1:150. Veja os cálculos:

4cm ---- 600m (dividindo por 4)

1cm ---- 150m

Já no segundo mapa, temos que o segmento de 2cm representa uma distância real de 600m: logo, a escala numérica correspondente é: 1:300. Veja os cálculos:

2cm ---- 600m (dividindo por 2)

1cm ---- 300m

A escala 1:150 representa a fração $\frac{1}{150}$, e a escala 1:300 representa a fração $\frac{1}{300}$.

Você pode determinar a escala de forma mais rápida: basta usar a distância entre dois pontos no papel e a mesma no real, e determinar a razão entre esses números. Temos, então, que **escala** = $\frac{\text{distância no papel}}{\text{distância no real}}$.

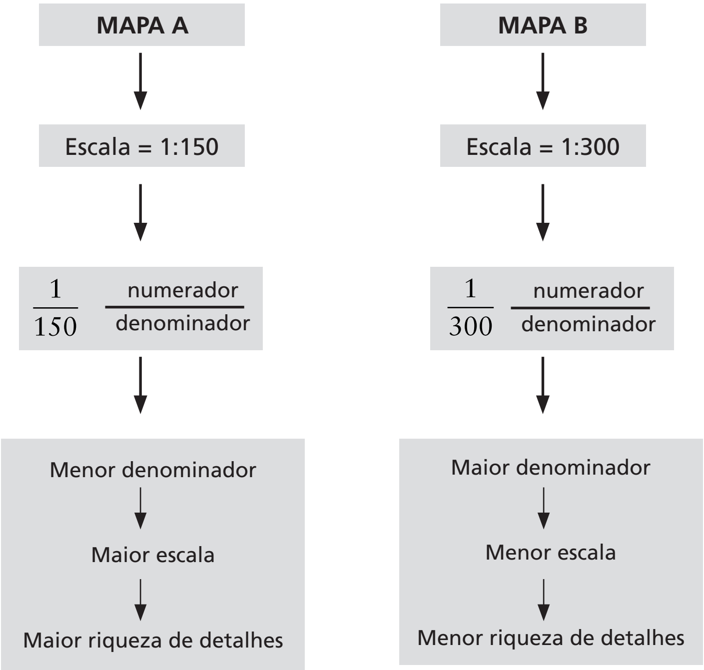
Nos exemplos, teríamos:

Escala mapa A = $\frac{4}{600}$ **= 1:150**

Escala mapa B = $\frac{2}{600}$ **= 1:300**

! Não se esqueça, como vimos na aula sobre frações, de que $\frac{4}{600} > \frac{2}{600}$, e, portanto, a escala do mapa A é maior que a escala do mapa B.

Observe o esquema a seguir, onde comparamos os dois mapas e suas respectivas escalas.



Concluímos que:

• Para ampliar o mapa, devemos aumentar a riqueza de detalhes. Assim, devemos diminuir o denominador, pois nesse caso aumentamos a fração (escala).

• Para reduzir o mapa, devemos diminuir a riqueza de detalhes. Assim, devemos aumentar o denominador, pois nesse caso diminuímos a fração (escala).

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

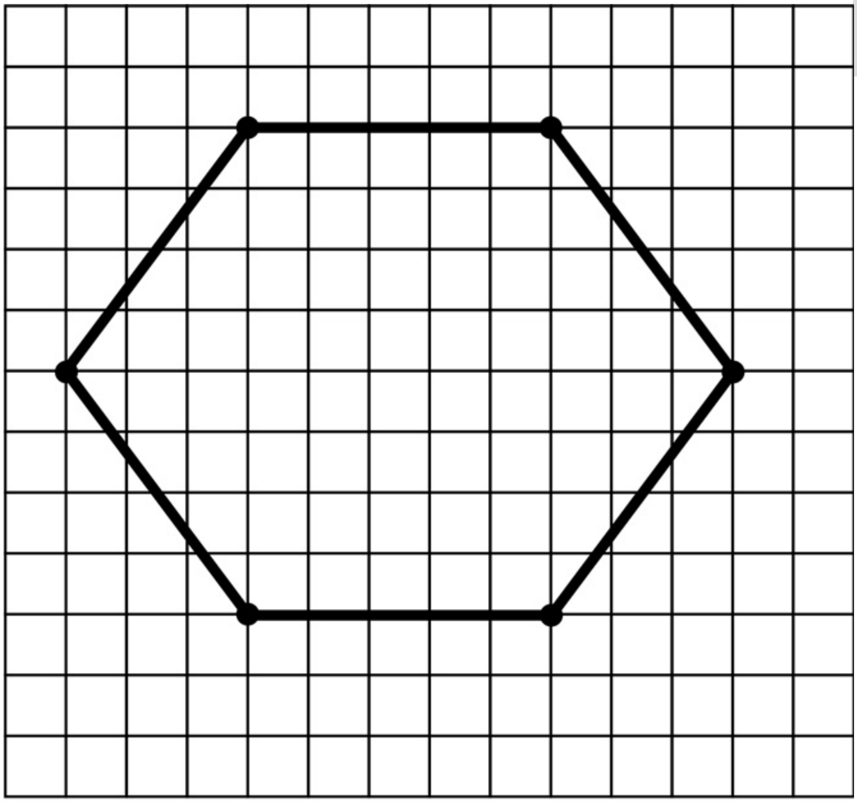
Se você tiver oportunidade, visite o *site* www.cidadeshistoricas.art.br; vá ao ícone *mapas disponíveis* e escolha a cidade histórica de sua preferência. Agora veja que, no mapa, há uma barra de escala. Movimente-a, observe o que acontece e compare. Faça um resumo sobre o conteúdo apresentado no *site* e como foi a forma de acesso às informações; apresente ao seu tutor o que você fez.

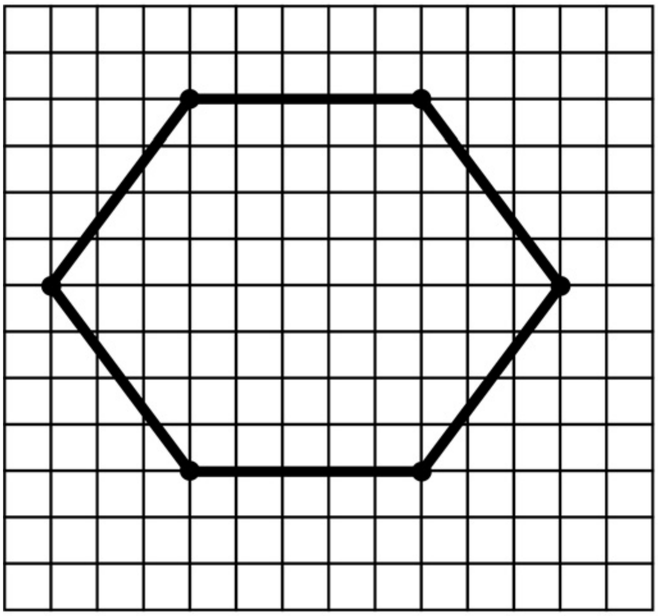
AMPLIANDO E REDUZINDO...

Agora que já utilizamos um pouco a escala, vamos ampliar e reduzir figuras e ver qual a relação dessa modificação do tamanho com a escala. Observe os três **HEXÁGONOS REGULARES** a seguir.

HEXÁGONO REGULAR

É um polígono de seis lados, todos com a mesma medida e os ângulos internos (de dentro) com a mesma abertura.





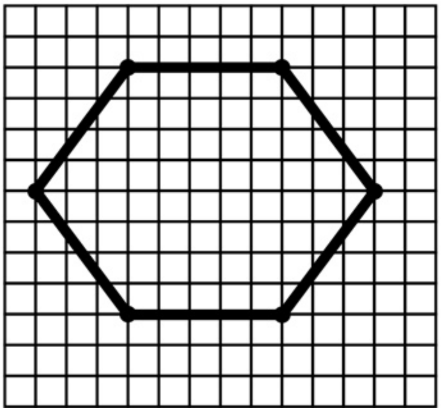


Figura 13.9: Reduções do hexágono.

Considere o hexágono maior como o original e os outros dois como reduções dele. Meça os lados dos três hexágonos e você irá constatar que:

Tabela 13.1: Indicação das medidas dos hexágonos regulares

	Hexágono I	**Hexágono II**	**Hexágono III**
Medida do lado	4cm	3cm	2cm

Quando se faz a redução do hexágono I para o II, a razão entre os lados do II (nova figura) e do I (figura original) se manteve constante e essa razão é $\frac{3}{4}$ ou 3:4 (3 para 4), ou ainda 75%. Fazendo o mesmo com o hexágono I para o hexágono III, obtém-se uma redução na razão $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (1 para 2), ou ainda 50%.

ATIVIDADE

4. Qual a razão de redução do hexágono II para o hexágono III?

____

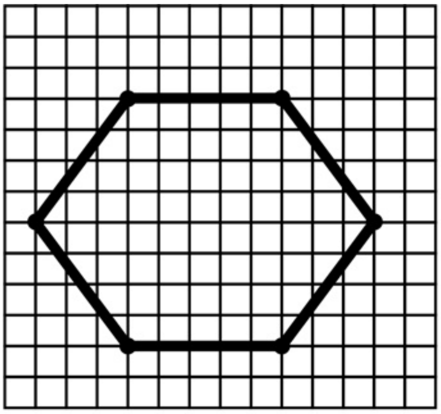
____

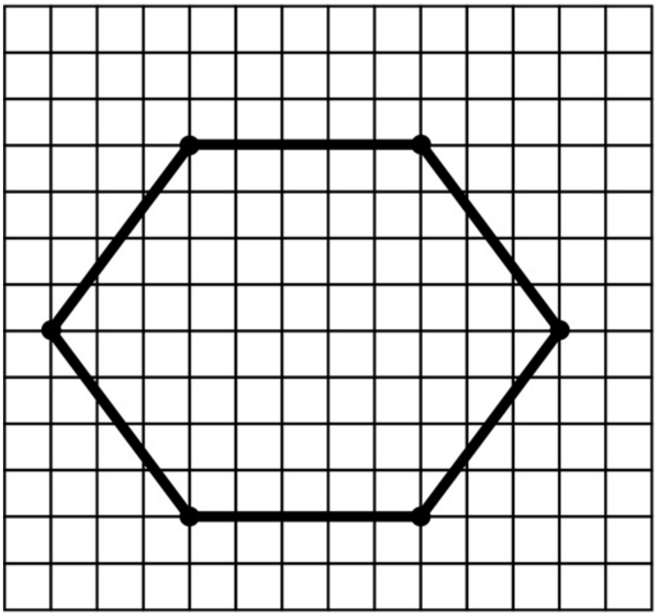
____

COMENTÁRIO

Lembre-se de que a ordem indicada no enunciado é fundamental para o cálculo da razão.

Agora, fazendo uma ampliação, temos:





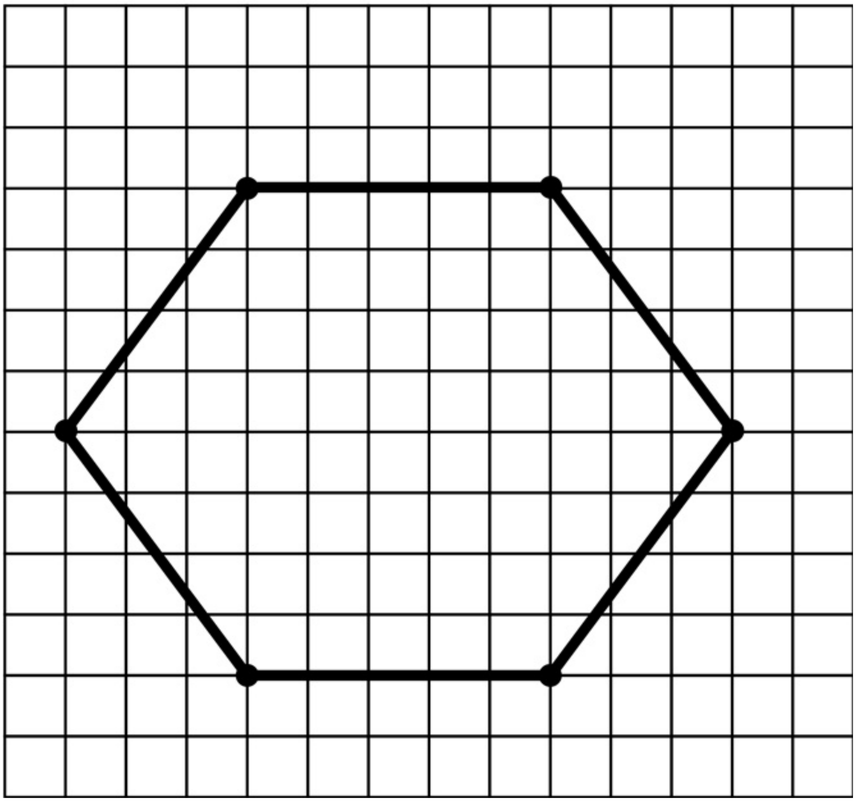


Figura 13.10: Ampliações do hexágono.

> **!**
> Quando reduzimos ou ampliamos figuras, as razões correspondentes dessas transformações são frações inversas, isto é, se por exemplo a razão de ampliação da figura A para a figura B for $\frac{a}{b}$; então a razão de redução da figura B para a figura A será $\frac{b}{a}$.

Tabela 13.2: Indicação das medidas dos hexágonos regulares

	Hexágono I	Hexágono II	Hexágono III
Medida do lado	2cm	3cm	4cm

Quando ampliamos o hexágono I para o II, a razão entre os lados do II (nova figura) e do I (figura original) se manteve constante e essa razão é $\frac{3}{2}$ ou 3:2 (3 para 2) ou ainda 150% . Fazendo o mesmo com o hexágono I para o hexágono III, obtemos uma ampliação na razão de $\frac{4}{2} = \frac{2}{1}$ (2 para 1), ou ainda 200%.

ATIVIDADE

5. Qual a razão de ampliação do hexágono II para o hexágono III?

____

____

____

____

Observe o mapa do Brasil na malha quadriculada e o segmento que está indicando aproximadamente a maior extensão do país. Essa extensão no real mede 5978,1km.

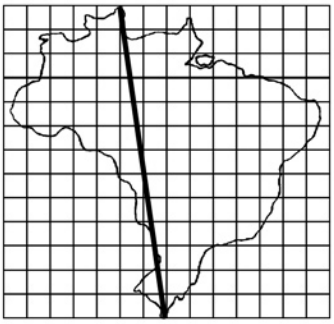


Figura 13.11: Mapa do Brasil: maior extensão.

Para determinar a escala desse mapa, precisamos das medidas correspondentes à mesma distância no papel e no real. Já temos a informação da distância real, precisamos ter no papel e aplicar o conceito de escala, que é uma fração equivalente à fração $\frac{\text{distância no papel}}{\text{distância no real}}$, só que com numerador 1.

No papel, a distância indicada mede 4,2cm. Por outro lado, a distância real mede 5978,1km = 597.810.000cm; logo, a escala é $\frac{4,2}{597.810.000}$. Precisamos escrevê-la com numerador 1.

Use sua calculadora.

Desejamos encontrar o valor do denominador que torne as frações equivalentes:

$$\frac{4,2}{597.810.000} = \frac{1}{?}$$

Encontramos: 14.233.571 (basta dividir 597.810.000 por 4,2).

Assim a escala é 1: 14.233.571.

ATIVIDADE

6. A partir da **Figura 13.11**:

a. Amplie esse mapa na malha quadriculada, a seguir, cujos quadrados são maiores.

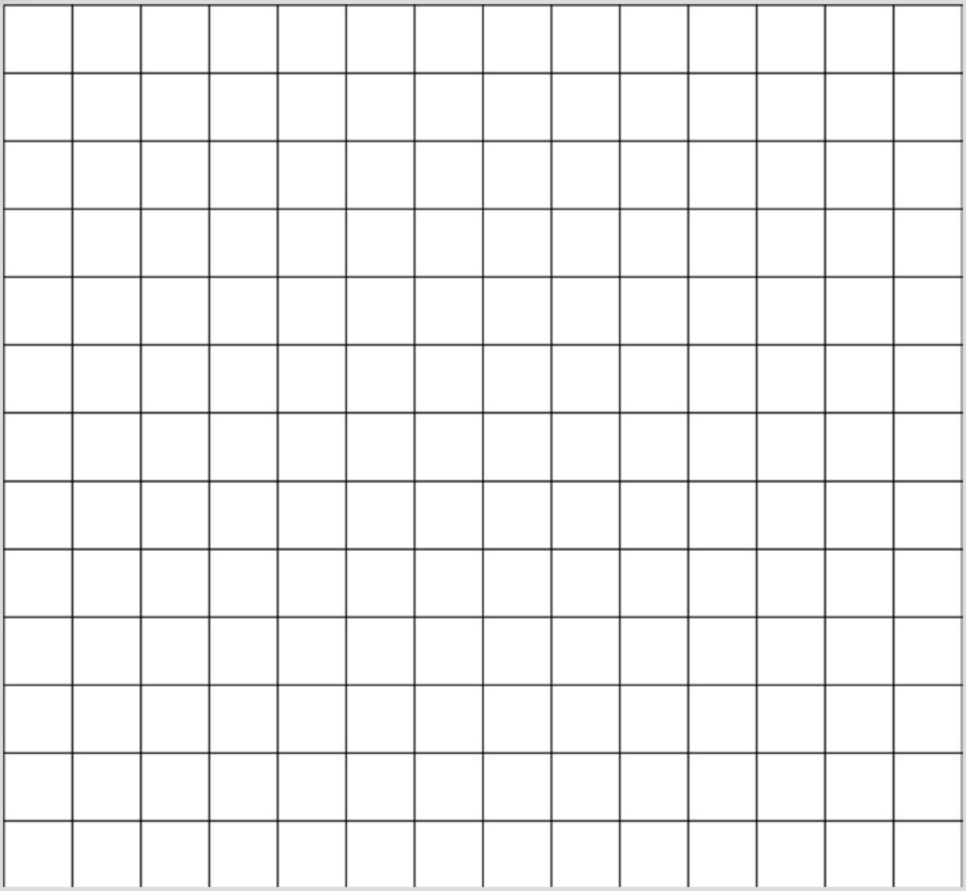


Figura 13.12: Malha para ampliação do mapa do Brasil.

b. Determine a escala numérica utilizada nesta ampliação.

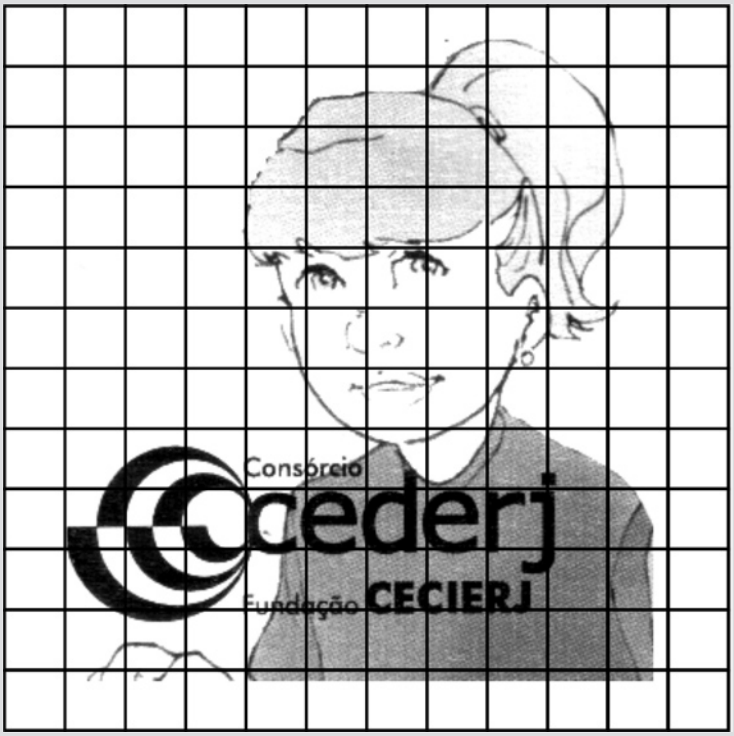
c. Determine a razão da **Figura 13.11** para ela.

d. Determine a razão de redução desta figura para a **Figura 13.11**.

COMENTÁRIO

Tenha bastante atenção na ordem em que se pede a razão, se é da figura maior para a menor ou se é o contrário.

7. Agora, faça a redução do logotipo do CEDERJ e diga qual a razão de redução.



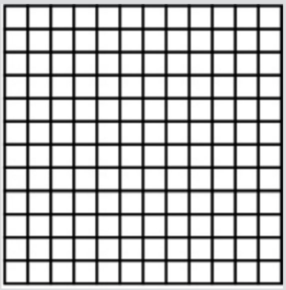


Figura 13.13: Malha com logotipo do Cederj.

COMO TRABALHAR PLANTAS BAIXAS?

Uma primeira etapa é conhecer vários tipos de plantas baixas, das mais simples às mais elaboradas. No início desta aula, você conheceu duas: uma delas apresentava somente o desenho da casa, com suas divisões; a segunda mostrava também uma possível decoração, pois assim se pode ter uma noção melhor do espaço ocupado pelos móveis. Para isso, é interessante a exploração de material publicitário com desenhos de plantas baixas de prédios e casas, esses encartes que recebemos pelas ruas ou que vêm nos jornais e revistas. As plantas baixas de imóveis são instrumentos excelentes que ajudam a ensinar como reproduzir desenhos em escalas diferentes. Explore bem esse tipo de material e procure retirar dele todas as informações que trazem para quem o está lendo.

Verifique de que forma você fica sabendo das dimensões reais que a figura representa, se é por meio de uma escala ou se as medidas estão explicitadas.

A partir daí, é só colocar a mão na massa, isto é, desenhar plantas.

Primeiro, de espaços menores, por exemplo, a sala da nossa casa. Supondo que essa sala seja retangular, e que suas dimensões sejam 6m de largura por 4m de comprimento e que usaremos a escala 1:100, a planta dessa sala ficaria da seguinte forma:

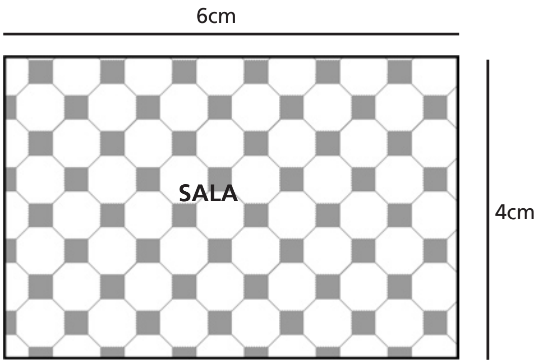


Figura 13.14: Planta da sala.

Planta da Sala – o retângulo deve ter dimensões 6cm por 4cm.

Se a escala utilizada é 1:100, temos que cada centímetro representa 100cm no real; como as dimensões da sala medem 6m = 600cm e 4m = 400cm, basta dividirmos cada dimensão por 100cm para descobrir as dimensões que serão utilizadas na planta baixa.

$\frac{600}{100} = 6$ e $\frac{400}{100} = 4$. Logo, a sala deverá ter, no papel, 6cm e 4cm.

É interessante iniciar o trabalho com a escala 1:100, pois ela é mais simples de efetuar os cálculos.

Em seguida, pode-se modificar a escala para ampliar ou reduzir a planta. Veja o mesmo exemplo, com a escala 1:50.

As novas dimensões ficariam $\frac{600}{50} = 12$ e $\frac{400}{50} = 8$, isto é, com uma escala maior, o desenho da planta se ampliará.

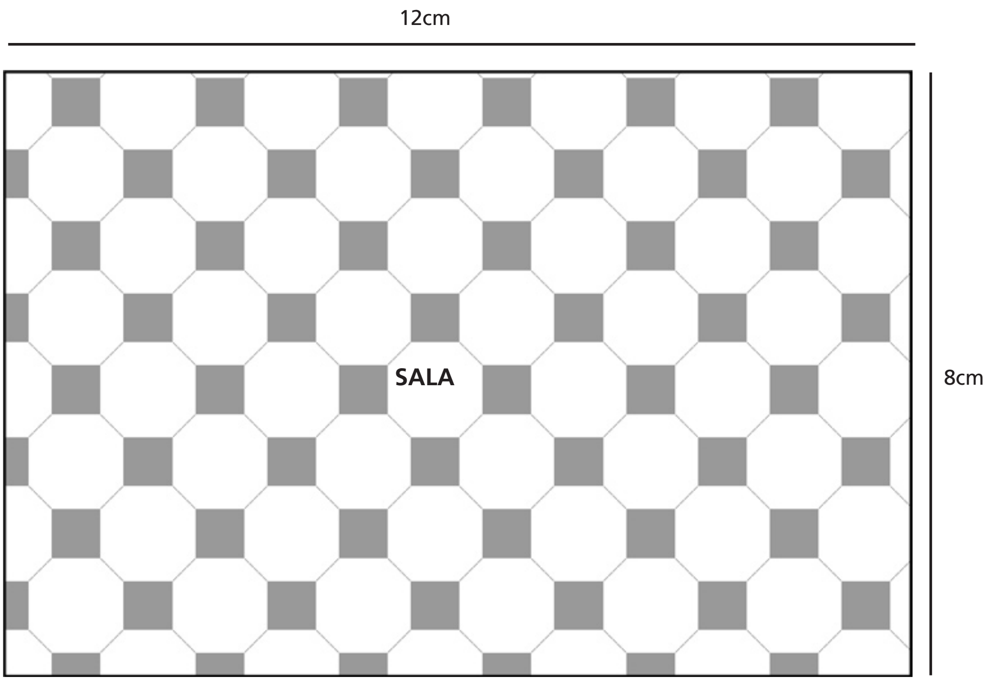


Figura 13.15: Planta da sala ampliada.

Agora, com a escala 1:50, temos que as dimensões passam a ser $\frac{600}{150} = 4$ e $\frac{400}{150} \cong 2{,}7$, e a nova planta fica assim:

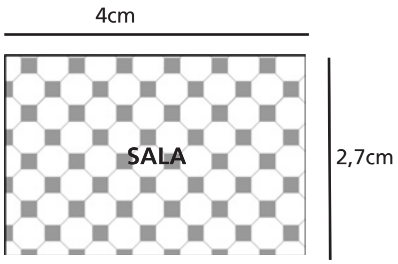


Figura 13.16: Planta da sala reduzida.

Depois partimos para a planta de uma casa, da escola ou do quarteirão onde fica a escola.

ATIVIDADE

8. Considere a seguinte planta baixa de uma casa:

Figura 13.17: Planta baixa de uma casa.

Esta planta foi feita na escala 1:150. Com essa informação, podemos saber todas as dimensões reais dessa casa. Por exemplo, as dimensões reais da cozinha são:

3,5 x 150cm = 525cm = 5,25m e 2,5 x 150 = 375cm = 3,75m.

Sabendo-se que o chão da sala de estar é em forma de um retângulo, determine as suas dimensões reais.

___

UM POUCO MAIS SOBRE AS MAQUETES

As maquetes são as ferramentas mais utilizadas em trabalhos interdisciplinares, pois envolvem conceitos de várias disciplinas, como por exemplo Geografia, Matemática, Desenho e Artes. Se o aluno tiver feito um trabalho anterior com plantas baixas, em que utilizou e compreendeu o conceito de escala, seu desempenho com maquetes será feito com mais responsabilidade e segurança na preservação das formas tridimensionais, isto é, o aluno ficará mais atento em manter a proporcionalidade do real para o objeto que é a maquete.

Esse trabalho proporciona aos alunos atividades em que possam recortar, dobrar, medir, comparar, classificar, desenhar à mão livre ou com instrumentos (régua, compasso, esquadros), construir objetos semelhantes aos originais.

O uso e a compreensão dos objetos geométricos nas construções e leituras de maquetes e plantas baixas partem de situações práticas de observação para uma fase intermediária de atividades de construção e levam o aluno a gradativamente fazer relações e chegar às suas próprias conclusões de conceitos importantes de Geometria.

O trabalho com maquetes proporciona a classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, a identificação de números de lados dos polígonos, eixos de simetria de um polígono, paralelas e perpendiculares, medidas de ângulos e de lados. Nesse sentido, quanto melhor a sua formação, mais bem aproveitada será essa atividade.

Além disso, nas confecções de maquetes você pode trabalhar com materiais reciclados e falar da sua vantagem para o ambiente; com isso você estará desenvolvendo o importante papel social que todo cidadão deve ter na preservação da natureza.

A maquete é a aplicação prática de conceitos estudados, e uma boa escolha do tema pode se transformar num excelente projeto interdisciplinar na escola.

Projetos arquitetônicos, de engenharia, de desenho industrial, de transporte de objetos para fabricação, utilizam-se de maquetes, que também podem ser produzidas simplesmente por hobby.

Veja na figura a seguir a maquete do Estádio Mário Filho, o Maracanã.

www.netvasco.com.br/mauroprais/futrio/maracana

Figura 13.18: Os arquitetos Miguel Feldman e Antônio D. Carneiro diante da maquete do Maracanã, em 16/6/1949. Foto da coleção de Branca Feldman.

CONCLUSÃO

Os espaços que estão em sua volta, como sua casa, sua rua, sua cidade são ferramentas que podem ser utilizadas como aplicação do conceito de razão. Pesquise sempre, saia medindo paredes, se preciso. Caso não tenha nenhuma trena, use o palmo, os dedos, pois o que vale mesmo não é a medida exata, mas sim, noção de espaço e de proporcionalidade.

É importante, ao examinarmos o mapa de uma cidade, o traçado de uma rodovia ou uma planta baixa de um museu, entendermos o que eles pretendem informar. Quando isso ocorre, estamos compreendendo os conceitos de escala, semelhança e proporção. Ou seja, reconhecemos tais representações, porque elas mantêm formas semelhantes e proporcionais às das estruturas que reproduzem.

O uso de papel quadriculado é fundamental nas atividades que foram propostas. Manipule à vontade as figuras, ampliando, reduzindo. Uma boa estratégia é utilizar o quadradinho como instrumento de medida.

RESUMO

Nesta aula, você estudou a localização do mundo a seu redor, e para isso viu que:

- a escala é a razão entre a distância no papel e no mundo real;
- o conceito de escala é aplicado em mapas, maquetes e plantas baixas;
- razão é a comparação entre dois números usando a divisão.

Além disso, todas as atividades desenvolvidas foram permeadas por um importante conceito matemático: a proporcionalidade.

ATIVIDADE FINAL

Observe, abaixo, a planta de um apartamento. Repare que o quarto tem a forma de um retângulo e a varanda tem forma de trapézio.

Planta baixa indicada abaixo.

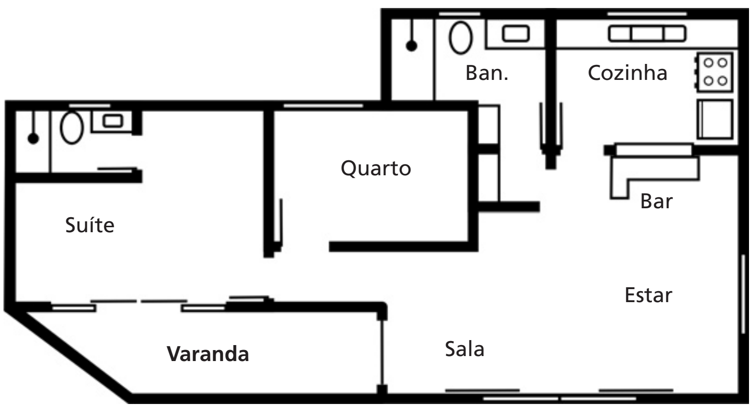


Figura 13.19: Planta baixa de um apartamento.

Planta baixa da varanda.

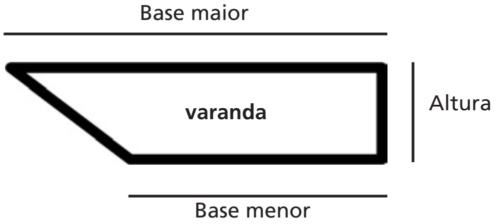


Figura 13.20: Planta baixa da varanda.

a. Complete a **Tabela 13.3**.

Tabela 13.3: Medidas da planta e do apartamento.

		Planta	Apartamento
Quarto	comprimento	3,5cm	4,2m
	largura	2,5cm	
Varanda	base maior	6,5cm	
	base menor	4,5cm	
	altura	1,5cm	

b. Em que escala foi feita essa planta?

____

AUTO-AVALIAÇÃO

O ensino da Geometria permite estabelecer um elo entre as relações do mundo em que vivemos e as noções aritméticas estudadas. As atividades propostas nesta aula têm esse objetivo, você vendo o mundo ao seu redor e aplicando os conceitos matemáticos aprendidos.

Você consegue perceber esse aprendizado após esta aula? Uma boa maneira de avaliar isso é analisar criteriosamente o desenvolvimento das Atividades 2, 4 e 5, que são duas aplicações diferentes do conceito de escala. A primeira utiliza-se da razão (escala) para descobrir a dimensão real; a segunda utiliza-se de dimensões anterior e posterior para descobrir a razão.

Se você não teve dificuldades, vá em frente. Se não conseguiu resolvê-las, releia a aula e procure seu tutor, no pólo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você vai passear pelas formas em que vivemos e relacioná-las às formas matemáticas.

RESPOSTAS

Atividade 1

a. 870km real: 873,7km.

b. 1320k real: 1314,6km.

c. 620km real: 624,4km.

Atividade 2

No mapa, 150km correspondem a 4,3cm.

a. Aproximadamente 108.000m.

b. Aproximadamente 28.000.000cm.

Atividade 3

4,5km

Atividade 4

$$\text{Razão} = \frac{\text{lado do hexágono III}}{\text{lado do hexágono II}} = \frac{2}{3}$$

Atividade 5

$$\text{Razão} = \frac{\text{lado do hexágono III}}{\text{lado do hexágono II}} = \frac{4}{3}$$

Atividade 6

a. Resposta do aluno;

b. 42.700.713;

c. $\frac{3}{1}$;

d. $\frac{1}{3}$.

Atividade 7

Na ampliação, a arte é sua! A razão de redução é $\frac{3}{8}$.

Atividade 8

5,25m e 3,75m.

Atividade Final

a.

		Planta	Apartamento
Quarto	comprimento	3,5cm	4,2m
	largura	2,5cm	3m
Varanda	base maior	6,5cm	7,8m
	base menor	4,5cm	5,4m
	altura	1,5cm	1,8m

b. 1:1200.

AULA 14

Reconhecendo as formas geométricas no mundo em que vivemos

Meta da aula

Estabelecer as conexões entre a Geometria e outras áreas do conhecimento, através da observação do mundo físico.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você consiga:

- Reconhecer as formas geométricas do mundo em que vivemos.
- Distinguir e classificar as formas geométricas planas e não-planas e explorar suas semelhanças e diferenças.
- Dar exemplos de como pode valorizar e incentivar o raciocínio espacial.
- Dar exemplos de como pode desenvolver o senso estético e a criatividade através da utilização das formas geométricas.

Pré-requisito

Para acompanhar bem esta aula, faça uma nova leitura das Aulas 11, 12 e 13.

CONVERSA INICIAL

Na Aula 11, você viu a relação entre a História da Geometria e a História do homem. O objetivo, naquela aula, era resgatar o início dos conhecimentos geométricos, demonstrando a sua relação com o homem e a Natureza. Nas Aulas 12 e 13, você viu como a Matemática ajuda você a se localizar no espaço, a construir mapas ou plantas baixas. As sistematizações das semelhanças entre as formas geométricas, e suas classificações, os estudos de suas áreas e de seus ângulos são muito antigos e surgiram tanto da necessidade de os homens compreenderem, se localizarem e controlarem a Natureza como também da capacidade de perceberem qualidades comuns em coisas diferentes.

Apesar da estreita relação entre a Geometria e nosso mundo concreto, seu ensino muitas vezes se descola do mundo real e é apresentado como um conjunto de regras, definições e teoremas desvinculados da realidade.

Vivemos em três dimensões, mas é muito comum termos dificuldades em raciocinar espacialmente. Sabemos apreciar a natureza e suas formas? Podemos relacioná-las e classificá-las de acordo com os nomes dados pelos geômetras? Sensibilizamo-nos com uma obra de arte ou de Arquitetura? Refletimos sobre a criatividade do homem em combinar ou reproduzir formas da natureza?

Este é o principal objetivo da aula de hoje: buscar a relação existente entre a Geometria, a beleza e a natureza. Vamos convidar você a fazer um exercício diferente, um exercício de observação do que está à nossa volta, um exercício de reflexão a respeito das formas geométricas encontradas na natureza, na Arquitetura e nas esculturas.

Vamos observar as diferentes formas dos seres vivos e dos inanimados. Você já percebeu a simetria e a regularidade existentes em um cristal ou em uma estrela-do- mar? E a seção de favos de mel de uma colmeia? Você já observou como é perfeita? E o miolo de um girassol, ou a forma de um caramujo?

A natureza criou a maioria das figuras geométricas, e as criações do homem são, em geral, imitações dessas formas ou combinações delas. Isso vale tanto para os objetos criados pelo homem na Antiguidade como para os que estão presentes no nosso cotidiano e na arte contemporânea: as rodas de uma bicicleta, uma bola de futebol, as pirâmides do Egito, as construções de Oscar Niemeyer ou as esculturas de Amilcar de Castro.

Ao buscar reproduzir a beleza e a simetria existentes na natureza, através da Arte ou da Arquitetura, o homem precisa das relações, medidas e propriedades sistematizadas na Matemática. A relação entre os lados de um triângulo retângulo estabelecida pelo Teorema de Pitágoras, por exemplo, é uma ferramenta essencial para a construção de salas e quartos retangulares. As proporções áureas – relações existentes entre os lados dos triângulos áureos, dos retângulos áureos, dos pentágonos áureos – são encontradas na maioria das construções da Grécia Antiga e utilizadas até hoje pelos arquitetos e fotógrafos.

Número áureo

É uma relação entre dois valores, que corresponde ao valor 1,618... e que é utilizado, geralmente, para a definição dos lados dos retângulos áureos desde a Idade Média até os dias de hoje.

É por isso que os conhecimentos geométricos são tão importantes. Os gregos foram os primeiros a dedicar-se a dar nomes às diversas formas, tais como: pirâmide, cubo, hexágono, cilindro, e esses nomes persistem e existem nas diversas áreas do conhecimento. As regularidades das formas são encontradas, por exemplo, nos cristais, cujas propriedades se relacionam tanto ao seu aspecto como à disposição geométrica apresentada pelas suas moléculas.

!

A Geometria encerra dois grandes tesouros: um é o Teorema de Pitágoras, o outro, a divisão de um segmento em média e extrema razão. O primeiro pode ser comparado a uma medida de ouro; o segundo podemos chamar de jóia preciosa (KEPLER, 1571-1630 *apud* BOYER, 1996, p. 37).

Todos os seres que nos rodeiam, sejam os da natureza, sejam os criados pelo homem, apresentam três dimensões básicas: comprimento, largura e altura. Quando a terceira dimensão, ou seja, a altura (espessura) é muito pequena, quase zero, diz-se que é uma figura plana. Uma folha de papel é uma figura plana e é nela que foram e são realizadas as sistematizações e classificações das formas geométricas. Um primeiro exercício para nossos sentidos é a distinção entre as figuras planas e as não-planas.

As formas presentes na nossa vida cotidiana são tridimensionais (não-planas), e aqui, nesta aula, vamos apreciar suas semelhanças, suas diferenças e suas belezas. Vamos nos referir às figuras planas e à planificação de uma figura tridimensional, mas vamos nos referir também ao trabalho do escultor mineiro **Amilcar de Castro**, que partia de placas metálicas planas e construía suas esculturas tridimensionais.

Amilcar de Castro (1920-2002)

Escultor, gravador, desenhista, diagramador, cenógrafo e professor. Suas obras se estendem horizontalmente no solo e dialogam com a paisagem. Num percurso de cerca de cinco décadas, Amilcar de Castro experimenta infinitas possibilidades do plano. Resistente ao excesso de racionalismo, suas dobras tornam a geometria maleável e mais humana (ITAÚ, 2004).

Na Aula 11, você viu a relação dos pitagóricos com os números e a seguinte citação do livro de Carl B. Boyer. Um ponto gera as dimensões, dois pontos determinam uma reta de dimensão um, três pontos não alinhados determinam um triângulo com área de dimensão dois e quatro pontos não coplanares determinam um tetraedro com volume de dimensão três. A soma dos números que representam as dimensões é o adorado número dez (1996, p. 39).

A Geometria da natureza

! O sistema cristalino romboédrico é aquele composto por cristais que têm forma de romboedro, ou seja, que têm faces losangulares. Na Geometria, um prisma reto de base rômbica (em formato de losango) é denominado ortorrômbico.

A natureza criou desde as formas mais simples até as mais complicadas. Você já deve ter tido a oportunidade de observar um cristal. Você sabia que, de acordo com certas características comuns ou parecidas dos cristais, isto é, a partir das suas propriedades geométricas, a Geologia os distribui em sete grandes grupos, chamados sistemas cristalinos (cúbico, romboédrico, hexagonal, tetragonal, ortorrômbico, monoclínico e triclínico)?

Figura 14.1: Cristal branco.

Hoje em dia, já se sabe que a natureza também demonstra sua regularidade na disposição de suas moléculas, e, por meio de técnicas avançadas, os químicos determinaram a geometria de várias moléculas que podem se dispor de maneira linear, angular, pirâmide trigonal etc.

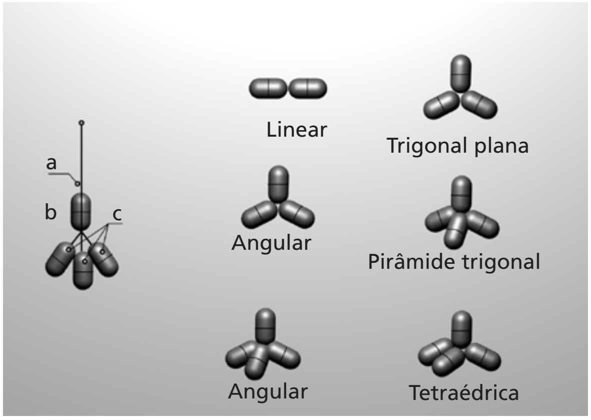
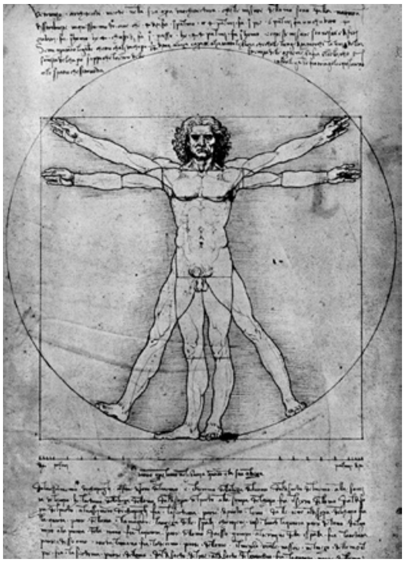


Figura 14.2: Geometria de moléculas.

Assim, sabe-se que a principal diferença entre o grafite e o diamante é que os átomos de carbono do grafite apresentam geometria trigonal plana, enquanto os átomos de carbono do diamante apresentam disposição geométrica tetraédrica.

Entre os seres vivos então, nem se fala: são muitos os exemplos de formas perfeitas. Observe uma margarida ou um girassol; você não acha impressionante a regularidade e a simetria das suas pétalas e a perfeição do círculo do seu miolo? Sem esquecer as formas esféricas da laranja e do limão ou as cilíndricas do tronco de uma árvore.

Além da simetria existente no homem e na maioria dos animais, existem outros exemplos marcantes pela perfeição geométrica criada pela natureza: as cinco pontas de uma estrela-do-mar, que unidas formam um pentágono áureo, os hexágonos do favo de mel das abelhas e a forma espiral de um caramujo demonstram que a natureza não economiza nas suas formas nem na sua criatividade.

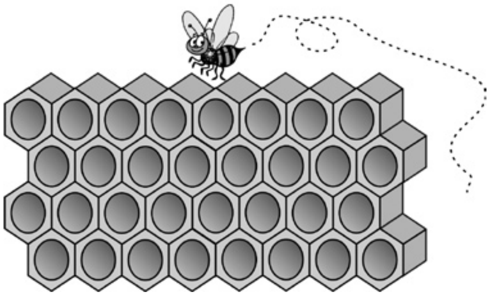


O pintor renascentista **Leonardo da Vinci** elaborou uma forma de tornar o homem "perfeito" encaixando-o em formas consideradas perfeitas. Verifique na **Figura 14.3**, como ele traçou, a partir do homem, o círculo, o quadrado e o pentágono perfeitos, que obedecem às relações áureas.

Figura 14.3: Desenho de Leonardo da Vinci.

Leonardo da Vinci

Nasceu perto de Florença, no Castelo de Cloux. Leonardo teve muitos talentos, além da pintura. Trabalhou com mecânica, por exemplo, porém a geometria era a principal atração. Mais informações em: http://fisica.cdcc.sc.usp.br/cientista/davinci.htm



ATIVIDADE

1. Cite algumas formas geométricas regulares da natureza que podem ser encontradas na sua cidade.

COMENTÁRIO

Esta atividade pretende que você comece a observar a sua cidade a partir das formas geométricas da natureza. Assim, observe, por exemplo, as árvores, as flores ou as frutas existentes e tente descrever quais possuem formas geométricas regulares.

A Geometria e o homem

O homem reproduz e cria outras formas que muitas vezes são combinações das existentes na natureza. Se você fizer um passeio pela sua cidade, pode verificar que a Geometria está presente nas igrejas, nos edifícios, nos orelhões, nas placas de trânsito e nos bancos de praça. Ela sempre esteve presente nas construções e nas artes feitas pelo homem, desde a construção das pirâmides do Egito até suas obras arquitetônicas atuais. **Oscar Niemeyer**, o maior arquiteto brasileiro, usa e abusa das formas geométricas em suas construções, principalmente das curvas que, segundo ele, são inspiradas nas curvas da natureza. Como bem ilustra o seu poema:

Oscar Niemeyer

Nasceu no Rio de Janeiro, em 1907. Considerado o mais importante arquiteto brasileiro do século XX, em função da quantidade e qualidade de obras construídas. As cúpulas côncava e convexa do Congresso Nacional e as colunas dos palácios da Alvorada, do Planalto e da Suprema Corte configuram signos originais. Agregando-os às espetaculares formas das colunas da Catedral e dos palácios Itamaraty e da Justiça, Niemeyer encerra a perspectiva ortogonal e simétrica formada pelo ritmo repetitivo dos edifícios da Esplanada dos Ministérios. Mais informações em: http://www.mre.gov.br/cdbrasil/itamaraty.

Poema da curva

....
O que me atrai é a curva livre e sensual.
A curva que encontro nas montanhas do meu país,
No curso sinuoso dos seus rios,
Nas ondas do mar,
Nas nuvens do céu,
....

Caso você queira obter mais informações a respeito de Oscar Niemeyer e conhecer suas obras, visite o site www.niemeyer.org.br

As esculturas do escultor mineiro Amilcar de Castro, falecido em 2002, presentes no Museu de Arte Moderna do Rio de Janeiro, impressionam pelo fato de realizarem a passagem do plano para o volume. A partir de uma placa metálica plana, ele realiza cortes e dobras e os tornam tridimensionais. Se você tiver oportunidade, visite o *site* www.amilcardecastro.com.br e veja como ele faz isso.

Todos os povos, desde a Antiguidade até os dias de hoje, tentam entender, medir e reproduzir os objetos da Natureza. Essa busca abrange várias áreas de conhecimento: das ciências até a arte. Ao estarmos atentos para isso, podemos fazer com que as crianças aproveitem melhor um passeio ao zoológico, uma visita a um museu ou a um prédio histórico. Podemos relacionar o estudo da Geometria com a Geografia, a Ciência, a História ou a Educação Artística.

ATIVIDADE

2. Cite algumas formas geométricas encontradas nas construções da sua cidade.

COMPLEMENTAR

Pegue uma folha de papel, recorte uma forma geométrica plana qualquer e tente reproduzir uma das esculturas do Amilcar de Castro que você viu no site.

COMENTÁRIO

Esta atividade pretende exercitar o seu raciocínio espacial, tornando clara a distinção entre a figura plana (a folha de papel) e a tridimensional (a escultura reproduzida).

3.Cite outras obras de Arquitetura, Pintura ou Escultura que reproduzam formas geométricas.

