

Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga  
Márcio Aleixo da Cruz

Volume 2

# Fundamentos de Finanças







Fundação

**CECIERJ**

Consórcio **cederj**

Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

## Fundamentos de Finanças

Volume 2

Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga  
Márcio Aleixo da Cruz



SECRETARIA DE  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Ministério  
da Educação



Apoio:



# Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Rua Visconde de Niterói, 1364 – Mangueira – Rio de Janeiro, RJ – CEP 20943-001

Tel.: (21) 2334-1569 Fax: (21) 2568-0725

## Presidente

Masako Oya Masuda

## Vice-presidente

Mirian Crapez

## Coordenação do Curso de Administração

UFRRJ - Silvestre Prado

UERJ - Aluizio Belisário

## Material Didático

### ELABORAÇÃO DE CONTEÚDO

Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga

Márcio Aleixo da Cruz

### COORDENAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO

#### INSTRUCIONAL

Cristine Costa Barreto

### DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL

#### E REVISÃO

José Meyohas

Marcelo Bastos Matos

Priscilla Guzzi Pinto Teixeira

### COORDENAÇÃO DE AVALIAÇÃO DO

#### MATERIAL DIDÁTICO

Débora Barreiros

## Departamento de Produção

### EDITORA

Tereza Queiroz

### REVISÃO TIPOGRÁFICA

Cristina Freixinho

Diana Castellani

Elaine Bayma

Patrícia Paula

### COORDENAÇÃO DE

#### PRODUÇÃO

Jorge Moura

### PROGRAMAÇÃO VISUAL

Márcia Valéria de Almeida

### ILUSTRAÇÃO

Sami Souza

### CAPA

Sami Souza

### PRODUÇÃO GRÁFICA

Patricia Seabra

Copyright © 2008, Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada, por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, da Fundação.

V426f

Veiga, Ana Luiza Barbosa da Costa.

Fundamentos de finanças. v. 2 / Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga; Márcio Aleixo da Cruz. – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2009.

396 p.; 19 x 26,5 cm.

ISBN: 978-85-7648-486-8

1. Finanças. 2. Títulos mobiliários. 3. Títulos de dívida. 4. Avaliação de ações. I. Cruz, Márcio Aleixo da. II. Título.

CDD: 658.15

# Governo do Estado do Rio de Janeiro

**Governador**  
Sérgio Cabral Filho

**Secretário de Estado de Ciência e Tecnologia**  
Alexandre Cardoso

## Universidades Consorciadas

**UENF - UNIVERSIDADE ESTADUAL DO  
NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO**  
Reitor: Almy Junior Cordeiro de Carvalho

**UFRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL DO  
RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Aloísio Teixeira

**UERJ - UNIVERSIDADE DO ESTADO DO  
RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Ricardo Vieiralves

**UFRRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL  
DO RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Ricardo Motta Miranda

**UFF - UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE**  
Reitor: Roberto de Souza Salles

**UNIRIO - UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO  
DO RIO DE JANEIRO**  
Reitora: Malvina Tania Tuttman



**SUMÁRIO**

<b>Aula 7</b> – Risco de uma carteira de ativos – 1ª parte: introdução ao retorno e ao risco de uma carteira .....	<b>7</b>
<i>Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga</i>	
<b>Aula 8</b> – Risco de uma carteira de ativos – 2ª parte: retorno e risco: extensões .....	<b>49</b>
<i>Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga</i>	
<b>Aula 9</b> – CAPM e APT: modelos para medir o retorno exigido.....	<b>91</b>
<i>Márcio Aleixo da Cruz</i>	
<b>Aula 10</b> – Títulos mobiliários básicos: ações, debêntures e outros títulos de dívida – 1ª parte: título de dívida .....	<b>121</b>
<i>Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga</i>	
<b>Aula 11</b> – Títulos mobiliários básicos: ações, debêntures e outros títulos de dívida – 2ª parte: ações ordinárias e ações preferenciais.....	<b>165</b>
<i>Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga</i>	
<b>Aula 12</b> – Avaliação de títulos de dívida.....	<b>207</b>
<i>Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga</i>	
<b>Aula 13</b> – Avaliação de ações ordinárias e preferenciais .....	<b>259</b>
<i>Ana Luiza Barbosa da Costa Veiga</i>	
<b>Aula 14</b> – Alavancagem operacional .....	<b>295</b>
<i>Márcio Aleixo da Cruz</i>	
<b>Aula 15</b> – Alavancagem financeira e alavancagem combinada .....	<b>313</b>
<i>Márcio Aleixo da Cruz</i>	
<b>Aula 16</b> – O que é arrendamento mercantil?.....	<b>335</b>
<i>Márcio Aleixo da Cruz</i>	
<b>Aula 17</b> – Títulos de dívida conversíveis, <i>warrants</i> e opções.....	<b>363</b>
<i>Márcio Aleixo da Cruz</i>	
<b>Referências</b> .....	<b>389</b>

---

Todos os dados apresentados nas atividades desta disciplina são fictícios, assim como os nomes de empresas que não sejam explicitamente mencionados como factuais.

Sendo assim, qualquer tipo de análise feita a partir desses dados não tem vínculo com a realidade, objetivando apenas explicar os conteúdos das aulas e permitir que os alunos exercitem aquilo que aprenderam.



# Risco de uma carteira de ativos – 1ª parte: introdução ao retorno e ao risco de uma carteira

## Metas da aula

Apresentar os conceitos, objetivos, técnicas e metodologia de correlação de cálculo do retorno e do risco de uma carteira; mostrar que o risco de um ativo individual deve ser analisado no contexto do investimento da carteira e não isoladamente.

Ao final do estudo desta aula, você deverá ser capaz de:

-  calcular o retorno esperado de uma carteira;
-  medir o risco de uma carteira;
-  entender como a diversificação reduz o risco de uma carteira.

## Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula com mais facilidade, é necessário conhecer as medidas de posição (média) e de dispersão (variância e desvio-padrão) e de outras medidas estatísticas (coeficiente de variação), já estudadas nas aulas de Métodos Estatísticos (Aulas 3, 4 e 5). Você deve se reportar, ainda, à aula de probabilidade (Aula 10) e de distribuição normal (Aula 14). É necessário também se reportar às Aulas 5 e 6 desta disciplina, onde foram apresentados os conceitos, objetivos e cálculos para apuração de retorno de um investimento (Aula 5) e risco de um ativo individual (Aula 6).

Mais uma vez, uma calculadora o ajudará bastante!

## INTRODUÇÃO

### CARTEIRA

É qualquer combinação ou conjunto de ativos financeiros.

Na aula anterior, você aprendeu a considerar o risco dos ativos mantidos isoladamente.

A maioria dos investidores, sejam eles pessoas ou instituições, fazem aplicação em vários ativos, que podem ser títulos (ações ou obrigações) ou ativos permanentes. Por ser aconselhável investir os recursos disponíveis em vários tipos de ativos, é essencial que estes investimentos sejam vistos no contexto de uma **CARTEIRA**. Com isso, o risco total de um título não é importante, mas sim a sua contribuição ao risco total da carteira. O objetivo é diluir o risco entre os vários ativos, reduzindo, assim, o risco total da carteira.

Risco, como já definido, é a variação dos retornos efetivos em relação aos retornos esperados. Ele pode ser mensurado usando retornos históricos ou estimando possíveis retornos. As medidas de dispersão dos retornos efetivos em função do retorno esperado utilizadas são a variância ou o desvio-padrão da distribuição. Quanto maior o desvio dos retornos efetivos em relação aos retornos esperados, maior é a variância/desvio-padrão; quanto maior a variância/desvio-padrão, maior o risco.

## RETORNO DE CARTEIRA

### Retorno de uma carteira usando retornos históricos ou conhecidos

Para começar a análise de risco de uma carteira, pelo cálculo da variância e desvios-padrão, temos primeiro de calcular os retornos de cada ativo em um determinado período de tempo, em termos percentuais, incorporando estimativa de preço e dividendos a esses retornos:

$$\text{Retorno do período } n = \frac{\text{Preço}_n - \text{Preço}_{n-1} + \text{Caixa recebido no período}_n}{\text{Preço}_{n-1}}$$

### Cálculo do retorno de uma carteira

O exemplo a seguir é de uma carteira composta por três títulos e ilustra como é calculado o retorno de uma carteira, que é idêntico ao cálculo do retorno de um ativo individual.

Exemplo: considere uma carteira composta por três títulos: 150 unidades do título X, cotado atualmente a \$ 38; 200 unidades do título Y, que está cotado a \$ 40; 150 unidades do título Z, cujo valor atual é de \$ 61. No final do ano, o preço de cada título será de \$ 40, \$ 46 e \$ 70 respectivamente.

Na **Tabela 7.1**, a seguir, temos a denominação dos títulos, as quantidades e o preço inicial de cada título dado do exemplo. Nas colunas (4) e (6), temos investimento total em cada título no início e fim do período, respectivamente.

**Tabela 7.1:** Valores do título e da carteira

Título	Quantidade de títulos	Preço inicial do título	Valor total atual	Preço no fim do período	Valor total esperado no fim do período
(1)	(2)	(3)	(4) = (2) × (3)	(5)	(6) = (2) × (5)
X	150	\$ 38	\$ 5.700	\$ 40	\$ 6.000
Y	200	40	8.000	46	9.200
Z	150	61	9.150	70	10.500
			<u>\$ 22.850</u>		<u>\$ 25.700</u>

Vamos ao cálculo do retorno.

Relembrando a expressão algébrica geral para calcular a taxa de retorno obtida, tanto para ativos físicos como para títulos (equação 6.1), temos:

$$K_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t + C_{t+1}}{P_t}$$

A taxa de retorno desta carteira será então:

$$K_{t+1} = \frac{\$25.700 - \$22.850 + \$0}{\$22.850} = \frac{\$2.850}{\$22.850} = 0,1247 = 12,47\%$$

Outra forma de calcular a taxa de retorno de uma carteira é através da média ponderada.

O retorno de uma carteira,  $\bar{k}$ , é a média ponderada do retorno de cada ativo em relação à sua participação no total da carteira. Ele pode ser obtido pela seguinte expressão de cálculo:

$$\bar{K}_p = w_1 \times k_1 + w_2 \times k_2 + \dots + w_n \times k_n$$

$$\bar{K}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j \quad (7.1)$$

onde

$\bar{K}_p$  = retorno da carteira

$w_j$  = proporção do valor total da carteira aplicada no ativo j

$k_j$  = retorno do ativo j

Há que destacar que  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ , significa que 100% dos ativos da carteira devem estar incluídos nesse cálculo.

Participações percentuais no total da carteira correspondente a cada ativo específico também são denominadas pesos da carteira.

Na **Tabela 7.2**, a seguir, calculamos a taxa de retorno da carteira. A participação percentual de cada título na composição da carteira é obtida dividindo o investimento em cada título (coluna 2), pelo investimento total da carteira (\$ 22.850). A seguir, multiplicamos os pesos de cada título pelos respectivos retornos e obtemos o retorno ponderado (coluna 7). O somatório do retorno ponderado dos títulos nos dá o retorno esperado da carteira: 12,47%. Esse tipo de tabela é conhecido como *matriz de resultados*.

**Tabela 7.2:** Cálculo do retorno da carteira em termos percentuais

Título	Valor total atual	Preço no início do período	Preço no fim do período	Retorno percentual do título no período considerado	Proporção do valor dos títulos na carteira	Contribuição do retorno esperado do título para a carteira
(1)	(2)	(3)	(4)	(5) = [(4) - (3)/100]	(6) = (2) / \$ 22.850	(7) = (5) × (6)
X	\$ 5.700	\$ 38	\$ 40	5,26%	0,2495	1,31
Y	8.000	40	46	15,00	0,3501	5,25
Z	9.150	61	70	14,75	0,4004	5,91
	<u>\$ 22.850</u>				1,0000	<u>12,47%</u>

Pela fórmula 7.1, temos:  $\bar{K}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$

$$\begin{aligned}\bar{K}_p &= (5,26\% \times 0,2495) + (15,00\% \times 0,3501) + (14,75\% \times 0,4004) \\ &= 1,31\% + 5,25\% + 5,91\% = 12,47\%\end{aligned}$$

O retorno de uma carteira é simplesmente a média ponderada dos retornos dos títulos que a compõem.

## Atividade 1

### Determinação dos pesos da carteira

Suponha que João tenha uma carteira de títulos composta de 100 títulos de A, que está sendo negociada a \$ 82,50, e de 80 títulos de B, que está sendo vendida a \$ 68,75. Determine os pesos dos títulos na carteira.

### Resposta Comentada

O investimento total de João é de \$ 13.750, explicitado na coluna (4) da tabela a seguir. Se dividirmos o total investido em cada título pelo investimento total na carteira AB, temos a participação de cada título na composição da carteira, o que pode ser verificado a seguir:

*Cálculo da proporção de cada título na composição da carteira*

Título (1)	Quantidade (2)	Preço (3)	Total (4) = (2) × (3)	Proporção de cada título na carteira (4) / \$ 13.750
A	100	\$ 82,50	\$ 8.250	0,60
B	80	68,75	5.500	0,40
Total investido			\$ 13.750	1,00

Portanto, a carteira de investimento do João é composta por 60% do ativo A e 40% do ativo B.

## Atividade 2

### Retorno esperado da carteira

Você tem uma carteira com \$ 2.100 investidos no ativo A e \$ 4.900 no ativo B. Se os retornos destes ativos forem 15% e 12%, respectivamente, qual será o retorno esperado da carteira?

### Resposta Comentada

Devemos primeiro calcular a proporção de cada ativo na carteira: do investimento total de \$ 7.000, o ativo A contribui com 30% e o ativo B com 70%. Depois, multiplicar a participação percentual de cada ativo pelo seu respectivo retorno, para se obter o retorno ponderado. A soma dos retornos ponderados nos dá o retorno da carteira, como verificamos na matriz de resultado a seguir.

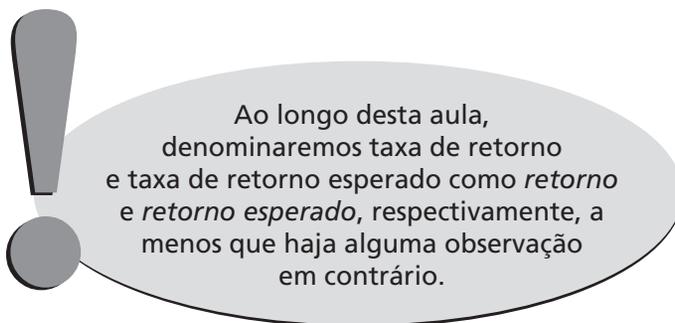
Cálculo do retorno da carteira				
Ativo	Investimento	Participação percentual na carteira	Retorno do ativo	Retorno ponderado
(1)	(2)	(3) = (2) / \$7.000	(4)	(5) = (3) x (4)
A	\$2.100	0,30	15%	4,5%
B	4.900	0,70	12	8,4
	\$7.000	1,00		12,9%

O retorno da carteira é igual ao somatório do retorno ponderado dos ativos, isto é, 4,5% referente ao ativo A mais 8,4% referente ao ativo B, que dá 12,9%.

Calculando através da fórmula:

$$\bar{K}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

$$\bar{K}_p = (0,30 \times 15\%) + (0,70 \times 12\%) = 4,5\% + 8,4\% = 12,9\%$$



## Retorno de uma carteira usando retornos estimados

Nos exemplos dados, sabíamos com certeza quais seriam os retornos dos títulos ou como eles se comportariam no futuro. Para estimarmos o retorno esperado de uma carteira de investimentos, usamos o mesmo raciocínio utilizado no cálculo do retorno estimado de um ativo, aprendido na Aula 6 na qual eram feitas estimativas para os retornos dos ativos num período relevante. O retorno esperado da carteira, portanto, é a média ponderada dos prováveis retornos dos ativos que a compõem.

Primeiro, temos de calcular o retorno esperado de cada título, usando a fórmula a seguir:

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^n (k_i \times \text{Pr})$$

onde:  $\bar{k}$  = retorno esperado

$k_i$  = retorno provável

Pr = probabilidade de ocorrência

Depois, calcularemos o retorno esperado da carteira, utilizando a fórmula 7.1.

Exemplo: suponha que se queira determinar o retorno esperado da carteira AB, criada com a combinação de 60% do título Alpha (A) e 40% do título Beta (B). Uma avaliação dos analistas financeiros indica os prováveis retornos dos títulos Alpha e Beta, a seguir relacionados, em quatro possíveis cenários econômicos: depressão (10%), recessão (40%), normal (30%) e expansão (20%). A probabilidade de ocorrência desses eventos, bem como os retornos prováveis de cada título são mostrados na coluna (2), (3) e (4) da Tabela 7.3.

Tabela 7.3: Retornos prováveis dos títulos Alpha e Beta

Cenário (1)	Probabilidade (2)	Retorno do título Alpha (3)	Retornos do título Beta (4)
Depressão	0,10	6,0%	-1,2%
Recessão	0,40	8,4	7,2
Normal	0,30	- 4,8	2,4
Expansão	0,20	18,0	24

Multiplicando-se cada retorno provável pela probabilidade de ele vir a ocorrer e somando os resultados, encontramos o retorno esperado de cada título.

Tabela 7.4: Cálculo do retorno esperado dos títulos Alpha e Beta

Cenário (1)	Probabilidade (2)	Retorno Alpha (3)	Retorno Beta (4)	Retorno esperado de Alpha (5) = (2) x (3)	Retorno esperado de Beta (6) = (2) x (4)
Depressão	0,10	6,0%	-1,2%	0,6%	-0,12%
Recessão	0,40	8,4	7,2	3,36	2,88
Normal	0,30	- 4,8	2,4	-1,44	0,72
Expansão	0,20	18,0	2,4	3,6	4,8
Total	1,00	Retorno esperado		6,12%	8,28%

O retorno esperado da carteira AB é a média ponderada dos retornos esperados dos títulos Alpha e Beta, e será igual a 6,984%, como demonstrado a seguir:

$$\bar{K}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

então:  $\bar{K}_{AB} = (w_{\text{Alpha}} \times k_{\text{Alpha}}) + (w_{\text{Beta}} \times k_{\text{Beta}})$ ; substituindo pelos valores da atividade, temos:

$$\bar{K}_{AB} = (0,60 \times 6,12\%) + (0,40 \times 8,28\%) = 3,672\% + 3,312\% = 6,984\%$$

O retorno esperado da carteira AB é de aproximadamente 7,0%.

O retorno esperado desta carteira AB, composta pelos títulos Alpha e Beta, poderia ser calculado encontrando-se o retorno médio pela soma dos resultados da multiplicação do retorno dos ativos pela sua participação percentual na composição da carteira em cada ano:  $(k_{\text{Alpha}} \times \% \text{ de títulos Alpha}) + (k_{\text{Beta}} \times \% \text{ de títulos Beta})$  e encontrando-se a média dos seguintes retornos anuais:

**Tabela 7.5:** Cálculo do retorno esperado da carteira AB

Cenário (1)	Probabilidade (2)	Retorno Alpha (3)	Retorno Beta (4)	Retorno ponderado da carteira (5) = $0,6 \times (3) + 0,4 \times (4)$	Retorno esperado da carteira (6) = (2) x (5)
Depressão	0,10	6,0%	-1,2%	3,12%	0,312
Recessão	0,40	8,4	7,2	7,92	3,168
Normal	0,30	- 4,8	2,4	-1,92	-0,576
Expansão	0,20	18,0	24	20,4	4,08
Total	<u>1,00</u>	Retorno esperado			<u>6,984%</u>

Como já verificado, o retorno esperado da carteira AB é de aproximadamente 7,0%.

## Atividade 3

### Retorno esperado dos títulos e da carteira

Para tomar uma decisão de investimento, o administrador financeiro da Ouro Preto S.A. fez uma avaliação dos retornos dos títulos X, Y e Z e indicou os possíveis retornos, a seguir relacionados, em cada um dos cenários previstos.

Taxas de retornos possíveis				
Cenário (1)	Probabilidade (2)	Título X (3)	Título Y (4)	Título Z (5)
Otimista	30%	18%	20%	14%
Normal	50%	16%	16%	16%
Pessimista	20%	14%	12%	18%

a. A empresa deseja comparar as alternativas somente na base de seus retornos esperados. Calcule o retorno esperado dos títulos X, Y e Z.

b. Supondo que a empresa mude de estratégia de investimento, resolvendo diversificar sua carteira, destinando 40% dos recursos para a alternativa de investimento X, 40% dos recursos para o título Y e os 20% restantes para o título Z, calcule o retorno dessa carteira.

### Respostas Comentadas

*O retorno esperado de um título é a média ponderada dos retornos possíveis pelas suas probabilidades de ocorrência.*

a. Cálculo dos retornos esperados dos títulos X, Y e Z.

Conforme demonstrado anteriormente, a fórmula para este cálculo é:

$$\bar{k} = \sum_{i=1}^n (k_i \times Pr)$$

Assim, os retornos esperados dos títulos são:

$$\text{Retorno esperado do título X} = 0,30 \times 18\% + 0,50 \times 16\% + 0,20 \times 14\% = 5,4\% + 8\% + 2,8\% = 16,2\%$$

$$\text{Retorno esperado do título Y} = 0,30 \times 20\% + 0,50 \times 16\% + 0,20 \times 12\% = 6,0\% + 8\% + 2,4\% = 16,4\%$$

$$\text{Retorno esperado do título Z} = 0,30 \times 14\% + 0,50 \times 16\% + 0,20 \times 18\% = 4,2\% + 8\% + 3,6\% = 15,8\%$$

b. Cálculo do retorno esperado da carteira XYZ

O retorno esperado da carteira XYZ é a média ponderada dos retornos esperados dos três títulos, onde o peso é a proporção de cada título na composição da carteira; no caso igual a 40%, 40% e 20% para os títulos X, Y e Z, respectivamente.

Para chegar ao retorno esperado da carteira, como já foi visto, usaremos a fórmula:

$$\bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

então:  $\bar{k}_{XYZ} = (W_x \times k_x) + (W_y \times k_y + W_z \times k_z)$ ; substituindo pelos valores da atividade, temos:  $\bar{k}_{XYZ} = (0,40 \times 16,2\%) + (0,40 \times 16,4\%) + (0,20 \times 15,8\%) = 6,48\% + 6,56\% + 3,16\% = 16,20\%$

O retorno esperado da carteira será de 16,20%.

O retorno esperado desta carteira XYZ também pode ser calculado encontrando-se o retorno médio em cada ano como  $(k_x \times \% \text{ de títulos X}) + (k_y \times \% \text{ de títulos Y}) + (k_z \times \% \text{ de títulos Z})$  e encontrando-se a média dos seguintes retornos anuais:

*Cálculo do retorno esperado da carteira XYZ*

Cenário	Probabilidade	Título X	Título Y	Título Z	Retorno ponderado da carteira (6) = 0,4 x (3) + 0,4 x (4) + 0,20 x (5)	Retorno esperado da carteira (7) = (2) x (6)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)		(7) = (2) x (6)
Otimista	30%	18%	20%	14%	18%	5,4%
Normal	50%	16%	16%	16%	16%	8,0%
Pessimista	20%	14%	12%	18%	14%	2,8%
<i>Retorno esperado</i>						16,2%

## MUDANÇA DE PROPORÇÕES DOS ATIVOS NA COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA

O retorno esperado da carteira depende do retorno esperado e da proporção investida de cada ativo na carteira. Senão, vejamos:

Vamos supor agora uma carteira composta pelas ações X e Y. O retorno esperado da ação X é de 15% e o da ação Y é de 25%.

a. Se consideramos que um investidor aplicou 40% de seus recursos na ação X e os restantes 60% na ação Y, o retorno esperado da carteira será de 21%, como verificado a seguir:

$\bar{K}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$ . Como a carteira tem só duas ações, X e Y, o retorno esperado da carteira pode ser assim calculado:

$\bar{k}_{XY} = (w_X \times k_X) + (w_Y \times k_Y)$ ; substituindo pelos valores da atividade, temos:

$$\bar{k}_{XY} = (0,40 \times 15\%) + (0,60 \times 25\%) = 6\% + 15\% = 21\%$$

O retorno da carteira é de **21%**.

b. Continuando, vamos supor agora que 50% da carteira estejam aplicados na ação X e 50% na ação Y. Como o retorno esperado da ação X é de 15% e da ação Y é de 25%, o retorno esperado da carteira será de 20%, como calculado a seguir:

$$\bar{k}_{XY} = (0,50 \times 15\%) + (0,50 \times 25\%) = 7,5\% + 12,5\% = 20\%.$$

c. Supondo que 60% dos recursos da carteira estejam aplicados na ação X e 40% na ação Y. Como o retorno esperado de 15% e 25% para as ações X e Y, respectivamente, teremos o retorno esperado igual a 19%.

$$\bar{k}_{XY} = (0,60 \times 15\%) + (0,40 \times 25\%) = 9,0\% + 10\% = 19\%.$$

d. Se os recursos fossem aplicados somente na ação X, o retorno esperado seria de 15%.

$$\bar{k}_{XY} = (1,0 \times 15\%) + (0 \times 25\%) = 15\% + \% = 15\%.$$

e. Se ele investisse tudo na ação Y, o retorno da carteira seria de 25%.

$$\bar{k}_{XY} = (0 \times 15\%) + (1,0 \times 25\%) = 0\% + 25\% = 25\%.$$

Isto posto, podemos afirmar:

- o retorno esperado de uma carteira é simplesmente a média ponderada dos retornos dos títulos que a compõem;
- a contribuição de um título para o retorno da carteira depende de seu retorno e de sua participação percentual na carteira;
- quanto maior a proporção investida no ativo de maior retorno esperado, maior o retorno esperado da carteira.

Ao observarmos isso, poderíamos simplesmente investir em um único título: aquele que tivesse o maior retorno esperado. Por que não fazemos isso? Se fizermos isso, estaremos expostos tanto ao risco específico da empresa quanto ao risco de mercado. Entretanto, se incluirmos outros ativos na carteira, estaremos diversificando. A diversificação é aconselhável, pois assim podemos reduzir a exposição ao risco específico de uma empresa.

Risco específico ou risco diversificável ou risco não sistemático é a parcela do risco do ativo resultante de eventos aleatórios ou incontroláveis, específicos de cada empresa, tais como greve, ações judiciais, ações regulatórias, um novo concorrente e perda de grandes clientes.

Risco de mercado ou risco não diversificável ou risco sistemático – é o risco que afeta todos ou quase todos os investimentos e é atribuído a fatores de mercado, não podendo ser reduzido ou eliminado por meio da diversificação. Fatores como inflação, mudanças na economia, reformas tributárias, taxas de juros altas, guerra, incidentes internacionais respondem pelo risco não diversificável do ativo.

## RISCO DE CARTEIRA

O risco de um título, como já sabemos, pode ser medido pela variabilidade dos retornos prováveis em torno do retorno esperado, ou seja, pelo grau de dispersão dos retornos em relação à média. A medida estatística usualmente utilizada para quantificar o risco de um título é o desvio-padrão.

A abordagem para medir o risco de uma carteira começa, então, com os cálculos do retorno esperado e dos desvios-padrão de cada título da carteira. Esse procedimento você já aprendeu na Aula 6 ao analisar o risco e o retorno de um único ativo. Depois dos cálculos com os ativos individuais, podemos, então, calcular o retorno e o risco da carteira.

Sabemos, pelas aulas anteriores, que o risco de um ativo pode ser medido pela variância e pelo desvio-padrão cujas fórmulas estão a seguir:

$$\text{Variância: } \sigma_k^2 = \sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j$$

$$\text{Desvio-padrão é a raiz quadrada da variância: } \sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}$$

onde

$\sigma_k$  = desvio-padrão do retorno esperado

$k_j$  = valor do retorno na ocorrência  $j$

$n$  = n° de observações

$\bar{k}$  = retorno médio esperado

$Pr_j$  = probabilidade da ocorrência  $j$

A fórmula anterior é para o cálculo do desvio-padrão quando os dados estão na forma de uma distribuição de probabilidade conhecida. Se somente uma amostra de dados de retorno estiver disponível, o desvio-padrão dos retornos pode ser estimado utilizando-se a fórmula:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2}{n - 1}}$$

A relação entre o risco de uma carteira e o risco dos ativos que a compõem será analisada com o exemplo a seguir.

Para mensurar o risco de uma carteira, necessitamos calcular primeiro o retorno esperado e o desvio-padrão de cada título da carteira, como acabamos de ver. Qual é a relação entre o risco de uma carteira e o risco dos títulos que a compõem? O exemplo a seguir nós dá uma idéia geral dessa relação.

Exemplo: vamos considerar a carteira AB do exemplo anterior, criada com a combinação de 60% do título Alpha e 40% do título Beta, onde o retorno esperado foi encontrado pelo cálculo do retorno médio em cada ano como  $(k_{\text{Alpha}} \times \% \text{ de títulos Alpha}) + (k_{\text{Beta}} \times \% \text{ de títulos Beta})$  e consta na coluna (6) da Tabela 7.6:

Tabela 7.6: Cálculo do retorno esperado da carteira AB

Cenário	Probabilidade	Retorno de Alpha	Retorno de Beta	Retorno ponderado da carteira	Retorno esperado da carteira
(1)	(2)	(3)	(4)	(5) = [0,6 x (3) + 0,4 x (4)]	(6) = (2) x (5)
Depressão	0,10	6,0%	-1,2%	3,12%	0,312
Recessão	0,40	8,4	7,2	7,92	3,168
Normal	0,30	- 4,8	2,4	-1,92	-0,576
Expansão	0,20	18,0	2,4	20,4	4,08
Total	1,00	Retorno esperado			6,984%

Nas Tabelas 7.7.a, 7.7.b e 7.7.c, a seguir, temos o cálculo da variância e do desvio-padrão para os títulos Alpha e Beta, bem como da carteira AB, respectivamente:

**Tabela 7.7.a:** Cálculo da variância e desvio-padrão do título Alpha

Cenário	Probabilidade $Pr_j$	Retornos prováveis $k_j$	Retorno ponderado $k_j \times Pr_j$ (4) = (2) x (3)	Desvio $k_j - \bar{k}$ (5) = (3) – média	Desvios ao quadrado $(k_j - \bar{k})^2$ (6) = (5) x (5)	Desvios ao quadrado x probabilidade $(k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j$ (7) = (2) x (6)
(1)	(2)	(3)				
Depressão	0,1	6%	0,6%	0,12%	0,0144%	0,00144%
Recessão	0,4	8,4	3,36	2,28	5,1984	2,0794
Normal	0,3	- 4,8	- 1,44	- 10,92	119,25	35,7739
Expansão	0,2	18	3,6	11,88	141,13	28,2300
Média, $\bar{k}$			6,12%			
Variância, $\sigma_k^2$						66,0816%

O desvio-padrão como vimos é a raiz quadrada da variância. Assim,

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}, \text{ donde } \sigma_k = \sqrt{66,0816} = 8,12906 \approx 8,13\%$$

O desvio-padrão do título Alpha é, portanto, igual a 8,13%.

**Tabela 7.7.b:** Cálculo da variância e desvio-padrão do título Beta

Cenário	Probabilidade $Pr_j$	Retornos prováveis $k_j$	Retorno ponderado $k_j \times Pr_j$ (4) = (2) x (3)	Desvio $k_j - \bar{k}$ (5) = (3) – média	Desvios ao quadrado $(k_j - \bar{k})^2$ (6) = (5) x (5)	Desvios ao quadrado x probabilidade $(k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j$ (7) = (2) x (6)
(1)	(2)	(3)				
Depressão	0,1	-1,2%	-0,12%	-9,48%	89,8704%	8,987%
Recessão	0,4	7,2	2,88	-1,08	1,1664	0,4666
Normal	0,3	2,4	0,72	-5,88	34,5744	10,3723
Expansão	0,2	24	4,8	15,72	247,1184	49,4237
Média, $\bar{k}$			8,28%			
Variância, $\sigma_{k_j}^2$						69,2496%

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j} \qquad \sigma_k = \sqrt{69,2496} = 8,3216 \approx 8,32\%$$

O desvio-padrão do título Beta é igual a 8,32%.

Tabela 7.7.c: Cálculo da variância e do desvio-padrão da carteira AB

Cenário	Probabilidade $Pr_j$	Retornos prováveis $k_j$	Retorno ponderado $k_j \times Pr_j$ (4) = (2) x (3)	Desvio $k_j - \bar{k}$ (5) = (3) – média	Desvios ao quadrado $(k_j - \bar{k})^2$ (6) = (5) x (5)	Desvios ao quadrado x probabilidade $(k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j$ (7) = (2) x (6)
(1)	(2)	(3)				
Depressão	0,1	3,1%	0,312	-3,864	14,930	1,5
Recessão	0,4	7,9	3,168	0,936	1	0,4
Normal	0,3	-1,9	-0,576	-8,904	79	23,8
Expansão	0,2	20,4	4,08	13,416	180	36,0
Média, $\bar{k}$			6,98%			
Variância, $\sigma_{k_j}^2$						61,62

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j} \qquad \sigma_k = \sqrt{61,62\%} = 7,85\%$$

O desvio-padrão da carteira AB é, portanto, igual a 7,85%.

Tabela 7.8: Retorno esperado, variância e desvio-padrão dos títulos Alpha e Beta e da carteira AB

Resumo	Título A	Título B	Carteira AB
Retorno esperado	61,12%	8,28%	6,98%
Variância	66,08%	69,25%	61,65%
Desvio-padrão	8,13%	8,32%	7,85%

O retorno esperado da carteira, como sempre, é a média ponderada dos retornos esperados de seus títulos, usando as proporções da composição da carteira como peso. É igual a 6,98% ( $= 0,60 \times 6,12\% + 0,40 \times 8,28\%$ ).

A forma de cálculo do retorno esperado realizado anteriormente não se estabelece para o cálculo da variância ou desvio-padrão dos retornos. Se usássemos o mesmo raciocínio para o cálculo do desvio-padrão da carteira AB, assumindo que o risco da carteira é uma média ponderada dos desvios-padrão dos títulos individuais teríamos o seguinte resultado:

$$(0,60 \times 8,13\%) + (0,40 \times 8,32\%) = 4,878 + 3,328 = 8,206\% = 8,21\%$$

Observamos que da média ponderada dos desvios-padrão dos títulos que compõem a carteira (8,21%) não é igual ao desvio-padrão do retorno da carteira (7,85%).

Conforme o resultado anterior, o desvio-padrão da carteira normalmente será menor do que a média ponderada dos desvios-padrão dos títulos. Isso acontece por causa da diversificação que reduz o risco para um valor abaixo dos 8,21%.

Teoricamente, podemos até combinar títulos, que são muito arriscados quando avaliados individualmente para formar uma carteira completamente livre de risco. Este resultado ocorre porque o risco de uma carteira não depende somente dos riscos de seus ativos, considerados isoladamente, mas também como e o quanto são afetados por eventos subjacentes de mercado, tais como inflação e taxa de juros. Por isso, investimentos em novos ativos devem ser considerados à luz de seus impactos no risco e retorno da carteira.



Quando os retornos de títulos são perfeitos e positivamente correlacionados, o risco de uma combinação, medido pelo desvio-padrão do retorno, é exatamente a média ponderada dos riscos dos títulos que compõem a carteira.

## Atividade 4

### Cálculo do risco da carteira – dados amostrais e determinísticos

Joana tem uma carteira que, formada pelos títulos R e S, tem os seguintes retornos históricos:

Ano	Retorno do título R	Retorno do título S
2002	-0,3%	-5,3%
2003	17	18
2004	12	20
2005	-13	-10
2006	22	15

- Calcule a taxa de retorno média para cada título durante o período de 2002 a 2006.
- Suponha que a carteira de Joana é formada por 50% do título R e 50% do título S. Qual foi o retorno realizado da carteira em cada ano de 2002 a 2006? Qual teria sido o retorno médio da carteira durante esse período?
- Calcule o desvio-padrão dos retornos para cada título e para a carteira.
- Calcule o coeficiente de variação dos retornos para cada título e para a carteira.
- Se Joana fosse uma investidora avessa ao risco, preferiria investir no título R, no título S ou na carteira? Por quê?

### Respostas Comentadas

a. O retorno médio para o período de 2002 a 2006 é dado pela média aritmética simples. Para cada título, você deve somar os retornos e depois dividi-los por cinco (número de retornos observados). Assim, para o período analisado, o retorno médio esperado para os títulos R e S será:

Retorno Médio = Média aritmética dos retornos. Conforme fórmula 5.1, temos:

$$\text{Média} = \bar{k} = \frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_n)}{n}$$

$$a_{1r} = \bar{k}_R = \frac{(-0,3) + 17 + 12 + (-13) + 22}{5} = \bar{k}_R = \frac{37,7}{5} = 7,54\%$$

$$a_{2s} = \bar{k}_S = \frac{(-5,3) + 18 + 20 + (-10) + 15}{5} = \bar{k}_S = \frac{37,7}{5} = 7,54\%$$

O retorno médio anual, tanto do título R como do título S, é de 7,54%.

b<sub>1</sub>. O retorno realizado da carteira em cada ano, de 2002 a 2006, é o resultado da multiplicação dos retornos de cada título pelo seu percentual de participação na composição da carteira, por ano, conforme consta na coluna (4) da tabela a seguir:

Cálculo do retorno da carteira em cada ano no período de 2002 a 2006

CARTEIRA 50% DO TÍTULO R e 50% DO TÍTULO S

Ano	Retorno do título R (%)	Retorno do título S (%)	Retorno da carteira (%)
(1)	(2)	(3)	(4) = 0,50 × (2) + 0,5 × (3)
2002	-0,3%	-5,3%	-2,80%
2003	17	18	17,50
2004	12	20	16,00
2005	-13	-10	-11,50
2006	22	15	18,50
Total			37,70

b<sub>2</sub> Retorno do retorno médio da carteira no período de 2002 a 2006 é a soma dos retornos anuais da carteira dividida por 5:

$$\bar{k}_{RS} = \frac{37,70}{5} = 7,54\%$$

O retorno médio anual da carteira foi de 7,54%.

c. Cálculo dos desvios-padrão dos títulos e da carteira.

Os dados são determinísticos e amostrais, ou seja, apenas uma amostra dos dados de retorno de um período passado (2002 a 2006) está disponível. Então, a fórmula para encontrar o desvio-padrão, a ser utilizada é:

$$\text{Desvio-padrão} = \sigma_{\bar{k}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2}{n - 1}}$$

c<sub>1</sub> Desvio-padrão do título R:

$$\sigma_{\bar{k}_R} = \sqrt{\frac{(-0,3 - 7,53)^2 + (17 - 7,53)^2 + (12 - 7,53)^2 + (-13 - 7,53)^2 + (22 - 7,53)^2}{5 - 1}}$$

$$\sigma_{\bar{k}_R} = \sqrt{\frac{(801,832)}{4}} = \sqrt{200,46} = 14,16\%$$

O desvio-padrão do título R é igual a 14,16%.

c<sub>2</sub> Desvio-padrão do título S:

$$\sigma_{\bar{k}_S} = \sqrt{\frac{(-5,3 - 7,53)^2 + (18 - 7,53)^2 + (20 - 7,53)^2 + (-10 - 7,53)^2 + (15 - 7,53)^2}{5 - 1}}$$

$$\sigma_{\bar{k}_S} = \sqrt{\frac{(792,832)}{4}} = \sqrt{198,21} = 14,08\%$$

O desvio-padrão do título S é igual a 14,08%.

c. Desvio-padrão da carteira composta por 50% de R e 50% de S:

Ano (1)	Retorno da carteira (%) (2)	Desvio (%) (3)=(2)-média	Desvios ao quadrado (%) (4)=(3)x(3)
2002	-2,80	-10,340	106,916
2003	17,50	9,960	99,202
2004	16,00	8,460	71,572
2005	-11,50	-19,040	362,522
2006	18,50	10,960	120,122
Total	37,70		760,33

$$\sigma_{ks} = \sqrt{\frac{760,33}{4}} = \sqrt{190,08} = 13,79\%$$

O desvio-padrão da carteira é igual a 13,79%.

d. O coeficiente de variação é uma medida relativa de risco, pois ele apresenta o risco que irá correr em relação ao retorno médio esperado, sendo uma medida mais completa de risco.

A fórmula do coeficiente de variação (CV) é dada pela seguinte expressão:

$$CV = \frac{\sigma}{k}$$

$$\text{Coeficiente de variação do título R} = CV = \frac{14,16\%}{7,54\%} = 1,88$$

$$\text{Coeficiente de variação do título S} = CV = \frac{14,08\%}{7,54\%} = 1,87$$

$$\text{Coeficiente de variação da carteira} = CV = \frac{13,79\%}{7,54\%} = 1,83$$

e. Decisão de investimento

Investimento	Retorno esperado	Coeficiente de variação
Título R	7,54%	1,88
Título S	7,54%	1,87
Carteira	7,54%	1,83

A preferência de Joana, uma investidora avessa ao risco, deve ser pelo investimento na carteira RS, porque é o investimento com o menor risco para o mesmo nível de retorno.

## Atividade 5

### Cálculo do risco da carteira – dados probabilísticos

Alice está analisando duas propostas de investimento, com previsões para os possíveis cenários econômicos: normal (40%), grande recessão (10%), pequena recessão (20%), grande expansão (10%) e pequena expansão (20%). Após avaliação, obteve as seguintes informações sobre o comportamento dos títulos para cada uma das condições econômicas:

Cenário	Título J	Título M
Grande recessão	-14,0%	-11,0%
Pequena recessão	2,0	-1,0
Normal	12,0	13,0
Pequena expansão	20,0	19,0
Grande expansão	38,0	39,0

- Calcule a taxa de retorno esperada para os títulos J e M.
- Calcule o desvio-padrão dos retornos esperados para os títulos J e M.
- Alice está considerando investir 80% de seus recursos no título J e o restante no título M. Calcule a taxa de retorno esperada e o desvio-padrão dessa carteira.
- De acordo com os resultados calculados nos itens de a a c, qual deve ser a decisão de Alice?

### Respostas Comentadas

a. Cálculo para encontrar o retorno esperado dos títulos J e M.

Multiplicando cada retorno provável pela probabilidade de ele vir a ocorrer e somando os resultados, encontramos o retorno esperado de cada título.

Cálculo do retorno esperado dos títulos J e M					
Cenário	Probabilidade	Título J		Título M	
		Retorno	Retorno esperado	Retorno	Retorno esperado
(1)	(2)	(3)	(5) = (2) × (3)	(4)	(6) = (2) × (4)
Gr. recessão	0,10	-14,0%	-1,400	-11,0%	-1,100
Peq. recessão	0,20	2,0	0,400	-1,0	-0,200
Normal	0,40	12,0	4,800	13,0	5,200
Peq. expansão	0,20	20,0	4,000	19,0	3,800
Gr. expansão	0,10	38,0	3,800	39,0	3,900
Total	1,00				
	Retorno esperado		11,60%		11,60%

O retorno esperado é igual a 11,60% tanto para o título J quanto para o título M.

b. Cálculo dos desvios-padrão dos retornos esperados para os títulos J e M.

Cálculo da variância e desvio-padrão do título J						
Cenário	Probabilidade $Pr_j$	Retornos prováveis $k_j$	Retorno ponderado $k_j \times Pr_j$ (4)= (2) x (3)	Desvio $k_j - \bar{k}$ (5)= (3)- média	Desvios ao quadrado $(k_j - \bar{k})^2$ (6)=(5) x (5)	Desvios ao quadrado x probabilidade $(k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j$ (7)=(2) x (6)
(1)	(2)	(3)	(2) x (3)	(5)= (3)- média	(6)=(5) x (5)	(7)=(2) x (6)
Grande recessão	0,1	-14,0	-1,400	-25,600	655,36	65,54
Peq. recessão	0,2	2,0	0,400	-9,600	92,16	18,43
Normal	0,4	12,0	4,800	0,400	0,16	0,06
Peq. expansão	0,2	20,0	4,000	8,400	70,56	14,11
Gr. expansão	0,1	38,0	3,800	26,400	696,96	69,70
Média, $\bar{k}$			11,6%	Variância, $\sigma_{kj}^2$		167,84%

$$\text{Desvio-padrão, } \sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}$$

$$\sigma_k = \sqrt{167,84\%} = 12,969\%$$

O desvio-padrão dos retornos do título J é de aproximadamente 12,97%.

Cálculo da variância e desvio-padrão do título M						
Cenário	Probabilidade $Pr_j$	Retornos prováveis $k_j$	Retorno ponderado $k_j \times Pr_j$ (4) = (2) x (3)	Desvio $k_j - \bar{k}$ (5) = (3)- média	Desvios ao quadrado $(k_j - \bar{k})^2$ (6) = (5) x (5)	Desvios ao quadrado x probabilidade $(k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j$ (7) = (2) x (6)
(1)	(2)	(3)	(4) = (2) x (3)	(5) = (3)- média	(6) = (5) x (5)	(7) = (2) x (6)
Grande recessão	0,1	-11,0	-1,100	-22,600	510,76	51,08
Peq. recessão	0,2	-1,0	-0,200	-12,600	158,76	31,75
Normal	0,4	13,0	5,200	1,400	1,96	0,78
Peq. expansão	0,2	19,0	3,800	7,400	54,76	10,95
Gr. expansão	0,1	39,0	3,900	27,400	750,76	75,08
Média, $\bar{k}$			11,6%	Variância, $\sigma_{kj}^2$		169,64%

Desvio-padrão,  $\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}$

$\sigma_k = \sqrt{169,94\%} = 13,02\%$

O desvio-padrão dos retornos do título M é de aproximadamente 13,02%.

c. Cálculo do retorno esperado e do desvio-padrão da carteira:

c<sub>1</sub>. Cálculo do retorno esperado da carteira JM, que é a média ponderada dos retornos esperados dos títulos J e M, com peso de 80% para J e os restantes 20% para o título M:

$$\bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

então:  $\bar{k}_k = (w_J \times k_J) + (w_M \times k_M)$ ; substituindo pelos respectivos valores, temos:

$$\bar{k}_M = (0,80 \times 11,6\%) + (0,20 \times 11,6\%) = 9,28\% + 2,322\% = 11,60\%$$

c<sub>2</sub>. O desvio-padrão da carteira deve ser calculado pela soma dos desvios dos resultados prováveis em relação ao retorno esperado da carteira para cada cenário da economia. Então, primeiro temos de calcular a taxa de retorno média para cada título em cada evento possível de ocorrer.

CARTEIRA 80% DO TÍTULO J e 20% DO TÍTULO M			
Cenário	Retorno do título J	Retorno do título M	Retorno da carteira
(1)	(2)	(3)	(5) = 0,80 × (2) + 0,2 × (3)
Grande recessão	-14,0	-11,0	-13,4
Pequena recessão	2,0	-1,0	1,4
Normal	12,0	13,0	12,2
Pequena expansão	20,0	19,0	19,8
Grande expansão	38,0	39,0	38,2
Total			37,70

Podemos, agora, calcular o desvio-padrão da carteira:

Observe que, por esta matriz de resultados, nós encontramos também a taxa de retorno esperada da carteira JM.

CARTEIRA 80% DO TÍTULO J e 20% DO TÍTULO M						
Evento	Prob	Retorno	Retorno ponderado	Desvio	Desvios ao quadrado	Prob. x desvios ao quadrado
(1)	(2)	(3)	(4) =(2) x (3)	(5)=(3)- média	(6)=(5) x (5)	(7)=(2) x (6)
Gr. recessão	0,1	-13,4	-1,34	-25,000	625,00	62,5000
Peq. recessão	0,2	1,4	0,28	-10,200	104,04	20,8080
Normal	0,4	12,2	4,88	0,600	0,36	0,1440
Peq. expansão	0,2	19,8	3,96	8,200	67,24	13,4480
Gr. expansão	0,1	38,2	3,82	26,600	707,56	70,7560
Média			11,60	Variância		167,656

Desvio-padrão da carteira,  $\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}$

$\sigma_k = \sqrt{167656\%} = 12,948\%$

Resumo das medidas			
	Título J	Título M	Carteira
Retorno esperado (%)	11,60	11,60	11,60
Variância (%)	167,84	169,64	167,66
Desvio-padrão (%)	12,96	13,02	12,95

d. Alice deve investir 80% de seus recursos no título J e 20% no título M, pois esta carteira tem o mesmo retorno esperado dos títulos (11,60%), porém com o menor risco.

## DIVERSIFICAÇÃO DA CARTEIRA

Por que diversificar a carteira?

- Uma carteira diversificada, isto é, composta por títulos diferentes e de emissão de diferentes instituições, reduz o impacto do retorno de cada título no resultado global da carteira. Carteiras compostas por um só título têm seu retorno totalmente dependente do resultado deste único título, e assim por diante. A carteira composta por vários títulos reduz a importância (o impacto) do resultado de cada título no resultado global da carteira.
- Uma carteira diversificada, que tenha títulos de renda variável, suscetíveis, portanto, a decisões das empresas emissoras que podem gerar resultados positivos ou negativos, terá seu risco reduzido e até mesmo eliminado, mediante a amplitude da diversificação.

Você sabia que o princípio da diversificação tem tudo a ver com o ditado popular “não coloque todos os ovos numa só cesta”?

Para melhor entendimento do efeito de combinar ativos, daremos exemplos de dois casos extremos:

**1º Exemplo: Ativos com correlação positiva perfeita.** A Tabela 7.9 apresenta os prováveis retornos de dois títulos, C e D, por cenários, bem como a probabilidade de ocorrência de cada um dos cenários. Cada um dos títulos tem retorno esperado de 13,1% e um desvio-padrão de 9,61%. Investindo 60% no título C e 40% no título D, criamos a carteira CD (Tabela 7.10). O risco dessa carteira está refletido pelo desvio-padrão que permanece em 9,61%, não sendo alterado pela combinação dos dois títulos. O mesmo acontece com o retorno esperado, que se mantém em 13,1%.

Os títulos têm os mesmos retornos prováveis para os possíveis cenários.

Tabela 7.9: Retornos prováveis e respectivas probabilidades dos títulos C e D

Evento (1)	Probabilidade (2)	Retorno do título C (%) (3)	Retorno do título D (%) (4)
Depressão	0,1	16,0	16,0
Recessão	0,4	19,0	19,0
Normal	0,3	17,0	17,0
Expansão	0,2	-6,0	-6,0

a. Retorno e risco dos títulos C e D

O retorno pode ser calculado pela fórmula:

$$\text{Retorno esperado, } \bar{k} = \sum_{i=1}^n (k_i \times \text{Pr}) \quad \bar{k} = \sum_{i=1}^n (k_i \times \text{Pr})$$

O retorno esperado do título C e do título D =  $0,1 \times 16\% + 0,4 \times 19\% + 0,3 \times 17\% + 0,2 \times -6\%$  =  $1,6\% + 7,6\% + 5,1\% + (-1,2\%) = 13,1\%$

O risco pode ser mensurado pelo desvio-padrão:

$$\text{Desvio-padrão dos retornos, } \sigma_k = \sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times \text{Pr}_j}$$

Tanto para o título C quanto para o título D, o desvio-padrão é:

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \sqrt{(16 - 13,1)^2 \times 0,1 + (19 - 13,1)^2 \times 0,4 + (17 - 13,1)^2 \times 0,3 + (-6 - 13,1)^2 \times 0,2} \\ &= \sqrt{0,841 + 13,924 + 4,563 + 72,962} = \sqrt{92,29} = 9,6068\% \end{aligned}$$

Cálculo do risco dessa carteira, considerando que 60% dos recursos estão investidos em C e 40% em D.

Tabela 7.10: Cálculo da variância e do desvio-padrão da carteira CD

Cenário (1)	Probabilidade $\text{Pr}_j$ (2)	Retornos prováveis $k_j$ (3)	Retorno ponderado $k_j \times \text{Pr}_j$ (4) = (2)x(3)	Desvio $k_j - \bar{k}$ (5) = (3) - média	Desvios ao quadrado $(k_j - \bar{k})^2$ (6) = (5)x(5)	Desvios ao quadrado x probabilidade $(k_j - \bar{k})^2 \times \text{Pr}_j$ (7) = (2)x(6)
Depressão	0,1	16,0	1,600	2,900	8,410	0,841
Recessão	0,4	19,0	7,600	5,900	34,810	13,924
Normal	0,3	17,0	5,100	3,900	15,210	4,563
Expansão	0,2	-6,0	-1,200	-19,100	364,810	72,962
Média, $\bar{k}_{CD}$			13,10%	Variância, $\sigma_{kCD}^2$		92,29%

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j} \qquad \sigma_k = \sqrt{92,29\%} = 9,61\%$$

**Tabela 7.11:** Retorno esperado, variância e desvio-padrão dos títulos C e D e da carteira CD

Resumo			
	Título A	Título B	Carteira
Retorno esperado (%)	13,1	13,1	13,1
Variância (%)	92,29	92,29	92,29
Desvio-padrão (%)	9,61	9,61	9,61

Podemos observar que o desvio-padrão da carteira é o mesmo do dos títulos. A diversificação não teve efeito algum sobre o risco da carteira. Os retornos desses dois títulos formam uma correlação positiva perfeita.

**2º Exemplo: Ativos com correlação negativa perfeita.** A Tabela 7.12 apresenta os prováveis retornos de dois títulos, caso um dos eventos apontados venha a ocorrer, bem como a probabilidade de ocorrência de cada um dos eventos. O título E tem retorno esperado de 13,1% e um desvio-padrão de 9,61%; o título F tem retorno esperado de 7,85% e um desvio-padrão de 14,41%. A carteira é constituída por 60% de título A e 40% de título B.

**Tabela 7.12:** Retornos prováveis e respectivas probabilidades dos títulos E e F

Evento	Probabilidade	Retorno do título E	Retorno do título F
(1)	(2)	(3)	(4)
Depressão	0,1	16,0%	3,50%
Recessão	0,4	19,0	-1,00
Normal	0,3	17,0	2,00
Expansão	0,2	-6,0	36,50

Retorno e risco dos títulos E e F

O retorno pode ser calculado pela fórmula:

$$\text{Retorno esperado, } \bar{k} = \bar{k} = \sum_{i=1}^n (k_i \times Pr)$$

**Título E**

$$\text{Retorno esperado} = 0,1 \times 16\% + 0,4 \times 19\% + 0,3 \times 17\% + 0,2 \times -6\% = 1,6\% + 7,6\% + 5,1\% + (-1,2\%) = 13,1\%$$

**Título F**

$$\text{Retorno esperado} = 0,1 \times 3,5\% + 0,4 \times -1,0\% + 0,3 \times 2,00\% + 0,2 \times 36,50\% = 0,350 + (-0,400) + 0,600 + 7,300 = 7,85\%$$

O risco pode ser mensurado pelo desvio-padrão:

$$\text{Desvio-padrão dos retornos, } \sigma_k = \sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}$$

**Desvio-padrão do título E:**

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \sqrt{(16 - 13,1)^2 \times 0,1 + (19 - 13,1)^2 \times 0,4 + (17 - 13,1)^2 \times 0,3 + (-6 - 13,1)^2 \times 0,2} \\ &= \sqrt{0,841 + 13,924 + 4,563 + 72,962} = \sqrt{92,29} = 9,6068\% \approx 9,61\% \end{aligned}$$

**Desvio-padrão do título F:**

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \sqrt{(3,5 - 7,85)^2 \times 0,1 + (-1,0 - 7,85)^2 \times 0,4 + (2,00 - 7,85)^2 \times 0,3 + (-36,5 - 7,85)^2 \times 0,2} \\ &= \sqrt{1,892 + 31,329 + 10,267 + 164,165} = \sqrt{207,65} = 14,4102\% \approx 14,41\% \end{aligned}$$

Combinando 60% do título E e 40% do título F, criamos a carteira EF (mostrada na Tabela 7.13). O risco da carteira criada por essa combinação, refletido pelo desvio-padrão, é reduzido a zero, enquanto que o retorno esperado é de 11%, menor que o retorno esperado de E (13,1%), mas maior que o retorno esperado de F (7,85%).

**Tabela 7.13:** Cálculo da variância e do desvio-padrão da carteira EF composta por dois títulos com retornos prováveis diferentes - 60% do título E e 40% do título F

Cenário (1)	Probabilidade $Pr_j$ (2)	Retornos prováveis $k_j$ (3)	Retorno ponderado $k_j \times Pr_j$ (4) = (2) x (3)	Desvio $k_j - \bar{k}$ (5) = (3) - média	Desvios ao quadrado $(k_j - \bar{k})^2$ (6) = (5) x (5)	Desvios ao quadrado x probabilidade $(k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j$ (7) = (2) x (6)
Depressão	0,1	11,0	1,100	0,000	0,000	0,000
Recessão	0,4	11,0	4,400	0,000	0,000	0,000
Normal	0,3	11,0	3,300	0,000	0,000	0,000
Expansão	0,2	11,0	2,200	0,000	0,000	0,000
Média, $\bar{k}_{EF}$			11,0%	Variância, $\sigma_{KEF}^2$		0,00%

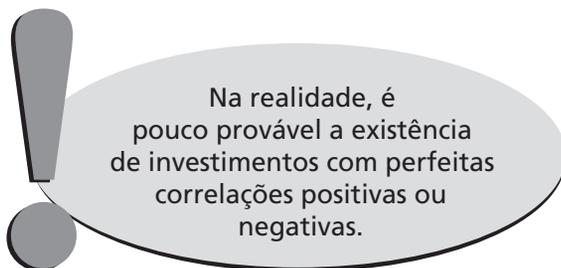
$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}$$

$$\sigma_k = \sqrt{0,0\%} = 0,0\%$$

**Tabela 7.14:** Média, variância e desvio-padrão dos títulos E e F e da Carteira EF

Resumo			
	Título E	Título F	Carteira
Retorno esperado (%)	13,1	7,85	11,0
Variância (%)	92,29	207,65	0,0
Desvio-padrão (%)	9,61	14,41	0,0

Neste exemplo, o resultado foi bem diferente do anterior; aqui, os movimentos dos retornos dos títulos se comportaram de tal maneira que pelo jeito como foram combinados para compor a carteira, eliminou-se completamente o risco, uma vez que o desvio-padrão é igual a zero. Neste caso, a diversificação teria eliminado totalmente o risco. Os retornos desses dois títulos formam uma correlação negativa perfeita.



A diferença entre estas duas carteiras é a maneira como os prováveis retornos dos títulos estão se movendo. No primeiro exemplo, é esperado que os retornos dos títulos movam-se na mesma direção, isto é, quando os retornos de C caem, os retornos de D também caem. E na carteira EF, quando os retornos de E caem, os de F aumentam, e vice-versa.

Estes dois exemplos indicam que há uma relação entre os retornos dos ativos que compõem as suas respectivas carteiras. Como os retornos dos títulos C e D se movem na mesma direção, há uma correlação positiva entre eles. O mesmo não ocorre com os retornos dos títulos E e F, que se movem em sentido oposto havendo, portanto, uma correlação negativa.

As Figuras 7.1 e 7.2 a seguir explicam visualmente esses dois extremos. A Figura 7.1 mostra que os retornos esperados do título C movem-se da mesma forma que os retornos esperados do título D. A correlação, neste caso, é perfeitamente positiva ( $\rho = +1$ ). A Figura 7.2 mostra que os retornos do título E variam inversamente aos retornos do título F; portanto, com correlação perfeitamente negativa ( $\rho = -1$ ).



Figura 7.1: Investimentos com correlação perfeitamente positiva.

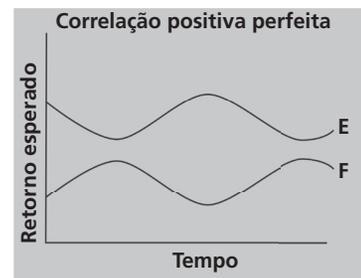


Figura 7.2: Investimentos com correlação perfeitamente negativa.

O risco de uma carteira, portanto, não depende só do risco de cada ativo que a compõe e de sua participação no investimento total. Depende também de como seus ativos se relacionam.

A partir dessa constatação, a administração tradicional de carteira, que enfatiza que o risco de uma carteira pode ser minimizado pela diversificação, com a inclusão aleatória de uma ampla variedade de títulos, foi alterada pela noção de que é possível reduzir o risco total diversificável da carteira pela sua formação com título de baixa correlação ou de correlação negativa. Surge a teoria moderna da carteira.

O conceito da teoria moderna da carteira é atribuído, em grande parte, a Harry Markowitz. Ele destacou a prática generalizada da diversificação das carteiras e demonstrou como um investidor pode reduzir o desvio-padrão dos retornos da carteira pela combinação de ações cujas variabilidades não sejam exatamente iguais. Desenvolveu um procedimento computacional para determinar o conjunto de carteiras eficientes e também os conceitos básicos da teoria de carteiras.

O conceito de carteira eficiente bem como os princípios básicos da construção de uma carteira desenvolvidos por Harry Markowitz foram relatados em um artigo escrito em 1952 intitulado "Portfolio Selection", no *Journal of Finance*, Vol VII, mar., 1952. Por este trabalho, Markowitz ganhou o prêmio Nobel de Economia.

## Atividade 6

A tabela a seguir resume os retornos anuais que seriam obtidos sobre as ações de duas empresas – Brasiltel, empresa de telecomunicações, e Toqueshop, fabricante de equipamentos de informática, entre 1997 e 2006.

Ano	Brasiltel	Toqueshop
1997	54	39
1998	-32	-23
1999	21	2
2000	88	20
2001	21	2
2002	17	-3
2003	-19	19
2004	0	-4
2005	8	32
2006	24	16

Pede-se calcular:

- o retorno esperado das ações de cada empresa;
- o desvio médio e o desvio-padrão dos retornos anuais em cada empresa;
- a variância e o desvio-padrão de uma carteira formada, em partes iguais, pelos dois investimentos.

### Resposta Comentada

*No problema anterior, os dados são de uma amostra e determinísticos.*

- O retorno médio para o período de 1997 a 2006 é dado pela média aritmética simples. Para cada título, você deve somar os retornos e depois dividi-los por dez (número de retornos observados). Então, para o período analisado, o retorno médio esperado para as ações das empresas Brasiltel e Toqueshop será:*

Retorno Médio = Média aritmética dos retornos (Aula 5, fórmula 5.1)

$$\text{Média} = \bar{k} = \frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_n)}{n}$$

onde  $k_1, k_2, \dots, k_n$  representa os retornos efetivos em cada ano, de cada ativo.

$$\bar{k}_{\text{Brasitel}} = \frac{54 + (-32) + 21 + 88 + 21 + 17 + (-19) + 0 + 8 + 24}{10} = \frac{182}{10} = 18,2\%$$

O retorno esperado da Brasitel é igual a 18,2%.

$$\bar{k}_{\text{Toqueshop}} = \frac{39 + (-23) + 2 + 20 + 2 + (-3) + 19 + (-4) + 32 + 16}{10} = \frac{100}{10} = 10,0\%$$

O retorno esperado da Toqueshop é igual a 10,0%.

b. Cálculo do desvio médio e do desvio-padrão dos retornos anuais em cada empresa.

Como os dados são determinísticos e amostrais, para encontrar a variância e o desvio-padrão, utilizamos as seguintes fórmulas:

$$\text{Variância} = \sigma_k^2 = \sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2$$

$$\text{Desvio-padrão} = \sigma_{\bar{k}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2}{n - 1}}$$

Cálculo dos desvios médios dos retornos prováveis em relação ao retorno esperado nas colunas (3) e (6)

Ano	Brasitel	Toqueshop	Brasitel Desvio quadrado (4) = (2) - Média	Desvio ao quadrado (5)	Toqueshop Desvio quadrado (6) = (3) - Média	Desvio ao quadrado (7)
(1)	(2)	(3)				
1997	54	39	-35,8	1.281,64	-29,00	841,00
1998	-32	-23	50,2	2.520,04	33,00	1.089,00
1999	21	2	-2,8	7,84	8,00	64,00
2000	88	20	-69,8	4.872,04	-10,00	100,00
2001	21	2	-2,8	7,84	8,00	64,00
2002	17	-3	1,2	1,44	13,00	169,00
2003	-19	19	37,2	1.383,84	-9,00	81,00
2004	0	-4	18,2	331,24	14,00	196,00
2005	8	32	10,2	104,04	-22,00	484,00
2006	24	16	-5,8	33,64	-6,00	36,00
Total	182	100		10.543,60		3.124,00
Média	18,20%	10,0%				
Variância				1.171,51		347,11

Cálculo dos desvios-padrão dos títulos.

Desvio-padrão do retorno das ações da Brasitel =

$$\sigma_{\bar{k}} = \sqrt{\frac{10.543,60}{9}} = \sigma_{\bar{k}} = \sqrt{1.171,51} = 34,2273 = 34,23\%$$

Desvio-padrão do retorno das ações da Toqueshop =

$$\sigma_{\bar{k}} = \sqrt{\frac{3.124}{9}} = \sigma_{\bar{k}} = \sqrt{347,11} = 18,63\%$$

d. Cálculo da variância e do desvio-padrão da carteira formada por 50% das ações da Brasitel e 50% das ações da Toqueshop:

Cálculo da variância da carteira

Ano	Retorno da carteira	Desvio	Desvios ao quadrado
(1)	(2)	(4) =(3)-média	(5)=(4) x (4)
1997	46,5	32,4	1.049,8
1998	-27,5	-41,6	1.730,6
1999	11,5	-2,6	6,8
2000	54,0	39,9	1.592,0
2001	11,5	-2,6	6,8
2002	7,0	-7,1	50,4
2003	0,0	-14,1	198,8
2004	-2,0	-16,1	259,2
2005	20,0	5,9	34,8
2006	20,0	5,9	34,8
Total	141,0		4.963,9
Média	14,1		
Variância			551,54

$$\text{Desvio-padrão dos retornos da carteira} = \sigma_{\bar{k}} = \sqrt{\frac{4.963,9}{9}} = \sigma_{\bar{k}} = \sqrt{551,41} = 23,48\%$$

## CONCLUSÃO

Conforme você percebeu nesta aula, o retorno esperado de uma carteira é simplesmente a média ponderada dos retornos esperados dos títulos individuais. Já o cálculo do risco da carteira é mais complexo. O risco de uma carteira, medido pelo desvio-padrão, normalmente é menor que a média dos desvios-padrão dos títulos que a compõem. O risco de um título que compõe uma carteira não depende apenas da dispersão dos retornos possíveis em relação ao valor esperado, mas também da correlação entre os retornos desse título e os dos demais títulos da carteira. Vimos que muito do risco inerente a um título pode ser eliminado pela diversificação, sendo, portanto, mais racional manter uma carteira com vários títulos em vez de investir em um único título. A diversificação reduz o risco porque a variância em uma carteira é determinada, em parte, pelas variâncias dos títulos individuais que a compõem e também pelo modo como elas se movem juntas. A noção de que há títulos cujos retornos têm correlação positiva, negativa e/ou nenhuma correlação com retornos de outros, deu início ao surgimento de conceitos básicos da teoria de carteiras.

## Atividades Finais

### Participação percentual da ação na carteira

1. João da Silva tem uma carteira de ações formada por 300 ações da Germinal, que está sendo negociada a \$ 51,31 cada e 100 ações da Eletrorio cujo preço de mercado é \$ 54,30. Calcule o peso das duas ações na carteira de João da Silva.

### Resposta

	<i>Nº de ações</i>	<i>Preço</i>	<i>Valor</i>	<i>Peso</i>
<i>Germinal</i>	300	\$ 51,31	\$ 15.393	0,74
<i>Eletrorio</i>	100	54,3	5.430	0,26
			20.823	1,00

O peso da ação da Germinal na carteira é de aproximadamente 74% e da ação da Eletrorio é de aproximadamente 26%.

### Retorno da carteira

2. Eleonor tem uma carteira composta por 20% do título T que tem retorno esperado de 15%, 45% do título V, que tem retorno esperado de 18%, e 35% do título Z, que tem retorno esperado de 12%. Qual o retorno esperado da carteira de Eleonor?

### Resposta

O retorno esperado da carteira pode ser encontrado com a aplicação da fórmula 7.1:

$$\bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

onde

$\bar{k}_p$  = retorno da carteira

$w_j$  = proporção do valor total da carteira aplicada no ativo  $j$

$k_j$  = retorno do ativo  $j$

$$\begin{aligned} \bar{k}_p &= (0,20 \times 15\%) + (0,45 \times 18\%) + (0,35 \times 12\%) \\ &= 3,0\% + 8,10\% + 4,20\% = 15,30\% \end{aligned}$$

A carteira de Eleonor tem um retorno esperado de 15,30%.

### Retorno e desvio-padrão da carteira

3. Cleide Santos está pensando em montar uma carteira contendo 30% do título C e 70% do título D. Os títulos têm os seguintes retornos esperados para os próximos cinco anos:

Ano	Retorno esperado (%)	
	Título C	Título D
2008	30	10
2009	25	15
2010	20	20
2011	15	25
2012	10	30

- Calcule o retorno esperado da carteira,  $K_p$ , para cada um dos cinco anos.
- Calcule o retorno esperado da carteira,  $\bar{K}_p$ , para o período dado.
- Calcule o desvio-padrão dos retornos esperados dos títulos C,  $\sigma_{k_c}$  e D,  $\sigma_{k_d}$  para o período de cinco anos.
- Calcule o desvio-padrão dos retornos esperados da carteira,  $\sigma_{k_p}$ , para o período de cinco anos.

e. Como você caracterizaria a correlação entre os retornos dos dois títulos C e D?

f. Qual o benefício que se pode obter com a criação da carteira?

### Respostas

a. Cálculo do retorno esperado para cada ano:  $k_p = (w_C \times k_C) + (w_D \times k_D)$

Ano	título C ( $w_C \times k_C$ )	+	título D ( $w_D \times k_D$ )	=	Retorno esperado da carteira $k_p$
2008	(0,30 x 30% = 9,0%)		(0,70 x 10% = 16%)		16%
2009	(0,30 x 25% = 9,0%)		(0,70 x 15% = 16%)		18%
2010	(0,30 x 20% = 9,0%)		(0,70 x 20% = 16%)		20%
2011	(0,30 x 15% = 9,0%)		(0,70 x 25% = 16%)		22%
2012	(0,30 x 10% = 9,0%)		(0,70 x 30% = 16%)		24%

b. Cálculo do retorno esperado da carteira:  $\bar{k}_p = \frac{\sum_{j=1}^n w_j \times k_j}{n}$

O retorno da carteira é a média dos retornos esperados da carteira para cada ano:

$$k_p = \frac{16 + 18 + 22 + 24}{5} = 20\%$$

O retorno esperado da carteira é igual a 20%

c. Cálculo do desvio-padrão dos títulos C e D

$$\text{Desvio-padrão: } \sigma_{k_j} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2}{(n-1)}}$$

Título C

$$\sigma_{k_C} = \sqrt{\frac{[(30\% - 20\%)^2 + (25\% - 20\%)^2 + (20\% - 20\%)^2 + (15\% - 20\%)^2 + (10\% - 20\%)^2]}{5-1}}$$

$$\sigma_{k_C} = \sqrt{\frac{[(10\%)^2 + (5\%)^2 + (0\%)^2 + (-5\%)^2 + (10\%)^2]}{4}} = \sigma_{k_C} = \sqrt{62,50} = 7,905 \approx 7,91\%$$

Título D

$$\sigma_{k_D} = \sqrt{\frac{[(10\% - 20\%)^2 + (15\% - 20\%)^2 + (20\% - 20\%)^2 + (25\% - 20\%)^2 + (30\% - 20\%)^2]}{5-1}}$$

$$\sigma_{k_D} = \sqrt{\frac{[(-10\%)^2 + (-5\%)^2 + (0\%)^2 + (5\%)^2 + (10\%)^2]}{4}} = \sigma_{k_D} = \sqrt{62,50} = 7,905 \approx 7,91\%$$

O desvio-padrão dos retornos tanto do título C como do título D é igual 7,91%.

d. Cálculo do desvio-padrão da carteira

$$\text{Desvio-padrão: } \sigma_{k_p} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k})^2}{(n-1)}}$$

$$\sigma_{k_p} = \sqrt{\frac{[(16\% - 20\%)^2 + (18\% - 20\%)^2 + (20\% - 20\%)^2 + (22\% - 20\%)^2 + (24\% - 20\%)^2]}{5-1}}$$

$$\sigma_{k_p} = \sqrt{\frac{[(-4\%)^2 + (-2\%)^2 + (0\%)^2 + (2\%)^2 + (4\%)^2]}{4}}$$

$$\sigma_{k_p} = \sqrt{\frac{(16\% + 4\% + 0\% + 4\% + 16\%)^2}{4}} = \sigma_{k_p} = \sqrt{\frac{40\%}{4}} = \sqrt{10\%} = 3,16\%$$

O desvio-padrão da carteira é igual a 3,16%

e. Os títulos são negativamente correlacionados, pois os retornos dos títulos C e D têm movimentos opostos, quando o retorno de C diminui, o retorno de D aumenta.

f. Combinando estes dois títulos negativamente correlacionados há redução do risco total da carteira.

### Formação de carteira

4. Ana Maria está analisando dois títulos, A e B, e as informações relevantes são as seguintes:

Estado da economia	Probabilidade de ocorrência	Retorno do título A (%)	Retorno do título B (%)
Recessão	0,4	4,0	7,0
Expansão	0,6	15,0	7,0

- Calcule o retorno esperado e o desvio-padrão do retorno dos dois títulos.
- Suponha que Ana Maria tenha investido \$4.500 no título A e \$5.500 no título B. Calcule o retorno esperado e o desvio-padrão do retorno de sua carteira.
- Imagine que Ana Maria tomou emprestado de uma amiga 75 unidades do título B, atualmente cotado a \$50, e tenha vendido todos esses títulos. (Prometeu à sua amiga devolver o mesmo número de ações daí a um ano.) A seguir, com o dinheiro obtido com a venda do título B, comprou mais unidades do título A. Calcule o retorno esperado e o desvio-padrão do retorno da carteira.

## Respostas

a1. Retorno esperado dos títulos:  $\bar{k} = \sum_{j=1}^n k_j \times Pr_j$

Título A

Retorno provável	Probabilidade	Retorno ponderado
$k_A$	$Pr_A$	$k_A \times Pr_A$
4,0%	0,4	1,6%
15%	0,6	9,0
Retorno esperado		10,6%

O retorno esperado do título A é igual a 10,6%

Título B

Retorno provável	Probabilidade	Retorno ponderado
$k_B$	$Pr_B$	$k_B \times Pr_B$
7,0%	0,4	2,8%
7,0%	0,6	4,2
Retorno esperado		7,0%

O retorno esperado do título B é igual a 7,0%.

a2. Desvio-padrão do retorno dos títulos:  $\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}$

$$\sigma_A = \sqrt{(4,0 - 10,6)^2 \times 0,4 + (15 - 10,6)^2 \times 0,6} = \sigma_A \sqrt{17,424 + 11,616} = \sqrt{29,04} = 5,39\%$$

O desvio-padrão do título A é igual a 5,39%.

$$\sigma_B = \sqrt{(7,0 - 7,0)^2 \times 0,4 + (7,0 - 7,0)^2 \times 0,6} = \sigma_B \sqrt{0} = 0\%$$

O desvio-padrão do título B é igual a 0,0%.

b1. Retorno esperado da carteira:

$$k_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

Título A	4.500	\$4.500	÷	\$ 10.000	=	Proporção
Título B	5.500	\$5.500	÷	\$ 10.000	=	0,45
	<u>10.000</u>					<u>1,0</u>

Título A ( $w_A \times k_A$ )	Título B ( $w_B \times k_B$ )	Retorno provável da carteira $k_p$	Probabilidade $Pr_p$	Retorno ponderado $k_p \times k_p$
(1)	(2)	(3) = (1) + (2)	(4)	(5) = (3) × (4)
$0,45 \times 4,0\% = 1,80\%$	$0,55 \times 7,0\% = 3,85\%$	5,65%	0,40	2,26%
$0,45 \times 15\% = 6,75\%$	$0,55 \times 7,0\% = 3,85\%$	10,60	0,60	6,36
				<u>8,62%</u>

Ou

Retorno esperado da carteira é igual à média ponderada dos retornos dos títulos que a compõem

$$k_p = (0,45 \times 10,6\%) + (0,55 \times 7,0\%) = 4,77\% + 3,85\%$$

$$k_p = 8,62\%$$

Retorno esperado da carteira é igual a 8,62%.

b2. Desvio-padrão da carteira:

Probabilidade de ocorrência	Retorno provável da carteira	Retorno ponderado	$(k_p - \bar{k}_p)$	$(k_i - \bar{k}_p)^2$	$(k_i - \bar{k}_p)^2 \times Pr_i$
(1)	(2)	(3) = (1) × (2)	(4) = (2) - $\bar{K}_p$	(5) = (4) <sup>2</sup>	(6) = (1) × (5)
0,40	5,65%	2,26%	- 2,97%	8,8209	3,52836
0,60	10,60	6,36	1,98	3,9204	2,3522
		<u>8,62%</u>			<u>5,88</u>

Variância da carteira:  $\sum_{j=1}^2 (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j = 5,88\%$

$$\text{Desvio-padrão da carteira: } \sigma_{\bar{k}_c} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j} = \sqrt{5,8806} = 2,424 = 2,42\%$$

O desvio-padrão da carteira é igual a 2,42%.

c. Recebimento pela venda do título B =  $75 \times \$50 = \$3.750$

Aquisição de mais \$3.750 do título A.

c1. Retorno esperado da carteira

		Proporção	Retorno esperado
Título A	8.250	$\$8.250 \div \$13.750 = 0,60$	10,6%
Título B	5.500	$\$5.500 \div \$13.750 = 0,40$	7,0%
	13.750	1,00	

$$\text{Retorno esperado da carteira} = k_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

$$k_p = (0,60 \times 10,6\%) + (0,40 \times 7,0\%) = 6,36\% + 2,8\%$$

$$k_p = 9,16\%$$

Retorno esperado da carteira é igual a 9,16%.

c2. Desvio-padrão da carteira:

$$\sigma_{\bar{k}_c} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j}$$

Probabilidade de ocorrência	Retorno esperado
0,40	$k = 4,0 \times 0,60 + 7,0 \times 0,40 = 5,20\%$
0,60	$k = 15 \times 0,60 + 7,0 \times 0,40 = 11,80\%$

$$\sigma_{AB} = \sqrt{(5,20 - 9,16)^2 \times 0,4 + (11,80 - 9,16)^2 \times 0,6} = \sigma_{AB} = \sqrt{6,27 + 4,18} =$$

$$\sqrt{10,45} = 3,23\%$$

O desvio-padrão da carteira é igual a 2,42%.

**Risco**

5. Por solicitação de um investidor, a corretora Investbem montou uma carteira com dois títulos. Determine o risco do investidor, considerando que ele vai investir 70% de seu capital no título I e os restantes 30% no título II. Os resultados esperados são apresentados para cada cenário econômico descrito a seguir:

Cenário (1)	Probabilidade	Taxas de retornos esperadas	
		Título I (3)	Título II (4)
Depressão	15%	-3%	2%
Recessão	20%	3%	2%
Normal	25%	8%	5%
Expansão	40	13%	7%

**Resposta**

Título I $(w_i \times k_i)$ (1)	Título II $(w_{ii} \times k_{ii})$ (2)	Retorno provável da carteira $k_p$ (3) = (1) + (2)	Probabilidade $Pr_p$ (4)	Retorno ponderado $k_p \times Pr_p$ (5) = (3) $\times$ (4)
$0,70 \times -3\% = -2,10\%$	$0,30 \times 2,0\% = 0,60\%$	-1,5%	0,15	-0,225%
$0,70 \times 3\% = 2,10\%$	$0,30 \times 2,0\% = 0,60\%$	2,7	0,20	0,54
$0,70 \times 8\% = 5,60\%$	$0,30 \times 5,0\% = 1,50\%$	7,1	0,25	1,775
$0,70 \times 13\% = 9,10\%$	$0,30 \times 7,0\% = 2,10\%$	11,2	0,40	4,48

Probabilidade de ocorrência (1)	Retorno provável da carteira (2)	Retorno ponderado (3) = (1) $\times$ (2)	$(k_p - \bar{k}_p)$ (4) = (2) - $\bar{k}_p$	$(k_i - \bar{k}_p)^2$ (5) = (4) $^2$	$(k_i - \bar{k}_p)^2 \times Pr_i$ (6) = (1) $\times$ (5)
0,15	-1,5%	-0,225%	-8,07%	65,1249	9,769
0,20	2,7	0,54	-3,87	14,9769	2,995
0,25	7,1	1,775	0,535	0,28093	0,07023
0,40	11,20	4,48	4,63	21,43693	8,575
		6,57			21,4091

Retorno esperado da carteira =  $0,70 \times 7,35\% + 0,30 \times 4,75\% = 5,145\% + 1,425\% = 6,57\%$

Variância da carteira:  $\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j = 21,4091\%$

Desvio-padrão da carteira:  $\sigma_{kc} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times Pr_j} = \sqrt{21,4091} = 4,627 = 4,63\%$

O desvio-padrão da carteira é igual a 4,63%.

## **INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA**

Na Aula 8, continuaremos estudando o risco pela análise de carteiras e aprendendo a identificar a melhor combinação de ativos para maximizar o grau de satisfação do investidor.

# Risco de uma carteira de ativos – 2ª parte – retorno e risco: extensões

AULA

8

## Metas da aula

Analisar mais detalhadamente as características de combinações de títulos com relação a retorno e risco; apresentar os conceitos, os objetivos, as técnicas e a metodologia da correlação entre cálculo do retorno e risco de uma carteira; mostrar que o risco de uma carteira não depende só do desvio padrão dos retornos possíveis, mas também da correlação entre os retornos desse título com os dos demais títulos da carteira.

## objetivos

Ao final do estudo desta aula, você deverá ser capaz de:

- 1 calcular a co-variância entre os retornos de títulos que compõem a carteira;
- 2 calcular a participação de cada título na carteira para se obter a carteira de variância mínima;
- 3 calcular a co-variância dos retornos de três ou mais títulos que compõem uma carteira;
- 4 representar graficamente as carteiras compostas pelo conjunto de oportunidades de investimentos;
- 5 saber selecionar as carteiras eficientes.

## Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula com mais facilidade, é necessário conhecer as medidas de posição (média) e de dispersão (variância e desvio padrão) e outras medidas estatísticas (coeficiente de variação) já estudadas nas aulas de Métodos Estatísticos (Aulas 3, 4 e 5). Você deve se reportar, ainda, à aula de probabilidade (Aula 10) e de distribuição normal (Aula 14). É necessário também se reportar às Aulas 5 e 6, onde foram apresentados os conceitos, os objetivos e os cálculos para apuração de retorno de um investimento (Aula 5) e risco de um ativo individual (Aula 6).  
Mais uma vez, uma calculadora o ajudará bastante!

## MEDINDO O RISCO DA CARTEIRA DE TÍTULOS

A diversificação pode prover:

- a eliminação do risco da carteira, quando os retornos dos títulos têm correlação negativa perfeita;
- o mesmo risco dos títulos que compõem a carteira, quando os retornos deles são perfeitos e positivamente correlacionados;
- uma redução substancial de risco, se os títulos que compõem a carteira não têm correlação;
- a redução do risco da carteira, quando os retornos dos títulos têm baixa correlação.

Por isso, na formação de uma carteira, o risco de um título deve ser avaliado por sua contribuição ao seu risco total. Deve-se levar em consideração a forma como ele co-varia com os outros títulos da carteira.

Neste contexto, dois conceitos são importantes para a análise de uma carteira: (1) a co-variância e (2) a correlação, coeficiente de correlação.

### Co-variância

É uma medida não padronizada do grau de movimento de duas séries quaisquer. Os números podem representar dados de qualquer espécie, desde retornos a notas obtidas em provas. O sinal da co-variância indica o tipo de relação que as duas séries têm. Um sinal positivo indica que elas se movem juntas, e um negativo, que elas movem em direções opostas. A co-variância é estimada tomando o produto dos desvios da média para cada variável em cada período.

$$\text{cov}_{XY} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \times \text{Pr}_i \quad (8.1)$$

onde:

$cov_{X,Y} = \sigma_{X,Y}$  = co-variância entre os retornos dos títulos X e Y.

$X - \bar{X}$  = desvio dos retornos do título X pelo seu retorno esperado  $\bar{X}$ , sob o cenário econômico i.

$Y - \bar{Y}$  = desvio dos retornos do título Y pelo seu retorno esperado  $\bar{Y}$ , sob o cenário econômico i.

$Pr_i$  = probabilidade de cenário econômico, i ocorrer.

Quando todos os resultados conjuntos são igualmente prováveis, a co-variância pode ser escrita assim:

$$cov_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{n}, \text{ onde } n \text{ representa o número}$$

de resultados conjuntos igualmente prováveis. Quando as estimativas são baseadas em uma amostra de dados, como uma série de retornos ocorridos no passado, deve-se dividir por  $n - 1$  a soma dos produtos dos desvios, no qual  $n$  é o número de observações da amostra. Ou seja:

$$cov_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{n - 1}$$

*Coefficiente de Correlação* ( $\rho$ ) dividindo-se a co-variância pelo produto dos desvios padrões de dois títulos, obtém-se uma variável com as mesmas propriedades da co-variância, mas dentro de um intervalo entre  $-1$  e  $+1$ . Esta medida é chamada de coeficiente de correlação. O coeficiente de correlação é, portanto, a medida do grau de correlação entre duas séries a partir de um conjunto de observações. Em geral, é indicada pela letra grega  $\rho$ , que se lê “rô” (ou rho).

O coeficiente de correlação é obtido dividindo-se a co-variância pelo produto dos dois títulos, como mostrado a seguir:

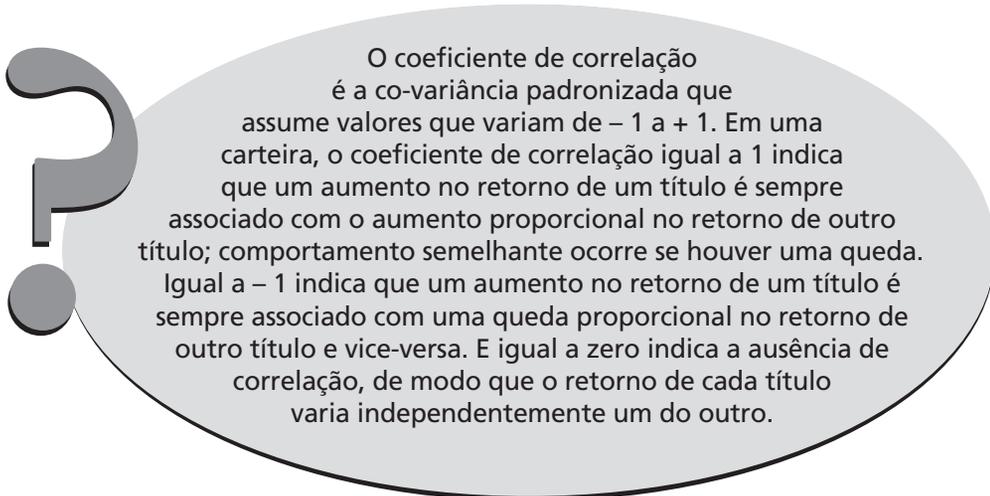
$$\text{Coeficiente de correlação, } \rho_{X,Y} = \frac{\text{Co-variância}_{X,Y}}{\text{Desvio padrão do Ativo X} \times \text{Desvio padrão do Ativo Y}} \quad (8.2)$$

Onde o grau de associação é:

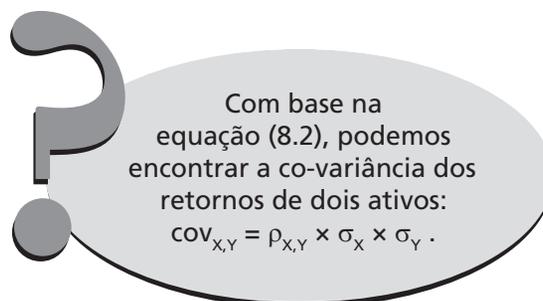
- Correlação positiva perfeita – a variação é diretamente proporcional, tendo um coeficiente de correlação igual a + 1. Isto é o coeficiente de correlação  $\rho = + 1$ ;
- Correlação negativa perfeita – a variação é inversamente proporcional, tendo um coeficiente de correlação igual a - 1. Isto é o coeficiente de correlação  $\rho = - 1$ .

Quando os retornos dos ativos não se relacionam entre si, o coeficiente de correlação é igual a zero. Isto é o coeficiente de correlação  $\rho = 0$ .

O coeficiente de correlação pode variar nesse intervalo:  $-1 \leq \rho \leq 1$



Com estes dois conceitos de co-variância e coeficiente de correlação podemos aplicar o conceito da variância para dois ativos.



## VARIÂNCIA DE UMA CARTEIRA DE DOIS ATIVOS

Considere uma carteira com dois ativos. O ativo X, que tem retorno esperado de  $\bar{K}_X$  e uma variância em retornos de  $\sigma_X^2$ , e o ativo Y, que tem um retorno esperado  $\bar{K}_Y$  e uma variância em retornos de  $\sigma_Y^2$ . O modo como os retornos desses dois ativos se movem juntos pode ser encontrado pelo coeficiente de correlação,  $\rho_{X,Y}$ . Isto posto, podemos encontrar a variância desta carteira, usando a forma matricial a seguir:

**Tabela 8.1:** Matriz usada para calcular a variância do retorno de uma carteira de dois títulos

	Título X	Título Y
Título X	$(w_X^2 + \sigma_X^2)$	$w_X \times w_Y \times \sigma_{XY} =$ $w_X \times w_Y \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y$
Título Y	$w_X \times w_Y \times \sigma_{XY} =$ $w_X \times w_Y \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y$	$(w_Y^2 + \sigma_Y^2)$

Onde o termo do canto superior esquerdo é a variância dos retornos do título X ( $\sigma_X^2$ ) multiplicado pelo quadrado da proporção de recursos nele investido ( $w_X^2$ ). O termo do canto inferior direito é a variância dos retornos do título Y ( $\sigma_Y^2$ ) multiplicado pelo quadrado da proporção de recursos investido neste título ( $w_Y^2$ ). As outras duas células contêm o termo envolvendo a co-variância. Da mesma maneira que ponderou as variâncias com o quadrado da proporção investida, deve também ponderar a co-variância com o produto das duas proporções investidas  $w_X$  e  $w_Y$ . Se somarmos os termos contidos nas quatro células, vamos obter a equação da variância da carteira:

$$\sigma_{k_p}^2 = (w_X^2 \times \sigma_X^2) + (w_Y^2 \times \sigma_Y^2) + (2 \times w_X \times w_Y \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y) \quad (8.3)$$

Onde:

$w_X$  = participação percentual do título X;

$w_Y$  = participação percentual do título Y;

$\sigma_X$  = desvio padrão dos retornos do título X;

$\sigma_Y$  = desvio padrão dos retornos do título Y;

$\rho_{X,Y}$  = correlação entre os retornos dos títulos X e Y.