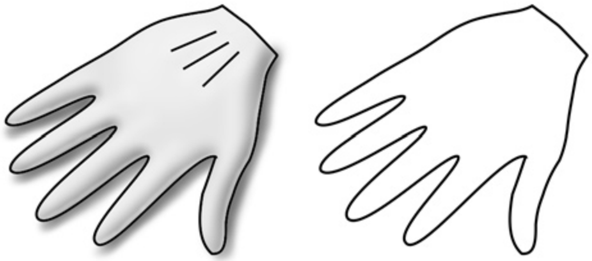
COMENTÁRIO

Para você realizar esta atividade, faça uma pesquisa na internet sobre artistas que utilizaram formas geométricas nos seus trabalhos. Converse com seu tutor a respeito.

Exercitando o raciocínio espacial

Quando deixamos o mundo concreto onde os objetos e seres possuem três dimensões (altura, largura e comprimento) e queremos reproduzir suas formas em uma folha de papel, podemos ter dificuldades se não exercitarmos nosso raciocínio espacial. Um mesmo objeto pode ter várias representações no plano, ou melhor, no papel.

Há mais de cem anos, Edwin Abbott escreveu uma aventura matemática passada num país plano cujos habitantes eram as figuras geométricas regulares, que pensavam, falavam e tinham sentimentos. Em seu livro, *Flatland:* o país plano, ele reproduz a representação de uma mão com luva no plano (ABBOTT, 1993).



Aqui, vamos aproveitar a idéia desse livro e tentar recompor como seriam as casas e os habitantes desse país plano cujos habitantes fossem, por exemplo, o cone, **Figura 14.4.a**, a pirâmide, **Figura 14.4.b**, o cubo, **Figura 14.4.c** e o cilindro, **Figura 14.4.d**.

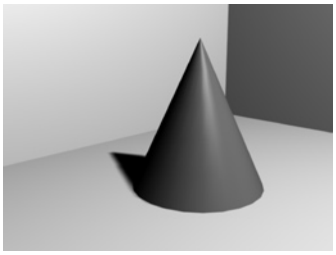


Figura 14.4.a

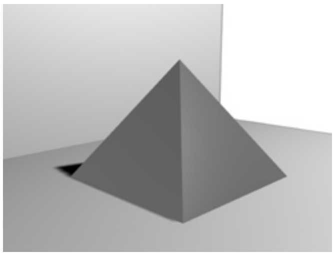


Figura 14.4.b

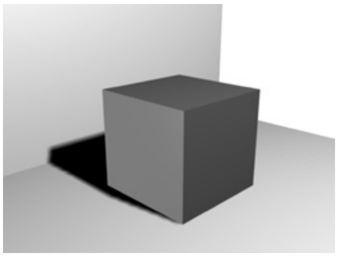


Figura 14.4.c

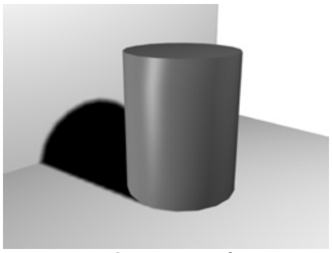


Figura 14.4.d

Como os habitantes da casa seriam desenhados no plano, se a casa, que é tridimensional, é representada apenas por sua planta, de acordo com a **Figura 14.5**? Observe a planta e veja se você consegue perceber quem está na sala, no quarto 1 e no quarto 2.

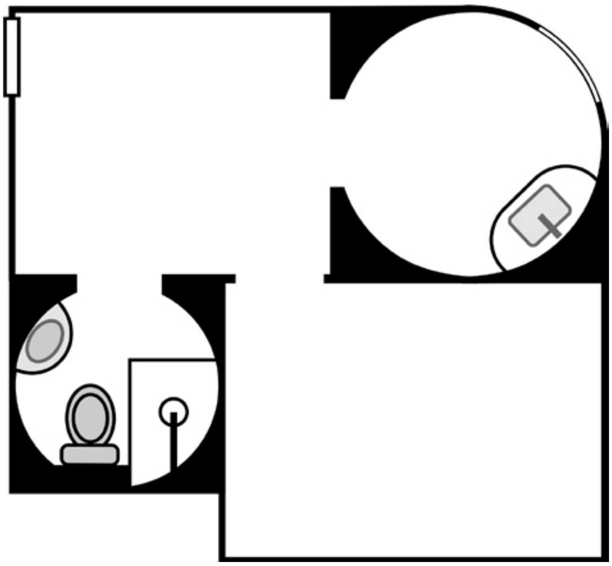


Figura 14.5: Planta de uma casa com quarto 1 , quarto 2 , sala e cozinha, com dois círculos em cômodos diferentes, e dois quadrados também.

ATIVIDADE

4. Faça a representação do cone, no primeiro quarto; do cilindro, no segundo quarto; da pirâmide, na cozinha; e do cubo na sala. Todos deitados. Observe as diferenças e semelhanças destas representações.

COMENTÁRIO

Você percebeu que na primeira planta, o cone, no plano, pode ser confundido com o cilindro, e o cubo com a pirâmide? Essa representação é denominada projeção no plano. Veja que na segunda planta, o ícone pode ser confundido com a pirâmide!

CONCLUSÃO

Esta aula mostrou a relação estreita existente entre a Geometria e o mundo físico. O objetivo foi ressaltar a importância de se observar as formas geométricas encontradas nos cristais, nas flores ou nos animais que primam pela simetria e pela regularidade. Foram mostrados também alguns exemplos de criações do homem na Arte ou Arquitetura que imitam ou criam novas formas geométricas. Você conheceu algumas formas de exercitar o raciocínio espacial através da identificação das dimensões das figuras tridimensionais e das suas projeções no plano.

RESUMO

As primeiras sistematizações das formas e propriedades geométricas aconteceram motivadas pela necessidade do homem de medir, de se localizar no espaço e de construir seus templos. A sua principal inspiração, portanto, estava na própria natureza e na necessidade de compreendê-la, controlá-la e copiá-la. O homem observou a regularidade da natureza a partir da simetria das flores, dos animais e dos cristais, por exemplo, ou a partir das relações matemáticas existentes no pentágono perfeito, obtidas ao ligar os vértices de uma estrela-do-mar.

O homem, portanto, desde o início dos tempos busca reproduzir essa perfeição, dar nomes a suas formas e sistematizar suas propriedades e relações matemáticas. Quanto à nossa percepção tridimensional, ela se desenvolve à medida que utilizamos a visão e o tato; e através deles percebemos as diferenças existentes na sua representação no plano.

ATIVIDADES FINAIS

1. Com base no que você estudou nesta aula, comente a frase de Platão, já vista na Aula 11: Deus é o grande geômetra. Deus geometriza sem cessar.

___

___

___

COMENTÁRIO

É importante que você relembre algumas formas geométricas da Natureza, especificando suas denominações na Geometria.

2. Relacione as figuras geométricas especificando alguma propriedade em comum: quadrado, pirâmide, retângulo, cubo, esfera, cilindro, círculo, cone.

___

___

___

COMENTÁRIO

Quando falamos de propriedades, estamos nos referindo à forma ou à dimensão, ou seja, um dado e um chapéu de palhaço, por exemplo, são figuras tridimensionais e um quadrado e um círculo são figuras planas.

AUTO-AVALIAÇÃO

Para aproveitar bem esta aula, você deve procurar fazer as atividades que ela propõe, mas deve também buscar a seu redor outras formas geométricas da natureza ou criadas pelo homem. O raciocínio espacial e a diferença entre o espaço tridimensional e o plano devem ser exercitados com seus alunos e facilitam a aprendizagem formal da Geometria. Se você tiver sentido alguma dificuldade nas visualizações ou nas planificações propostas, principalmente na Atividade 5, que pretendia exercitar o seu raciocínio espacial, procure refazê-la e projetar outras figuras no plano.

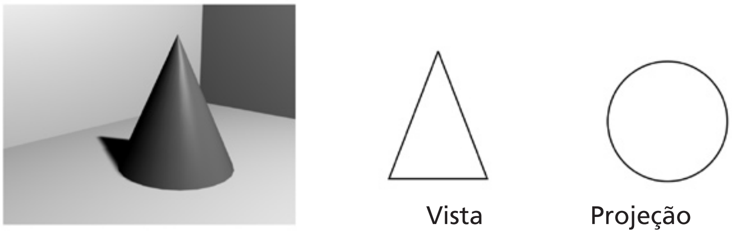
INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Para acompanhar a próxima aula , retome os conhecimentos adquiridos nas Aulas 11 e 14. É necessário também que você utilize lápis, borracha, folhas de papel, tesoura e cola, palito de churrasco, canudos de refrigerante, linha grossa ou barbante, régua e transferidor.

RESPOSTAS

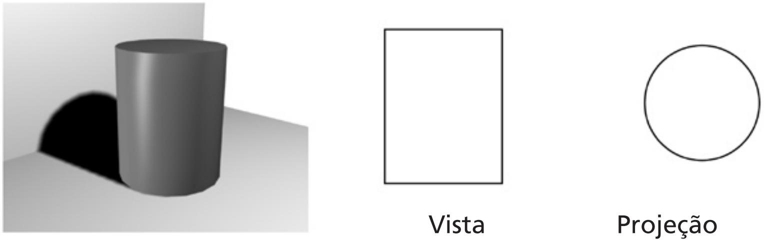
Atividade 4

Cone



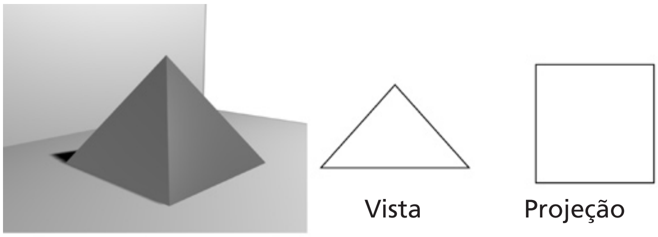
Vista Projeção

Cilindro



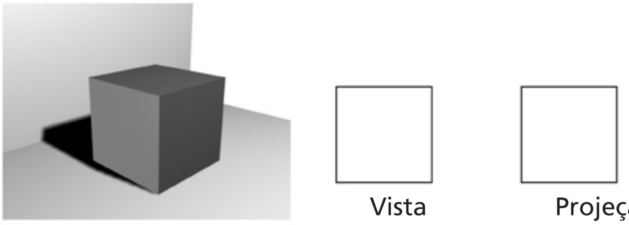
Vista Projeção

Pirâmide



Vista Projeção

Cubo



Vista Projeção

Atividades Finais

2. As propriedades em comum entre:

Quadrado, círculo e retângulo – figuras planas.

Esfera, cilindro, pirâmide, cubo e cone – figuras não-planas.

Cone e cilindro – a projeção no plano é um círculo.

Cubo e pirâmide – a projeção no plano é um quadrado.

AULA 15

Analisando estruturas: trabalhando plano e espaço conjuntamente

Meta da aula

Explorar as propriedades geométricas de figuras planas e tridimensionais.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Montar e desmontar figuras tridimensionais, através de recortes, dobraduras e colagens.
- Utilizar nomenclatura adequada das figuras e dos objetos geométricos.
- Estabelecer relações entre figuras planas e tridimensionais.
- Compor e decompor figuras planas, utilizando quebra-cabeça.
- Identificar propriedades de figuras planas e dos sólidos geométricos.

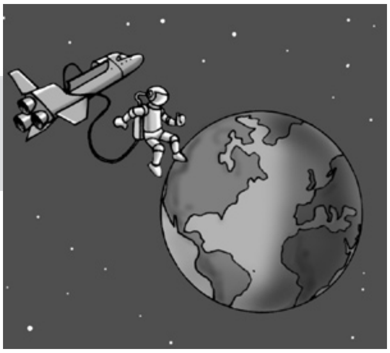
Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula, utilize os conhecimentos adquiridos nas Aula 11 e 14. É necessário também que você utilize lápis, borracha, folhas de papel, tesoura e cola, palito de churrasco, canudos de refrigerante, linha grossa ou barbante, régua e transferidor.

CONVERSA INICIAL

O homem sempre procurou entender e explicar os fenômenos da Natureza. Tudo que nos rodeia tem forma geométrica. Duvida? Dê uma olhada nos objetos que estão à sua volta. O que você vê?

A Terra tem forma aproximada de uma esfera.



A Lua, alvo de tantos poemas, também se aproxima de uma esfera!

Que tal um delicioso chocolate? Sua caixa tem a forma de um prisma triangular!

Está com sede agora? Que tal uma lata de refrigerante?
Ela tem forma cilíndrica.

Algo mais saudável?
Que tal leite?!
Sua caixa tem a forma de um paralelepípedo!

Está com medo de derrubá-lo fora do copo?
Use um funil.
Sua forma tem um cone cortado e o bico é um cilindro.

Sujou a roupa?
Lave com sabão em pó! Observe sua caixa. É um paralelepípedo também.

Vai comprar um presente de aniversário?
Que tal uma vela? Há de várias formas.
Cubo, cilindro, prisma, pirâmide...

Prefere um bibelô?
Olhe que linda bruxinha!
Seu chapéu tem forma de um cone.

Ah, o aniversariante é um homem?
Leve uma bola.
Dizem que é redonda, mas a bola não é uma esfera.
Ela é formada por pentágonos e hexágonos.
É um poliedro!

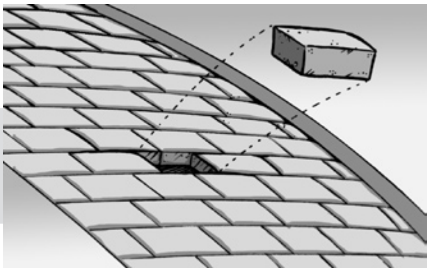
Apresentamos alguns objetos que estão presentes no nosso dia-a-dia. Todos eles são representações de figuras espaciais que iremos trabalhar nesta aula. Para isso precisamos de um vocabulário próprio da Geometria. Algumas dessas palavras muitas vezes são utilizadas no cotidiano para dar nomes aos objetos.

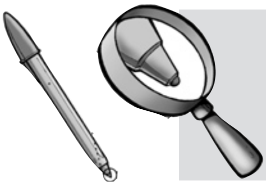
Veja mais alguns exemplos:

Paralelepípedo

É o nome dado a uma figura espacial em que todas as faces são paralelogramos (neste caso os retângulos).

Uma rua feita de **paralelepípedos**.





Uma caneta esferográfica é aquela cuja ponta é uma esfera; quando utilizada no papel, como está molhada de tinta, deixa um rastro em seu trajeto.

RPG

É um jogo chamado *Role Playing Game* que significa jogo de interpretação ou de representação. Nesse jogo, os participantes contam histórias e interpretam seus personagens.

Os dados que utilizamos nos famosos jogos de **RPG**.

Traduzir as formas irregulares da Natureza e descobrir as relações entre elas se traduz num constante desafio. Vivemos em mundo de formas geométricas espaciais. E é sobre elas que vamos conversar.

TRABALHANDO COM AS FORMAS DO DIA-A-DIA...

Desde as séries iniciais, o professor pode explorar as formas geométricas espaciais com os alunos. Uma das maneiras de fazer isso é através das sucatas.

Sucata são objetos já utilizados e considerados possíveis de ser reaproveitados. Esses objetos podem ser usados pelas crianças a fim de que elas criem representações próprias. Podem ser utilizados em trabalhos de todos os tipos, desde bonecos, trens, carrinhos, até em uma maquete que visa a recriar o mundo real. Se você precisar de inspiração para criar atividades que utilizem maquetes, dê uma olhada na Aula 13.

Algumas formas apresentadas na Conversa Inicial possibilitam esse trabalho, como as caixas de sabão em pó e de leite e a lata de refrigerante. Outras são: caixa de pasta de dente, copos descartáveis, garrafas de refrigerante e suas tampas, rolos de papel higiênico e espumas de travesseiro, dentre outros.

Geralmente, os professores pedem que os alunos tragam o material, recolham sucatas de sua casa por um período e depois realizem atividades. Essas atividades podem ter por objetivo integrar o ensino de diferentes ciências, permitindo trabalhar as formas geométricas e explorar outros temas, como meio ambiente, ou o que interessar no momento.

O professor pode trabalhar com seus alunos, por exemplo, a construção de um espaço da escola, ou uma rua do bairro, onde ele irá adaptar os modelos de sucata para recriar o espaço.

Um importante aspecto que essas atividades trabalham é a possibilidade de desmontar as formas. O aluno pode desmontar uma caixa de sabão em pó ou de pasta de dente e criar outras formas. Na ação de desmontar, ele entra em contato com as planificações das formas.

Planificar uma forma espacial é reduzi-la a um plano, como uma folha de papel.

Outra possibilidade de trabalho é aproveitar a sucata para criar materiais para uso em sala de aula.

A embalagem do chocolate pode ser encapada e colorida. Ela vira um crachá com nome dos alunos, ou um calendário do mês.

MONTANDO E REPRESENTANDO O CUBO...

Vá ao final deste módulo na última parte, após a Aula 20, há um encarte em que você encontrará os modelos de algumas formas espaciais.

Recorte os modelos dessas formas ou faça cópias e monte-os para explorar as formas. Manipule livremente e faça comparações verificando diferenças e semelhanças. As figuras, quando montadas em folha de papel comum, não ficam firmes. Uma alternativa é colar os moldes em uma folha de cartolina; com isso, elas ficam mais rígidas e mais bonitas pelo colorido!

Esse trabalho pode ser feito também com sucatas. A opção pelo molde é para que você tenha contato com a montagem de algumas formas.

A primeira delas é um cubo. Nesse molde, desconsiderando as abas necessárias para colar, temos o que chamamos de planificação do cubo.

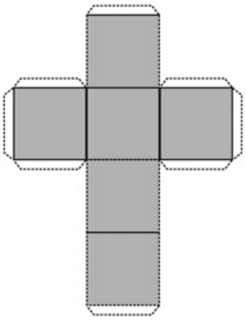
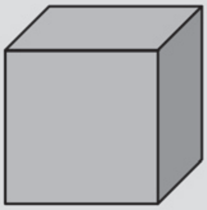


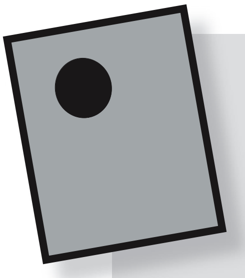
Figura 15.1: Planificação do cubo.

Você deve recortá-lo ao longo da parte pontilhada. Nas linhas onde o traço é contínuo, dobre e depois cole as abas. Observe que todas as figuras que formam o cubo que você montou são **QUADRADOS**.

QUADRADO

É um quadrilátero (polígono de quatro lados) que possui todos os lados de mesma medida e todos os ângulos também. Por exemplo, no quadrado a seguir, todos os ângulos medem 90º e todos os lados 2cm. Meça os lados com a ajuda de uma régua e confira. Você pode conferir os ângulos com a ajuda de um transferidor ou comparar com o canto de uma folha de caderno.





ATIVIDADE

1. Coloque o cubo que você montou sobre a mesa.

a. Olhe-o de frente. O que você vê?

___

b. Olhe-o pela lateral, o que você vê?

___

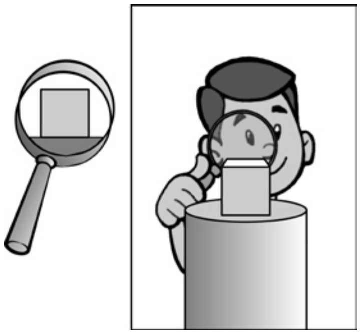
c. Olhe-o por cima, o que você vê?

___

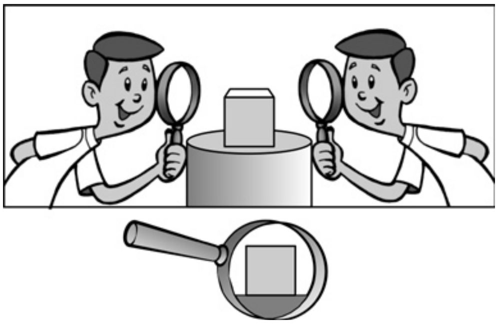
RESPOSTA

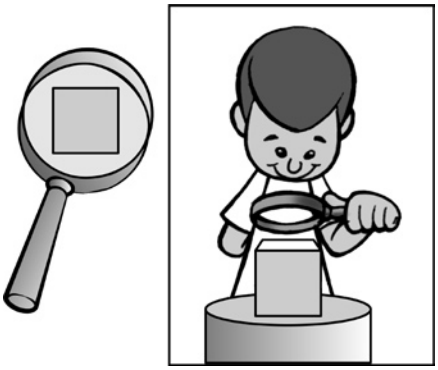
Em todas as opções, o que você vê é um quadrado.

Quando você olha um objeto de frente, o que você vê é chamado vista frontal. No caso do cubo, a vista frontal é um quadrado.

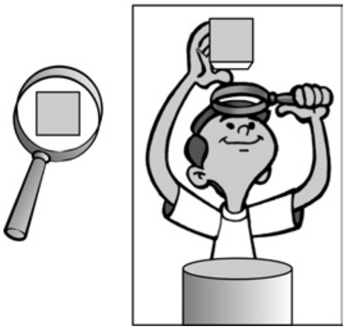


Veja que , se você olhar esse mesmo objeto lateralmente, a parte visível é chamada vista lateral; se olhar na lateral direita, verá a *vista lateral direita* e se olhar para a esquerda, a *vista lateral esquerda*. No caso do cubo, tanto a vista lateral esquerda como a direita são quadrados. Nessa situação, dizemos apenas que a vista lateral do cubo é um quadrado.





Olhando agora esse objeto de cima, você tem sua *vista superior*. Mais uma vez, no cubo, você vê um quadrado.



Ainda podemos olhar esse mesmo objeto por baixo, tendo sua *vista inferior* e, por trás, tendo sua *vista posterior*.

Como você deve ter reparado, todas as vistas do cubo são quadrados congruentes (iguais); mas olhando apenas as vistas você tem a idéia do cubo? Provavelmente não! Isso ocorre porque o cubo é uma forma espacial e o papel é uma forma plana.

!

Igualdade é um termo usado livremente no dia-a-dia. Dizemos que temos quantias iguais, ou que o sabão em pó que usamos é igual ao da propaganda.
Em Matemática, usamos igualdade quando lidamos com números. Escrevemos: 2 + 3 = 5, mas, quando estamos comparando dois objetos e eles são iguais, usamos a palavra congruente. Assim, utilizando a linguagem matemática convencional, dizemos que os quadrados, por exemplo, são congruentes. No cubo, você identificou que todas as vistas são quadrados congruentes. Eles são iguais, mas cada vista corresponde a um dos seis quadrados que compõem o cubo.

O papel tem duas dimensões (largura e comprimento), enquanto o cubo tem três dimensões (largura, comprimento e altura).

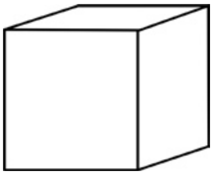
Para fazer a representação de uma forma espacial no papel, temos que nos preocupar em “passar a idéia” de que o objeto tem três **dimensões.**

Se representarmos o objeto por vista frontal ou lateral, veremos uma figura plana e não conseguiremos imaginar como essa figura é realmente. Assim, é necessário que façamos uma representação em **PERSPECTIVA.**

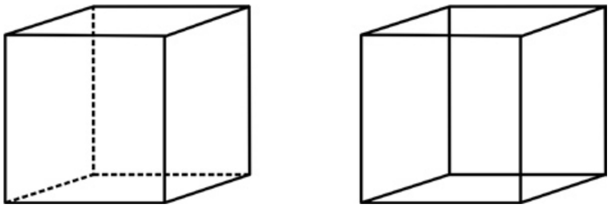
A palavra **PERSPECTIVA** deriva do latim *perspicere* e significa ver através de. A perspectiva, em Matemática, é a representação gráfica que mostra os objetos como eles aparecem à nossa vista.

Para entender bem o que é perspectiva, imagine uma janela de vidro. Suponha que você risque no vidro o que você vê através da janela. Aquilo que você teria rabiscado é uma representação, em perspectiva, dos objetos espaciais que você imaginou. Na prática, para fazer esse desenho, você precisa de habilidades artísticas ou muita técnica.

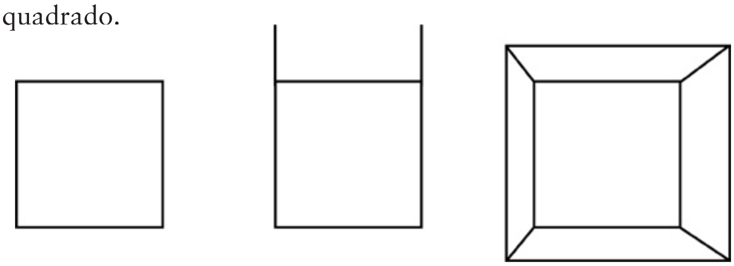
Uma maneira muito comum de representar o cubo, em perspectiva, é colocá-lo um pouco inclinado à sua frente. Coloque o cubo que você montou e, com o dedo, gire-o um pouco para a direita. Olhe-o de frente agora. O que você vê está próximo da representação da ilustração a seguir.



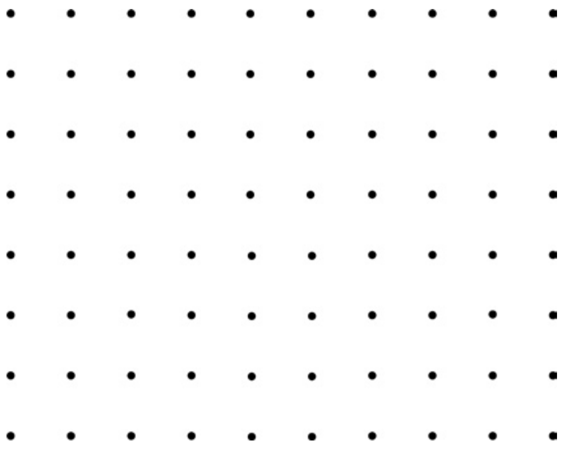
Para favorecer um pouco mais a visualização, podemos colocar linhas referentes às dobras do cubo que você não vê na figura. Para indicar que elas existem, mas não estamos vendo, colocamos essas linhas pontilhadas, ou com uma espessura mais fina.



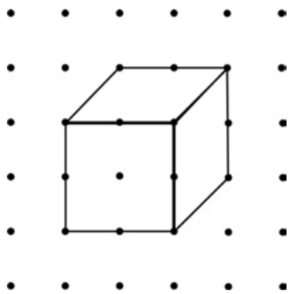
O trabalho de Geometria ao longo do Ensino Fundamental ainda é pouco feito, ou feito de maneira equivocada. A representação dos sólidos, em perspectiva, não é uma idéia construída sem o contato ou a manipulação. As crianças costumam representar o cubo, por exemplo, pela vista frontal, representando o quadrado, ou com dois traços saindo do quadrado.



Uma das representações que pode ser feita com crianças, para desenvolver a visualização, é a *representação em perspectiva paralela ou cotada*. Ela é feita em uma malha quadriculada.

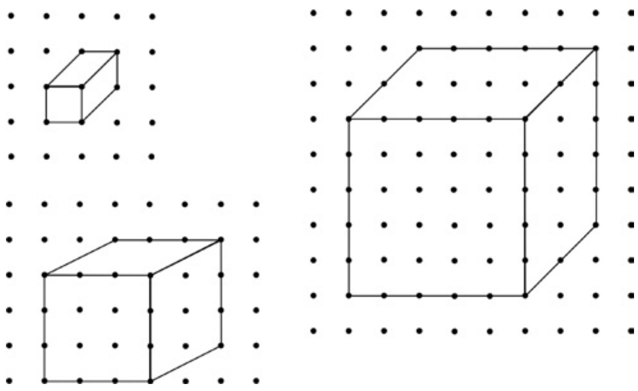


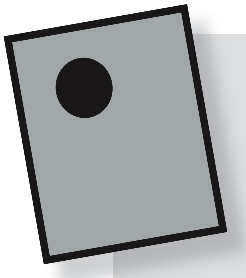
Podemos representar o cubo nessa malha como:



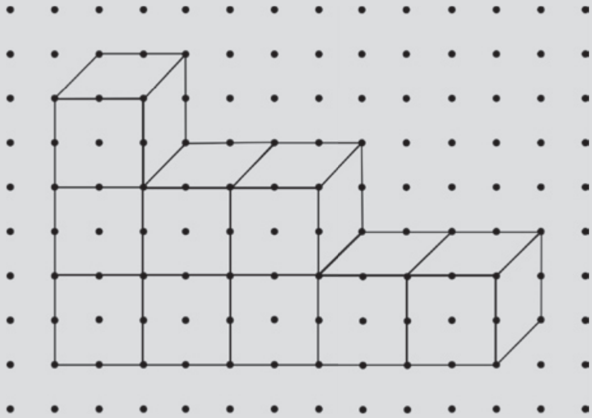
Existem outras possibilidades, em que vemos o cubo com maior ou menor profundidade; isso depende da forma como o observador vê o objeto e do tamanho por ele escolhido para representar a forma.

Temos a seguir outras representações do cubo; observe que em todas elas a figura da frente será um quadrado.





ATIVIDADES



2. Observe os cubinhos empilhados representados na ilustração:

a. Quando você olha a figura de cima (vista superior), o que você vê?

___

b. E quando você olha a figura pela lateral direita (vista lateral direita), o que você vê?

___

c. A vista lateral esquerda é igual à vista lateral direita?

___

d. Quando você olha essa figura de frente, que figura você vê?

___

e. Represente os cubinhos sem a malha, utilizando linhas auxiliares para mostrar as dobras que não podemos ver.

___

COMENTÁRIO

Esta atividade trabalha com a sua visão espacial. Caso você tenha sentido dificuldade, monte uma pilha com essa. Para isso, você pode utilizar nove caixas ou construir nove cubos.

3. Observe as duas pilhas de cubinhos representadas na malha:

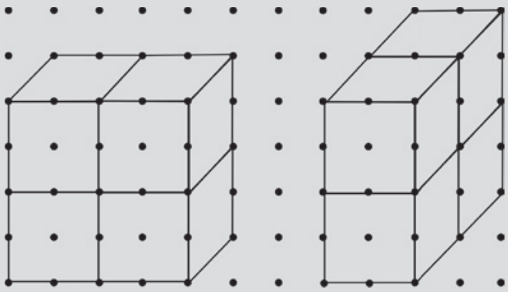


Figura A Figura B

a. Quantos cubinhos estão representados na Figura A?

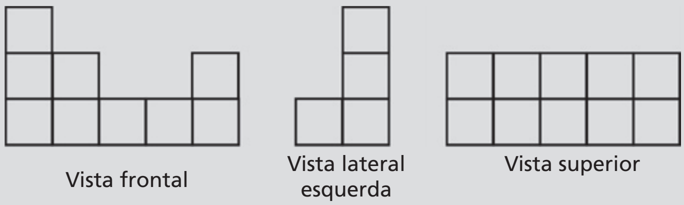
b. Quantos cubinhos estão representados na Figura B?

c. Essas figuras podem ser a representação do mesmo objeto?

COMENTÁRIO

Atenção ao responder ao item C: é importante que você imagine esse objeto sob diferentes perspectivas.

4. As vistas de uma mesma pilha de cubos são as seguintes:



Represente essa pilha na malha.

COMENTÁRIO

Ao contrário das Atividades 2 e 3, aqui você precisará construir o sólido. Para isso, deverá considerar as três vistas indicadas. Um recurso que pode auxiliá-lo nesta atividade é a manipulação dos cubos.

MONTANDO E REPRESENTANDO OUTRAS FORMAS...

A segunda forma do encarte, que você deve montar, ao final deste módulo, é um tipo de paralelepípedo ou bloco retangular.

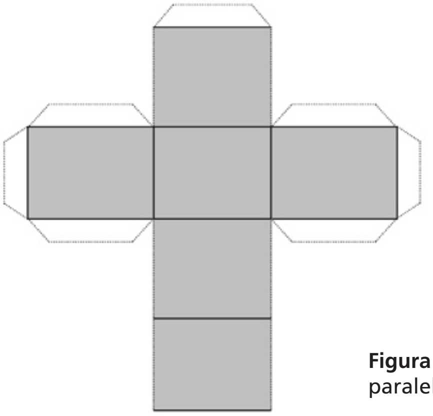
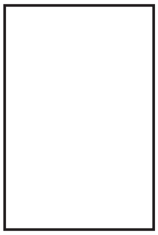


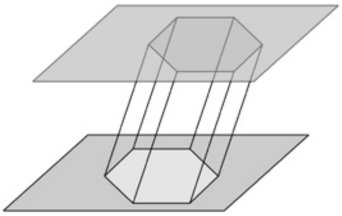
Figura 15.2: Planificação do paralelepípedo.

Veja que você pode colocar esse paralelepípedo de várias maneiras diferentes sobre a mesa. Em qualquer posição que você coloque, a figura plana que fica sobre a mesa é a mesma da vista superior. Essa figura que apóia o paralelepípedo é chamada base.

A base desse tipo de paralelepípedo é sempre um **RETÂNGULO**.



O cubo e o paralelepípedo são chamados **PRISMAS**. Como a forma plana da base é um quadrilátero, são denominados prismas quadrangulares.



Esses dois polígonos são congruentes e chamados bases do prisma.

RETÂNGULO

É uma forma plana em que os quatro ângulos têm a mesma medida, ou seja, 90º. Uma propriedade importante do retângulo é ter lados opostos congruentes (de medidas iguais). Confira as medidas dos lados do retângulo com uma régua: o comprimento mede 3cm e a largura, 2cm. Observe também que os ângulos medem 90º.

PRISMA

É uma região do espaço delimitada por polígonos. Uma de suas características é possuir dois polígonos em planos paralelos.

Na terceira figura do encarte, ao final deste módulo, você encontra um prisma triangular regular e, na quarta figura, um prisma hexagonal regular.

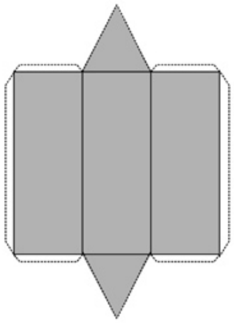


Figura 15.3: Planificação do prisma triangular regular.

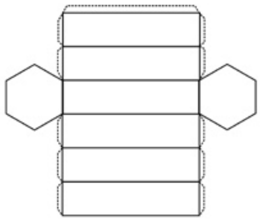
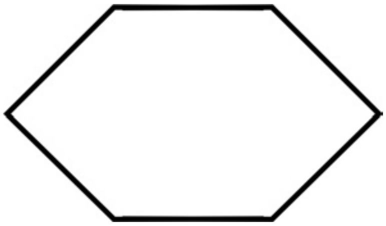


Figura 15.4: Planificação do prisma hexagonal regular.

> **!**
> O hexágono é um polígono de seis lados. Quando os lados e todos os ângulos de um polígono têm a mesma medida, ele é chamado de polígono regular. Nesse caso, o hexágono é um hexágono regular. Meça e confira no hexágono abaixo cujos lados têm 2cm. Confira também as medidas dos ângulos. Todos eles medem 60º.



A seguir, temos as representações em perspectiva do paralelepípedo, do prisma triangular e do prisma hexagonal.

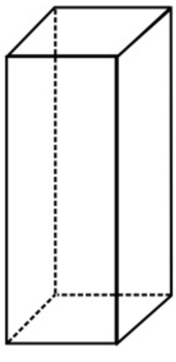


Figura 15.5: Paralelepípedo.

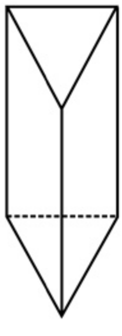


Figura 15.6: Prisma triangular.

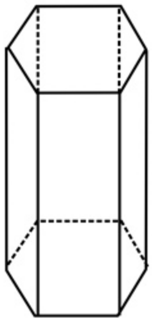


Figura 15.7: Prisma hexagonal.

O que dá nome ao prisma é a forma plana da base. O mesmo ocorre nas pirâmides.

Monte também as formas referentes às pirâmides do encarte, ao final do módulo.

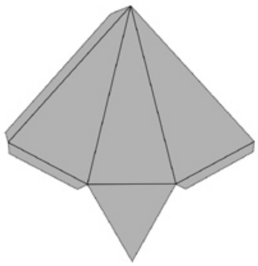


Figura 15.8: Paralelepípedo da pirâmide triangular.

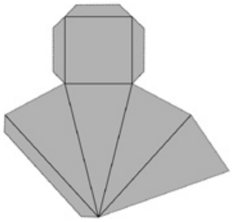
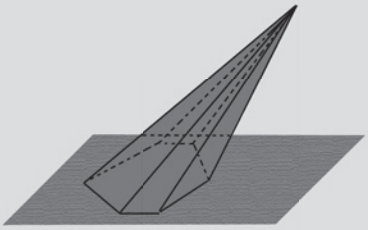


Figura 15.9: Paralelepípedo da pirâmide quadrangular.

Ao mencionar esse nome, pirâmide, muitos pensam no Egito Antigo, na época da construção das pirâmides dos túmulos dos faraós, em riquezas, múmias, maldições...

Mas as pirâmides egípcias são apenas um tipo das que vamos estudar. Uma pirâmide é um sólido matemático delimitado por polígonos como o prisma, mas tem algumas características diferentes. Veja:



O polígono que está apoiado no plano também se chama base, e ela pode ser qualquer polígono, mas os demais são todos triângulos.

ATIVIDADES

5. Coloque sobre a mesa os prismas de um lado e as pirâmides do outro. Escreva três características, identifique semelhanças e diferenças entre esse dois tipos de forma espacial. Entregue ao seu tutor e discuta com ele.

Monte também o cilindro e o cone do encarte.

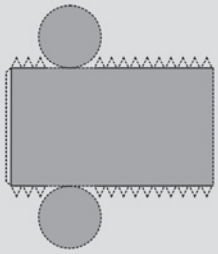


Figura 15.10: Planificação do cilindro.

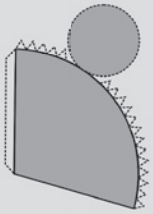
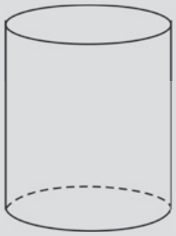
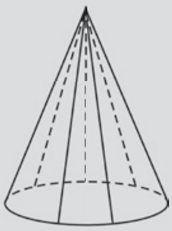


Figura 15.11: Planificação do cone.

Veja as representações destas formas:





Observe que a base do cilindro é um CÍRCULO e a do cone também.

6. Coloque o cone e o cilindro. Escreva duas características de semelhança ou de diferença; entregue ao seu tutor.

____

____

____

CÍRCULO

É uma forma plana em que todos os pontos que o formam têm a distância menor que uma distância dada. Essa distância é chamada raio; o contorno do círculo chama-se circunferência.

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Várias formas tridimensionais utilizadas no dia-a-dia são aproximações de **SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**.

O modelo matemático desses sólidos não é oco, mas totalmente cheio por dentro, como por exemplo, uma vela, ou uma caixa cheia de areia.

Muitas formas do cotidiano são ocas; nesse caso, o contorno dessa forma é chamado superfície do sólido.

Acreditamos ser conveniente que você conheça essas nomenclaturas e, principalmente, que explore as propriedades dos sólidos geométricos em atividades diversas com seus alunos.

SÓLIDO GEOMÉTRICO

É qualquer região compacta e limitada no espaço.
A pirâmide, o prisma, o cilindro e o cone são sólidos geométricos.

!

A nomenclatura dos sólidos geométricos deve ser introduzida ao longo do ensino, de forma a priorizar as características dos sólidos, através de ações que utilizem objetos reais. É importante que uma criança identifique as formas e faça associações, mesmo que não compreenda as suas características na totalidade.

Vamos falar um pouco sobre o tipo de superfícies existentes: as superfícies planas e as não-planas.

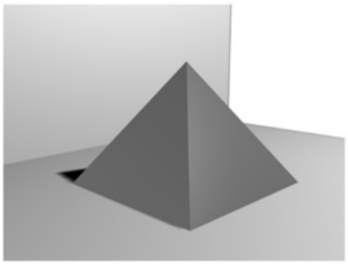
Observe novamente a caixa de sabão em pó:

Trata-se de um paralelepípedo. Se apoiarmos essa caixa sobre a mesa, em qualquer posição, ela não vai rolar; isto é, seja qual for a parte que esteja tocando a mesa, a caixa ficará totalmente em contato com a superfície.

O mesmo acontecerá com uma pirâmide.

Experimente!

Essas partes dos sólidos que ficam inteiramente apoiadas sobre uma superfície são chamadas partes planas.

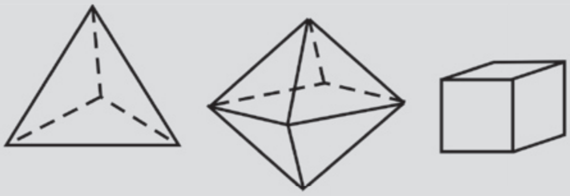


Esse sólido possui quatro partes planas. Se você apoiar cada uma dessas partes sobre um papel e traçar o contorno delas a lápis, verá que são três triângulos e um retângulo (ou quadrado).

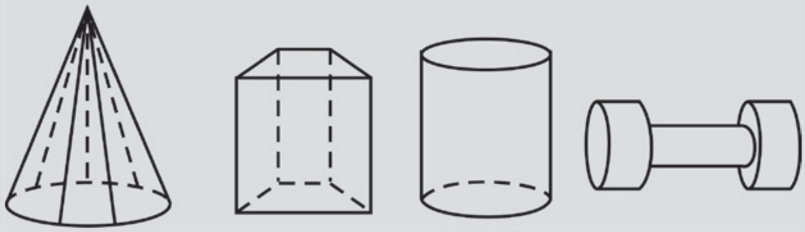
Os sólidos geométricos que são formados somente por partes planas recebem o nome de poliedros; as partes planas são chamadas polígonos ou faces do poliedro.

ATIVIDADE

7. Observe o esboço dos sólidos a seguir e responda:



sólido I sólido II sólido III



sólido IV sólido V sólido VI sólido VII

a. Quais desses sólidos são poliedros?

___

b. Quais deles têm exatamente duas partes planas?

___

c. Quais deles têm partes não-planas?

___

d. Quantas faces o sólido III possui? E o sólido V? E o sólido II?

___

COMENTÁRIO

Nesta atividade você deve prestar mais atenção, pois há itens que se referem aos sólidos e outros que se referem às partes do sólido.

Os sólidos geométricos podem ser classificados em sólidos que rolam e sólidos que não rolam. Na atividade anterior, os que rolam são os sólidos IV, VI e VII (desde que apoiados em determinada posição). Todos os outros não rolam.

Experimente com o cilindro e o cone que você montou. Não construímos uma esfera, mas você pode pegar uma bola de gude, por exemplo. Coloque o cone deitado na mesa, o cilindro também. Empurre-os e veja como rolam.

Vamos destacar três sólidos que rolam para identificar suas diferenças.

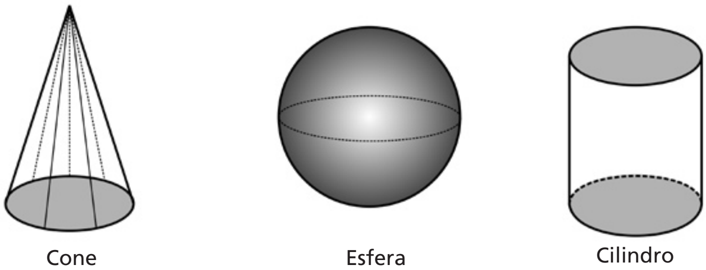


Figura 15.12: Sólidos que rolam.

- O cone tem uma superfície que rola (não-plana) e uma que não rola, (plana), chamada base.
- O cilindro também tem uma superfície que rola, porém possui duas bases, ou duas partes planas.
- A esfera não possui nenhuma face plana, toda a sua superfície rola. Ela possui uma propriedade muito interessante. A distância de todos os pontos da sua superfície ("casquinha") ao centro é sempre a mesma.

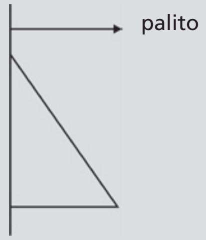
!

A Terra tem a forma aproximada de uma esfera, mas não é uma esfera perfeita. Considerando o centro da Terra, nem todos os pontos estão a uma mesma distância dele; ou seja, existem buracos, regiões, cuja distância é menor que o raio da Terra. O conceito matemático de esfera, entretanto, é um modelo ideal.

ATIVIDADE

8. Pegue uma folha de papel, uma tesoura e um palito de churrasco ou uma vareta roliça e solte sua imaginação.

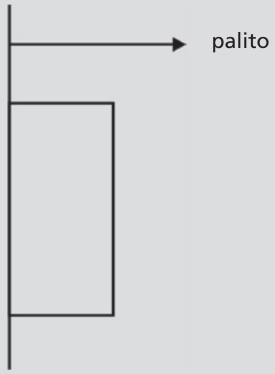
a. Corte um triângulo retângulo. Apóie um dos lados do triângulo no palito e gire-o 360º em torno do palito, como está indicado na ilustração a seguir:



Conforme você roda, imagine a figura formada no espaço. Que figura é essa?

____

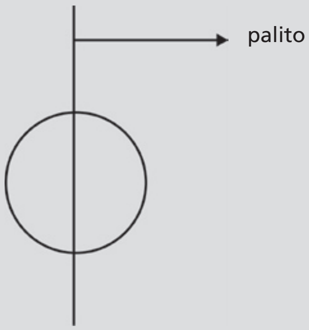
b. Corte um retângulo agora. Gire-o 360º em torno de um dos seus lados, como está indicado na figura.



Conforme você roda, imagine a figura formada no espaço. Que figura é essa?

____

c. Corte um círculo. Gire-o 180º em torno de seu diâmetro, como está indicado na figura.



Conforme você roda, imagine a figura formada no espaço. Que figura é essa?

____

COMENTÁRIO

É importante que você siga todas as etapas da atividade para visualizar o sólido que esta sendo gerado.

UM POUCO MAIS SOBRE OS POLIEDROS: VÉRTICES, FACES E ARESTAS

Você já viu o que é um poliedro. Você já sabe que essas faces são as suas partes planas e podem também ser chamadas polígonos.

Os poliedros possuem "dobras" que são encontros de duas faces. Essas "dobras" são chamadas arestas.

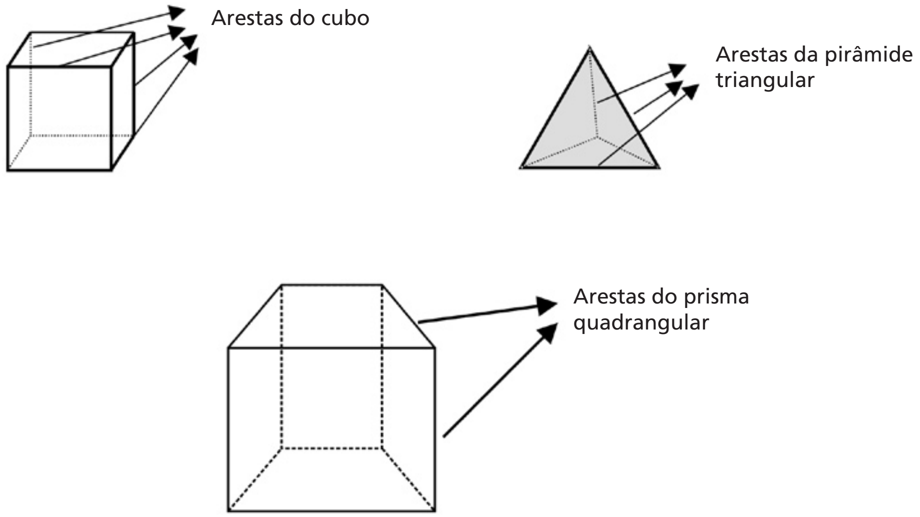


Figura 15.13: Identificando arestas.

Essas arestas se encontram formando "pontas", ou "bicos", que são chamados vértices.

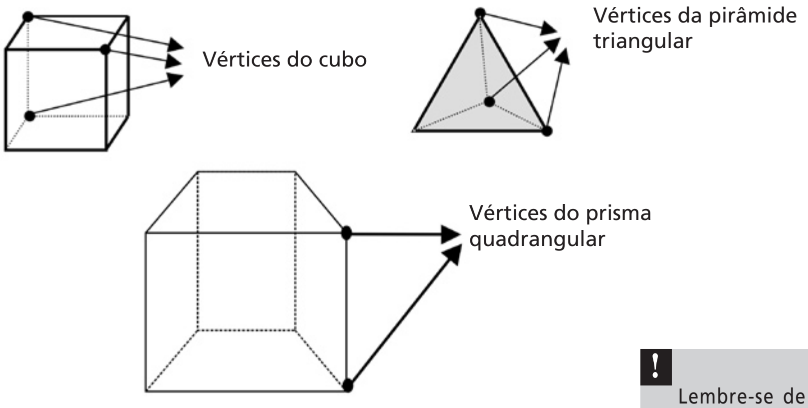


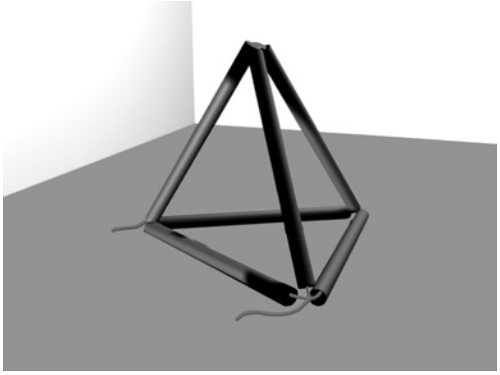
Figura 15.14: Identificando vértices.

! Lembre-se de quando falamos da caixa de pasta de dentes. Na forma montada, o aluno visualiza os vértices e as faces. Desmontando a caixa, ele pode perceber melhor os retângulos das faces e ver as arestas nas dobras.

CONSTRUINDO COM CANUDOS...

Para trabalhar no espaço, precisamos manipular objetos. Não só as crianças, mas muitos adultos não visualizam os elementos das figuras. Além da manipulação com as planificações, outra possibilidade é o trabalho com canudos. Ele permite destacar em particular as arestas e vértices dos poliedros, além da possibilidade de inventar muitas formas e brincar com elas.

Veja abaixo uma pirâmide triangular feita com canudos.

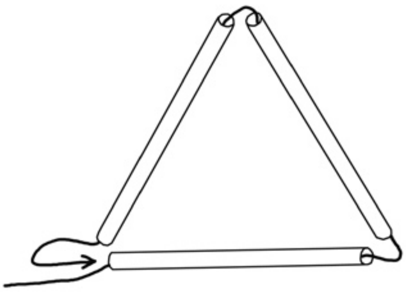


TETRAEDRO

É o outro nome dado a uma pirâmide triangular regular e significa poliedro de quatro faces.

Para construir a pirâmide triangular ou **TETRAEDRO**, devemos cortar seis pedaços de canudos.

Vamos fazer uma pirâmide triangular regular, em que todos os canudos devem ter o mesmo tamanho. Comece a construção pelo triângulo da base, que será o alicerce da pirâmide. Passe um barbante ou uma linha bem grossa pelo canudo.



Quando acabar de passar pelos três canudos, passe novamente pelo primeiro canudo; assim você só precisará dar nó no final.

Pegue a ponta do barbante e passe por outros dois canudos, construindo um triângulo de uma das faces. Passe sempre o barbante por dentro dos canudos e entrelace-os, para que eles sejam unidos e fiquem fixos. Coloque, por fim, o último canudo e amarre. Tente passar o barbante de forma que o final coincida com o barbante inicial e você dê um único nó em sua pirâmide.

ATIVIDADES

9. Monte um cubo com canudos. ____________________

a. Quantos canudos você usou? ____________________

b. Quantas arestas tem o cubo? ____________________

c. Quantos vértices tem o cubo? ____________________

10. Monte uma pirâmide de base quadrada usando canudos.

a. Quantos canudos você usou? ____________________

b. Quantas arestas tem a pirâmide ? ________________

c. Quantos vértices tem a pirâmide?________________

Volte à Atividade 9 e veja se as quantidades encontradas são as mesmas.

CONCLUSÃO

Estudamos as formas espaciais procurando classificar e destacar suas propriedades importantes. O caminho foi explorar a Geometria plana a partir das formas que reconhecemos nas formas espaciais.

Outra característica importante é a necessidade de manipulação das formas espaciais. É comum que um adulto ou uma criança olhe representações de figuras espaciais no livro, ou no caderno, e não consigam visualizá-las como espaciais. A abstração das formas especiais não é elementar, e só em nossa mente podemos pensar em modelos matemáticos perfeitos, mas isso só ocorrerá através da concretização de algumas idéias.

RESUMO

Sobre os sólidos, você viu que:

• Os prismas e as pirâmides são sólidos que não rolam e suas partes são chamadas de polígonos.

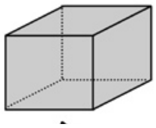
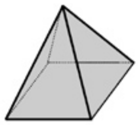
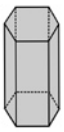
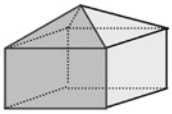
• O cilindro, o cone e a esfera são sólidos que rolam, sendo que o cilindro possui duas faces planas paralelas, o cone possui somente uma face plana e a esfera não possui partes planas.

• Os prismas são sólidos delimitados por polígonos, possuem duas faces paralelas e suas faces laterais são retângulos.

ATIVIDADE FINAL

Complete a **Tabela 15.1**

Tabela 15.1: Identificando o número de arestas faces e vértices.

POLIEDRO	NÚMERO DE ARESTAS	NÚMERO DE FACES	NÚMERO DE VÉRTICES
			
			
			
			

AUTO-AVALIAÇÃO

A Geometria ainda é um conteúdo muito pouco abordado no ensino. Isso acaba se tornando um círculo vicioso, professores não se sentem preparados para abordar e não ensinam; conseqüentemente, os alunos não vêem Geometria, principalmente no espaço, e esses alunos são os futuros professores.

Nesta aula, você deve ter dado atenção especial às Atividades 4, 7, 8 e à atividade final em que você poderá perceber se atingiu os objetivos descritos no início da aula. O importante é não desanimar, pois algumas possíveis dificuldades são fruto da falta de contato com o pensamento geométrico. Levante questões com seu tutor sobre as características dos sólidos geométricos, abra a sua geladeira e veja as formas que estão lá, exercite um olhar de exploração no mundo que o rodeia.

Uma questão que vai para além desta aula, mas essencial para sua formação, é que você reconheça, como professor de Matemática da Educação Infantil e das séries iniciais, a importância de explorar as formas espaciais com os alunos.

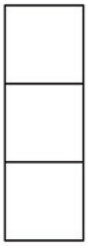
INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, vamos estudar os sólidos de revolução. Construiremos seus modelos para utilizar nas atividades de aula. Será imprescindível que você pegue seu material de desenho (compasso, esquadro, régua, lápis, borracha etc.) e providencie os seguintes materiais: palitos de churrasco, cartolina colorida, arame, alicate, acetato,areia, cola etc.

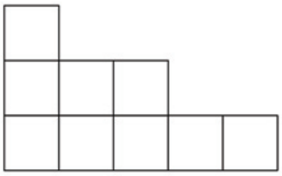
RESPOSTAS

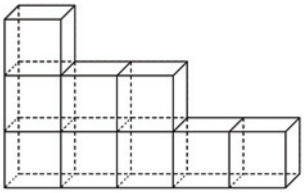
Atividade 2

a. 

b. 

c. Sim.

d. 

e. 

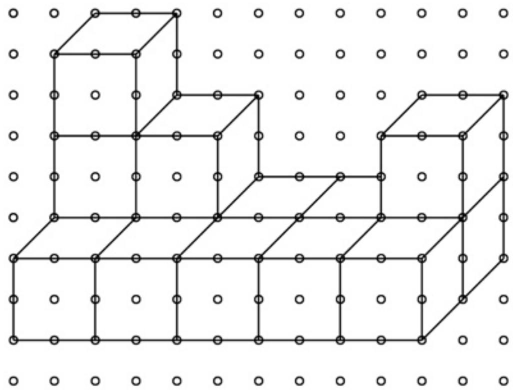
Atividade 3

a. 4 cubinhos.

b. 4 cubinhos.

c. Podem. A vista lateral da figura A é a vista frontal da figura B e a vista lateral da figura B é a vista frontal da figura A. Assim, se o observador virar uma das pilhas, o que está na frente passa a estar na lateral e vice-versa.

Atividade 4



Atividade 7

a. I, II, III e V.

b. VI e VII.

c. IV, VI e VII.

d. Seis. Seis. Oito.

Atividade 8

a. Um cone.

b. Um cilindro.

c. Uma esfera.

Atividade 9

a. 12 canudos.

b. 12 arestas.

c. 8 vértices.

Atividade 10

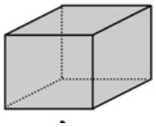
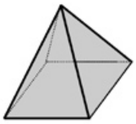
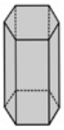
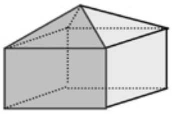
a. 8 canudos.

b. 8 arestas.

c. 5 vértices.

Atividade Final

Tabela 15.1: Identificando o número de arestas, faces e vértices

POLIEDRO	NÚMERO DE ARESTAS	NÚMERO DE FACES	NÚMERO DE VÉRTICES
	12	6	8
	8	5	5
	18	8	12
	16	9	9

AULA 16

Um pouco de arte e Geometria em sua vida

Meta da aula

Apresentar a relação entre alguns elementos de Geometria e as produções artísticas.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Utilizar materiais simples para experimentação de padrões geométricos.
- Aplicar os conceitos de ângulo e simetria na produção de atividades de criação plástica.
- Compreender as relações existentes entre as diferentes representações dos números racionais por meio do uso de jogos.

Pré-requisitos

Antes iniciar o estudo desta aula, você deverá ter em mãos tesoura, lápis de cor, cola, caneta hidrocor, papel ofício, papel quadriculado e um ou mais espelhos retangulares. Além disso, é importante que você tenha conhecimento básico de ângulos e de polígonos.

CONVERSA INICIAL

A relação entre a Arte e a Matemática é muito antiga, e a Geometria talvez tenha sido a primeira a fornecer uma contribuição a essa relação. Ao tentar deixar uma marca para as futuras gerações, os homens de todas as épocas procuraram sempre construir monumentos que mostrassem, sem qualquer sombra de dúvida, que estes não teriam sido feitos pela Natureza.

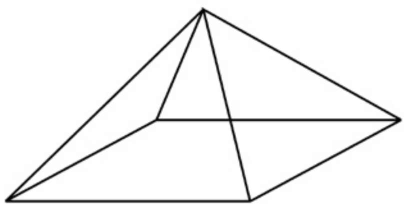
Por outro lado, ao desenvolver seus utensílios e vestimentas, os povos conservaram uma tradição de decoração geométrica que se manifesta em todos os continentes, com muitas semelhanças, até os dias de hoje.

Nesta aula, vamos acompanhar um pouco dessa história e também perceber como a Arte utiliza a Matemática para se comunicar e se desenvolver e como o ensino da Matemática pode se valer das representações artísticas como metodologia.

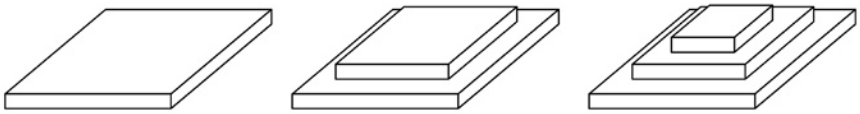
PIRÂMIDES E FARAÓS...

Uma das imagens mais conhecidas no mundo são as pirâmides do Egito. Conhecemos várias delas, mas até hoje não sabemos ao certo quantas de fato existiram. Elas foram construídas para servir de túmulo aos faraós, os governantes do Egito Antigo, e, também, para perpetuar a sua glória. Em seu interior ficaram não só os corpos embalsamados dos faraós, suas esposas e seus criados, como também muitos utensílios e adereços que seriam levados para a "outra vida".

A forma escolhida para esses monumentos foi à pirâmide, um poliedro. As pirâmides do Egito tinham a base quadrada e eram retas, isto é, o vértice superior estava à mesma distância dos vértices da base, como mostra a ilustração a seguir:



A forma é de uma pirâmide, mas elas foram construídas pela sobreposição de paralelepípedos quadrados, como mostra a figura a seguir:



Este processo se repetia até a construção final da pirâmide. Hoje, isso pode nos parecer fácil. Mas na Antiguidade cada pirâmide levou em torno de 30 anos para ser construída, usando a força de trabalho de dezenas de milhares de homens. Muitos aspectos da construção das pirâmides ainda permanecem misteriosos para nós, mas uma coisa é certa: muitos cálculos foram realizados para que possamos apreciar a regularidade das pirâmides.

> **!** Os cubinhos do material dourado podem ser usados para a construção de pirâmides, pois dão uma boa idéia dessa construção. No entanto, não são recomendáveis para crianças muito pequenas, pois desmoronam com facilidade. Alguns brinquedos de construção possuem cubos ou paralelepípedos maiores, estes sim, são mais apropriados.

Uma pirâmide pode possuir outros polígonos como base além do quadrado. Assim, para construí-la podemos tomar uma base poligonal qualquer, como por exemplo: o pentágono ou o hexágono.

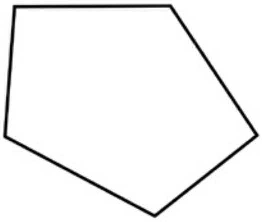


Figura 16.1.a: Pentágono.

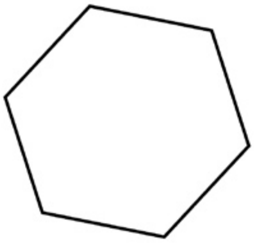


Figura 16.1.b: Hexágono.

Tomamos um ponto exterior ao plano em que está o polígono e ligamos esse ponto (vértice) aos vértices do polígono da base; os segmentos de retas construídos e os lados do polígono da base formam o conjunto de arestas da pirâmide. Observe as figuras a seguir.

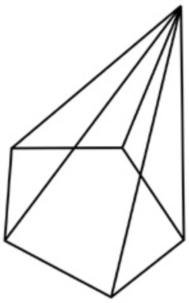


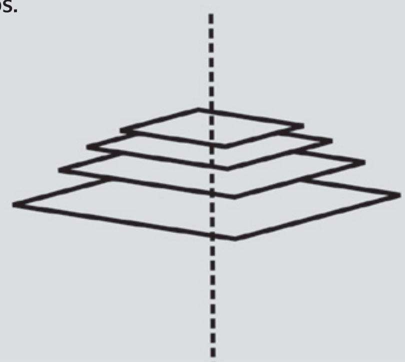
Figura 16.2.a: Pirâmide de base pentagonal.

Figura 16.2.b: Pirâmide de base hexagonal.

ATIVIDADE

> **!** Esta atividade explora os lados artístico e matemático. Pode-se explorar diferentes cores na confecção dos quadrados e papéis com diferentes texturas; os mais apropriados são os mais resistentes como cartolina, papelão e papel cartão.

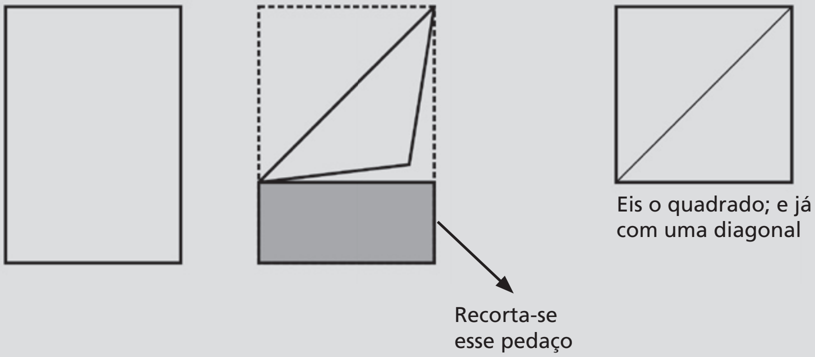
1. Vamos construir um móbile em forma de pirâmide usando quadrados de diversos tamanhos.

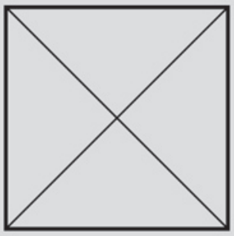


a. O material final terá esta forma:

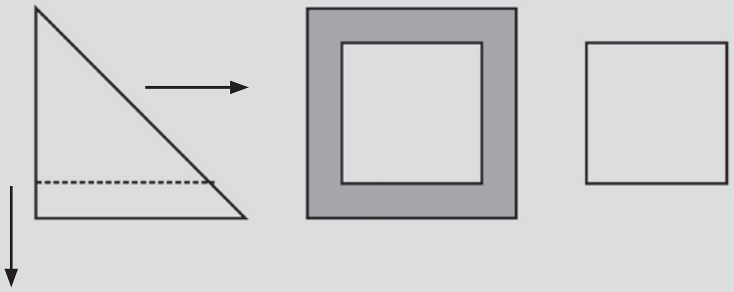
b. Para obter os quadrados, você poderá utilizar diferentes estratégias. Partindo de uma folha retangular, utilize dobraduras e recortes e siga os seguintes passos:

• Dobre a folha retangular, de forma que o menor lado do retângulo sobreponha o maior lado. Essa dobra, é a diagonal do quadrado.
• Corte o retângulo que sobra.
• Faça outra dobra, ligando os outros dois vértices do quadrado.
• O ponto onde as duas diagonais se encontram é o centro do quadrado.
• O centro do quadrado é por onde passará o fio na montagem final do móbile.





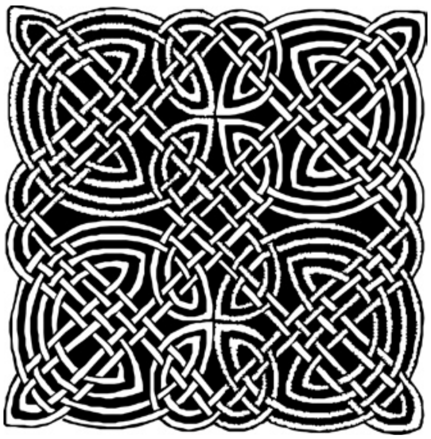
Para obter quadrados de diferentes tamanhos e menores que o primeiro, você pode partir do primeiro quadrado e ir cortando "pedaços", como indica a figura a seguir:

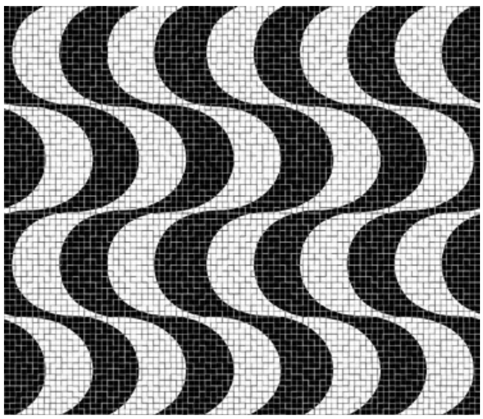


Recortar essa parte

MOSAICOS E LADRILHAGENS – UM EXEMPLO MENOS FARAÔNICO

O uso de figuras e padrões geométricos na decoração é, portanto, muito antigo. Mas não é preciso ser um faraó para usar a Geometria! Um exemplo disso são os mosaicos regulares, também chamados ladrilhagem. Desde o tempo dos romanos já havia a idéia de formar figuras usando pequenas peças iguais. Essa forma de decoração já existia no Oriente, chegou à Europa e mais tarde às Américas.

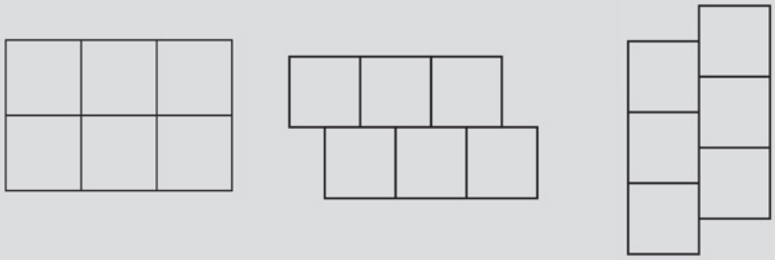




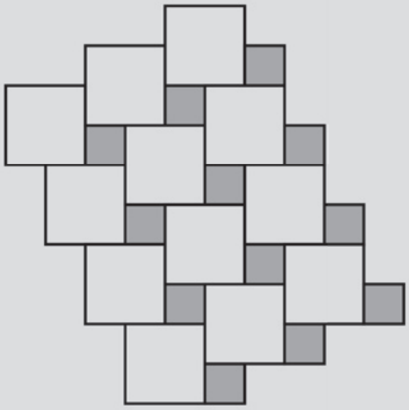
As figuras mostram alguns motivos geométricos: o primeiro é um antigo desenho árabe (um arabesco); o segundo, a calçada da praia de Copacabana, conhecida no mundo inteiro. Podemos começar com exemplos mais simples, de maneira que permita a nossos alunos, de forma bastante atraente, a experiência com algumas características dos polígonos.

ATIVIDADES

2. Vamos construir mosaicos. Vamos começar pelos quadrados.
a. Recorte 20 quadrados de lado igual a 5cm e 20 quadrados de lado igual a 2,5cm.
Os dois conjuntos de quadrados devem ter cores diferentes.
b. Encaixe os quadrados maiores. A seguir temos alguns exemplos:



c. Com os dois tamanhos de quadrado poderíamos criar o seguinte mosaico:



d. Crie o seu mosaico, registre ou cole numa folha e entregue ao seu tutor. Organize, junto com seus colegas, uma exposição com os trabalhos no seu pólo.

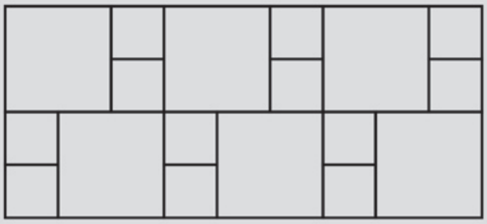
COMENTÁRIO

Existem no comércio muitos jogos com peças de vários formatos geométricos para formar mosaico. Não é difícil, no entanto, fabricar essas mesmas peças com cartolina.
Por exemplo, com a mesma técnica de construção de quadrados que usamos para as pirâmides podemos fabricar com nossos alunos o material para um mosaico simples.
Para as peças de formato menos simples o professor pode confeccionar moldes para que todos os quadrados, triângulos etc. tenham o mesmo tamanho. Assim, mesmo que haja uma pequena diferença entre os recortes dos alunos, o molde impede que haja diferença significativa e as figuras conseguem ser encaixadas.

3. Como podemos ladrilhar nossa parede com essas peças? Não deve sobrar nenhum pedaço da parede sem ser coberto.

> **!** Com as crianças menores, uma sugestão é o professor usar moldes com quadrados de 10cm e 5cm de lado. Com crianças maiores, o professor deve estimular a construção do quadrado com uso de dobradura e régua, apresentando, assim, medidas não inteiras, como 2,5cm; 4,5cm etc.

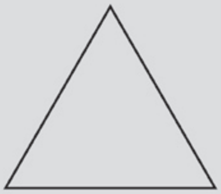
Use papel quadriculado para criar diferentes soluções. Indicamos, a seguir, mais um exemplo. Crie o seu!



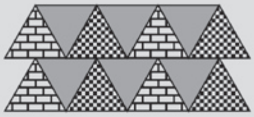
4. Agora você deverá usar triângulos no ladrilhamento. Assim, você fará mosaicos mais elaborados. Usaremos dois tipos de triângulos, com eles podemos fazer encaixes com maior facilidade.

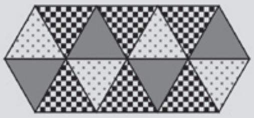
> Triângulo eqüilátero é aquele que possui os três lados e os três ângulos iguais.

a. Recorte 30 triângulos eqüiláteros, use três cores diferentes e faça 10 de cada cor. Você encontrará o molde no encarte, conforme modelo a seguir:



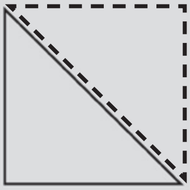
b. Agora monte um mosaico com esses triângulos. Apresentamos, a seguir, alguns exemplos, invente o seu!



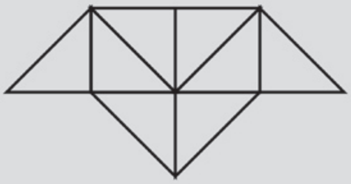


O triângulo retângulo isósceles possui um ângulo reto (90º) e dois lados iguais.

c. Recorte 30 triângulos retângulos isósceles. Uma forma simples de você visualizá-lo é como metade de um quadrado. Você decide se quer ou não usar cores diferentes. Você encontrará o molde no encarte, conforme modelo a seguir:

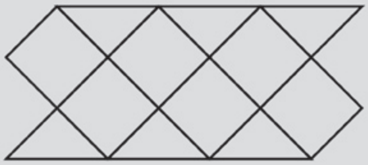


d. Agora monte um mosaico com esses triângulos. Apresentamos, a seguir, alguns exemplos para você se inspirar.

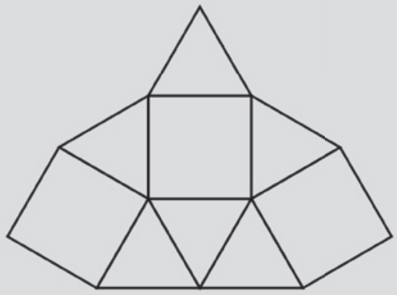


Nas atividades anteriores, apresentamos mosaicos que utilizam um só tipo de figura.

e. Agora misture quadrados e triângulos retângulos! Apresentamos para você um exemplo. Que tal criar o seu?



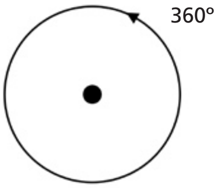
f. Se você usar quadrados e triângulos eqüiláteros, poderá obter um resultado diferente:



PARA SABER UM POUCO MAIS

Neste ponto, vale a pena fazer algumas observações para que você professor ou futuro professor, saiba o que está "por trás" desses encaixes. Esses conhecimentos técnicos não devem fazer parte da aprendizagem de crianças nas séries iniciais. Mas é importante que elas vivenciem um grande número de possibilidade desses encaixes.

Os ângulos em volta de um ponto devem somar sempre 360º para que o encaixe seja perfeito.



Os ângulos internos do quadrado medem 90º; logo, podemos encaixar quatro quadrados, pois 4x90º = 360º. Veja a figura a seguir:

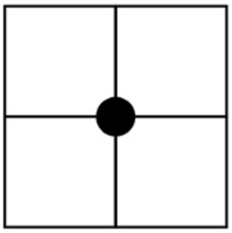
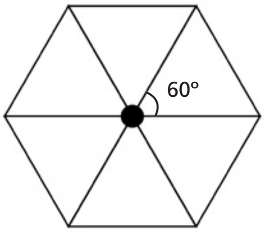
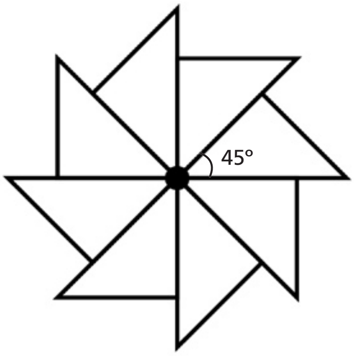


Figura 16.3: Encaixando quatro ângulos retos.

Os ângulos internos do triângulo eqüilátero medem 60º; logo, podemos encaixar seis desses triângulos, ou seja, 6x60º = 360º, veja a figura a seguir.

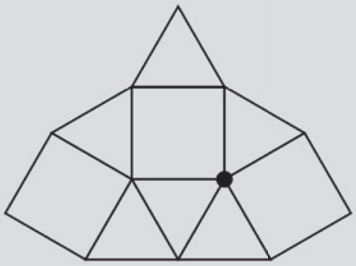


Se os triângulos forem retângulos, do tipo "meio-quadrado", os ângulos menores medem 45º, e podemos encaixar 360º÷45º = 8 desses triângulos, ou seja, 8x45º = 360º, como mostra a figura a seguir:



ATIVIDADES

5. Podemos também combinar figuras com ângulos diferentes. Identifique na figura formada por triângulos eqüiláteros e quadrados os valores dos ângulos em torno do ponto. Verifique que a soma é igual a 360º.



Lembre-se de que o ângulo interno do quadrado vale 90º e o do triângulo eqüilátero vale 60º.

6. O formato do favo de mel construído pelas abelhas é um exemplo de mosaico. Este mosaico é formado por hexágonos regulares, que se encaixam, lado a lado, sem se sobrepor.

Observando esse mosaico, quanto mede, em graus, o ângulo interno de um hexágono regular?

____

COMENTÁRIO

Para esta atividade, é necessário que você saiba que uma volta completa mede 360 graus.

7. Francisco fez um piso em sua casa usando três formas: quadrados, hexágonos regulares e dodecágonos (polígono de 12 lados) regulares, conforme a figura a seguir.

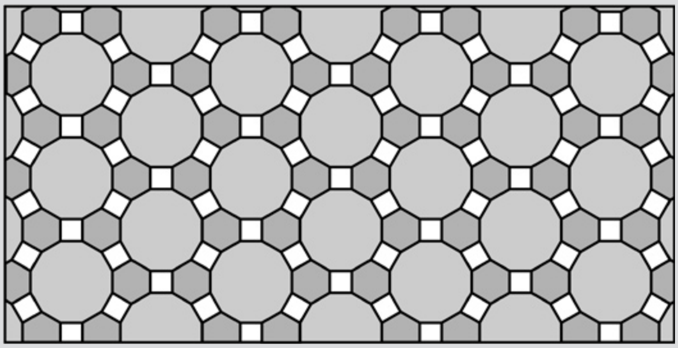


Figura 16.4: Mosaico formado por quadrados, hexágonos e dodecágonos.

a. Quantos quadrados e quantos hexágonos são necessários para cobrir a região ao redor de um dodecágono?

____

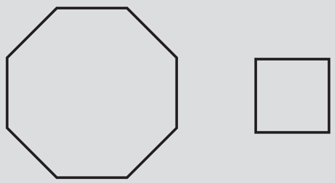
b. O ângulo interno do hexágono regular mede 120º, como você observou na Atividade 6. Use essa informação e descubra quanto mede o ângulo interno de um dodecágono regular.

____

COMENTÁRIO

Observe que em torno de cada ponto temos um quadrado, um hexágono e um dodecágono.

8. Forme um mosaico utilizando octógonos regulares e quadrados. Observe que os lados do quadrado e do octógono devem possuir a mesma medida.



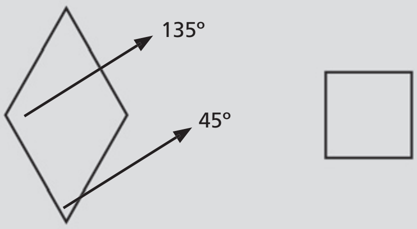
a. Qual a medida do ângulo interno do octógono?

____

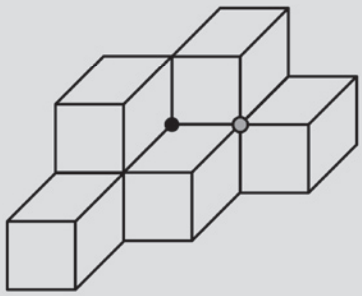
b. Qual a medida dos ângulos que compõem uma volta completa?

____

9. Agora os polígonos escolhidos para você construir um mosaico são o losango e o quadrado. O losango possui ângulos opostos iguais, o nosso modelo tem ângulos iguais a 135º e 45º, como na figura a seguir:



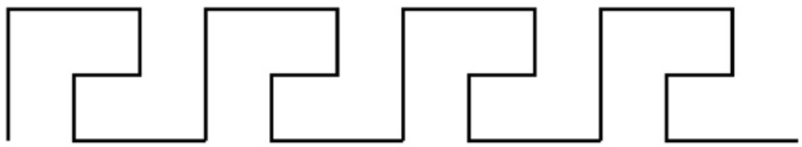
Com esses modelos construímos o seguintes mosaicos. Observe que eles podem nos dar a idéia de uma figura tridimensional, o cubo.
a. Existem, na figura a seguir, duas somas diferentes que resultam em 360º. Quais são elas?
b. Construa o seu mosaico usando os dois modelos.



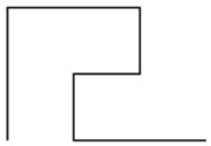
FAIXAS E DESENHOS REPETIDOS

Não é só o encaixe de forma que é usado para produzir formas agradáveis. Num segundo momento, esses encaixes podem ser utilizados para produzir faixas e desenhos repetidos, criando um efeito decorativo.

Um exemplo conhecido é o das “gregas”, faixas repetidas que até hoje são encontradas em decoração:



onde o padrão que se repete é:



Podemos perceber que essa repetição é um recurso que torna o desenho atraente. Muitos artistas utilizaram esse recurso. O mais famoso é Mauritius Cornelius Escher, conhecido por seus desenhos com interessantes repetições. Se você quiser saber um pouco mais sobre Escher e sua obra, visite o endereço: http://wwwart54.com/mcescher/index.html.

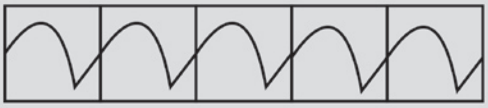
Mesmo não sendo um artista famoso você pode se arriscar a criar interessantes padrões com repetições. Vamos ver como podemos obter resultados bem interessantes.

ATIVIDADES

10. Ladrilhos no papel

Vamos fabricar “ladrilhos de papel”, desenhando em uma folha, de preferência quadriculada, uma faixa de quadrados. Devemos traçar uma linha que vai da metade de um dos lados à metade do lado oposto ao primeiro, como no exemplo a seguir.

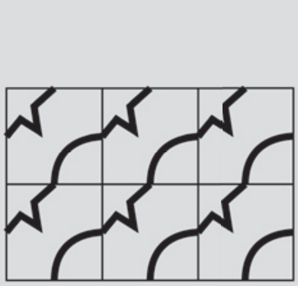
Agora repita o mesmo desenho.

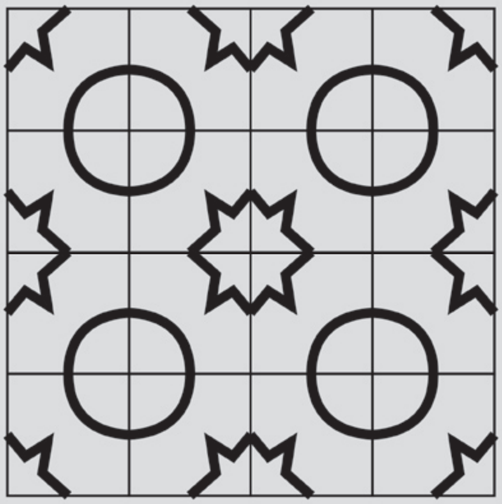


Você pode produzir resultados interessantes. Pinte as regiões com cores diferentes.

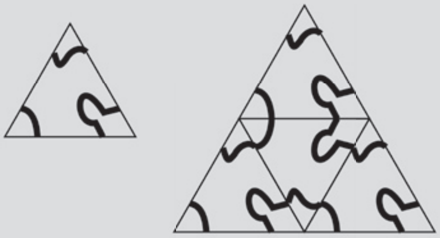
11. Podemos ladrilhar uma parede usando a mesma idéia, com uma pequena modificação – as linhas ligarão os pontos médios dos lados consecutivos, como mostra a figura a seguir:

Faça diferentes tipos de encaixes, combinado as linhas, veja nossas produções. No primeiro caso, transladamos (deslocamos no plano) o nosso padrão, no segundo caso, giramos o quadrado. Agora crie a sua!





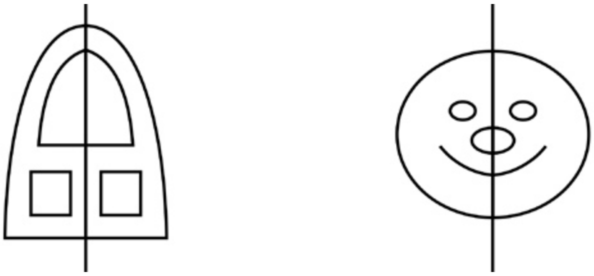
Podemos também produzir ladrilhos triangulares (ligando os pontos que dividem os lados em três partes):



Com essas atividades você já deve ter percebido que usando a imaginação pode fazer muita arte (no bom sentido)! A arte que apresentamos envolve muitos conceitos geométricos que em séries mais avançadas podem ser aprofundados.

SIMETRIA

Outra contribuição importante da Geometria à Arte é a idéia de simetria. Intuitivamente procuramos sempre uma forma equilibrada. Mas o que queremos dizer com "equilibrada"? Uma das formas mais simples de equilíbrio é a simetria, isto é, imagens iguais espelhadas em relação a uma linha ou a um ponto. Por exemplo, um portão de uma casa antiga ou um rosto.



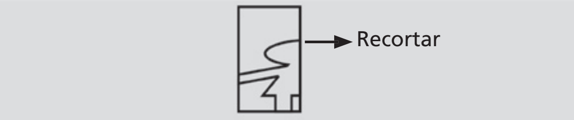
A Natureza também está repleta de imagens onde a simetria se faz presente. Por isso este é um importante conceito geométrico que podemos explorar em diferentes atividades.

Uma atividade muito conhecida é a das bonecas (ou outro desenho) numa tira de papel.

ATIVIDADES

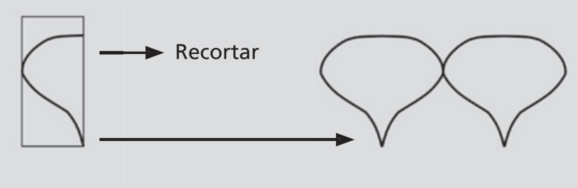
12. Pegue uma tira de papel e dobre-a "em sanfona", ou seja, em retângulos ou quadrados iguais, ora a dobra para um lado, ora a dobra para o outro lado. É preciso ter cuidado para não dobrar demasiadamente, pois precisaremos cortar.

a. Após a dobra da sanfona, desenhe a metade do desenho final que queremos obter e recorte o contorno do desenho, conforme figura a seguir.



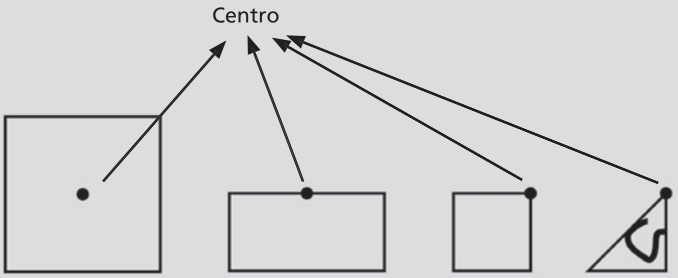
b. Abra a sanfona e veja resultado!

Podemos fazer desenhos diferentes de bonecas.



A simetria também também pode ser em relação a um único ponto. Nesse caso, chamada simetria central.

Também podemos conseguir um efeito de simetria interessante com dobradura:

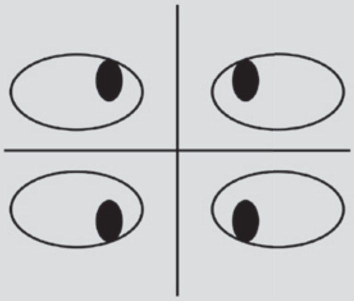


Veja o resultado!

As linhas pontilhadas mostram uma outra forma de trabalhar com simetrias.

13. Escolhemos um objeto ou um desenho e coloque esse objeto em frente a um espelho.
a. A imagem é igual? É parecida?

b. E se quisermos mais imagens, como devemos fazer?
Podemos usar dois espelhos. Os espelhos formam um ângulo de 90º. Experimente!



c. Como podemos fazer para aparecerem seis objetos (cinco imagens)?

d. O que acontece se colocarmos um espelho em frente a outro e um objeto ou desenho entre os dois?
____
____
____

CONCLUSÃO

A Geometria sempre foi um recurso usado por artistas e arquitetos para produzir efeitos estéticos, mas também está presente na arte utilitária de todos os povos. Você deve explorar esse recurso e utilizá-los com seus alunos ou futuros alunos. Essas atividades possuem um caráter instrutivo e, ao mesmo tempo, lúdico e prazeroso. Mas não se esqueça da importância da reflexão sobre os conceitos envolvidos em cada trabalho.

RESUMO

A soma dos ângulos em torno de um ponto é 360º. Então, para que possamos encaixar polígonos em torno de um ponto, é preciso que no ponto onde eles se encontram, os ângulos somem 360º .

As simetrias no plano podem ser de dois tipos: dos dois lados de uma reta (como num espelho) e central, quando o motivo se repete em torno de um ponto.

AUTO-AVALIAÇÃO

Retorne a aula e identifique no texto ou nas atividades os conceitos abordados, tais como: figuras semelhantes, simetria, soma de ângulos, ponto médio, classificação de triângulos, medidas de comprimento. Se você por algum motivo não produziu todos os materiais solicitados nas atividades, este é um bom momento para produzi-los. É importante também que você procure pensar em atividades que poderia desenvolver a partir daquelas que foram expostas. Uma boa maneira de abordar conceitos na auto-avaliação é relacioná-los às atividades, comentar as atividades mais importantes e indicar saídas para o aluno, caso ele tenha sentido dificuldade em compreender algum conceito.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você vai aprofundar os seus conhecimentos sobre medida. Lembre-se de que a palavra-chave para medir é comparar. Você deve rever seus conhecimentos sobre fração e frações equivalentes. Tenha um transferidor.

RESPOSTAS

Atividade 5

Em torno do ponto marcado temos dois quadrados e três triângulos eqüiláteros.

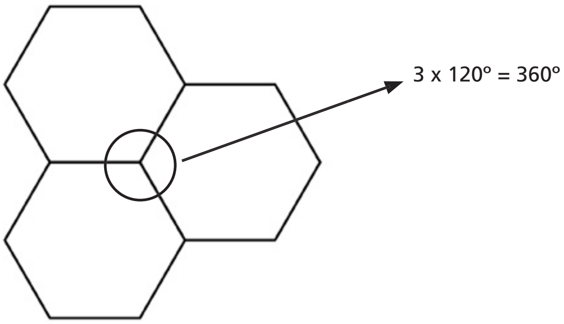
Dois quadrados à 2x90° = 180°

Três triângulos eqüiláteros à 3x60° = 180°

Total: 180° + 180° = 360°

Atividade 6

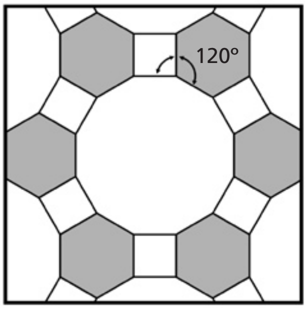
Observe que, na figura a seguir, a soma dos três ângulos iguais mede 360 graus, que é a medida da volta completa, logo cada ângulo interno (região da abertura) do hexágono mede 120 graus.



Atividade 7

a. Precisamos de seis quadrados e seis hexágonos.

b. Em uma volta temos 360° e dois ângulos, um medindo 90° e outro 120°. Assim, o terceiro ângulo do dodecágono regular mede:

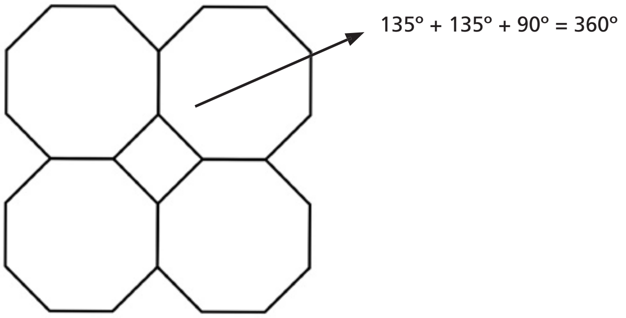


360° – 90° – 120° = 150°.

Atividade 8

a. 135º

b. 135º + 135º + 90º = 360º



Atividade 9

a. Dois ângulos maiores do losango e um ângulo do quadrado.

135º + 135º + 90º = 360º

Quatro ângulos menores do losango e dois ângulos do quadrado.

90º + 90º + 45º + 45º + 45º + 45º = 360º

Atividade 13

a. A imagem que aparece no espelho é congruente à original. Essa imagem é chamada reflexão.

b. Você só precisa fazer o que está indicado na ilustração.

c. Precisamos de três espelhos nesse caso. Coloque, por exemplo, um espelho atrás, um na lateral e um sobre o objeto.

d. A imagem se reflete "infinitamente".

AULA 17

Vamos medir! O quê? Quase tudo...

Meta da aula

Explicar o conceito de medida como comparação entre grandezas.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Identificar a unidade de medida mais conveniente a algumas grandezas e a cada situação.
- Reconhecer os instrumentos mais utilizados nas medições.
- Efetuar medições, escolhendo instrumentos adequados, tais como régua, trena, termômetro, para resolver problemas do dia-a-dia.
- Apresentar diferentes situações-problema em que usamos o conceito de medida.

Pré-requisitos

Para seu melhor desempenho nesta aula, é importante que você saiba utilizar as quatro operações fundamentais, trabalhadas na disciplina de Matemática na Educação 1, e consiga aplicar os conceitos de fração, de frações equivalentes e de número decimal, vistos nas aulas anteriores, principalmente nas Aulas 3, 5 e 8.

CONVERSA INICIAL

Todos os dias medimos diferentes objetos, de várias formas e nas mais diferentes situações. Por exemplo, contando o dinheiro para pagar as contas do mês, pesando alimentos ou medindo os ingredientes de uma receita de bolo. Em relação à nossa saúde: medindo a temperatura, a pressão, o nosso peso e a nossa altura. Esta aula vai apresentar diferentes situações nas quais precisamos medir, os instrumentos adequados para isso e a forma como devemos utilizá-los.

Medir é uma ação bastante presente no nosso cotidiano, assim como é contar. Essas duas ações, medir e contar, são de extrema importância na Matemática, segundo os PCN de Matemática,

> na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático do cotidiano (BRASIL, MEC, 1997, p. 56).

Dessa forma, o bloco de conteúdos grandezas e medidas sinaliza alguns aspectos do ensino que funcionam como um importante articulador entre a teoria e a prática. Fazer medições, comparar valores de grandezas, estabelecer relações de tempo e lidar com dinheiro são ações muito familiares para os alunos.

Todos temos uma idéia intuitiva do que é medir e conhecemos alguns tipos de unidades de medida, como o metro, o quilograma, o litro e o segundo.

Quem nunca presenciou um feirante pesar o peixe em uma balança, ou um vendedor de tecidos, medindo a quantidade de determinada fazenda com o metro, ou ainda uma mãe, medindo a temperatura de seu filho que está com febre, com um termômetro?

No estudo das medidas, é importante, sempre que possível, o uso de materiais concretos, como régua, fita métrica, trena, balança, caixa de leite, copo, xícara, a garrafa de refrigerante de 2 litros, para que os alunos possam manipular essas medidas de forma a que construam o conceito de **GRANDEZA** e o conceito de medida de uma grandeza.

GRANDEZA

Tudo aquilo que pode ser medido.

Há diferentes coisas que podem ser medidas: "peso", comprimento, área, volume, tempo, temperatura, dinheiro, entre várias outras grandezas.

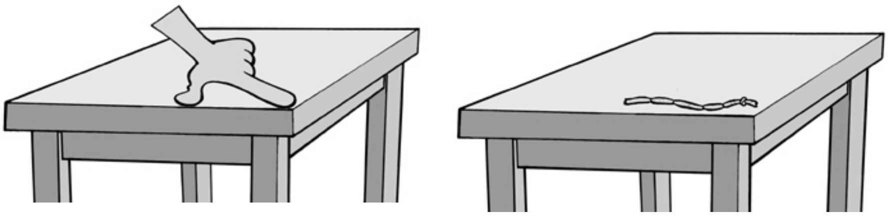
MAS O QUE É MEDIR?

Imagine a seguinte situação: você está fazendo uma toalha de aniversário e precisa saber a quantidade de fita azul necessária para colocar ao longo da borda da mesa, mas não tem à sua disposição nenhum instrumento, como uma régua, um metro ou uma fita métrica. Como você faria?

Uma alternativa é medir a borda da mesa usando a palma da sua mão. Você apóia seu palmo sobre a mesa e conta quantos cabem no contorno de toda a mesa. Por exemplo, se você contou 30 palmos, então a quantidade de fita que você precisa comprar é o correspondente a 30 palmos. Com isso, já é possível fazer uma estimativa da quantidade de fita azul necessária para fazer a toalha.

Outra alternativa, muito comum, é utilizar no lugar do palmo um pedaço de barbante. A ação é a mesma, pois você deverá descobrir quantas vezes esse barbante cabe no contorno da mesa. Se o tamanho do barbante escolhido não for o mesmo que o palmo da mão, a quantidade de barbantes será diferente da quantidade de palmos.