O último termo na formulação da variância pode ser escrito em termos da co-variância dos retornos entre dois títulos, ou seja:

$$\text{COV}_{X,Y} = \sigma_{X,Y} = \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y$$

$\text{COV}_{X,Y} = \sigma_{X,Y}$  = co-variância entre os retornos dos títulos X e Y.

$$\sigma_{k_p}^2 = (w_X^2 \times \sigma_X^2) + (w_Y^2 \times \sigma_Y^2) + (2 \times w_X \times w_Y \times \text{COV}_{X,Y}) \quad (8.4)$$

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância:

$$\sqrt{w_X^2 \times \sigma_X^2 + w_Y^2 \times \sigma_Y^2 + 2(w_X \times w_Y \times \text{COV}_{X,Y})} \quad (8.5)$$

Ou

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância:

$$\sigma_{k_p} = \sqrt{w_X^2 \times \sigma_X^2 + w_Y^2 \times \sigma_Y^2 + 2(w_X \times w_Y \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y)} \quad (8.6)$$

Exemplo: Para demonstrar como a co-variância, a correlação e a variância são estimadas, vamos usar os dados do exemplo com os títulos Alpha e Beta.

Os retornos esperados e o desvio padrão dos dois títulos já foram calculados anteriormente e são:

	Alpha	Beta
Retorno esperado	6,12%	8,28%
Desvio padrão	8,13%	8,32%

Para estimar a co-variância dos dois títulos, é calculado o desvio dos prováveis retornos pelo retorno esperado para cada título em cada evento; a seguir, calcula-se o produto desses desvios para cada evento, como mostrado na coluna (6). A co-variância é a média ponderada destes produtos, onde o peso utilizado é a probabilidade de ocorrência dos eventos. O resultado encontrado na última coluna, para cada evento, se positivo, indica que os títulos se movem juntos na mesma direção. A co-variância dos retornos entre o título Alpha e o título Beta é a soma da coluna (6) a seguir:

**Tabela 8.2:** Cálculo da co-variância

Evento (1)	Prob. (2)	Desvio do retorno do título A (3)	Desvio do retorno do título B (4)	Produto dos desvios (5) = (3) x (4)	Prob. x desvios dos produtos (6) = (2) x (5)
Depressão	0,1	-0,12%	-9,48%	1,1376%	0,1138%
Recessão	0,4	2,28	-1,08	-2,4624	-0,984
Normal	0,3	-10,92	-5,88	64,2096	19,263
Expansão	0,2	11,88	15,72	186,7536	37,3507
Co-variância					55,7424%

O coeficiente de correlação é:

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Co-variância}}{\text{Desvio padrão do Ativo X} \times \text{Desvio padrão do título Y}} \quad (8.2)$$

$$\begin{aligned} \text{Correlação}_{\text{Alpha, Beta}} &= \frac{\text{Co-variância}_{\text{Alpha, Beta}}}{\sigma_{\text{Alpha}} \times \sigma_{\text{Beta}}} \\ &= \frac{55,74\%}{8,13\% \times 8,32\%} = 0,824 \end{aligned}$$

Se a co-variância é positiva, a correlação também será positiva.

Podemos agora calcular o desvio padrão da carteira composta por 60% do título Alpha e 40% do título Beta, usando a fórmula da variância para os dois títulos:

$$\text{Variância da carteira } \sigma_{k_p}^2 = w_X^2 \sigma_X^2 + w_Y^2 \sigma_Y^2 + 2w_X w_Y \rho_{X,Y} \sigma_X \sigma_Y$$

$$\begin{aligned} \text{Variância da carteira } \sigma_{k_{AB}}^2 &= (0,60)^2 \times (8,13)^2 + (0,40)^2 \times (8,32)^2 + 2 \times 0,60 \times 0,40 \times 0,824 \times 8,13 \times 8,32 \\ &= 23,79 + 11,08 + 26,75 = 61,62\% \end{aligned}$$

$$\text{Desvio padrão } \sigma_{k_{AB}} = \sqrt{\sigma_{k_{AB}}^2} = \sqrt{61,62\%} = 7,849 = 7,85\%$$

O desvio padrão da carteira é igual a 7,85%.

**Média, variância e desvio padrão dos títulos A e B e da carteira AB**

Resumo das medidas

	Alpha	Beta	AB
Retorno médio	6,12%	8,28%	6,98%
Variância	66,08	69,25	61,65
Desvio padrão	8,13	8,32	7,85
Correlação			0,824

Note que a carteira é menos arriscada do que qualquer um dos títulos isolados.

Pelo enfoque matricial, teríamos primeiro que preencher as quatro células:

	Alpha	Beta
Alpha	$(w_{\text{Alpha}}^2 + \sigma_{\text{Alpha}}^2) = (0,60)^2 \times 66,08$	$w_X w_Y \rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y = 0,60 \times 0,40 \times 0,824 \times 8,13 \times 8,32$
Beta	$w_X w_Y \rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y = 0,60 \times 0,40 \times 0,824 \times 8,13 \times 8,32$	$(w_{\text{Beta}}^2 + \sigma_{\text{Beta}}^2) = (0,40)^2 \times 69,25$

Onde a variância da carteira AB seria a soma das células. Observe que as duas células que contêm o termo da co-variância são idênticas, o que explica por que a co-variância é multiplicada por 2.

# Atividade 1

## Cálculo da co-variância

Calcule a co-variância dos retornos dos títulos C e D, cujos dados já foram fornecidos na Aula 7, onde os prováveis retornos dos dois títulos, caso um dos eventos apontados venha a ocorrer, bem como a probabilidade de ocorrência de cada um dos eventos, são dados na tabela a seguir:

Tabela 8.3: Retornos prováveis e respectivas probabilidades dos títulos C e D

Evento (1)	Probabilidade (2)	Retorno do título C (%) (3)	Retorno do título D (%) (4)
Depressão	0,1	16,0	16,0
Recessão	0,4	19,0	19,0
Normal	0,3	17,0	17,0

## Resposta Comentada

*Ativos com correlação positiva perfeita.*

*Os retornos possíveis dos títulos C e D são iguais, bem como as probabilidades de ocorrências. Por esta razão tanto o retorno esperado como o risco desses dois títulos também são iguais.*

*O retorno pode ser calculado pela fórmula: Retorno esperado  $\bar{k} = \bar{k} = \sum_{j=1}^n (k_j \times P_j)$*

*O retorno esperado do título C e do título D =  $0,1 \times 16\% + 0,4 \times 19\% + 0,3 \times 17\% + 0,2 \times -6\% = 1,6\% + 7,6\% + 5,1\% + (-1,2\%) = 13,1\%$*

*O risco pode ser mensurado pelo desvio padrão:*

*Desvio padrão dos retornos,  $\sigma_K = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times P_j}$*

*Tanto para o título C quanto para o título D, o desvio padrão é:*

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \sqrt{(16 - 13,1)^2 \times 0,1 + (19 - 13,1)^2 \times 0,4 + (17 - 13,1)^2 \times 0,3 + (-6 - 13,1)^2 \times 0,2} \\ &= \sqrt{0,841 + 13,924 + 4,563 + 72,962} = \sqrt{92,29} = 9,6068\% \end{aligned}$$

*Cada um dos títulos tem retorno esperado de 13,1% e um desvio padrão de 9,61%.*

*Como já sabemos, para calcularmos o risco dessa carteira, vamos considerar o risco de cada ativo, sua participação na carteira e sua correlação.*

*Já calculamos o retorno esperado e o desvio padrão desses títulos.*

*Tanto a correlação quanto a co-variância medem como os dois investimentos se movem juntos.*

A **Tabela 8.4**, a seguir, nos mostra o cálculo exigido para se obter a co-variância e o coeficiente de correlação dos títulos C e D, cujos retornos são iguais.

Para estimar a co-variância dos dois títulos, são calculados o desvio dos prováveis retornos pelo seu retorno esperado para cada título em cada evento e o produto desses desvios para cada evento, como mostrado na coluna (6). A co-variância é a média ponderada desses produtos, onde o peso utilizado é a probabilidade de ocorrência dos eventos. A co-variância dos retornos entre C e D é a soma da coluna (6).

**Tabela 8.4:** Cálculo da co-variância dos títulos C e D

Evento (1)	Probabilidade (2)	Desvio		Produto dos desvios (5) = (3) x (4)	Probabilidade × desvios dos produtos (6) = (2)x(5)
		do retorno do título C (3)	do retorno do título D (4)		
Depressão	0,1	2,9	2,9	8,41	0,841
Recessão	0,4	5,9	5,9	34,81	13,924
Normal	0,3	3,9	3,9	15,21	4,563
Expansão	0,2	-19,1	-19,1	364,81	72,962
Co-variância					<u>92,29</u>

A co-variância dos retornos dos títulos C e D é igual a 92,29%.

Como a co-variância tem um valor positivo, isto significa que os retornos dos títulos tendem a mover-se juntos e na mesma direção.

## CÁLCULO DA CORRELAÇÃO

O coeficiente de correlação é obtido dividindo-se a co-variância pelo produto dos dois títulos, como mostrado a seguir:

$$\text{Coeficiente de correlação} = \frac{\text{Co-variância}}{\text{Desvio padrão do Ativo X} \times \text{Desvio padrão do Ativo Y}}$$

$$\text{Coeficiente de correlação} = \frac{92,29}{9,6068 \times 9,6068} = 1,0$$

O sinal positivo da correlação indica que os retornos dos títulos tendem a se mover juntos na mesma direção. O coeficiente de correlação igual a 1 indica uma correlação positiva perfeita. Neste caso, a perfeita correlação entre os dois ativos significa que não existe diversificação.

Se considerarmos uma carteira com investimento de 60% dos recursos no título C e 40% no título D, criamos a carteira CD, cujo risco, refletido pelo desvio padrão, permanece em 9,61%. O retorno esperado da carteira também não se altera pela combinação dos dois títulos, que é igual a 13,1%, o mesmo retorno esperado dos títulos.

<b>Média, variância e desvio padrão dos títulos C e D</b>			
<b>Resumo das medidas</b>			
	título C	título D	Carteira
Retorno esperado	13,1%	13,1%	13,1%
Variância	92,29	92,29	92,29
Desvio padrão	9,61	9,61	9,61

$$\text{Retorno esperado da carteira} = \bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

$$\bar{k}_p = 0,60 \times 13,1\% + 0,40 \times 13,1\% = 13,1\%$$

$$\text{Variância da carteira} = \sigma_{k_p}^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2$$

$$\begin{aligned} \text{Variância da carteira} &= \sigma_{k_{AB}}^2 = (0,60)^2 \times (9,61)^2 + (0,40)^2 \times (9,61)^2 + 2 \times 0,60 \times 0,40 \times 1,0 \times 9,61 \times 9,61 \\ &= 33,225 + 14,76 + 44,299 = 92,285 = \mathbf{92,29\%} \end{aligned}$$

$$\text{Desvio padrão} = \sigma_{k_{AB}} = \sqrt{\sigma_{k_{AB}}^2} = \sqrt{92,29\%} = 9,606 = 9,61\%$$

<b>Média, variância, desvio padrão e correlação dos títulos C e D e da carteira CD</b>			
<b>Resumo das medidas</b>			
	C	D	Carteira
Retorno médio	13,1	13,1	<b>13,1</b>
Variância	92,29	92,29	<b>92,29</b>
Desvio padrão	9,6068	9,6068	<b>9,6068</b>
Correlação			1,00

O importante aqui é observar que, quando dois ativos são perfeitos e positivamente correlacionados, o risco da carteira, medido pelo desvio padrão do retorno, é exatamente igual à média ponderada dos riscos dos ativos que a compõem.

Com a correlação positiva perfeita, qualquer que seja a combinação dos ativos na carteira, o retorno esperado e o desvio padrão da carteira não se alteram; serão sempre iguais ao retorno e ao desvio padrão dos títulos que a compõem.

Se o coeficiente de correlação entre dois títulos for menor que 1, o desvio padrão do retorno da carteira será menor que a média ponderada dos desvios padrões dos títulos que a compõem.

## Atividade 2

### Cálculo da correlação

Nayra pode investir nas ações da Cia. Elementar ou nas ações da Cia. Altaneira. Os retornos que ela espera obter dessas duas ações, no próximo ano, são os

Cenário econômico	Probabilidade de ocorrência do cenário	Retorno da ação da Elementar	Retorno da ação da Altaneira
Recessão	0,20	10%	-5,0%
Normal	0,50	15	10
Expansão	0,30	20	25

- Calcule o retorno esperado, a variância e o desvio padrão dos retornos de cada ação.
- Determine a co-variância e o coeficiente de correlação entre os retornos das ações das Cias. Elementar e Altaneira.
- Determine o retorno esperado e o desvio padrão do retorno de uma carteira formada por 50% de cada ação.

### Resposta Comentada

a<sub>r</sub>. Cálculo do retorno esperado das ações:  $\bar{k} = \sum_{i=1}^n (k_i \times P r)$

Cia. Elementar:  $\bar{k}_{EI} = 0,20 \times 10\% + 0,50 \times 15\% + 0,30 \times 20\% = 2\% + 7,5\% + 6,0\% = 15,50\%$

O retorno esperado das ações da Cia. Elementar é igual a 15,50%.

Cia. Altaneira:  $\bar{k}_{AL} = 0,20 \times -5\% + 0,50 \times 10\% + 0,30 \times 25\% = -1\% + 5,0\% + 7,50\% = 11,50\%$

O retorno esperado das ações da Cia. Altaneira é igual a 11,50%.

$a_z$  Cálculo da variância dos retornos de cada ação:  $\sigma^2 = \sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times P r_j$

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times P r_j}$$

Cia. Elementar:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (10\% - 15,5\%)^2 \times 0,20 + (15,0\% - 15,5\%)^2 \times 0,50 + (20\% - 15,5\%)^2 \\ &\times 0,30 \\ &= (-5,05)^2 \times 0,20 + (-0,50)^2 \times 0,50 + (4,50)^2 \times 0,30 \\ &= 6,05 + 0,13 + 6,08 = 12,25\% \end{aligned}$$

A variância dos retornos da Cia. Elementar é igual a 12,25%.

Cia. Altaneira:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (-5,0\% - 11,5\%)^2 \times 0,20 + (10,0\% - 11,5\%)^2 \times 0,50 + (25\% - 11,5\%)^2 \\ &\times 0,30 \\ &= (-16,05)^2 \times 0,20 + (-1,50)^2 \times 0,50 + (13,50)^2 \times 0,30 \\ &= 54,45 + 1,125 + 54,675 = 110,25\% \end{aligned}$$

A variância dos retornos da Cia. Altaneira é igual a 110,25%.

$a_3$  Cálculo do desvio padrão dos retornos de cada ação:  $\sigma_k = \sqrt{\sigma^2}$  ou

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times P r_j}$$

Cia. Elementar:  $\sigma_k = \sqrt{12,25} = 3,50\%$

O desvio padrão dos retornos da Cia. Elementar é igual a 3,50%.

Cia. Altaneira:  $\sigma_k = \sqrt{110,25} = 10,50\%$

O desvio padrão dos retornos da Cia. Altaneira é igual a 10,50%.

$b$ . Cálculo da co-variância e do coeficiente de correlação entre os retornos das ações da Elementar e da Altaneira.

$b_1$  Cálculo da co-variância:  $\text{cov}_{xy} = \sum_{i=1}^n (X - \bar{X})(Y - \bar{Y}) \times P r_i$  (8.1)

$$\begin{aligned} \text{cov}_{\text{Elementar,Altaneira}} &= [(10\% - 15,5\%) \times (-5,0\% - 11,5\%) \times 0,20 + [(15,0\% - 15,5\%) \\ &\times (10,0\% - 11,5\%) \times 0,50] + [(20\% - 15,5\%) \times (25\% - 11,5\%) \times 0,30] \\ &= (-5,50 \times -16,50 \times 0,20) + (-0,50 \times -1,50 \times 0,50) + (4,50 \times 13,5 \times 0,30) \\ &= 18,15\% + 0,375 + 18,225 \\ &= 36,75\% \end{aligned}$$

A co-variância entre os retornos das ações da Elementar e da Altaneira é igual a 36,75%.

$b_2$  Cálculo do coeficiente de correlação dos retornos das ações da Elementar e da Altaneira.

Coeficiente de correlação =  $\frac{\text{Co-variância}}{\text{Desvio padrão do Ativo X} \times \text{Desvio padrão do Ativo Y}}$

$$\rho_{xy} = \frac{36,75\%}{3,50\% \times 10,50\%} = \frac{36,75\%}{36,75\%} = 1,00$$

O coeficiente de correlação dos retornos das ações da Elementar e da Altaneira é igual a 1,00.

c. Cálculo do retorno esperado e do desvio padrão do retorno de uma carteira formada por 50% de cada ação.

$$c_1. \text{ Retorno esperado da carteira} = \bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

$$\bar{k}_p = 0,50 \times 15,5\% + 0,50 \times 11,5\% = 13,5\%$$

O retorno esperado da carteira é igual a 13,5%.

c<sub>2</sub>. Desvio padrão do retorno da carteira = o esperado da carteira

$$\sigma_{kp} = \sqrt{w_x^2 \times \sigma_x^2 + w_y^2 \times \sigma_y^2 + 2(w_x \times w_y \times \rho_{xy} \times \sigma_x \times \sigma_y)}$$

$$\sigma_{kp} = \sqrt{0,50^2 \times 3,50^2 + 0,50^2 \times 10,50^2 + 2(0,50 \times 0,50 \times 1,0 \times 3,50 \times 10,50)}$$

$$\sigma_{kp} = \sqrt{3,0625\% + 27,5625\% + 18,375\%}$$

$$= \sqrt{49\%} = 7\%$$

O desvio padrão dos retornos da carteira é igual a 7%.

## ANÁLISE E SELEÇÃO DE CARTEIRA DE MÚLTIPLOS TÍTULOS

### Análise de carteira

O entendimento de como o risco se modifica no contexto de uma carteira é importante no processo de seleção da carteira eficiente. Carteira eficiente é definida como aquela que maximiza o retorno para um dado nível de risco ou a que minimiza o risco para um dado nível de retorno.

Exemplo: Para ilustrar este conceito, vamos, mais uma vez, utilizar os dados dos títulos Alpha e Beta. Vamos supor que possamos alocar nossos recursos nesses dois títulos em qualquer proporção.

Sabemos que os resultados a seguir são esperados:

	Título A	Título B
Retorno esperado $\bar{k}$	6,12%	8,28%
Desvio padrão $\sigma$	8,13%	8,32%

Vamos utilizar essas informações para determinar o conjunto de possíveis carteiras formadas com os títulos A e B, para depois selecionar a carteira eficiente. Para a construção das carteiras, nós precisamos saber o grau de correlação entre os retornos esperados desses dois títulos. Vamos supor os seguintes graus de correlação:  $\rho_{AB} = +1$ ,  $\rho_{AB} = 0$  e  $\rho_{AB} = -1$ .

Com estes dados, podemos calcular o retorno esperado e o desvio padrão das carteiras formadas com os títulos A e B. Os resultados obtidos estão na **Tabela 8.5**, a seguir.

Para obter o retorno esperado e o desvio padrão da carteira formada com 60% do título A ( $w_A = 60\%$ ) e 40% do título B ( $w_B = 40\%$ ), e considerando o coeficiente de correlação igual a  $-1$  ( $\rho_{AB} = -1$ ), calculamos:

$$\bar{k}_p = (0,60 \times 6,12\%) + (0,40 \times 8,28\%) = 6,99\%$$

$$\text{Desvio padrão da carteira} = \sigma_{k_p} = [w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2]^{1/2}$$

$$\sigma_p = [(0,60^2 \times 8,13^2) + (0,40^2 \times 8,32^2) + 2(0,60 \times 0,40 \times (-1) \times 8,13 \times 8,32)]^{1/2}$$

$$\sigma_p = [23,7949 + 11,0756 + (-32,468)]^{1/2} = (2,4025)^{1/2} = 1,55\%$$

Onde o expoente  $1/2$  fora dos parênteses, no final, significa a raiz quadrada.

Os outros valores de  $\bar{k}_p$  e  $\sigma_{k_p}$  foram calculados de maneira semelhante.

Ainda na **Tabela 8.5**, a carteira A é formada com 100% de títulos de Alpha; a carteira I é formada por 90% do título A e 10% do título B; a carteira II é formada por 80% do título A e 20% do título B e assim por diante até a formação da carteira B com 100% de título Beta.

Tabela 8.5: Retorno e desvio padrão da carteira sob várias suposições

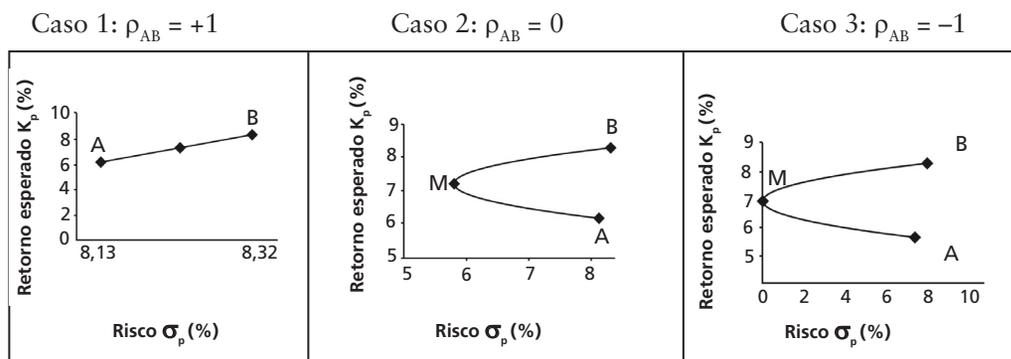
Carteira	Título A	Título B	$k_p$	$\sigma_p$		
				Caso 1 $\rho_{AB} = +1$	Caso 2 $\rho_{AB} = 0$	Caso 3 $\rho_{AB} = -1$
A	1,0	0,0	6,12	8,13	8,13	8,13
I	0,9	0,1	6,34	8,15	7,36	6,48
II	0,8	0,2	6,55	8,17	6,71	4,84
III	0,7	0,3	6,77	8,19	6,21	3,19
IV	0,6	0,4	6,98	8,21	5,91	1,55
V	0,5	0,5	7,20	8,23	5,82	0,096
VI	0,4	0,6	7,42	8,25	5,96	1,74
VII	0,3	0,7	7,63	8,26	6,32	3,39
VIII	0,2	0,8	7,85	8,28	6,85	5,03
IX	0,1	0,9	8,06	8,30	7,53	6,68
B	0,0	1,0	8,28	8,32	8,32	8,28

Em geral, quanto menor a correlação entre os retornos dos títulos, maior a possibilidade de diversificação. Esta afirmação pode ser confirmada na Tabela 8.5, na qual as carteiras com grau de correlação igual a  $-1$  são as que têm o menor desvio padrão; as carteiras com grau de correlação igual a  $+1$  são as que têm maior coeficiente de correlação. A Figura 8.1, a seguir, também pode confirmar esta observação. Nela estão representadas graficamente as possíveis combinações para a construção de uma carteira. Cada um dos três gráficos foi feito por pares de coordenadas de  $\bar{k}_p$  e  $\sigma_p$ , como mostrado na tabela anterior. Por exemplo: o ponto A, no primeiro gráfico (caso 1), é o ponto onde  $k_p = 6,12\%$  e  $\sigma_p = 8,13\%$ . Todas as outras coordenadas foram plotadas de maneira semelhante. Podemos observar nos gráficos que:

1. No caso 1, qualquer que seja a combinação dos títulos A e B, o grau de correlação considerado é igual a  $+1$  ( $\rho_{AB} = +1$ ); por isso, sempre que aumentar o retorno, aumenta-se também o risco. Neste caso, todas as carteiras são eficientes, no sentido de que nenhuma combinação pode ser eliminada;

2. Nos casos 2 e 3, isto não ocorre. Nestes dois casos, primeiro temos carteiras que são ineficientes, que é o conjunto que vai de A até M. Neste segmento de reta AM, para qualquer grau de risco, o retorno encontrado é menor que o retorno que pode ser encontrado no segmento MB. Os investimentos, portanto, que devem ser realizados são aqueles cujas carteiras estão no segmento MB;
3. Observa-se que, nos casos 2 e 3, muitas combinações seriam possíveis, mas apenas uma entre as muitas possibilidades levará à minimização do risco. Temos, no caso 3 ( $\rho_{AB} = -1$ ), um caso extremo, onde o risco pode ser completamente eliminado e, no caso 1 ( $\rho_{AB} = +1$ ), outro extremo, onde a combinação de dois títulos reduz, mas não elimina o risco inerente aos títulos individuais.

Estes três casos de correlação – positiva perfeita, nula e negativa perfeita – nos mostram o efeito da diversificação sobre o risco e o retorno. Em um caso extremo ( $\rho_{AB} = -1$ ), o risco pode ser completamente eliminado, enquanto no outro extremo ( $\rho_{AB} = +1$ ), a diversificação não trouxe qualquer benefício. Entre esses extremos, a combinação de dois títulos em uma carteira pode reduzi-lo, mas não elimina o risco inerente dos ativos individuais.



**Figura 8.1:** Representação gráfica do conjunto possível de combinações risco/retorno.

A Tabela 8.6, a seguir, resume o impacto da correlação sobre a extensão da variabilidade do retorno para várias combinações em carteiras de dois ativos.

Tabela 8.6: Correlação, retorno e risco para as várias combinações de carteiras de dois ativos

Coefficiente de correlação	Faixa de retorno	Faixa de risco
+ 1 (positiva perfeita)	Entre retornos de dois ativos mantidos isoladamente	Entre os riscos de dois ativos mantidos isoladamente
0 (ausência de correlação)	Entre retornos de dois ativos mantidos isoladamente	Entre o risco do ativo mais arriscado e um valor menor que o risco do ativo com risco mínimo, mas maior que zero
- 1 (negativa perfeita)	Entre retornos de dois ativos mantidos isoladamente	Entre o risco do ativo mais arriscado e 0

Fonte: GITMAN, p. 198.

Ainda nos títulos Alpha e Beta, na Tabela 8.7, a seguir, ilustramos o risco e o retorno esperado assumindo diferentes proporções na carteira, mas considerando agora o coeficiente de correlação dos retornos dos dois ativos  $\rho_{A,B} = 0,824$ , já calculado anteriormente.

Utilizando os valores dados e considerando várias combinações de participação, obtemos o retorno esperado e o desvio padrão dos retornos das carteiras formadas. Os valores de  $\bar{k}_p$  e de  $\sigma_p$  para a carteira V, que consiste de 60% do título Alpha e 40% do título Beta, são:

Então, com  $w_A = 60\%$ ,  $w_B = 40\%$  e  $\rho_{AB} = 0,824$ , temos:

$$\text{Retorno esperado da carteira } \bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \cdot x_k_j \quad (7.1)$$

$$\bar{k}_p = (0,60 \times 6,12\%) + (0,40 \times 8,28\%) = 6,99\%$$

O retorno da carteira é igual a 6,99%.

Risco da carteira:

$$\text{Desvio padrão da carteira} = \sigma_{k_p} = [w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2]^{1/2} \quad (8.4)$$

$$\sigma_p = [(0,60^2 \times 8,13^2) + (0,40^2 \times 8,32^2) + 2(0,60 \times 0,40 \times 0,824 \times 8,13 \times 8,32)]^{1/2}$$

$$\sigma_p = [23,7949 + 11,0756 + 26,7536]^{1/2} = (61,6241)^{1/2} = 7,85\%$$

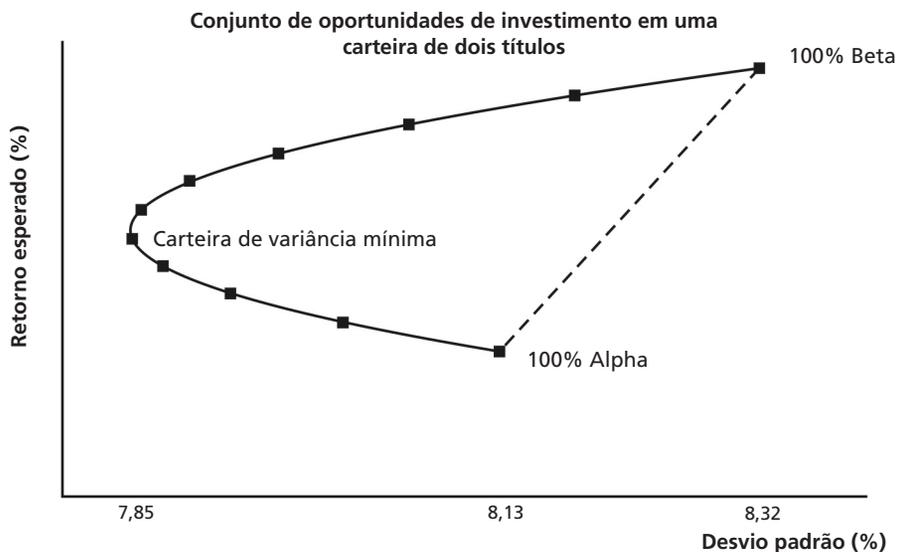
O desvio padrão da carteira é igual a 7,85%.

Outras combinações dos títulos Alpha e Beta, usando de novo as equações 7.1 e 8.4 para realizar os cálculos, nós temos o seguinte:

**Tabela 8.7:** Carteiras Retornos e desvio padrão da carteira sob várias suposições

Carteira	Peso do título A	Peso do título B	Retorno esperado	Desvio padrão
A	100%	0%	6,12%	8,13%
II	90%	10%	6,34	8,02
III	80	20	6,55	7,93
IV	70	30	6,77	7,88
V	60	40	6,99	7,85
VI	50	50	7,20	7,85
VII	40	60	7,42	7,89
VIII	30	70	7,63	7,95
IX	20	80	7,85	8,05
X	10	90	8,06	8,17
B	0	100	8,28	8,32

A representação gráfica da relação entre o retorno esperado e o risco e retorno, quando as proporções investidas em cada título de carteiras são variadas, pode ser vista na **Figura 8.2**, a seguir. Os pontos correspondem às onze carteiras relacionadas na **Tabela 8.7**. A curva que os une é conhecida como o conjunto de oportunidades.



**Figura 8.2:** Representação do risco versus retorno de carteiras formadas pelos ativos Alpha e Beta.

Observamos pela **Figura 8.1** que, quando a correlação é positiva e perfeita ( $\rho_{A,B} = +1$ ), a redução do risco só ocorre mediante uma redução no retorno esperado. Esta constatação é evidenciada pela linha reta pontilhada que descreve o conjunto de oportunidades para um coeficiente de correlação que é igual a 1. Entretanto, se a correlação é positiva e o coeficiente de correlação entre os títulos é menor que 1 ( $\rho_{A,B} = 0,824$ ), o efeito da diversificação fica evidenciado pela distância entre as duas retas.

Há possibilidade de reduzir o desvio padrão abaixo do desvio do título Alpha com a inclusão do título Beta no investimento. Isto ocorre por causa da diversificação. A variação nos retornos de um título pode ser compensada por variações opostas no retorno de outro. No nosso exemplo, embora o retorno dos dois títulos tenha movimentos conjuntos na mesma direção, essa compensação ocorre por causa do coeficiente de correlação de 0,824, que provoca uma redução no desvio padrão ao se investir também no título Beta. Por esta razão, a representação gráfica tem a forma de uma hipérbole, onde a parte superior apresenta maiores retornos que a parte inferior.

A carteira mais à esquerda é conhecida como a carteira de variância mínima. É a carteira que tem o menor desvio padrão. Como nenhum investidor gostaria de possuir uma carteira com um retorno esperado menor do que o previsto na carteira de variância mínima, as carteiras abaixo da carteira de variância mínima se tornam inviáveis. O conjunto eficiente é a parte da curva que começa com a carteira de variância mínima, número V, cuja composição é 60% do título A e 40% do título B, até a carteira com o máximo de retorno esperado, B, consistindo toda ela só de ações de Beta.

O desvio padrão da carteira foi calculado, considerando que o risco de uma carteira não depende só do risco de cada ativo que a compõe e de sua participação no investimento total; depende também de como seus ativos se relacionam.

A determinação dos percentuais de cada um dos títulos na composição das carteiras, que indiquem o conjunto de carteiras que, para uma dada taxa de retorno esperado apresente o menor risco possível e para um dado nível de risco apresente o maior retorno esperado, é dada pela equação a seguir:

$$W_A^* = \frac{\sigma_B^2 - (\rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (2 \times \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)} \quad (8.5)$$

$W_A^*$  é a proporção que deve ser aplicada ao título A, para formar a carteira de risco mínimo.

Substituindo os valores que encontramos no exemplo anterior, temos:

$$W_A^* = \frac{[(61,63) - (0,824 \times 8,13 \times 8,32)]}{[(66,08 + 61,63) - (2 \times 0,824 \times 8,13 \times 8,32)]} = \frac{69,25 - 55,74}{127,71 - 111,48} = \frac{13,5083}{23,8487} = 0,5664$$

Logo, uma carteira com 56,64% dos recursos investidos no título Alpha e 43,36% dos recursos investidos no título Beta vai minimizar a variância da carteira, sendo, portanto, a carteira com menor risco.

O retorno esperado e o risco dessa carteira de variância mínima são obtidos a seguir:

Retorno esperado,  $\bar{k}_{AB} = (0,5664 \times 6,12\%) + (0,4336 \times 8,28\%) = 7,05658\% \approx 7,057\%$

Variância da carteira,  $\sigma_{k_{AB}}^2 = (0,5664)^2 \times (8,13)^2 + (0,4336)^2 \times (8,32)^2 + 2 \times 0,5664 \times 0,4336 \times 0,824 \times 8,13 \times 8,32$   
 $= 21,20 + 13,09 + 27,38 = 61,598$

Desvio padrão,  $\sigma_{k_{AB}} = \sqrt{\sigma_{k_{AB}}^2} = \sqrt{61,598\%} = 7,848$

### Atividade 3

#### Escolha da carteira de variância mínima

Um investidor está interessado em criar uma carteira de investimentos com duas ações – Iguacoca e Globex Utilidades. Nos últimos 10 anos, as ações da Iguacoca tiveram um retorno médio anual de 26% com um desvio padrão dos retornos de 32%. As ações da Globex Utilidades tiveram um retorno médio anual de 11%, e o desvio padrão dos retornos foi de 20%. A correlação entre os retornos destas duas ações é de 0,25.

- Suponha que o retorno médio e o desvio padrão dos retornos, estimados a partir dos dados do passado, irão se manter no futuro. Faça uma estimativa dos retornos médios e do desvio padrão dos retornos de um investimento numa carteira que é composta por 60% de ações da Iguacoca e 40% da Globex Utilidades.
- Quais serão os pesos que minimizam a variância?

## Respostas Comentadas

a. Cálculo do retorno médio e do desvio padrão da carteira:

a1. Para encontrar o retorno da carteira, vamos usar a fórmula 7.1:

$$\text{Retorno esperado da carteira} = \bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

$$\bar{k}_p = (0,60 \times 26\%) + (0,40 \times 11\%) = 15,6 + 4,4 = 20\%$$

O retorno da carteira é igual a 20%.

a2. Desvio padrão da carteira, calculado pela fórmula 8.4:

$$\text{Desvio padrão da carteira} = \sigma_{k_p} = \left[ w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2 \right]^{1/2} \quad (8.4)$$

$$\sigma_p = [(0,60^2 \times 32^2) + (0,40^2 \times 20^2) + 2(0,60 \times 0,40 \times 0,25 \times 32 \times 20)]^{1/2}$$

$$\sigma_p = [368,64 + 64 + 76,80]^{1/2} = (509,44)^{1/2} = 22,57\%$$

O desvio padrão dos retornos da carteira é igual a 22,57%.

b. Cálculo das proporções dos títulos na formação da carteira que terá o menor risco:

Pela fórmula 8.5, para o cálculo da variância mínima, temos:

$$W_A^* = \frac{\sigma_B^2 - (\rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (2 \times \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)} \quad (8.5)$$

$W_A^*$  é a proporção que deve ser aplicada ao título A, para formar a carteira de risco mínimo.

Substituindo pelos dados do problema, temos:

$$W_A^* = \frac{[(400) - (0,25 \times 32 \times 20)]}{[(1.024 + 400) - (2 \times 0,25 \times 32 \times 20)]} = \frac{400 - 160}{1.424 - 320} = \frac{240}{1.104} = 0,217 \approx 0,22$$

Com isto, a carteira que minimiza a variância dos retornos é composta por aproximadamente 22% das ações de Iguacoca e aproximadamente 78% das ações de Globex.

## A SELEÇÃO DE CARTEIRAS

Os princípios aplicados em uma carteira de dois títulos são os mesmos que se aplicam em carteiras que contenham três ou mais títulos.

A metodologia do cálculo do retorno esperado continua sendo a média ponderada entre os retornos de cada título individual.

Já para o cálculo da co-variância da carteira, devemos calcular: (1) a variância dos títulos ponderada pelo quadrado de sua proporção na carteira e (2) a co-variância entre cada par de títulos (ou seja, cálculo das co-variâncias dos ativos calculadas dois a dois) ponderada pelo produto das proporções investidas.

O desvio padrão do retorno esperado de uma carteira é:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{X=1}^m \sum_{Y=1}^m w_X w_Y \rho_{XY} \sigma_X \sigma_{KY}} \quad (8.4)$$

onde:

$m$  = o número total de títulos na carteira,

$w_X$  = proporção do total dos fundos investidos no título X,

$w_Y$  = proporção do total dos fundos investidos no título Y,

$\rho_{XY}$  = correlação entre os possíveis retornos dos títulos X e Y,

$\sigma_X$  = desvio padrão dos retornos do título X,

$\sigma_Y$  = desvio padrão dos retornos do título Y.

Os dois somatórios significam que iremos considerar as co-variâncias para todas as combinações possíveis, aos pares, de títulos na carteira. Como exemplo, vamos supor que  $m$  seja igual a  $N$ . A matriz de co-variância para os possíveis pares será:

**Tabela 8.8:** Matriz usada para calcular a variância do retorno de uma carteira

	Título 1	Título 2	Título 3	...	Título N
Título 1	$\sigma_{1,1} = (w_1^2 \times \sigma_1^2)$	$\sigma_{1,2} = w_1 \times w_2 \times \sigma_{1,2}$	$\sigma_{1,3} = w_1 \times w_3 \times \sigma_{1,3}$		$\sigma_{1,N} = w_1 \times w_N \times \sigma_{1,N}$
Título 2	$\sigma_{2,1} = w_2 \times w_1 \times \sigma_{2,1}$	$\sigma_{2,2} = (w_2^2 \times \sigma_2^2)$	$\sigma_{2,3} = w_2 \times w_3 \times \sigma_{2,3}$		$\sigma_{2,N} = w_2 \times w_N \times \sigma_{2,N}$
Título 3	$\sigma_{3,1} = w_3 \times w_1 \times \sigma_{3,1}$	$\sigma_{3,2} = w_3 \times w_2 \times \sigma_{3,2}$	$\sigma_{3,3} = (w_3^2 \times \sigma_3^2)$		$\sigma_{3,N} = w_3 \times w_N \times \sigma_{3,N}$
⋮					
Título N	$\sigma_{N,1} = w_N \times w_1 \times \sigma_{N,1}$	$\sigma_{N,2} = w_N \times w_2 \times \sigma_{N,2}$	$\sigma_{N,3} = w_N \times w_3 \times \sigma_{N,3}$		$\sigma_{N,N} = (w_N^2 \times \sigma_N^2)$

Nas células situadas na diagonal da matriz (as células sombreadas), encontra-se a variância dos títulos ponderada com o quadrado da proporção investida e, nas demais células, a co-variância entre os respectivos pares de títulos.

A combinação no canto superior esquerdo (1,1) significa que  $X = Y$ , e que a nossa preocupação é com a variância do título 1. Isto é,  $\sigma_x \sigma_x = \sigma_x^2$  na Equação 8.4 ou o desvio padrão ao quadrado. Como nós traçamos a diagonal para baixo, existem  $N$  situações no todo em que  $X = Y$ , e devemos nos preocupar com as variâncias em todos os  $N$ 's. A segunda combinação na linha 1 é  $\sigma_{1,2}$ , que significa a co-variância entre os possíveis retornos dos títulos  $X$  e  $Y$ . Note, entretanto, que a primeira combinação na linha 2 é  $\sigma_{2,1}$ , que significa a co-variância entre os possíveis retornos dos títulos  $Y$  e  $X$ . Em outras palavras, nós contamos a co-variância entre os títulos  $X$  e  $Y$  duas vezes. Da mesma forma, nós contamos duas vezes as co-variâncias entre todas as outras combinações que não estão sobre a diagonal. O duplo símbolo de somatório na equação 8.4 simplesmente quer dizer que nós somamos todas as variâncias e co-variâncias na matriz de possíveis combinações aos pares.

Supondo  $m$  igual a três, a fórmula da variância de uma carteira com três títulos é:

$$\sigma_{k_p}^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \text{COV}_{1,2} + 2w_1 w_3 \text{COV}_{1,3} + 2w_2 w_3 \text{COV}_{2,3}$$

## Atividade 4

Calcule o retorno esperado e o desvio padrão de uma carteira constituída de três títulos com as seguintes características:

	Título 1	Título 2	Título 3
Retorno esperado (%)	15	25	30
Desvio padrão (%)	2	5	20

Suponha ainda que a correlação mais provável entre o retorno dos títulos 1 e 2,  $\rho_{1,2}$ , seja 0,6, entre o retorno dos títulos 1 e 3,  $\rho_{1,3}$ , seja 0,8, e entre o retorno dos títulos 2 e 3,  $\rho_{2,3}$  seja 0,9.  
A carteira é constituída com 20% do título 1, 30% do Título 2 e 50% do título 3.

## Resposta Comentada

Aplicando a fórmula do retorno esperado da carteira, temos:

$$\text{Retorno esperado da carteira} = \bar{k}_p = \sum_{i=1}^n w_i \times k_i$$

$$\bar{k}_p = 0,20 \times 15\% + 0,30 \times 25\% + 0,50 \times 30 = 3\% + 7,5\% + 15\% = 25,5\%$$

O retorno esperado da carteira é igual a 25,5%.

Para calcular o desvio padrão do retorno esperado da carteira, vamos utilizar a fórmula 8.4:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{X=1}^m \sum_{Y=1}^m w_X w_Y \rho_{XY} \sigma_X \sigma_{KY}}$$

onde

$m$  = número total de títulos na carteira,

$w_X$  = proporção do total dos fundos investidos no título  $X$ ,

$w_Y$  = proporção do total dos fundos investidos no título  $Y$ ,

$\rho_{XY}$  = correlação entre os possíveis retornos dos títulos  $X$  e  $Y$ ,

$\sigma_X$  = desvio padrão dos retornos do título  $X$ ,

$\sigma_Y$  = desvio padrão dos retornos do título  $Y$ ,

Desvio padrão da carteira =

$$\sigma_{k_p}^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2 + 2w_1 w_3 \rho_{1,3} \sigma_1 \sigma_3 + 2w_2 w_3 \rho_{2,3} \sigma_2 \sigma_3$$

$$\sigma_p^2 = [(0,2^2 \times 2^2) + (0,3^2 \times 5^2) + (0,5^2 \times 20^2) + (2 \times 0,2 \times 0,3 \times 0,6 \times 2 \times 5) + (2 \times 0,2 \times 0,5 \times 0,8 \times 2 \times 20) + (2 \times 0,3 \times 0,5 \times 0,9 \times 5 \times 20)]^{1/2}$$

$$\sigma_p = [0,16 + 2,25 + 100 + 0,72 + 6,4 + 27]^{1/2}$$

$$= (136,53)^{1/2} = 11,68$$

Onde o expoente  $1/2$  fora dos parênteses, no final, significa a raiz quadrada.

O desvio padrão da distribuição de probabilidade do retorno da carteira é igual a 11,68%.

## ESCOLHA DA CARTEIRA ÓTIMA – FRONTEIRA EFICIENTE

Quando se tem uma grande quantidade de títulos para investir, aumenta a possibilidade de escolha; conseqüentemente, pode-se aumentar o número de carteiras possíveis. Na **Figura 8.3**, a seguir, cada  $x$  representa o risco e o retorno de diferentes títulos. A seta indica a área na qual é possível haver combinações de ativos. Dentro dessa figura, pode-se avaliar o retorno esperado e o risco, medido pelo desvio padrão de cada investimento possível. Se combinarmos esses títulos em diferentes

proporções, podemos reduzir o risco e criar todas as carteiras possíveis. Se calcularmos o risco e o retorno esperado de cada carteira e colocarmos em um gráfico cada combinação de risco-retorno esperado, teríamos o conjunto viável de todas as carteiras possíveis.

O conjunto de carteiras possíveis de serem formadas por três ou mais títulos dá origem à área delimitada por A, M, B, C, D, F e E. Como queremos aumentar o retorno esperado e reduzir o risco, estamos interessados somente nas carteiras eficientes, que nos dão a melhor substituição entre risco e retorno, ou seja, aquelas que, dado um nível de risco, têm o maior retorno esperado ou aquelas que, dado um nível de retorno esperado, têm o menor risco. Por exemplo, vamos comparar a carteira Y com as carteiras B e C, como mostrado na **Figura 8.3**, onde aquela é dominada por estas. A carteira B é preferível à carteira Y, porque tem menor nível de risco para o mesmo retorno esperado. A carteira C também é preferível à carteira Y, porque tem maior retorno para o mesmo nível de risco. Essas carteiras são as que estão localizadas ao longo da linha da fronteira MBCD, denominada fronteira eficiente.

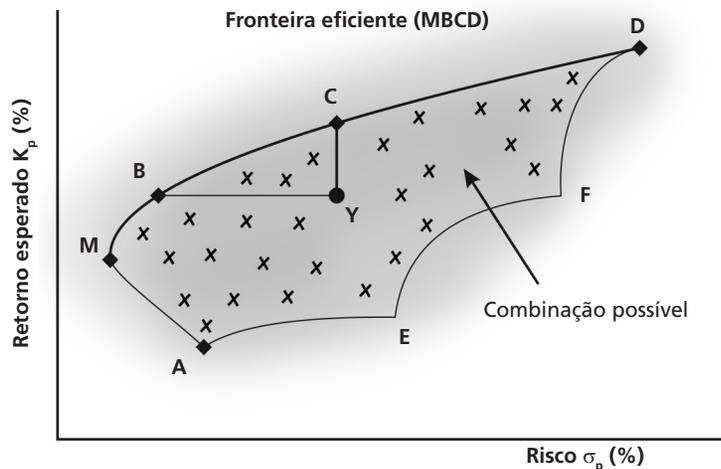
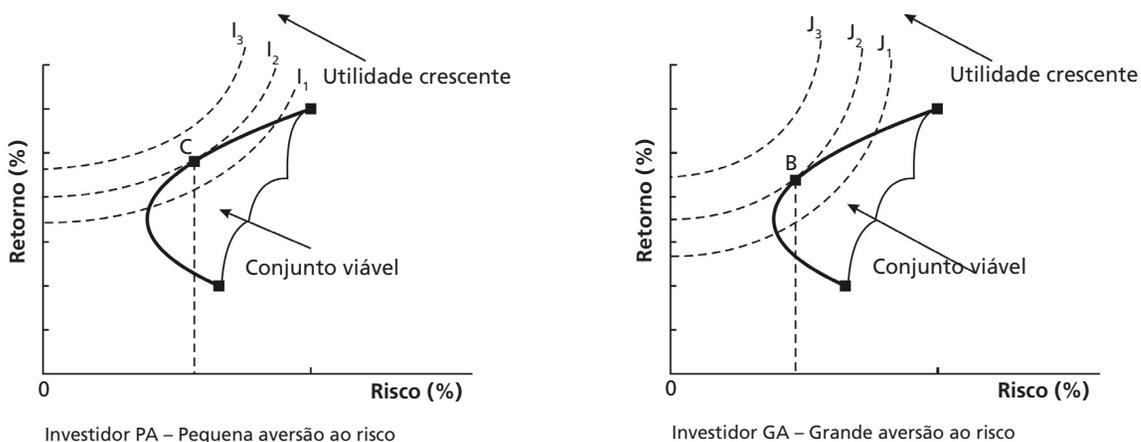


Figura 8.3: Conjunto eficiente de investimentos.

Todas as carteiras que estão na fronteira eficiente são preferíveis às demais carteiras viáveis. Qualquer carteira que caísse na área à esquerda da fronteira não estaria disponível para investimento, porque cairia fora dos conjuntos possíveis. Não se deve investir em carteira à direita da fronteira, pois elas são ineficientes, no sentido de que haverá outra carteira oferecendo maior retorno para o mesmo grau de risco ou menor risco para a mesma taxa de retorno.

## PROCESSO DE SELEÇÃO DE CARTEIRAS PELA CURVA DE INDIFERENÇA

As novas idéias de Markowitz fizeram com que a abordagem tradicional de carteira fosse substituída pela moderna teoria da carteira “onde a fronteira eficiente pode, teoricamente, ser usada para encontrar o mais alto nível de satisfação que o investidor pode atingir, dado o conjunto disponível de carteiras”. Gitman (2005, p. 149). As carteiras vão ser, portanto, diferentes para investidores com diferentes níveis de risco, com diferentes títulos em cada carteira e com diferentes proporções dos títulos. A **Figura 8.4** retrata as preferências de dois investidores diante de carteiras que estão na fronteira de eficiência. As curvas de indiferença indicam, para um dado nível de utilidade, o conjunto de combinações de risco/retorno que seriam indiferentes para o investidor. Para o mesmo conjunto de oportunidades de investimento, o investidor GA escolhe uma carteira de menor risco que o investidor PA. Este comportamento conservador de GA diante do risco faz com que o seu retorno esperado seja menor que o retorno esperado para o investidor PA.



**Figura 8.4:** Seleção de carteira pela curva de indiferença, para diferentes investidores.

Tanto as curvas de indiferenças  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , quanto as curvas  $J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$  refletem a satisfação do investidor que cresce à medida que move de 1 para 3. A carteira ótima é o ponto em que a curva de indiferença tangencia a fronteira eficiente. Embora os investidores PA e GA prefiram as carteiras situadas em  $I_3$  e  $J_3$ , respectivamente, onde eles teriam o maior nível de satisfação, elas não são viáveis. Os pontos C e B, portanto, dominam as outras carteiras, para os investidores com pequena e grande aversão ao risco, respectivamente. Eles são as carteiras ótimas, onde o investidor pode alcançar o mais alto nível de satisfação, dado o conjunto de carteiras disponíveis.

A abordagem de Markowitz, apesar de teoricamente atraente, na prática não foi muito utilizada por duas razões: primeiro, ele requer um número muito grande de dados, visto que, para se encontrar uma carteira ótima de  $n$  títulos, precisa-se calcular  $n(n-1)/2$  co-variâncias. Embora isso seja fácil de calcular, para pequenos números de ativos, o mesmo não acontece quando todos os investimentos são considerados. Para criar uma carteira a partir de um conjunto de dez títulos, por exemplo, há necessidade de se calcular 45 co-variâncias entre suas taxas de retorno. Se fossem 100 títulos, o cálculo seria de 4.950 co-variâncias entre suas taxas de retorno. A segunda razão é que a abordagem de Markowitz ignora os ativos livres de risco ao buscar carteiras ótimas.

Em 1964, William Sharpe concebeu um modelo muito mais simples, denominado modelo de determinação de preços de capital, demonstrando que a relação risco/retorno entre os títulos é linear e explicada por um índice médio do mercado. Assim, todos os títulos estão correlacionados ao retorno médio do mercado. Por este modelo, não é necessário calcular-se as co-variâncias entre todos os títulos. Nele, verifica-se a relação ou a sensibilidade entre a oscilação de um título e a oscilação de um índice de mercado, medida pelo seu coeficiente beta. Contudo, isso fica para a próxima aula.

## Atividade 5

Represente graficamente as seguintes carteiras, formadas com ativos de risco:

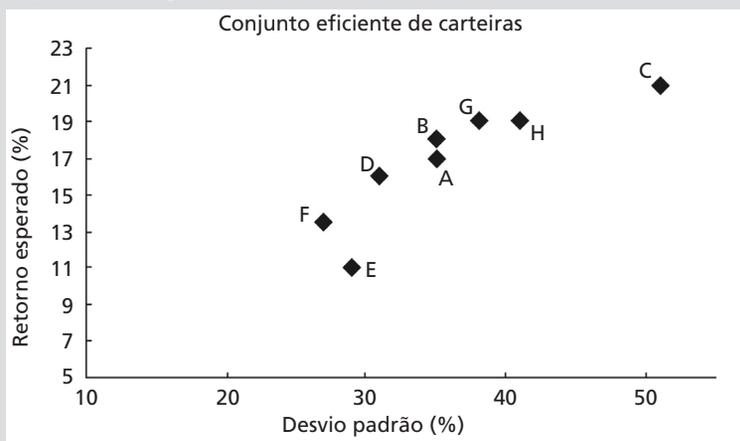
a.

Carteira	Retorno esperado	Desvio padrão
A	17%	30%
B	18%	30%
C	21%	46%
D	16%	26%
E	11%	24%
F	13,5%	22%
G	19%	33%
H	19%	36%

b. Cinco dessas carteiras são eficientes e três não o são. Quais são as carteiras eficientes?

### Respostas Comentadas

a. Representação gráfica das carteiras:



b. As carteiras eficientes são: F, D, B, G e C.

As carteiras A, E e H são ineficientes porque:

*Carteira A* - essa carteira proporciona uma taxa de retorno esperada de 17% e um nível de risco de 30%; entretanto, para o mesmo nível de risco (30%), o investidor poderá escolher a Carteira B, que proporciona um retorno esperado de 18%.

*Carteira E* - essa carteira proporciona uma taxa de retorno esperada de 11% e um nível de risco de 24%, mas o investidor poderá escolher a Carteira F, que apresenta uma taxa de retorno esperada maior, 13,5%, e também um menor nível de risco, 22%.

*Carteira H* - essa carteira proporciona uma taxa de retorno esperada de 19% e um nível de risco de 36%, mas mantendo a mesma taxa de retorno esperada em 19%. O investidor poderá escolher a carteira G, que apresenta um menor nível de risco (33%).

## CONCLUSÃO

Nesta aula, examinamos mais detalhadamente a relação entre risco e retorno de títulos individuais e mostramos como os títulos com suas peculiaridades podem ser utilizados para definir um conjunto de oportunidades a partir do qual o investidor precisa fazer a sua escolha. Mostramos também que essas oportunidades, junto com a idéia de que o investidor prefere retorno mais alto e tenta evitar o risco, podem ser usadas para definir um subconjunto de oportunidades que será de interesse para o investidor. Discutimos e exemplificamos como determinar o conjunto de carteiras eficientes. Entretanto, esta abordagem, além de exigir número muito grande de dados e muito tempo de computação, ignora os ativos livres de risco, ao buscar carteiras ótimas. Por isto, a etapa é simplificar os cálculos, pela redução dos números e tipos de dados exigidos no processo de seleção de carteiras. Este é o assunto da próxima aula.

## Atividades Finais

A tabela a seguir resume os retornos anuais que você teria obtido sobre duas empresas – Electra e a Unicon – entre 1997 e 2006.

Ano	Electra	Unicon
1997	70,85%	48,16%
1998	10,57%	38,54%
1999	21%	19,78%
2000	- 37,2%	- 23,69%
2001	22,02%	1,84%
2002	15,27%	- 3,19%
2003	- 18,54%	18,76%
2004	0,00%	- 5,26%
2005	26,09%	13,45%
2006	122,34%	20,15%

- Faça uma estimativa do retorno médio e do desvio padrão nos retornos anuais em cada empresa.
- Faça uma estimativa da co-variância e coeficiente de correlação entre os retornos das duas companhias.

c. Faça uma estimativa da variância de uma carteira composta, em partes iguais, dos dois investimentos.

### Resposta Comentada

$$a1. \text{Retorno esperado } \bar{K} = \frac{\sum_{j=1}^n K_j}{n}$$

Electra				Union		
Ano	Retorno	Desvio (3) = (2)-média	Desvios ao quadrado (4) = (3) X (3)	Retorno	Desvio (6) = (5)-média	Desvios ao quadrado (7) = (6) X (6)
(1)	(2)			(5)		
1997	70,85%	47,6170	2.267,38	48,16%	35,30600	1.246,51
1998	10,57	-12,6630	160,35	38,54	25,68600	659,77
1999	21	-2,2330	4,99	19,78	6,92600	47,97
2000	-37,27	-60,5030	3.660,61	-23,69	-36,54400	1.335,46
2001	22,02	-1,2130	1,47	1,84	-11,01400	121,31
2002	15,27	-7,9630	63,41	-3,19	-16,04400	257,41
2003	-18,54	-41,7730	1.744,98	18,76	5,90600	34,88
2004	0	-23,2330	539,77	-5,26	-18,11400	328,12
2005	26,09	2,8570	8,16	13,45	0,59600	0,36
2006	122,34	99,1070	9.822,20	20,15	7,29600	53,23
Total	232,33		18.273,33	128,54		4.085,02

$$\text{Cia. Electra: } \bar{K} = \frac{232,33}{10} = 23,23$$

$$\text{Cia. Unicon: } \bar{K} = \frac{128,54}{10} = 12,85$$

O retorno médio da Cia. Electra é igual a 23,23% e o retorno médio da Cia. Unicon é igual a 12,85%

$$a2. \text{Desvio padrão nos retornos anuais } \sigma_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k})^2}{n-1}}$$

$$\text{Cia. Electra: } \sigma_k = \sqrt{\frac{18.273,33}{10-1}} = \sqrt{2.030,37} = 45,0596 \approx 45,06\%$$

$$\text{Cia. Unicon: } \sigma_k = \sqrt{\frac{4.085,02}{10-1}} = \sqrt{453,89} = 21,3047 \approx 21,30\%$$

O desvio padrão nos retornos anuais da Cia. Electra é igual a 45,06% e o da Cia. Unicon é igual a 21,30%

b. Estimativa da co-variância e coeficiente de correlação entre os retornos das duas Cias.

b1. Co-variância entre os retornos das duas Cias.: 
$$COV_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{n-1}$$

Ano	Electra Desvio	Unicom Desvio	Produto dos desvios
(1)	(2) = [(3) -(2)-média]	(3)=[(6) -(5)-média]	(4) = (2)×(3)
1997	47,62	35,31	1.681,17
1998	-12,66	25,69	-325,26
1999	-2,23	6,93	-15,47
2000	-60,50	-36,54	2.211,02
2001	-1,21	-11,01	13,36
2002	-7,96	-16,04	127,76
2003	-41,77	5,91	-246,71
2004	-23,23	-18,11	420,79
2005	2,86	0,60	1,70
2006	99,11	7,30	723,08
Total			4.591,44

$$COV_{Electra,Unicom} = \frac{4.591,44}{10-1} = 510,16\%$$

b2. Coeficiente de correlação entre os retornos das duas Cias.:

$$\text{Coeficiente de correlação } \rho_{X,Y} = \frac{\text{Co-variância}_{X,Y}}{\text{Desvio padrão do Ativo X} \times \text{Desvio padrão do Ativo Y}} \quad (8.2)$$

$$\rho_{Electra,Unicom} = \frac{510,16}{45,06 \times 21,30} = \frac{510,16}{959,98} = 0,5314 \approx 0,53$$

A co-variância entre os retornos das Cia. Electra e Union é de 510,16, enquanto que o coeficiente de correlação é de 0,53.

c) Estimativa da variância de uma carteira composta, em partes iguais, por investimentos.

$$\sigma_{k_p}^2 = (w_X^2 \times \sigma_X^2) + (w_Y^2 \times \sigma_Y^2) + (2w_X \times w_Y \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y) \quad (8.3)$$

Onde:

$w_X$  = participação percentual do título X,

$w_Y$  = participação percentual do título Y,

$\sigma_X$  = desvio padrão dos retornos do título X,

$\sigma_Y$  = desvio padrão dos retornos do título Y,

$\rho_{X,Y}$  = correlação entre os retornos dos títulos X e Y

$$\begin{aligned} \sigma_{k_p}^2 &= (0,5^2 \times 2.030,37) + (0,50^2 \times 453,89^2) + (2 \times 0,50 \times 0,50 \times 0,53 \times 45,06 \times 21,30) \\ &= 507,59 + 113,47 + 855,08 = 876,15\% \end{aligned}$$

A variância estimada da carteira é igual a 876,15%

O desvio padrão =

$$\sigma_{k_p} = \sqrt{w_X^2 \times \sigma_X^2 + w_Y^2 \times \sigma_Y^2 + 2(w_X \times w_Y \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y)}$$

$$\sigma_{k_p} = \sqrt{876,15} = 29,60\%$$

Dois investimentos, M e W, têm os seguintes retornos para os cenários especificados:

**Tabela 8.9:** Retornos prováveis dos títulos M e W

Cenário	Probabilidade	Retornos do Título M	Retornos do Título W
(1)	(2)	(3)	(4)
1	0,50	8,0%	0%
2	0,40	4,0	6,0
3	0,10	0,0	6,0

- Calcule as variâncias e os desvios padrões de  $\sigma_M$  e  $\sigma_W$ ;
- Calcule co-variância dos retornos de  $COV_{MW}$ ;
- Calcule o coeficiente de correlação dos retornos  $\rho_{MW}$ .

### Respostas Comentadas

a. Para encontrarmos a variância do título, temos primeiro que calcular o retorno esperado.

$$\text{Retorno esperado } \bar{k} = \sum_{i=1}^n (k_i \times Pr)$$

$$\begin{aligned} a1. \text{ Retorno esperado do título M, } \bar{k}_M &= (0,50 \times 8,0\%) + (0,40 \times 4,0\%) + (0,10 \times 0,0\%) = \\ &= 4\% + 1,60\% + 0,0\% = 5,60\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a2. \text{ Retorno esperado do título W, } \bar{k}_W &= (0,50 \times 0,0\%) + (0,40 \times 6,0\%) + (0,10 \times 6,0\%) = \\ &= 0,0\% + 2,40\% + 0,60\% = 3,0\% \end{aligned}$$

Variância é o desvio dos retornos prováveis em relação ao retorno médio:

$$\text{Variância, } \sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k})^2 \times Pr_i$$

a3. Variância de M,

$$\begin{aligned} \sigma_{k_M}^2 &= (8,0\% - 5,6\%)^2 \times 0,50 + (4,0\% - 5,6\%)^2 \times 0,40 + (0,0\% - 5,6\%)^2 \times 0,10 \\ &= (2,4\%)^2 \times 0,50 + (-1,6\%)^2 \times 0,40 + (-5,6\%)^2 \times 0,10 \\ &= 2,88\% + 1,024\% + 3,136\% = 7,04\% \end{aligned}$$

$$\sigma_M = \sqrt{7,04\%} = 2,6533\%$$

A variância do título M é igual a 7,04% e o desvio padrão é igual a 2,65%.

a3. Variância de  $W$ ,

$$\begin{aligned}\sigma_{k_w}^2 &= (0,0\% - 3,0\%)^2 \times 0,50 + (6,0\% - 3,0\%)^2 \times 0,40 + (6,0\% - 3,0\%)^2 \times 0,10 \\ &= (-3,0\%)^2 \times 0,50 + (3,0\%)^2 \times 0,40 + (3,0\%)^2 \times 0,10 \\ &= 4,5\% + 3,60\% + 0,9\% = 9,0\%\end{aligned}$$

A variância do título  $W$  é igual a 9,0%

$$\sigma_w = \sqrt{9,0\%} = 3,0\%$$

A variância do título  $W$  é igual a 9,0% e o desvio padrão igual a 3,0%.

b. Co-variância dos retornos dos títulos  $M$  e  $W$

A co-variância é igual à soma do resultado da multiplicação dos desvios dos títulos em relação ao retorno esperado:

$$\text{COV}_{Mw} = \sum_{i=1}^n [(k_M - \bar{k}_M) \times (k_w - \bar{k}_w)] \times P_i$$

**Tabela 8.10:** Cálculo da co-variância entre os retornos dos títulos  $M$  e  $W$

Evento	Prob.	Desvio do retorno do título $M$	Desvio do retorno do título $W$	Produto dos desvios (5)	Prob x desvios dos produtos (6)
(1)	(2)	(3)	(4)	= (3) x (4)	= (2) x (5)
1	0,5	2,4	-3	-7,2	-3,60
2	0,4	-1,6	3	-4,8	-1,92
3	0,1	-5,6	3	-16,8	-1,68
Co-variância					-7,20

c. Coeficiente de correlação entre os retornos dos títulos  $\rho_{Mw} = \frac{\sum_{i=1}^n (k_M - \bar{k}_M) \times (k_w - \bar{k}_w)}{\sigma_M \times \sigma_w}$

$$= \rho_{Mw} = \frac{-7,20}{2,6533 \times 3,00} = -0,904$$

O coeficiente de variação entre o retorno dos dois títulos é igual a  $-0,9045$ .

Determine o risco de uma carteira constituída por dois ativos ( $M$  e  $N$ ), sabendo que o desvio padrão do retorno do ativo  $M$  é de 15%, o do ativo  $N$  é de 18%, e a co-variância entre os retornos é de 0,009782. A carteira é formada com 55% do ativo  $M$  e 45% do ativo  $N$ .

## Resposta Comentada

Os desvios padrões dos retornos de uma carteira podem ser calculados diretamente dos desvios padrões dos componentes da carteira, a partir da seguinte equação:

$$\sigma_{k_p} = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2}$$

onde  $w_1$  e  $w_2$  são as proporções dos ativos componentes 1 e 2,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são os desvios padrões dos componentes 1 e 2 e  $\rho_{1,2}$  é o coeficiente de correlação entre os retornos dos ativos 1 e 2.

$$\sigma_{k_p} = [0,55^2 \times 0,15^2 + 0,45^2 \times 0,18^2 + 2 \times 0,55 \times 0,45 \times 0,009728]^{1/2}$$

$$\sigma_{k_p} = 0,006806 + 0,006561 + 0,004842 = (0,018209)^{1/2} = 0,134942 = 13,49\%$$

A variância da carteira é igual a 13,49%. É positiva; o que significa que os retornos dos títulos se movem na mesma direção.

As ações das empresas Seroinvest S.A. e Paramultiplic estão sendo negociadas no mercado. O preço corrente das ações da Seroinvest é igual a \$ 60. Há uma previsão de que sua ação, no próximo ano, seja igual a \$ 48, se a economia estiver em recessão; \$ 66, se estiver em situação normal e \$ 72, se estiver se expandindo. As probabilidades correspondentes de recessão, situação normal e expansão são 0,10; 0,70 e 0,20, respectivamente. A Seroinvest não paga dividendos.

O retorno esperado e o desvio padrão da ação da Paramultiplic são iguais a 9% e 12%, respectivamente.

A correlação entre os retornos das ações da Seroinvest e da Paramultiplic,  $\rho_{sp}$  é igual a 0,4.

a. Se você fosse um investidor típico, com aversão ao risco, que ação iria preferir? Por quê?

b. Quais são o retorno esperado e o desvio padrão dos retornos de uma carteira composta por 70% de Seroinvest e 30% de Paramultiplic?

## Resposta Comentada

a. Cálculo do nível de risco das ações da Seroinvest:

Calculando o retorno provável para cada cenário:

$$\text{Taxa de retornos} = k_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t + C_{t+1}}{P_t}$$

Prováveis retornos das ações da Seroinvest, na hipótese de haver:

$$\text{Recessão: } k_{t+1} = \frac{\$48 - \$60}{\$60} = -0,20 = -20\%$$

$$\text{Normal: } k_{t+1} = \frac{\$66 - \$60}{\$60} = 0,10 = 10\%$$

$$\text{Expansão: } k_{t+1} = \frac{\$72 - \$60}{\$60} = 0,20 = 20\%$$

Então, o retorno esperado das ações da Seroinvest é igual a:

$$\bar{k}_s = 0,10 \times -20\% + 0,70 \times 10\% + 0,20 \times 20\% = 9\%$$

O retorno esperado das ações da Seroinvest é igual a 9%

Desvio padrão dos retornos das ações da Seroinvest:

$$\sigma_{\bar{k}_s} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2 \times P r_j}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{k}_s} &= [(-20\% - 9\%)^2 \times 0,10 + (10\% - 9\%)^2 \times 0,70 + (20\% - 9\%)^2 \times 0,20]^{1/2} \\ &= (109\%)^{1/2} = 10,44\% \end{aligned}$$

O desvio padrão das ações da Seroinvest é igual a 10,44%.

Retorno esperado, variância e desvio padrão das ações da Seroinvest e da Paramultiplic

#### Resumo

	Ações S	Ações P
Retorno esperado	9,0%	9,0%
Desvio padrão	10,44%	12,0%

A ação a ser escolhida por um investidor com aversão ao risco é, portanto, a de menor risco, a da Seroinvest, que tem o menor desvio padrão.

Na hipótese de haver recessão:

b. Retorno esperado e desvio padrão da carteira:

Retorno esperado da carteira é a média ponderada dos retornos das ações que a compõem.

$$\bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

$$\text{Retorno da carteira, } \bar{k}_p = 0,7 \times 9,0\% + 0,3 \times 9,0\% = 9,0\%$$

c.

$$\begin{aligned} \sigma_{k_p} &= \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2} \\ &= [(0,7^2 \times 10,44^2) + (0,3^2 \times 12^2) + (2 \times 0,7 \times 0,3 \times 0,4 \times 10,44 \times 12)]^{1/2} \\ &= [53,41\% + 12,96\% + 21,047\%]^{1/2} = [87,4139\%]^{1/2} = 9,35\% \end{aligned}$$

**Resumo**

	Ações S	Ações P	Carteira SP
Retorno esperado	9,0%	9,0%	9,0%
Desvio padrão	10,44%	12,0%	9,35%

**Carteira de mínima variância**

As ações da Cia. Cróton e da Cia. Satibel têm as seguintes características:

	Retorno esperado	Desvio padrão
Cróton	10%	2%
Satibel	20%	4%

A co-variância entre os retornos das duas ações é igual a 2,0.

- Qual o retorno esperado da carteira de mínima variância?
- Se a co-variância for igual a  $-8\%$ , quais serão os pesos que minimizam a variância?
- Calcule a variância dos retornos da carteira quando a co-variância dos retornos das ações é igual a  $-8\%$  e pesos encontrados na letra b.

**Respostas**

a. Qual o retorno esperado da carteira de mínima variância?

*Temos primeiro que determinar os pesos da carteira*

*Aplicando os dados na fórmula 8.2, obtemos o coeficiente de correlação.*

$$\text{Coeficiente de correlação } \rho_{X,Y} = \frac{\text{Co-variância}_{X,Y}}{\text{Desvio padrão do Ativo X} \times \text{Desvio padrão do Ativo Y}}$$

$$\text{Coeficiente de correlação } \rho_{X,Y} = \frac{2}{2 \times 4} = \frac{2\%}{8\%} = 0,25$$

$$\text{Encontrando os pesos: } W_A^* = \frac{\sigma_B^2 - (\rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (2 \times \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)}$$

$$W_{\text{Cróton}}^* = \frac{[(4)^2 - (0,25 \times 2 \times 4)]}{[(2)^2 + (4)^2 - (2 \times 0,25 \times 2 \times 4)]} = \frac{16 - 2}{(4 + 16) - 4} = \frac{14}{20 - 4} = \frac{14}{16} = 0,875$$

A carteira deve ser criada com 87,5% dos recursos aplicados nas ações da Cia. Cróton e 12,5% aplicados nas ações da Cia. Satibel

$$\text{Retorno esperado da carteira} = \bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \cdot x_j$$

$$\bar{k}_p = (0,875 \times 10\%) + (0,125 \times 20\%) = 8,75\% + 2,5\% = 11,25\%$$

O retorno esperado da carteira composta com 87,50% dos recursos aplicados nas ações da Cia. Cróton e 12,50% aplicados nas ações da Cia. Satibel é igual a 11,25%

b. Se a co-variância dos retornos das ações for igual a  $-8\%$ , os pesos que minimizam a co-variância serão encontrados a seguir:

Encontrando o coeficiente de correlação:

Coeficiente de correlação dos retornos da carteira =

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Co-variância}_{X,Y}}{\text{Desvio padrão do Ativo X} \times \text{Desvio padrão do Ativo Y}}$$

$$\text{Coeficiente de correlação dos retornos da carteira} = \rho_{\text{C. roton, Satibel}} = \frac{-8}{2 \times 4} = \frac{-8}{8} = -1,0$$

Isto posto, os pesos que minimizam a variância serão:

$$\text{Encontrando os pesos: } W_A^* = \frac{\sigma_B^2 - (\rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (2 \times \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B)}$$

Os pesos que irão minimizar variância, dada a co-variância dos retornos das ações das Cias. Cróton e Satibel, serão de 0,6667 e 0,3333, respectivamente.

Então, a carteira deve ser criada com 2/3 das ações da Cróton e 1/3 das ações da Satibel

c) Variância do retorno da carteira quando a co-variância é igual a  $-0,08$ , tendo as ações da Cróton uma participação de 2/3 na composição da carteira e a Satibel uma participação de 1/3

$$\sigma_{k_p}^2 = (w_X^2 \times \sigma_X^2) + (w_Y^2 \times \sigma_Y^2) + (2 \times w_X \times w_Y \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y) \quad (8.3)$$

Onde:

$w_X$  = participação percentual do título X,

$w_Y$  = participação percentual do título Y,

$\sigma_X$  = desvio padrão dos retornos do título X,

$\sigma_Y$  = desvio padrão dos retornos do título Y,

$\rho_{X,Y}$  = correlação entre os retornos dos títulos X e Y

$$\begin{aligned} \sigma_{k_p}^2 &= (0,66667^2 \times 2^2) + (0,33333^2) + (2 \times 0,66667 \times 0,33333 \times -1,0 \times 2 \times 4) \\ &= (0,44449 \times 4,0) + (0,11109 \times 16) + (-3,55538) \\ &= 1,77796 + 1,77742 - 3,55538 = 0,00 \end{aligned}$$

A variância dos retornos da carteira é igual a zero.

## Representação gráfica do conjunto de oportunidades

Com os dados de dois títulos, J e K, apresentados a seguir, represente graficamente todas as combinações dos dois títulos no espaço  $(k_c, \sigma_c)$ . Suponha  $\rho = +1, -1$ , e  $0$ .

	Retorno esperado	Desvio padrão
Título J	10%	5%
Título K	4%	2%

## Resposta

a. Representação gráfica dos conjuntos de oportunidades de investimentos nos dois títulos J e K, considerando o coeficiente de correlação de  $+1, -1$  e  $0$ .

O retorno esperado é calculado pela fórmula:

$$\text{Retorno esperado da carteira} = \bar{k}_p = \sum_{j=1}^n w_j \times k_j$$

Ele vai depender só da participação percentual dos títulos na composição da carteira.

Considerando que a participação do título J na carteira é de 30% e do título K é de 70% temos:

$$\bar{k}_p = (0,30 \times 10\%) + (0,70 \times 4\%) = 3,0\% + 2,8\% = 5,8\%$$

Para encontrar os outros valores de  $k_c$  utilizamos o raciocínio.

A relação entre retorno esperado e risco é encontrada utilizando a fórmula 8.4 do desvio padrão que é a raiz quadrada da variância:

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância:

$$\sigma_{k_p} = \sqrt{w_X^2 \times \sigma_X^2 + w_Y^2 \times \sigma_Y^2 + 2(w_X \times w_Y \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y)} \quad (8.4)$$

Onde

$w_X$  = participação percentual do título X,

$w_Y$  = participação percentual do título Y,

$\sigma_X$  = desvio padrão dos retornos do título X,

$\sigma_Y$  = desvio padrão dos retornos do título Y,

$\rho_{X,Y}$  = correlação entre os retornos dos títulos X e Y

No nosso problema  $X = J$  e  $Y = K$ .

Vamos calcular uma coordenada para cada coeficiente de correlação, uma vez que é utilizado o mesmo raciocínio para encontrar as demais coordenadas. Isto posto:

- Cálculo para encontrar o desvio padrão da carteira, com coeficiente de correlação igual a  $+1$  e participação do título J na carteira igual a 80% e do título K igual a 20%

$$\begin{aligned} \sigma_{k_p} &= \left[ 0,80^2 \times 5,0\%^2 + 0,20^2 \times 2,0\%^2 + 2 \times 0,80 \times 1,0 \times 5,0\% \times 2,0\% \right]^{1/2} \\ &= \left[ 0,64 \times 25,0 + 0,04 \times 4,0\% + 3,2\% \right]^{1/2} \\ &= \left[ 16\% + 0,16\% + 3,2\% \right]^{1/2} \\ &= \left[ 19,36\% \right]^{1/2} = 4,4\% \end{aligned}$$

– Cálculo para encontrar o desvio padrão da carteira, com coeficiente de correlação igual a -1 e participação do título J na carteira igual a 70% e do título K igual a 30%

$$\begin{aligned}\sigma_{k_p} &= [0,70^2 \times 5,0\%^2 + 0,30^2 \times 2,0\%^2 + 2 \times 0,70 \times 0,30 \times -1,0 \times 5,0\% \times 2,0\%]^{1/2} \\ &= [0,49 \times 25,0 + 0,09 \times 4,0\% + -4,2\%]^{1/2} \\ &= [12,25\% + 0,36\% + -4,2\%]^{1/2} \\ &= [8,41\%]^{1/2} = 2,9\%\end{aligned}$$

– Cálculo para encontrar o desvio padrão da carteira, com coeficiente de correlação igual a 0 e participação do título J na carteira igual a 10% e do título K igual a 90%:

$$\begin{aligned}\sigma_{k_p} &= [0,10^2 \times 5,0\%^2 + 0,90^2 \times 2,0\%^2 + 2 \times 0,10 \times 0,90 \times 0,0 \times 5,0\% \times 2,0\%]^{1/2} \\ &= [0,01 \times 25,0 + 0,81 \times 4,0\% + -4,2\%]^{1/2} \\ &= [0,25\% + 3,24\% + 0,0\%]^{1/2} \\ &= [3,49\%]^{1/2} = 1,868\% \approx 1,87\%\end{aligned}$$

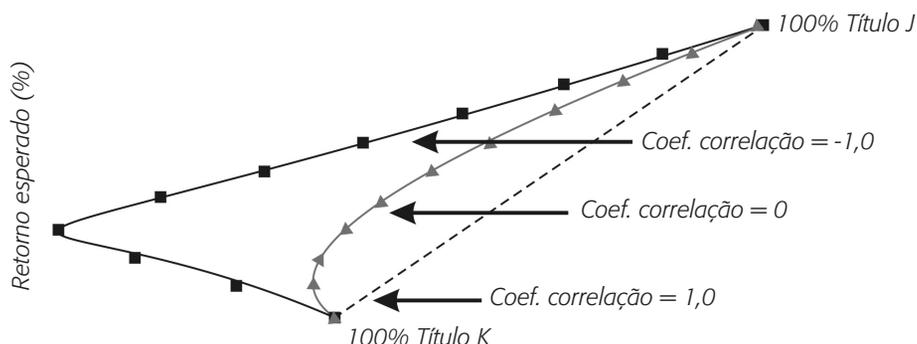
O quadro a seguir apresenta o conjunto de oportunidades de investimentos na carteira de dois ativos J e K sob várias suposições:

**Tabela 8.11:** Retorno e desvio padrão da carteira sob várias suposições

Carteira	Título A	Título B	$k_p$	$\sigma_p$		
				$\rho_{AB} = +1$	$\rho_{AB} = -1$	$\rho_{AB} = 0$
J	1,0	0,0	10	5	5	5
I	0,9	0,1	9,4	4,7	4,3	4,504
II	0,8	0,2	8,8	4,4	3,6	4,02
III	0,7	0,3	8,2	4,1	2,9	3,551
IV	0,6	0,4	7,6	3,8	2,2	3,105
V	0,5	0,5	7	3,5	1,5	2,693
VI	0,4	0,6	6,4	3,2	0,8	2,332
VII	0,3	0,7	5,8	2,9	0,1	2,052
VIII	0,2	0,8	5,2	2,6	0,6	1,887
IX	0,1	0,9	4,6	2,3	1,3	1,868
K	0,0	1,0	4	2	2	2

Com estas informações, podemos representar graficamente os conjuntos de oportunidades de investimentos, conforme gráfico a seguir:

### Conjunto de oportunidade de investimento para uma carteira de dois títulos com diferentes correlações



## RESUMO

O risco e o retorno são duas variáveis-chave na análise e na estratégia de investimentos. É importante saber suas origens. Os fatores principais que contribuem na formação de cada um devem ser identificados e avaliados. Esta é a tarefa preliminar da análise de título, e os resultados são dados cruciais para a construção, a revisão e a avaliação da carteira, bem como para o ajuste da política de longo prazo do investimento.

O retorno de uma carteira é simplesmente a média ponderada do retorno dos ativos que a compõem, cujo peso é a parcela do investimento de cada título na formação da carteira.

Já a relação entre o risco de uma carteira e o risco dos ativos que a compõem é um pouco mais complexa, pois o risco de uma carteira depende não somente do desvio padrão dos títulos individuais que compõem a carteira, mas também da correlação dos retornos possíveis existente entre cada par de títulos.

A medida de risco para uma carteira deve ser, portanto, a co-variância, que mede o grau de movimento entre ativos quaisquer. Por ser uma medida não padronizada e por termos que quantificar e comparar a variabilidade dos

prováveis retornos em relação à média, foi utilizado a correlação, que é a medida padronizada da relação entre duas variáveis quaisquer. Utilizamos o grau de correlação, que é a medida do grau de correlação entre duas séries a partir de diversas observações.

A formação de carteiras de investimento permite a obtenção de uma melhor relação risco/retorno para o investidor. Um investidor poderá reduzir o risco de um investimento mediante a diversificação com títulos cujos retornos possuam correlação negativa, nenhuma correlação ou pouca correlação. A melhor carteira para o investidor é determinada pela sua preferência em relação ao risco e ao retorno. É representada pelo ponto de tangência entre a fronteira eficiente e a curva de indiferença mais alta.

O entendimento de como o risco se modifica no contexto de uma carteira é importante no processo de seleção da carteira eficiente. Carteira eficiente é definida como aquela que maximiza o retorno para um dado nível de risco ou minimiza o risco para um dado nível de retorno. A teoria da carteira eficiente, desenvolvida por Harry Markowitz, foi determinante para a teoria do investimento. De acordo com essa teoria, os investidores podem determinar as carteiras ótimas em termos de risco e retorno, e formam o que foi denominado fronteira eficiente.

## INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você aprenderá o conceito de risco não diversificável e uma forma simples de construir uma carteira de ativos pelo modelo de determinação de preços de ativos de capital – CAPM (= Capital Asset Pricing Model), construído por William Sharpe (1964). Aprenderá também outro, o APT – Teoria da Precificação por Arbitragem (APT = Arbitrage Pricing Theory).

# CAPM e APT: modelos para medir o retorno exigido

## Meta da aula

Apresentar o modelo CAPM para obtenção do retorno exigido baseado no risco, comparando com o modelo alternativo APT.

Ao final do estudo desta aula, você deverá ser capaz de:

- 1 entender o que é taxa livre de risco e o que ela representa;
- 2 determinar a variação no retorno de um ativo em relação à variação no retorno de mercado com o auxílio do coeficiente beta;
- 3 calcular o coeficiente beta de um ativo utilizando a planilha eletrônica Excel;
- 4 interpretar a linha do mercado de títulos;
- 5 identificar as diferenças básicas entre os modelos CAPM e APT de precificação de ativos baseados no risco.

## Pré-requisitos

A Aula 6 (Risco de um ativo) e a Aula 7 (Risco de uma carteira de ativos) são necessárias para compreender o conteúdo desta aula.

## INTRODUÇÃO

Nesta primeira parte da aula, estudaremos o Modelo de Precificação de Ativos de Capital (CAPM = *Capital Asset Pricing Model*), amplamente discutido e aceito como modelo de mensuração de risco de ativos pela maioria das universidades.

Em seguida, resumiremos a Teoria da Precificação por Arbitragem (APT = *Arbitrage Pricing Theory*), que é relativamente recente e serve de alternativa ao modelo CAPM.

Terminaremos esta aula com uma breve comparação entre os dois modelos de precificação de ativos baseados no risco.

Boa aula!

## MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS DE CAPITAL (CAPM)

Desenvolvido por William Sharpe em 1964, esse modelo visa estabelecer o retorno exigido de um ativo baseado no seu risco não-diversificável. O autor recebeu o Prêmio Nobel de Economia em 1990 pela formulação desse modelo. Sharpe desenvolveu seu modelo utilizando conceitos inicialmente abordados por Markowitz, que escreveu a Teoria da Seleção de Carteira em 1952, considerada a obra mais importante da moderna teoria em Finanças.

O modelo utiliza a variância e a co-variância, medidas estatísticas de dispersão, para determinar o coeficiente beta que, por sua vez, determina a variação que o retorno de um título terá em relação ao retorno de mercado (média dos retornos de todos os ativos negociados em um mercado). O coeficiente beta é o único fator determinante do retorno de ativos.

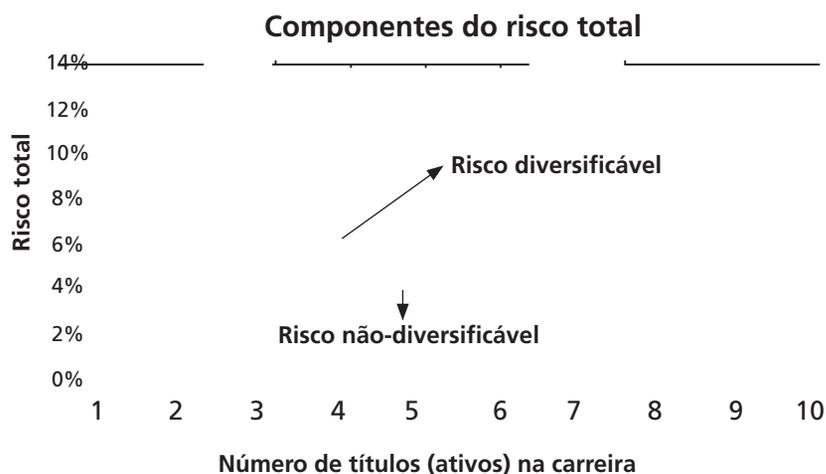
O CAPM permite estabelecer a correlação entre os títulos, mas não especifica os fatores causadores dessa correlação. Ele estabelece uma relação positiva entre risco e retorno.

Alguns pressupostos são necessários ao entendimento do modelo CAPM:

1. Os investidores são avessos ao risco e procuram maximizar sua riqueza de fim de período. Para um aumento no risco, os investidores exigirão um aumento no retorno.

- Os investidores podem tomar emprestado e emprestar à taxa livre de risco.
- Não há custos de transação, impostos ou restrições para venda a descoberto.
- Os retornos dos ativos têm distribuição normal, e os investidores tomam decisões de investimento baseados na relação risco e retorno.

Como você viu na Aula 7 (Risco de uma carteira de ativos), podemos decompor o risco total em dois: **DIVERSIFICÁVEL** (não-sistemático) e **NÃO-DIVERSIFICÁVEL** (sistemático). Quanto maior for o número de ativos que compõem uma carteira, maior será a redução do risco diversificável. Sendo assim, sua redução ou quase eliminação é possível, bastando, para isso, a inclusão de mais ativos na carteira.



**Figura 9.1:** Risco diversificável e risco não-diversificável.

Mas, como você pode ver na **Figura 9.1**, o risco não-diversificável (linha maciça) permanece, pois não pode ser reduzido tão facilmente, e a ele todas as empresas estão sujeitas, umas mais outras menos. É o risco de incêndio, enchentes, terremotos, planos econômicos etc.

#### **RISCO DIVERSIFICÁVEL**

É a parte do risco atribuída a causas aleatórias, específicas de uma empresa, que pode ser eliminada por meio da diversificação (inclusão de mais ativos) de uma carteira de investimentos.

#### **RISCO NÃO-DIVERSIFICÁVEL**

É a parte do risco atribuída a fatores de mercado, aos quais todas as empresas estão sujeitas, e que não pode ser eliminada por meio da diversificação.

Veja que, quando uma carteira é composta por apenas dois ativos, o risco dessa carteira é alto. À medida que a linha referente ao número de ativos se desloca para a direita, representando um aumento no seu número, o risco diversificável (linha pontilhada) cai, podendo chegar quase a zero.

Então, podemos afirmar que o risco relevante (aquele que importa) é o risco não-diversificável ou sistemático.

A fórmula derivada do modelo CAPM é a seguinte:

$$K_j = R_f + \beta (K_M - R_f)$$

onde:  $K_j$  = retorno exigido pelo ativo “j”;

$R_f$  = taxa de retorno livre de risco;

$\beta$  = coeficiente beta (mede a sensibilidade do retorno do ativo em relação ao mercado);

$K_M$  = taxa de retorno de mercado.

Detalharemos todas as variáveis utilizadas na fórmula, a começar pelo retorno exigido do ativo.

Como você já viu nas Aulas 5 e 6, retorno exigido é o retorno mínimo que um investidor exige para manter um ativo. O investidor fará a comparação entre o retorno exigido e o retorno esperado, para decidir se investe ou não em um ativo. Se o retorno exigido de um ativo for maior do que o seu retorno esperado, ele aceitará investir nele; caso contrário, ele será rejeitado.

Na Aula 6 foi explicado como encontrar o retorno esperado para um ativo. A taxa de retorno livre de risco é a taxa básica de juros de uma economia e a taxa que o governo utiliza para remunerar os títulos por ele emitidos.

### Taxa de retorno livre de risco e emissão de títulos

Os títulos de dívida podem ser emitidos pelas diversas esferas do governo e por empresas. Quando uma empresa ou governo emite títulos, está buscando dinheiro para financiamento de suas atividades. A empresa ou governo lhe vende os títulos mediante um pagamento, propõe pagar-lhe uma taxa de juros ao longo da vida útil do título (prazo de duração) e devolver-lhe o valor integral do título ao término do prazo de duração.