O que você faz nas duas ações é *comparar* o tamanho do seu palmo, ou o tamanho do pedaço do barbante, com o tamanho total da borda da mesa e descobrir quantas vezes o seu palmo (ou o barbante) cabe no contorno da mesa. Com isso, você está medindo o contorno da mesa, usando como referencial o tamanho do seu palmo ou o tamanho do barbante.



Na ação de contar quantas vezes um determinado tamanho cabe em outro, o que estamos fazendo é medir uma grandeza utilizando outra de mesmo tipo. Dessa forma, *medir é comparar quantas vezes uma grandeza cabe em outra grandeza de mesma espécie, a partir de um padrão que se escolhe*. Esse padrão escolhido é chamado "unidade" de medida. No exemplo dado, as grandezas comparadas foram o palmo com o tamanho da borda da mesa e o barbante com o contorno total da mesa, e as unidades escolhidas para medir foram, respectivamente, o palmo da sua mão e o pedaço de barbante.

ATIVIDADES

1. Meça a altura de um de seus amigos usando quatro padrões diferentes, o seu palmo, um pedaço de barbante, um lápis e uma borracha. Registre essas informações nos espaços pontilhados a seguir.

altura = ... palmos

altura = ... pedaços de barbante

altura = ... lápis

altura = ... borrachas

COMENTÁRIO

É uma atividade inicial na construção do conceito de medida, você pode inovar e criar uma outra medida padrão, se desejar.

2. Em cada local ou situação a seguir, pesquise e responda, através de um exemplo, o que medimos e qual o instrumento utilizado para fazer a medição. Veja o item **a**, que já está feito.

a. no nosso corpo

Resposta: a altura com a fita métrica ou a temperatura com um termômetro.

b. no ônibus ____

c. no supermercado ____

d. na feira ____

e. no hospital ____

f. no táxi ____

COMENTÁRIO

Imagine você em cada um desses lugares e, caso não seja possível, pergunte a parentes e amigos.

Medir é comparar duas grandezas de mesma espécie. Vamos entender melhor o que são grandezas de mesma espécie? Observe o diálogo a seguir de duas amigas:

Alguma coisa na fala das meninas está errada! Sabemos do nosso dia-a-dia que não podemos usar o quilograma para medir tempo e nem o metro para medir a temperatura do corpo, pois o quilograma é utilizado, por exemplo, para medir o "peso" de uma pessoa, e o metro mede, por exemplo, a altura dessa pessoa.

Da mesma forma, não podemos medir a quantidade de leite com minutos, pois estes são utilizados para medir o tempo!

ATIVIDADE

3. Levando em conta que, ao medirmos uma grandeza, a comparamos com outra de mesmo tipo, relacione a primeira coluna com a segunda.

(A) Água em ebulição	( ) 147 quilowatts
(B) Caixa de sabão em pó	( ) 1 litro
(C) Caixa de leite	( ) 100 graus Celsius
(D) Consumo de energia de uma residência	( ) 800g

ESCOLHENDO PADRÕES PARA MEDIR

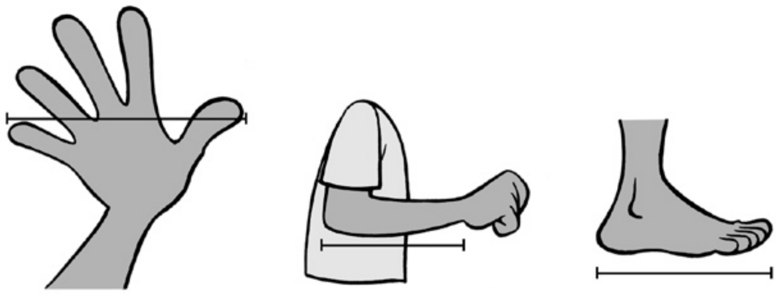
BRAÇA

É uma antiga unidade de comprimento equivalente a 2,2m.

CÔVADO

É uma antiga unidade de comprimento que correspondia a 66cm. Também chamado de cúbito, dá nome ao osso longo situado na parte interna do antebraço.

Desde a Antigüidade, os povos foram criando suas unidades de medida. Cada um possuía sua unidade-padrão para medir determinada grandeza e isso durou um longo período de tempo. Cada país, cada região criava o seu próprio sistema de medidas, baseado em unidades arbitrárias, como aquelas que se baseiam no corpo humano: palmo, pé, polegada, **BRAÇA**, **CÔVADO**.



O palmo O braço O pé

Isso criava muitos problemas para o comércio, porque as pessoas de uma região não estavam familiarizadas com o sistema de medida das outras regiões e, conforme o desenvolvimento do comércio, ficou mais difícil trocar e negociar devido a tantas medidas diferentes.

Em 1789, numa tentativa de resolver o problema, o Governo Republicano Francês pediu à Academia de Ciências da França que criasse um sistema de medidas baseado numa "constante natural", isto é, uma unidade constante tomada como padrão por todos. Assim, foi criado o sistema métrico decimal. Posteriormente, muitos outros países passaram a usar esse sistema, inclusive o Brasil, aderindo à Convenção do Metro. O sistema métrico decimal adotou, inicialmente, três unidades básicas de medida: o metro, o litro e o quilograma.

Mais tarde, com o desenvolvimento científico e tecnológico, houve necessidade de realizar medições cada vez mais precisas e diversificadas. Por isso, em 1960, o sistema métrico decimal foi substituído pelo sistema internacional de unidades, mais complexo e sofisticado, adotado também pelo Brasil, em 1962. Este sistema tornou-se de uso obrigatório em todo o território nacional. As unidades do sistema internacional serão mencionadas ao longo da aula.

Sempre que desejamos obter medidas precisas, necessitamos, antes de qualquer coisa, escolher referenciais ou padrões adequados e precisos, e esses padrões estão indicados no sistema internacional de medidas. Os padrões de medida não podem mudar de pessoa para pessoa ou de um dia para o outro. Por esse motivo, os padrões aceitos são bem definidos e têm validade internacional. Por exemplo, o metro usado na França é o mesmo usado no Brasil ou no Japão. Um quilograma de açúcar no Brasil equivale à mesma quantidade desse produto tanto na Índia como no Canadá. A idéia é que esses padrões de medidas sejam de uso mundial, mas ainda há muitos exemplos de grandezas que são medidas com padrões diferentes em diferentes países, e às vezes em diferentes regiões de um mesmo país.

ATIVIDADES

4. O alqueire é uma medida agrária que serve para medir terras. Essa unidade de medida não é uniforme para todo o Brasil e não faz parte do sistema internacional, porém é admitida **temporariamente**.

Veja a tabela que compara o alqueire paulista, o mineiro e o do Norte com o metro quadrado.

Tabela 17.1: Relacionando os alqueires paulista, mineiro e do Norte com o metro quadrado

O alqueire paulista	24.200m^2
O alqueire mineiro	48.400m^2
O alqueire do Norte	27.225m^2

Quando dizemos que uma unidade de medida é utilizada temporariamente pelo sistema internacional de unidades, significa que esta unidade não pertence ao padrão internacional, mas é aceita por se tratar de uma unidade oriunda de uma certa cultura. Por exemplo, temos a polegada, a milha, unidades de comprimento utilizadas em muitos países.

De acordo com essas informações, diga se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas.

a. O alqueire mineiro é o dobro do alqueire do Norte.

b. Um sítio com 20 alqueires mineiros é maior do que um sítio com 40 alqueires do Norte.

c. O alqueire paulista é a metade do alqueire mineiro.

5. Nas viagens internacionais de avião, o comandante informa à tripulação e aos passageiros, em que altitude se encontra o avião. Veja o exemplo: “Senhores passageiros, estamos voando a uma altitude de 32.000 pés, ou 9.750 metros. O tempo está bom e a temperatura do local de destino é de 27º C.”

O comandante informa a altitude em pés e em metros, isso porque alguns países utilizam o metro como padrão e outros usam o pé como unidade de medida. Determine, aproximadamente, quanto mede 1 pé em metros.

COMENTÁRIO

Esta atividade faz com que você trabalhe com um importante conceito em Matemática que é a proporcionalidade.

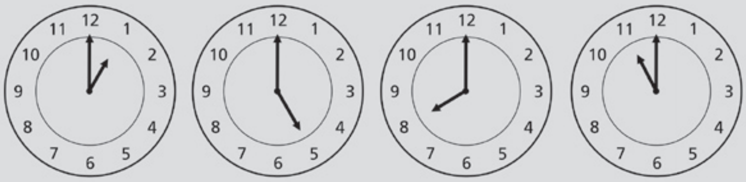
MEDINDO O TEMPO

As medidas do tempo são as mais freqüentes em nossa vida. O dia do nosso aniversário, o horário em que nascemos. Para começar, todos temos uma medida de tempo em nosso próprio corpo: as batidas do nosso coração.

O relógio é peça essencial no nosso cotidiano, principalmente na vida da cidade. Precisamos olhar as horas quase o tempo todo, para ir ao trabalho, para pegar o trem. Ficamos atentos com a hora da entrada no colégio, a hora do recreio, o horário do almoço, da sessão de cinema, do show. Quem nunca se atrasou para um encontro?

ATIVIDADE

6. Observe as horas que estão indicadas nos quatro relógios a seguir. Os horários se referem à parte do dia depois do meio-dia.



Medimos o tempo com horas, minutos e segundos, mas a unidade de medida de tempo do sistema internacional de Unidades é o segundo.

Escreva o que você costuma fazer nesses horários, durante a semana.

____
____
____

Os seres humanos levam 9 meses para nascer; já os elefantes levam 22 meses. Com 1 ano, as crianças começam a andar e com 2 anos já estão falando as primeiras palavras. Quem não conta os dias que faltam para receber o salário? As medidas de tempo às quais nos referimos nesses exemplos dizem respeito à duração de um acontecimento e são indicadas por um "intervalo de tempo".

Medir o tempo é essencial em muitas Ciências, especialmente em Biologia, que estuda a vida, e a Física, que estuda os fenômenos.

Para medirmos intervalos de tempo podemos usar o relógio, o calendário, o **CRONÔMETRO**, a **AMPULHETA**. Você deve escolher o instrumento mais adequado a cada situação. Por exemplo, se desejamos marcar a duração de um jogo de xadrez, devemos usar um relógio; já se for um jogo de basquete, é mais adequado um cronômetro. Agora, se você quer contar os dias, neste caso, use um calendário.

O cronômetro é utilizado para controle de intervalos de tempo menores, tais como linhas de montagem de peças, tempo de empacotamento de produtos, competições de natação, corrida dos 100 metros rasos, rodeios.

Observe os calendários a seguir, referentes aos meses de março e de maio do ano de 2004. Neles observamos que esses meses possuem 31 dias. Março não possui feriados e maio possui um feriado, que é o dia 1º, Dia do Trabalho.

Março

D	S	T	Q	Q	S	S
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

Maio

D	S	T	Q	Q	S	S
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Figura 17.1

Uma pessoa que é diarista, isto é, que recebe por dia trabalhado, e trabalha de segunda a sexta-feira, no mês de março, recebeu por 23 dias; no mês de maio, recebeu o correspondente a 21 dias trabalhados. Veja como o calendário está influenciando o salário desse cidadão.

AMPULHETA

Instrumento constituído por dois vasos cônicos de vidro que se comunicam, nos vértices, por um pequeno orifício, usado para medir o tempo mediante a passagem de certa quantidade de areia finíssima do vaso superior para o inferior.

CRONÔMETRO

Instrumento mecânico de precisão, utilizado para medir intervalos de tempo com aproximação de décimo de segundo ou menos.

ATIVIDADE

7. Complete a **Tabela 17.2**, de acordo com alguns exemplos que estão feitos.

Tabela 17.2: Relacionando unidades de medida de tempo

Um dia	24 horas
Meia hora	.......minutos
	7 dias
Um semestre	.........meses
Uma década	...........anos
	12 meses

COMENTÁRIO

Pense em outras relações de medida de tempo que não sejam estas que estão indicadas.

! Você observou que as unidades de medida do tempo não formam um sistema decimal? Pense nisso.

A resposta a essa pergunta e às várias unidades de medida do tempo, a hora, o minuto, o segundo, serão vistas, mais detalhadamente, na Aula 20.

MEDINDO COMPRIMENTOS, ÁREAS E VOLUMES

Agora, vamos apresentar algumas situações utilizando as grandezas comprimento, área e volume. Convém esclarecer que um maior aprofundamento sobre essas grandezas será visto nas Aulas 18 e 21.

O comprimento

Utilizamos a grandeza comprimento, quando medimos a extensão de um corredor, a distância entre duas cidades, a nossa altura, dentre outros.

Se precisarmos colocar um rodapé em nosso corredor, por exemplo, podemos utilizar o barbante, o palmo ou até a medida do nosso pé.

A costureira trabalha freqüentemente com medidas de comprimento, quando mede a cintura, o quadril e a largura dos ombros da sua cliente. Mas como ela precisa trabalhar com medidas corretas, nesse caso o instrumento que ela utiliza é a fita métrica.

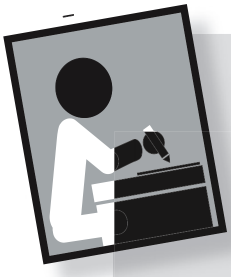
Já o marceneiro, para construir um armário, mede várias distâncias, alturas, larguras e comprimentos, pois o armário é uma figura tridimensional. Ele também utiliza um instrumento de maior precisão, uma fita métrica ou uma trena para efetuar suas medições.

Tanto a costureira como o marceneiro, ao utilizar a fita métrica ou a trena, estão fazendo suas medições usando o **METRO** como unidade de medida.

METRO
É a unidade padrão de medida de comprimento do sistema internacional de unidades.

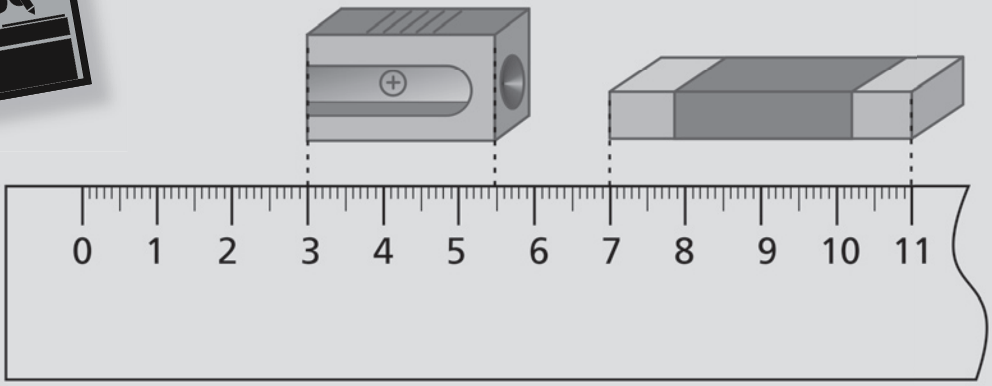
Na Aula 13, em que falamos de escala e determinamos distâncias entre duas cidades, trabalhamos com o centímetro e o quilômetro, que são outros exemplos de unidade de medida. As unidades de medida de comprimento formam um sistema decimal, pois o centímetro é a centésima parte do metro, que, por sua vez, é a milésima parte do quilômetro. E ainda existem outras que você verá na Aula 18!

Dependendo do que se queira medir, escolhemos a unidade mais apropriada. Por exemplo, para fazer desenhos no caderno, utilizamos a régua, que está graduada em centímetros, mas para medir a distância do Rio de Janeiro a São Paulo, aí usamos o quilômetro.



ATIVIDADES

8. Meça a borracha e o apontador desenhados a seguir, utilizando para isso a régua de 11 centímetros.



COMENTÁRIO

Observe que os objetos não estão sendo medidos a partir do zero.

9. Vinícius, um menino de 11 anos, é mais um de nossos tantos estudantes deste Brasil afora. É um estudante da zona rural, onde o acesso à escola em alguns casos é mais difícil. Mas, no caso de Vinícius, até que ele mora relativamente perto da escola. Mesmo assim, precisa caminhar um bom trecho até o rio, onde pega um barco que o deixa na escola, outro lugarejo ribeirinho parecido com aquele em que mora. Outro dia, sua professora pediu que ele contasse quantos passos dava de casa até o rio. Ele chegou à escola dizendo que contou 2.600 passos. Dando continuidade à atividade, a professora pediu para ele medir seu próprio passo e calcular quantos metros caminhou. Sabendo que o passo de Vinícius tem 50cm de comprimento, qual a resposta correta que Vinícius tem de dar à professora?

COMENTÁRIO

Observe que esta atividade relaciona o passo de Vinícius com o centímetro, duas unidades de medida de comprimento. Uma delas específica de Vinícius e outra que é padrão internacional, pois é submúltiplo do metro.

10. Tenho um barbante que mede cinco vezes o tamanho do meu palmo. O comprimento da minha varanda é 60 vezes o do meu palmo.

a. Usando o palmo como unidade de medida, qual a medida do barbante?

b. Usando o comprimento do barbante como unidade de medida, determine o comprimento da varanda.

A área

Quando medimos área, estamos procurando saber o espaço que uma superfície plana ocupa. Lembra-se dos polígonos da Aula 18? Pois é, eles ocupam um espaço no plano e a medida desse espaço é chamada área.

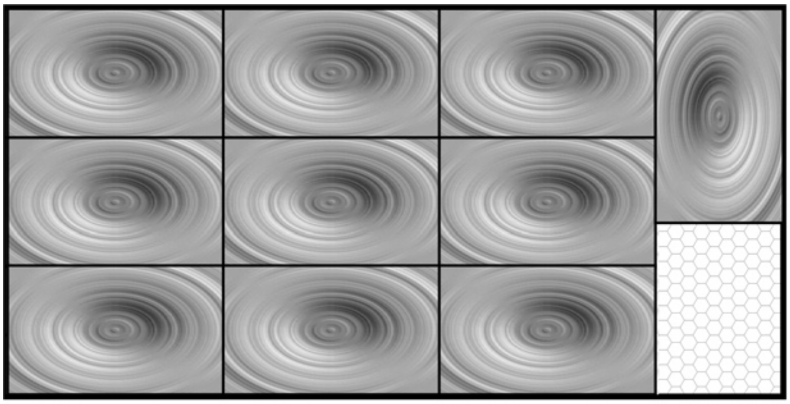
Para medirmos superfícies planas, precisamos de uma grandeza de mesma espécie, ou seja, de outra superfície plana que seja o nosso padrão. Um material muito importante para alunos e professores no estudo das áreas é o papel quadriculado, pois facilita o entendimento inicial desse conceito.

Veja o exemplo:

Para medir a parede do banheiro, podemos usar o próprio azulejo, basta contarmos aproximadamente quantos azulejos tem essa parede, se ela for azulejada, é claro!

Para medir o chão da sala, podemos usar a superfície de um tapete, basta determinarmos quantos tapetes cabem no chão. Veja, a seguir, o desenho que simula essa situação.

Figura 17.2: Chão da sala e tapete que servirão como unidades de medida.



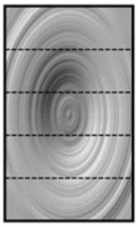
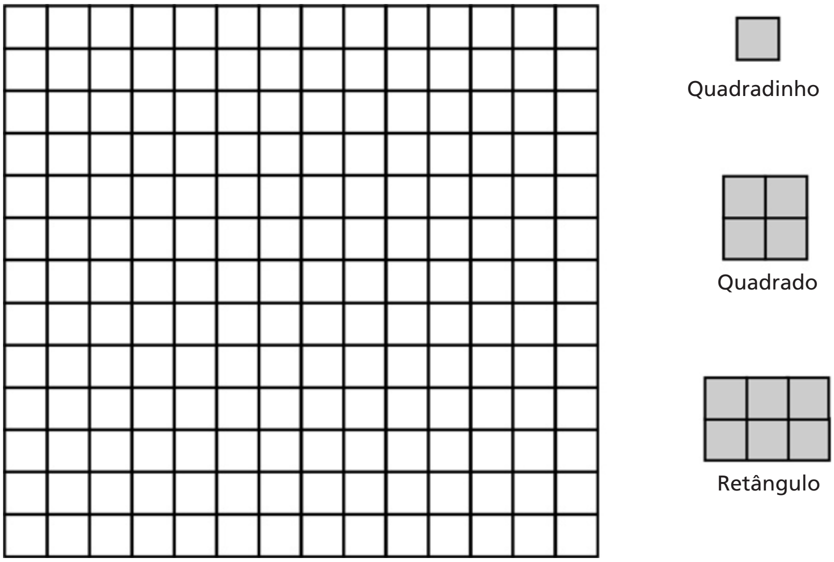


Figura 17.3: Chão da sala quase todo coberto de tapetes.

Observe que couberam na sala dez tapetes inteiros, mas que a superfície que sobra não chega a um tapete inteiro. Ela mede, aproximadamente, $\frac{4}{5} = 0,8$ do tapete. Podemos dizer, então que a área da sala mede 10,8 tapetes.

Essas medições podem se tornar bastante complicadas, e podemos cometer erros de aproximação.

Considere o pedaço de papel quadriculado a seguir. Vamos medi-lo utilizando, para isso, o quadradinho do quadriculado, um quadrado equivalente a 4 quadradinhos e um retângulo equivalente a seis quadradinhos.



Caso 1) Medida padrão: quadradinho

Esse quadriculado possui 13 colunas com 14 quadradinhos na horizontal; logo, possui um total de $13 \times 14 = 182$ quadradinhos. Portanto, o quadriculado mede 182 quadradinhos.

Caso 2) Medida padrão: quadrado

Como cada quadrado possui quatro quadradinhos, e para cobrir o quadriculado precisamos de 182 quadradinhos, temos que $182 \div 4 = 45{,}5$, ou seja, o quadriculado mede 45 quadrados mais meio quadrado.

Caso 3) Medida padrão: retângulo

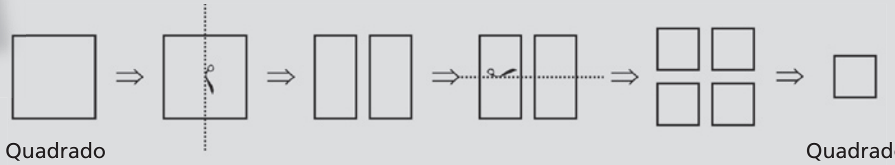
Agora, temos que cada retângulo possui seis quadradinhos, daí fazemos a operação $182 \div 6$, que dá 30, com resto 2. Isso significa que precisamos de 30 retângulos mais 2 quadradinhos, que correspondem a $\frac{1}{3}$ do retângulo. Podemos escrever que o quadriculado mede $30\frac{1}{3}$ retângulos.

Observe que o caso mais simples de fazer a medição do quadriculado se deu com o próprio quadradinho do quadriculado.

ATIVIDADE

11. Para cobrir uma mesa em forma de retângulo, Bruna usou 15 quadrados. Sua amiga, Elisa, pegou seus quadrados, cortou ao meio na largura e ao meio no comprimento. Observe o que Elisa fez, indicado na figura a seguir:

Depois de cortar todos os quadrados dessa forma,



Quadrado de Bruna

Quadrado de Elisa

a. Determine o número de quadrados que Elisa precisou para cobrir a mesa.

____

____

b. Quais foram os padrões utilizados em cada caso?

____

c. Que tipo de medição foi feita? Quais foram as grandezas que foram comparadas?

____

____

COMENTÁRIO

É importante que você observe que essa unidade trabalha com a grandeza área e utiliza duas unidades de medida distintas: o quadrado da Bruna e o quadrado da Elisa.

A unidade padrão de medida de área no Sistema Internacional de Unidades é o metro quadrado (m^2), que você terá oportunidade de trabalhar na próxima aula.

O volume ou a capacidade

Quando medimos a capacidade de uma piscina, de uma caixa d'água ou de um tanque de gasolina, estamos medindo volumes.

Considere a seguinte situação:

Mauro encheu completamente duas jarras com água para fazer refresco de limão. Para enchê-los, usou um copo. Para encher o jarro branco usou cinco copos e meio, e para o jarro azul usou sete copos. Esse problema apresenta um típico caso de medida de volume ou de capacidade, pois estamos medindo o espaço ocupado por um "objeto tridimensional", que no caso são os dois jarros. Para isso usamos o copo, que também ocupa uma região no espaço e tem o seu próprio volume.

Podemos dizer que:

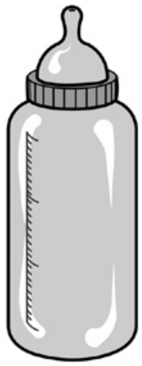
- a capacidade da jarra branca corresponde à capacidade de 5,5 copos;
- a capacidade da jarra azul corresponde à capacidade de 7 copos.

As grandezas trabalhadas neste caso são: o volume das jarras e o volume do copo. A unidade tomada como padrão foi o espaço ocupado pelo copo.

Uma unidade muito usual de volume é o litro (ℓ), que não é a unidade padrão de volume, mas que é aceita sem restrição de prazo. A caixa de leite que compramos nos supermercados possui 1 litro de leite. A maioria das garrafas tem seu volume escrito no rótulo, expresso em mililitros (ml). Também são expressos em mililitros os volumes de vidros de remédios, das mamadeiras, das latas de refrigerantes, entre vários exemplos que poderíamos citar.

O litro é definido como o espaço ocupado por um cubo de 10cm de lado.

O mililitro é a milésima parte do litro, isto é 1 ml = $\frac{1}{1.000}$ l.



240ml

1l ou 1.000ml

350ml

> **!** Você observou que, quando se trata de volumes, o objeto geométrico que delimita o espaço são figuras espaciais que nos lembram sólidos geométricos?

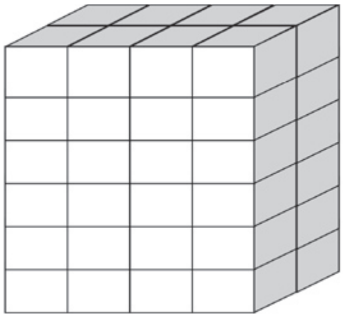
ATIVIDADE

12. Guilherme é um menino de dois anos. Além de almoçar, lanchar e jantar, ele ainda toma duas mamadeiras, uma de manhã e outra à noite. Aproximadamente quantas caixas de leite, com capacidade de 1 litro, sua mãe precisa comprar por mês, sabendo que sua mamadeira tem capacidade de 240 mililitros?

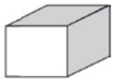
COMENTÁRIO

Nos cálculos desta atividade é importante você trabalhar com a mesma unidade de medida, litro ou mililitro.

Agora, observe o sólido geométrico (pilha A) a seguir. Vamos medir seu volume e, para isso, utilizaremos um paralelepípedo.



Pilha A



Paralelepípedo

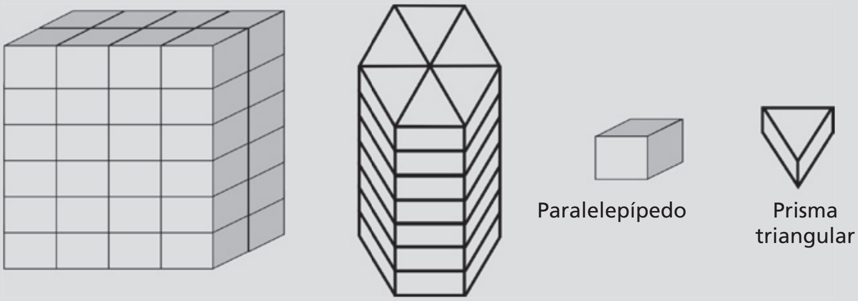
Para isso, precisamos comparar essas duas grandezas, o sólido e o paralelepípedo, isto é, contar quantos paralelepípedos (que é a unidade que estamos utilizando para medir) cabem dentro do sólido. Observe que o sólido é formado por oito pilhas e em cada pilha temos seis paralelepípedos. Portanto, no sólido cabem 8 x 6 = 48 paralelepípedos.

Podemos dizer, então, que o volume desse sólido é igual 48 paralelepípedos.

ATIVIDADE

13. A seguir são apresentadas duas pilhas, um paralelepípedo e um prisma triangular.

a. Meça o volume da pilha B, utilizando como unidade de medida o paralelepípedo.



Pilha B

Pilha C

b. Meça o volume da pilha C, utilizando como unidade de medida o prisma triangular.

c. Sabendo que o prisma triangular tem o dobro de volume do paralelepípedo, qual dos sólidos possui o maior volume?

COMENTÁRIO

Aqui você está medindo a grandeza volume com duas unidades de volume distintas, preste atenção!

MEDINDO A MASSA...

Já na Idade da Pedra, o homem aprendeu que havia uniformidade de pesos entre sementes e grãos. Entre essas medidas, havia, por exemplo, a “mão cheia”, os potes e os cestos. À medida que as sociedades primitivas foram se desenvolvendo, aumentou a necessidade de criar um sistema comum de pesos e medidas.

Ainda hoje é muito comum medirmos alimentos com recipientes tais como xícaras, copos, colheres ou com a própria mão, pois o que estamos fazendo é tomar como padrão a quantidade do produto que cabe numa xícara, num copo, numa colher ou em uma das mãos. Algumas cozinheiras fazem suas receitas utilizando como unidade padrão a quantidade que cabe em sua mão.

Veja, a seguir, a receita de bolo de chocolate da Ana.

Ingredientes	Modo de fazer
2 xícaras de farinha de trigo 2 xícaras de açúcar 1 xícara de chocolate em pó 1 colher de chá de maisena 1 colher de chá de fermento 3 ovos 1 xícara de óleo vegetal 1 xícara de leite morno 	– Misture bem a farinha, o açúcar, o chocolate, o fermento e a maisena. – Acrescente os três ovos e mexa bem até ficar uma mistura homogênea. Acrescente a xícara de óleo e misture bem. – Coloque o leite morno e misture bem. A massa do bolo está pronta. – Despeje a massa numa forma untada de manteiga e farinha de trigo. – Leve ao forno por aproximadamente 20 minutos a uma temperatura de aproximadamente 250ºC. – Agora é só comer, com um bom café!

Esta receita utiliza somente a xícara e a colher para medir as duas grandezas envolvidas, que são a massa e o volume. Observe as relações estabelecidas a seguir.

– 1 xícara de chocolate em pó contém aproximadamente $\frac{1}{5}$ do total de chocolate que vem em uma lata de 400 gramas, o que corresponde a 80g de chocolate.

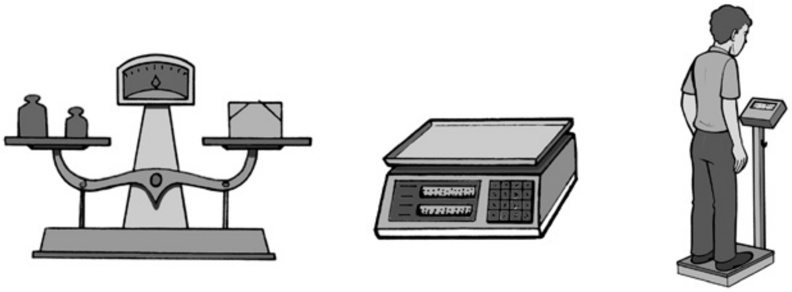
– 1 xícara de leite mede aproximadamente 170 mililitros.

– 1 colher de chá de fermento mede aproximadamente $\frac{1}{20}$ do total de fermento que vem em uma lata de 100 gramas, o que corresponde a 5g de fermento.

No caso das receitas, fica muito mais prático usarmos a xícara e a colher para medirmos do que utilizar uma balança ou medidores de líquidos.

Agora, se quisermos precisão nas medições das massas, aí, neste caso, utilizamos as balanças. Elas estão entre os instrumentos de medidas de massa mais conhecidos. Veja três exemplos de balanças: a de dois pratos (ou de pesos), a digital de restaurantes que vendem comida a quilo e a médica (usada em consultórios, farmácias e postos de saúde).

De um modo geral, as pessoas utilizam a palavra peso de forma errada. Ao se colocar um objeto ou um corpo numa balança, o que se está medindo é a massa desse objeto ou desse corpo. Massa e peso são duas grandezas diferentes. Peso é a força que a gravidade exerce em um objeto.



Assim, para saber a massa de um saco de farinha, por exemplo, colocamos esse saco num dos pratos da balança e no outro prato um determinado peso. O ponteiro indica a inclinação do objeto pesado em relação ao peso contido na balança.

Se você puder, observe nas feiras livres os tipos de balança utilizados pelos feirantes, e como eles fazem os cálculos das massas pesadas e dos preços dos produtos que estão sendo vendidos.

No Brasil e em outros países latinos, a medida principal de massa é o quilograma, dividido em mil unidades de 1 grama. Mas em outros países, como os Estados Unidos e a Inglaterra, outras medidas são consideradas. A libra é a principal delas, e equivale a 453,59237 gramas.

A massa é, portanto, um outro exemplo de grandeza, pois pode ser medida. Os submúltiplos mais comuns do quilograma são o grama (g) e o miligrama (mg), onde:

1 kg = 1.000g

1g = 1.000mg

O múltiplo mais usual do quilograma é a tonelada (t), sendo 1t = 1.000kg.

Com a criação do sistema internacional de unidades, em 1960, houve uma uniformidade de medidas. Esse sistema é de base decimal e é hoje aceito em quase todo o mundo. A partir de 1972 a Inglaterra teve que adotá-lo, para integrar-se ao Mercado Comum Europeu.

ATIVIDADES

14. Nos muitos “sacolões” espalhados pela cidade, compramos diversas frutas e vários tipos de legumes pelo mesmo preço do quilograma. Dona Vita encheu sua sacola de frutas e legumes, que pesou um total de 7.200 gramas. Escreva a medida dessa massa em quilogramas (kg).

COMENTÁRIO

Você deve saber que 1kg = 1.000g.

15. Rosana montou uma fábrica de algodão. Recebeu um pedido para exportar 1 tonelada de algodão. Rosana sabe que em três dias sua fábrica produz 20kg de algodão. Em quantos dias sua fábrica conseguirá entregar o pedido?

COMENTÁRIO

Você deve se lembrar de que 1t = 1.000kg.

MEDINDO O DINHEIRO

Você já pensou que seu salário é uma medida de seu trabalho? E que os preços que as pessoas cobram por trabalho medem o valor dos serviços prestados? Podemos dizer então que o valor do salário é uma grandeza, pois pode ser medida através de uma unidade monetária, que no caso do Brasil é o real.

Todos os meses, os assalariados recebem o seu salário. Esse determinado valor mede o trabalho dessas pessoas durante um mês. No caso do Brasil, o salário mínimo é fora da realidade da necessidade real do cidadão, mas isso é uma outra história.

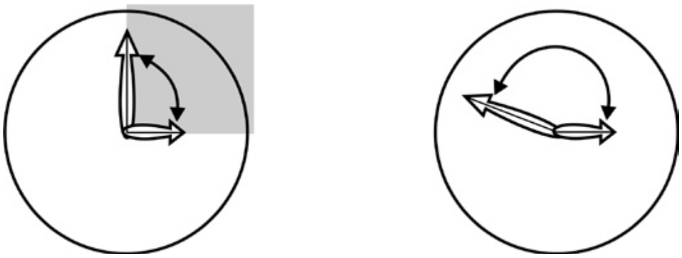
No Brasil, além das notas de 1, 2, 5, 10, 20, 50 e 100 reais, temos também as moedas de 1, 5, 10, 25 e 50 centavos e a moeda de 1 real. Falando em moedas, que tal pensarmos em trocas? Quantas moedas de 10 centavos são necessárias para trocar por uma nota de 1 real? E por uma nota de 20 reais e por uma de 50 reais? Em todos esses casos, estamos comparando as notas com a moeda de 10 centavos. Nesse caso, a unidade de medida é a moeda.

ATIVIDADE

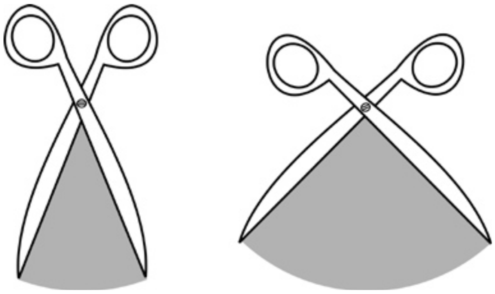
16. O dólar americano é a unidade monetária dos Estados Unidos. No início de 2004, 1 dólar valia aproximadamente 3 reais. Quanto valiam 20 dólares em moedas de 1 real? E 10 dólares em moedas de 5 centavos do real?

MEDINDO ÂNGULOS

Os ângulos estão muito presentes ao nosso redor, mas não nos damos muito conta disso. Veja os ângulos que fazem os ponteiros do relógio.

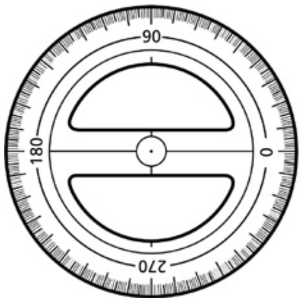


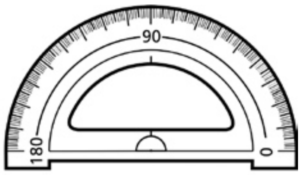
Quando estamos recortando com uma tesoura, precisamos abri-la e fechá-la continuamente, aumentando e diminuindo a abertura. Com esse movimento estamos variando o ângulo entre as lâminas da tesoura.



Ao girarmos o botão do fogão estamos fazendo um movimento que indica um certo ângulo; quanto será que mede esse ângulo? Como medir ângulos?

O instrumento utilizado para medir ângulos é o transferidor. Existem dois tipos de transferidores, o de meia volta e o de volta completa.





Lembra-se de quando falamos dos babilônios e do seu sistema sexagesimal, o sistema de base 60? Com base nos seus estudos de movimento da Terra em torno do Sol, os babilônios dividiram o círculo em 360 partes iguais. Cada uma dessas partes recebeu, mais tarde, o nome de 1 grau (1°). Com isso, o ângulo de uma volta completa mede 360°.

Observe os números indicados na borda do transferidor; eles variam de zero a 180, pois estamos com o transferidor de meia volta. Vejamos alguns casos. A **Figura 17.4** mostra um ângulo de 180°, que chamamos de ângulo raso ou de meia volta. Já a **Figura 17.5**, representa um ângulo que mede 60°; este ângulo corresponde à terça parte do ângulo raso. A **Figura 17.6** indica um ângulo muito importante na Matemática e um dos que mais se destacam na vida cotidiana, é o ângulo que mede 90°. Esse ângulo é chamado ângulo reto.

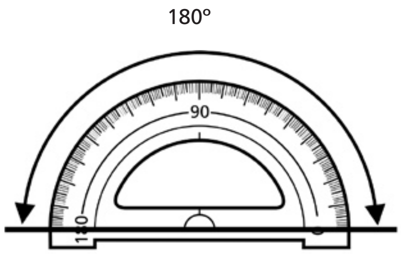


Figura 17.4: Ângulo de 180°.

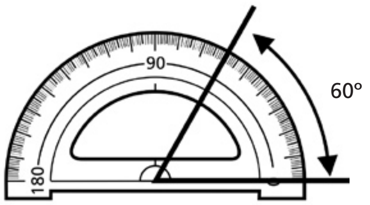


Figura 17.5: Ângulo de 60°.

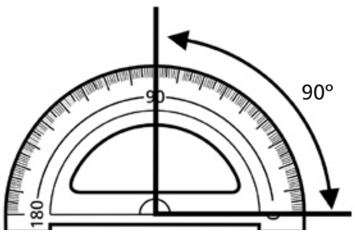
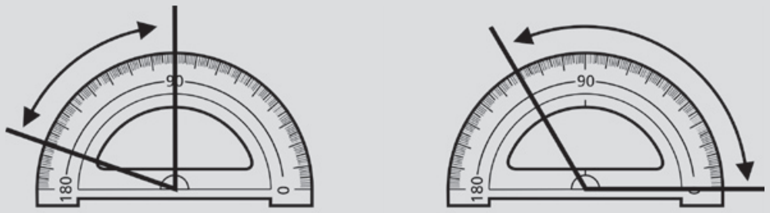


Figura 17.6: Ângulo de 90°.

Esse ângulo aparece em várias situações, nas paredes, nas janelas, nas portas, nos brinquedos, nos móveis. Procure ao seu redor que você verá esse ângulo em muitos objetos.

ATIVIDADE

17. Determine a medida dos ângulos determinados pelos segmentos, em cada transferidor.



Transferidor A   Transferidor B

COMENTÁRIO

Atenção especial ao transferidor A, pois a medição não começa no zero.

Uma das maneiras de nomear um ângulo é utilizando três letras maiúsculas. Veja como nomeamos cada região angular abaixo.

Região I – ângulo AOB ou BOA

Região II – ângulo AOD ou DOA

Região III – ângulo DOB ou BOD

Observe uma relação importante entre esses três ângulos:

ângulo AOB + ângulo AOD = ângulo DOB = 180º

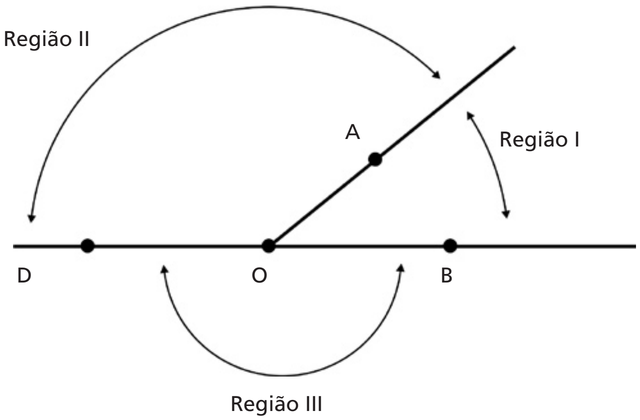


Figura 17.7: Relacionando as regiões I, II e III.

ATIVIDADE

18. Sabendo que o círculo a seguir foi dividido em 12 partes iguais, igual ao relógio de ponteiros de 12 horas, determine a medida do menor dos ângulos:

a. AOC

b. AOE

c. BOH

d. COD

e. GOB

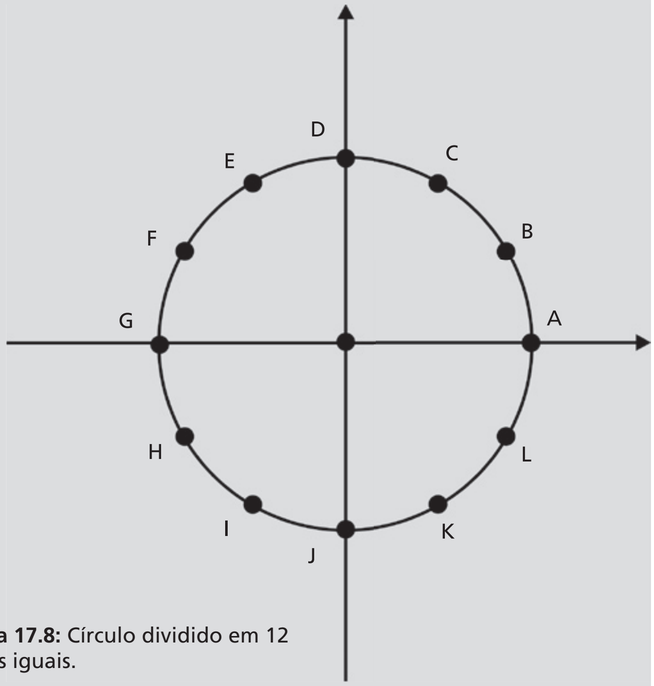


Figura 17.8: Círculo dividido em 12 partes iguais.

COMENTÁRIO

Você deve calcular qual a medida em graus de cada uma dessas 12 partes.

CONCLUSÃO

O estudo das medidas tem aplicações de grande relevância social e praticidade no dia-a-dia do cidadão. Procure em todas as situações responder às perguntas: O que se mede? Como se mede? Com o que se mede?

Questões dessa natureza permeiam todos os povos em busca de soluções para os seus problemas do cotidiano.

Procure entender bem o que são grandezas de mesma espécie e que unidades podem ser tomadas como padrão em cada caso.

O estudo das grandezas envolve muitos conceitos importantes de Geometria; alguns foram discutidos nesta aula e serão aprofundados em outras. Aproveite bem, pois é uma parte do conteúdo da Matemática que propicia oportunidades tanto para alunos quanto para professores vivenciarem problemas práticos da vida e situações contextualizadas dentro da própria Matemática.

RESUMO

Lembre-se de que você pode relacionar diferentes situações do dia-a-dia e que:
• grandeza é tudo que pode ser medido;
• medir é comparar grandezas de mesma espécie;
• as medidas podem ter diferentes padrões, por exemplo, o metro e a milha;
• o sistema internacional de unidades adota, por exemplo, o metro e o segundo como unidades padrão;
• cada grandeza deve ser medida com um instrumento apropriado.

ATIVIDADE FINAL

Elabore com seus colegas de classe, uma tabela que indique os alimentos vendidos em feira livre, as unidades padrão de medida desses alimentos, tais como lote, dúzia, quilo, unidade e os seus respectivos preços, no início e ao término da feira. Mostre o resultado ao seu tutor.

AUTO-AVALIAÇÃO

O ensino da Geometria permite estabelecer um elo entre as relações do mundo em que vivemos e as noções aritméticas que já foram estudadas. As atividades propostas nesta aula têm esse objetivo: aproveitar situações do cotidiano e da Matemática para aplicar os conceitos matemáticos aprendidos. Atenção nas Atividades 11, 13 e 18, onde se trabalha com conceitos diferentes (área, volume e ângulo) e unidades de medidas distintas.
Esperamos que esta aula tenha proporcionado a você boas estratégias para o seu aprendizado e idéias que você possa utilizar como motivações para o seu estudo, assim como para futuras atividades de sala de aula que você irá preparar. Se algum assunto não ficou claro, releia a aula ou procure seu tutor.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você verá a diferença entre os conceitos de área e perímetro, que são exemplos de grandezas, e trabalhará mais especificamente com as unidades de medida relacionadas a essas duas grandezas. Você aprofundará alguns conceitos já comentados e, às vezes, até utilizados nesta aula, como por exemplo, os conceitos de comprimento e de área.

RESPOSTAS

Atividade 2

b. o tempo gasto na viagem, com o relógio.

c. o peso da carne, com a balança digital.

d. o quilo da batata, com a balança de pesos.

e. a pressão arterial, com o instrumento que mede pressão.

f. o preço da corrida, com o taxímetro.

Atividade 3

D

C

A

B

Atividade 4

a. Falso.

b. Falso, pois 20x 48.400 = 968.000m2 e 40x27.225 =1.089.000m2.

c. Verdadeiro.

Atividade 5

Se 32.000 pés é igual a 9.750 metros, então para determinarmos a medida de 1 pé; precisamos dividir 9.750 por 32.000. Fazendo esse cálculo, obtemos aproximadamente 0,30. Logo, 1 pé mede aproximadamente 0,30 metros, que é igual a 30 centímetros.

Atividade 7

Tabela 17.3: Relacionando unidades de medida de tempo

Um dia	24 horas
Meia hora	**30** minutos
1 semana	7 dias
Um semestre	**6** meses
Uma década	**10** anos
1 ano	12 meses

Atividade 8

Medida do apontador: observamos as medidas indicadas nos extremos do objeto e subtraímos o número maior do menor.

5,5 – 3,0 = 2,5 centímetros.

Medida da borracha: mesmo procedimento.

11 – 7 = 4 centímetros.

Atividade 9

2.600 x 50 = 130.000cm ou, como 1 metro mede 100 centímetros, 130.000 ÷100= 1.300 metros; ou ainda, como 1 quilômetro mede 1.000 metros, 1.300 ÷1000 = 1,3 quilômetro ou 1 quilômetro e 300 metros.

Atividade 10

a. 5 palmos.

b. Se cada 5 palmos dão um barbante e 60 ÷5 = 12, então o comprimento da varanda mede 12 palmos.

Atividade 11

a.15 x 4 = 60 quadrados da Elisa.

b. No caso da Bruna, o padrão escolhido foi o quadrado original, e no caso da Elisa foi um quadradinho correspondente à quarta-parte do quadrado original.

c. Foi medida a área da superfície da mesa. As grandezas comparadas foram a área da mesa e o quadrado da Bruna e a área da mesa e o quadrado da Elisa.

Atividade 12

2 x 240 = 480 mililitros por dia

Considerando o mês com 30 dias, temos 30x480 = 14.400 mililitros por mês

14.400 mililitros corresponde a $\frac{14.400}{1.000}$ =14,4 litros.

Sua mãe precisa comprar 15 caixas de leite por mês.

Atividade 13

a São 16 pilhas com seis paralelepípedos em cada pilha, portanto, 6x16 = 96 paralelepípedos.

b. São seis pilhas com sete prismas em cada pilha, dando um total de 6 x 7 = 42 prismas.

c. Pilha B = 96 paralelepípedos

Pilha C = 42 prismas = 42 x 2 paralelepípedos = 84 paralelepípedos.

A pilha B possui o maior volume, pois cabem mais paralelepípedos.

Atividade 14

7,2 kg

Atividade 15

3 dias – 20 kg.

30 dias – 200 kg.

150 dias – 1000 kg = 1 tonelada.

Resposta: 150 dias ou cinco meses, aproximadamente.

Atividade 16

1 dólar = 3 reais = 3 moedas de 1 real.

10 dólares = 30 reais = 30 moedas de 1 real.

20 dólares = 60 moedas de 1 real.

1 dólar = 3 reais = 30 moedas de dez centavos = 60 moedas de 5 centavos.

10 dólares = 600 moedas de 5 centavos.

Resposta: 20 dólares equivaliam a 60 moedas de 1 real e 10 dólares equivaliam a 600 moedas de 5 centavos.

Atividade 17

Transferidor A: 90° - 20° = 70°.

Transferidor B : 120° .

Atividade 18

a. 60°

b. 120°

c. 180°

d. 30°

e. 150°

AULA 18

Área x perímetro: de que lado você está?

Meta da aula

Explorar e diferenciar os conceitos de área e perímetro.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Diferenciar o conceito de área e perímetro.
- Calcular área e perímetro utilizando diferentes estratégias.

Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula, é importante que você tenha clareza das operações de multiplicação e divisão, vistas na Aula 17 da disciplina de Matemática na Educação 1. É importante também que você saiba as operações com frações, estudadas nas Aulas 5, 6, 7 e 8. Nas aulas que envolvem Geometria, exploramos algumas figuras planas e o conceito de medida, encontrado nas Aulas 15, 16 e 17. É interessante que você releia os assuntos das aulas anteriores sempre que sentir necessidade de rever algum conceito explorado anteriormente.

CONVERSA INICIAL

Nesta aula, vamos trabalhar os conceitos de área e perímetro. É muito comum encontrarmos abordagens para esses conceitos, baseadas em técnicas e fórmulas.

Os conceitos de área e perímetro são tratados na escola superficialmente. Geralmente são trabalhados simultaneamente, o que pode gerar confusão se forem abordados de forma mecânica, pois não são conceitos inter-relacionados como usualmente se apresenta.

Alguns livros didáticos atuais apresentam atividades envolvendo estes conceitos. Essa abordagem está em consonância com os PCNs, que exploram essas noções desde as séries iniciais. Caso isso não aconteça, o professor de 3º e 4º ciclos deve fazer esse resgate.

O estudo da Geometria, em particular dos conceitos de perímetro e área, deve começar com atividades de exploração, e estas devem ser informais. A criança deve tocar o contorno, cobrir figuras. Nesse período, não é necessário usar termos específicos ou, por exemplo, quantificar a área de uma figura. Com essas ações e diferentes situações problematizadas, a criança será capaz de estabelecer relações e deduzir propriedades, além de desenvolver o conceito que mais tarde será formalizado. Com esse processo, o aluno, a partir dos 3º e 4º ciclos começa a compreender definições e torná-las significativas.

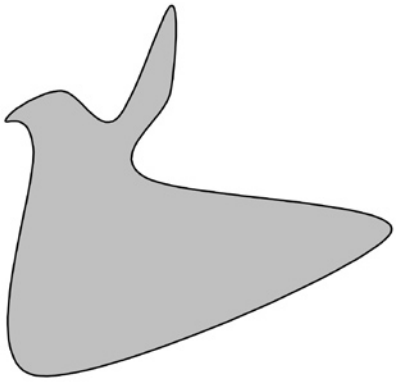
Adolescentes, assim como as crianças e muitos adultos, gostam de atividades lúdicas, nas quais podemos usar barbantes, dobraduras, colagens, palitos e canudos. A Geometria proporciona trabalhar a brincadeira e o desafio, e o professor deve aproveitar essa possibilidade e explorar os recursos aliados a atividades bem planejadas.

PERÍMETRO

O que significa perímetro?

O perímetro tem dois significados em Matemática. Significa o *contorno* de uma região limitada e a *medida* do contorno dessa região.

Por exemplo, como podemos calcular o perímetro de uma figura curva, como o da figura a seguir?

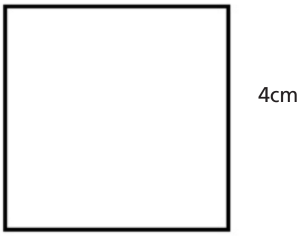


Faça primeiro uma estimativa. Quanto você acha que mede? 5cm, 10cm, 15cm, 20cm, 25cm, 30cm?

Uma forma de medir o perímetro dessa figura, de forma aproximada, é pegar um barbante e colocar sobre o contorno da figura. Faça isso! Você encontrará uma medida próxima a 22cm. Parece um valor alto para o perímetro? Você acha que é menor? Então, vamos lá, confira!

Agora, vamos ver com uma figura mais simples.

Quando olhamos um quadrado, por exemplo, o perímetro é o contorno da figura.



Como o quadrado tem lado 4cm, e em um quadrado todos os lados são congruentes (têm medidas iguais), dizemos que o perímetro do quadrado é 16cm.

Em outros momentos, com a exploração das operações entre naturais e frações e compreendendo o conceito de medida, o aluno pode calcular o perímetro de outras figuras.

Percebeu como a noção de perímetro não pode estar restrita a procedimentos?

Grande parte dos professores que atuam em sala de aula define perímetro como "soma das medidas dos lados". A partir desta definição, qual seria o perímetro de uma circunferência ou de uma curva qualquer? Perímetro é a medida do contorno de determinada figura, ou a medida do contorno de um lago, de um pote, de uma sala ou de um terreno. É necessário trabalhar com os alunos diferentes estratégias para encontrar o perímetro de figuras diversas. A definição usada por muitos professores se refere ao perímetro de um polígono (uma linha fechada formada por segmentos de retas) e se restringe ao cálculo (soma) de valores (OLIVEIRA, 2002).

ATIVIDADES

1. Pegue 12 palitos ou canudos, todos do mesmo tamanho.

a. Construa no mínimo três figuras fechadas com esses 12 palitos.

b. Que relação existe entre os perímetros dessas figuras?

____

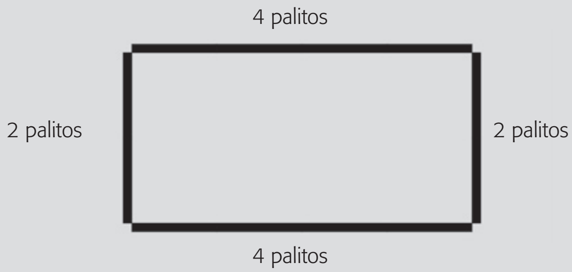
____

____

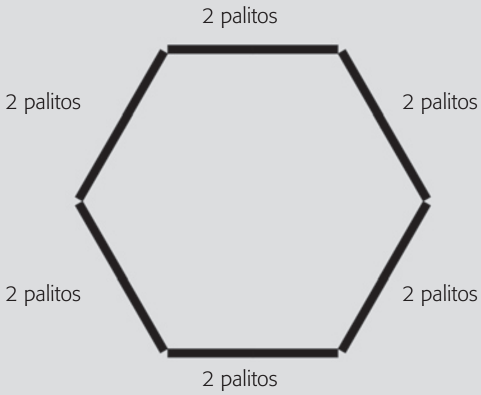
RESPOSTA

a. Temos três exemplos de resposta desse item, mas existem outras diferentes. Com 12 palitos, podemos construir várias formas diferentes.

Formando um retângulo cuja medida dos lados são 5 e 1.



Formando um retângulo cuja medida dos lados são 4 e 2.

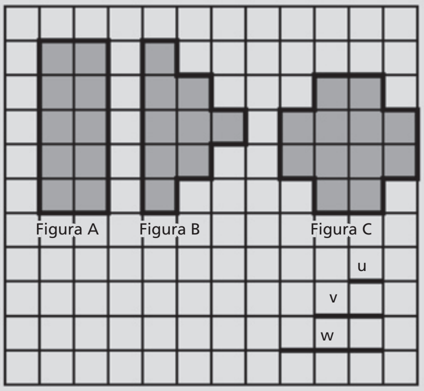


Formando um hexágono regular cujos lados medem 2 palitos.

Observe que a unidade de comprimento é o palito.

b. Ao fixar o número de palitos, todas as figuras construídas terão o mesmo perímetro?
Veremos mais adiante que essas figuras têm o mesmo perímetro, mas a área pode ser diferente.

2. Na malha quadriculada, temos as Figuras A, B e C e as unidades de comprimento, u, v e w.



a. Preencha a tabela a seguir. Medir o perímetro dessas figuras é observar quantas vezes a unidade considerada cabe no contorno da figura.

Figura	**Perímetro na unidade u**	**Perímetro na unidade v**	**Perímetro na unidade w**
A			
B			
C			

b. Qual a relação entre as medidas das unidades **u**, **v** e **w**?

____

____

____

c. Observe as linhas da tabela com os perímetros de cada uma das figuras medidas nas unidades **u**, **v** e **w**. O que ocorre com esses valores?

____

____

____

d. Vamos generalizar. Considere duas unidades **u** e **v**, onde **v** corresponde a 5**u**. Imagine uma figura qualquer que tem perímetro 20**u**. Qual será a medida do perímetro dessa figura na unidade **v**?

____

E se o perímetro da figura for 70**u**, qual é o perímetro na unidade **v**?

____

E se for 93**u**, qual será o perímetro na unidade **v**?

____

Se uma figura tem perímetro **P** quando usamos a unidade **u**, quando usamos a unidade **v**, qual será esse perímetro?

____

ÁREA

O conceito de área está intimamente relacionado à origem da Geometria pela própria etimologia da palavra, que significa "medida da terra". Pela necessidade de dividir terras, era preciso medi-las.

Para isso, é necessário cobrir uma região usando uma figura que tomamos como padrão.

Observe que isso não pode ser feito com círculos, por exemplo. Você sabe por quê?

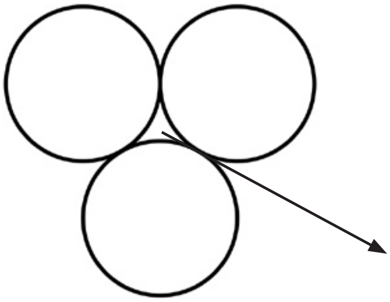


Figura 18.1: Círculos.

O mesmo ocorre quando usamos pentágonos.

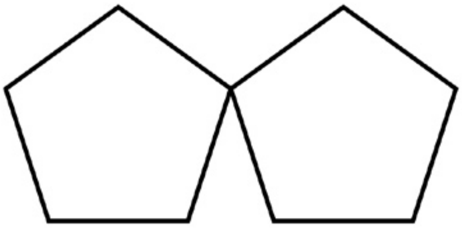


Figura 18.2: Pentágonos.

No máximo podemos fazer uma estimativa. Usando círculos menores, ou pentágonos menores, a região que não conseguimos cobrir é menor. Neste caso, a estimativa seria melhor.

Podemos cobrir uma região usando mais de um tipo de figura. Veja o retângulo a seguir.

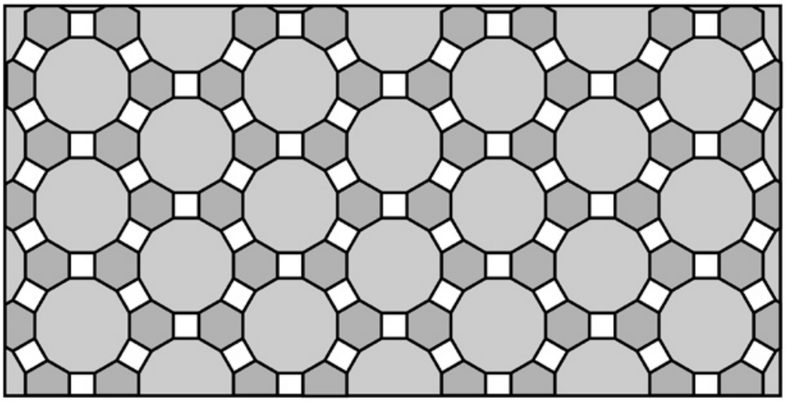


Figura 18.3: Cobrindo regiões com diferentes polígonos.

Ele foi coberto usando quadrados, hexágonos e dodecágonos (polígonos de 12 lados).

Assim, para medir exatamente uma região, temos de usar figuras que cubram completamente uma região do plano. Usar quadrados, retângulos e alguns triângulos especiais parece inicialmente mais apropriado, pois são figuras planas mais simples. Veja:

Cobrindo o plano com quadrados

Cobrindo o plano com retânguos

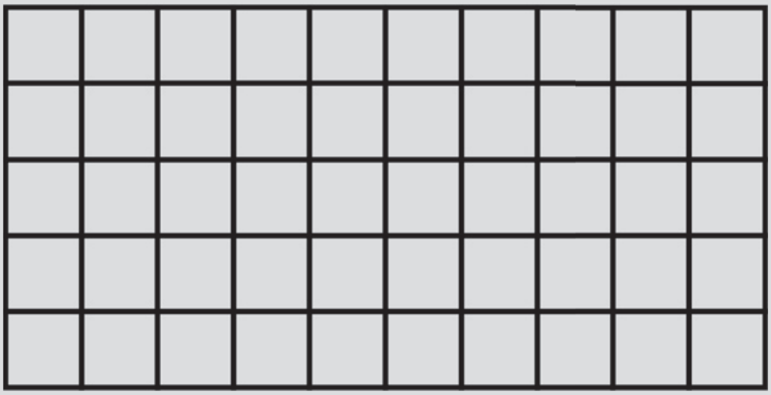
Cobrindo o plano com triângulos retânguos

Figura 18.4: Cobrindo regiões.

Já vimos na Aula 17 que medir a área de uma superfície, a partir de uma unidade de medida, é saber quantas vezes essa unidade cabe na superfície.

ATIVIDADES

3. Recorte o  e o . Eles estão no encarte que vem após a Aula 20.



a. Cubra o retângulo com os triângulos  e determine sua área.

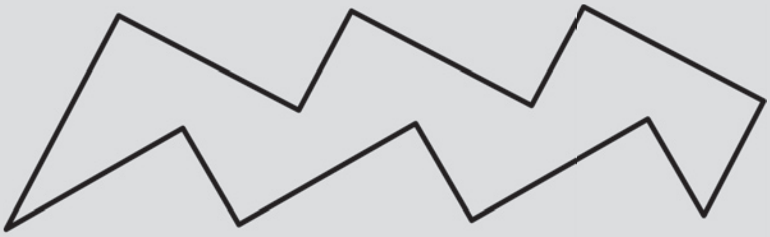
____

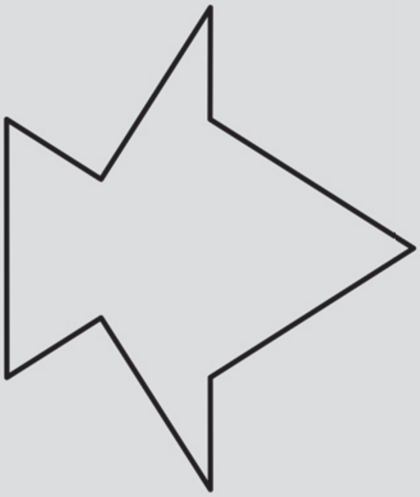
b. Meça a área do retângulo usando o  como unidade.

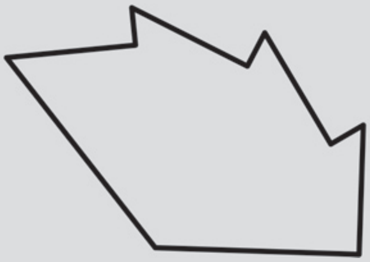
____

4. Recorte os . Eles estão no encarte, ao final do módulo.

Usando o triângulo como unidade de medida, determine a área das figuras a seguir:







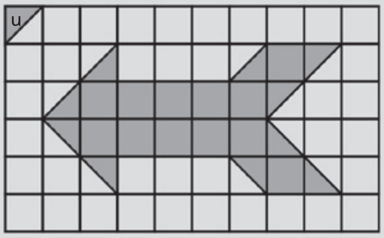
COMENTÁRIO

Você deve mover a unidade de medida sobre a superfície até conseguir cobri-la por completo.

5.

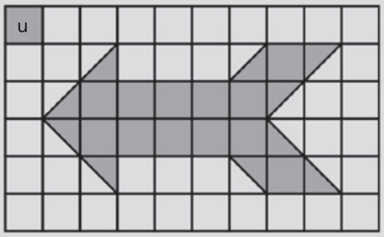
a. Sendo o 

a unidade de área **u**, qual a medida da área da seta da figura, nessa unidade.



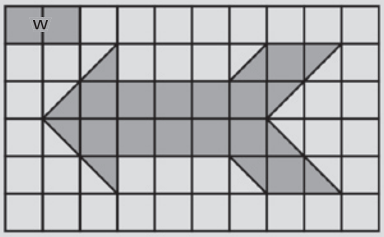
b. Agora considere 

sendo a unidade de área v. Qual a medida da área da seta usando essa unidade?



c. Considere a unidade 

como a unidade de área w. Qual a medida da área da seta usando a unidade w?



d. Qual a relação entre as das unidades **u**, **v** e **w**?

e. Preencha a tabela:

Unidade	Medida da área
U	
V	
W	

Qual a relação entre as áreas quando usamos a unidade de medida **u**, a medida **v** e a unidade de medida **w**?

f. Complete a frase: Quanto maior a unidade de medida considerada, __________ (maior/ menor) a unidade da área.

UNIDADE DE ÁREA

Agora que você já manipulou bem as unidades de medida e já trabalhou bastante com o conceito de área, é necessário padronizar qual a unidade de medida de área.

Na atividade que você acabou de fazer, a mesma figura (seta) possui área igual a 34, quando a unidade de medida é o triângulo (Figura I) e a área mede 17, pois nesse caso a unidade de medida é o quadrado (Figura II).

Figura 18.5: Usando diferentes unidades de área

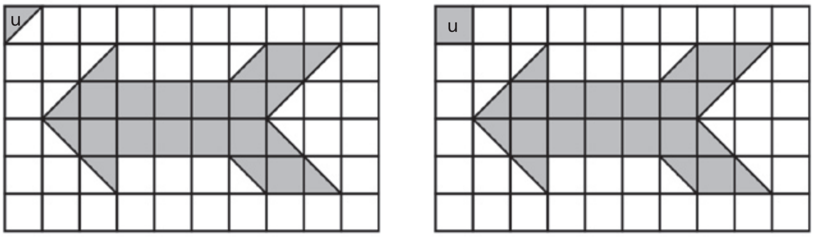


Figura I
Unidade de área: triângulo
Área: 34

Figura II
Unidade de área: quadrado
Área: 17

A unidade de área padrão é o quadrado de lado 1, e dizemos que a área de um quadrado de lado 1 mede uma unidade de área.

Quando temos uma unidade dada, medimos a área com essa unidade, mas quando nada é dito, convenciona-se que a unidade deve ser um quadrado de lado 1.

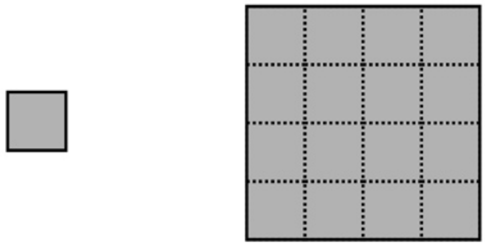
Veja a tabela a seguir, que apresenta a área de um quadrado com a respectiva unidade de medida.

Tabela 18.1: Áreas em diferentes unidades

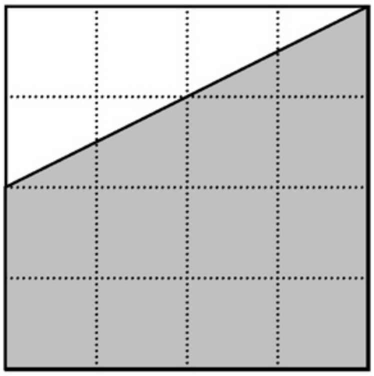
Lado	Área
1cm (centímetro)	$1cm^2$ (centímetro quadrado)
1m (metro)	$1m^2$ (metro quadrado)
1km (quilômetro)	$1km^2$ (quilômetro quadrado)

No exemplo da seta, se considerarmos que o quadradinho tem lado 1cm, a área da seta mede $17cm^2$.

Vamos praticar um pouco. Considere o quadradinho e o quadrado, conforme mostra a figura a seguir. Sendo o quadradinho de lado 1cm a unidade de área, a área do quadrado mede $16cm^2$, pois ela é formada por 16 quadradinhos.

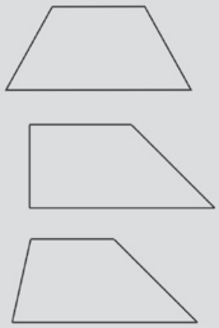


Agora, como medir a área do **TRAPÉZIO** a seguir, se ele não é formado somente por quadradinhos?



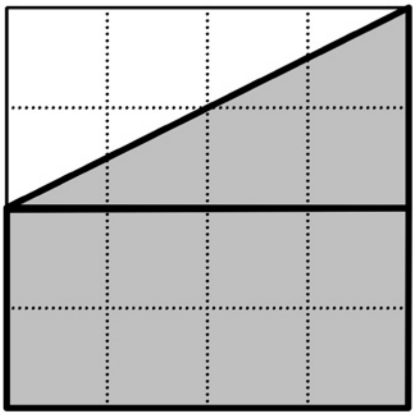
TRAPÉZIO

É um quadrilátero que possui dois lados paralelos e dois lados não-paralelos.



Podemos decompô-lo, por exemplo, em duas figuras, tais como o retângulo e o triângulo, que estão destacados. Observe que o triângulo ocupa a metade da área do retângulo, e que o retângulo possui área 8; logo, o trapézio possui área igual à soma das áreas do retângulo e do triângulo. Dessa forma, a área do trapézio é:

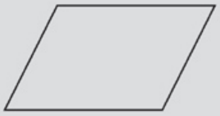
$8 + 4 = 12cm^2$.



Paralelogramo

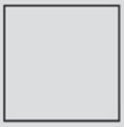
É um quadrilátero que possui lados opostos paralelos. O retângulo é um paralelogramo especial, o quadrado também.

Figura 18.6: Paralelogramos.



a) Paralelogramo

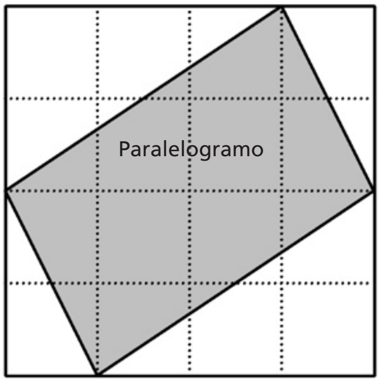
b) Paralelogramo com todos os ângulos de mesma medida – o retângulo



c) Paralelogramo com todos os ângulos de mesma medida e todos os lados também – o quadrado

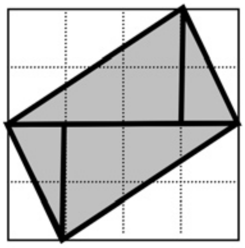
As importantes estratégias utilizadas no cálculo desta área foram decomposição, composição e comparação de figuras, pois após a decomposição, e apesar de o triângulo não ser formado por quadradinhos completos, foi possível comparar sua área com a área do retângulo.

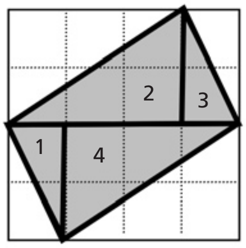
Vamos fazer mais um exemplo, agora com o **PARALELOGRAMO** da figura.



Precisamos pensar em alguma decomposição!

A idéia é trabalhar com retângulos e triângulos, pois são as figuras planas cujo cálculo da área são mais simples. Vamos fazer a decomposição da figura em quatro novas figuras todas triangulares.





Agora vamos comparar! Observe a figura e note que temos dois pares de triângulos com mesma área; são eles: 1 e 3; 2 e 4. O triângulo 1 tem área igual à metade de um retângulo composto por dois quadradinhos. Já o triângulo 2 possui área igual a metade de um retângulo formado por seis quadradinhos. Com isso, temos:

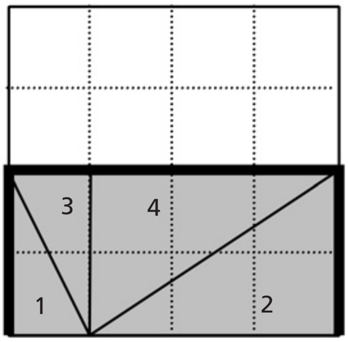
Área do triângulo $\mathbf{1} = \frac{1}{2}.2 = 1$.

Área do triângulo $\mathbf{2} = \frac{1}{2}.6 = 3$.

Área do paralelogramo = **2**. Área triângulo **1** + **2**. Área do triângulo 2 = 2.1 + 2.3 = 2 + 6 = 8.

Podemos afirmar que a área do paralelogramo da figura mede $8cm^2$.

Uma outra maneira de calcular essa área é "recortar" triângulos da figura e "encaixá-los" da seguinte maneira.



Essa é uma forma mais rápida de verificar que a área da figura corresponde à área de oito quadradinhos e que, portanto, sua área é $8cm^2$.

ATIVIDADE

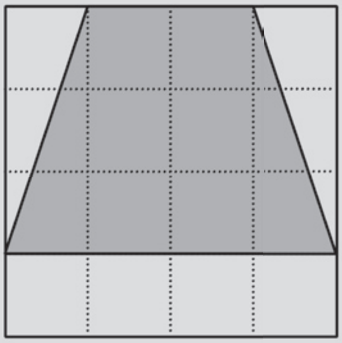
6.

a. Utilizando a estratégia que desejar, determine a área do trapézio a seguir, considerando a unidade de área:

(i). o quadradinho;

(ii). a metade do quadradinho;

(iii). o quadrado formado por quatro quadradinhos.



b. Se um quadradinho mede 1cm^2, qual a área do trapézio em cm^2?

O estudo do cálculo das áreas foi uma constante entre as antigas civilizações. Fundava-se basicamente na decomposição de figuras, seguida de uma composição em outras figuras de áreas conhecidas. Os gregos, por exemplo, utilizavam-se da decomposição e composição e transformavam qualquer polígono em um triângulo. Com esse triângulo, formavam um retângulo e, finalmente, com este último, um quadrado, do qual determinavam a área. Daí surgiu a expressão “quadrar” para referir-se ao cálculo da área de uma figura.

FAZENDO ESTIMATIVAS

Você tem noção da área do seu quarto? E do comprimento de seu polegar?

> É no contexto das experiências intuitivas e informais com a medição que o aluno constrói representações mentais que lhe permitem, por exemplo, saber que comprimentos como 10, 20 ou 30 centímetros são possíveis de se visualizar numa régua, que 1 quilo é equivalente a um pacote pequeno de açúcar ou que 2 litros correspondem a uma garrafa de refrigerante grande. Essas representações mentais favorecem as estimativas e o cálculo, evitam erros e permitem aos alunos o estabelecimento de relações entre as unidades usuais, ainda que não tenham a compreensão plena dos sistemas de medidas (BRASIL, MEC, 1997).

Você tem noção do tamanho de uma área de $1m^2$? Imagine quantas folhas do seu caderno preenchem essa superfície. E quantas folhas de jornal? Faça essa experiência. Lembre-se de que $1m^2 = 1m \times 1m$ ou $1m^2 = 100cm \times 100cm$.

Após fazer isso, responda se você imaginava esse tamanho ou achava que era menor. Muitos se surpreendem com o tamanho de $1m^2$.

Uma outra estimativa interessante é o tamanho do polegar de uma criança. Ele mede em torno de 1cm quando a criança tem 7 ou 8 anos. Professores podem fazer uma atividade chamada *nossas medidas*.

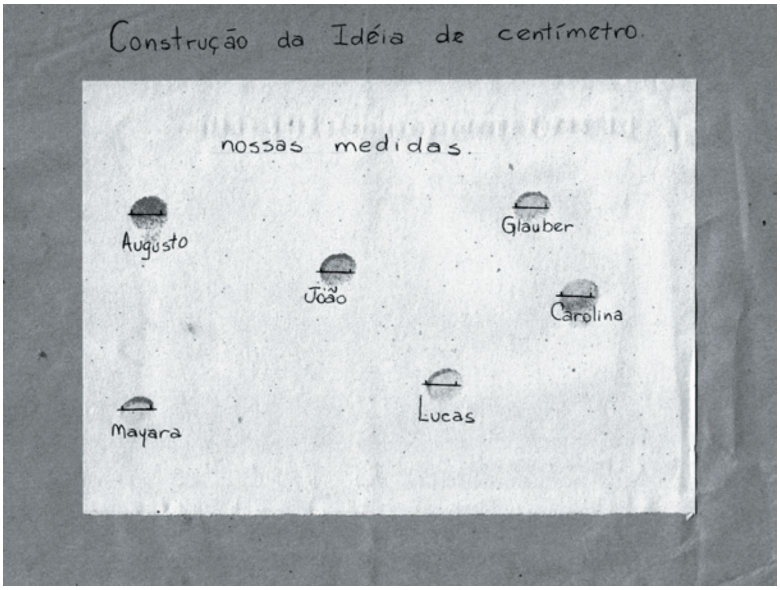
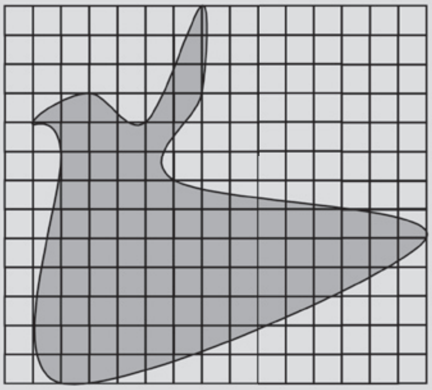


Figura 18.7: Construção da idéia de centímetro.

ATIVIDADE

7. Considere o quadriculado, onde cada quadradinho tem lado 1cm.



O valor da área da figura interior ao contorno está entre:

a. 110cm^2 e 225cm^2.

b. 50cm^2 e 70cm^2.

c. 30cm^2 e 50cm^2.

d. 70cm^2 e 110cm^2.

ÁREA DO QUADRADO

Observe as áreas dos quadrados a seguir formados por quadradinhos de lado 1.

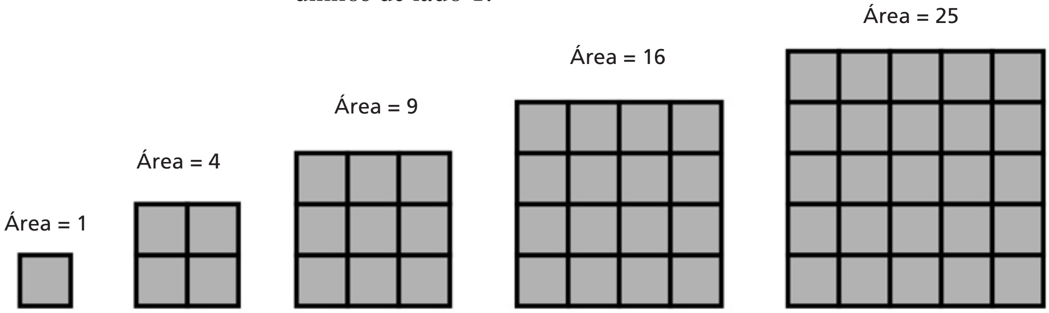


Figura 18.8: Área de quadrados.

Agora, relacione, utilizando a tabela a seguir, o lado com a área do quadrado.

Tabela 18.2: Relacionando lado e área do quadrado.

Lado do quadrado	Área do quadrado
1	1
2	4 = 2x2
3	9 = 3x3
4	16 = 4x4
5	25 = 5x5

Podemos concluir que a área de um quadrado de lado a medirá axa = a^2.

Essa relação também vale para lados cujas medidas são números racionais não inteiros. Veja o exemplo a seguir.

Seja um quadrado cujo lado mede 1,2cm. Temos que 1,2cm = 12mm, isto é, cada lado do quadrado mede 12mm. Um quadrado de 12mm é formado por 12x12 quadradinhos cujo lado mede 1mm.

Portanto, sua área mede $(12x12)mm^2 = (1,2x1,2)cm^2 = 1,44cm^2 = 144mm^2$. Logo, o quadrado de lado 1,2 possui área 1,2.1,2 = 1,44.

ATIVIDADE

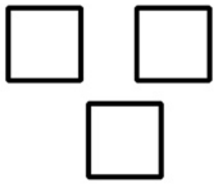
8. Complete a tabela a seguir.

Lado do quadrado	Área do quadrado
1,5	
2,2	
3,1	
4,6	
5,8	

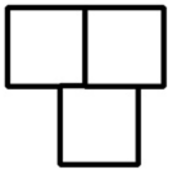
MINÓS OU POLIMINÓS... VOCÊ CONHECE UM PENTAMINÓ?

Pense em quadrados dispostos no plano. De quantas maneiras podemos colocar quadrados no plano?

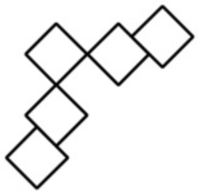
Podemos colocar três quadrados separados,



ou juntos com um embaixo,



ou podemos colocar cinco quadrados assim:



Enfim, existem muitas maneiras de dispor quadrados no plano.

Mas se tivermos uma regra:

- Só podemos juntar vértice com vértice e lado com lado, sem sobrepor um quadrado em outro.

Nesse caso, teremos formado um minó ou poliminó.

Assim:

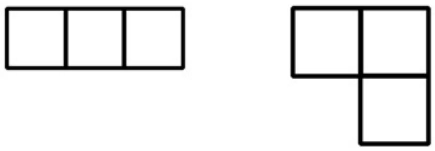
Figura 18.9: Exemplos de minós e não-minós.

O minó, se combinado de acordo com a quantidade de quadrados, pode gerar famílias; dessa forma podemos ter as famílias dos minós de dois quadrados, as famílias dos minós com três quadrados, com quatro quadrados e assim por diante.

Com dois quadrados temos a família dominó. Esse você já conhece.

Essa é uma família bem solitária, pois só existe um membro.

Com três quadrados, temos a família triminó.



Essa família é formada por duas peças.

Repare que a peça do minó não muda quando giramos.

Por exemplo:

JOHANNES KEPLER

Nasceu em 1571. Foi um astrônomo e matemático alemão, e é considerado o fundador da Astronomia moderna. Ele percebeu as órbitas como concebemos hoje. Atribui-se a ele a criação dos poliminós.

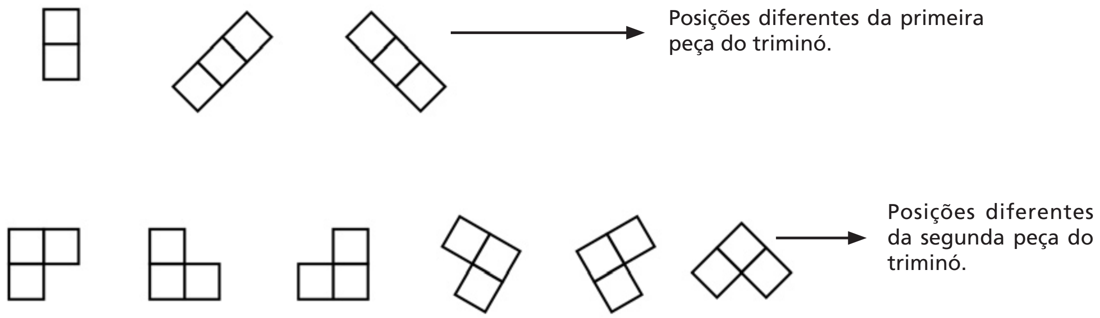


Figura 18.10: Girando triminós.

ATIVIDADES

9. Os minós formados por quatro quadrados são chamados de **tetraminós**.

Essa família tem cinco peças.

Desenhe na malha quadriculada essas cinco peças.

!

O jogo de computador *tetris* ou *blocks* é um quebra-cabeça formado por tetraminós. O jogador deve girar as peças e encaixá-las. Sempre que se completa uma coluna de quadradinhos o jogador faz pontos, ou seja, o objetivo é dispor as peças deixando o mínimo de "buracos" entre elas.

10. Os pentaminós são minós formados por cinco quadrados.

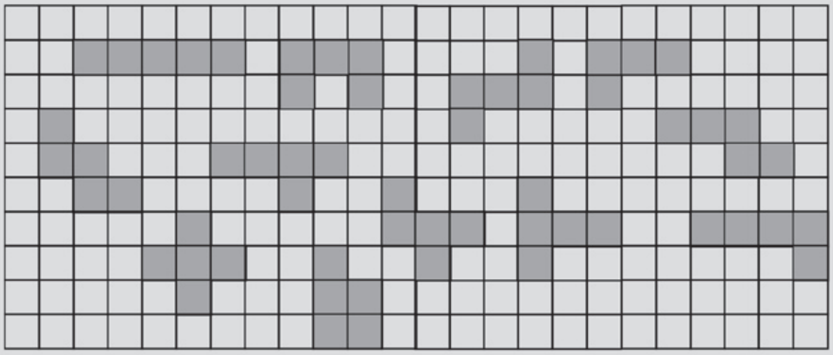
a. Desenhe todos os minós na malha quadriculada.

b. Quantas peças compõem a família dos pentaminós?

____

RESPOSTA

Observe na malha as 12 peças do pentaminó:
Agora, recorte as peças do pentaminó para as próximas atividades.
Elas estão no final deste módulo.



11.

a. Considerando o □ como unidade de área, qual a medida da área de cada peça do pentaminó?

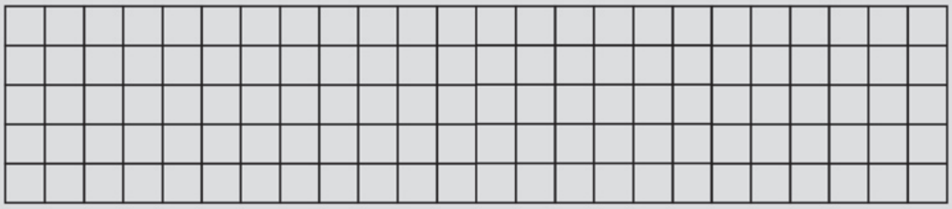
____

b. Considerando o lado do □ como unidade de comprimento, qual o perímetro de cada pentaminó?

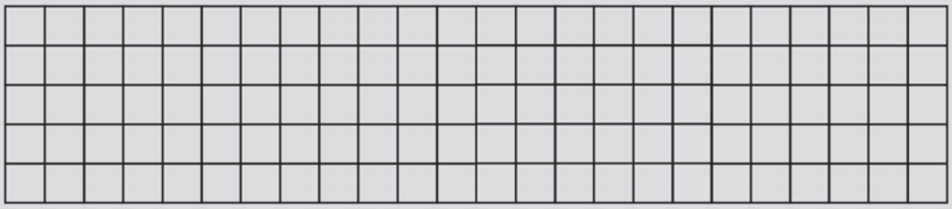
____

12.

a. Forme retângulos usando três peças do pentaminó e registre as soluções na malha quadriculada.



b. Forme retângulos usando quatro peças do pentaminó e registre as soluções na malha quadriculada.



c. Usando o lado □ como unidade de comprimento, determine o perímetro dos retângulos da figura anterior.

____

d. Usando o □ como unidade de medida de área, determine a área dos retângulos da figura anterior.

____

MEDINDO ÁREA E PERÍMETRO DE RETÂNGULOS

Para os exemplos e atividades sobre os retângulos, consideraremos seus lados com medidas inteiras, e para nos referir a determinado retângulo, usaremos suas dimensões. Assim, o retângulo que possui lados medindo 2cm e 5cm, será chamado de retângulo 2x5 (lê-se dois por cinco).

Vamos representar todos os retângulos diferentes que tenham área 12.

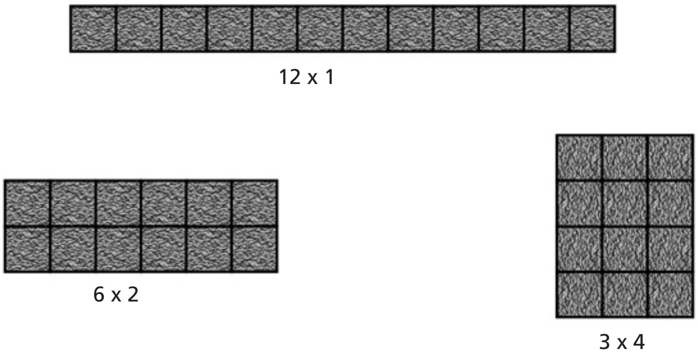


Figura 18.11: Retângulos de medida da área 12.

Os retângulos 1x12, 2x6 e 4x3 são iguais aos anteriores, portanto, não precisam ser representados.

Vamos completar a tabela a seguir, que nos mostra o perímetro de cada um desses retângulos. Lembre-se de que o perímetro é dado pela medida total do contorno da figura.

Tabela 18.3: Perímetros dos retângulos de área 12

Dimensões do retângulo	Área	Perímetro
1x12	12	2+24 = 26
2x6	12	4+12 = 16
3x4	12	6+8 = 14

!

Podemos ter retângulos de mesma área que possuem perímetros diferentes.
Você viu exemplo disso na Atividade 12.

ATIVIDADE

13. Determine todos os retângulos diferentes cujas dimensões são inteiras. Calcule também seus respectivos perímetros.

a. Retângulos de medida da área 16.

b. Retângulos de medida da área 9.

c. Retângulos de medida da área 18.

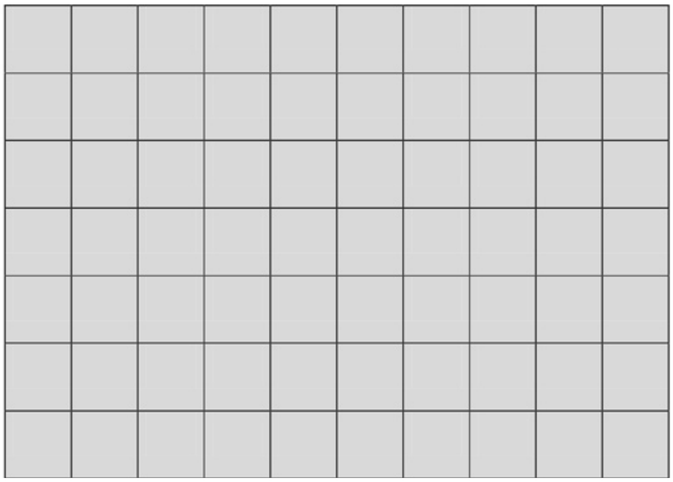
d. Retângulos de medida da área 7.

COMENTÁRIO

Para encontrarmos todos os casos possíveis de retângulos, pensamos na decomposição do número que indica a área, em dois fatores. Esses fatores são as dimensões do retângulo.
Assim, por exemplo, pensando nos retângulos de área 36, temos exatamente cinco casos distintos. São eles:
1x36, 2x18 3x12, 4x9 e 6x6.

Todo quadrado é um retângulo, pois possui as propriedades de um retângulo que são lados paralelos dois a dois e quatro ângulos retos.

E se tivermos agora um retângulo de dimensões 10x7, isto é, um dos lados medindo 10cm e o outro medindo 7cm, quanto mede sua área?



Basta usarmos o conceito de multiplicação, pois cada linha possui 10 quadrados, como são sete linhas, temos 7x10 quadrados de 1cm^2 de área; logo, a área desse retângulo mede 70cm^2 de área.

ATIVIDADE

14. Complete a tabela a seguir com a medida da área de cada retângulo.

Tipo de retângulo	Área
5x7	
12x6	
10x10	
34x18	

No exemplo dos retângulos de área 12, o retângulo 2x6 tem perímetro 16; já o retângulo 1x12 tem perímetro 26. Esse caso nos mostra que o perímetro aumentou, mas a área não.

Podemos afirmar que a área de um retângulo de dimensões *m* e *n* é dada por *mxn*.

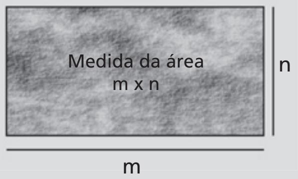


Figura 18.12: Área de um retângulo de dimensões *m* e *n*.

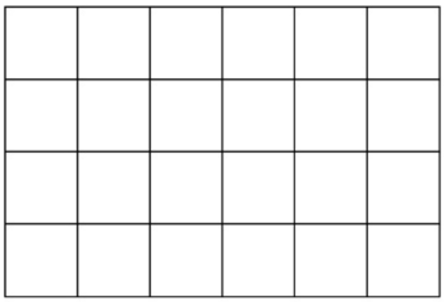
ÁREA X PERÍMETRO

Você percebeu em alguns exemplos que não existe relação entre perímetros e áreas de retângulos? Já vimos exemplos de retângulos de perímetros diferentes com mesma medida de área.

Para os alunos, isso nem sempre é claro, pois são muito comuns, pensamentos e afirmações do tipo: "*se aumenta a área, aumenta o perímetro*" ou, o contrário, "*se aumenta o perímetro aumenta a área*".

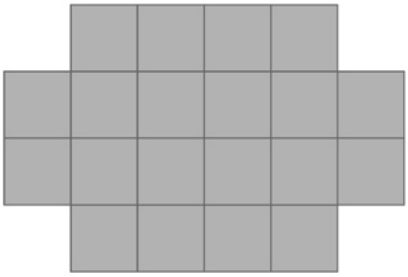
Vamos ver agora um exemplo em que a área diminuiu e o perímetro continua o mesmo.

Considere a figura a seguir que representa um retângulo 4cm x 6cm.



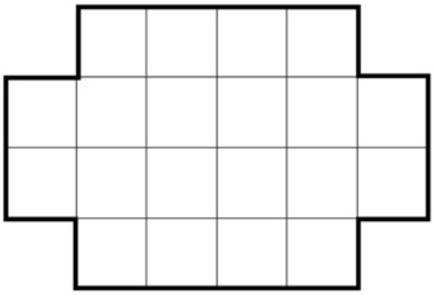
Sua área mede 24cm^2 e seu perímetro mede (2x4)+(2x6) = 8+12 = 20cm.

Recortando quatro quadrados das pontas dessa figura, obtemos um novo polígono:



A área desse polígono é menor 4cm^2 que a área da figura anterior e, portanto, mede 20cm^2. Agora vamos ver o que aconteceu com o perímetro desse novo polígono. Será que diminuiu também?

Para calcular o perímetro, você precisa medir os segmentos que formam o contorno do polígono. Eles estão destacados a seguir.



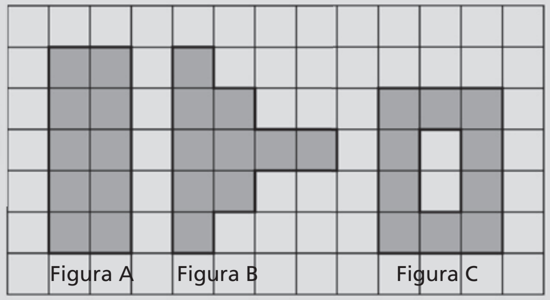
Obtemos um perímetro igual a 20cm. O perímetro não modificou! Você esperava por isso? É correto afirmar que quando a área diminui o perímetro diminui também?

Vimos exemplos que nos mostram que:

- há retângulos com mesma área, mas diferentes perímetros;
- há retângulos com o mesmo perímetro, mas diferentes áreas;
- à medida que o perímetro de um retângulo aumenta, a área pode aumentar ou diminuir.

ATIVIDADE

15. Observe as figuras A, B e C.



Complete a tabela a seguir, indicando a área e o perímetro de cada uma delas.

Figura	Área	Perímetro
A		
B		
C		

COMENTÁRIO

*Observe que na **Figura C** você tem um buraco. Essa figura tem um contorno externo e um interno. Juntos formam o perímetro da figura.*

PARALELOGRAMOS, TRIÂNGULOS E TRAPÉZIOS, O QUE ESSAS FIGURAS TÊM A VER COM RETÂNGULOS?

Depois de ter lido a definição de trapézios e paralelogramos, você sabe identificá-los? Vamos falar um pouco mais sobre essas figuras.

Considere as duas retas paralelas e os segmentos AB, CD, EF, GH, IJ e LM pertencentes a elas, onde AB, GH e IJ medem 2cm, CD e LM medem 4cm e EF mede 5cm.