Uma empresa sem credibilidade no mercado provavelmente não conseguirá compradores para os seus títulos, pois os detentores desses títulos correm o risco de não receber seu valor integral ao término da vida útil dos mesmos.

Para o governo, não há esse tipo de problema, pois ele sempre honrará seus compromissos. É por isso que se diz que a taxa cobrada pelos títulos do governo é uma taxa de retorno livre de risco.

O símbolo utilizado para determinar a taxa livre de risco ( $R_F$ ) é a tradução para o inglês de "livre de risco" (*risk free*).

A taxa livre de risco pode ser encontrada pela seguinte fórmula:

$$R_F = K^* + \text{Expectativa de inflação}$$

onde:  $R_F$  = taxa de retorno livre de risco;

$K^*$  = taxa de juros real.

A taxa de juros real é aquela que realmente é cobrada em uma economia, sem incluir a inflação, que é um mero fator de atualização de valor.

Supondo que a taxa de juros real seja de 9% e a expectativa de inflação seja de 4%, teremos uma taxa de juros livre de risco de 13%.

No Brasil, a taxa livre de risco é equivalente à taxa de juros **SELIC**, que o Banco Central divulga sempre que a reunião do **COPOM** termina.

#### COPOM

É a sigla utilizada para Comitê de Política Monetária.

#### SELIC

É uma sigla utilizada para Sistema Especial de Liquidação e Custódia.

O comitê se reúne na última quarta-feira de cada mês, para decidir se a taxa deve ser mantida, se deve aumentar ou se deve diminuir.

Para ver e saber um pouco mais, consulte o *site* do Banco Central: [www.bcb.gov.br/?SELICDIA](http://www.bcb.gov.br/?SELICDIA).

## Atividade 1

Determine a taxa de retorno livre de risco, supondo que a taxa de juros real seja de 8% ao ano e a expectativa de inflação seja de 5% ao ano. Defina taxa de juros real e taxa de retorno livre de risco.

---

---

---

---

---

---

---

---

### Resposta Comentada

*A taxa livre de risco é de 13% (8% + 5%).*

*Ao que é verdadeiramente cobrado de juros (e apenas juros) em uma economia é dado o nome de taxa de juros real.*

*A taxa de retorno livre de risco é a taxa básica de juros de uma economia e também a taxa que remunera os títulos emitidos pelo governo. Os títulos do governo são garantidos e, por isso, a taxa tem esse nome.*

O modelo CAPM utiliza em sua fórmula um coeficiente que representa o grau de risco não-diversificável: o beta (representado pela letra grega  $\beta$ ). Ele mede a variação no retorno de um ativo em relação ao retorno de mercado. O coeficiente pode ser positivo ou negativo. Se for positivo, o retorno do ativo variará na mesma direção que o mercado. Caso seja negativo, o retorno do ativo variará em direção oposta.

Coeficiente beta	Direção da movimentação	Significado
2,0	Mesma direção do mercado	Duas vezes a variação do mercado
1,5		Uma vez e meia a variação do mercado
1,0		Igual à variação do mercado
0,5		Metade da variação do mercado
0		Não é afetado pela variação do mercado
-0,5	Direção oposta ao mercado	Metade da variação do mercado
-1,0		Igual à variação do mercado
-1,5		Uma vez e meia a variação do mercado
-2,0		Duas vezes a variação do mercado

**Figura 9.2:** Comportamento dos retornos de um ativo de acordo com o seu beta.

Se o retorno do mercado tiver uma variação positiva de 3%, um ativo com coeficiente beta igual a 2,0 terá um aumento no seu retorno da ordem de 6%. O coeficiente revela que o ativo em questão tem o dobro da variação do mercado. Se o retorno de mercado cair 1% (-1%), o retorno de ativo cairá 2% (-2%). Entre dois ou mais ativos com coeficientes beta positivos, o mais arriscado será o que possuir o maior beta. Os ativos com beta negativo são mais arriscados do que os com beta positivo, porque a variação dos seus retornos sempre será oposta à variação dos retornos do mercado.

### Interpretação do coeficiente beta

O coeficiente beta pode ser positivo, negativo ou nulo. O sinal (positivo ou negativo) indica se o retorno exigido de um ativo se comporta igualmente (se positivo) ou contrariamente (se negativo) ao retorno do mercado. O número indica a sensibilidade da variação.

Beta ( $\beta$ )	Direção da variação em relação ao mercado	Sensibilidade da variação do retorno exigido em relação ao retorno do mercado
+2,0	mesma direção	duas vezes
0	não varia	nenhuma
-1,5	direção oposta	uma vez e meia

Imaginemos duas situações: que a taxa de retorno do mercado tenha variado, em um dia, em +2% (mercado em alta) e, no outro, em -4% (mercado em baixa). Veja a variação dos retornos de três ativos distintos com seus respectivos coeficientes beta:

**Tabela 9.1:** Beta e variação nos retornos de ativos

Ativo	Beta	Retorno do mercado		Variação no retorno do ativo	
		Primeiro dia	Segundo dia	Primeiro dia	Segundo dia
A	1,6	2,0%	-4,0%	3,2%	-6,4%
B	-2,4	2,0%	-4,0%	-4,8%	9,6%
C	0,8	2,0%	-4,0%	1,6%	-3,2%

Os valores dos retornos dos ativos foram obtidos pela multiplicação do coeficiente beta pela taxa de retorno do mercado.

Analisando os ativos, vemos que o ativo A tem uma amplitude (faixa de variação) de 9,6% [3,2% - (-)6,4%]; o ativo B tem uma amplitude de 14,4% [9,6% - (-) 4,8%]; o ativo C tem uma amplitude de 4,8% [1,6% - (-) 3,2%]. Portanto, o ativo B tem maior variabilidade; variabilidade maior é sinal de risco maior. Note que o coeficiente beta do ativo B é negativo.

## Atividade 2

Os coeficientes beta de três empresas são dados a seguir. Se a taxa de retorno do mercado subir 5% em um determinado dia e cair, no outro, 3%, quanto irá variar o retorno exigido de cada ativo em cada dia? Calcule a amplitude dos retornos de cada empresa nos dois dias.

Empresa	Coeficiente beta ( $\beta$ )
Reisen	0,5
Viaggio	1,4
Travel	-0,2

## Resposta Comentada

Com o mercado em alta de 5%, os retornos exigidos pelas três empresas ficam assim:

Empresa	Coefficiente beta ( $\beta$ )	Varição no retorno do mercado	Varição no retorno exigido
Reisen	0,5	+5%	+2,5%
Viaggio	1,4	+5%	+7,0%
Travel	-0,2	+5%	-1,0%

Com o mercado em baixa de 3%, o retorno exigido por cada uma das empresas fica assim:

Empresa	Coefficiente beta ( $\beta$ )	Varição no retorno do mercado	Varição no retorno exigido
Reisen	0,5	-3%	-1,5%
Viaggio	1,4	-3%	-4,2%
Travel	-0,2	-3%	+0,6%

As empresas Reisen e Viaggio acompanham o movimento do mercado; a empresa Travel vai em direção oposta à do mercado.

As amplitudes dos retornos das três empresas nos dois dias analisados são as seguintes:

Empresa	Amplitude dos retornos	Cálculo das amplitudes
Reisen	4,0%	2,5% - (-)1,5%
Viaggio	11,2%	7,0% - (-)4,2%
Travel	1,6%	0,6% - (-)1,0%

Note que, apesar de a empresa Travel ter a menor amplitude, não é ela a de menor risco, pois o comportamento dos seus retornos é oposto ao comportamento dos retornos de mercado. Quando o mercado cai, ele sobe; quando o mercado sobe, ele desce.

A terceira variável utilizada na fórmula para encontrar o retorno exigido é a taxa de retorno do mercado, também chamada taxa de retorno da carteira de mercado. Taxa de retorno do mercado é a média ponderada dos retornos de todas as ações negociadas em um mercado. Por exemplo, quando você ouve no telejornal que a Bovespa subiu 2%, isso equivale a dizer que o retorno do mercado subiu 2%. A média utilizada é a ponderada, pois nem todos os títulos têm o mesmo peso (quantidade e valor) na Bolsa de Valores. Então, essa informação pode ser nela obtida facilmente.

## ENCONTRANDO O COEFICIENTE BETA

Como o coeficiente beta pode ser encontrado?

Você pode encontrar o coeficiente beta de várias empresas, já calculado, no *site* da Risktech ([www.risktech.com.br](http://www.risktech.com.br)). Nele, você acha os coeficientes beta de empresas cujas ações são negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. Você verá que a maioria dos betas encontra-se na faixa entre zero e 1,5.

No *site* da Risktech, você acessa o *link* “Busca no Risktech” e entra na opção “Volatilidade e Betas”. Nesta opção, você escolhe a demonstração dos dados (versão XLS ou versão TXT). Aconselhamos a versão TXT, pois é mais agradável de se visualizar.

Mas como se calcula o coeficiente beta? Apesar de ser um assunto específico, que deve ser objeto de estudo em curso mais avançado (especialização ou mestrado), daremos uma noção suficiente para que você entenda como o coeficiente beta pode ser encontrado.

Obtém-se o coeficiente beta de uma ação a partir dos seus retornos históricos observados. Utilizando os dados históricos, você calculará a co-variância e a variância (medidas estatísticas de dispersão) e dividirá a primeira pela segunda. Com isso, você encontra o coeficiente beta da ação. A fórmula utilizada é a seguinte:

$$\beta = \frac{\text{Cov}(K_j, K_m)}{\sigma_m^2}$$

onde:  $\beta$  = coeficiente beta;

$\text{Cov}(K_j, K_m)$  = co-variância do retorno do ativo  $j$  ( $K_j$ ) e a carteira de mercado ( $K_m$ );

$\sigma_m^2$  = variância do retorno sobre a carteira de mercado.

O coeficiente beta encontrado dependerá do intervalo de tempo entre os retornos e também da quantidade de retornos históricos utilizados. Em outras palavras, se você utilizar dados mensais, provavelmente encontrará um coeficiente diferente para o mesmo ativo se utilizar dados diários.

Uma maneira bem mais simples de você encontrar o coeficiente beta de uma ação é utilizar a planilha eletrônica Excel. Com uma série de retornos de um ativo dispostos em uma coluna e os retornos do mercado dispostos em outra, você calcula a co-variância e a variância (utilize fórmulas estatísticas). Depois, é só fazer a divisão. Vamos a um exemplo?

**Tabela 9.2:** Cálculo do beta com a utilização de planilha eletrônica

Data	Retorno do ativo	Retorno do mercado
9/5/2007	1,3%	0,6%
10/5/2007	0,5%	0,7%
11/5/2007	0,8%	1,0%
12/5/2007	-0,4%	-0,5%
13/5/2007	0,2%	1,2%
Co-variância		0,0000186
Variância		0,0000435
Beta		0,427586207

O coeficiente beta do ativo utilizado como exemplo é de 0,427, aproximadamente. O coeficiente certamente irá mudar, se analisarmos mais datas de retornos.

Existem outras formas de cálculo do coeficiente beta, que não serão abordadas nesta aula.

## Atividade 3

Com a ajuda da planilha eletrônica Excel, calcule o coeficiente beta para a ação da empresa Riscobrás para o período de 01 a 15/7/2007 (somente os dias úteis). As informações sobre os retornos da ação e do mercado nesses dias encontram-se na **Tabela 9.3**, a seguir.

**Tabela 9.3:** Informações para o cálculo do coeficiente beta da Riscobrás

Data	Retorno da ação	Retorno do mercado
2/7/2007	-0,4%	1,0%
3/7/2007	1,3%	1,9%
4/7/2007	1,6%	0,5%
5/7/2007	0,9%	-0,8%
6/7/2007	0,8%	-1,4%
9/7/2007	0,2%	0,8%
10/7/2007	-0,6%	-0,7%
11/7/2007	-1,1%	2,5%
12/7/2007	2,3%	2,8%
13/7/2007	2,0%	3,1%
Co-variância	0,0047100%	
Variância	0,0184766%	
Beta	0,25	

### Resposta Comentada

Transcreva a tabela com os dados para o Excel. Em uma célula em branco, você clica em *Funções*, abrindo a opção *Estatísticas*. Procure a função *COVAR* e clique nela. Indique os dados referentes ao retorno da ação para *Matriz1* e os dados referentes ao retorno de mercado para *Matriz 2*. Clique *Enter*. O valor da co-variância aparecerá.

Em uma outra célula em branco, repita os mesmos procedimentos, só que a função passa a ser *VAR*. O valor da variância aparecerá.

Em uma terceira célula em branco, faça a divisão da co-variância pela variância. Você encontrará o coeficiente beta para a ação da Riscobrás: 0,25.

O resultado (beta positivo) é o indicativo de que o retorno da ação se movimenta na mesma direção que o mercado. Ainda, a sensibilidade da variação do retorno da ação é menor que a variação do retorno do mercado (0,25 vez).

Para o próximo dia útil (16/7/2007), se tivéssemos a expectativa de que haveria um aumento de 2% na cotação do mercado, a variação do retorno da ação da Riscobrás seria de 0,5% ( $2\% \times 0,25$ ).

O cálculo do beta foi feito com observação dos retornos de apenas duas semanas. Se quisermos betas mais realistas, devemos observar retornos no período de, pelo menos, um ano.

## RETORNO EXIGIDO E LINHA DO MERCADO DE TÍTULOS

Para podermos calcular a taxa de retorno exigido dos ativos X e Y, a seguir, supomos que, atualmente, a taxa livre de risco seja de 12% e a taxa de retorno do mercado seja de 20%. Sabendo que o ativo X tem coeficiente beta igual a 2,0 e o ativo Y igual a 0,5, substituímos os dados na fórmula derivada do modelo CAPM e encontramos os retornos exigidos de cada ativo.

Ativo A

$$K_j = 12\% + 2,0(20\% - 12\%) = 28,0\%$$

Ativo B

$$K_j = 12\% + 0,5(20\% - 12\%) = 16,0\%$$

As taxas de retorno exigido para os ativos X e Y são, respectivamente 28,0% e 16,0%.

Pode-se notar que o ativo A é mais arriscado do que o mercado, uma vez que o seu retorno é superior à taxa de retorno de mercado. Também podemos chegar à mesma conclusão observando seu coeficiente beta. Seu valor é superior a 1,0, que é o coeficiente beta do mercado. A variação no seu retorno será duas vezes superior à variação da taxa de retorno do mercado.

Por sua vez, notamos que o ativo Y é menos arriscado do que o mercado, pois tem retorno de 16,0%, enquanto a taxa de retorno do mercado é de 20%. Seu retorno varia a metade da variação da taxa de retorno do mercado.

Todos os ativos negociados em um mercado podem ser plotados em um plano cartesiano sobre a mesma linha representativa dos ativos negociados. Colocamos os coeficientes beta no eixo das coordenadas e os retornos exigidos no eixo das abscissas. Para cada ativo, que tem um coeficiente beta específico, encontramos seu retorno exigido. Em seguida, marcamos os pontos referentes a cada ativo e traçamos uma linha característica: a linha do mercado de títulos. Veja, na **Figura 9.3**, a linha do mercado de títulos demonstrada com as informações citadas anteriormente.

## Linha do Mercado de Títulos

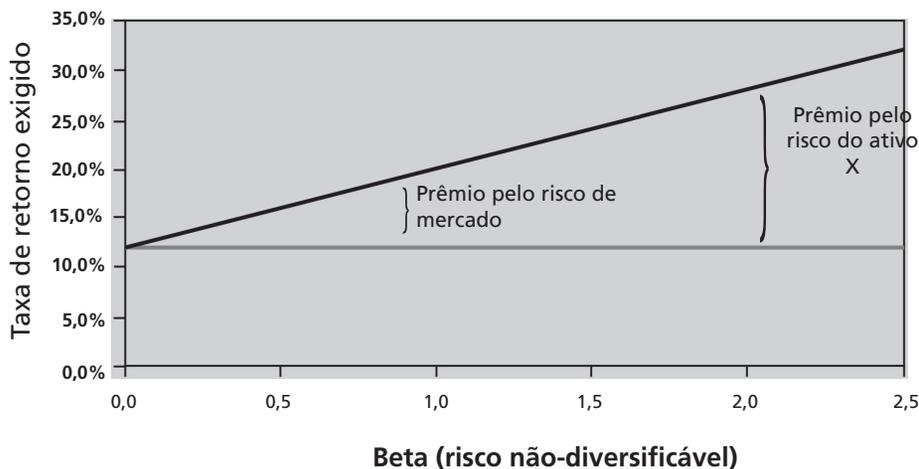


Figura 9.3: Linha do Mercado de Títulos.

A linha cinza no gráfico representa a taxa livre de risco, que é o retorno exigido para ativos sem risco (beta igual a zero).

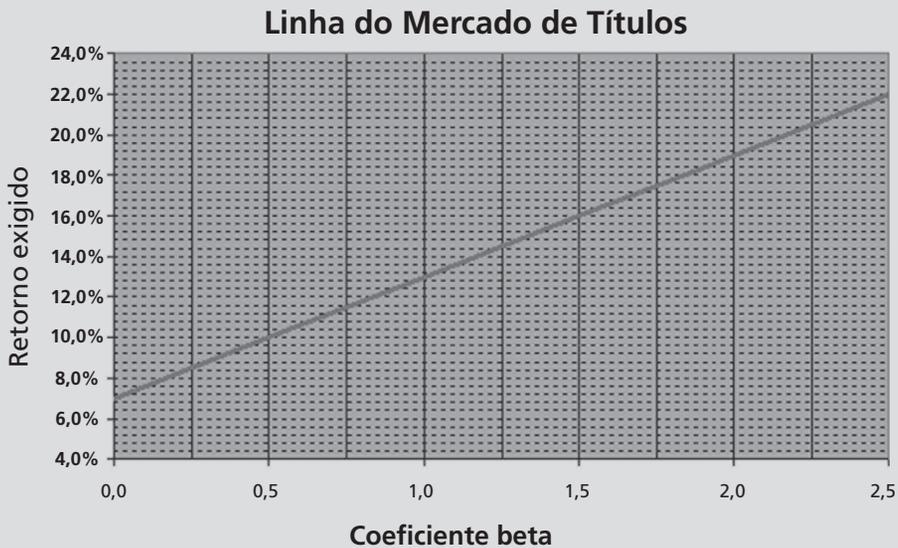
Quando beta é igual a 1,0, temos a taxa de retorno do mercado. A diferença entre a taxa de retorno do mercado e a taxa de retorno livre de risco é chamada “prêmio de mercado”, que é a exigência por ter-se assumido uma carteira fictícia composta por todos os títulos negociados no mercado.

O prêmio pelo risco do ativo é a diferença entre o retorno exigido para um ativo e a taxa do retorno livre de risco. No gráfico, vemos que o prêmio pelo risco do ativo X é de 16,0% (retorno exigido pelo ativo X igual a 28,0%; taxa de retorno livre de risco igual a 12,0%).

Assim, todos os ativos negociados em um mercado estarão plotados em cima da linha escura, que é a linha do mercado de títulos.

## Atividade 4

Quais as informações que você pode deduzir, diretamente e indiretamente, observando a linha do mercado de títulos, na **Figura 9.4**?



**Figura 9.4:** Exemplo de linha de Mercado de Títulos.

### Resposta Comentada

A taxa de retorno livre de risco é de 7%, pois é onde a linha do mercado de títulos corta o eixo do retorno exigido, quando o beta é igual a zero.

Se você observar atentamente a figura, verá que a taxa de retorno do mercado é igual a 13%.

Com a taxa de retorno livre de risco, a taxa de retorno do mercado e o coeficiente beta podemos encontrar o retorno exigido para cada beta correspondente, utilizando a fórmula derivada do modelo CAPM:

Beta de 0,5:

$$K_j = 7\% + 0,5 (13\% - 7\%) = 10\%$$

Beta de 1,5:

$$K_j = 7\% + 1,5 (13\% - 7\%) = 16\%$$

Beta de 2,0:

$$K_j = 7\% + 2,0 (13\% - 7\%) = 19\%$$

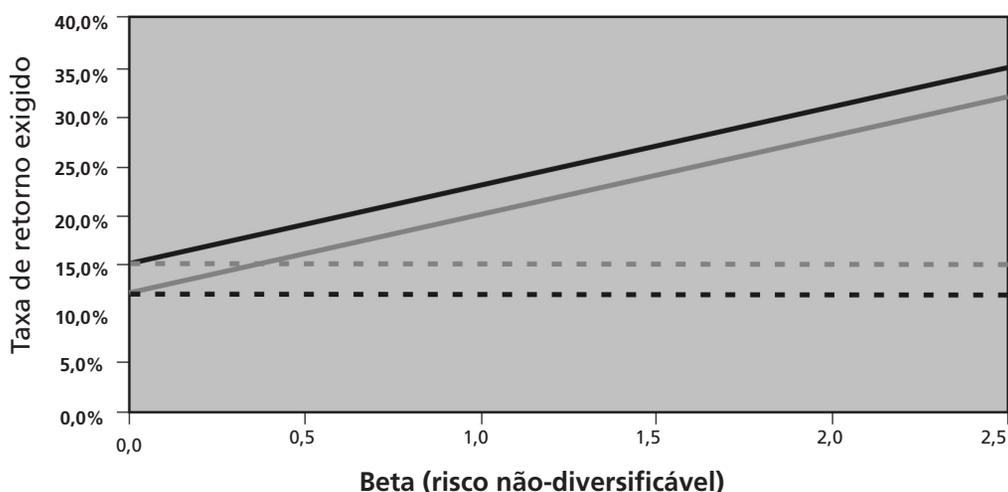
Beta de 2,5:

$$K_j = 7\% + 2,5 (13\% - 7\%) = 22\%$$

O prêmio pelo risco de mercado é de 6% ( $K_M - R_f$ ). O prêmio pelo risco de cada ativo, cujo retorno exigido foi calculado anteriormente, é de 3% (10% - 7%), 9% (16% - 7%), 12% (19% - 7%) e 15% (22% - 7%), respectivamente.

Mas, se a expectativa de inflação aumenta, aumentando também a taxa de retorno livre de risco, o que acontece com a linha do mercado de títulos? As demais variáveis permanecem constantes. Imaginemos um aumento na taxa de retorno livre de risco em 3% (de 12% para 15%). Acompanhe a explicação da **Figura 9.5**.

### Linha do Mercado de Títulos



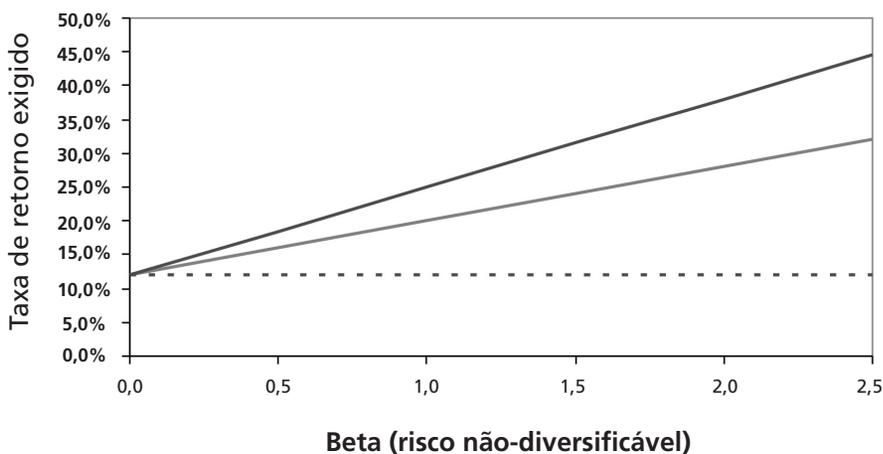
**Figura 9.5:** Linha do mercado de títulos e aumento na taxa de retorno livre de risco.

As linhas cheias representam a linha de mercado de títulos antes (cinza) e depois (mais escura) do aumento da taxa livre de risco. As linhas pontilhadas mostram o aumento que houve na taxa de retorno livre de risco: a pontilhada escura, antes do aumento; a pontilhada clara, depois.

Para um aumento de 3% na expectativa de inflação (também vale para um aumento na taxa de juros real de 12% para 15%), vemos que a linha do mercado de títulos se desloca paralelamente e acima da linha anterior. Isso quer dizer que a situação de risco aumentou para todos os ativos.

Se a percepção de risco que o mercado tem cresce, aumentando a taxa de retorno de mercado, o que acontece? Suponhamos que a taxa de retorno de mercado, que na **Figura 9.3** era de 20%, tenha aumentado para 25%. As demais variáveis permanecem constantes.

### Linha do Mercado de Títulos



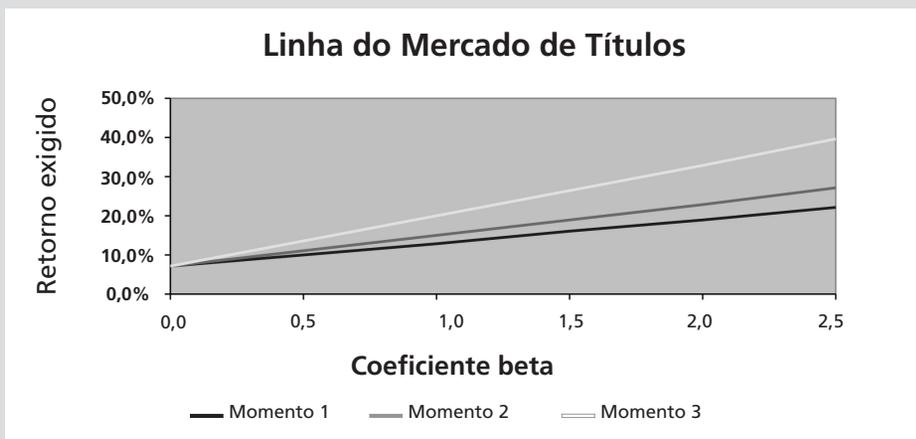
**Figura 9.6:** Linha de mercado de títulos e aumento no risco de mercado.

Na **Figura 9.6**, vemos que a inclinação da linha escura (depois do aumento do retorno de mercado) é maior do que a inclinação da linha cinza (antes do aumento do retorno de mercado). Uma inclinação maior da reta significa que o mercado está mais arriscado e, por isso, exige um retorno maior. O mercado hoje exige um retorno de 25% contra os 20% exigidos anteriormente. Os retornos dos demais ativos refletirão esse aumento na taxa de retorno de mercado.

Um ativo com coeficiente beta igual a 2,0, antes com retorno exigido de 28% [ $12\% + 2,0(20\% - 12\%)$ ], agora, depois do aumento na taxa de retorno de mercado, terá um retorno exigido de 38% [ $12\% + 2,0(25\% - 12\%)$ ].

## Atividade 5

Na **Figura 9.7**, vemos três linhas hipotéticas do mercado de títulos. Elas representam o mercado em três momentos distintos. Em que momento o mercado é mais arriscado? Explique sua resposta.



**Figura 9.7:** Risco e linha do Mercado de Títulos.

### Resposta Comentada

*O mercado está mais arriscado no Momento 3, pois a linha característica tem maior inclinação. Também podemos chegar à mesma conclusão, se observarmos as três linhas quando o coeficiente beta é igual a 1,0 (ponto que representa o retorno de mercado). A linha referente ao Momento 3 é aquela que indica maior retorno exigido nesse ponto. Para uma mesma taxa de retorno livre de risco, se há maior retorno exigido, também haverá maior prêmio pelo risco de mercado.*

## TEORIA DA PRECIFICAÇÃO POR ARBITRAGEM (APT)

Desenvolvido por Steve A. Ross, em 1976, esse modelo de precificação de ativos baseados no risco serve de alternativa ao modelo CAPM. A sua sigla, APT, é uma abreviação do termo em inglês: Arbitrage Pricing Theory.

Ao contrário do CAPM, que se baseia em um único fator (coeficiente beta) para estabelecer a relação risco e retorno de ativos, o APT se baseia em múltiplos fatores. Esses fatores podem influenciar diferentemente os retornos de ativos diferentes. Por exemplo, a descoberta de um poço de petróleo deve afetar positivamente as ações da Petrobras e não ter efeito algum sobre as ações da Nestlé.

Portanto, o cálculo do retorno exigido de cada ativo deve conter os fatores preponderantemente particulares a esse ativo. É claro que alguns fatores devem influenciar os retornos dos ativos igualmente, mas não todos. Essa é a diferença básica entre o modelo APT e o CAPM.

Dos pressupostos para o modelo CAPM, apenas os três primeiros também são válidos para o APT que contempla mais dois:

1. Os investidores concordam acerca do número e identidade dos fatores que são sistematicamente importantes na precificação de ativos.
2. Não há oportunidades de ganhos de arbitragem sem risco.

O segundo pressuposto advém do fato de os investidores eliminarem as oportunidades de arbitragem quando as encontram.

A fórmula derivada do modelo APT é a seguinte:

$$\bar{R} = R_F + \beta_I F_I + \beta_{PNB} F_{PNB} + \beta_r F_r + E_I$$

- onde:
- $\bar{R}$  = retorno exigido;
  - $R_F$  = taxa de retorno livre de risco;
  - $I$  = inflação;
  - $PNB$  = produto nacional bruto;
  - $r$  = taxa de juros;

Os fatores  $F_I$ ,  $F_{PNB}$  e  $F_r$  representam o risco sistemático que afetam vários ativos ao mesmo tempo. O termo  $E$  indica o risco não-sistemático e é específico de cada ativo. Os coeficientes beta  $\beta_I$ ,  $\beta_{PNB}$  e  $\beta_r$  representam o beta do ativo em relação aos fatores inflação, produto nacional bruto e taxa de juros, respectivamente.

Segundo Ross (2002, p. 250-251), resultados empíricos de um estudo feito para o período de 1958 a 1984 indicam que o retorno mensal esperado de qualquer ação pode ser descrito deste modo:

$$\bar{R}_S = 0,0041 + 0,0136\beta_{PI} - 0,0001\beta_{\Delta IE} - 0,0006\beta_{II} + 0,0072\beta_{PR} - 0,0052\beta_{DI}$$

As variáveis são: PI = crescimento mensal da produção industrial;  $\Delta IE$  = variação da inflação esperada; II = inflação inesperada e PR = variação inesperada da diferença entre a taxa de obrigações governamentais a longo prazo e a taxa de obrigações governamentais a curto prazo.

Ross (idem) ainda supôs que os betas de uma determinada ação fossem os seguintes:  $\beta_{PI} = 1,1$ ;  $\beta_{\Delta IE} = 2$ ;  $\beta_{II} = 3$ ;  $\beta_{PR} = 0,1$ ;  $\beta_{DI} = 1,6$ .

Lembramos que os dados anteriores foram calculados para ações no mercado americano.

Substituindo os dados na fórmula, encontramos o retorno que se espera ter com essa ação:

$$R_S = 0,0041 + (0,0136 \times 1,1) - (0,0001 \times 2) - (0,0006 \times 3) + (0,0072 \times 0,1) - (0,0052 \times 1,6) = 0,0095 \text{ ou } 9,5\%.$$

Portanto, o retorno esperado mensal com a ação será de 9,5%.

Lembra-se da diferença entre retorno esperado e retorno exigido, assunto abordado na Aula 6?

O autor apresenta o retorno esperado, mas, na verdade, ele pode ser também o retorno exigido. O retorno encontrado pelo APT (assim como o encontrado pelo CAPM) é o retorno que se espera ter, levando em conta os retornos passados do ativo. Sabendo disso, exige-se ter esse mesmo retorno em datas futuras.

## CAPM OU APT: QUAL MODELO UTILIZAR?

Os dois modelos de precificação de ativos baseados no risco têm vantagens e desvantagens.

Segundo Ross (2002, p. 250), uma vantagem do CAPM é que, para sua demonstração, o leitor precisa ter conhecimento de conjuntos eficientes. Outra vantagem é a facilidade para o entendimento do modelo.

Uma vantagem do modelo APT, por sua vez, é que ele adiciona fatores até que o risco não-sistemático de um título (diversificável) perca a correlação com o risco não-sistemático de todos os demais títulos.

Ainda de acordo com Ross (idem), essa concepção demonstra facilmente que o risco não-sistemático cai até desaparecer, quando é aumentado o número de ativos que compõem a carteira; e que os riscos sistemáticos (não-diversificáveis) não diminuem. O CAPM também chega a essa conclusão, mesmo que de maneira não tão clara, já que podia haver correlação entre os riscos sistemáticos de ativos diferentes.

O modelo APT é mais robusto e traduz melhor a realidade, pois leva em conta a influência de fatores gerais e setoriais para determinar o retorno exigido de um ativo.

Brigham (1999, p. 187) questiona a respeito do modelo CAPM e da utilidade do coeficiente beta. Baseado nos estudos de Eugène Fama e Kenneth French, afirma que o CAPM não é correto, pois nem sempre ações com betas mais altos têm retornos mais altos.

Apesar disso, elogia o método CAPM, referindo-se a ele como o método mais lógico e atraente já elaborado para mensurar o risco e sua relação com os retornos exigidos.

## CONCLUSÃO

Cada modelo tem vantagens e desvantagens em relação ao outro. Porém, o modelo CAPM é didaticamente mais fácil de explicar, sendo este o preferido pela maioria das escolas de finanças americanas e brasileiras, não obstante o modelo APT ter maior robustez. Além disso, o modelo CAPM atende perfeitamente o seu objetivo: explicar o comportamento dos preços de um ativo baseado em seu risco.

## Atividades Finais

a. Você viu que o risco total pode ser decomposto em dois tipos. Quais são esses tipos? Conceitue-os.

---

---

---

---

---

### Resposta Comentada

*O risco total compreende dois tipos de risco: o diversificável (não-sistemático) e o não-diversificável (sistemático). O risco diversificável é aquele que você consegue reduzir ou eliminar por meio da inclusão de mais ativos (diversificação) à sua carteira de investimentos.*

*O risco não-diversificável não pode ser eliminado pela diversificação e afeta todos os ativos: risco de enchentes, de planos econômicos, de terremotos, de incêndios etc.*

b. Como podemos encontrar as informações sobre a taxa de retorno livre de risco e sobre a taxa de retorno de mercado no Brasil?

---



---



---



---



---

### Resposta Comentada

*A taxa livre de risco é divulgada pelo Banco Central na última quarta ou quinta-feira de cada mês e, no Brasil, é chamada SELIC.*

*A taxa de retorno de mercado é a variação percentual de valor de todos os ativos negociados na Bovespa.*

*As duas informações podem ser obtidas na Bovespa, no Banco Central, em jornais especializados em finanças etc.*

c. O que mede o coeficiente beta? Dê exemplos.

---



---



---



---



---

### Resposta Comentada

*O coeficiente beta é uma medida da variação do risco de um ativo em relação à variação do retorno de mercado. Um ativo com coeficiente beta igual a 1,5 terá seu retorno variando uma vez e meia mais do que o mercado. Se o retorno de mercado aumentar 2%, o retorno do ativo terá um aumento de 3% ( $2\% \times 1,5$ ). Se o retorno de mercado diminuir 4%, esse ativo terá uma diminuição de 6% no seu retorno.*

d. Como posso encontrar o prêmio pelo risco de mercado e o prêmio pelo risco de um ativo com coeficiente beta igual a 2,0? Elabore exemplos.

---



---



---



---



---

## Resposta Comentada

Primeiramente, você deve obter a taxa de retorno livre de risco e a taxa de retorno de mercado. Suponhamos que sejam 8% e 14% ao ano, respectivamente.

O prêmio pelo risco de mercado é a diferença entre a taxa de retorno de mercado e a taxa de retorno livre de risco. Portanto, o prêmio é de 6%.

Para encontrar o prêmio pelo risco do ativo com coeficiente beta igual a 2,0, você deve, primeiramente, calcular o seu retorno exigido:

$$K_j = 8\% + 2,0 (14\% - 8\%) = 20\%$$

O prêmio pelo risco do ativo é a diferença entre o seu retorno exigido e a taxa de retorno livre de risco. Conseqüentemente, seu prêmio é de 12%.

Relembrando: o prêmio pelo risco (de mercado ou do ativo) é quanto se exige a mais por estar investindo em ativos arriscados.

e. A ação da empresa telefônica Vitel tem coeficiente beta de 1,35. A taxa livre de risco é de 10% e a taxa de retorno de mercado é de 16%. Calcule o retorno exigido pela ação da Vitel. Qual o prêmio pelo risco exigido pelo mercado e pela ação?

---



---



---



---



---

## Resposta Comentada

Calculemos o retorno exigido para a empresa Vitel:

O prêmio pelo risco de mercado é de 6% (16% - 10%). Ele é igual para qualquer ativo negociado em um mercado.

Para calcularmos o prêmio pelo risco da empresa Vitel, antes, devemos calcular o seu retorno exigido:

$$K_j = 10\% + 1,35 (16\% - 10\%) = 18,1\%$$

O prêmio pelo risco da empresa Vitel é de 8,1%, que é a diferença entre o retorno exigido da empresa e a taxa de retorno livre de risco.

f. Três ativos têm os seguintes coeficientes beta:

Ativo	Coeficiente beta
A	-0,6
B	1,7
C	0,8

1. Se o retorno de mercado variar em mais 10%, qual será a variação no retorno de cada ativo?

2. Se o mercado variar em menos 10%, qual será a variação no retorno de cada ativo?
3. Calcule a amplitude dos retornos de cada ativo com as informações obtidas anteriormente.
4. Classifique os ativos, do mais arriscado ao menos arriscado.

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

### Respostas Comentadas

1. *Variação de mercado em +10%*

Ativo	Coefficiente beta (1)	Variação de mercado (2)	Variação no retorno do ativo (3) = (1 x 2)
A	- 0,6	+10%	- 6,0%
B	1,7	+10%	+17,0%
C	0,8	+10%	+ 8,0%

2. *Variação de mercado em -10%*

Ativo	Coefficiente beta(1)	Variação de mercado(2)	Variação no retorno do ativo(3) = (1 x 2)
A	- 0,6	-10%	+ 6,0%
B	1,7	-10%	- 17,0%
C	0,8	-10%	- 8,0%

3. Amplitude dos retornos dos ativos

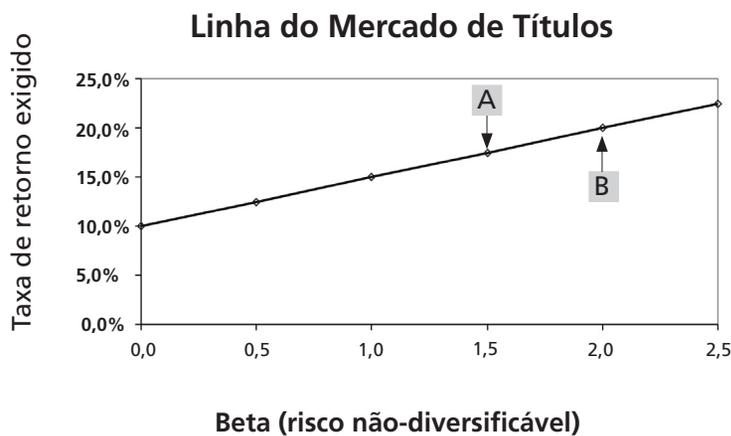
Ativo	Maior retorno(1)	Menor retorno(2)	Amplitude dos retornos(3) = (1 - 2)
A	+6,0%	- 6,0%	12,0%
B	+17,0%	- 17,0%	34,0%
C	+8,0%	- 8,0%	16,0%

4. Classificação quanto ao risco

O ativo A é o mais arriscado, mesmo possuindo a menor amplitude. Isso se deve ao fato de o comportamento do seu retorno ser oposto ao comportamento do retorno de mercado.

Os ativos B e C têm comportamentos iguais ao mercado. Então, o mais arriscado é o B, que possui maior amplitude dos retornos.

g. A linha de mercado de títulos em um determinado momento era a seguinte:



Quais são as taxas de retorno livre de risco, de retorno de mercado e de retorno exigido dos ativos A e B (destacados no gráfico)?

Suponha que o risco de mercado tenha diminuído para 13% e construa uma nova linha do mercado de títulos. Antes, calcule os retornos exigidos dos ativos A e B.

---



---



---



---



---



---



---

## Resposta Comentada

A taxa de retorno livre de risco é de 10%, pois é o retorno exigido para ativos sem risco. No gráfico, é o ponto onde a linha do mercado de títulos corta o eixo das abscissas (retorno exigido), quando o coeficiente beta é igual a zero.

Traçando uma reta imaginária que ligue o coeficiente beta igual a 1,0 à linha do mercado de títulos, e outra reta que ligue esta ao eixo das abscissas (retorno), vemos que a taxa de retorno de mercado é igual a 15,0% (a carteira de mercado tem beta igual a 1,0).

Com as informações obtidas anteriormente, calculamos o retorno exigido para os ativos A (beta igual a 1,5) e B (beta igual a 2,0).

$$K_j A = 10\% + 1,5 (15\% - 10\%) = 17,5\%$$

$$K_j B = 10\% + 2,0 (15\% - 10\%) = 20\%$$

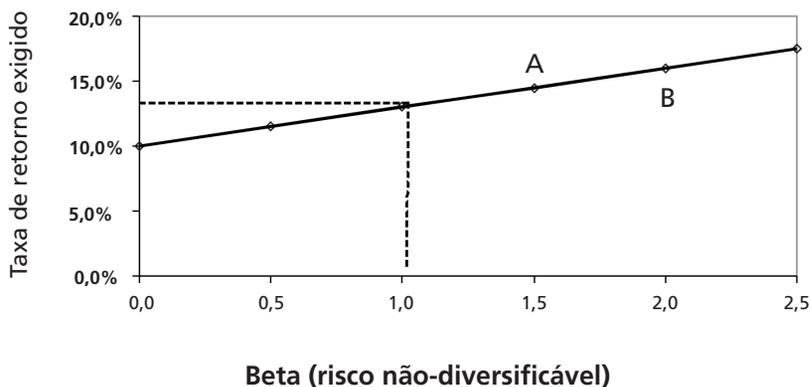
Supondo que a taxa de retorno de mercado tenha diminuído para 13% e a taxa de retorno livre de risco seja mantida (10%), com esses dois pontos podemos traçar a linha de mercado de títulos. A nova linha é menos inclinada do que a linha anterior, pois agora ela passa pelo retorno exigido de 13%, quando o coeficiente beta é igual a 1,0 (retorno de mercado).

Para complementar a linha, calculamos o retorno exigido dos ativos A e B e os plotaremos no gráfico:

$$K_j A = 10\% + 1,5 (13\% - 10\%) = 14,5\%$$

$$K_j B = 10\% + 2,0 (13\% - 10\%) = 16\%$$

### Linha do Mercado de Títulos



h. Calcule o retorno exigido e os prêmios pelo risco de mercado e pelo risco do ativo de cada alternativa a seguir.

Ativo	Taxa de retorno livre de risco (RF)	Taxa de retorno de mercado (KM)	Risco não-diversificável (b)
A	6%	15%	1,5
B	7%	14%	-0,4
C	6%	10%	2,5
D	6%	12%	1,8

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

### Resposta Comentada

Utilizamos a fórmula derivada do modelo CAPM para calcular o retorno exigido de cada ativo:

$$K_j A = 6\% + 1,5 (15\% - 6\%) = 19,5\%$$

$$K_j B = 7\% + [(-) 0,4 (14\% - 7\%)] = 4,2\%$$

$$K_j C = 6\% + 2,5 (10\% - 6\%) = 16\%$$

$$K_j D = 6\% + 1,8 (12\% - 6\%) = 16,8\%$$

O prêmio pelo risco de mercado fica assim:

$$A = 15\% - 6\% = 9\%$$

$$B = 14\% - 7\% = 7\%$$

$$C = 10\% - 6\% = 4\%$$

$$D = 12\% - 6\% = 6\%$$

O prêmio pelo risco de cada ativo é apresentado a seguir:

$$A = 19,5\% - 6\% = 13,5\%$$

$$B = 4,2\% - 7\% = -2,8\%$$

$$C = 16\% - 6\% = 10\%$$

$$D = 16,8\% - 6\% = 10,8\%$$

O modelo CAPM para mensuração dos retornos exigidos baseados no risco utiliza o coeficiente beta como fator único. O coeficiente beta é uma medida da variação dos retornos de um ativo em relação à variação dos retornos de mercado. Os coeficientes podem ter valor positivo ou negativo. Se positivo, indica que os retornos do ativo se comportam igualmente aos retornos de mercado. Se o mercado tem aumento, o ativo também terá. Com o mercado em baixa, o retorno do ativo também baixará. Se negativo, indica que os retornos do ativo se comportam contrariamente aos retornos de mercado. Se o retorno de mercado tem aumento, o retorno do ativo terá uma diminuição; se o retorno de mercado diminui, o retorno do ativo terá um aumento. A proporção do aumento ou da queda no retorno do ativo em relação ao retorno de mercado se dá pela grandeza do coeficiente. Caso um ativo tenha coeficiente beta igual a 2,0, isso significa que seu comportamento é igual ao dobro da variação do mercado. Em um plano cartesiano, podemos plotar todos os ativos negociados em um mercado, basta termos o coeficiente beta de cada um deles. No eixo das coordenadas, colocamos as informações referentes ao coeficiente beta; no eixo das abscissas, as informações sobre os retornos exigidos, calculados previamente com a utilização da fórmula derivada do modelo. O APT também mensura o retorno exigido baseado no risco, mas utiliza uma série de fatores que afetam todos os ativos negociados em um mercado e outros fatores específicos que afetam apenas um ativo ou grupos deste. Didaticamente, o CAPM é mais fácil e atraente de ser explicado. Porém, o APT traduz melhor a realidade do mercado.

### INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você estudará os títulos mobiliários básicos e descobrirá, por exemplo, o que são ações, debêntures e outros títulos de dívida de uma empresa.



# Títulos mobiliários básicos: ações, debêntures e outros títulos de dívida – 1ª parte: títulos de dívida

AULA

# 10

## Metas da aula

Apresentar os mecanismos de captação de recursos de longo prazo e prazo indeterminado nos mercados financeiros, explicando sua importância nas decisões de financiamento; apresentar os principais títulos mobiliários básicos e suas principais características.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo desta aula, você seja capaz de:

- 1 compreender as características do endividamento de longo prazo;
- 2 identificar os instrumentos de endividamento de longo prazo;
- 3 entender as características importantes dos títulos de dívidas de longo prazo – debêntures;
- 4 identificar as formas, os tipos e espécies de debêntures;
- 5 identificar os *ratings* de obrigações e o que eles significam;
- 6 avaliar e analisar para tomar decisões quanto ao refinanciamento ou não de uma dívida de longo prazo.

## Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula com mais facilidade, é necessário ter claros os conceitos referentes ao mercado financeiro, seus segmentos especializados e os respectivos títulos de captação de recursos, todos apresentados na Aula 3. Você deve também saber calcular os valores futuros para valores presentes com a utilização dos fatores de juros encontrados nas tabelas financeiras ou com a utilização de calculadora financeira, já estudados na Aula 4. Mais uma vez, uma calculadora o ajudará bastante!

## INTRODUÇÃO

O objetivo da administração de uma empresa é aumentar a riqueza de seus proprietários. Este objetivo pode ser constatado através do aumento do patrimônio líquido da empresa. No caso específico das empresas constituídas na forma de sociedades anônimas de capital aberto, o aumento da riqueza pode também ser observado através do aumento do preço de suas ações. Para alcançar esse objetivo de maximização da riqueza dos donos da empresa, o administrador deve tomar decisões acertadas sobre investimento e financiamento. As decisões de investimento estão relacionadas aos ativos da empresa, que são de dois tipos: circulante e permanente. Para serem bem-sucedidos nas decisões de investimento, os administradores devem obter o máximo de retorno com um mínimo de investimentos em ativos. As decisões de financiamento estão relacionadas ao passivo e ao patrimônio líquido; elas dizem respeito à forma como a empresa vai financiar seus ativos, se com recursos de curto prazo ou com recursos de longo prazo. Se os recursos são de longo prazo, o administrador financeiro tem ainda que decidir se o financiamento vai ser com capital de terceiro ou com capital próprio. Cabe, portanto, ao administrador financeiro decidir pela melhor forma de financiamento, tendo, por isso, que avaliar qual será o impacto do financiamento sobre a empresa como um todo.

Esta aula, por tratar dos financiamentos de longo prazo, estará afeta ao comportamento das empresas constituídas na forma de sociedade anônima (S.A.)

Uma empresa tem várias formas de captar recursos de longo prazo nos mercados financeiros. Após definidas as suas necessidades de financiamento, ela pode emitir ações ordinárias ou ações preferenciais ou ainda lançar no mercado títulos de longo prazo.

A decisão sobre qual das fontes de financiamentos disponíveis utilizar deve ser aquela que irá reduzir o seu **CUSTO DE CAPITAL**. O lucro, quando retido, é a principal fonte de recurso da empresa. Como nem sempre esta fonte de financiamento está disponível, a busca por recursos externos à empresa se faz necessária. Estes financiamentos externos podem ter dois caminhos: (1) através da injeção de capital por parte dos acionistas (novas ações) ou (2) através de dívida de longo prazo.

### CUSTO DE CAPITAL

É o custo de remunerar as várias fontes de recursos de longo prazo que a empresa utiliza para financiar os seus projetos de investimentos. Corresponde à taxa mínima de retorno que um projeto deve obter para ser viável.

A tomada de decisão sobre qual é a melhor **ESTRUTURA DE CAPITAL** para a empresa é importante devido ao seu inter-relacionamento com as outras variáveis de decisões financeiras. Para alcançar o objetivo de maximização da riqueza dos proprietários da empresa, o administrador financeiro deve ser capaz de avaliar a estrutura de capital da empresa e entender seu relacionamento com o risco e o retorno, para, então, poder avaliar a empresa.

O administrador financeiro deve, portanto, entender as diferenças entre capital de terceiros e capital próprio, bem como as características básicas de cada um destes tipos de financiamentos.

Capital próprio são os recursos financeiros originários dos proprietários da empresa e lucros gerados pela empresa, que não são distribuídos aos acionistas, mas incorporados à empresa (lucros retidos).

Capital de terceiros são os recursos financeiros originários de outras pessoas, físicas ou jurídicas, que não sejam as proprietárias da empresa.

As diferenças básicas entre estes dois tipos de capital, no que diz respeito à tomada de decisões na administração da empresa, direitos sobre lucros e ativos, prazo de vencimento e tratamento tributário, estão resumidas no **Quadro 10.1**, a seguir.

**Quadro 10.1:** Diferenças básicas entre capital de terceiros e capital próprio

Características	Tipos de capital	
	Próprio	De terceiros
Voz na administração	Sim	Não
Direitos sobre lucros e ativos	Subordinado a capital de terceiros	Prioritário ao capital próprio
Prazo	Nenhum	Declarado
Tratamento tributário	Sem dedução	Dedução de juros

Fonte: GITMAN (2004).

Os credores da empresa não são considerados seus proprietários, não podem opinar nas decisões da empresa. Somente os acionistas ordinários têm direito de voto.

Quanto à remuneração do capital investido, primeiro são remunerados os credores, via pagamento de juros, e só depois os acionistas, com o recebimento de dividendos. Se a empresa não cumprir os compromissos financeiros assumidos, ela pode ser declarada insolvente e ter seus ativos confiscados para o pagamento da dívida; neste caso, a prioridade sobre seus ativos é do credor em relação aos acionistas.

### ESTRUTURA DE CAPITAL

É a combinação do capital permanente da empresa. Ele é constituído pelo capital próprio (ações ordinárias e preferenciais) e pelo capital de terceiros, ou seja, os empréstimos a longo prazo.

Quanto ao prazo de vencimento, os títulos de dívida têm prazo definido tanto em relação à remuneração do capital emprestado (os juros) quanto à devolução do empréstimo (a amortização), sendo que o capital próprio não tem prazo de vencimento. O empréstimo tem o benefício fiscal, pois, na apuração do lucro tributável, os juros pagos pela empresa são considerados como despesas dedutíveis; os dividendos sobre as ações não são dedutíveis para efeito de imposto de renda; eles só são deduzidos do lucro depois do imposto de renda.

Podemos observar, pelas características do capital próprio e de terceiros, que o risco do investimento em capital de terceiros é menor que o risco do investimento em capital próprio; esta é uma das razões para que aquele seja mais barato que este.

A captação de novos recursos, próprios ou de terceiros, por uma empresa ocorre através das instituições financeiras e dos instrumentos financeiros que compõem o Sistema Financeiro Nacional. No mercado de capitais, podemos ainda identificar o mercado acionário, no qual são realizados a captação de recursos para financiamento de capital próprio e o mercado de empréstimo, onde é realizada a captação de recursos de terceiros.

## **ENDIVIDAMENTO DE LONGO PRAZO**

A dívida de longo prazo expressa os recursos que a empresa obtém de terceiros. Ao obter os recursos, a empresa promete pagar regularmente os juros e reembolsar o capital inicialmente obtido, o principal, de acordo com o que foi previamente acordado. Os recursos de terceiros constituem uma importante fonte de financiamento da empresa, já que a sua utilização tem reflexos na estrutura de capital da empresa, uma vez que:

- acarreta alavancagem financeira, o que tende a maximizar os efeitos de variações positivas do lucro operacional sobre os retornos dos proprietários;
- é a forma mais barata de financiamento de longo prazo, comparativamente ao capital próprio, por ser menos arriscada e por causa da possibilidade de considerar os juros como despesas dedutíveis para fins de imposto de renda;
- sua utilização tende a reduzir o custo do capital da empresa, permitindo, assim, selecionar um número maior de projetos de investimentos a serem implementados.

## CARACTERÍSTICAS DA DÍVIDA DE LONGO PRAZO

O endividamento de longo prazo é representado por títulos de dívida, financiamento ou empréstimos. Estes mecanismos de captação de recursos de longo prazo apresentam características próprias e de cunho legal.

### Cláusulas padronizadas de empréstimos

As principais cláusulas padronizadas utilizadas nos contratos de empréstimos de longo prazo são:

- a manutenção de registros contábeis satisfatórios – para garantir ao credor que os dados financeiros sobre o tomador sejam apresentados com exatidão e permita fácil interpretação dos resultados operacionais;
- a entrega de demonstrações financeiras – exige-se que o tomador forneça, em certas datas, demonstrações financeiras auditadas que sirvam de medida para o credor reforçar certas cláusulas restritivas e lhe possibilitem o controle do progresso da empresa;
- o pagamento de impostos e outras obrigações;
- o fato de o credor exigir que o tomador mantenha todas as suas instalações em bom estado, garantindo a “continuidade de seu funcionamento”;
- a manutenção de auditorias internas e externas.

### Cláusulas restritivas de empréstimos

As cláusulas contratuais nos empréstimos de longo prazo podem estabelecer certas restrições operacionais e financeiras ao tomador. Algumas são:

- manutenção de saldos de caixa mínimos;
- proibição de venda de ativos permanentes;
- limitação de níveis de endividamento;
- limitação de remuneração de diretores e executivos;
- proibição de entrar em certos tipos de *leasing* para limitar obrigações adicionais com pagamentos fixos.

## **Prazo de vencimento**

A dívida de longo prazo tem tempo de vencimento superior a um ano. O prazo de vencimento, de modo geral, varia de cinco a vinte e cinco anos, mas existem obrigações com todos os tipos de prazo de vencimento e até mesmo sem prazo de vencimento, que é o caso das obrigações perpétuas.

## **Reembolso do principal**

Pode ser realizado via resgate programado ou via resgate antecipado.

No resgate programado, o empréstimo é reembolsado de forma sucessiva e regular. É, na realidade, uma amortização do principal de forma progressiva. Para as obrigações transacionadas em bolsa de valores, o reembolso ocorre por meio de um fundo de amortização que é formado com os lucros apurados da empresa emissora.

O resgate antecipado, por sua vez, consiste em reembolsar e retirar parte ou a totalidade das obrigações de uma determinada emissão antes da data do seu vencimento. Os preços do reembolso antecipado são determinados quando a dívida é inicialmente emitida.

## **Garantia (hipoteca)**

Um empréstimo pode ter ou não garantias por parte do tomador. Os contratos de hipoteca têm cláusulas que vinculam bens físicos, específicos ou não, como garantia do empréstimo.

**Empréstimos com garantia** – determinados ativos são usados pela empresa para garantir um empréstimo. A garantia pode ser real ou fluante. Empréstimos com garantia real são aqueles assegurados por ativos específicos dados em garantia pelo pagamento. Esses ativos devem ficar vinculados à garantia do pagamento da dívida. Se a empresa não cumprir com seus compromissos financeiros ou for liquidada, os ativos hipotecados em garantia são vendidos, para atender, em primeiro lugar, os direitos legais dos credores da hipoteca. Só depois do pagamento aos credores hipotecários é que os recursos provenientes da venda dos ativos hipotecados podem ser usados para pagar a outros credores.

**Empréstimos com garantia flutuante** asseguram ao credor privilégio geral sobre o ativo da companhia. Isto significa que tais empréstimos são preferidos a quaisquer outros títulos de dívidas, salvo os que gozam do privilégio geral (créditos trabalhistas, fiscais, com privilégio especial, com direitos reais de garantia).

**Empréstimos não garantidos** concorrem em igualdade de condições com os créditos desprovidos de quaisquer privilégios (quirografários). Neste tipo de empréstimo, o ativo da empresa não é dado como garantia.

Em caso de liquidação, os empréstimos não garantidos concorrem em igualdade de condições com os demais credores quirografários da companhia.

### **Dívidas subordinadas**

Algumas dívidas são subordinadas, ou seja, não são cobertas por garantia real ou flutuante. No caso de insolvência da empresa, os credores gerais têm prioridades sobre os credores subordinados. Os credores subordinados não têm prioridade no recebimento da dívida e, no caso de insolvência, também não têm prioridade sobre a partilha dos ativos da empresa. Eles só serão reembolsados depois de todos os credores prioritários.

**Custo da dívida de longo prazo (custo básico do dinheiro)** – O custo do financiamento de longo prazo é geralmente maior do que o de curto prazo. Quando o financiamento é feito via empréstimo, o custo de empréstimo é a taxa de juros. Quando o financiamento é realizado via emissão de ações ou obrigações, o custo do financiamento que será pago pela empresa é chamado de retorno exigido; ele reflete o nível de retorno esperado.

O custo do empréstimo de longo prazo é menor que o custo das ações preferenciais e ordinárias. Primeiro, porque tem menor risco, já que o contrato de empréstimo de longo prazo, além de conter cláusulas padronizadas e cláusulas restritivas, especifica a taxa de remuneração do capital (juros), a época de ocorrência dos pagamentos e as importâncias a serem pagas. Segundo, porque os juros pagos são considerados como despesas dedutíveis para efeito de imposto de renda, o que não ocorre com os dividendos.

Os fatores básicos que afetam o custo ou a taxa de juros de um financiamento a longo prazo são: o vencimento do empréstimo, o montante tomado e, mais importante, o risco do tomador e o custo básico do dinheiro.

## Atividade 1

### Reforçando conceitos

Marque certo ou errado para as sentenças a seguir:

a. Títulos de longo prazo e contas a pagar são semelhantes, pois ambos constituem exigibilidades e têm que ser liquidados.

( ) certo ( ) errado

b. Um ativo que já foi dado em garantia de uma hipoteca não pode ser re-hipotecado.

( ) certo ( ) errado

c. Um empréstimo tem prioridade sobre um empréstimo subordinado, no caso de liquidação da empresa.

( ) certo ( ) errado

### Resposta Comentada

*Você deve ter marcado que as afirmativas a, b e c são corretas. Tanto títulos de longo prazo quanto contas a pagar compõem o exigível da empresa. Um mesmo ativo não pode servir de garantia para uma segunda hipoteca. Um empréstimo subordinado é o de menor prioridade no pagamento das obrigações da empresa.*

## TIPOS DE INSTRUMENTOS DE ENDIVIDAMENTO

A empresa pode obter dívida de longo prazo via empréstimos e financiamentos diretos, os quais são negociados com uma instituição financeira ou através da venda de títulos de dívidas negociáveis, que são vendidos a credores institucionais ou individuais.

Será objeto de estudo nesta aula o título de dívida negociável por ser, junto com ações ordinárias e ações preferenciais, **TÍTULOS MOBILIÁRIOS**.

### TÍTULOS MOBILIÁRIOS

São títulos de captação de recursos que são lastreados nos bens e direitos da empresa.

## Empréstimos e financiamentos diretos

Um empréstimo a longo prazo é aquele feito por instituições financeiras a uma empresa com vencimento inicial superior a um ano. No Brasil, as principais instituições financeiras especializadas no mercado de capitais, no tocante a empréstimo de longo prazo, são repassadoras de recursos oriundos de programas de fomentos.

Normalmente, há um documento, o contrato formal, no qual são especificados: o valor e o prazo de vencimento do empréstimo, as datas de pagamento, a taxa de juros, as cláusulas padronizadas, as cláusulas restritivas, os bens e/ou os direitos dados em garantias (se houver), a finalidade do empréstimo, a ação a ser tomada (caso o acordo não seja cumprido) e os *warrants*.

### Características dos contratos de empréstimo a prazo

*Datas de pagamento* – Os contratos de empréstimo geralmente especificam pagamentos mensais, trimestrais, semestrais ou anuais.

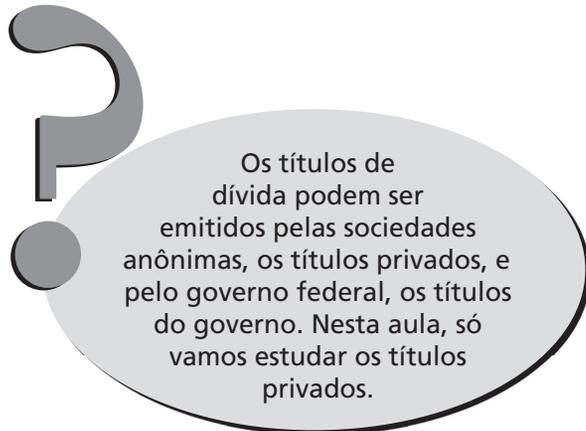
*Exigência de garantias* – Os empréstimos garantidos têm ativos como garantia colateral. Colateral é qualquer item usado pelo tomador para garantir um empréstimo; qualquer ativo a que o credor passa a ter direito legal, caso o tomador falhe em pagar alguma das amortizações do empréstimo.

### Títulos de dívidas negociáveis – debêntures

Um título de dívida é um contrato de longo prazo, no qual o tomador do empréstimo concorda em fazer pagamentos dos juros e do principal, em datas específicas, àqueles que compraram o título.

As debêntures são os títulos de dívida de longo prazo mais populares no Brasil, por isso vamos nos referir a elas.

Debêntures são títulos de dívida de longo prazo emitidos por sociedades anônimas. Têm valor nominal declarado, os valores das parcelas de amortização definidos e condições de remuneração estabelecidas. Elas normalmente são negociadas no mercado a preços que variam de acordo com a taxa de juros prevalecente, com o prazo de vencimento a decorrer até o resgate e o desempenho da empresa.



### Principais características das debêntures

Sendo um financiamento de longo prazo, além das características antes descritas, as debêntures têm outras características, como veremos a seguir.

No dia 31/7/07, a Bovespa e o BNDES anunciaram o início da negociação da terceira emissão de debêntures do BNDES Participações S.A. no mercado de renda fixa da Bovespa. A emissão é composta de duas séries: uma é pré-fixada, em que o BNDES está tomando emprestado \$ 550 milhões pela venda de 550 mil debêntures com valor nominal de R\$ 1.000,00. O BNDES vai receber os \$ 550 milhões e, em troca, promete fazer pagamentos de 11,2% ao ano com vencimento em 1/1/2011 para pagamento integral. A outra série, que é pós-fixada, contém 800 mil debêntures com valor nominal de R\$ 1.000,00, totalizando R\$ 800 milhões. A remuneração da série é pós-fixada e corresponde ao Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) acrescido de 6,80% ao ano, base de 252 dias úteis, com vencimento em 15/8/2013 e pagamento de juros anuais a partir de 15/8/2009.

As características da série são apresentadas no **Quadro 10.2**. As informações do quadro têm relação com as características dos títulos de dívida de longo prazo.

**Quadro 10.2:** Características das séries

Código do Título:	BNDP-D31	BNDP-D32
Código ISIN:	BRBNDPDBS034	BRBNDPDBS042
Quantidade de Debêntures:	550.000	800.000
Número da Série:	1	2
Data de Emissão:	1/7/2007	1/7/2007
Data de Vencimento:	1/1/2011	15/8/2013
Volume da Série (R\$):	550.000.000,00	800.000.000,00
Tipo:	SIMPLES	SIMPLES
Atualização Monetária:	PRÉ	IPCA
Garantia:	QUIROGRAFÁRIA	QUIROGRAFÁRIA
Próxima Repactuação:		
Última Repactuação:		
Status Atual:	Adimplente	Adimplente
Amortização:	Será pago em uma única parcela na data de vencimento.	Será pago em uma única parcela na data de vencimento.
Agente Fiduciário:	Pavarini D.T.V.M Ltda.	Pavarini D.T.V.M Ltda.

## Remuneração

Participação no Lucro:	-	-
Taxa de Juros:	11,20% a.a.	6,8% a.a.
Pagamento	Será pago integralmente na data do vencimento	Será pago em cinco parcelas anuais, sendo a primeira em 15/8/2009 e a última em 15/8/2013
Prêmio:	-	-

Fonte: Bovespa.

**Valor nominal ou valor de face** – É o valor inscrito ou declarado de um título.

Normalmente, utilizamos nas aulas o valor nominal de \$ 1.000,00, embora haja títulos sendo negociados com valor nominal diferente de \$ 1.000,00.

É também conhecido como valor de resgate, já que é o valor que a empresa toma emprestado e promete devolver (pagar) na data de vencimento.

Valor ao par significa que o valor da venda das debêntures, na emissão, é igual ao seu valor nominal. Entretanto, ao longo da vida da debênture, o seu preço pode alterar, podendo ser inferior ou superior ao seu valor nominal; o novo preço é denominado aquisição ou preço de mercado.

**Taxa de juros de cupom ou cupom** – É a taxa de juros nominal anual que se aplica ao valor nominal, para apurar o valor do rendimento (cupom) da obrigação, ou seja, é a taxa com que a empresa emissora declara que vai remunerar seus títulos em intervalos periódicos. Ela é fixada na data de emissão do título e permanece em vigência até a data de seu vencimento. Os juros, quando especificados em valor monetário, são chamados pagamento de cupom; eles podem ser pagos em base trimestral, semestral ou anual.

**Taxa de juros pré-fixada** – A taxa de juros é conhecida e constante até o vencimento da obrigação. Os juros são calculados sobre o montante inicial. Títulos com taxa de juros pré-fixada são conhecidos como títulos pré-fixados. Exemplo: as taxas podem ser fixadas em 10% ao ano.

**Taxa de juros pós-fixada** – A taxa de juros de cupom depende da variação do indexador escolhido como referência; por exemplo: DI, CDI, IPCA, IGP-M.

Os títulos, normalmente designados de obrigações a taxa variável, têm a taxa indexada; o indexador é uma referência dos índices de correção praticados no mercado. A esta referência é acrescida a taxa de juros pré-fixada. Títulos com taxa de juros pós-fixada são conhecidos como títulos pós-fixados. Exemplo: IPCA + 5%.

**Maturidade** – é a data do último reembolso do capital determinado na escritura de emissão pelo emissor do título, que paga até esse momento os juros pactuados.

**Retirada de circulação** – Os títulos de dívida de longo prazo podem ser retirados de circulação de várias maneiras: com o pagamento no vencimento, pela conversão – se eles forem conversíveis em ações –, por resgate e por amortizações.

**Resgate antecipado** – É o pagamento do valor nominal integral, de parte dele ou da totalidade das debêntures em circulação e cancelamento das mesmas. A cláusula de resgate define a época e a quantidade máxima de títulos que serão retirados de circulação e o preço pelo qual o título será resgatado. A diferença entre o valor nominal e o valor de resgate é denominada prêmio de resgate.

Os títulos podem ter cláusulas de resgate sem restrições, podendo a empresa resgatá-los a qualquer momento após a sua emissão. Podem também ter as cláusulas de resgate com carência, só podendo ser resgatados após um período determinado de tempo.

O resgate de parcelas das debêntures que pertençam à mesma série e não tenham vencimentos anuais diferentes deverá ser feito através de sorteio de seus números de série. Se o preço de mercado do título é menor que o preço de chamada, a empresa deve comprar as obrigações no mercado secundário.

A vantagem da cláusula de resgate é a flexibilidade conferida à empresa emissora no que diz respeito ao financiamento de seus ativos e no planejamento de sua estrutura de capital. Por exemplo, suponha que uma empresa emitiu títulos quando a taxa de juros estava relativamente alta. Se as taxas de juros caírem, a empresa poderá vender uma nova emissão de títulos e, com o que receber desta venda, resgatar os títulos anteriormente emitidos, reduzindo assim suas despesas de juros.

**Amortizações** – É o pagamento antecipado de parte do valor principal das debêntures. Elas podem ser programadas quando as obrigações não sejam resgatadas, mas liquidadas progressivamente.

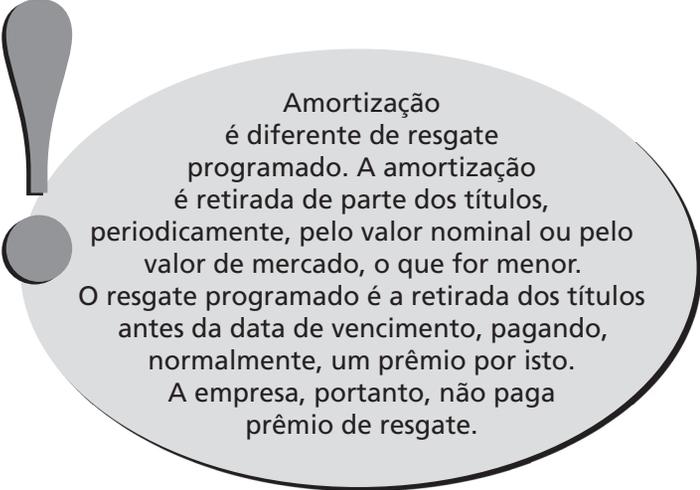
A operacionalização das amortizações é facilitada pela cláusula de um fundo de amortização constante no contrato de emissão. Essa cláusula obriga a empresa a transferir periodicamente recursos dos lucros apurados pela empresa que emitiu os títulos de dívida para esse fundo. A gestão desse fundo pode ser administrada pela empresa, que recompra um percentual dos títulos a cada ano, ou pode ser exercida pelo agente fiduciário para o qual a empresa repassa os recursos do fundo. Os recursos são investidos, e o montante recebido é utilizado para pagar os títulos quando vencerem. Essa amortização programada facilita o planejamento dos fluxos de caixa tanto para a empresa quanto para os debenturistas.

Tanto a amortização de debêntures de mesma série, com mesmo vencimento anual, quanto as antecipações do resgate dos títulos deverão ser feitas por sorteio ou por compra no mercado aberto, se estiverem cotadas por preço inferior ao valor nominal.

Normalmente, se os juros de mercado caem, o preço do título de dívida sobe; nesse caso, a empresa deve resgatar o título. Por outro lado, se os juros de mercado sobem, o preço do título de dívida cai; então, a empresa deve comprar os títulos no mercado.

Fundo de amortização – É um fundo criado quando há cláusulas nas condições de emissão de títulos de longo prazo que obrigam que a empresa pague uma parcela da emissão do título a cada ano. Ele é formado com os recursos da empresa emissora, com o objetivo de proporcionar o pagamento ordenado da emissão, o que reduz o impacto do pagamento das amortizações sobre a liquidez da empresa e cria disponibilidade vinculada à retirada de uma determinada quantia em valor nominal de obrigações em cada período. A maioria das emissões de títulos de dívida das empresas tem uma cláusula de fundo de amortização.

O fundo de amortização é vantajoso tanto para a empresa emissora, já que esta pode administrar melhor o seu fluxo de caixa, como para o debenturista, por causa da liquidez proporcionada pela compra periódica.



**Amortização**  
é diferente de resgate programado. A amortização é retirada de parte dos títulos, periodicamente, pelo valor nominal ou pelo valor de mercado, o que for menor. O resgate programado é a retirada dos títulos antes da data de vencimento, pagando, normalmente, um prêmio por isto. A empresa, portanto, não paga prêmio de resgate.

Prêmio de reembolso – É um ágio pago pela companhia emissora ao investidor em algumas situações, como, por exemplo, quando a companhia necessita adaptar a rentabilidade da debênture às condições atuais de mercado, compensar o debenturista em casos de resgate antecipado, estimular o debenturista a manter os títulos em carteira, nas situações de repactuação ou até fornecer remuneração adicional ao investidor.

Esta remuneração (ágio) tem, por referência, a variação da receita ou do lucro da empresa emissora. Porém, não pode ter como base de remuneração a TR, a TBF, o TJLP, o índice de preços, a variação cambial ou qualquer outro referencial baseado em taxa de juros.

Exemplo de antecipação de resgate em partes proporcionais – A Piraporé S.A. acaba de emitir \$ 50 milhões em debêntures com prazo de vencimento de cinco anos, taxa de juros de 12% e pagamentos periódicos e iguais, através de um fundo de amortização. Os pagamentos do fundo de amortização são de quantias iguais efetuadas semestralmente com as liquidações dos títulos realizadas à medida que os pagamentos são feitos. O resgate dos títulos pode ser feito via fundo de amortização pelo valor nominal ou via mercado aberto.

Exemplo de fundo de amortização para resgate total no fim do prazo de vencimento – Com os dados do exemplo anterior, suponha agora que a Piraporé S.A. tenha estabelecido seu fundo de amortização de forma que quantias anuais iguais, pagáveis no final de cada ano, sejam depositadas, como pagamento, em uma conta de fundo de amortização mantida por um banco é que o dinheiro será utilizado na aquisição de títulos do governo, que pagam juros de 8%. Os pagamentos mais os juros acumulados devem totalizar \$ 50 milhões ao final dos cinco anos, e o dinheiro será usado para pagar os títulos nessa ocasião. De quanto deve ser agora o pagamento do fundo de amortização anual?

## Atividade 2

Com base nas informações anteriores, responda:

- Qual o valor do pagamento semestral para o fundo de amortização?
- Com o passar do tempo, o que acontecerá com as necessidades do serviço da dívida da empresa anualmente para essa emissão?

### Respostas Comentadas

*a. Como, da dívida de \$ 50 milhões em cinco anos, a empresa irá amortizar por ano \$ 10.000.000 (= 50.000.000 ÷ 5 = \$ 10.000.000).*

*Então, o pagamento semestral para o fundo de amortização será de \$ 5.000.000:*

*\$ 10.000.000 ÷ 2 = \$ 5.000.000.*

*b. O serviço da dívida, amortização do principal mais pagamento de juros, reduzirá com o passar do tempo. Isto ocorre porque a quantidade de debêntures em circulação está reduzindo com a amortização antecipada. Com a redução do número de debêntures, reduz-se também a necessidade de pagamentos de juros.*

*Com isto, o serviço da dívida diminui, como veremos a seguir:*

	Títulos em circulação no início	Pagto. de fundo de amortização	Pagamento de juros	Títulos em circulação no final	Total do serviço da dívida
			3 =	4 =	5 =
Semestre	1	2	$0,5 \times 0,12 \times (1)$	$(1) - (2)$	$= (2) + (3)$
1	50.000.000	5.000.000	3.000.000	45.000.000	8.000.000
2	45.000.000	5.000.000	2.700.000	40.000.000	7.700.000
3	40.000.000	5.000.000	2.400.000	35.000.000	7.400.000
4	35.000.000	5.000.000	2.100.000	30.000.000	7.100.000
5	30.000.000	5.000.000	1.800.000	25.000.000	6.800.000
6	25.000.000	5.000.000	1.500.000	20.000.000	6.500.000
7	20.000.000	5.000.000	1.200.000	15.000.000	6.200.000
8	15.000.000	5.000.000	900.000	10.000.000	5.900.000
9	10.000.000	5.000.000	600.000	5.000.000	5.600.000
10	5.000.000	5.000.000	300.000	0	5.300.000

O requerimento de serviço da dívida das debêntures da Piraporé S.A. será de \$ 15.700.000 por ano, durante o primeiro ano. Esta necessidade cairá \$ 1.200.000 ( $= 0,12 \times \$ 10.000.000$ ) por ano, nos anos remanescentes. Então, no segundo ano, o serviço da dívida será de \$ 14.500.000 ( $= \$ 15.700.000 - \$ 1.200.000$ ); no terceiro ano, será de \$ 13.300.000 ( $= \$ 14.500.000 - \$ 1.200.000$ ), e assim sucessivamente, até cair para \$ 10.900.000 no último ano.

### Atividade 3

- Quais as necessidades anuais de caixa para cobrir os custos do serviço de títulos sob o entendimento do depositário descrito em b? (Nota: os juros devem ser pagos sobre os títulos em circulação da Piraporé S.A., e não sobre os títulos que já foram liquidados.)
- O que teria de acontecer às taxas de juros para fazer com que a empresa adquirisse títulos no mercado aberto em vez de resgatá-los sob o plano original do fundo de amortização?

#### Respostas Comentadas

a. Aqui temos uma anuidade de cinco anos a 8%, cujo valor composto é de \$ 50.000.000. Estamos procurando qual deve ser o pagamento anual que

a empresa deve fazer para ter, no final de cinco anos, prestação (PMT).  
A solução pode ser obtida com uma calculadora financeira (= \$ 8.522.823)  
ou empregando esta equação:

$$\$ 50.000.000 = \sum_{t=1}^5 PMT(1+k)^t$$

$$\$ 50.000.000 = PMT \times (FJVPF_{8\%, 05})$$

$$\$ 50.000.000 = PMT \times 5,867$$

$$PMT = \$ \frac{50.000.000}{5,867} = \$ 8.522.243 = \text{pagamento de fundo de amortização.}$$

Pela máquina HP-12C:

Entradas		5	8	50.000.000	
Funções	g END	n	i	FV	PMT
Saídas					8.522.823

Os custos do serviço anual dos títulos de dívida serão de \$ 50.000.000 × 0,12 + \$ 8.522.823 = \$ 14.522.823.

b. Se as taxas de juros subirem, os preços dos títulos deverão cair; a empresa deveria comprar os títulos no mercado aberto. Isso reduziria suas necessidades de serviço da dívida.

### Emissão em séries

Uma empresa pode efetuar várias emissões de títulos de dívida de longo prazo divididas. Cada emissão pode ser dividida em séries, para adequar o montante de recursos às necessidades da empresa ou à demanda do mercado. As debêntures de uma mesma série devem ter valor nominal igual e têm de conferir os mesmos direitos a seus titulares. As séries de uma emissão podem ter ou não a mesma data de vencimento. Desta forma, o resgate das obrigações de uma emissão poderá ser programado através de séries pré-fixadas, em que o vencimento é periódico até o vencimento da emissão.

Exemplo: Uma emissão de \$ 30.000.000 de obrigações em série (seriada) poderia ter obrigações no montante de \$ 2.000.000, vencendo em cada um dos quinze anos. Isto permite aos investidores a escolha do vencimento que mais se adequa às suas necessidades.

**Repactuação** – Conceitualmente, é o ato de contratar de novo. A repactuação é utilizada normalmente para rever condições de prazo, forma de remuneração e outras cláusulas nas escrituras de emissão das debêntures. Ela é um mecanismo adotado pelas companhias emissoras de debêntures com a finalidade de adequar seus títulos às condições vigentes no mercado. Os debenturistas, representados pelo agente fiduciário, e a empresa emissora negociam novos critérios de remuneração. Caso os titulares não aceitem as novas condições propostas, a empresa emissora é obrigada a resgatar ou recomprar, conforme o caso, as debêntures de sua propriedade, acrescidas das condições de remuneração anteriores à repactuação. Em caso de recompra, as debêntures podem ser canceladas, manter-se em tesouraria ou ser novamente colocadas em mercado. A escritura de emissão pode conter cláusula de repactuação.

**Agentes fiduciários dos debenturistas** – O agente fiduciário é o representante legal dos debenturistas. Ele é encarregado de acompanhar, para os debenturistas, o fiel cumprimento das obrigações assumidas pelas companhias emissoras desses papéis. Sua função é defender os interesses dos proprietários dos títulos.

O agente fiduciário pode ser pessoa natural ou jurídica (no último caso, deverão ser instituições financeiras que, especialmente autorizadas pelo Banco Central do Brasil, tenham por objeto a administração ou a custódia de bens de terceiros), será nomeado e deverá aceitar a função na escritura da emissão das debêntures. Ele será remunerado de acordo com as condições estabelecidas na escritura de emissão.

## Atividade 4

Considerando as debêntures, relacione a segunda coluna de acordo com as suas características.

(1) Valor nominal	( )	Reembolso do capital. Pode ser realizado através de um só pagamento na data de vencimento ou através de vários reembolsos programados.
(2) Amortização	( )	Tempo ao final do qual a debênture será resgatada pela empresa emissora ou durante o qual ela garante pagamentos ao debenturista.
(3) Maturidade	( )	Aplicação em que, antes mesmo de se aplicar o capital, o investidor sabe quanto seu investimento irá render após certo período.
(4) Taxa de juros de cupom	( )	Ação pela qual a empresa recompra, normalmente pagando um prêmio, seus títulos (ou parte deles) de um empréstimo antes da data de vencimento.
(5) Títulos pré-fixados	( )	Aplicação em que a rentabilidade varia de acordo com a taxa de juros vigente e mais algum índice de inflação (se houver).
(6) Títulos pós-fixados	( )	Taxa determinada no momento da emissão de um título de renda fixa, pela qual um emissor se compromete a pagar juros em intervalos periódicos.
(7) Resgate antecipado	( )	Valor inscrito no título.

### Resposta

A ordem das questões é: 2, 3, 5, 7, 6, 4 e 1.

### Formas de debêntures

As debêntures se apresentam sob duas formas:

- **Debênture nominativa** – é aquela em que o nome do debenturista fica gravado em um certificado devidamente consignado em um livro de registro na sede da empresa emissora. O registro e o controle de transferência das debêntures são realizados pela companhia emissora no Livro de Registro de Debêntures Nominativas.

- **Debênture nominativa escritural** – é aquela mantida em conta de custódia, em nome do investidor, em uma instituição financeira devidamente autorizada pela CVM. Esta instituição financeira realiza também o registro e o controle de transferências, procedimento semelhante ao da ação escritural.

### Tipos de debêntures

Quanto ao recebimento do valor devido pela companhia emissora ao investidor, as debêntures se apresentam pelos seguintes tipos:

- **Simples** – são debêntures cujo resgate ou amortização são feitos em moeda corrente.
- **Conversíveis** – são debêntures cujo valor do resgate pode ser trocado por ações, na forma prevista na cláusula da escritura de emissão, por opção do investidor, em épocas e condições predeterminadas. Como as conversões resultam em aumento do capital social, elas devem ser oferecidas, primeiramente, aos acionistas da empresa.
- **Permutáveis** – são debêntures cujo valor de resgate pode ser trocado por ações de companhia diferente da que as emitiu. A escritura de emissão possui uma cláusula que permite que as debêntures sejam trocadas por ações de companhias que constem do patrimônio da empresa emissora da debênture.

### Outros tipos de debêntures

Estão disponíveis no mercado alguns tipos específicos de debêntures. São eles:

- **Debênture participativa** – é a que confere ao debenturista remuneração através de participação nos lucros da companhia emissora.
- **Perpétua** – é emitida sem data de vencimento. Normalmente, tem pagamento periódico e constante de rendimentos.

### Classificação de debêntures por garantia (espécies de debêntures)

As emissões de debêntures podem ser realizadas com ou sem garantias. Quando a emissão é com garantia, deve constar na escritura da emissão se tal garantia é real ou flutuante. Se as debêntures são sem garantia, elas podem ser quirografárias ou subordinadas.

- Debêntures com garantia real – são garantidas por bens do ativo da companhia emissora, do seu conglomerado ou de terceiros. Os ativos oferecidos como garantia real não podem ser negociados, a não ser com a aprovação dos debenturistas, ou que esteja mencionado na escritura de emissão.
- Debêntures flutuantes – possuem privilégio sobre os ativos da empresa emissora, em caso de falência. Os ativos dados como garantia flutuante não ficam vinculados à emissão, o que possibilita à emissora dispor desses bens sem a prévia autorização dos debenturistas. Outro ativo da empresa emissora, entretanto, deve ser oferecido para substituir a garantia.
- Debêntures quirografárias ou sem preferências – são aquelas que não oferecem aos debenturistas nenhuma espécie de garantia ou preferência sobre os ativos da empresa emissora. Tais debêntures concorrem em igualdade de condições com os demais credores, em caso de liquidação da empresa.
- Debêntures subordinadas – também não dão nenhuma espécie de garantia ou preferência, no caso de liquidação da empresa. Na hipótese de liquidação da companhia, oferecem preferência de pagamento somente sobre o crédito de seus acionistas.

### Debêntures padronizadas

As debêntures padronizadas são títulos cujas características são regidas por uma escritura-padrão. Foram criadas pela Instrução CVM nº 404, de 13 de fevereiro de 2004, após a mobilização da Bovespa e do mercado, para desenvolver, no Brasil, um mercado secundário de títulos de renda fixa privada. Uma das razões para a pouca liquidez na negociação de debêntures era a grande diversidade de prazos, de indexadores, de garantias e características específicas das debêntures, o que dificultava a comparação entre os títulos e a cotação dos papéis em percentual do valor do principal.

Para resolver o problema, a CVM criou a figura das debêntures padronizadas. As principais características das debêntures padronizadas são:

**Forma:** Escritural – Nominativa

**Classe:** Não-conversível (Simples)

**Espécie:** Subordinada ou Sem Preferência (Quirografárias)

Valor Nominal Unitário: R\$ 1.000,00

Remuneração e Atualização Monetária: Cupom Zero; Taxa de Juros Pré-fixada; Taxa DI Over + Spread; IGP-M + Taxa de Juros Pré-fixada; ou Variação Cambial + Taxa de Juros Pré-fixada.

## Atividade 5

### Reforçando conceitos

Marque certo ou errado para as sentenças a seguir:

a. Um fundo de amortização é compatível com a liquidação sistemática de títulos de dívida de longo prazo.

certo  errado

b. Os títulos de dívida são geralmente resgatados quando há alguma vantagem para a empresa emitente.

certo  errado

c. Uma cláusula de resgate, num contrato de emissão de títulos de dívida de longo prazo, exige que o proprietário do título abra mão do seu direito de conservá-lo até a data de seu vencimento.

certo  errado

d. Empresas que lançam títulos de dívida de longo prazo quando as taxas de juros eram relativamente altas provavelmente usarão o direito adquirido pela cláusula de resgate, recomprando os títulos no mercado.

certo  errado

e. O agente fiduciário age de forma que a empresa não sofra penalidades, caso não seja capaz de pagar os juros ou de liquidar seus títulos de dívida de longo prazo.

certo  errado

### Respostas Comentadas

*Você deve ter marcado que as afirmativas a e b e c são corretas. Se você marcou como verdadeiro os itens de a a c, acertou. Um fundo de amortização é utilizado para liquidação sistemática de seus títulos; as empresas normalmente incluem a cláusula de resgate quando da emissão de seus títulos de dívida, justamente para terem o direito de resgatá-los quando a taxa de juros de mercado está abaixo da taxa de juros de seus cupons. Nos itens d e e, as afirmativas são falsas; as empresas resgatam os títulos diretamente dos portadores, e o agente fiduciário defende os interesses dos proprietários dos títulos.*

### Classificação das debêntures

*Risco de insolvência* – É o risco de o devedor não pagar suas dívidas. Quanto maior for o grau de endividamento de uma empresa, maior será o risco do não-cumprimento de suas obrigações financeiras. A hipoteca e a prioridade não garantem que o valor do empréstimo seja integralmente pago, no caso da liquidação da empresa. Por isso, antes de decidir pelo endividamento, o administrador financeiro deve avaliar os pontos fortes e fracos da empresa. Analogamente, investidores interessados em adquirir títulos de dívida de uma empresa também consideram a segurança de seu investimento e exigem uma compensação compatível com os riscos relativos dos títulos de dívida emitidos pela empresa.

Normalmente, devido a uma alta alavancagem financeira ou a um histórico de pagamentos, alguns tomadores de empréstimos podem pagar uma taxa de juros mais elevada do que outros. Por isso, as empresas pagam para ter suas dívidas classificadas de acordo com o seu nível de risco. As duas principais agências independentes de classificação de risco (agências de *rating*) são a Moody's Investors Service (Moody's) e a Standard & Poor's Corporation (S&P). As classificações (*ratings*) são avaliações do risco da empresa emitente de títulos de dívidas que são negociados ao público. Os critérios de avaliação se baseiam principalmente na probabilidade de a empresa não pagar as dívidas (inadimplência) e na proteção que os credores têm em caso de inadimplência.

O *rating* mais alto que uma empresa pode ter é o AAA ou Aaa, que indica que os títulos são extremamente seguros, têm o menor grau de risco possível. Os títulos de AA e BBB são seguros o bastante para serem denominados títulos de grau de investimentos. O *rating* mais baixo é o D, correspondente a dívidas de empresas inadimplentes. As interpretações de classificação de dívidas dessas agências são mostradas no **Quadro 10.3**, a seguir:

Quadro 10.3

<b>Rating de Grau de Investimento</b>		
S&P	Moody's	Interpretação
AAA	Aaa	Extremamente seguras. Capacidade de pagamento de juros e principal extremamente elevada.
AA+ AA AA -	Aa1 Aa2 Aa3	Capacidade muito forte de pagamento de juros e principal.
A+ A A -	A1 A2 A3	Capacidade forte de pagar juros e principal. Entretanto, são um pouco mais suscetíveis a mudanças adversas de circunstâncias e condições econômicas.
BBB+ BBB BBB-	Baa1 Baa2 Baa3	Capacidade adequada de pagar juros e principal. Condições econômicas desfavoráveis ou mudanças de circunstâncias podem levar a uma redução maior dessa capacidade de pagamento do que em categorias superiores. Essas dívidas são obrigações de qualidade média.
<b>Rating de Grau Especulativo</b>		
S&P	Moody's	Interpretação
BB+ BB BB -	Ba1 Ba2 Ba3	Provavelmente irá pagar juros e principal. Representa o menor grau de especulação.
B+ B B-	B1 B2 B3	Obrigações de alto risco.
C	Ca	Este nível de <i>rating</i> é reservado para obrigações de renda variável cujos juros não estão sendo pagos.
D	D	Dívidas nesta categoria encontram-se em situação de inadimplência, e o pagamento de juros e/ou restituição do principal encontra-se em atraso.

Fonte: Adaptado de ROSS (2002, cap. 20).

Quanto mais baixa é uma classificação do título, maiores tendem a ser os seus juros.

## REFINANCIAMENTO DE OBRIGAÇÕES PELO EXERCÍCIO DO RESGATE

O refinanciamento de um empréstimo de longo prazo consiste no lançamento de uma nova série de títulos de dívida para se resgatar antecipadamente outra série. O refinanciamento só é possível se a cláusula de resgate antecipado constar no contrato da obrigação emitida.

Só é conveniente para a empresa refinar a dívida quando as taxas de juros de mercado caem após a emissão, já que os novos títulos terão uma taxa de juros mais baixa.

A avaliação e a análise do refinanciamento das debêntures podem ser tratadas como um problema de orçamento de capital, em que as saídas de caixa – os custos de garantir a operação de refinanciamento – são comparadas com o valor presente das entradas de caixa – os juros que serão economizados com a substituição dos títulos de taxas de juros altas por títulos de taxas de juros baixas.

Como saídas de caixa, temos:

o prêmio pago pelo resgate das debêntures após o imposto de renda;  
os custos da emissão das novas debêntures;  
as despesas de juros adicionais pagos às novas e às atuais debêntures durante o período de refinanciamento.

As entradas compreendem a economia no pagamento de juros após os impostos, esperadas como resultado da redução dos pagamentos de dívida sobre os novos títulos com juros mais baixos.

Para simplificar, vamos considerar que tanto o título antigo como o novo têm o mesmo prazo de vencimento.

Como temos que trazer os fluxos de caixa para o valor presente, necessitamos de uma taxa de desconto. A taxa de desconto adequada para esta análise é o custo dos novos empréstimos corrigido pelo imposto de renda.

Num refinanciamento, temos:

- Prêmio de chamada – diferença entre o preço de chamada e o valor nominal do título. Ele é pago pela empresa emitente ao possuidor do título, para recomprar os títulos existentes antes de seu vencimento. O prêmio de chamada é uma despesa dedutível para fins de imposto de renda no ano de resgate.
- Desconto e prêmios de títulos – Quando os títulos são vendidos por valor acima do nominal, são vendidos com prêmio. Quando são vendidos por valor abaixo, são vendidos com desconto. A empresa deve amortizar tanto o prêmio quanto o desconto em proporções iguais durante a vida do título. Para efeitos de imposto de renda, o prêmio amortizado é uma receita tributável e o desconto amortizado é despesa dedutível para fins fiscais.

Se um título é resgatado antes de seu vencimento, qualquer parte não amortizada de prêmio ou desconto é incluída ou deduzida da receita nessa ocasião.

- Custos de emissão ou colocação – São quaisquer custos incorridos no processo de emissão de um título. Devem ser amortizados ao longo de sua vida. A amortização anual é, portanto, uma despesa dedutível para fins fiscais. Se um título é resgatado antes de seu vencimento, qualquer parte não amortizada desse custo é deduzida do lucro antes dos impostos nessa ocasião.

**Exemplo de resgate sem imposto de renda** – A Companhia Paramounte tem \$ 20.000.000 em debêntures a 10% com cláusula de resgate. Os títulos foram emitidos há cinco anos e vencerão daqui a dez anos. A Paramounte pode resgatá-los e emitir novos títulos com prazo de dez anos e taxa de 8%. O prêmio de resgate dos títulos antigos seria de 10%. Os custos de emissão dos novos títulos são de \$ 1.000.000, sem considerar o imposto de renda e considerando que não há superposição de despesas de juros. Deve a empresa refinaranciar as debêntures a 10%?

Procedimentos de análise para se tomar ou não uma decisão de refinaranciar títulos:

#### I. Calcular o investimento inicial de caixa

O investimento inicial de caixa são todos os desembolsos realizados com o lançamento dos novos títulos e com a compra e retirada dos títulos antigos de circulação. Se houver juros sobrepostos (resultantes da necessidade de pagar juros tanto para o antigo como para o novo título), estes serão tratados no investimento inicial.

Há aqui dois desembolsos: (1) pagamento pelo prêmio de chamada e (2) custo de emissão dos novos títulos.

Prêmio de chamada antes do imposto de renda: \$ 20.000.000 × 0,10	=	\$ 2.000.000
(+) Custo de colocação dos novos títulos	=	900.000
Investimento inicial	=	\$ 2.900.000

## II. Calcular a economia total do refinanciamento

Aqui temos uma economia anual com os juros, após o resgate, de:

Custo dos juros antigos	\$ 20.000.000 × 0,10	=	\$ 2.000.000
(-) Custo dos juros novos	\$ 20.000.000 × 0,08	=	1.600.000
Economia		=	<u>\$ 400.000</u>

A economia anual nos juros é de \$ 400.000. Esta economia se repetirá todos os anos até a data de vencimento dos títulos novos, ou seja, dez anos. Para compararmos essa economia, que ocorrerá por dez anos, com o investimento inicial anteriormente calculado, devemos trazê-las para o valor atual. O valor presente dessas economias é igual ao valor presente de uma anuidade de \$ 400.000 por dez anos, descontada à taxa de 8%:

## III. Valor presente da decisão

$$\text{Valor presente das economias} = \$ 400.000 \times \text{FJVPA}_{8\%, 10 \text{ anos}}$$

$$\text{Valor presente das economias} = \$ 400.000 \times 6,710 = \$ 2.684.000$$

Se subtrairmos do valor presente das entradas de caixa o investimento inicial, teremos o valor presente líquido desta proposta.

$$\text{Valor presente líquido} = \$ 2.684.000 - \$ 2.900.000 = - \$ 216.000$$

$$\text{Valor presente líquido (VPL)} = - \$ 216.000.$$

Entradas	Para limpar	3.000.000	400.000	10	8	
Funções	f CLEAR REG	CHS g CF <sub>0</sub>	g CF <sub>j</sub>	g N <sub>j</sub>	i	f NPV
Saídas						-215.967

## IV. Decisão

Valor presente líquido (VPL) de - \$ 216.000 < zero. A proposta deve ser rejeitada.

**Exemplo de resgate com imposto de renda** – A Paramonte está na faixa das empresas que pagam 40% de imposto de renda. O custo de emissões das debêntures de 10% foi de \$ 450.000 e está sendo amortizado linearmente ao longo da vida das debêntures antigas. Deve a empresa refinaranciar as debêntures de 10%?

Procedimentos de análise para se tomar decisão de refinaranciar títulos:

### I. Calcular o investimento inicial de caixa

O investimento inicial de caixa são todos os desembolsos realizados com o lançamento de novos títulos e com a compra e retirada dos títulos antigos de circulação. Se houver juros sobrepostos, resultantes da necessidade de pagar juros tanto para o antigo como para o novo título, seriam tratados no investimento inicial.

Há aqui dois desembolsos: (1) pagamento pelo prêmio de chamada e (2) custo de emissão dos novos títulos.

Prêmio de chamada antes do imposto de renda: \$ 20.000.000 × 0,10	\$ 2.000.000	
(-) IR (\$ 2000.000 × 0,40)	(\$80.000)	
	<hr/>	
Prêmio de chamada após o IR		\$ 1.200.000
(+) Custo de colocação dos novos títulos		900.000
(-) Economia de imposto pelos custos de colocação não amortizados (\$450.00 × 10/15) 0,40		(120.000)
		<hr/>
Investimento Inicial		\$ 1.980.000

### II. Calcular a economia total do refinarancimento

Fluxo de Caixa dos Títulos Antigos

Custo dos juros antes do IR: \$ 20.000.000 × 0,10	\$ 2.000.000	
(-) Imposto de renda: \$ 2.000.000 × 0,40	(800.000)	
	<hr/>	
Custo dos juros após o imposto de renda		\$ 1.200.000
(-) Economia de imposto anual pela amortização do custo de colocação: (\$ 450.000 ÷ 15) × 0,40		(12.000)
		<hr/>
Saídas de caixa após o imposto de renda		\$ 1.188.000

Fluxo de Caixa dos Novos Títulos

Custo dos juros antes do IR: \$ 20.000.000 × 0,08	\$ 1.600.000	
(-) Imposto de renda: \$ 1.600.000 × 0,40	(640.000)	
Custo dos juros após o imposto de renda		\$ 960.000
(-) Economia de imposto anual pela amortização do custo de colocação: (\$ 900.000 ÷ 10) × 0,40		(36.000)
Saídas de caixa após o imposto de renda		\$ 924.000

Economia de caixa pela decisão de refinanciamento:

Saídas de caixa após o imposto de renda do título antigo	\$ 1.188.000	
(-) Saídas de caixa após o imposto de renda do novo título	(924.000)	
(=) Economia anual no fluxo de caixa		\$ 264.000

A economia anual nos juros é de \$ 264.000. Esta economia se repetirá todos os anos até a data de vencimento dos títulos novos, ou seja, dez anos. Para compararmos essa economia, que ocorrerá por dez anos com o investimento inicial, anteriormente calculado, devemos trazê-las para o valor atual. O valor presente dessas economias é igual ao valor presente de uma anuidade de \$ 264.000 por dez anos, descontada à taxa de aproximadamente 5% [= 8% × (1 - 0,40)]:

III. Valor presente da decisão

$$\text{Valor presente das economias} = \$ 264.000 \times \text{FJVPA}_{4\%, 10\text{anos}}$$

$$\text{Valor presente das economias} = \$ 264.000 \times 7,722 = \$ 2.038.608$$

Se subtrairmos o investimento inicial do valor presente das entradas de caixa, teremos o valor presente líquido desta proposta.

$$\text{Valor presente líquido} = \$ 2.038.608 - \$ 1.980.000 = \$ 58.608$$

Entradas	Para limpar	1.980.000	264.000	10	5	
Funções	f CLEAR REG	CHS g CF <sub>0</sub>	g CF <sub>j</sub>	g N <sub>j</sub>	i	f NPV
Saídas						58.538

#### IV. Decisão

Valor presente líquido (VPL) de \$ 58.538 > zero. A proposta deve ser aceita.

**Exemplo do resgate completo** – A Pactual S.A. tem em circulação \$ 50 milhões de títulos de dívida com uma taxa de juros de 10%, e faltam dez anos para o vencimento. Os títulos foram vendidos pelo valor nominal de \$ 1.000 e o prazo de vencimento é de 15 anos. O custo inicial de colocação foi de \$ 600.000. Os títulos têm cláusula de resgate que permite à empresa retirá-los ao preço de \$ 1.100 e foram vendidos na emissão com desconto de \$ 30 cada um.

A taxa de juros de mercado vem caindo sensivelmente nos últimos anos. Com isto, títulos com as mesmas características e riscos dos títulos da Pactual S.A. estavam com taxas de juros de cupom de 10%. A Pactual S.A. está analisando a substituição dos títulos antigos por novos. O banco de investimentos da Pactual S.A. garantiu que ela pode emitir \$ 50 milhões adicionais de novos títulos de 10 anos com uma taxa de juros de cupom de 10%, a fim de resgatar os títulos antigos. A empresa pretende vender os novos títulos ao valor nominal de \$ 1.000. Os custos de colocação da nova emissão são estimados em \$ 750.0000. A empresa está atualmente na faixa de 40% de imposto de renda e estima que seu custo após o imposto de renda seja de 6%. Em virtude de os novos títulos precisarem ser vendidos primeiro, para então ser usada a entrada de recursos para resgatar os títulos antigos, a empresa espera um período de sobreposição de juros de dois meses, durante os quais os juros devem ser pagos tanto para os títulos antigos quanto para os novos.

	Títulos antigos	Títulos novos
(1) Valor da emissão	\$ 50 milhões	\$ 50 milhões
(2) Valor nominal	\$ 1.000	\$ 1.000
(3) Taxa de juros	10%	8%
(4) Período de capitalização	15 anos	10 anos
(5) Tempo de emissão	5 anos	–
(6) Desconto	\$ 30	\$ 0
(7) Custo de emissão	\$ 600.000	\$ 750.000
(8) Preço de resgate	\$ 1.100	–
(9) = (1) ÷ (2) Número de debêntures	50.000	50.000

Prêmio de chamada = \$ 1.100 – \$ 1.000 = \$ 100

Período de sobreposição dos juros: 2 meses

Taxa de imposto de renda = 40%

### **Custo da dívida após imposto de renda = 6%**

Procedimentos para se tomar ou não a decisão de refinanciar títulos:

I. Calcular o desembolso inicial de caixa, estimando o desembolso que a empresa terá a mais (desembolso incremental) depois dos impostos, necessário para comprar títulos antigos e emitir novos títulos em seu lugar. Quaisquer juros sobrepostos, resultantes da necessidade de pagar juros tanto para o antigo como para o novo título, são tratados no investimento inicial.

#### **Investimento inicial**

Para calcularmos quanto a empresa desembolsou para refinanciar os títulos:

a) Custo do prêmio de chamada depois do imposto de renda: É calcular quanto a empresa vai desembolsar com o pagamento do prêmio de chamada aos 50.000 títulos em circulação. Multiplicamos o preço de chamada pelo número de títulos emitidos e deduzimos a parcela do imposto de renda, para obtermos o custo de chamada líquido:  $\$ 100 \times 50.000 = \$ 500.000.000$ .

Essa despesa é dedutível para fins de imposto de renda no ano em que o resgate for feito. Como a empresa está na faixa de alíquota de imposto de renda de 40%, ela economiza \$ 2.000.000 em impostos; então, o custo do resgate depois do imposto é de apenas \$ 3.000.000.

Economia de imposto de renda pelo incidente sobre o prêmio de chamada = \$ 5.000.000  $\times$  0,40 = \$ 2.000.000

Custo do prêmio de chamada depois do imposto de renda = \$ 5.000.000 - \$ 2.000.000 = \$ 3.000.000.

b) Custo de colocação dos novos títulos: dado no exemplo: \$ 750.000. Este desembolso não é considerado para fins fiscais, de forma que não é benefício fiscal de imediato.

c) Juros sobrepostos: a empresa paga \$ 50.000.000  $\times$  0,10 = \$ 5.000.000 de juros anuais pelos títulos antigos. Como eles vão ficar mais dois meses após a emissão dos novos títulos, a empresa terá que remunerar estes títulos por estes dois meses. O custo dessa remuneração sobreposta é \$ 5.000.000  $\div$  2/12 = \$ 833.333,33.

Como os juros são dedutíveis do imposto de renda, o custo destes juros sobrepostos é igual a \$ 833.333,33  $\times$  (1 - 0,40) = \$ 500.000.

d) Os descontos não amortizados dos títulos: o desconto de \$ 1.500.000 (\$ 30  $\times$  5.000.000 títulos) sobre os títulos antigos deveria ser amortizado em 15 anos. Então, a amortização anual é de \$ 1.500.000  $\div$  15 = \$ 100.000.

Uma vez que podem ser resgatados, a amortização foi só de 5 anos. Os 10 anos que faltam podem ser amortizados de uma só vez. Como é considerada despesa dedutível, a empresa vai pagar menos imposto de renda, no valor de:

$$(\$ 100.000 \times 10 = \$ 1.000.000) \times 0,40 = \$ 400.000$$

e) Custos de colocação dos títulos antigos não amortizados: a empresa pode considerar o custo de colocação como despesa dedutível, que é amortizada ao longo de sua vida.

A amortização anual do custo de colocação do título antigo era \$ 600.000  $\div$  15 anos = \$ 40.000 por ano.

Esta emissão tem um custo de lançamento não amortizado de \$ 40.000  $\times$  10 anos = \$ 400.000. Se a emissão for resgatada, este custo de lançamento não amortizado pode ser reconhecido imediatamente como despesa, podendo ser deduzido de uma só vez para a apuração

do resultado da empresa, reduzindo, assim, o lucro tributável, pagando, portanto, menos imposto de renda.

A economia de imposto de renda será de  $\$ 400.000 \times 0,40 = \$ 160.000$ .

Resumindo esses cálculos no **Quadro 10.4** a seguir, obtém-se um desembolso inicial de caixa de  $\$ 3.690.000$ .

**Quadro 10.4:** Investimento inicial da decisão de refinanciar títulos – em \$ 000

Prêmio de chamada antes do imposto de renda: $\$ 100 \times 500.000$ títulos	\$ 5.000.000	
(-) IR ( $\$ 50.000.000 \times 0,40$ )	(2.000.000)	
Prêmio de chamada após o IR	<u>3.000.000</u>	\$ 3.000.000
(+) Custo de colocação dos novos títulos		750.000
(+) Juros sobrepostos após o imposto de renda: $(\$50.000.000 \times 0,10 \times 2/12) \times (1 - 0,40)$		\$ 500.000
(-) Economia de imposto pelos descontos não amortizados dos títulos antigos: $(\$ 30 \times 50.000) \times 10/15 \times 0,40$		(400.000)
(-) Economia de imposto pelos custos de colocação não amortizados: $\$ 600.000 \times 10/15 \times 0,40$		(160.000)
Investimento Inicial		\$ 3.690.000

II. Cálculo da economia anual que a empresa terá por trocar títulos de dívida com taxas de juros altas por títulos de taxas de juros baixas. Esta economia é encontrada pela diferença entre as saídas de caixa anuais da dívida, após o imposto de renda, dos títulos antigos e dos novos títulos. Esse prazo do fluxo de caixa será a anuidade, com vida igual ao prazo de vencimento do novo título.

Economias anuais de caixa, com a decisão de refinanciamento, serão:

a) Custo dos juros dos títulos antigos, após o imposto de renda:

Custo dos juros antes do imposto de renda	$\$ 5.000.000 \times 0,10$	=	\$ 500.000
(-) Imposto de renda	$\$ 500.000 \times 0,40$	=	<u>(200.000)</u>
Custo dos juros após o imposto de renda			\$ 300.000

b) Amortização do desconto do título antigo: o desconto na venda do título antigo era de \$ 1.500.000 (\$ 30 × 50.000.000 títulos) e deveria ser amortizado em 15 anos. Então, a amortização anual é de:  $\$ 1.500.000 \div 15 = \$ 100.000$ .

Os \$ 100.000 de amortização não representam saída de caixa, mas é despesa dedutível para o cálculo do imposto de renda. Há, portanto, uma economia de imposto pela amortização anual do desconto de:

$$\$ 100.000 \times 0,40 = \$ 40.000.$$

c) Amortização do custo de colocação do título antigo.

A amortização anual do custo de colocação do título antigo era:  $\$ 600.000 \div 15 = \$ 40.000$  por ano.

Os custos de colocação não representam saída de caixa, mas é despesa dedutível para o cálculo do imposto de renda. Há, portanto, uma economia de imposto pela amortização anual do desconto de:

$$\$ 40.000 \times 0,40 = \$ 16.000$$

d) Custo dos juros dos novos títulos, considerando a taxa de juros de 8% após o imposto de renda:

$$\text{Taxa de juros dos títulos novos} = 8\%$$

Custo dos juros antes do imposto de renda.	$\$ 50.000.000 \times 0,08$	=	$\$ 4.000.000$
(-) Imposto de renda	$\$ 4.000.000 \times 0,40$	=	$(1.600.000)$
Custo dos juros após o imposto de renda			$\$ 2.400.000$

e) Amortização do custo de colocação do título novo.

A amortização anual do custo de colocação do título novo será:  $\$ 750.000 \div 10 = \$ 75.000$  por ano.

Os custos de colocação não representam saídas de caixa, mas é despesa dedutível para o cálculo do imposto de renda. Há, portanto, uma economia de imposto pela amortização anual do desconto de:

$$\$ 75.000 \times 0,40 = \$ 30.000$$

Esses cálculos podem ser resumidos no **Quadro 10.5** a seguir:

**Quadro 10.5**

Fluxo de Caixa dos Títulos Antigos		
Custo dos juros antes do imposto de renda: $\$ 50.000.000 \times 0,10$	\$ 5.000.000	
(-) Imposto de renda: $\$ 5.000.000 \times 0,40$	(2.000.000)	
Custo dos juros após o imposto de renda		\$ 3.000.000
(-) Economia de imposto pela amortização anual do desconto ( $\$ 30 \times 50.000 \div 15 \times 0,40$ )		(40.000)
(-) Economia de imposto anual pela amortiza- ção do custo de colocação ( $\$ 600.000 \div 15 \times$ $0,40$ )		(16.000)
Saídas de caixa após o imposto de renda		\$ 2.944.000

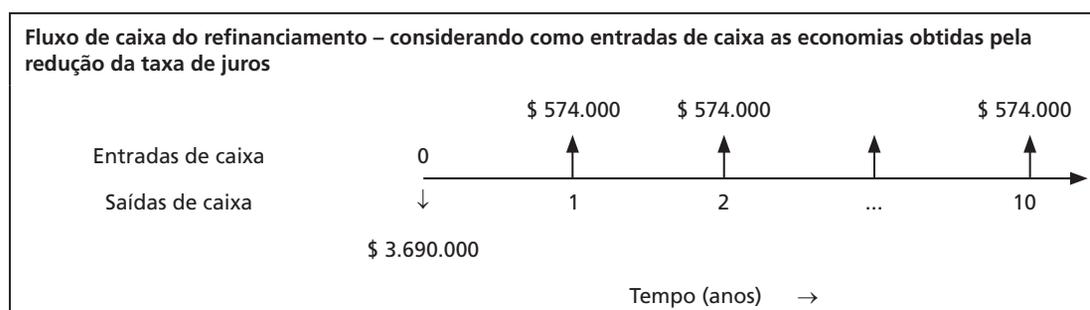
Fluxo de Caixa dos Novos Títulos		
Custo dos juros antes do imposto de renda: $\$ 500.000.000 \times 0,08$	\$ 4.000.000	
(-) Imposto de renda: $\$ 4.000.000 \times 0,40$	(1.600.000)	
Custo dos juros após o imposto de renda		\$ 2.400.000
(-) Economia de imposto anual pela amortização do custo de colocação ( $\$ 750.000 \div 10 \times 0,40$ )		(30.000)
Saídas de caixa após o imposto de renda		\$ 2.370.000

Economia de caixa pela decisão de refinanciamento:

Saídas de caixa após o imposto de renda do título antigo	\$ 2.944.000
(-) Saídas de caixa após o imposto de renda do novo título	(2.370.000)
(=) Economia anual no fluxo de caixa	\$ 574.000

III. O desembolso de caixa para o resgate do título já está a preços atuais; as entradas de caixa, entretanto, não estão, visto que há um fluxo de entradas de caixa por 10 anos.

Para que o fluxo de entradas de caixa apurado tenha alguma representatividade, deve-se colocá-lo na mesma data do desembolso. Para que isto ocorra, devemos trazer para o valor presente o fluxo de entrada de caixa dessa análise de resgate dos títulos antigos.



Vamos, então, calcular o valor presente do fluxo de entradas de caixa do refinanciamento, utilizando a taxa de desconto descontando-o à taxa de 6% (custo da dívida após imposto de renda).

Depois de encontrarmos o valor presente do fluxo de entradas de caixa do refinanciamento, podemos subtraí-lo do desembolso inicial de caixa (investimento inicial), para obtermos o valor presente líquido da proposta de refinanciamento.



O custo do empréstimo após a tributação é usado porque a decisão envolve risco muito baixo. Uma vez que a decisão de refinanciamento envolve a opção entre reter uma dívida existente ou substituí-la por uma nova, mais barata, isso é visto como uma decisão de baixo risco, que não irá afetar significativamente o risco financeiro da empresa. A natureza de baixo risco da decisão garante o uso de uma taxa muito baixa, tal como o custo da dívida, após tributação, para a empresa.

Valor presente das entradas de caixa é igual a:

$$\frac{\$574.000}{(1+0,06)} + \frac{\$574.000}{(1+0,06)^2} + \frac{\$574.000}{(1+0,06)^3} + \dots + \frac{\$574.000}{(1+0,06)^{10}} = \$ 4.224.689,97$$

Com a tabela financeira, temos: Valor presente = Economias de caixa  $\times$  FJVPA<sub>6%,10 anos</sub>

$$\text{Valor presente} = \$ 574.000 \times 7,360 = \$ 4.224.640$$

Subtraindo do valor presente das entradas de caixa o valor do investimento inicial de \$ 2.944.000, obtemos o valor presente líquido.

Se o valor presente das entradas de caixa for maior que o investimento inicial, o valor presente líquido será positivo (maior que zero).

Se o valor presente líquido for maior que zero, a empresa deve fazer o refinanciamento da dívida.

Se o valor presente das entradas de caixa for menor que o investimento inicial, o valor presente líquido será negativo (menor que zero). A empresa não deve fazer o refinanciamento da dívida.

Então:

$$\text{VPL} = \$ 4.224.689,96 - 3.690.000 = \$ 534.689,96.$$

#### IV. Decisão

A proposta de refinanciamento deve ser recomendada, porque o VPL de \$ 534.689,96 é maior que zero.

O cálculo poderia ter sido feito via tabela financeira ou calculadora financeira.

Com a tabela financeira, temos: valor presente = Economias de caixa  $\times$  FJVPA

Valor presente do fluxo de caixa pela decisão da proposta de refinanciamento: kd = 6% VPL = valor presente da economia no fluxo de caixa - investimento inicial

$$\text{VPL} = \$ 574.000 \times \text{FJVPA}_{6,10 \text{ anos}} - \$ 3.690.000$$

$$\text{VPL} = \$ 574.000 \times 7,360 - \$ 3.690.000$$

$$\text{VPL} = \$ 4.224.640 - \$ 3.690.000$$

$$\text{VPL} = \$ 534.640$$

Pela calculadora HP 12 C:

## Anuidade

Entradas	Para limpar	3.690.000	574.000	10	6	
Funções	f CLEAR REG	CHS g CF <sub>0</sub>	g CF <sub>j</sub>	g N <sub>j</sub>	i	f NPV
Saídas						534.689,97

**CONCLUSÃO**

As debêntures são títulos de dívida de longo prazo que são lançadas no mercado pelas empresas para captação de recursos diretamente do investidor. Têm como remuneração básica os juros, que podem ser fixos ou variáveis. Elas podem ser conversíveis em ações ou não. Têm características próprias que permitem às empresas adequá-las às suas necessidades de fundos, bem como atender aos anseios dos eventuais investidores. Como fonte de recursos para a empresa, são mais baratas que as ações, pelo menor nível de risco e por serem os juros uma despesa dedutível para fins de imposto de renda.

## Atividades Finais

1. As debêntures são títulos de dívida emitidos por uma sociedade. Elas podem ser emitidas nos tipos simples, conversível ou permutável. O que caracteriza a debênture permutável é o fato de poder ser:
- a.  convertida em ações emitidas pela empresa emissora a qualquer tempo.
  - b.  resgatada, conforme regras do contrato de emissão.
  - c.  trocada por bens da empresa emissora, conforme regras do contrato de emissão.
  - d.  trocada por ações de outra empresa, existentes no patrimônio da empresa emissora, conforme regras do contrato de emissão.
  - e.  convertida em ações emitidas pela empresa emissora, conforme regras do contrato de emissão.

### Resposta Comentada

*A resposta correta é a da letra D. A debênture permutável é um tipo de debênture que dá ao investidor o direito de convertê-la em um número de ações de companhia distinta da que a emitiu.*

2. A Papua S.A. tem \$ 87.500.000 em títulos resgatáveis, com taxa de 12%. Eles foram emitidos há 7 anos com prazo de vencimento de 22 anos. Foram inicialmente vendidos pelo valor nominal de \$ 1.000, e a empresa incorreu em custo de emissão no valor de \$ 2.200.000. Eles são resgatáveis por 112% do valor nominal. Podem ser substituídos por títulos com valor nominal de \$ 1.000 e 10% de taxa de juros. Eles teriam um prazo de vencimento de 15 anos. Os custos de emissão dos novos títulos seriam de \$ 3.750.000. Se não houvesse imposto de renda nem superposição de despesas de juros, valeria a pena refinar os títulos antigos?

Procedimentos de análise para se tomar ou não uma decisão de refinar títulos:

I. Calcular o investimento inicial de caixa

O investimento inicial de caixa são todos os desembolsos realizados com o lançamento dos novos títulos e com a compra e retirada de circulação dos títulos antigos.

Se houver juros sobrepostos, resultantes da necessidade de pagar juros tanto para o antigo como para o novo título, seriam tratados no investimento inicial.

Há aqui dois desembolsos: (1) pagamento pelo prêmio de chamada e (2) custo de emissão dos novos títulos.

Prêmio de chamada antes do imposto de renda: $\$ 87.500.000 \times 0,12$	\$ 10.500.000
(+) Custo de colocação dos novos títulos	3.750.000
Investimento Inicial	<u>\$ 14.250.000</u>

II. Calcular a economia total do refinanciamento.

Aqui temos uma economia anual com os juros, após o resgate de:

Custo dos juros antigos	$\$ 87.500.000 \times 0,12$	=	\$ 10.500.000
(-) Custo dos juros novos	$\$ 87.500.000 \times 0,10$	=	<u>8.850.000</u>
Economia			\$ 1.750.000

A economia anual nos juros é de \$ 1.750.000. Esta economia se repetirá todos os anos até a data de vencimento dos títulos novos, ou seja, 15 anos. Para compararmos essa economia, que ocorrerá por 15 anos, com o investimento inicial que foi anteriormente calculado, devemos trazê-la para o valor atual. O valor presente dessa economia é igual ao valor presente de uma anuidade de \$ 1.750.000 por 15 anos, descontada à taxa de 10%:

III. Valor presente da decisão

$$\text{Valor presente da economia} = \$ 1.750.000 \times FJVP_{10\%, 15 \text{ anos}}$$

$$\text{Valor presente da economia} = \$ 1.750.000 \times 7,606 = \$ 13.310.500$$

Se subtrairmos do valor presente das entradas de caixa o investimento inicial, teremos o valor presente líquido desta proposta.

$$\text{Valor presente líquido} = \$ 13.310.500 - \$ 14.250.000 = - \$ 939.500$$

Entradas	Para limpar	3.690.000	574.000	10	6	
Funções	f CLEAR REG	CHS g CF <sub>0</sub>	g CF <sub>j</sub>	g N <sub>j</sub>	i	f NPV
Saídas						534.689,97

#### IV. Decisão

Valor presente líquido (VPL) de - \$ 939.500 < 0 zero. A proposta deve ser rejeitada.

3. No problema 2, a taxa de imposto de renda para a Papua é de 40%. Deve a Papua refinanceir seus títulos de 12%?

Procedimentos de análise para se tomar ou não uma decisão de refinanceir títulos:

##### I. Calcular o investimento inicial de caixa

O investimento inicial de caixa são todos os desembolsos realizados com o lançamento dos novos títulos e com a compra e retirada dos títulos antigos de circulação. Se houver juros sobrepostos, resultantes da necessidade de pagar juros tanto para o antigo como para o novo título, seriam tratados no investimento inicial.

Há aqui dois desembolsos: (1) pagamento pelo prêmio de chamada e (2) custo de emissão dos novos títulos.

Prêmio de chamada antes do imposto de renda: \$ 87.500.000 × 0,12	\$ 10.500.000	
(-) I.R. (\$ 10.500.000 × 0,40)	(4.200.000)	
Prêmio de chamada pós o I.R.		\$ 6.300.000
(+) Custo de colocação dos novos títulos		3.750.000
(-) Economia de imposto pelos custos de colocação não amortizados (\$ 2.200.000 × 15/22) × 0,40		(600.000)
Investimento inicial		\$ 9.450.000

##### II. Calcular a economia total do refinanciamento.

Aqui, temos uma economia anual com os juros, após o resgate, de:

Fluxo de caixa dos títulos antigos

Custo dos juros antes do IR: \$ 87.500.000 × 0,12	\$ 10.500.000	
(-) Imposto de renda: \$ 10.500.000 × 0,40	(4.200.000)	
	<hr/>	
Custo dos juros após o imposto de renda		\$ 6.300.000
(-) Economia de imposto anual pela amortização do custo de colocação (\$ 2.200.000 ÷ 22) × 0,40		(40.000)
		<hr/>
Saídas de caixa após o imposto de renda		\$ 6.260.000

#### Fluxo de Caixa dos Novos Títulos

Custo dos juros antes do IR: \$ 87.500.000 × 0,10	\$ 8.750.000	
(-) Imposto de renda: \$ 8.750.000 × 0,40	(3.500.000)	
	<hr/>	
Custo dos juros após o imposto de renda		\$ 5.250.000
(-) Economia de imposto anual pela amortização do custo de colocação (\$ 3.750.000 ÷ 15) × 0,40		(100.000)
		<hr/>
Saídas de caixa após o imposto de renda		\$ 5.150.000

#### Economia de caixa pela decisão de refinanciamento:

Saídas de caixa após o imposto de renda do título antigo	\$ 6.260.000
(-) Saídas de caixa após o imposto de renda do novo título	(5.150.000)
	<hr/>
(=) Economia anual no fluxo de caixa	\$ 1.110.000

A economia anual nos juros é de \$ 1.110.000. Esta economia se repetirá todos os anos até a data de vencimentos dos títulos novos, ou seja 15 anos. Para compararmos essa economia, que ocorrerá por 15 anos, com o investimento inicial que foi anteriormente calculado, devemos trazê-la para o valor atual. O valor presente dessa economia é igual ao valor presente de uma anuidade de \$ 1.110.000 por 15 anos, descontada à taxa de 6% (= 10% × 1 - 0,40)

#### III. Valor presente da decisão

$$\text{Valor presente da economia} = \$ 1.110.000 \times FJVPA_{6\%, 15\text{anos}}$$

$$\text{Valor presente da economia} = \$ 1.110.000 \times 9,712 = \$ 10.780.320$$

Se subtrairmos do valor presente das entradas de caixa o investimento inicial, teremos o valor presente líquido desta proposta.

$$\text{Valor presente líquido} = \$ 10.780.320 - \$ 9.450.000 = \$ 1.330.320$$

Fundamentos de Finanças | Títulos mobiliários básicos: ações, debêntures e outros títulos de dívida – 1ª parte: títulos de dívida

Entradas	Para limpar	9.450.000	1.110.000	15	6	
Funções	f CLEAR REG	CHS $g CF_0$	$g CF_j$	$g N_j$	i	f NPV
Saídas						1.330.596

# Títulos mobiliários básicos: ações, debêntures e outros títulos de dívida – 2ª parte: ações ordinárias e ações preferenciais

AULA

# 11

## Metas da aula

Apresentar os mecanismos de captação de recursos de longo prazo e prazo indeterminado nos mercados financeiros, explicando sua importância nas decisões de financiamento; apresentar os principais títulos mobiliários básicos e suas principais características.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo desta aula, você seja capaz de:

- 1 entender as características da ação ordinária;
- 2 descrever os direitos dos acionistas ordinários;
- 3 entender como a administração da empresa deve tomar decisões ao analisar uma oferta de direitos de subscrição, quanto ao preço de subscrição e ao valor de um direito de subscrição;
- 4 identificar quais as decisões que podem ser tomadas por um acionista quando da oferta de um direito pela empresa;
- 5 entender os direitos básicos dos acionistas preferenciais;
- 6 entender as características das ações preferenciais;
- 7 conhecer as vantagens e desvantagens das ações preferenciais.

## Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula com mais facilidade, é necessário ter claros os conceitos de mercado financeiro, seus segmentos especializados e os respectivos títulos de captação de recursos, todos apresentados na Aula 3. Mais uma vez, uma calculadora o ajudará bastante!

## AÇÃO

Como vimos na Aula 3, a ação é o título que representa uma fração do capital social de uma empresa constituída na forma de sociedade anônima.

As ações são, portanto, títulos de propriedade, ou seja, quem detém ações torna-se dono da empresa na proporção de sua quantidade.

As ações podem ter vários valores:

Diferentes valores das ações	
Valor contábil	Lançado no Estatuto e nos Livros da Cia.
Valor patrimonial	Patrimônio líquido dividido pelo número de ações
De liquidação	Avaliado na análise fundamentalista, na hipótese de a empresa encerrar suas atividades
De mercado	É o preço da ação no momento da negociação
De subscrição	É o preço fixado quando do lançamento da ação com aumento de capital

As ações podem ser ordinárias ou preferenciais.

### Ação ordinária

As ações ordinárias são assim denominadas por terem os seus detentores a condição de ditar a ordem da condução das atividades da empresa, e isto ocorre através do voto nas assembléias gerais de acionistas, nas quais, em obediência aos termos estatutários, são apresentados, discutidos e decididos os temas relevantes para a gestão da empresa.

Os acionistas que possuem ações ordinárias de uma empresa são os proprietários residuais, porque, em caso de liquidação da companhia, eles só poderão reivindicar os seus direitos após terem sido saldados as exigências de todos os credores e acionistas preferenciais.

### Características da ação ordinária

O patrimônio líquido de uma empresa, constante no seu balanço, normalmente contém todas as informações relativas às características das ações, tanto ordinárias como preferenciais. No caso da ação ordinária, as características são apresentadas como na tabela a seguir:

**Tabela 11.1:** Parte de patrimônio líquido da empresa Brasileira S.A. apresentando características das ações ordinárias

	\$
Capital social	
Ação ordinária, ações com valor nominal de \$ 1,0	
5.000.000 autorizadas, 500.000 emitidas	500.000
Ágio na venda de ações	750.000
Lucros acumulados	2.900.000
Menos ações em tesouraria: 2.000 ações	(25.000)
Total: Patrimônio líquido	4.125.000

### Ações autorizadas, emitidas e em circulação

**Ações autorizadas** – É o número máximo de ações ordinárias que a empresa pode emitir sem precisar alterar seu contrato social. O contrato social de uma empresa especifica o número de ações ordinárias autorizadas. O contrato social só pode ser alterado com a aprovação dos acionistas. Por isso, a maioria das empresas tem mais ações autorizadas que emitidas. No exemplo, a Brasileira S.A. tem capital autorizado de 5.000.000, que corresponde a 5 milhões de ações autorizadas.

**Ações emitidas** – São as ações autorizadas que foram emitidas e possuídas pelos acionistas. A Brasileira S.A. emitiu 500.000 ações. O número de ações emitidas corresponde à soma das ações em circulação com as ações em tesouraria.

**Ações em tesouraria** – É permitido à companhia recomprar parte de suas ações emitidas e mantê-las como ações em tesouraria, e estas não serão mais consideradas ações em circulação. No Brasil, esta compra poderá ser feita até o montante do saldo de suas reservas (exceto a reserva legal) e lucros acumulados, mas sem redução de seu capital social. No exemplo, a Brasileira S.A. tem 2.000 ações em tesouraria. A empresa pode vender ações em tesouraria, pode utilizá-las para adquirir outras empresas ou pode cancelá-las, reduzindo o número de ações emitidas.

**Ações em circulação** – São as ações que foram emitidas e estão nas mãos dos acionistas; encontram-se disponíveis para compra e venda no mercado secundário. No exemplo, a Brasiliana S.A. tem 498.000 (= 500.000 – 2.000) ações em circulação.

## VALOR NOMINAL

O valor nominal de uma ação é o resultado da divisão do capital social pelo número de ações. A responsabilidade legal do acionista está limitada ao valor nominal. No exemplo, o valor nominal da ação ordinária é igual a \$ 1,00 (= \$ 500.000 ÷ 500.000 ações).

Uma ação ordinária pode ser autorizada com ou sem valor nominal. Na prática, as ações das empresas não têm valor nominal ou têm valor nominal pequeno, e a ação ordinária é lançada por preço igual ou superior ao valor nominal.

O valor nominal de uma ação é também denominado *valor ao par*.

**Ágio na venda de ações** – As empresas, ao lançarem e venderem novas ações, geralmente o fazem por um preço acima do valor nominal. Essa diferença entre o valor recebido pela venda de uma ação no mercado primário e o valor nominal ou estabelecido na emissão é denominado *ágio de subscrição ou ágio na venda de ações*. A Brasiliana S.A. vendeu suas 500.000 ações por \$ 2,50, obtendo um ágio de \$ 1,50 por ação (\$ 2,50 - \$ 1,00), num total de \$ 750.000, conforme registrado na conta ágio na venda de ações.

## LUCROS ACUMULADOS

Também denominado *lucros retidos*. São os lucros que a empresa não distribui para o acionista, mas os retém sem uma destinação específica. Eles, de maneira geral, são a diferença entre os lucros obtidos e os pagamentos de dividendos.

## Atividade 1

O capital autorizado da Revivendo S.A admite a emissão de até 1 milhão de ações ordinárias. Atualmente, há 750.000 ações em circulação e 50.000 estão em tesouraria. A empresa decidiu financiar a aquisição de novos ativos imobilizados no valor de \$ 16 milhões com capital próprio. Após consultar seu banco de investimento, concluiu que a venda de novas ações ordinárias proporcionará \$ 40 por ação à empresa.

- Qual é o número máximo de novas ações ordinárias que a empresa poderá emitir sem receber autorização adicional dos acionistas?
- Com base nos dados fornecidos e no resultado do item *a*, responda se a empresa será capaz de obter os fundos necessários sem receber autorização adicional.
- O que a empresa deve fazer para obter autorização de emissão de ações em número superior ao determinado em *a*?

### Respostas Comentadas

*a. Máximo de ações disponíveis para venda*

Ações autorizadas		1.000.000
Menos: ações em circulação	750.000	750.000
Ações disponíveis		250.000

*b. Novas ações requeridas* =  $\frac{\text{Fundos necessários}}{\text{Preço por ação}} = \frac{\text{R\$ } 16.000.000}{\text{R\$ } 40} = 400.000$  ações.

A empresa precisa emitir 400.000 novas ações com recebimento de \$ 40 por cada uma, para obter os \$ 16 milhões necessários. Portanto, ela não será capaz de conseguir os fundos necessários sem receber autorização adicional dos acionistas.

Ela tem permissão para emitir mais 250.000 novas ações. Logo, deve requerer autorização para emitir um adicional de 150.000 novas ações para levantar os fundos necessários.

*c. A autorização para emissão de ações em número superior aos 1.000.000 de ações autorizadas só pode ser feita pela alteração do estatuto da empresa, o que depende da aprovação dos acionistas em assembléia geral.*

## **DIREITOS DOS ACIONISTAS DAS AÇÕES ORDINÁRIAS**

As ações ordinárias geram direitos específicos aos que as possuem. Esses direitos são estabelecidos, no Brasil, pela Lei das Sociedades por Ações e pelo estatuto da empresa. Em geral, toda ação ordinária dá a seu dono:

### **Direito aos lucros**

Os detentores de ações ordinárias têm direito legal sobre o lucro que a empresa obtém em suas operações, mas só o recebem se a empresa declarar o pagamento de dividendos. As empresas normalmente retêm uma parcela do lucro para investimento.

### **Direito sobre os ativos da empresa**

Os acionistas possuidores de ações ordinárias de uma empresa têm o direito de participar da distribuição de qualquer ativo da empresa, caso esta seja liquidada. Mas esse direito é residual, já que eles estão subordinados aos direitos dos credores.

### **Direito a voto**

Os acionistas possuidores de ações ordinárias de uma empresa são seus donos e têm direito de eleger a diretoria. A diretoria, por sua vez, escolhe a administração que, de fato, controla as operações da empresa. Numa empresa de grande porte, os acionistas geralmente exercem o controle da empresa apenas de maneira indireta, através da diretoria que foi eleita por eles. Cada ação ordinária assegura a seu proprietário o direito de um voto nas deliberações da assembléia geral.

### **Direito de retirada**

Os acionistas ordinários que não concordarem com certas deliberações tomadas em assembléia podem se retirar da sociedade, mediante o pagamento do reembolso do valor de suas ações. Algumas dessas deliberações são: a alteração da proporção das ações preferenciais com a criação de ações do mesmo tipo ou aumento de classes de ações preferenciais, sem estar previsto ou autorizado pelo estatuto da empresa; alteração nas preferências, vantagens e condições de resgate ou amortização de uma ou mais classe de preferenciais ou criação de

nova classe mais favorecida; redução do dividendo obrigatório; mudança do objeto social da companhia.

## **Direito de fiscalizar a gestão dos negócios da sociedade**

Um acionista tem direito de examinar os livros e registros da empresa; entretanto, para proteger os interesses da empresa e do acionista, o acesso é limitado. Há um consenso, por parte dos administradores das empresas, de que os demonstrativos financeiros auditados são suficientes para satisfazer esta exigência.

## **Direito de preferência**

O direito de preferência dá, aos proprietários de ações ordinárias, o direito de manter sua participação proporcional no capital da empresa. Os acionistas têm direito de preferência de compra, em bases proporcionais, de quaisquer novas emissões de ações e partes beneficiárias conversíveis em ações, bem como de quaisquer lançamentos de títulos que possam ser convertidos em ações ordinárias, tais como as debêntures conversíveis em ações e os bônus de subscrição.

Direito de subscrição é o direito de preferência que consiste em garantir aos atuais acionistas a preferência de comprar quaisquer ações adicionais que venham a ser vendidas pela empresa, com preço e prazo determinado, na proporção direta ao número de ações que possuem.

No direito de subscrição, a empresa, ao conceder o direito de preferência, deve oferecer as novas ações primeiramente aos atuais acionistas, via uma oferta de direitos. Cada acionista recebe um direito de subscrição para cada ação ordinária possuída.

O direito de preferência tem dois objetivos:

1. Garantir, pelo direito de subscrição, que os atuais acionistas tenham a possibilidade de manter o controle proporcional da empresa, quando novas ações são emitidas. Se essa proteção não existisse, a administração poderia emitir um número grande de ações adicionais e comprá-las, ela mesma, tomando o controle da sociedade anônima.

**Exemplo:** Suponha que Marcel Sombreiro tenha 1.000 ações ordinárias da Granada S.A. A Granada tem 1.000.000 ações em circulação. Marcel detém, portanto, 0,1% das ações em circulação.

A Granada decide emitir mais 250.000 novas ações ordinárias. Como o seu estatuto prevê o direito de preferência, Marcel tem direito a comprar 0,1% da emissão, ou seja, 250 novas ações ordinárias.

2. Proteger os acionistas contra a diluição de sua propriedade. A diluição da propriedade pode resultar na diluição dos lucros, já que cada acionista existente passa a ter direitos de reivindicação à parcela menor dos lucros da empresa.

Exemplo de diluição do capital: Suponha que uma empresa tenha em circulação 1.000 ações ordinárias, cada uma ao preço de \$ 50, fazendo com que o valor de mercado da empresa fosse de \$ 50.000. Se ocorrer a venda de mais 1.000 ações, a \$ 40 por ação, ou \$ 40.000, isso elevaria o valor total da empresa para \$ 90.000. Com isso:

O valor total de mercado de \$ 90.000 dividido pelo novo total de ações em circulação dá um valor de \$ 45 por ação ( $\$ 90.000 \div 2.000$  ações).

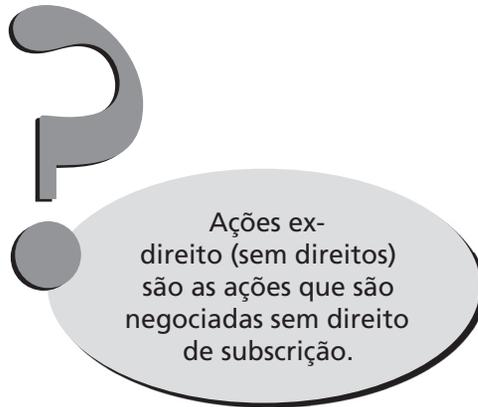
Os antigos acionistas iriam perder \$ 5,00 por ação ( $\$ 50 - \$ 45$ ) e os acionistas novos teriam um lucro instantâneo de \$ 5,00 por ação ( $\$ 45,00 - \$ 40,00$ ).

### **Mecanismo da oferta de direitos**

Quando uma empresa faz uma oferta de direitos, o Conselho de Administração, autorizado pela Assembléia Geral Ordinária ou Extraordinária, precisa determinar:

**Data de registro** – Data em que o proprietário de uma ação ordinária com direitos de subscrição deve ser proprietário legal indicado no livro de registro de ações da companhia.

**Data ex-direitos** – Data a partir da qual as ações ordinárias são negociadas sem o direito de subscrição. Uma ação com direitos de subscrição começa a ser negociada ex-direitos um dia útil antes da data de registro.



**Acionistas registrados** – Acionistas da empresa na data de registro. A empresa emitente vende aos acionistas registrados os direitos de subscrição, tais acionistas são livres para exercê-los, vendê-los ou deixá-los expirar. Os direitos são transferíveis. Eles podem ser exercidos, durante um período de tempo especificado, a um determinado preço chamado preço de subscrição.

**Preço de subscrição** – O preço pelo qual uma nova ação pode ser comprada no lançamento.

**Preço de exercício de direitos** – Preço pelo qual uma ação ordinária pode ser comprada através do exercício de direitos. Os direitos podem ser exercidos durante o período específico de tempo; é estabelecido abaixo do preço em vigor no mercado.

## Atividade 2

### Direitos dos acionistas

Marque certo ou errado para as sentenças a seguir:

I. Os acionistas não podem escolher o Conselho de Administração.

( ) certo ( ) errado

II. Os acionistas possuidores de ações ordinárias têm prioridades sobre os ativos, no caso de liquidação da empresa.

( ) certo ( ) errado

III. Os acionistas podem vender suas ações sem pedir permissão prévia à empresa.

( ) certo ( ) errado

IV. Os direitos não têm valor, se o preço de mercado for inferior ao preço de subscrição.

( ) certo ( ) errado

V. Se um acionista ordinário não exercer nem vender seus direitos de comprar 100 ações a \$ 45 cada, ele perde \$ 4.500.

( ) certo ( ) errado

### Respostas Comentadas

*I. Errado. São os acionistas ordinários que elegem o Conselho de Administração.*

*II. Errado. A prioridade do acionista ordinário sobre os ativos da empresa, no caso de liquidação, é a mais baixa.*

*III. Certo. O acionista ordinário pode dispor das ações quando ele quiser. É um dos direitos dele.*

*IV. Certo. Nenhum acionista exerceria seus direitos se o preço de mercado fosse inferior ao preço de subscrição.*

*V. Errado. Ele perde, mas não \$ 4.500. A perda do acionista será a diferença entre o valor de mercado da ação antes e depois da subscrição vezes o número de ações que ele possui.*

## DECISÕES ADMINISTRATIVAS

Quando da análise da decisão de uma oferta de direitos de subscrição, a administração financeira de uma empresa precisa tomar as seguintes decisões:

- **preço de subscrição** – preço da ação ordinária que será vendida aos possuidores do direito de subscrição. O preço de subscrição normalmente é colocado abaixo do preço corrente de mercado. Isso ocorre porque:

- 1 – pode causar um desequilíbrio no mercado, quando a quantidade de demanda pela ação é igual à quantidade ofertada; como vai aumentar a oferta de ações em relação à demanda, o preço de mercado tende a cair;
- 2 – a diluição da propriedade e dos lucros esperados e;
- 3 – o mercado pode entender que se a administração decidiu se financiar com ações ordinárias é porque acredita que elas estão supervalorizadas. Isso ocorre porque se supõe que as decisões do administrador são tomadas com o objetivo de maximizar a riqueza dos acionistas existentes. Se o administrador acredita que as perspectivas da empresa não são boas e que o mercado não avaliou adequadamente o valor da empresa, ele sabe que o preço da ação está alto. Portanto, seria mais vantajoso para os acionistas atuais que a empresa obtivesse os recursos de que necessita via emissão de ações, em vez de empréstimos, pois haveria uma tendência de queda no preço da ação.

- **número de direitos necessários para comprar uma ação** – como se sabe antecipadamente qual o montante de fundos a serem levantados, essa quantia pode ser dividida pelo preço de subscrição, para se obter o número total de ações a serem vendidas.

$$\text{Novas ações} = \frac{\text{Fundos necessários}}{\text{Preço de subscrição por ação}} \quad (11.1)$$

Número de direitos exigidos para se comprar uma ação =

$$\frac{\text{Total de ações em circulação}}{\text{Total de ações a serem vendidas}} \quad (11.2)$$

Exemplo: No caso da Granada S.A., a empresa pretende levantar \$ 10.000.000 através da oferta de direitos de subscrição. Atualmente, ela tem 1.000.000 de ações em circulação, que ultimamente têm sido negociadas a \$ 52. A empresa consultou um banco de investimentos, que recomendou colocar o preço de subscrição para os direitos de \$ 40 por ação. O banco acredita que, por esse preço, a oferta será completamente subscrita.

A empresa precisa pois, vender: novas ações =  $\frac{\$ 1.000.000}{\$ 40} = 250.000$  ações.

Isso significa que são necessários 4 direitos para comprar uma nova ação.

Número de direitos necessários para se adquirir uma ação =  $\frac{1.000.000}{250.000} = 4$

Portanto, cada direito habilita o seu possuidor a 1/4 de uma ação ordinária existente.

### Valor de um direito de subscrição

Para que o mercado se interesse pelas novas ações ordinárias, a empresa as lança por um preço menor do que o preço de mercado das ações ordinárias já existentes. A diferença entre o preço de mercado e o preço de subscrição é o valor de um direito.

O valor de mercado de um direito pode ser diferente, dependendo de a ação estar sendo negociada com direito de subscrição ou ex-direitos. Mas, teoricamente, esse valor deveria ser o mesmo.

O valor de mercado de um direito pode ser diferente do valor teórico, se houver expectativas, por parte dos investidores, de que o preço da ação da empresa que está lançando as ações com direito de subscrição aumente durante o período em que os direitos possam ser exercidos. Nesse caso, o valor de mercado dos direitos subirá além do valor teórico.

## Valor de um direito quando a ação está sendo negociada com direitos

O valor teórico de um direito, quando a ação está sendo negociada com direitos, é obtido pela seguinte equação:

$$D_w = \frac{M_w - S}{N + 1} \quad (11.3)$$

$D_w$  = valor teórico de um direito de compra

$M_w$  = preço de mercado da ação com direitos

$S$  = preço de subscrição da ação

$N$  = número de direitos necessários para comprar uma nova ação ordinária

Exemplo: A ação da Granada S.A. está atualmente sendo vendida com direitos ao preço de \$ 52 cada uma; o preço de subscrição é de \$ 40 para cada uma, e quatro direitos são necessários para comprar uma nova ação. De acordo com a equação 11.3, o valor de um direito é:

$$D_w = \frac{\$ 52 - \$ 40}{4 + 1} = \$ 2,4$$

Este resultado de \$ 2,40 representa o preço do direito de subscrição de uma nova ação para cada quatro ações antigas possuídas.

## Valor de um direito quando a ação está sendo negociada ex-direitos

Quando uma ação é negociada ex-direitos, quem a adquire não tem direito de subscrição. Se não tem direito, é normal que quem esteja disposto a comprá-la queira pagar somente a diferença entre o preço da ação negociada com direito menos o valor do direito, isto é, o preço ex-direito. O preço ex-direito pode ser encontrado pela fórmula 11.4, a seguir:

$$M_e = M_w - D_w \quad (11.4)$$

Onde:

$M_e$  = valor de mercado da ação sendo negociada ex-direitos.

No nosso exemplo:

O preço de mercado da ação com direitos,  $M_w = \$ 52$

O valor teórico de um direito de compra,  $D_w = D_w = \$ 2,4$

Substituindo na fórmula, fica:

$$M_e = \$ 52 - \$ 2,4 = \$ 49,60$$

O preço da ação ex-direitos, portanto, é igual a \$ 49,60.

Este preço ex-direitos da ação ordinária existente no mercado  $M_e$  pode também ser obtido pela fórmula 11.5, a seguir:

$$M_{ex} = \frac{(M_w \times N) + S}{N + 1} \quad (11.5)$$

Aplicando a fórmula 11.5 no caso da Granada, obtemos o preço da ação ex-direitos:

$$M_{ex} = \frac{(\$ 52 \times 4) + \$ 40}{4 + 1} = \frac{\$ 248}{5} = \$ 49,60$$

Preço ex-direitos do direito de subscrição – quando se negocia só o direito de subscrição e a ação está sendo negociada ex-direitos, o seu valor teórico,  $D_e$ , é dado pela equação 11.6, a seguir:

$$D_e = \frac{M_e - S}{N} \quad (11.6)$$

$D_e$  = valor teórico de um direito quando a ação está sendo vendida ex-direitos.

Exemplo: A diferença entre o preço ex-direitos,  $M_e$ , e o preço de subscrição,  $S$ , corresponde ao valor do número de direitos necessário para se comprar uma ação ordinária. Aplicando a fórmula no nosso exemplo, temos que o valor de um direito, quando a ação está sendo vendida ex-direitos, é:

$$D_e = \frac{\$ 49,60 - \$ 40}{4} = \$ 2,4$$

### Atividade 3

O preço da ação da Bareta S.A. é \$ 45. Os acionistas têm a oportunidade de subscrever, por \$ 27, uma ação para cada 11 ações que já possuam. Joana Jardim tem 300 ações da Bareta.

- Caso Joana decida não subscrever novas ações, quanto ela pode obter por seus 300 direitos?
- O que acontecerá com o preço de mercado da ação ordinária da Bareta após a data ex-direitos? Determine o novo preço de equilíbrio.

#### Respostas Comentadas

a. O preço que Joana pode obter por seus 300 direitos, caso decida não subscrever novas ações, pode ser encontrado pelo cálculo do preço teórico de cada direito de compra, pela fórmula:

$$D_w = \frac{M_w - S}{N + 1}$$

Onde:

$D_w$  = valor teórico de um direito de compra

$M_w$  = preço de mercado da ação com direitos

$S$  = preço de subscrição da ação

$N$  = número de direitos necessários para comprar uma nova ação ordinária

Substituindo, temos:

$$M_w = \$ 45 \qquad S = \$ 27 \qquad N = 11$$

$$D_w = \frac{\$ 45 - \$ 27}{11 + 1} = \frac{\$ 18}{12} = \$ 1,50$$

Joana poderia vender seus 300 direitos por \$ 1,50 cada uma.

b. Após o fim do período do exercício do direito de subscrição, os investidores que comprarem ações não vão receber o direito de subscrição, que vale \$ 1,50. Por isso, o preço da ação sem o direito deverá cair pelo valor do direito.

O preço de mercado ex-direitos, portanto, será igual a: \$ 45 - \$ 1,50 = \$ 43,50.

Pode também ser encontrado pela seguinte fórmula 11.5:

$$M_{ex} = \frac{(M_w \times N) + S}{N + 1}$$

Onde:

$M_{ex}$  = preço de mercado da ação ex-direitos

## DECISÕES DO ACIONISTA

Ao receber os direitos de subscrição, um acionista pode adotar uma das seguintes alternativas:

- (1) exercer os direitos e comprar as novas ações,
- (2) vender os direitos, desde que tenham valor de mercado,
- (3) deixar que os direitos expirem e percam a validade.

Para decidir sobre uma dessas alternativas, o acionista precisa saber primeiro quantos direitos são necessários para comprar uma nova ação e estabelecer um método para determinar o valor de um direito.

### Número de direitos necessários para comprar uma nova ação ordinária

Exemplo: Continuando com a Granada S.A., vimos que a empresa precisa emitir 250.000 novas ações ordinárias para obter o financiamento necessário de \$ 10.000.000. Como ela tem 1.000.000 de ações em circulação, emitirá 1.000.000 de direitos para seus acionistas. Esses direitos serão utilizados para comprar uma nova ação, e quatro direitos serão necessários para comprar uma nova ação ordinária.

Vimos também que, como o acionista Marcel Sombreiro possui 1.000 ações da Granada, ele receberá 1.000 direitos e poderá comprar 250 ações ( $1.000 \times 1/4$ ). Se exercer seus direitos, Marcel manterá a sua participação proporcional na Granada S.A.

$$\begin{aligned} \text{Participação acionária antes do direito} &= \frac{1.000 \text{ ações}}{1.000.000 \text{ ações}} \\ &= 0,001 = 0,1\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Participação acionária depois do direito} &= \frac{1.250 \text{ ações}}{1.250.000 \text{ ações}} \\ &= 0,001 = 0,1\% \end{aligned}$$

## Efeito do exercício dos direitos

Supondo que Marcel Sombreiro exerça seus direitos e compre 250 novas ações ordinárias, o valor de mercado de sua participação na Granada antes da oferta de direitos = 1.000 ações × \$ 52 = \$ 52.000. Ao exercer seus direitos, Marcel paga \$ 10.000 ( $40 \times 250$ ) à empresa.

A sua riqueza, refletida pelo valor das ações, antes e depois do exercício de direitos, é mostrada a seguir:

Antes da subscrição		Depois da subscrição	
1.000 ações a \$ 52	\$ 52.000	1.250 ações a \$ 49,60	\$ 62.600
Caixa	10.000	Caixa	0
Riqueza total	\$ 62.000	Riqueza total	\$ 62.000

A riqueza do Sr. Marcel, antes e depois da subscrição, é exatamente a mesma; o exercício dos direitos não aumentou a sua riqueza.

## Efeito do não-exercício dos direitos de venda

Supondo que Marcel Sombreiro não exerça seus direitos e, em vez de comprar as ações com esses direitos, ele os vendeu por \$ 2,4 cada um. Ele receberá um total de \$ 2.400 (1.000 direitos × \$ 2,4). Sua riqueza, antes e depois da subscrição, será:

Antes da subscrição		Depois da subscrição		
1.000 ações a \$ 52	\$ 52.000	1.000 ações a \$ 49,60	\$ 49.600	
Caixa	10.000	Caixa antes	\$ 10.000	
		(+) Venda dos direitos	2.400	12.400
Riqueza total	\$ 62.000	Riqueza total	\$ 62.000	

## Efeito de deixar que os direitos expirem e percam a validade

Se o Sr. Marcel Sombreiro não exercer nem vender os seus direitos, perde \$ 2.400, ou seja,  $50 - 49,6 \times 1.000$  ações. Sua riqueza cairá para \$ 59.600 [ $49.600 (1.000 \text{ ações} \times \$ 49,6) + \$ 10.000$ ].

Antes da subscrição		Depois da subscrição – se não exercer	
1.000 ações a \$ 52	\$ 52.000	1.000 ações a \$ 48	\$ 49.600
Caixa	10.000	Caixa	10.000
Riqueza total	\$ 62.000	Riqueza total	\$ 59.600



Este exemplo foi desenvolvido em bases teóricas; na prática, o preço de mercado para os direitos pode variar em relação ao valor teórico do direito, o que leva o acionista a preferir uma ou outra alternativa. Outra variável importante são os custos de transações que não existem na oferta de direitos, tornando as ofertas atraentes, o que pode estimular o acionista a exercer seus direitos.

## Atividade 4

A Remanso S.A tem 900.000 ações ordinárias em circulação. Ela pretende levantar os recursos necessários para implementação dos novos projetos de investimentos, lançando 600.000 novas ações ordinárias. O preço atual da ação ordinária é \$ 31. As novas ações serão emitidas a \$ 24. Evandro Silva tem 1.350 ações da Remanso S.A. e tem \$ 15.000 disponíveis para investir.

- Coloque em uma tabela a riqueza de Evandro (em dinheiro e ações) antes e depois da subscrição. Suponha que ele utilize parte do seu dinheiro para exercer seus direitos. Explique cada valor apresentado na tabela.
- Suponha que Evandro venda seus direitos pelo valor teórico. Mostre sua riqueza após a subscrição (em dinheiro e em ações ordinárias). Explique como você determinou o valor das ações e o valor dos direitos.

### Resposta Comentada

*Ações em circulação = 900.000*

*A empresa está pensando em captar novos recursos via emissão de 600.000 novas ações ordinárias.*

*Preço de mercado da ação com direitos:  $M_w = \$ 31$*

*Preço de subscrição da ação:  $S = \$ 24$*

*Nº de direitos necessários para subscrever uma nova ação,*

$$N = \frac{900.000 \text{ ações}}{360.000 \text{ novas ações}} = 2,5$$

*Portanto, serão necessários 2,5 direitos para se adquirir 1 ação da Remanso.*

$$\text{Valor teórico de cada direito: } D_w = \frac{M_w - S}{N + 1}$$

$$D_w = \frac{\$ 31 - \$ 24}{2,5 + 1} = \frac{\$ 7}{3,5} = \$ 2,0$$

Nº de ações possuídas por Evandro: 1.350

Participação percentual do Evandro antes da emissão das ações:

$$\frac{\text{número de ações possuídas}}{\text{número de ações em circulação da empresa}}$$

$$\frac{1.350 \text{ ações}}{900.000 \text{ ações}} = 0,0015 = 0,15\%$$

Antes da subscrição, a riqueza de Evandro era

Antes da subscrição	
1.350 ações a \$ 31	\$ 41.850
Caixa	15.000
Riqueza total	\$ 56.850

Depois da subscrição:

O preço de mercado ex-direitos será igual a \$ 31 - \$ 2,0 = \$ 29.

Evandro tem direito de comprar 540 novas ações (= 360.000 novas ações × 0,0015 = 540 ações).

Ao exercer o direito de subscrição, ele vai desembolsar 540 × \$ 24 = \$ 12.960.

Então, o seu caixa vai diminuir \$ 12.960, ficando igual a \$ 2.040.

Evandro terá agora 1.890 ações (as 1.350 antigas mais as 540 novas adquiridas), mas o preço de mercado agora é igual a \$ 29.

A riqueza do Evandro será a mesma, como demonstrado a seguir:

Depois da subscrição	
1.890 ações a \$ 29	\$ 54.810
Caixa	2.040
Riqueza total	\$ 56.850

## **Vantagens do financiamento da empresa com ações ordinárias**

### **Vantagens**

1- a empresa não assume compromissos de fazer pagamentos periódicos aos acionistas;

2- a empresa não tem obrigação de restituir os recursos obtidos através de ações ordinárias, uma vez que elas não têm data especificada de vencimento;

3- a empresa pode aumentar sua capacidade de empréstimo, pois quanto mais ações ordinárias tiver, maior será a sua base de capital próprio.

### **Desvantagens**

1- Diluição potencial do controle da empresa, porque a venda de novas ações ordinárias pode mudar o controle proporcional de alguns acionistas, quando estes não exercem seus direitos de preferência na ocasião da emissão dessas novas ações.

2- Diluição potencial do lucro, porque quanto maior o número de ações, menor o lucro por ação.

3- Os dividendos pagos aos acionistas ordinários não são dedutíveis para efeito de imposto de renda, como o são os juros dos títulos de dívida.

4- O custo das ações ordinárias, normalmente, é mais alto que o custo de dívida de longo prazo. Isso ocorre porque os dividendos não são dedutíveis para fins de imposto de renda e porque o risco das ações ordinárias é relativamente maior que o risco das dívidas e das ações preferenciais.

## **AÇÃO PREFERENCIAL**

Ação que confere ao seu titular a prioridade no recebimento de dividendos e no reembolso de seu capital pelo valor nominal, no caso de liquidação dos ativos da sociedade. Participam, em igualdade com as ações ordinárias, dos aumentos do capital social decorrentes da incorporação de reservas e lucros mas não têm direito a voto.

## Características

As ações preferenciais têm características comuns tanto às ações ordinárias como aos títulos de longo prazo, por isso são conhecidas como títulos híbridos. O termo preferencial se refere à prioridade sobre as ações ordinárias no que se refere a pagamentos de dividendos e atendimento de seus direitos, no caso de liquidação da empresa. Os dividendos das ações preferenciais podem ser fixos, mínimos e cumulativos ou não.

**Dividendos cumulativos** – São os dividendos que, se não forem pagos em um exercício, por falta de lucros, vão sendo acumulados até que a empresa apresente lucro suficiente para pagá-los. Todos os dividendos em atraso para as ações preferenciais cumulativas devem ser pagos antes que a empresa pague dividendos a qualquer outro investidor na entidade.

Os dividendos não-cumulativos só são pagos se houver lucro suficiente nos exercícios em que foram gerados.

**Dividendos preferenciais fixos** – São os dividendos determinados em unidades monetárias. São semelhantes aos juros, no caso dos juros dos títulos de longo prazo.

**Dividendos preferenciais mínimos** – A ação preferencial com dividendo mínimo participa dos lucros distribuídos em igualdade de condições com as ordinárias, depois de àquelas estar assegurado dividendo igual ao mínimo. Esses dividendos podem ser ou não determinados em unidades monetárias, podem ser fixados com base em um percentual sobre o valor nominal da ação ou sobre o valor total do capital preferencial.

A definição de qual é o dividendo preferencial, se fixo, mínimo ou máximo, o valor ou o percentual e outras condições (cumulativo ou não) é dada pelo estatuto da sociedade anônima.

No Brasil, preferenciais com dividendo mínimo têm direito de receber dividendos por ação igual ou maior do que os das ações ordinárias, já que elas têm o mesmo acesso ao lucro líquido ajustado para distribuição de dividendos. Tal direito, assegurado por lei, resultou essencialmente da necessidade de se conciliar a indução à abertura do capital das empresas com a indução aos poupadores para que se tornem acionistas. Essa conciliação foi possível através da popularização da ação preferencial,

que não tem direito de voto nas assembleias de acionistas. A Lei 6.404 permitiu que a participação das ações preferenciais no capital das empresas atingisse a 2/3 das ações emitidas. Dessa forma, induziu-se o empresário a abrir o capital de sua empresa sem perda ou deterioração de seu controle. Por outro lado, assegurou-se aos acionistas preferenciais participação igual ou maior sobre os lucros líquidos auferidos pelas empresas.

**Exemplo:** A empresa Itararé S.A. tem capital subscrito e integralizado no valor de \$ 1.500.000.000, representado por 100.000.000 ações sem valor nominal, das quais 2.000.000 são preferenciais classe A com dividendo fixo de \$ 0,06, 2.000.000 de ações preferenciais classe B e o restante de ações ordinárias, todas escriturais sem valor nominal:

Capital social	
Ações preferenciais, classe A - 20.000.000 ações com dividendo fixo de 5% ao ano do seu capital	\$ 100.000.000
Ações preferenciais, classe B - 30.000.000 com dividendo mínimo de 6% ao ano do seu capital	150.000.000
Ações ordinárias – 50.000.000	250.000.000
<b>Total</b>	<b>\$ 500.000.000</b>

Considerando que a Itararé tenha fixado no seu estatuto que 25% do lucro líquido serão pagos em dividendos, e que caberá às ações ordinárias a diferença entre esse total e o que restar após a distribuição do lucro às ações preferenciais com dividendo fixo e mínimo, o lucro a ser distribuído é de \$ \$ 4.500.000. Então, o cálculo da distribuição seria:

Para as ações preferenciais classe A: $20.000.000 \times \$ 0,05$	=	\$ 1.000.000
Para as ações preferenciais classe B: $30.000.000 \times \$ 0,06$	=	1.800.000
<b>Total</b>		<b>\$ 2.800.000</b>

Dos lucros disponíveis de \$ 4.500.000, \$ 2.800.000 foram distribuídos para as ações preferenciais, restando \$ 1.700.000 para os acionistas ordinários. Então, o dividendo por ação dos acionistas ordinários seria  $\$ 1.700.000 \div 50.000.000 \text{ ações} = \$ 0,034$ .

A distribuição seria:

Ações preferenciais classe A (com dividendo fixo)	$20.000.000 \times \$ 0,05$	\$ 1.000.000
Ações preferenciais classe B (com dividendo mínimo)	$30.000.000 \times \$ 0,06$	1.800.000
Ações ordinárias	$50.000.000 \times$ $\$0,034$	1.700.000
		\$ 4.500.000

Supondo agora que o lucro disponível para distribuição seja de \$ 6.000.000.

Os dividendos das ações preferenciais seriam:

Para as ações preferenciais classe A: $20.000.000 \times \$ 0,05$	=	\$ 1.000.000
Para as ações preferenciais classe B: $30.000.000 \times \$ 0,06$	=	1.800.000
Total		\$ 2.800.000

Resta, então, \$ 3.200.000 (= \$ 6.000.000 – \$ 2.800.000) dos lucros disponíveis, \$ 3.200.000 para os acionistas ordinários. Então, o dividendo por ação dos acionistas ordinários seria  $\$ 3.200.000 \div 50.000.000$  ações = \$ 0,064.

Como o acionista preferencial classe B de dividendo mínimo não pode receber dividendos menores do que os que recebe o acionista ordinário, temos que redistribuir a diferença entre o lucro restante de \$ 5.000.000 (= \$ 6.000.000 – \$ 1.000.000 de dividendo preferencial fixo) entre os acionistas preferenciais classe B e os acionistas ordinários, na proporção em que participam do capital total.

Dividindo o capital das ações preferenciais classe B – \$ 150.000.000 pelo total de capital das ações preferenciais classe B mais ações ordinárias – \$ 400.000.000, temos 0,0357:

$$\$ 150.000.000 \div \$ 400.000.000 = 0,0357.$$

Fazendo o mesmo raciocínio para as ações ordinárias, temos:

$$\$ 250.000.000 \div \$ 400.000.000 = 0,0625.$$

**Fundamentos de Finanças** | Títulos mobiliários básicos: ações, debêntures e outros títulos de dívida – 2ª parte: ações ordinárias e ações preferenciais

A participação percentual das ações preferenciais classe B e ações ordinárias no capital total da empresa é:

Ações		Capital	Percentual de participação
30.000.000	Ações preferenciais classe B	\$ 150.000.000	37,50%
50.000.000	75% para as ações ordinárias	250.000.000	62,50
80.000.000		\$ 400.000.000	100%

Então, dos \$ 5.000.000 serão assim distribuídos:

Para as ações preferenciais classe B: \$ 5.000.000 × \$ 0,375	=	\$ 1.875.000
Para as ações ordinárias: \$ 5.000.000 × \$ 0,625	=	3.125.000
Total		\$ 5.000.000

O dividendo por ação será:

		Dividendo por ação
Ações preferenciais classe B (com dividendo mínimo)	\$ 1.875.000 ÷ 30.000.000	\$ 0,0625
Ações ordinárias	3.125.000 ÷ 50.000.000	0,0625

Logo, a distribuição do lucro disponível de \$ 6.000.000 por ação será:

Ações preferenciais classe A (com dividendo fixo)	20.000.000 × \$ 0,05	=	\$ 1.000.000
Ações preferenciais classe B (com dividendo mínimo)	30.000.000 × \$ 0,0625	=	1.875.000
Ações ordinárias	50.000.000 × \$ 0,0625	=	3.125.000
Total			\$ 6.000.000

## Distribuição de ativos

Os acionistas preferenciais têm prioridades sobre os acionistas ordinários na liquidação dos ativos, em caso de falência, embora precisem esperar até que todos os credores tenham sido satisfeitos. O montante dos direitos dos acionistas preferenciais no processo legal de liquidação é normalmente igual ao valor nominal ou declarado das ações preferenciais. A prioridade do acionista preferencial sobre o acionista ordinário coloca este último em posição de mais risco quanto à recuperação de seu investimento.

## Outras características

A ação preferencial, em geral, não tem data de vencimento, mas pode ser lançada com cláusula que defina, entre outros direitos, o:

## Direito de voto

Normalmente, as ações preferenciais não têm direito a voto. Mas algumas ações preferenciais têm cláusulas que permitem a seus proprietários o direito a voto. No Brasil, há dois casos nos quais os acionistas preferenciais passam a ter direito a voto:

a) quando a empresa deixa de pagar os dividendos fixos ou mínimos a que fazem jus durante o prazo estipulado no estatuto, não superior a três anos consecutivos; tal direito é mantido até o pagamento, se não cumulativos, ou até que sejam pagos os cumulativos em atraso;

b) quando as ações preferenciais têm direito a voto por força de estipulação nesse sentido nos próprios estatutos da empresa, ou seja, o direito a voto que, normalmente, não é atribuído às ações preferenciais poderá vir a sê-lo, com restrições, pela Assembléia Geral ou pelos estatutos.

## Atividade 5

### Características das ações preferenciais

Marque certo ou errado para as sentenças a seguir:

I. As ações preferenciais são consideradas títulos híbridos porque têm características de endividamento e características de capital próprio.

II. As ações preferenciais são semelhantes às ações ordinárias no sentido de que o valor nominal de ambas tem apenas importância contábil.

certo  errado

III. Caso a empresa não possa pagar dividendos às ações preferenciais, ela pode ser forçada à falência.

certo  errado

IV. Uma ação preferencial cumulativa, com valor nominal de \$ 55 e taxa de 7%, paga um dividendo anual de \$ 3,50.

certo  errado

V. A cláusula de acumulação de dividendos nas ações preferenciais não garante o pagamento de dividendos.

certo  errado

VI. No Brasil, por lei, as ações preferenciais de dividendo fixo não podem receber dividendos por ação menor que os dividendos das ações ordinárias.

certo  errado

### Respostas Comentadas

*I. Errado. O não pagamento de dividendos preferenciais não implica falência.*

*II. Errado. O valor nominal da ação preferencial pode ser usado como base para pagamento de dividendo.*

*III. Errado. O dividendo anual é igual a  $\$ 55 \times 0,07 = \$ 3,85$ .*

*IV. Certo. Porém, garante o direito de receber os dividendos atrasados se, e quando, a empresa voltar a ter lucros para distribuir dividendos.*

*V. Errado. O dividendo preferencial fixo é denominado em valor monetário, e o acionista só tem direito a receber o valor deste dividendo.*

*VI. Certo. As ações preferenciais constituem endividamento porque há o pagamento contratual especificado de dividendos, que é efetuado antes de remunerar os acionistas ordinários. E constituem patrimônio líquido, porque a empresa não é considerada inadimplente, se não realizar o pagamento dos dividendos preferenciais prometidos.*

## **Vantagens e desvantagens da ação preferencial**

### **Vantagens**

1- O financiamento através de ações preferenciais aumenta a alavancagem financeira da empresa com o pagamento de dividendos fixos aos seus portadores;

2- As ações preferenciais, por não terem prazo de vencimento e pagamento de dividendo conhecidos, proporcionam maior flexibilidade de planejamento à empresa;

3- A ação preferencial permite que a empresa mantenha sua posição alavancada sem correr um risco tão grande a ponto de ser forçada a abandonar o negócio, num ano de resultados ruins, como poderia ser o caso, se ela falhasse no pagamento de juros;

4- As ações preferenciais são um instrumento financeiro muito usado em fusões ou incorporações de empresas. Os proprietários da empresa que está sendo adquirida podem preferir uma oferta enfatizando renda e segurança do que simplesmente valorização do capital. Neste caso, a ação preferencial tem papel importante para facilitar a incorporação.

### **Desvantagens**

1- O custo do financiamento das ações ordinárias é normalmente maior que o custo dos títulos de longo prazo. Isto ocorre porque o pagamento dos dividendos preferenciais não é garantido como é o pagamento de juros sobre os títulos de dívida. Como o risco da ação preferencial é maior do que o risco dos títulos de longo prazo, a taxa de dividendos é superior à taxa paga pelos títulos emitidos pela mesma empresa. Outro fator que aumenta o custo da ação preferencial é que os

dividendos pagos às ações preferenciais não é considerado uma despesa dedutível para efeito de imposto de renda, como no caso dos juros dos títulos de longo prazo;

2- A obrigação de pagar dividendos preferenciais faz com que uma empresa que esteja em crescimento e necessite reter uma grande parcela do lucro para reinvestir, não considere o financiamento através de ações preferenciais uma boa opção.

## **CONCLUSÃO**

Conforme você percebeu nesta aula, a empresa pode conseguir recursos de longo prazo para financiar seus projetos de investimento com emissão de ações ordinárias, ações preferenciais e dívidas de longo prazo. Os investidores que possuem ação ordinária de uma empresa são os seus verdadeiros donos. São proprietários residuais no sentido de que só têm direito ao ativo e ao lucro da empresa após terem cumprido todas as obrigações com os outros fornecedores de fundos para a empresa. As ações preferenciais são consideradas títulos híbridos, já que possuem características de ações ordinárias e endividamento. As ações preferenciais, normalmente, não têm direito a voto, só podendo seus proprietários votarem em situações em que a empresa esteja com dificuldades financeiras, deixando, por isso, de distribuir dividendos. As ações preferenciais não têm prazo de vencimento. A principal desvantagem da ação preferencial é que os dividendos não são considerados como despesas para fins de imposto de renda. As vantagens estão associadas à maior capacidade de endividamento da empresa e à flexibilidade financeira, por não terem prazo

# Atividades Finais

## Capital Social

1. Assinale a alternativa correta.

Nas sociedades por ações:

- a. Os acionistas têm responsabilidade limitada ao preço de emissão das ações subscritas ou adquiridas; as ações preferenciais poderão garantir prioridade sobre as ações ordinárias no reembolso do capital, e é permitida a emissão de ações por preço inferior ao seu valor nominal.
- b. O capital social é dividido em ações; as ações terão obrigatoriamente valor nominal e as ações preferenciais poderão garantir prioridade sobre as ações ordinárias na distribuição de dividendos.
- c. As ações serão necessariamente nominativas; o capital social é dividido em ações, e as ações preferenciais poderão garantir prioridade sobre as ações ordinárias na distribuição de dividendos e no reembolso do capital.
- d. O capital social é dividido em ações; os sócios têm responsabilidade limitada ao preço de emissão das ações subscritas ou adquiridas, e as ações têm de ser negociadas em bolsas de valores.

## Respostas Comentadas

*a. Errada. A primeira e a segunda afirmação estão certas: os acionistas têm responsabilidade limitada ao preço de emissão das ações subscritas ou adquiridas; as ações preferenciais poderão garantir prioridade sobre as ações ordinárias no reembolso do capital. Porém, a última afirmação, é permitida a emissão de ações por preço inferior ao seu valor nominal, está errada, pois não é permitida a emissão de ações por preço inferior ao seu valor nominal.*

*b. Errada. A primeira e a terceira afirmação estão certas: o capital social é dividido em ações, e as ações preferenciais poderão garantir prioridade sobre as ações ordinárias na distribuição de dividendos. A segunda afirmação, as ações terão obrigatoriamente valor nominal, está errada, pois as companhias podem emitir ações sem valor nominal.*

*c. Certa. Todas as afirmações estão certas. As ações serão necessariamente nominativas, pois, no Brasil, é proibida a emissão de ações ao portador. O capital social é dividido em parcelas, e a menor parcela dessa divisão é denominada ações. E as ações preferenciais têm direitos prioritários sobre as ações ordinárias, na distribuição de dividendos e no reembolso do capital.*

*d. Errada. A primeira e a segunda afirmação estão certas: o capital social é dividido em ações, os sócios têm*

responsabilidade limitada ao preço de emissão das ações subscritas ou adquiridas. Porém, a terceira afirmação: e as ações têm de ser negociadas no mercado de valores mobiliários está errada, pois as ações negociadas em bolsas de valores só são as da S.A. (capital aberto).

2. A Companhia Quaselá, conforme deliberação da sua diretoria, aumentará o seu capital de \$ 78.600.000 para \$ 123.600.000, com a emissão de 22,5 milhões de novas ações com valor nominal de \$ 2,00 por ação. Será cobrado um ágio de \$ 3,30 por ação. Como ficará o patrimônio líquido da empresa, sabendo-se que não existe nenhuma outra reserva?

### Resposta Comentada

Antes, a empresa tinha:  $\$ 78.600.000 \div \$ 2,00 = 39.300.000$  ações,

para captar recursos com o lançamento de 22.500.000 novas ações.

Então, o novo aporte de capital será de  $22.500.000 \times \$ 2,00 = \$ 45.000.000$ ,

num total de  $\$ 78.600.000 + \$ 45.000.000 = \$ 123.600.000$ ;

ou  $61.800.000$  ações  $\times \$ 2,00 = \$ 123.600.000$ .

Está vendendo a ação a \$ 5,30. Então, o ágio na venda de ações é igual a:  $\$ 3,30 \times$

$22.500.000$  ações =  $\$ 74.250.000$ .

O patrimônio líquido fica:

Patrimônio Líquido	
Capital – 61.800.000 de ações a \$ 2,0	\$ 123.600.000
Reserva de capital	
Ágio na emissão de ações: 22.500.000 a \$ 3,30	74.250.000
Total	\$ 197.850.000

O total de patrimônio líquido é igual a \$ 197.850.000.

3. Ações disponíveis e ações autorizadas – O capital social autorizado da Esmeralda Minerações S.A é de 100.000 ações. O patrimônio líquido constante do balanço patrimonial é o seguinte:

	\$
Capital Social	
Ação ordinária, ações com valor nominal de \$ 0,60	48.000
Ágio na venda de ações	12.000
Lucros acumulados	36.000
Menos ações em tesouraria: 3.000 ações	6.000
<b>Total: Patrimônio líquido</b>	<b>102.000</b>

- Quantas ações foram emitidas?
- Quantas ações estão em circulação?
- Quantas ações podem ser emitidas sem a aprovação dos acionistas?
- Se a empresa emite mais 10.000 ações a \$ 1,80, quais contas do patrimônio líquido seriam alteradas?

### Respostas Comentadas

a. Em ações ordinárias temos um volume de recursos de \$ 54.000 e ações ao valor nominal de \$ 0,60. Para sabermos o número de ações emitidas, é só dividirmos o volume total de recursos pela valor nominal das ações:

$$\frac{\$ 48.000}{\$ 0,60} = 80.000 \text{ ações ordinárias}$$

b. O número de ações em circulação é igual ao número de ações emitidas (-) o número de ações recompradas pela empresa e constante na conta Ações em Tesouraria, ou seja: 80.000 ações (-) 3.000 ações = 77.000 ações.

Há, portanto, 77.000 ações em circulação.

c. A empresa pode subscrever até 100.000 ações ordinárias sem precisar alterar o seu estatuto. Como ela já tem 77.000 ações em circulação, ela pode emitir 23.000 ações (100.000 ações – 77.000 ações).

d. Ao emitir mais 15.000 ações ordinárias a \$ 2,40, as contas do patrimônio alteradas serão:

Ações ordinárias – o número de ações ordinárias emitidas aumenta para 95.000 (80.000 existentes + 15.000 novas ações).

Como o valor nominal é igual a \$ 0,60, o valor total de ações ordinárias será de \$ 57.000 ( $95.000 \times \$ 0,60$ ).

Ágio na venda de ações – como o preço de venda das ações foi de \$ 2,4, e o valor nominal é igual a \$ 0,60, houve um ágio de \$ 1,80 por ação. O saldo da conta será:  $\$ 12.000 + 15.000 \times \$ 1,80 = \$ 39.000$

O patrimônio líquido fica:

	\$
Capital social	
Ação ordinária, ações com valor nominal de \$ 0,60	57.000
Ágio na venda de ações	39.000
Lucros acumulados	36.000
Menos ações em tesouraria: 3.000 ações	6.000
Total: Patrimônio líquido	138.000

4. Número de direitos - Com as informações da tabela a seguir, calcule:

- O número de ações que podem ser adquiridas com um direito de subscrição.
- O número de ações que o acionista Alberto poderá comprar em cada uma das situações informadas:

Caso	Número de ações em circulação	Número de novas ações a serem emitidas	Número de ações possuídas por Alberto
A	1.350.000	45.000	1.200
B	2.100.000	52.500	400
C	1.200.000	60.000	1.000
D	90.000	18.000	1.500
E	270.000	54.000	1.000

### Respostas Comentadas

a. O número de direitos para se adquirir uma ação pode ser encontrado pela fórmula a seguir:

Número de direitos para se adquirir uma ação =

$$\frac{\text{Número de ações atuais}}{\text{Número de novas ações a serem admitidas}}$$

$$\text{Caso A} = \frac{1.350}{45.000} = 30 \text{ direitos}$$

São necessários 30 direitos para se adquirir uma ação.

$$\text{Caso B} = \frac{2.100.000}{52.500} = 40 \text{ direitos}$$

São necessários 40 direitos para se adquirir uma ação.

$$\text{Caso C} = \frac{1.200.000}{60.000} = 20 \text{ direitos}$$

São necessários 20 direitos para se adquirir uma ação.

$$\text{Caso D} = \frac{90.000}{18.000} = 5 \text{ direitos}$$

São necessários 5 direitos para se adquirir uma ação.

$$\text{Caso E} = \frac{270.000}{74.000} = 5 \text{ direitos}$$

b. O número de ações que o Sr. Alberto poderá comprar vai depender do número de ações que ele possui e dos direitos necessários para se adquirir uma determinada ação.

Podemos dizer que o número de ações que o Sr. Alberto poderá adquirir é igual a

$$\frac{\text{Número de ações possuídas pelo acionista}}{\text{Quantidade de direitos necessários para se adquirir uma ação}}$$

Isto posto:

$$\text{Caso A} = \frac{1.200}{30} = 40 \text{ ações} \quad \text{Caso B} = \frac{400}{40} = 10 \text{ ações}$$

$$\text{Caso C} = \frac{1.000}{20} = 50 \text{ ações} \quad \text{Caso D} = \frac{1.500}{5} = 300 \text{ ações}$$

$$\text{Caso E} = \frac{1.200}{5} = 240 \text{ ações}$$

5. Decisões do acionista – Os acionistas da Petrolux S.A. podem subscrever uma ação ordinária para cada três possuídas pelo preço unitário de \$ 14. Iago Vega é acionista da Petrolux com 600 ações ordinárias.

a. Qual o valor dos direitos de subscrição de Iago, se o preço atual da ação for \$ 21?

b. Iago vende todos os seus direitos pelo valor teórico. Calcule o valor de patrimônio (em ações da Petrolux e dinheiro) após a subscrição.

c. Iago está sem dinheiro. Para exercer seu direito de subscrição, ele precisará vender parte desses direitos. Ele planeja vender 420 direitos e aplicar o valor da venda e os 180 direitos restantes para comprar 60 novas ações da Petrolux. Suponha que os direitos sejam vendidos pelo seu valor teórico. Será viável o plano? Explique.

### Respostas Comentadas

Número de direitos necessários para subscrever as novas ações = 3

$$M_w = \$ 21 \quad S = \$ 14 \quad N = 3$$

Iago Vega tem 600 ações que lhe proporcionam 600 direitos; como cada direito dá para comprar 1/3 das ações, ele vai poder comprar:

$$600 \times \frac{1}{3} = 200 \text{ ações}$$

a. Valor dos direitos de Iago:

$$\text{Valor teórico de cada direito} = D_w = \frac{M_w - S}{N + 1}$$

$$D_w = \frac{\$21 - \$14}{3 + 1} = \frac{\$7}{4} = \$ 1,75$$

Antes da subscrição, a riqueza de Iago era:

Antes da subscrição	
600 ações a \$ 