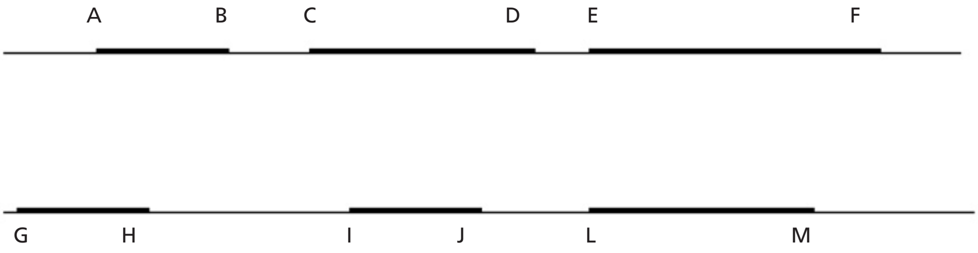


Figura 18.13: Segmentos sobre paralelas.

Agora considere os quadriláteros ABHG, CDJI e EFLM e diga o que eles têm em comum.

Todos possuem um par de lados paralelos. Quando um quadrilátero convexo possui apenas um par de lados paralelos, dizemos que ele é um trapézio.

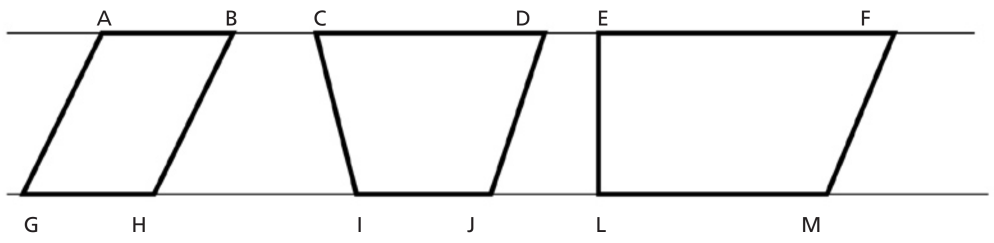
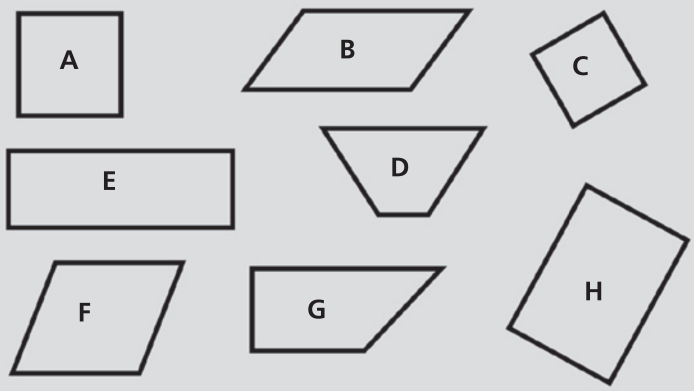


Figura 18.14: Quadriláteros com lados paralelos.

Preste atenção em mais um detalhe! O quadrilátero ABHG tem dois pares de lados paralelos, que são AB com HG e BH com AG, não é verdade? Nesse caso, esse quadrilátero recebe o nome de paralelogramo. Temos alguns paralelogramos especiais que são os retângulos e os quadrados, mas sobre eles você já tem mais conhecimento.

ATIVIDADE

16. Classifique os quadriláteros a seguir em quadrados, retângulos, paralelogramos ou trapézios. Para isso, utilize a tabela indicada.



Tipos de quadriláteros

Quadrilátero	Classificação
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	
H	

COMENTÁRIO

Em alguns quadriláteros, você irá precisar do transferidor e da régua para verificar se há ângulos retos e para medir os lados.

GABARITO

Como calcular a área dessas figuras? Para isso, vamos mostrar algumas estratégias. Vamos trabalhar uma figura de cada vez.

PARALELOGRAMO

Observe o paralelogramo a seguir, no qual estão indicados os triângulos I e II, a medida da base e a medida da altura.

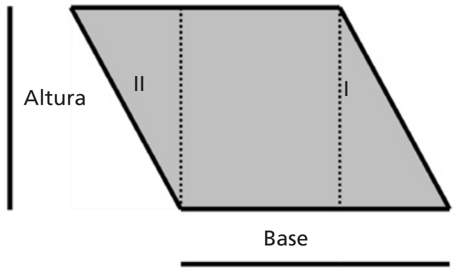


Figura 18.15: Paralelogramo.

Agora na **Figura 18.16**, observe a decomposição (Ação 1) seguida de uma composição (Ação 2).

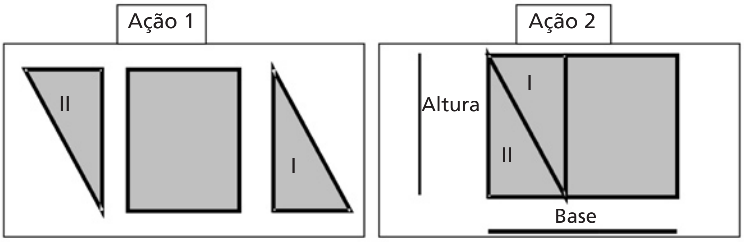


Figura 18.16: Ação 1 e Ação 2.

> **!** A área de um paralelogramo é produto da medida da base pela medida da altura.

Dessa forma, o paralelogramo foi transformado num retângulo de mesma base e mesma altura, preservando sua área. Com isso, podemos determinar a área do paralelogramo, através da área de um retângulo que tem mesma base e mesma altura do paralelogramo.

TRAPÉZIO

A estratégia que vamos usar para calcular sua área é diferente da que foi usada para o cálculo da área do paralelogramo. Considere o trapézio a seguir, com suas bases e sua altura indicadas.

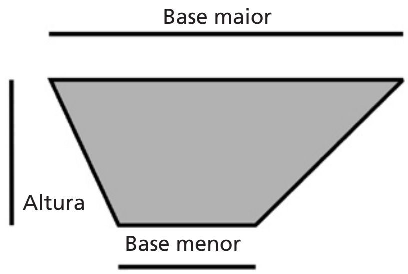


Figura 18.17: Trapézio.

A idéia é transformar o trapézio dado em um paralelogramo. Para isso, vamos pegar outro trapézio igual ao primeiro e colocá-lo de cabeça para baixo, isto é, fazer um giro de 180º.

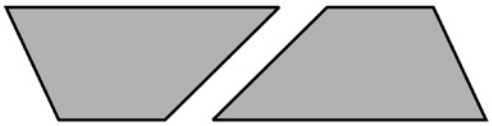


Figura 18.18: Trapézios.

Agora vamos juntá-los, pois dessa forma teremos um paralelogramo cuja base é a soma da base maior com a base menor e a altura é a mesma do trapézio inicial (**Figura 18.17**). Veja:

> **!** A área de um trapézio é a metade da área do paralelogramo gerado pela composição de dois trapézios e é dada por $\frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2}$.

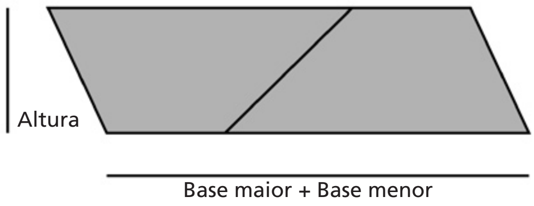
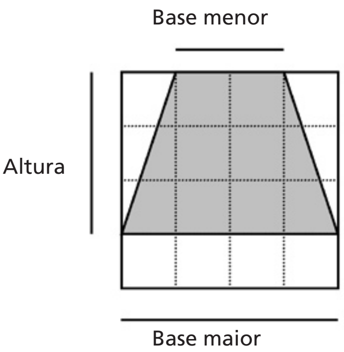


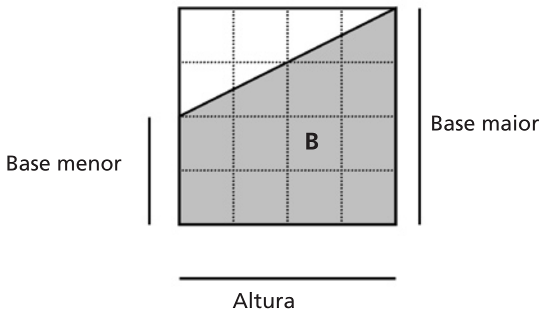
Figura 18.19: Área dos dois trapézios.

Como a figura obtida tem o dobro da área do trapézio, podemos concluir que a área do trapézio é a metade da área desse paralelogramo.

> **!** Não se esqueça de que as bases são os lados paralelos e a altura é a distância entre as bases.

Como exemplo, vamos utilizar esta fórmula para calcular a área dos trapézios que já vimos anteriormente nesta aula. Para isso, é necessário medir na figura as medidas das bases e a altura. Suponha que o lado do quadradinho meça 1.

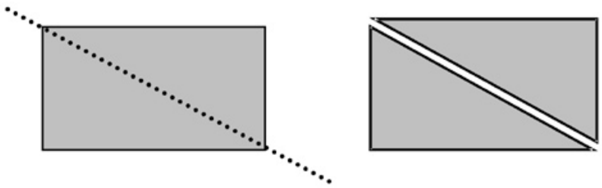




Trapézio A:	**Trapézio B:**
Base maior = 4	Base maior = 4
Base menor = 2	Base menor = 2
Altura = 3	Altura = 4
Área = $\frac{(4+2)\text{x}3}{2} = 9$	Área = $\frac{(4+2)\text{x}4}{2} = 12$

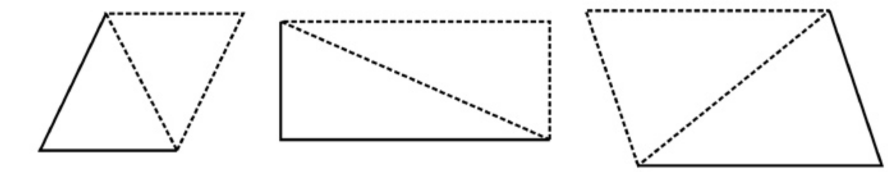
Já vimos os paralelogramos e os trapézios, faltam os triângulos. Calculamos a área do trapézio, decompondo-o em retângulo e triângulo. Pois é, como calculamos a área do triângulo?

Basta observar que a área do triângulo é a metade da área do retângulo de mesma base e mesma altura.



Como já sabemos medir as áreas de paralelogramos e retângulos, e os triângulos medem a metade dessas áreas, podemos dizer que: a área de um triângulo é a metade do produto da medida da base pela medida da altura, isto é, $\frac{\text{base x altura}}{2}$.

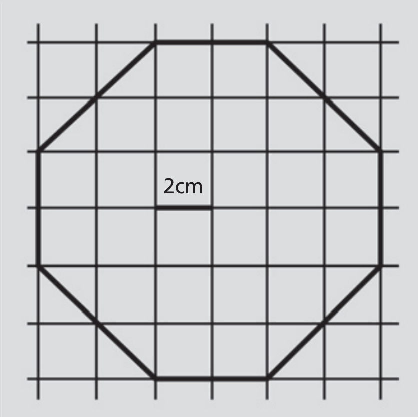
Será que essa estratégia vale para todos os triângulos? Vamos usar essa estratégia em outros tipos de triângulos.



Observe que quando duplicamos o triângulo e juntamos os dois triângulos iguais, obtemos retângulos ou paralelogramos.

ATIVIDADE

17. Determine a área do octógono a seguir, sabendo que o quadradinho da malha possui lado 2cm.



COMENTÁRIO

Você pode fazer esta atividade de várias maneiras: contando quadradinhos, decompondo em trapézios e retângulos ou em triângulos e quadrados, use sua criatividade!

CONCLUSÃO

O estudo das medidas tem muitas aplicações importantes no seu dia-a-dia. Você, nesta aula, teve a oportunidade de trabalhar com duas das mais importantes, que são o perímetro e a área. Questões dessa natureza estão sempre ao nosso redor, quando precisamos fazer obras, costurar, comprar algum móvel, enfim, não faltam contextos para se falar de área e perímetro.

O uso de papel quadriculado é fundamental nas atividades que envolvam área e perímetro, pois propicia a resolução de problemas através da contagem e sua validação quando utilizamos fórmulas. Manipule à vontade as figuras, colocando umas sobre as outras na comparação de áreas. Meça os perímetros com barbantes, com régua, com fita métrica.

Procure entender o conceito de área e de perímetro sem uma excessiva mecanização e tome cuidado para não misturar as idéias! Trabalhe com diferentes unidades, isso faz com que você consolide mais o conceito estudado. Aproveite bem esta aula, pois é uma parte do conteúdo da Matemática que proporciona aos professores e alunos vivenciarem problemas práticos da vida e situações contextualizadas dentro da própria Matemática.

RESUMO

Nesta aula, você estudou o conceito de perímetro como contorno e medida de contorno e o conceito de área como superfície. Vimos esse conceito em diferentes abordagens onde exploramos:

- diferentes unidades de perímetro;
- diferentes unidades de medida de área;
- perímetro das figuras planas;
- área das principais figuras planas.

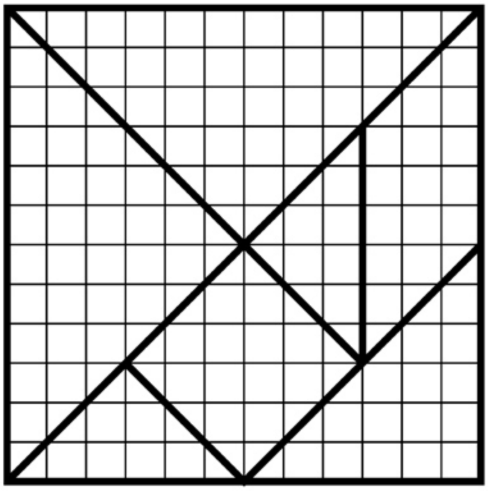
Trabalhamos com estratégias diferentes como manipulação de figuras, decomposição e comparação.

ATIVIDADE FINAL

Considere as sete peças do **Tangram** representado na malha quadriculada.

Tangrama

É o nome do *tangram* em nossa língua.



a. Considerando um quadradinho da malha medindo 1cm x 1cm, diga, qual é a área de cada peça do tangrama.

Triângulo pequeno: ____________________

Triângulo médio: ______________________

Triângulo grande: _____________________

Quadrado: ____________________________

Paralelogramo: ________________________

b. Utilize as fórmulas das áreas do triângulo e do paralelogramo que você conhece para calcular as áreas destacadas a seguir.

Triângulo pequeno:

Triângulo médio:

Triângulo grande:

Paralelogramo:

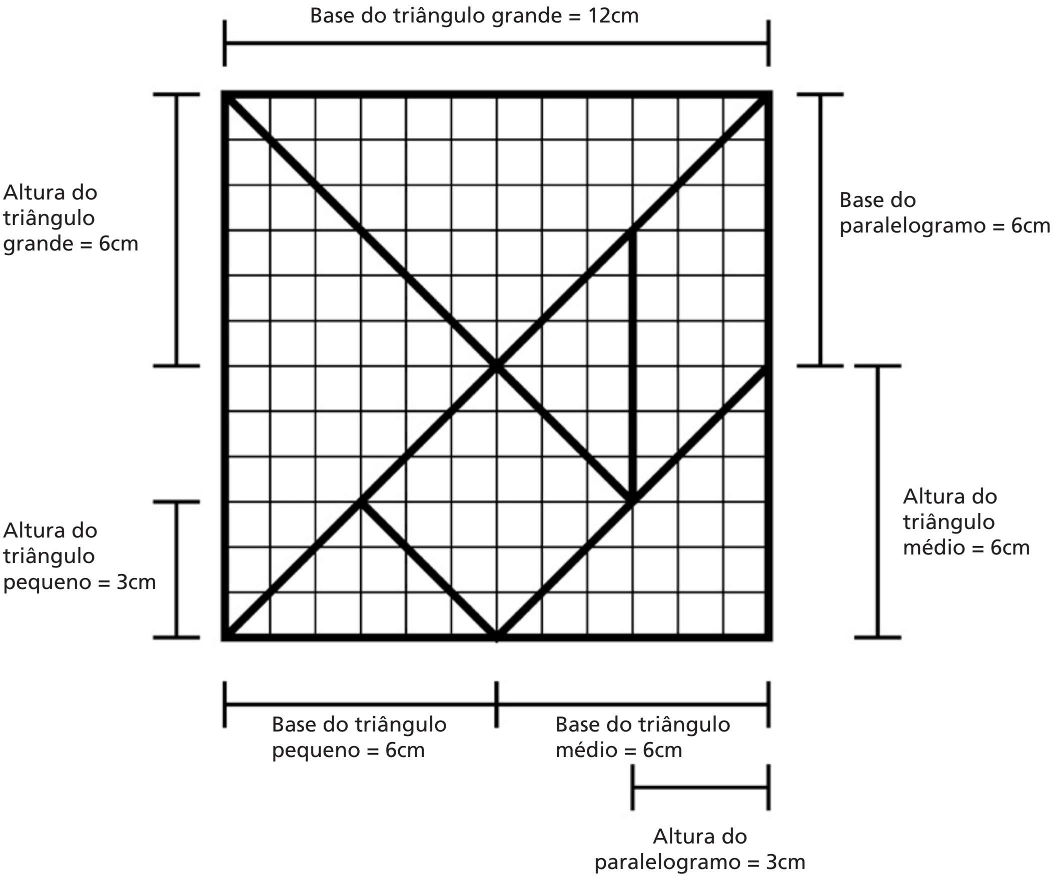
RESPOSTA

Os resultados de (a) e (b) são iguais, o que modifica é a estratégia de raciocínio.

a. Você deve contar os quadradinhos e saber que cada triângulo utilizado no cálculo da área vale metade da área de um quadradinho. As respostas estão em (b).

b. Antes de calcular as áreas, destaque no tangrama as medidas de que irá precisar.

Veja a figura com as medidas destacadas.



Triângulo pequeno: $\dfrac{\text{base x altura}}{2} = \dfrac{6 \times 3}{2} = 9cm^2$.

Triângulo médio: $\dfrac{\text{base x altura}}{2} = \dfrac{6 \times 6}{2} = 18cm^2$.

Triângulo grande: $\dfrac{\text{base x altura}}{2} = \dfrac{12 \times 6}{2} = 36cm^2$.

Paralelogramo: base x altura $= 6 \times 3 = 18cm^2$.

AUTO-AVALIAÇÃO

O ensino da Geometria permite estabelecer um elo entre as relações do mundo em que vivemos e os conceitos matemáticos. As atividades propostas nesta aula têm várias abordagens diferentes. Você considera que o seu aprendizado sobre perímetro e área foi satisfatório? Uma boa maneira de você avaliar isso é analisar criteriosamente o desenvolvimento da Atividade final, pois você pode criar diversas formas de resolução do problema; tanto manipulando as figuras e os quadradinhos, quanto usando as fórmulas para o cálculo das áreas.

Dê uma atenção especial às atividades de construção dos conceitos de área e perímetro, Atividades 2, 5, 11, 12 e 13, nestas estão os conceitos principais que você utiliza no desenvolvimento das demais atividades.

Sempre que tiver dúvida, discuta com seu tutor no pólo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você continuará trabalhando com medida de comprimento. Vai aprofundar o estudo e aplicar diferentes unidades de comprimento.

RESPOSTAS

Atividade 2

a. Preencha a tabela abaixo.

Figura	Perímetro na unidade **u**	Perímetro na unidade **v**	Perímetro na unidade **w**
A	**12**	**6**	**3**
B	**16**	**8**	**4**
C	**16**	**8**	**4**

b. A unidade **v** mede o dobro da unidade **u**. A unidade **w** mede o dobro da unidade **v** e quatro vezes a unidade **u**.

c. São divididos por 2 em cada coluna.

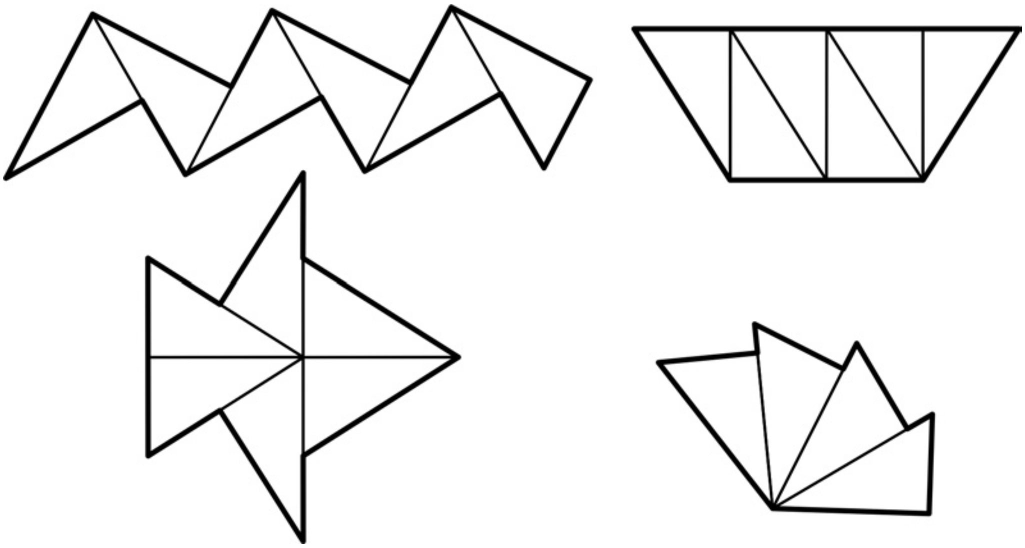
d. **4v. 14v.** $\mathbf{\frac{93}{5}}$ **v** ou **18,6v.** $\mathbf{\frac{P}{5}}$.

Atividade 3

a. 100.

b. 50.

Atividade 4



Atividade 5

a. 34.

b. 17.

c. 8,5.

d. A unidade **v** mede o dobro da unidade **u**. A unidade **w** mede o dobro da unidade **v** e quatro vezes a unidade **u**.

e.

Unidade	Medida da área
u	34
v	17
w	8,5

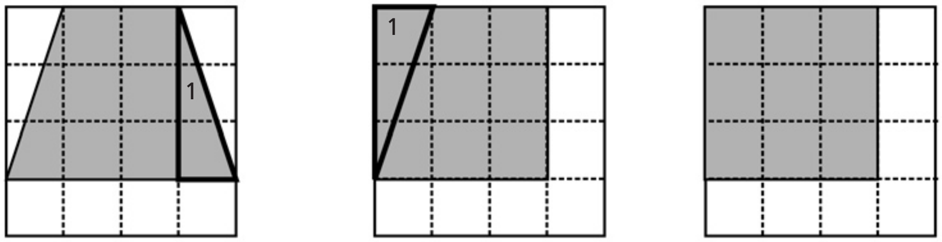
Quando dobramos a unidade, a medida da área fica dividida por 2.

f. menor.

Atividade 6

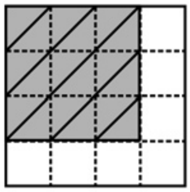
a. Uma das estratégias pode ser a de recortar um triângulo à direita e colocá-lo à esquerda.

Nesse caso, forma-se um quadrado de lado 3, observe:

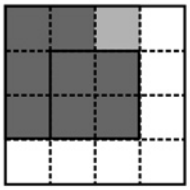


(i). Considerando o quadrado como unidade de medida, a área será 9.

(ii). Considerando a metade da área quadradinho como unidade, a área será 18. Você pode calcular com o que observou na Atividade 5, que dividindo por dois a unidade de área, a medida da área da figura dobra. Ou pode redividir cada quadrado da figura. Veja:



(iii). Você pode fazer 9 ÷4 = 2,25, ou pode agrupar os quadrados de 4 em 4



Dessa maneira, você observa que formou dois grupos de quatro quadradinhos e sobrou um quadradinho. Assim temos, dois grupos mais $\frac{1}{4}$ de grupo, ou seja, $2\frac{1}{4}$, ou ainda 2,25.

b. 9 cm2.

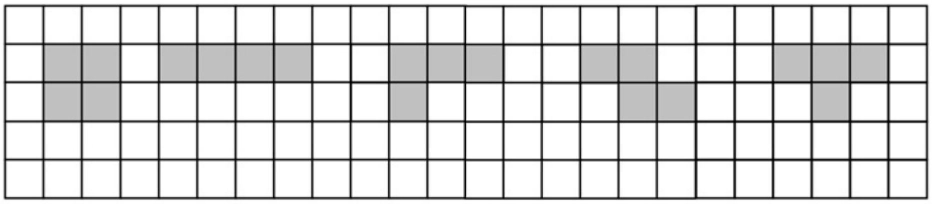
Atividade 7

Alternativa (b)

Atividade 8

Lado do quadrado	Área do quadrado
1,5	2,25
2,2	4,84
3,1	9,61
4,6	21,16
5,8	33,64

Atividade 9



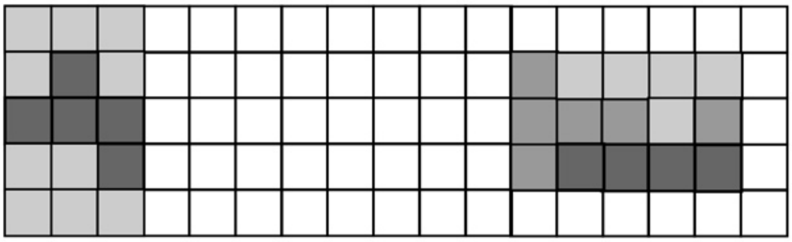
Atividade 11

a. Cinco, pois todas as peças têm cinco quadrados.

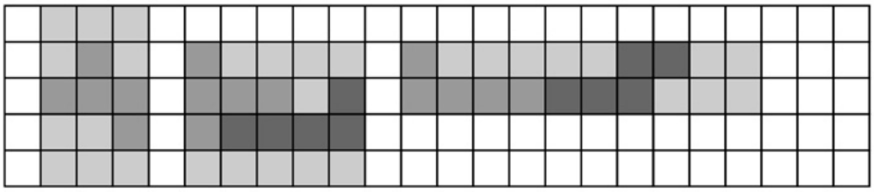
b. Todas as peças do pentaminó têm perímetro igual a 10, exceto a peça em forma de cruz. Observe que nessa peça o quadrado do meio é o único que une os outros quatro quadrados. Assim seu perímetro é 12.

Atividade 12

a. Abaixo seguem duas soluções. Mas existem outras.



b. Abaixo seguem três soluções. Observe que as duas primeiras são as soluções de (a) quando acrescentamos a peça linear . Existem outras soluções.



c. Qualquer figura montada em (a) tem medida da área igual a 15, pois serão três peças de 5 quadradinhos e teremos 3 x 5 = 15.

As figuras de (b) terão medida da área 20 (peças de 5 quadradinhos cada).

d. Observe que qualquer retângulo montado em (a) terá dimensão 3 x 5, pois como sua área é 15, 3 e 5 são os únicos inteiros positivos que formam esse retângulo. Assim, independente da figura que você montou, o perímetro será 16.

Já em (b) você pode ter montado retângulos de dimensões 4 x 5 ou 2 x 10.

Os retângulos de dimensão 4 x 5 terão perímetro 18.

Os retângulos de dimensão 2 x 10 terão perímetro 20.

Atividade 13

a. Medida da área 16.

Dimensões do retângulo	Perímetro
1 x16	34
2 x 8	20
4 x 4	16

b. Medida da área 9.

Dimensões do retângulo	Perímetro
1 x 9	20
3 x 3	18

c. Medida da área 18.

Dimensões do retângulo	Perímetro
1x18	38
2 x 9	22
3 x 6	18

d. Medida da área 7.

Dimensões do retângulo	Perímetro
1x7	15

Atividade 14

Tipo de retângulo	Área
5x7	35
12x6	72
10x10	10
34x18	612

Atividade 15

Figura	Área	Perímetro
A	**10**	**14**
B	**10**	**18**
C	**10**	**20**

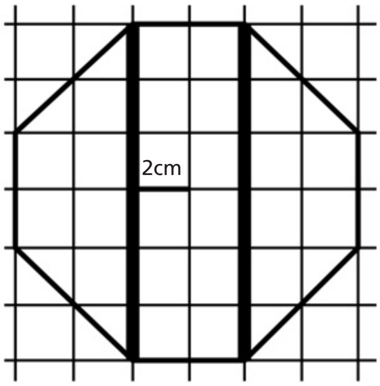
Atividade 16

Quadrilátero	Classificação
A	quadrado
B	paralelogramo
C	quadrado
D	trapézio
E	retângulo
F	paralelogramo
G	trapézio
H	retângulo

Atividade 17

Contando quadradinhos: 24 quadradinhos e 8 triângulos que dois a dois formam 4 quadradinhos, logo essa figura tem um total de 28 quadradinhos. A área de cada quadradinho é 2 x 2 = 4cm^2. Portanto a área dessa figura é 28 x 4 = 112cm^2.

Decompondo em dois trapézios e um retângulo:



área do trapézio = $\dfrac{\text{(base maior + base menor) x altura}}{2} = \dfrac{(12+4)\text{x}4}{2} = \dfrac{16\text{x}4}{2} = 32\text{cm}^2$.

área do retângulo = base x altura = 4 x12 = 48cm^2.

área do octógono = 2x área do trapézio + área do retângulo = 2 x 32 + 48 = 64 + 48 = 112cm^2.

AULA 19

O grande e o pequeno: como medir?

Meta da aula

Demonstrar o uso das medidas de comprimento e das ferramentas adequadas de medição.

objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Compreender que o processo de medição depende de que objeto queremos medir.
- Utilizar as propriedades básicas de medida.
- Realizar medidas com os instrumentos adequados.
- Dimensionar as atividades de medida para seus alunos.

Pré-requisitos

Para que você acompanhe esta aula é importante que tenha um conhecimento básico sobre o sistema métrico (metro, centímetro, milímetro). Além disso, você vai precisar dos seguintes materiais: uma caixa de fósforos cheia, uma régua, uma fita métrica, um pedaço grande de barbante, uma lata em forma cilíndrica.

CONVERSA INICIAL

Nas Aulas 17 e 18, você conheceu a idéia de medida. Como medimos? Comparando com uma escala padronizada, aceita pela sociedade em que vivemos. No dia-a-dia, você pode não perceber o quanto essa padronização é importante, mas imagine como seria mais complicado lidar com o comércio, a indústria e a nossa vida doméstica sem as medidas padronizadas.

Não é a mesma coisa medir um pedaço de pano para um vestido e a altura de um edifício. Pense como seria complicado (impossível, mesmo) medir o Pão de Açúcar usando uma fita métrica!

PRIMEIRAS MEDIDAS – PRIMEIROS INSTRUMENTOS

Na escola, o primeiro instrumento de medida de comprimento com que você teve contato foi a régua. Fora da escola, a fita métrica e o metro de pedreiro são bastante usuais. O primeiro contato, no entanto, não é feito através do metro, mas do seu submúltiplo, o centímetro (cm), pois a régua usada na maioria das vezes mede 30cm.

A maior parte dos objetos que manuseamos não chega a ter um metro. Esses objetos, encontrados no nosso cotidiano, são mais facilmente expressos em centímetros ou em metros combinados com centímetros.

Veja alguns exemplos:

- as dimensões de uma porta;
- as dimensões de um livro;
- o comprimento de uma caneta.

Ao longo das quatro séries do Ensino Fundamental, os seus alunos ou futuros alunos deverão adquirir os primeiros conhecimentos a respeito das unidades de medida. O centímetro deve ser explorado com crianças muito pequenas, pois a altura da mesa ou da cadeira mede, na maioria das vezes, menos que um metro.

ATIVIDADE

1. Pegue uma régua e meça a largura e o comprimento de um determinado livro e registre.

a. Sua régua possui medida maior que a maior dimensão do livro? Em caso afirmativo que estratégia você usou para medir?

b. Imagine que seu livro tenha comprimento de 24cm, e sua régua tenha 20cm. Como você faria para efetuar essa medida. Descreva e registre sua ação.

> **!**
> Esse é um bom exemplo de uma primeira atividade que podemos fazer com os alunos para ensiná-los a utilizar a régua corretamente.
> O resultado encontrado vai depender do livro escolhido. Um grupo de cinco alunos deve medir o mesmo livro utilizando a mesma régua. Assim, o professor poderá avaliar se as medidas encontradas foram iguais.
> É comum que os alunos comecem a medir do início da régua e não da marca do zero. Isso provocará um erro na medição.

2. O que acontece se quisermos medir o comprimento de uma caneta e a régua estiver quebrada? E se a caneta medir 15cm e tivermos de começar a medição na marca de 1cm? E na marca de 3cm?

> **!**
> Note que a idéia da atividade é que você perceba que podemos trabalhar com um intervalo de medida. Se usarmos, por exemplo, uma régua quebrada, onde não aparece a marca do zero, podemos começar do número três, por exemplo, mas lembrando de subtrair três da medida final.

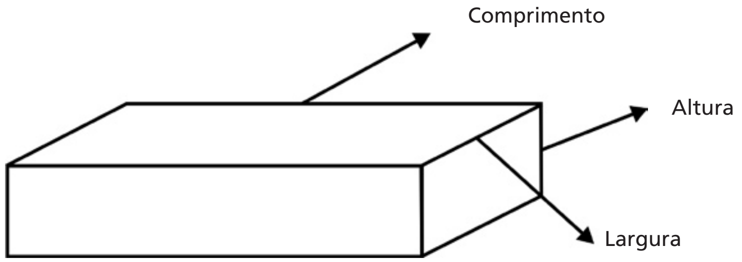
Pegue uma caixa de fósforos comum e meça suas dimensões, ou seja, o comprimento, a largura e a altura.

Você deve encontrar, aproximadamente, as seguintes medidas:

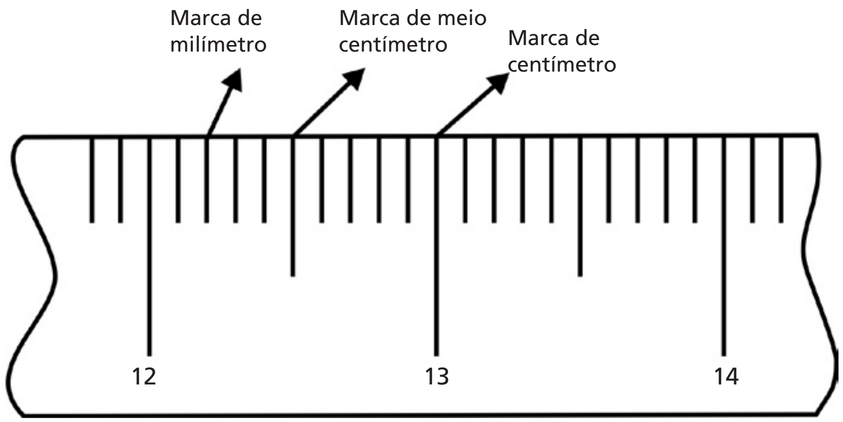
Comprimento: entre 4cm e 5cm

Largura: entre 3cm e 4cm

Altura: entre 1cm e 2cm



Parece que a régua não está servindo para medir a caixa de fósforos... é aí que entram os "riscos" que ficam entre os números da régua.



Entre o 12 e o 13 temos vários "riscos", sendo que o "risco" que fica bem no meio é um pouco maior. Nenhum deles tem marca numérica.

Os "riscos" marcam a medida do milímetro (mm), assim, podemos contar quantos espaços de um milímetro temos em um centímetro. Para saber quantos espaços temos entre o 12 e o 13, fazemos: do 12 até o primeiro risco, temos 1, do primeiro ao segundo risco, temos 2, continuamos contando até o 13cm, onde teremos percorrido 10 espaços, ou seja, 10 milímetros.

! Não estamos contando os riscos e sim os espaços entre eles!

Agora que conhecemos os milímetros podemos indicar, de forma mais precisa, a medida da caixa de fósforos:

- Comprimento: 4cm e 8mm – ou 48 milímetros.
- Largura: 3cm e 5mm – ou 3 centímetros e meio – ou 3,5cm – ou ainda 35 milímetros.
- Altura: 1cm e 5mm – ou 1 centímetros e meio – ou 1,5cm – ou ainda 15 milímetros.

Uma mesma medida pode ser expressa de várias formas.

ATIVIDADE

3. Meça o comprimento de uma caneta, o comprimento do teclado do computador, seu ou do pólo, as dimensões da tela do computador, as dimensões de uma fita de vídeo, as dimensões de caixa de um CD. Registre essas medidas em uma tabela e compare essas medidas com a de seus colegas. Verifique o seguinte:

a. As medidas são próximas?

____

b. Alguém apresentou uma medida equivalente?

____

c. Todos vocês usaram a mesma forma de registrar a medida? (3cm e meio ou 3,5cm – etc.)

____

d. Alguém apresentou medida muito diferente das outras?

____

e. Como verificar que está correto?

____

f. Você pode identificar de onde vem o erro? Começou fora do zero? Colocou a régua inclinada?

____

____

____

! Essa atividade deve também ser aplicada aos seus alunos. Numa sala de aula é possível montar tabelas e confrontar as medidas, e as razões para possíveis erros.

MEDINDO OBJETOS MAIORES DO QUE A RÉGUA

A medida tem propriedades interessantes. Uma delas é que podemos adicionar medidas se elas estiverem em linha reta. Assim, podemos usar a régua para medir objetos maiores que ela. Vamos medir a carteira escolar usando uma régua de 30cm.

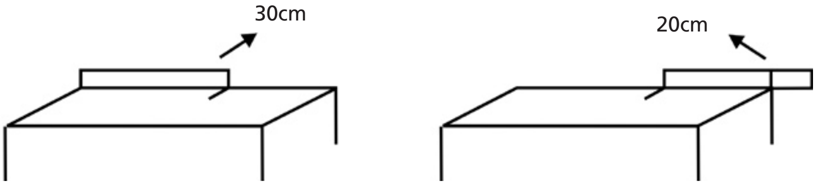


Figura 19.1:A carteira escolar mede 30cm + 20cm = 50cm.

Essa propriedade da medida é muito importante. Você poderá propor aos alunos que meçam vários objetos usando a régua – cabos de vassoura, a mesa da professora, o comprimento do quadro de giz, etc. Estimule o registro das medidas e a soma dos valores encontrados. Mais uma vez, comparar os diferentes registros fará com que os alunos se preocupem mais com a precisão da medida.

ATIVIDADE

4. Você sabe qual a sua medida? E a dos seus familiares? Então mãos a obra, pegue uma fita métrica, ou mesmo uma régua, e saia medindo a altura de todos. Mas pare um instante e avalie a situação proposta. Essa não é uma tarefa imediata, pois o nosso corpo não é "reto". Por isso a estratégia é encostar-se a uma parede ou porta e fazer uma pequena marca que coincida com o alto de nossas cabeças. Depois medimos a parede do chão até o local da marca. Não se esqueça de tirar o sapato!

a. Registre a medida de pelo menos três pessoas.

b. Some as três medidas.

c. O valor encontrado é superior ou inferior a uma casa de dois andares?

! Nas séries iniciais, a altura dos alunos varia bastante; alguns, ainda em fase de crescimento, não se sentem à vontade vendo as características pessoais, como a altura. Uma alternativa é o professor trabalhar com alunos voluntários, de estatura na média da turma.

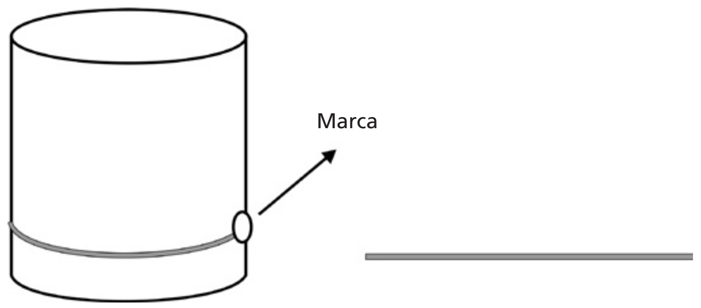
! Com as crianças, essa atividade pode ser desenvolvida pedindo que deitem no chão e que o colega marque as extremidades (do pé à cabeça). Pode-se utilizar um barbante esticado como guia, para que a medida seja feita em linha reta.

Com a estratégia de usar o barbante, estamos utilizando uma outra característica importante da medida: podemos transportar a medida para outros objetos. Isso quer dizer que a medida da altura do aluno, do barbante esticado no chão ou da marca na porta é a mesma. Realizando uma dessas medidas teremos, automaticamente, o valor das outras. Isso é usado quando queremos cortar pedaços iguais de alguma coisa. Fazemos um molde e o usamos para cortar os outros pedaços.

MEDINDO OBJETOS "DIFERENTES"!

Até agora medimos objetos retos ou grandezas que poderiam ser tomadas como "retas" (altura de um aluno). Esse tipo de medida é mais usual. Mas nem sempre as medidas que temos que fazer aparece dessa forma.

Por exemplo, se queremos forrar uma lata com papel colorido, a medida da altura é simples de obter com a régua, mas para medir a circunferência a régua só não basta.



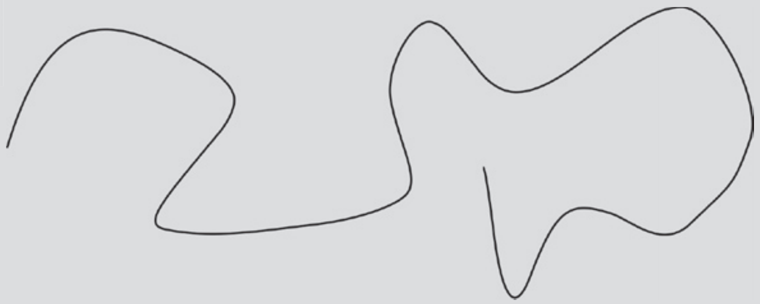
Podemos adaptar o método do barbante. Passamos um barbante em torno da base da lata, marcamos o local onde ele completa a volta e depois esticamos e medimos.

Mas espere um pouco! Por que não usar uma régua "mole"? Estamos falando da fita métrica. Podemos medir diretamente copos, garrafas, latas de lixo.

Melhor ainda: a fita métrica tem 1 metro e meio e agora podemos medir a mesa, a cadeira e até alguns alunos sem precisar somar medidas.

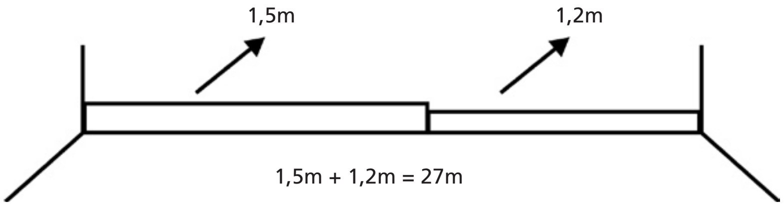
ATIVIDADE

5. Como medir uma linha deste tipo? Pegue o modelo em anexo no fim do módulo e meça usando uma fita métrica. Se você for confrontar com o resultado feito por outras pessoas é provável que o valor seja aproximado.



! Essa atividade pode ser realizada com os alunos, como um desafio, fazendo uma curva semelhante a esta no chão ou no quadro de giz. Mesmo que a linha tenha mais que um metro e meio, os alunos podem usar a fita métrica e medir a curva por partes.

Como medir o tamanho da sala? A sala tem mais de um metro e meio, mas podemos aplicar a idéia anterior – medir a sala até um pedaço e depois medir o que faltar, como mostra a figura a seguir:



Existem instrumentos mais adequados para essa medição. Na verdade, temos dois: a trena e o metro de carpinteiro.

! A trena é geralmente feita de metal e tem um dispositivo de mola que pode ser perigoso. Existem trenas de engenheiro, com 10 metros (ou mais), que são feitas de plástico e não possuem o mecanismo de mola, mas são menos acessíveis. Se você não tiver acesso a um instrumento seguro, não deve fazer a atividade com os alunos, o mais indicado é apenas apresentar o objeto.

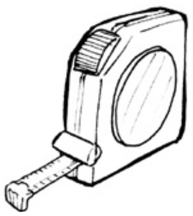


Figura 19.2.a: Trena.

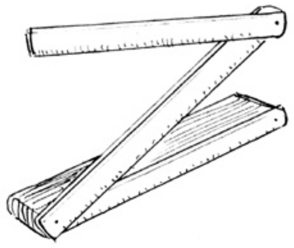


Figura 19.2.b: Metro de carpinteiro.

A trena é encontrada em vários comprimentos, mas as mais comuns são as de 3m e as de 5m.

O metro de carpinteiro é um objeto que suscita o interesse dos alunos. Ele tem características particulares: você pode escolher com que comprimento vai trabalhar (até 2 metros). Por sua rigidez, pode usá-lo para medidas internas: poços, buracos, copos, garrafas etc.

Você pode propor aos alunos que meçam uma parte do pátio (o gol do campinho, por exemplo). Para isso, podem usar o metro de carpinteiro; e, depois, podem medir o próprio campo, usando o metro de carpinteiro mais de uma vez.

A esta altura, já deve ficar um pouco incômodo trabalhar com centímetros e milímetros. A unidade mais adequada passou a ser o metro, complementado pelos centímetros.

Uma sala mede 2 metros e 70 centímetros – 2,70m; o campo mede 6 metros e 40 centímetros – 6,40m; e assim por diante. É importante que os alunos escrevam e anotem as medidas que tomam. Essa anotação tem duas finalidades:

- Usar para comunicação com outros alunos – para comparação de resultados, por exemplo.
- Para que se habituem com as variadas formas de escrever medidas. As medidas têm larga utilidade na vida cotidiana e profissional, e os alunos devem se sentir confortáveis tanto com a expressão “3 metros e 20” (é comum que não falemos “centímetros”, não é?) como com 3,20m e até com 320 centímetros.

Faz parte do “conhecimento escolar” o uso de múltiplos e submúltiplos do metro. Entretanto, o próprio uso social fez com que alguns deles praticamente não sejam usados. O decímetro (1/10 do metro, isto é, 10 centímetros), o decâmetro (10 metros) e o hectômetro (100 metros) não são usados na vida prática. Não podemos ignorá-los, pois fazem parte da ligação entre o sistema internacional de medidas e o sistema decimal posicional de numeração. Você deve ter, entretanto, o bom senso de não exigir mais atenção a essas unidades do que o devido.

TROCANDO DE UNIDADE DE MEDIDA

E por falar em múltiplos e submúltiplos, vamos nos deter um pouco nessas transformações. Como você aprendeu, algumas unidades são mais usadas que outras. Assim, é comum encontrarmos medidas em metros, centímetros e quilômetros. E não encontramos medidas com hectômetro e decâmetro. Mas é importante que você, professor, conheça essas transformações, pois elas estão diretamente relacionadas com nosso sistema de numeração. A escala completa é a seguinte:

Tabela 19.1: Múltiplos e submúltiplos do metro

	Múltiplos do metro				Submúltiplos do metro		
Unidade de medida	Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
Abreviação	km	hm	dam	m	dm	cm	mm

> **!** Na resolução de um problema é importante que as medidas a serem operadas tenham a mesma unidade, por isso a transformação deve ser feita antes de se efetuar as operações.

Assim ,

Múltiplos

1k = 1.000m
1hm= 100m
1dam=10m

Submúltiplos

1m = 10dm
1m= 100cm
1m=1.000mm

MEDIDAS MUITO GRANDES

Fomos colocando obstáculos cada vez maiores, dificultando as medidas. Esse processo tem a finalidade de partir da escala que nós dominamos com as mãos (centímetros) e passar a medir comprimentos maiores, aprimorando os recursos e os métodos.

Mas nem tudo pode ser medido diretamente, ou seja, encostando uma régua ou uma trena.

- Qual a altura do Corcovado?
- Qual o comprimento da rua onde fica a escola? Ou pelo menos do quarteirão onde fica a escola?
- Qual a distância do Rio a Teresópolis?

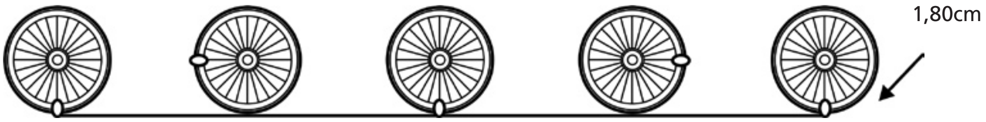
Uma rua tem centena de metros e não podemos pedir a você que meça o quarteirão usando réguas e trenas. Mas podemos mostrar como isso é feito!

Primeiro usaremos uma bicicleta (ou mesmo um velocípede). Usamos um barbante para medir o comprimento da roda (do mesmo jeito que medimos a circunferência da lata).

Vamos supor que a circunferência da roda mediu 1 metro e 80 centímetros (1m e 80cm), essa medida não é exagerada – talvez até seja modesta. O comprimento de uma circunferência é um pouco maior do que o triplo do diâmetro da roda. Portanto, no nosso exemplo, estamos tomando uma roda com pouco menos que 60cm de diâmetro, ou 30cm de raio.

Em Matemática temos uma fórmula que relaciona o comprimento da circunferência (da roda) com seu raio (aro da roda). Essa fórmula é $C = 2\Pi r$ ou $C = D\Pi$, em que:
- C é o comprimento da circunferência;
- r é o raio da circunferência;
- Π é o número "pi"; número irracional que vale aproximadamente 3,14;
- D é o diâmetro da circunferência, que é igual ao dobro do raio (por isso as fórmulas são equivalentes).

Colocamos uma marca (um esparadrapo) em um ponto qualquer da roda. Vamos medir o pátio? Começamos com o esparadrapo encostado no chão e começamos a percorrer a distância que queremos medir.



Cada vez que o esparadrapo voltar a tocar o chão, fazemos uma marca no nosso caderno de anotação. No final teremos a medida que queríamos, bastando multiplicar o número de voltas por 1,80m. Se uma volta ficar incompleta, usamos a régua de carpinteiro para completar a medida.

Esse é o método usado para medir uma estrada, pois não somos obrigados a andar em linha reta! Melhor ainda, se a estrada tiver subidas e descidas, podemos fazer a medição sem problemas. Com esse método podemos medir além de estradas, montanhas.

> **!**
> Para fazer essa atividade com as crianças é bom lembrar que elas não devem se debruçar sobre o parapeito.

Mas como podemos medir a altura de um prédio de dois andares? Uma idéia é colocar um peso na ponta de um barbante e baixarmos, cuidadosamente, o peso até o chão, o ideal é que tenha alguém para nos avisar que o peso tocou o solo. Cortamos o barbante e, agora, só nos resta medi-lo.

Essa idéia é importante porque "quando medimos a altura" estamos procurando uma linha perpendicular ao chão; conseguimos isso porque a força da gravidade, agindo nessa direção, faz com que o fio represente, condignamente, a altura. Não é necessário entrar em detalhes com os alunos dessa idade, mas seria interessante lançar as perguntas: E se o fio ficar inclinado? Por que ele não fica inclinado?

Mas se o prédio tivesse 10 andares seria mais complicado aplicar a nossa estratégia.

ATIVIDADE

6. Meça um prédio de três andares. Para isso você tem as seguintes informações:

• A medida da sombra do prédio ao meio-dia mede cinco metros.

• Um cabo de vassoura mede 1m e sua sombra nessa mesma hora mede 50cm.

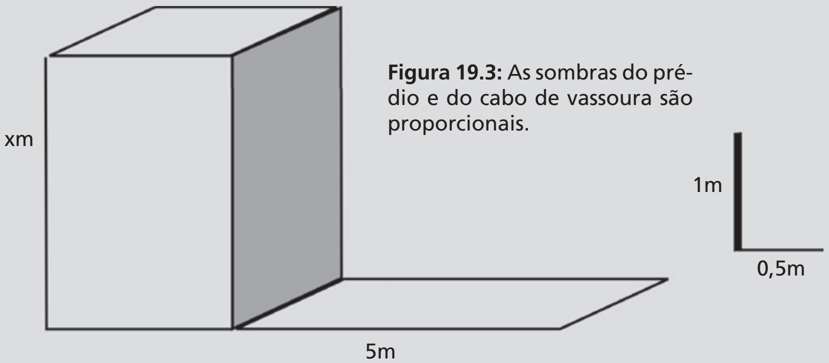


Figura 19.3: As sombras do prédio e do cabo de vassoura são proporcionais.

A medida do prédio é proporcional à medida da vassoura, assim como a medida da sombra do prédio é proporcional à medida da sombra da vassoura.

	Prédio	Vassoura
Medida real	x	1
Medida da sombra	5	0,5

Observe que a medida da vassoura é o dobro, ou duas vezes a medida de sua sombra, assim a medida real do prédio será duas vezes a medida real da vassoura, ou seja, 2 x 5 = 10m.

> **!**
> Caso você queira saber mais sobre o cálculo de medidas de prédios, ou de grandes alturas, consulte um livro didático de 7ª série. Segundo os PCNs, é importante explorar o pensamento proporcional desde as séries iniciais.

a. Em uma outra situação como a anterior, se a sombra do prédio medisse 4,5m. Qual seria a altura do prédio?

b. E se a sombra medisse 13m. Qual seria a altura do prédio?

MEDIDAS MUITO PEQUENAS

Agora que já temos algumas estratégias para medir grandes alturas. Vamos medir distâncias pequenas. Essas novas estratégias são mais elaboradas, mas vale a pena conhecê-las. Qual a largura de um alfinete? E a largura de um palito de fósforo?

A verdade é que raramente fazemos medições desse tipo. Não é mesmo muito comum o uso de unidades menores que o milímetro. Os instrumentos que usamos (paquímetro, micrômetro) são especializados e reservados para situações profissionais específicas.

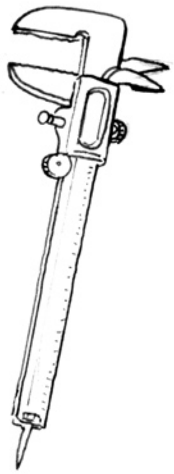


Figura 19.4.a: Paquímetro.

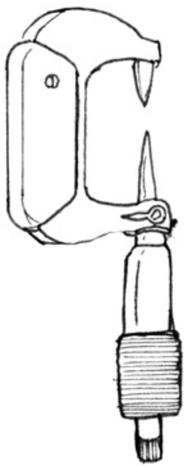


Figura 19.4.b: Micrômetro.

Se você tiver acesso a um torneiro mecânico na região em que você mora, vale a pena visitá-lo, pois esses profissionais são levados a manejar estes instrumentos, pois devem fazer seu trabalho com precisão milimétrica (mesmo).

> **!** Como professor você poderá levar sua turma ao local de trabalho desse profissional, ou levar um profissional com seus instrumentos até a escola. Sem dúvida, isso despertará o interesse dos alunos. Uma apresentação simples com medidas pequenas pode despertar a atenção dos alunos para o assunto "medidas".

Mas nós mesmos podemos fazer experiências que mostram como uma medida "pequena" pode ser feita.

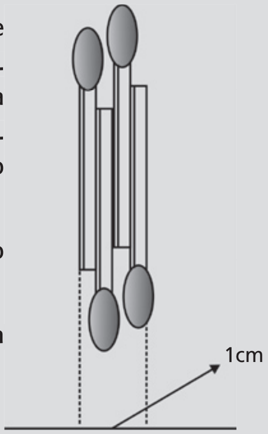
ATIVIDADES

7. Qual a largura de um palito de fósforo? Que estratégia podemos utilizar para medi-lo?

Para começo de conversa, os fósforos são cortados de forma irregular, cada um tem uma largura diferente. Claro, não temos um fósforo com um metro de largura (só em Itu...) nem com um milésimo de milímetro. Então, vamos tentar medir de forma simples, achando um valor aproximado, porém honesto.

Uma idéia é alinhar fósforos até que a largura do bloco fique sendo 1cm.

(Alternando os fósforos evitamos que eles fiquem "batendo cabeça".)



Os quatro palitos medem 1cm, isto é, 10mm. Podemos dizer que cada palito mede 2,5 milímetros, isto é, 2 milímetros e meio. Pois, 10 : 4 = 2,5.

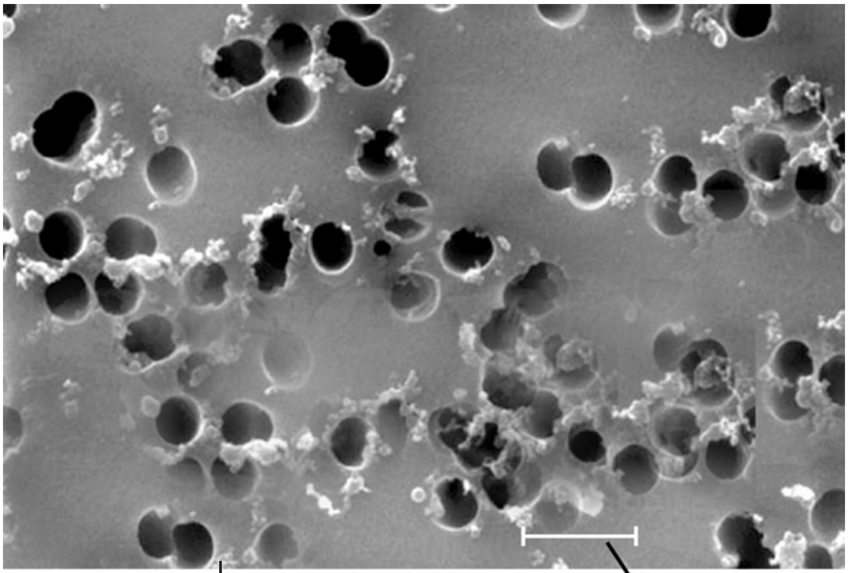
Ou podemos emparelhar 10 palitos, que vão ocupar 2,5cm, isto é, 2 centímetros e meio. Se vamos dividir por 10, cada palito tem largura de 2 milímetros e meio, ou seja, 2,5 : 10 = 0,25cm que é o mesmo que 2,5mm.

8. E a cabeça do fósforo, quanto mede?

COMENTÁRIO

Não é cômodo emparelhar as cabeças de fósforo, que são arredondadas. Como elas são maiores, podemos tentar medir diretamente. Mas como estamos lidando com coisinhas pequenas, a medida pode nos confundir. Como medir com um pouco mais de certeza? Uma forma simples, mas muito eficiente, é observar tanto a cabeça do fósforo como a régua sob uma lente.

Pode parecer até simples demais, mas a idéia por trás desse método é poderosa. Se aumentarmos tanto o objeto quanto o padrão de medida, as relações não se alteram. O que está por trás disso tudo é a idéia de semelhança. É assim que as pessoas medem objetos muito, muito pequenos. Fotografa-se um objeto no microscópio e coloca-se um padrão ao lado.



Os elementos da foto estão aumentados 8.000 vezes.

Esta barrinha representa 2 mícrons

Figura 19.5: Células ampliadas no microscópio.

A foto mostra células muito pequenas aumentadas 8.000 vezes. A barra, embora tenha apenas alguns centímetros, representa 2 mícrons – cada mícron é 1 metro dividido por 1 000 000!

CONCLUSÃO

Medir é uma ação em que a Matemática se faz presente de forma bastante evidente. Mas medir inclui também ter critério para saber qual a precisão de medida que desejamos. Dessa maneira, devemos escolher de forma apropriada os instrumentos e ferramentas que usaremos para medir.

RESUMO

Para cada objeto que desejamos medir, devemos utilizar o instrumento e a escala adequada. Na vida cotidiana, os objetos em geral podem ser medidos em centímetros ou metros.
A medida do comprimento dos objetos tem características notáveis; ela pode ser adicionada ou subtraída ou ainda ser transportada.

AUTO-AVALIAÇÃO

Uma forma de você se certificar de sua compreensão desta aula é procurar formalizar as atividades que você poderia oferecer a seus alunos. Em cada uma delas verifique:

- Se as atividades podem ser feitas pelo conjunto da turma sem intervenção constante do(a) professor(a).
- Se o material pode ser facilmente obtido.
- Que dúvidas mais freqüentes você acredita que seus alunos possam ter em relação à medição de comprimentos.

Mostre essas atividades a seu tutor, no pólo, e analise suas necessidades, conseqüências e os resultados esperados. Se você encontrar dificuldades nesse planejamento, releia esta aula e procure o seu tutor.

INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na Aula 20, vamos apresentar o sistema utilizado nas unidades de tempo e o sistema monetário. Faremos um passeio na história das medidas para conhecer o surgimento dessas medições e os diferentes instrumentos utilizados para esse fim.

RESPOSTAS

Atividade 2

• Se começarmos a medir em 1cm, para medir 15cm, faremos do 1cm ao 16cm.

Observe que 16 – 1 = 15.

• Se começarmos a medir em 3m, para medir 15cm, faremos do 3m ao 18m.

Observe que 18 – 3 = 15.

AULA 20

Tempo é dinheiro. Será?

Meta da aula

Apresentar o sistema monetário e as unidades de tempo de forma a instrumentalizar o professor do Ensino Fundamental.

objetivos

Esperamos que, após o estudo desta aula, você seja capaz de:

- Situar o surgimento das medições do tempo e dos diversos instrumentos utilizados para esse fim.
- Reconhecer os sistemas de numeração utilizados pelas medidas de tempo.
- Conhecer a história do dinheiro no mundo e do sistema monetário brasileiro.
- Representar o sistema monetário na reta numérica.

Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula, você precisa saber apenas o que é um sistema de numeração decimal (Aula 8 de Matemática na Educação 2) e um sistema de numeração sexagesimal (Aula 11 de Matemática na Educação 1).

CONVERSA INICIAL

Nas primeiras aulas deste curso, você viu que os números surgiram da necessidade de o homem contar seu rebanho e fazer medições nas suas terras.

Você aprendeu que as contagens são realizadas com os números naturais e as medidas com os números racionais, e que as diversas unidades utilizadas para medir comprimento, massa ou volume são baseadas no nosso sistema de numeração decimal. Não foi falado ainda, no entanto, de quando, como e por que os homens passaram a ter necessidade de medir o tempo e o valor dos seus objetos ou do seu trabalho.

As medidas de tempo e dinheiro estão no nosso cotidiano e, às vezes, parece que levamos a nossa vida correndo atrás dos dois, com a sensação de que precisamos de mais tempo para poder ter mais dinheiro. Não é possível pensar em um tempo em que não existia tempo, mas dá para pensar em um tempo em que não existia dinheiro e em um tempo em que não existia medida de tempo.

Nesta aula, você vai acompanhar a evolução das idéias relativas ao tempo, e principalmente, os processos utilizados para medi-lo. Verá também o surgimento do dinheiro no mundo e dos vários sistemas monetários e, principalmente, conhecerá a história da nossa moeda. Você vai perceber uma característica das medidas de tempo relacionadas à sua história: elas não obedecem a um sistema decimal.

Como começou essa história de contar o tempo?

O tempo não é como as outras grandezas que podem ser vistas ou tocadas, mas ele pôde ser sentido pelo homem a partir da observação de como o céu, os ciclos da Natureza e as diversas fases da lua influenciavam suas colheitas.

As primeiras medidas dividiam o tempo em duas partes – dia e noite – associadas ao Sol e à Lua. Isso deu origem aos **RELÓGIOS DE SOL**, inventados pelos chineses em 2.500 a.C., que cravavam uma estaca no chão, num lugar onde o Sol batia durante todo o dia. Eles observavam como a sombra da estaca se deslocava e faziam marcas no solo, dividindo o período em que havia luz solar em doze partes iguais. Foi apenas posterior a essa divisão do dia que estabeleceram a divisão da noite, também em doze partes iguais. Dessa forma, o período entre um amanhecer e outro ficou dividido em 24 partes iguais (1 dia = 24 horas). E como o amanhecer em um hemisfério coincide com o anoitecer de outro, isso faz com que exista diferença de horários entre os diversos países.

RELÓGIO DE SOL

Instrumento de medida de tempo, que se baseia na posição, em um plano, da sombra produzida por um marcador exposto à luz solar. Cada relógio de sol é desenhado para uma determinada latitude.

Em cada ponto da Terra a sombra do Sol tem uma inclinação diferente (tanto em função da latitude (a distância para o equador) quanto da longitude (a distância para o meridiano que determina o nosso fuso horário).

!

Na Aula 9, nos exemplos da aplicação dos números negativos, você viu os fusos horários, lembra-se deste texto e deste mapa? "Observe no mapa, que na parte de baixo aparecem números positivos e negativos. Eles significam, por exemplo, que nas cidades que estão no fuso -3, os relógios marcam 3 horas a menos que nas cidades de fuso 0 (zero). Assim, quando em Londres (fuso 0) são 10h, no Rio de Janeiro são 7h, pois o Rio de Janeiro encontra-se no fuso -3."

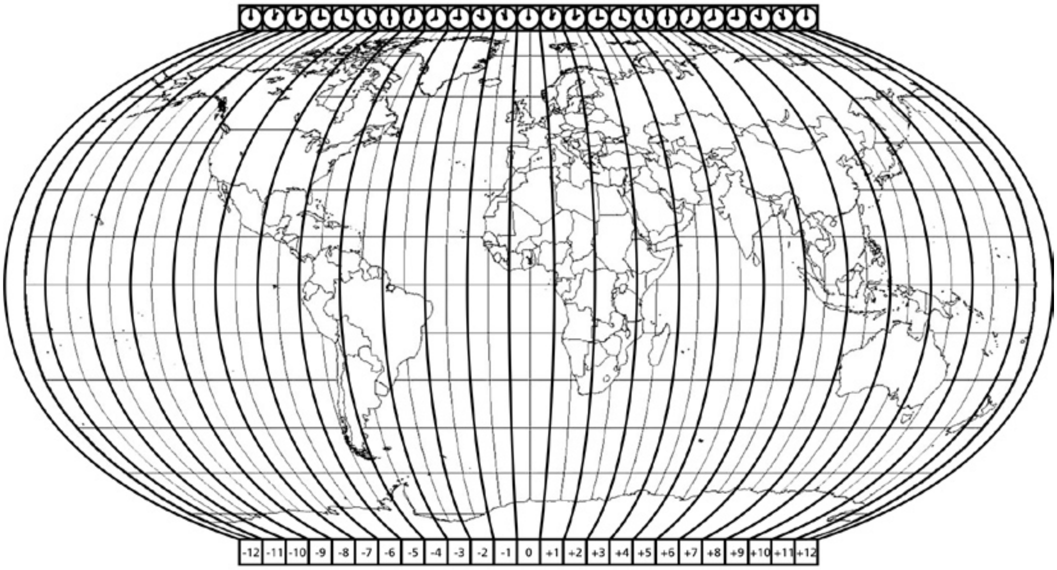
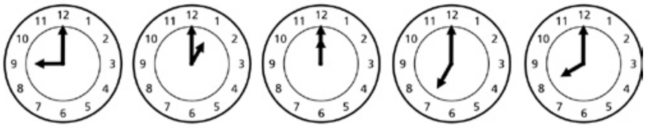


Figura 20.1: Mapa com os meridianos.



Brasília	Paris	Londres	Washington	Hong Kong
9h	13h	12h	7h	20h

ATIVIDADE

1. A partir da observação dos relógios da ilustração anterior, responda:

– No dia 12 de julho, quando em Brasília o relógio oficial marcou 14 horas, qual era a data e horário em Paris, Londres, Washington e Hong Kong?

____

COMENTÁRIO

Esta atividade pretende levá-lo a entender melhor como funciona o fuso horário. Além disso, sugerimos que procure saber a diferença de fuso horário existente entre Brasília e outros países, observando também em que continente estão localizados os países.

O minuto e o segundo

A certa altura da História, o homem já sabia contar, conhecia um pouco de Matemática, e a divisão do tempo em horas passou a ser insuficiente.

A hora foi então dividida em 60 partes iguais, ficando a unidade de tempo diminuída. Daí vem a palavra minuto (diminuta/minuto). O minuto foi dividido também em 60 partes e cada uma delas deu origem ao segundo.

Perceba que o tempo aqui está utilizando o sistema de numeração sexagesimal, já visto por você na Aula 11 de Matemática na Educação 1. Uma das vantagens dessa base e que talvez por isso tenha continuado a ser utilizada para medir tempo, é que 60 pode ser dividido por 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60. Ao fazermos a divisão dos 60 minutos pelos divisores citados, obtemos: 60 minutos (1 hora), 30 minutos (meia hora), 20 minutos, 15 minutos, 12 minutos, 10 minutos, 6 minutos, 5 minutos, 4 minutos, 3 minutos, 2 minutos e 1 minuto (60 segundos).

Poderíamos também fazer a divisão dos 60 segundos pelos mesmos divisores e encontrar 60 segundos (1 minuto), 30 segundos (meio minuto), 20 segundos, 15 segundos, 12 segundos, 10 segundos, 6 segundos, 5 segundos, 4 segundos, 3 segundos, 2 segundos e 1 segundo.

Como o tempo, até o segundo, segue o sistema sexagesimal; na hora em que vamos fazer as operações com esse sistema precisamos levar isso em consideração, mas o raciocínio é o mesmo do sistema decimal.

!

No sistema decimal, para somar 37 com 49:

3 dezenas e 7 unidades
4 dezenas e 9 unidades

7 dezenas e 16 unidades
7 dezenas + 1 dezena e 6 unidades, ou seja, obtemos 8 dezenas e 6 unidades.

Já com o tempo, se queremos somar 1h47min com 2h43min não faz sentido escrevermos 3h e 90min. Temos de lembrar que 90min = 1h30min e, assim, o resultado da soma de 1h47min e 2h43min é 4h30min.

Preste atenção também que, como este sistema não é decimal, não é possível escrever 4,5 como se fossem quatro horas e meia, que deve ser escrita como 4h30min.

ATIVIDADE

2. Para realizar uma determinada tarefa, composta de três etapas, uma pessoa levou 3h55min27s na primeira etapa, 1h38min14s na segunda etapa e 1h57min45s na última etapa. Quanto tempo ela levou para completar a tarefa?

COMENTÁRIO

O objetivo desta atividade é que você realize a operação a partir do que foi visto anteriormente a respeito do tempo seguir um sistema sexagesimal. Lembre-se de que para isso terá de transformar algumas unidades de tempo para possibilitar a operação.

A divisão do segundo

E se quisermos marcar o tempo de algo que demore menos do que 1 segundo? Quando e por que precisamos marcar um tempo tão curto? Você deve lembrar que em uma corrida de automóvel ou em uma prova de natação os vencedores se distanciam por um tempo menor que 1 segundo e, às vezes mil vezes, menor.

Para a divisão do segundo, voltamos a utilizar o sistema decimal; assim, se dividirmos 1 segundo por 10, 100, 1.000 etc., teremos o décimo do segundo (0,1s), o centésimo do segundo (0,01s) e o milésimo do segundo (0,001s). Você já deve ter ouvido a expressão milionésimo do segundo, que é o segundo dividido por 1 milhão, não é mesmo?

ATIVIDADE

3. O piloto alemão Michael Schumacher conquistou o tetra campeonato de Fórmula 1 vencendo o Grande Prêmio da Hungria em 18 de agosto de 2001. Os jornais registraram o tempo em que ele completou as 77 voltas da prova: 1h41min49s 675. Qual o significado do número 675?

COMENTÁRIO

Com esta atividade, você pode observar as diversas unidades de tempo e os seus significados numa situação real.

As semanas, os meses e o ano

Se o Sol ensinou o homem a medir as horas, a Lua mostrou-lhe como contar as semanas e os meses, a partir da contagem da quantidade de dias que durava cada uma de suas fases (nova, crescente, cheia e minguante). Eram, aproximadamente, sete dias; a cada um desses intervalos, os romanos chamaram de *septimana*. Daí o nome semana. Como eram sete também as divindades astronômicas conhecidas (Sol, Lua, Marte, Mercúrio, Júpiter, Vênus e Saturno) os romanos resolveram homenageá-las nomeando cada um dos dias.

Você pode ver na tabela a seguir os nomes originais dos dias da semana em latim e os nomes atuais na língua portuguesa.

Tabela 20.1: Os nomes originais dos dias da semana

LATIM	LÍNGUA PORTUGUESA
Dies Dominicu (dia do Senhor)	Domingo
Lunae dies (dia da Lua)	Segunda-feira
Martis dies (dia de Marte)	Terça-feira
Mercuri dies (dia de Mercúrio)	Quarta-feira
Jovis dies (dia de Júpiter)	Quinta-feira
Veneris dies (dia de Vênus)	Sexta-feira
Saturni dies (dia de Saturno)	Sábado

Perceba que a língua portuguesa só seguiu a tradição latina para nomear o sábado e o domingo. Sendo assim, por que, então, a palavra *feira*?
No costume cristão de consagrar a Semana Santa à oração e meditação, está a origem do uso dessa palavra. Os sete dias dessa semana eram feriados (*feriae*) e como os cristãos numeravam os dias da semana a partir do sábado, o segundo dia depois do sábado era chamado de *secunda feriae*, posteriormente, segunda-feira, e assim por diante.
Percebendo também que entre uma lua nova e outra transcorria um número de dias constante, o homem fixou outra medida de tempo: o mês lunar.
Da observação de que a passagem de 12 lunações coincidia, aproximadamente, com a volta das flores (início da primavera) surgiu o ano, com duração de 12 meses.
Os meses, no atual calendário, são de trinta ou trinta e um dias, exceto fevereiro, que tem 28 ou 29 dias. Portanto, o ano tem 365 (trezentos e sessenta e cinco) dias.
A duração de uma volta completa da Terra em torno do Sol é, na realidade, de 365 dias e parte de um dia. Essa parte de dia corresponde a aproximadamente seis horas. Para haver o ajuste da duração do ano dividido em dias, essas frações acumulam-se até formarem um dia completo, o que acontece de quatro em quatro anos. Esse dia a mais é acrescentado ao mês de fevereiro, que fica então com vinte e nove dias. A esse ano que tem um dia a mais, 366 dias, chama-se ano bissexto, provavelmente por causa dos dois seis.

Os calendários

Os diversos calendários criados ao longo da história possuem estreita relação com o modo de vida de cada sociedade, pois surgiram a partir das diferentes formas encontradas pelos povos para medir o tempo.

Os **ASTECAS** possuíam dois calendários: o solar, com 365 dias, dividido em 18 meses de 20 dias, mais cinco dias adicionais, considerados de azar, e o sagrado, que tinha 260 dias e era utilizado apenas para previsões astrológicas e adivinhações. Os dois funcionavam independentemente e, a cada 52 anos, os calendários coincidiam, o que fazia os astecas temerem que, nessa data, o mundo acabasse.

O calendário dos **MAIAS** funcionava com três sistemas de contagem de dias: um período de 365 dias, um outro de 260 dias, e um terceiro, de longo curso.

Os **EGÍPCIOS** criaram o calendário solar a partir da observação do rio Nilo, que regulava suas colheitas, com 12 meses de 30 dias e 5 dias a mais, adicionados ao final de cada ano. Um outro calendário utilizado por eles estabelecia os dias festivos de acordo com a observação das fases da Lua.

O calendário lunar também era utilizado pelos **ROMANOS** antigos até que, por volta de 45 a.C. , uma reforma ordenada pelo imperador Júlio César, instituiu o ano de 365,25 dias, deixando assim de ter qualquer referência à Lua, resultando no **calendário juliano**. A palavra calendário, inclusive, é originária da palavra latina *calenda*, nome dado pelos romanos ao primeiro dia do mês, que era dia de cobrança de impostos.

Astecas

Povo originário da região de Aztlán (daí a palavra *asteca*), no sul da América do Norte e que se estabeleceu no planalto mexicano, junto com outros povos, após uma longa marcha, em 1168 d.C.

Maias

Povo que, vindo da América do Norte, habitou o sul do México e a Guatemala por volta de 900 a. C.

Egípcios

Povo que se instalou na região do Egito, mais ou menos em 10000 a. C., às margens do rio Nilo.

Romanos

Originários da mistura de vários povos que se estabeleceram na Itália por volta de 2000 a. C.

Esse calendário, que se aproximava do ano solar, com o passar do tempo, acumulou um atraso que só foi corrigido muito depois pelo papa Gregório XIII, passando, então, a chamar-se **CALENDÁRIO GREGORIANO**, utilizado até hoje, em quase todo o mundo. Por ser um calendário cristão, o nascimento de Jesus Cristo foi tomado como ponto de referência para a contagem, sendo o ano 1 da era cristã. Dessa forma, tudo que aconteceu antes disso é contado em ordem decrescente, utilizando-se junto da data a nomenclatura a. C. (antes de Cristo).

CALENDÁRIO GREGORIANO

Foi criado a partir da necessidade de se fazer um ajuste no **calendário juliano**, pois este acumulava uma diferença de dez dias. Para isso, em 1582, o papa Gregório XIII determina a eliminação de três anos bissextos a cada 400 anos para evitar defasagens. Daí o nome calendário gregoriano.

O **CALENDÁRIO JUDAICO** tem como marco inicial a saída de Abraão e sua tribo de Ur, na Caldéia, para a terra de Canaã, onde se estabeleceram. Como esse fato ocorreu muito antes da era cristã, esse calendário está 3.761 anos adiantado em relação ao gregoriano.

Para o **CALENDÁRIO MUÇULMANO**, a referência é o ano 622 do calendário cristão, no qual o profeta Maomé saiu da cidade de Meca, na Arábia, e dirigiu-se para Medina, iniciando a ampliação de suas pregações.

O conhecimento desses calendários ajudará você a compreender melhor a história da humanidade.

CALENDÁRIO JUDAICO

O calendário judaico, diferentemente do gregoriano, é baseado no movimento lunar, onde cada mês se inicia com a lua nova. O grande problema desse calendário é que se compararmos com o calendário gregoriano, temos em um ano solar 12,4 meses lunares, o que dá uma diferença a cada ano de, aproximadamente, 11 dias. Para compensar essa diferença, ocasionalmente é acrescentado um mês inteiro.

CALENDÁRIO MUÇULMANO

O calendário é lunar tem um ano médio de 354,37 dias e meses de 29 e 30 dias.

ATIVIDADE

4. Represente, numa reta numérica, os calendários judaico, cristão e muçulmano.

COMENTÁRIO

A partir da realização desta atividade, você terá condições de compreender melhor a organização desses calendários e seus marcos iniciais, podendo assim, ter uma visão mais global.
Preste atenção para o fato de que, nesse caso, o que estiver na reta numérica à esquerda do zero (0), será considerado como o período antes de Cristo (a.C.).

O relógio: do natural ao eletrônico

O homem primitivo baseava-se no céu para estimar o andamento do tempo. Só depois, foram criados instrumentos de medida das horas, os quais foram chamados pelos romanos de *horologium*, de onde veio a palavra relógio.

O relógio de sol foi criado para atender a essa finalidade, entretanto, por só medir a hora diurna, foi criado um novo instrumento para medir todas as horas: o relógio de água – clepsidra (do grego *Cleps*, reter e *hidra*, água), que media o tempo baseando-se no escoamento da água de um recipiente, gota a gota, para outro. As horas eram identificadas pelo nível da água. No inverno, porém, quando a água congelava, a utilização do relógio de água era limitada, a saída então era recorrer à ampulheta, que funcionava com pó em vez de água.

Também surgiram diversos relógios de fogo. As antigas cidades medievais utilizavam como relógio uma corda com nós em distâncias determinadas que ia sendo consumida até chegar ao primeiro nó, depois ao segundo, e assim por diante.

Em 1595, Galileu Galilei, observando o movimento de oscilação de um lustre na Catedral de Pisa, descobre e aplica a **LEI DO PÊNDULO**, uma das mais importantes contribuições na medição precisa do tempo.

> **LEI DO PÊNDULO**
>
> Um pêndulo em oscilação é um fenômeno periódico, isto é, o tempo de oscilação de um determinado pêndulo é sempre o mesmo.

Posteriormente, surgiram na Europa os primeiros relógios mecânicos, que tinham somente um ponteiro para medir as horas. O ponteiro dos minutos surgiu muitos anos depois.

Após a invenção dos relógios mecânicos de precisão, a tecnologia de medida do tempo pouco evoluiu até a criação dos relógios atômicos, que apesar da pouca influência que tiveram na vida das pessoas (seu uso restringiu-se aos laboratórios de Física) trouxeram um grau de precisão nunca antes imaginado. Entretanto, foi o relógio eletrônico que realmente provocou uma revolução no dia-a-dia.

Atualmente, a produção mundial de relógio é em torno de 250 milhões de aparelhos por ano e, com eles, dividimos e ordenamos o tempo para realizar as atividades cotidianas, criando, assim, a idéia de que o tempo não pode ser desperdiçado. Foi dessa idéia que surgiu a famosa frase “tempo é dinheiro”.

Trabalhando o tempo em sala de aula

Resgatar a origem e as formas de contar o tempo com seus alunos é um recurso didático que permite estabelecer conexão entre conteúdos matemáticos e a evolução da humanidade.

Embora, desde cedo, os alunos tenham experiências com as marcações do tempo (dia, noite, mês, hoje, amanhã), isso não significa que tenham construído uma plena compreensão desse assunto, nem que dominem os procedimentos de medida. Muitas vezes, as informações de que dispõem se confundem pela própria dificuldade infantil de coordenar dimensões muito variadas. A organização das marcas temporais depende de elaborações de conceitos de diversas ordens.

Nas séries iniciais do Ensino Fundamental, o ideal é abrir uma discussão acerca do intervalo decorrente para a realização de ações e acontecimentos, comparando-os entre si, verificando quais duram mais e quais duram menos: uma pessoa leva mais tempo para ir de casa até o colégio a pé ou de bicicleta? Pode-se até discutir o aspecto afetivo, com uma questão como: "O que é mais longo: o tempo que passamos fazendo uma brincadeira ou o que levamos esperando um amigo?"

Proporcionar um contexto de problematização permite desencadear o desenvolvimento da idéia básica de medida, que é a comparação. Isto é, trabalhar o conceito de medir vai além da simples utilização de instrumentos. Medir significa comparar grandezas; o tempo, apesar de possuir características próprias das grandezas – permite comparação, adição ou subtração – suas medidas referem-se a acontecimentos.

Ao trabalhar o tempo, com os seus alunos, você também estará integrando, outros conteúdos matemáticos, como, por exemplo, os algarismos romanos, indispensáveis não só para a leitura de horas em relógios que usam esse tipo de numeração, como também na contagem dos séculos.

Um relógio de sol pode ser feito com uma vara fincada no solo, no pátio da escola, para que os alunos possam observar em diferentes horários e compreender a função da sombra da vara, produzida pelas mudanças de posição da Terra, em relação ao Sol. Assim, você possibilitará ao aluno o entendimento sobre a forma com que os povos antigos utilizavam tais relógios.

Trazer uma ampulheta para a sala de aula como forma de medir o tempo necessário para a realização de algum jogo ou atividade dará ao aluno a possibilidade de utilizá-la numa situação prática, podendo, inclusive relacioná-la ao relógio ou a outro instrumento de medida do tempo.

Através da comparação entre o relógio de ponteiros e o digital, os alunos poderão começar a aprender a "ver as horas". É importante levá-los a compreender a necessidade do conhecimento da tabela de multiplicação do cinco (tabuada) para aplicá-la na leitura do relógio de ponteiros.

Talvez você possa desenvolver, inicialmente, uma sondagem, como forma de verificar como os alunos, espontaneamente, representam o tempo.

Estabelecer comparações entre o tempo médio de gestação e de vida do homem e outros animais é, também, uma boa estratégia, veja:

Quadro 20.1: Comparação do tempo de vida e de gestação do homem e de alguns animais

ANIMAL	TEMPO MÉDIO DE GESTAÇÃO	TEMPO MÉDIO DE VIDA
HOMEM	9 MESES	70 ANOS
CACHORRO	58/63 DIAS	13 ANOS
GALINHA	21 DIAS	4 ANOS
ANTA	14 MESES	20/80 ANOS
GORILA	210/255 DIAS	34 ANOS

ATIVIDADE

5. Os anos listados a seguir, pertencem a quais séculos no calendário gregoriano?

a) 85 ________________________ d) 408 ______________________

b) 1600 ______________________ e) 2000 _____________________

c) 1997 ______________________ f) 2004 ______________________

COMENTÁRIO

A referência aos séculos é muito utilizada na área de História e também é motivo de algumas dúvidas, por isso, elaboramos esta atividade. Caso você tenha dúvidas no momento da realização desta atividade, sugerimos que construa uma tabela onde constem o ano de início e término de cada século.

O dinheiro também tem história

Para contar a História do dinheiro teríamos de voltar muito no tempo e lembrar que, antes de ele surgir, as pessoas trocavam entre si os produtos que possuíam em excesso. Esse procedimento, entretanto, tornou-se confuso à medida que era necessário um acordo a respeito dos valores e das equivalências entre os mais diversos objetos ou alimentos produzidos por uma comunidade.

Os primeiros instrumentos de troca que se popularizaram foram os metais preciosos, tais como a prata e o ouro, que além de muito desejados e difíceis de serem obtidos, eram resistentes e podiam ser divididos. A equivalência entre o valor das mercadorias e a quantidade de metais preciosos era feita pelo peso, assim os comerciantes viajavam com sacos de ouro e prata e balanças. Para simplificar esse processo, surgiram as primeiras moedas.

No entanto, viajar com sacos de moedas era perigoso porque as estradas eram cheias de assaltantes e bandidos. Os comerciantes, então, começaram a deixar suas moedas guardadas com os ourives que entregavam um recibo referente à quantidade de moedas deixadas. Com o tempo, além de guardar o dinheiro, os ourives começaram a emprestá-lo a governantes e outras pessoas em troca de algum benefício ou favor. Foi assim que surgiram os primeiros banqueiros.

A história do nosso dinheiro

No nosso país, o pau-brasil foi durante muito tempo, utilizado como elemento de troca entre europeus e nativos. Posteriormente, outras mercadorias, como açúcar, algodão e fumo, foram também utilizadas como moeda. Com as expedições, começaram a circular no Brasil as primeiras moedas. Por volta do ano de 1580, a partir da união das coroas de Portugal e Espanha, passaram a circular em grande quantidade, moedas de prata espanholas. Anos mais tarde, o rei de Portugal, D. João IV, mandou aplicar às moedas, carimbos que lhes aumentava o valor. Só a partir de 1630, surgiram as primeiras moedas cunhadas no Brasil, pelos holandeses, que chamavam-nas de florins e soldos. Em 1694, foi criada na Bahia a primeira Casa da Moeda para fabricar novas moedas e recunhar as que já estavam em circulação. De acordo com a necessidade da população, a Casa da Moeda era transferida de região.

No quadro a seguir estão apresentadas as reformas do sistema monetário brasileiro, ou seja, as mudanças de moeda pelas quais o Brasil já passou.

> **!**
> Perceba que o nome da nossa moeda hoje é igual ao nome da unidade monetária do período colonial, com a diferença que o plural do nosso Real atual é Reais, enquanto que o plural do Real nos tempos coloniais era Réis.

Quadro 20.2: Unidades do sistema monetário brasileiro

UNIDADE MONETÁRIA	PERÍODO DE VIGÊNCIA	SÍMBOLO	CORRESPONDÊNCIA
Real (Plural = Réis)	Período Colonial até 7/10/1833	R	R 2000 = 1/8 de ouro de 22 k
Mil-réis	8/10/1833 a 31/10/1942	R$	R$ 500 = 1/8 de ouro de 22 k
Cruzeiro	1/11/1942 a 30/11/1964	Cr$	Cr$ 1,00 = R$ 1000(um cruzeiro corresponde a mil réis)
Cruzeiro (eliminados os centavos)	1/12/1964 a 12/2/1967	Cr$	Cr$ 1 = Cr$ 1,00
Cruzeiro Novo (volta dos centavos)	13/2/1967 a 14/5/1970	NCr$	NCr$ 1,00 = Cr$ 1.000
Cruzeiro	15/5/1970 a 14/8/1984	Cr$	Cr$ 1,00 = NCr$ 1,00
Cruzeiro (eliminados os centavos)	15/8/1984 a 27/2/1986	Cr$	Cr$ 1 = Cr$ 1,00
Cruzado (volta dos centavos)	28/2/1986 a 15/1/1989	Cz$	Cz$ 1,00 = Cr$ 1.000
Cruzado Novo	16/1/1989 a 15/3/1990	NCz$	NCz$ 1,00 = Cz$ 1.000,00
Cruzeiro	16/03/1990 a 31/7/1993	Cr$	Cr $ 1,00 = NCz$ 1,00
Cruzeiro Real	1/8/1993 a 30/6/1994	CR$	CR$ 1,00 = Cr$ 1.000,00
Real (plural = Reais)	A partir de 1/7/1994	R$	R$ 1,00 = Cr$ 2.750,00

Fonte: BACEN. *Boletim mensal*, dez./95. Elaboração: DIEESE.

ATIVIDADES

6. Cite quais as moedas que o Brasil teve depois da data do seu nascimento.

____

____

____

7. Represente em uma mesma reta numérica os preços dos produtos listados a seguir.

1kg de feijão; 1 pão francês; 1 passagem de ônibus; 1 caderno.

COMENTÁRIO

Esta atividade pretende lembrar que o sistema decimal é utilizado para medir o nosso dinheiro.

CONCLUSÃO

Esta aula apresentou um pouco da história das medidas de tempo e dinheiro. Estas medidas não apresentam grandes dificuldades sob o ponto de vista matemático e, por isso, o objetivo foi fornecer um conhecimento que permita ampliar as possibilidades didáticas e as atividades a serem realizadas no Ensino Fundamental. Assim, o conhecimento adquirido a partir desta aula, dará a você condições de modificar a prática de sala de aula e, conseqüentemente, a aprendizagem dos alunos.

RESUMO

A história das medidas de tempo e dinheiro é muito antiga.

As primeiras medidas de tempo foram criadas a partir da necessidade do homem e dividiam o tempo em duas partes – dia e noite – associadas ao Sol e à Lua e só depois o dia e a noite foram divididos em 12 partes iguais que deram origem às horas. Posteriormente, a hora foi dividida em 60 partes iguais e por isso, até hoje, as medidas de tempo não utilizam o sistema de numeração decimal e sim o sistema sexaxesimal.

O sistema monetário também surgiu a partir da necessidade do homem de realizar transações comerciais para garantir a sua própria sobrevivência. A princípio, utilizaram a troca de objetos como primeira forma de comércio. Aos poucos, esses objetos foram sendo substituídos por metais preciosos e, posteriormente, foi criada a moeda.

A moeda brasileira já passou por várias mudanças ao longo da História.

Diferentemente das medidas de tempo, as unidades monetárias utilizam o sistema decimal.

ATIVIDADES FINAIS

A partir do que você estudou nesta aula, prepare uma seqüência de atividades didáticas que possam ser realizadas numa sala do Ensino Fundamental, envolvendo as diferentes perspectivas de tempo, tratando-o como um elemento que possibilita organizar os acontecimentos históricos no presente e no passado.

COMENTÁRIO

O tempo sempre faz parte dos conteúdos abordados no Ensino Fundamental, entretanto, ainda são conhecidos poucos relatos de trabalhos realizados incluindo também a dimensão histórica desse conceito. Propusemos esta atividade para que você possa pensar em como trataria esse conteúdo numa sala de aula, de forma a favorecer a aquisição do conhecimento por parte dos alunos.

Proponha uma atividade que possa ser realizada com alunos do Ensino Fundamental para que eles possam observar e levantar hipóteses sobre as repetições dos fenômenos naturais, como dia e noite e as mudanças das fases da Lua, sempre realizando os registros.

COMENTÁRIO

Ao propormos esta atividade, levamos em consideração a importância da experimentação no processo de ensino-aprendizagem. Através dela, cria-se a possibilidade de o aluno aprender a partir da sua própria observação e confirmação ou não das hipóteses levantadas.

AUTO-AVALIAÇÃO

O tempo e sua medição são bastante utilizados, pois estão sempre relacionados às nossas ações diárias. Tempo de começar, tempo de mudar, tempo de parar. Mas, o que você faria para marcar o tempo, se não tivesse um relógio? Nesta aula, voltamos no tempo para que você pudesse conhecer as formas e instrumentos utilizados pelos povos, em diferentes momentos históricos, para realizar essas medições. Apresentamos também um pouco da história do dinheiro no mundo e da história do nosso dinheiro.

Reflita sobre tudo o que aprendeu e procure identificar de que maneira a apropriação desse conhecimento poderá contribuir com a sua prática em sala de aula. Se for possível, leia nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática), o item “O recurso à história da Matemática”.

RESPOSTAS

ATIVIDADE 1

Paris – 18h do dia 12 de julho; Londres – 17h do dia 12 de julho; Washington – 12h do dia 12 de julho; Hong Kong – 1h do dia 13 de julho.

ATIVIDADE 2

Veja como calcular. Em primeiro lugar some as horas com as horas, os minutos com os minutos e os segundos com os segundos. Como o sistema é sexagesimal, transforme cada 60 segundos em minuto e cada 60 minutos em hora. Assim,

3h55min27s

1h38min14s

1h57min45s

5h150min86s

86s= 1min26s

151min26s= 2h31min26s e a soma total 7h31min26s

ATIVIDADE 3

As unidades de tempo menores que o segundo seguem o sistema decimal e assim o número 675 corresponde a 675 milésimos de segundo (0,675s).

ATIVIDADE 4

JUDAICO	GREGORIANO	MUÇULMANO
3761 a.C.	1	622

ATIVIDADE 5

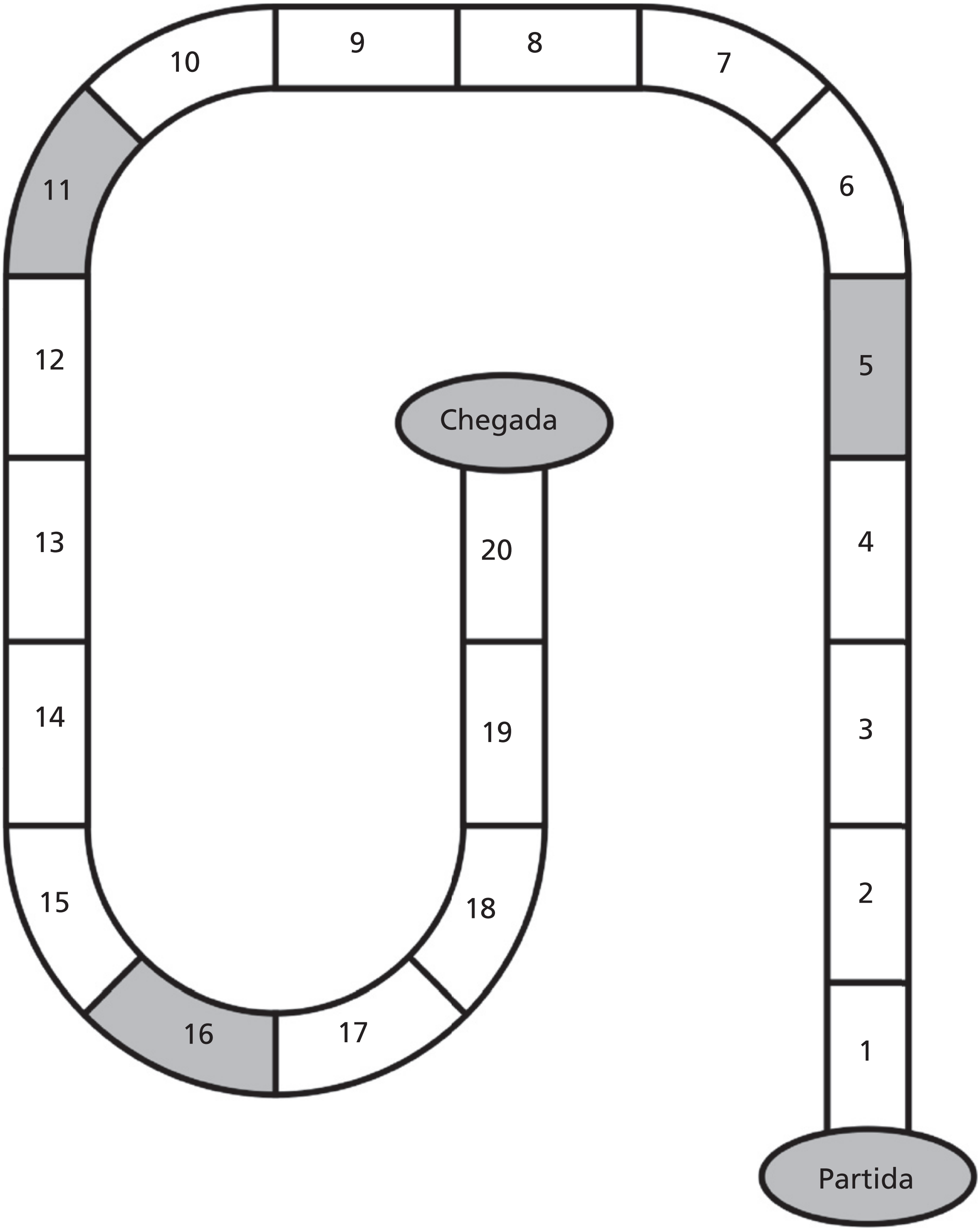
a) Séc. I b) Séc. XVI c) Séc. XX d) Séc. V e) Séc. XX f) Séc. XXI

Matemática na Educação 2

Encarte

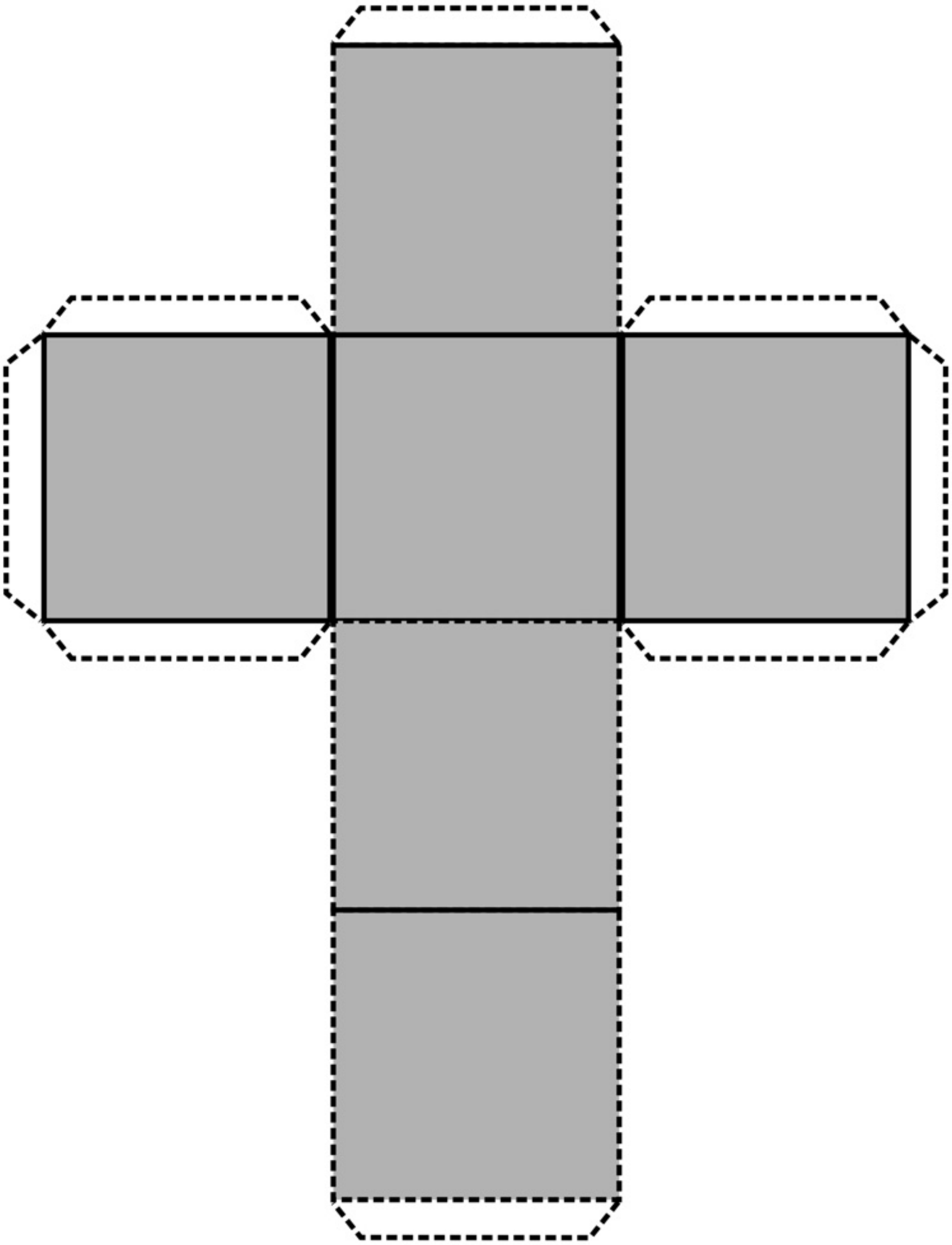
AULA 12

Quanto é metade de 5? **Resposta:** 2,5 (dois e meio) **Acertou:** Pule duas casas para a frente **Errou:** Volte uma casa	4 x 6 é igual a 3 x 8? **Resposta:** Sim **Acertou:** Jogue o dado outra vez **Errou:** Fique onde está	8 – 12 = ? **Resposta:** -4 **Acertou:** Pule três casas para a frente **Errou:** Volte duas casas	$1-\frac{1}{2}=$ **Resposta:** $\frac{1}{2}$. **Acertou:** Jogue o dado e acrescente uma unidade ao número que sair **Errou:** Volte três casas
$1-\frac{3}{4}=$ **Resposta:** $\frac{1}{4}$ **Acertou:** Jogue o dado outra vez **Errou:** Volte duas casas	O dobro de 7,5? **Resposta:** 15 **Acertou:** Pule duas casas para a frente **Errou:** Fique onde está	$\frac{18}{3}$ é uma fração aparente Verdadeiro ou falso? **Resposta:** Verdadeiro **Acertou:** Pule três casas para a frente **Errou:** Volte uma casa	Usando a propriedade comutativa, posso afirmar que: 5 x 8 =? **Resposta:** 8 x 5. **Acertou:** Jogue o dado e acrescente uma unidade ao número que sair **Errou:** Volte três casas
56 x 100 = ? **Resposta:** 5.600 **Acertou:** Jogue o dado e acrescente uma unidade ao número que sair **Errou:** Volte duas casas	XIX corresponde a? **Resposta:** 19 **Acertou:** Jogue o dado outra vez **Errou:** Fique onde está	$75\%=\frac{2}{4}$ Verdadeiro ou falso? **Resposta:** Falso **Acertou:** Pule duas casas para a frente **Errou:** Volte três casas	$\frac{3}{6}=50\%$ Verdadeiro ou falso? **Resposta:** Verdadeiro **Acertou:** Pule três casas para a frente **Errou:** Volte uma casa
$\frac{1}{4}+0,75=1$ Verdadeiro ou Falso? **Resposta:** Verdadeiro **Acertou:** Jogue o dado outra vez **Errou:** Volte uma casa	35 x 15 = (35 x 10) - (35 x 5) Verdadeiro ou falso? **Resposta:** Falso **Acertou:** Pule três casas para a frente **Errou:** Volte três casas	98 : 2 = (80 : 2) + (18 : 2) Verdadeiro ou falso? **Resposta:** Verdadeiro **Acertou:** Jogue o dado e acrescente uma unidade ao número que sair **Errou:** Fique onde está	0,34 é maior ou menor que 0,3378? **Resposta:** Maior **Acertou:** Pule duas casas para a frente **Errou:** Volte duas casas
$\frac{5}{8}+\frac{1}{3}=?$ **Resposta:** $\frac{5}{24}$ **Acertou:** Pule duas casas para a frente. Errou: Volte três casas.	$\frac{2}{3}\div\frac{1}{3}=?$ **Resposta:** 2. **Acertou:** Jogue o dado e acrescente uma unidade ao número que sair. Errou: Volte uma casa.	$9\times\frac{1}{2}+0,5=?$ **Resposta:** 5 **Acertou:** Pule três casas para a frente. Errou: Volte duas casas.	25% de 40 = **Resposta:** 10. **Acertou:** Jogue o dado outra vez. Errou: Fique onde está.


Partida
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
Chegada

AULA 15

Cubo

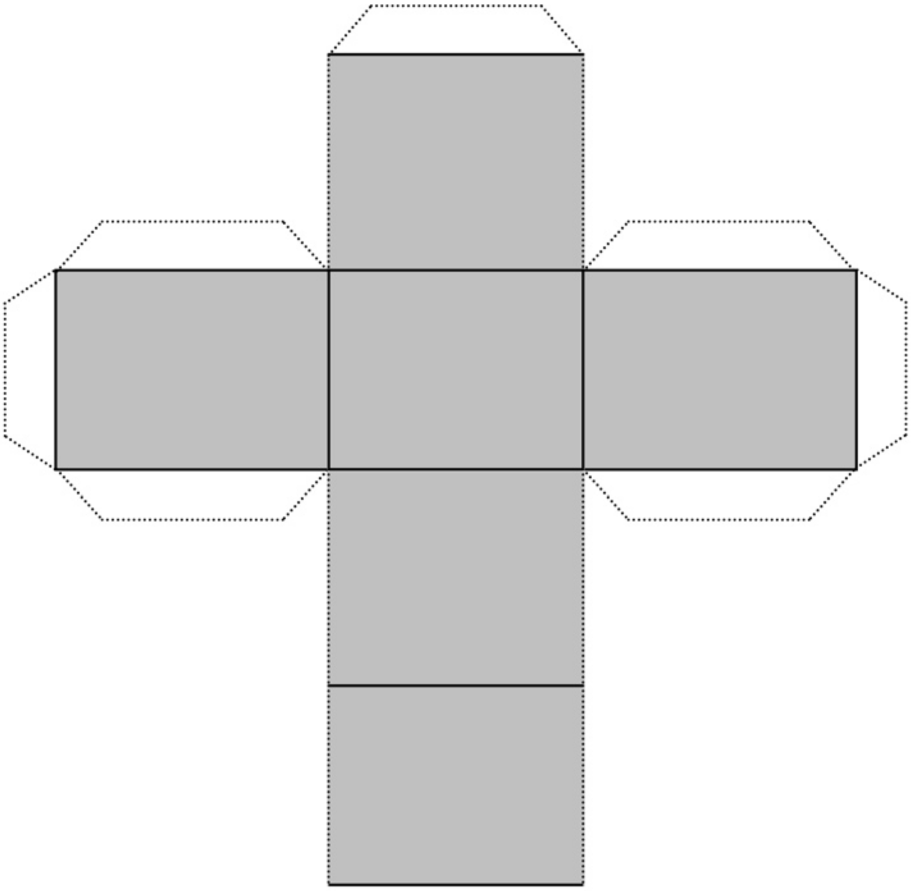


dobras

recortes


cole as abas

Paralelepípedo

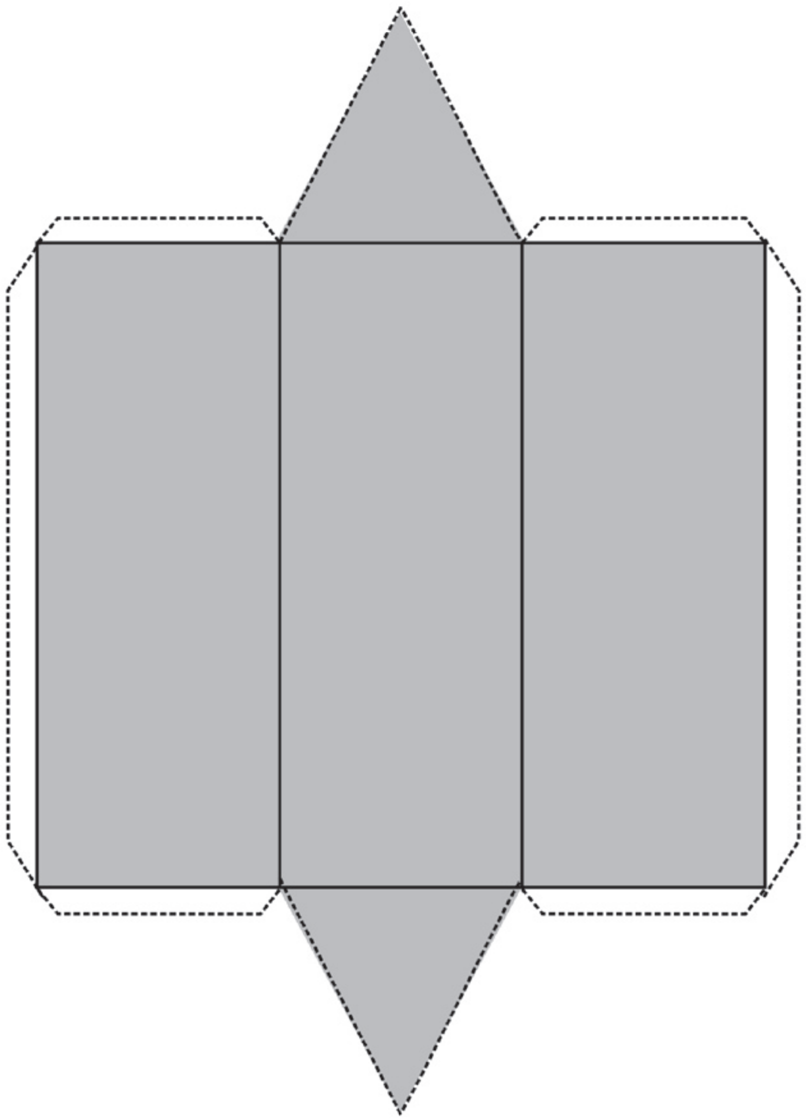


dobras

recortes

cole as abas

Prisma de base triangular

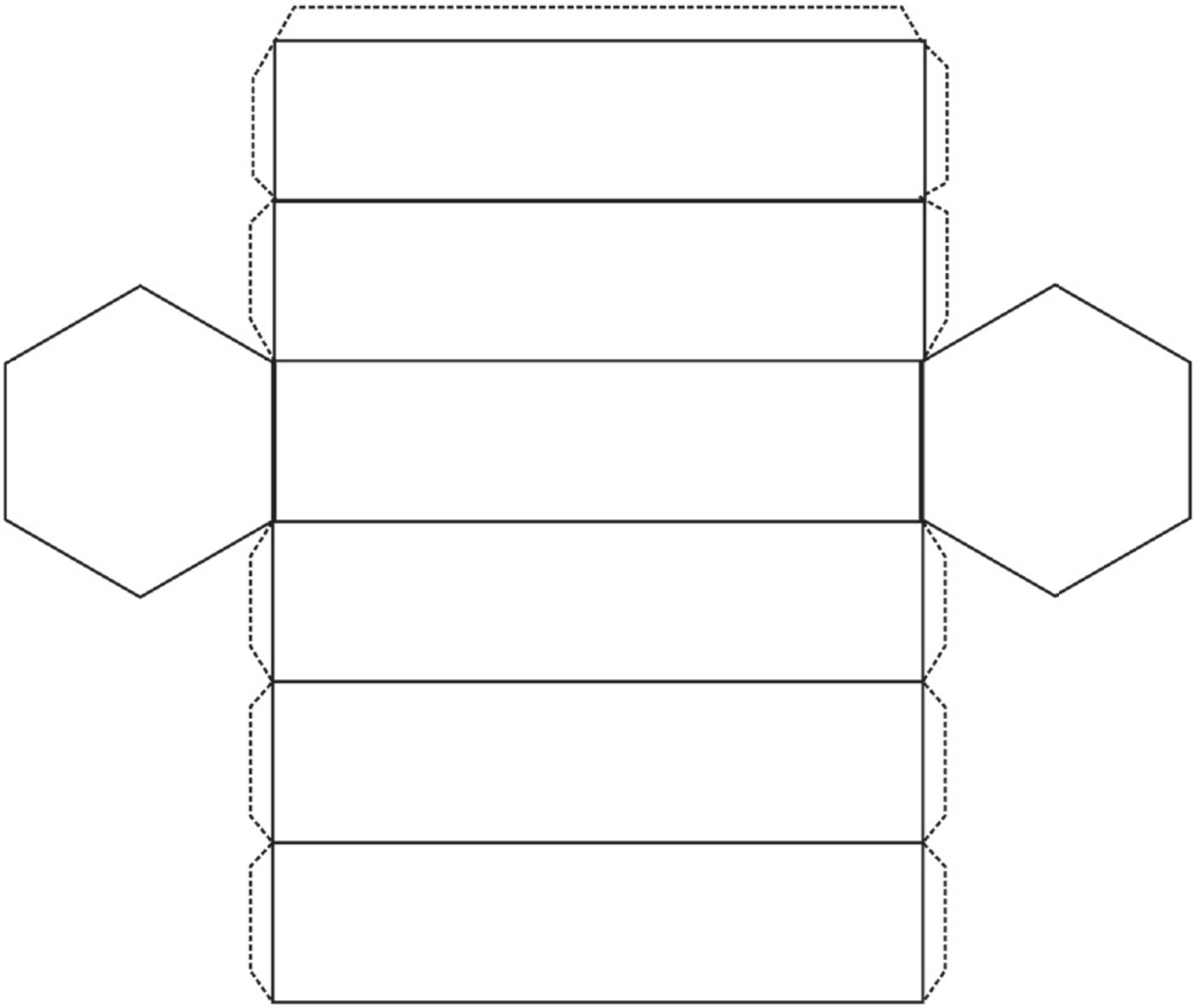


dobras

recortes

cole as abas

Prisma de base hexagonal

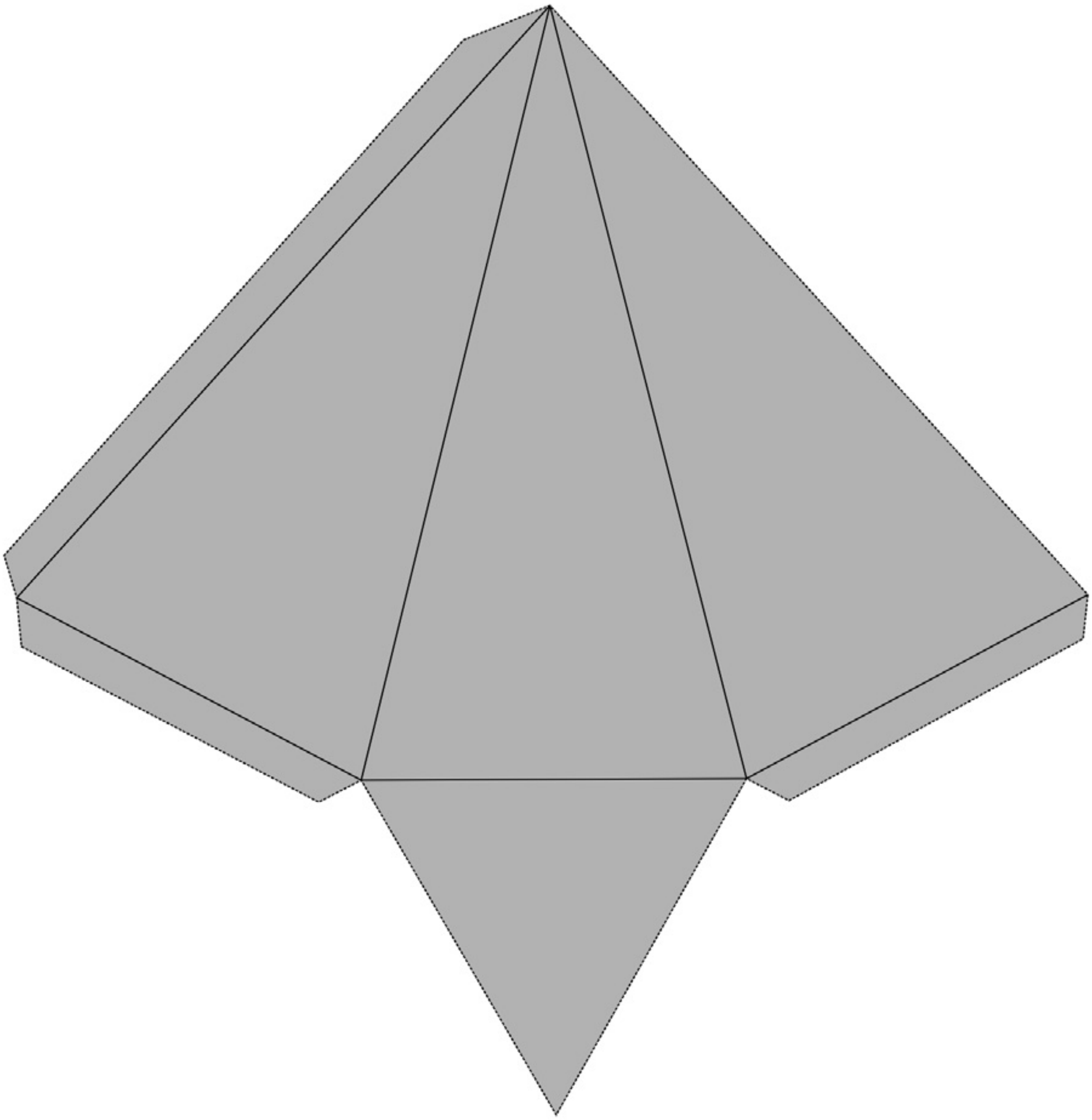


dobras

recortes

cole as abas

Pirâmide de base triangular

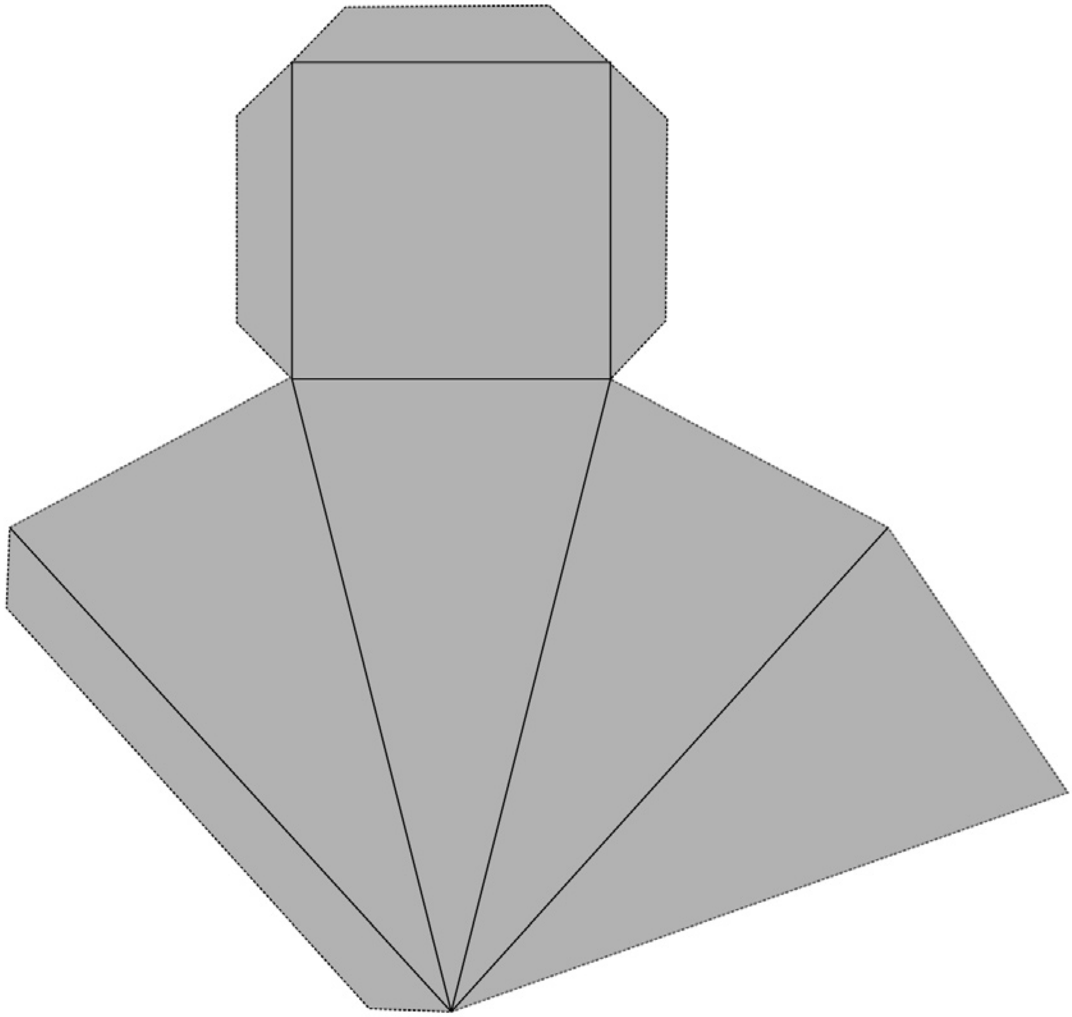


dobras

recortes

cole as abas

Pirâmide de base quadrangular

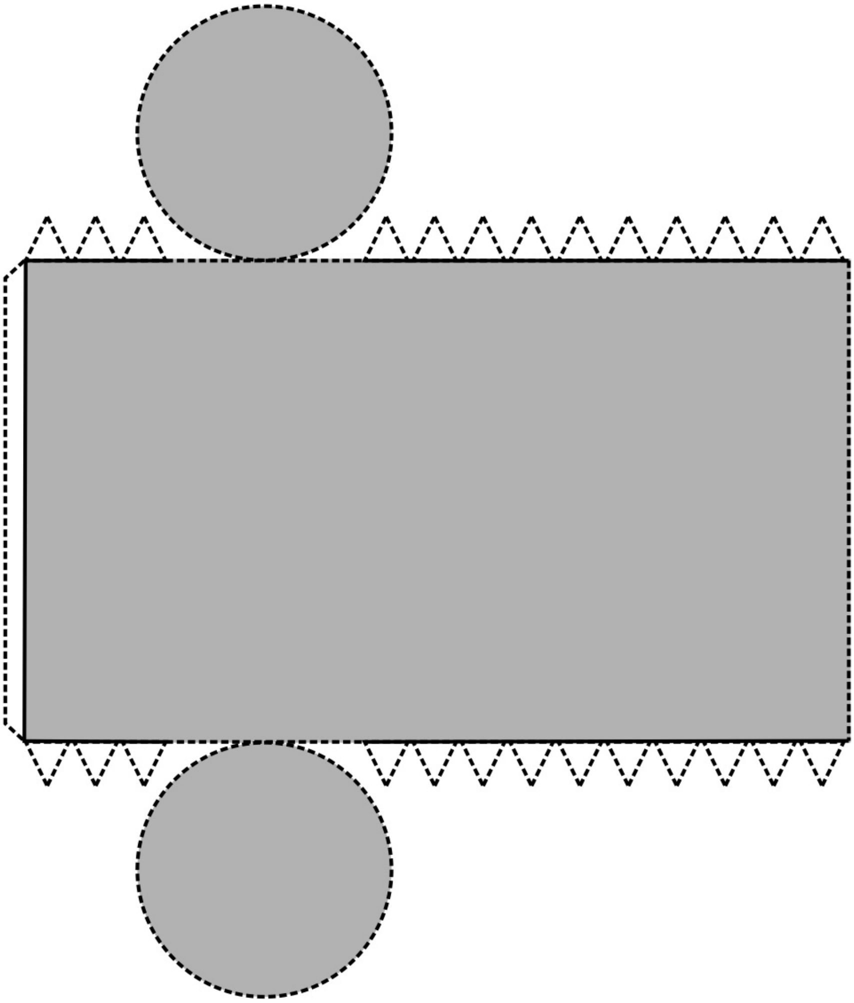


dobras

recortes

cole as abas

Cilindro

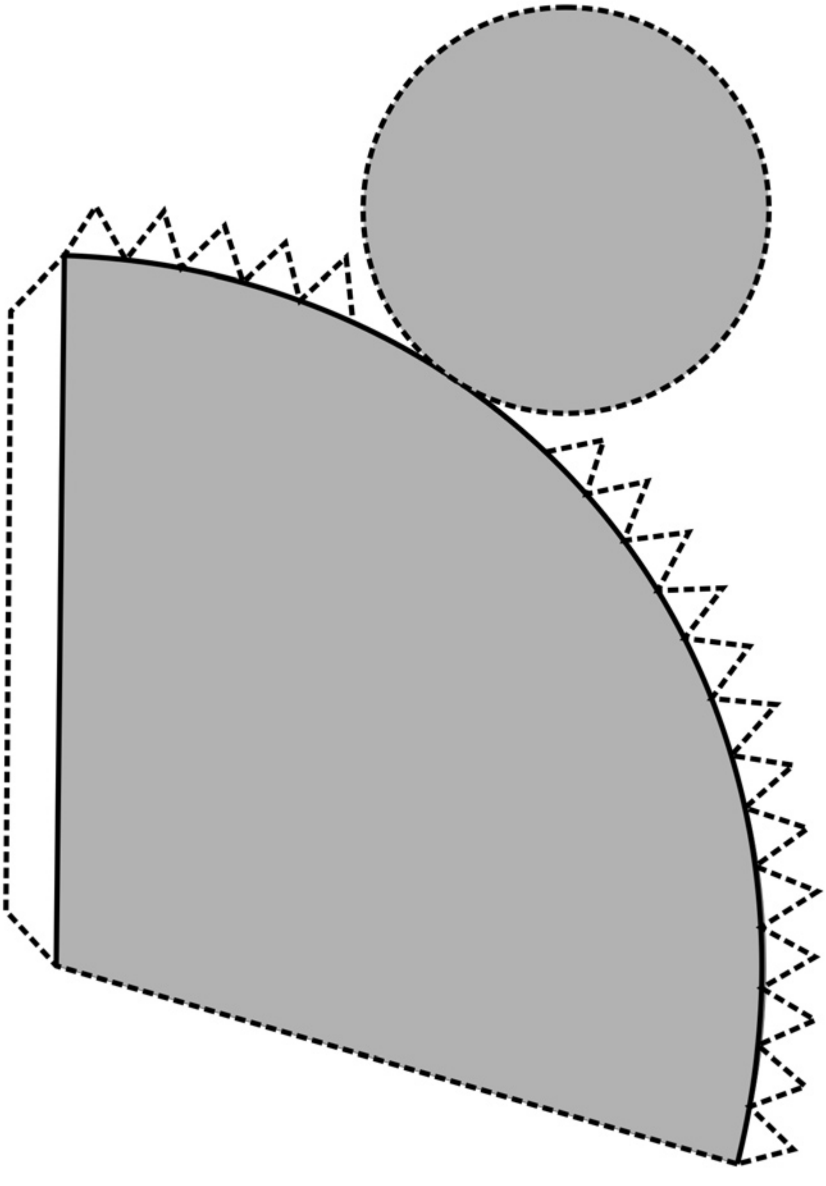


dobras

recortes

cole as abas

Cone

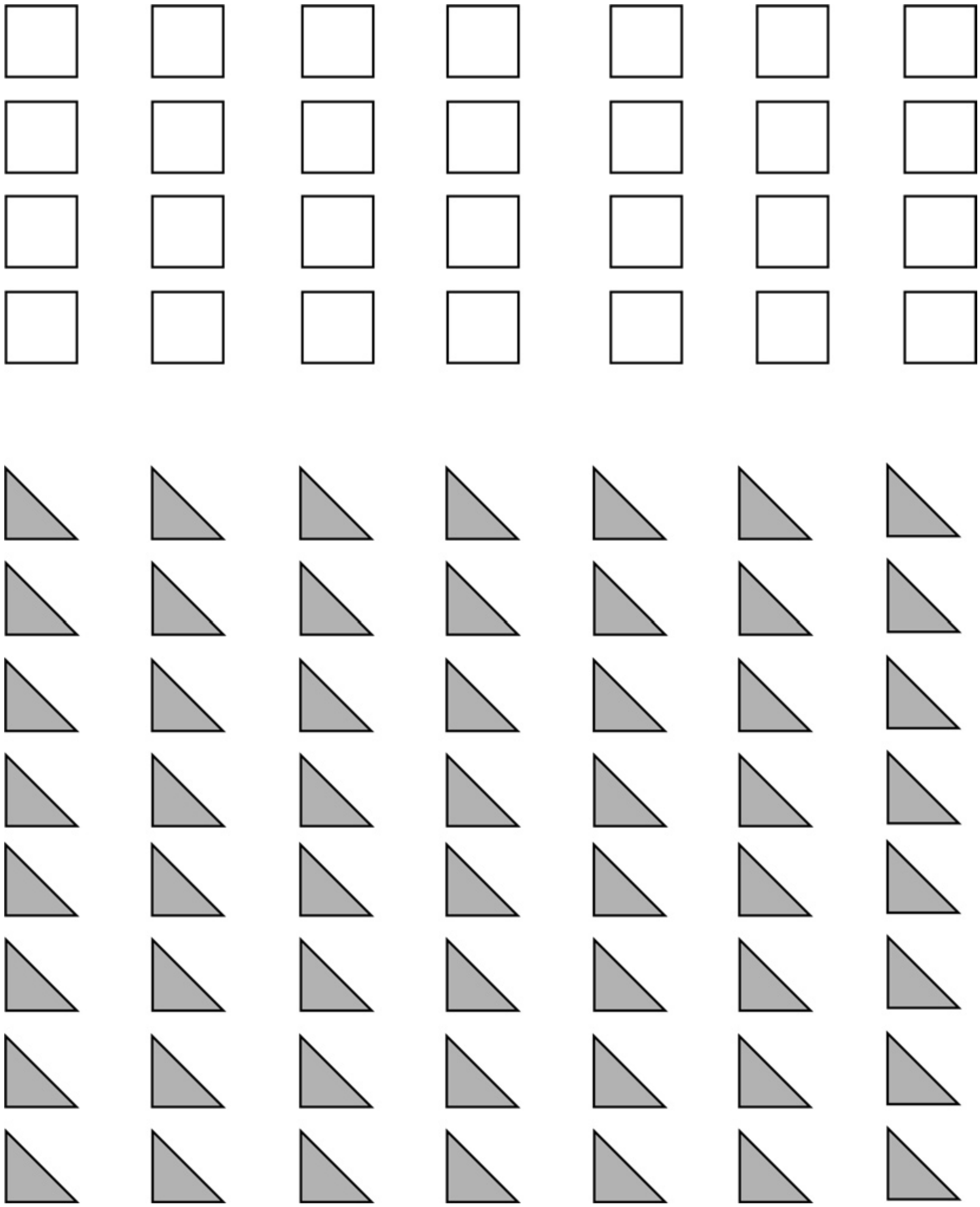


dobras

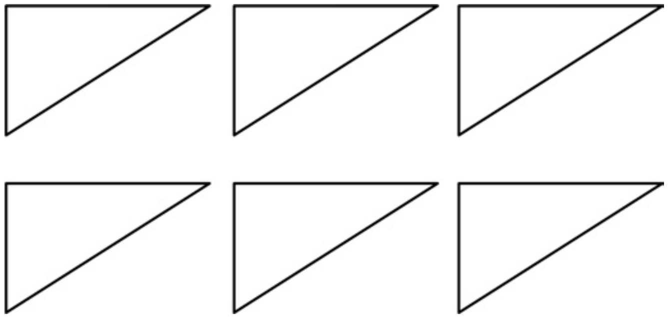
recortes

cole as abas

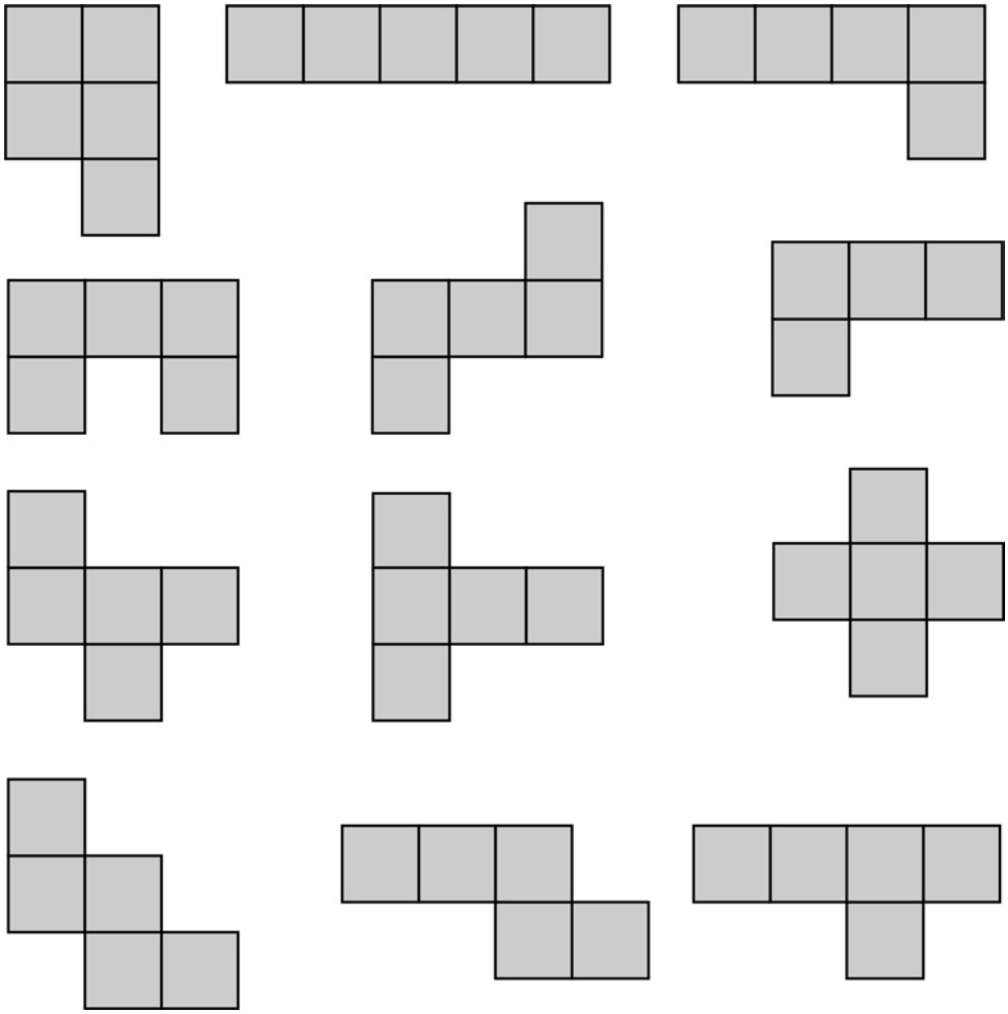
Figuras da Atividade 3



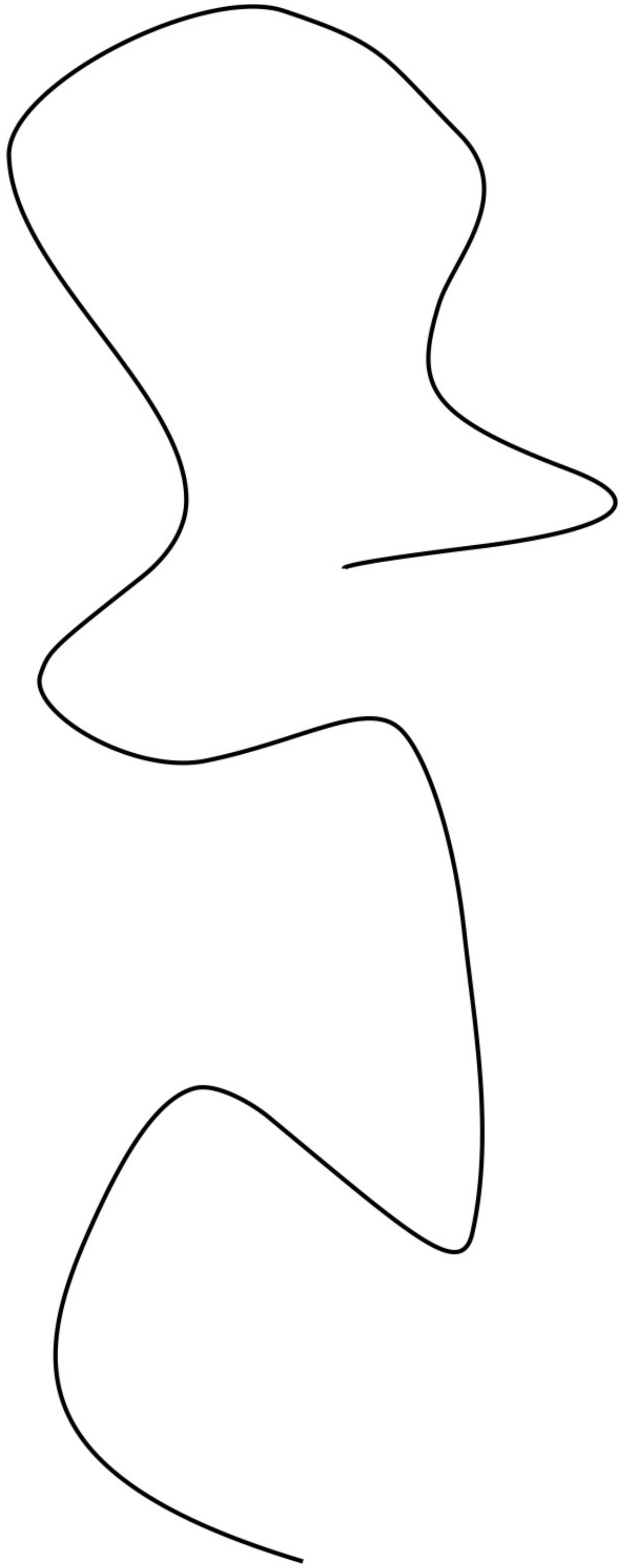
Figuras da Atividade 4



Pentaminós



Atividade 5



Referências

Aula 11

BOYER, Carl. *História da Matemática*, São Paulo, Editora Edgard Blucher:1996.

BRASIL. MEC. *Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o 1º e 2º ciclos*. Brasília, DF, 1997. v 3.

Aula 12

ALVES, Wanda Maria de Castro. *Matemática com a turma dos 9*. São Paulo: FTD, 1999. v. 1.

ANDRADE, Jorge Márcio Pereira de. Glossário Defnet. Disponível em: <http://www.defnet.org.br/frglos.htm>. Acesso em: 13 jun. 2004.

IMPA. Topologia. Disponível em: <http://www.impa.br/Pesquisa/Topologia>. Acesso em: 13 jun. 2004.

MINHA MÃO esquerda. *Revista Crescer,* Edição 5, ago. 2002. [Online]. Disponível em: <http://revistacrescer.globo.com/Crescer/0,19125,EFC406249-2216,00.html>. Acesso em: 13 jun. 2004.

Aula 13

BRASIL. MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º Ciclos*. Brasília, DF, 1997.

CIDADES Históricas Brasileiras. Disponível em: <http://www.cidadeshistoricas.art.br>. Acesso em: 29 maio 2004.

FRANÇA, Elizabeth.et al. *Matemática na vida e na escola -6ªsérie*. São Paulo: Editora do Brasil, 1999.

KINDEL, Dora Soraia; BAIRRAL, Marcelo A.; OLIVEIRA, Rosana de. *Uma propor-ação entre Matemática e PCNs*. Rio de Janeiro: GEPEM, 2000.

MAPA Fácil. Disponível em <http://www.mapafacil.com.br/>. Acesso em: 29 maio 2004.

NETVASCO. Disponível em <http://www.netvasco.com.br/mauroprais/futrio/maracana.> Acesso em: 29 maio 2004.

REVISTA Nova Escola. Edição dezembro de 1997: edição especial. São Paulo: Fundação Victor Civita, 1998.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de Matemática*: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

Aula 14

ABBOTT, Edwin A. *Flatland*: o país plano. Lisboa: Gradiva Publicações, 1993. (Ciência aberta, n. 60)

ARTE e Cultura. *Arquitetura e urbanismo*. Movimento modernista : Oscar Niemeyer. Disponível em: <http://www.mre.gov.br/cdbrasil/itamaraty/web/port/artecult/arqurb/arquitet/mmodern/oscarn/apresent.htm>. Acesso em : 20 jul. 2004.

BERGAMINI, David. *As matemáticas*. Rio de Janeiro: J. Olympio, 1969

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. 2.ed. São Paulo: Edgar Blucher, 1996.

BRASIL. MEC. *Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o 1º e 2º ciclos*. Brasília,DF, 1997. v. 3.

COLL, César; TEBEROSKY, Ana. *Aprendendo matemática conteúdos essenciais para o ensino fundamental de 1a a 4a série*. São Paulo: Ática, 2000.

FACULDADE de Ciências da Universidade de Lisboa. Departamento de Educação. Disponível em : <http://www.educ.fc.ul.pt/>. Acesso em : 20 jul. 2004.

ITAÚ Cultural: dicionário de artes visuais. Disponível em: <http://www.itaucultural.org.br/index.cfm?cd_pagina=2006>. Acesso em: 16 jul. 2004.

LEONARDO da Vinci. Disponível em : <http://fisica.cdcc.sc.usp.br/cientista/davinci.htm>. Acesso em : 20 jul. 2004.

NIEMEYER, Oscar. *O poema da curva*. Disponível em: <http://www.eletroliteraria.com.br/eletro/capa_editorial_fernanda.php>. Acesso em: 20 jul. 2004.

Aula 15

BAIRRAL, Marcelo A.; SILVA, Miguel Angelo da. *Instrumentalização do ensino da geometria*. Rio de Janeiro: CEDERJ, 2004. v.1

KALEFF, Ana Maria. *Vendo e revendo poliedros*. Niterói: EDUFF, 1998.

______; SÁ, Luciana Almeida; TOLEDO, Maria Inês Marins de. *Criando, vendo e entendendo sólidos de revolução*. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, n. 40, p. 37-52, 2002.

SILVA, José Brito. *Z*: projetos especiais. Disponível em: <http://www.zpe.hpg.ig.com.br >.Acesso em: 15 jun. 2004.

Aula 16

ART54: MC Escher. Disponível em:<http://www.art54.com/mcescher/index.html>.

BAIRRAL, Marcelo A , KINDEL, Dora Soraia, OLIVEIRA, Rosana de. *Uma propor-ação entre Matemática e PCNs*. Rio de Janeiro: GEPEM, 2000.

KALEFF, Ana Maria, REI, Dulce Monteiro, GARCIA, Simone dos Santos. *Quebra-Cabeças Geométricos e Formas Planas*. Niterói: EDUFF, 1999.

Aula 17

FRANÇA, Elizabeth. et al. *Matemática na vida e na escola – 6ªsérie*. São Paulo: Ed. do Brasil, 1999. 264 p.

IMENES, Luiz Márcio., LELLIS, Marcelo. *Matemática para todos – 6ªsérie, 3o ciclo*. São Paulo: Scipione, 2002. 351 p.

Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º Ciclos. MEC, 1997.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de Matemática*: como dois e dois: a construição da matemática. São Paulo: FTD, 1997. 335 p.

Universidade de São Paulo. CDCC São Carlos. *Programa Educ@r*. Disponível em: <http: //educar.sc.usp.br>. Acesso em: 15 jun. 2004.

Aula 18

BRASIL. Ministério da Ciência e Tecnologia. *Observatório Nacional*. Disponível em: <http://www.on.br>. Acesso em: 24 jun. 2004.

BRASIL. MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º Ciclos*. Brasília, DF, 1997.

FRANÇA, Elizabeth.et al. *Matemática na vida e na escola – 6ªsérie*. São Paulo: Ed. do Brasil, 1999.

Fundação Victor Civita. Nova escola On-Line. Disponível em: <http://novaescola.abril.com.br>. Acessado em: 24 jun. 2004.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Matemática para todos – 6ªsérie, 3º ciclo*. São Paulo: Scipione, 2002.

KINDEL, Dora Soraia; BAIRRAL, Marcelo A.; OLIVEIRA, Rosana de. *Uma propor-ação entre Matemática e PCNs*. Rio de Janeiro: GEPEM, 2000.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de matemática*: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

Aula 19

BAIRRAL, Marcelo A , KINDEL, Dora Soraia, OLIVEIRA, Rosana de. *Uma propor-ação entre Matemática e PCNs*. Rio de Janeiro: GEPEM, 2000.

Aula 20

BRASIL. MEC. *Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o 1º e 2º ciclos*. Brasília, DF, 1997. v 3.

BERGAMINI, David. *As Matemáticas*. Rio de Janeiro: José Olympio, 1969.

CHIQUETTO, Marcos. *Breve história da medida do tempo*. São Paulo: Scipione 1996.

COLL, César; TEBEROSKY, Ana. *Aprendendo matemática conteúdos essenciais para o ensino fundamental de 1ª a 4ª série*. São Paulo: Ática, 2000.

MONTELLATO, CABRINI, CATELLI. *História Temática*: tempos e culturas 5ª série São Paulo Scipione 2000.

MORAES, José Geraldo Vinci de. Caminhos das Civilizações: da Pré-História aos dias atuais. São Paulo: Atual Editora, 1993

RELÓGIOS. Disponível em: <http://www.hystoria.hpg.ig.com.br/relogio.htm>. Acesso em: 02 set. 2004.

TOLEDO, Marilia; TOLEDO, Mauro. *Didática de matemática como dois e dois*. São Paulo: FTD,1997.

ISBN 85-7648-098-0
9788576480983

UENF
Universidade Estadual
do Norte Fluminense

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
UERJ

Universidade Federal Fluminense
uff

UNIVERSIDADE DO BRASIL

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

UNIRIO

FAPERJ
Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro

GOVERNO DO
Rio de Janeiro
SECRETARIA DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Ministério
da Educação

BRASIL
UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL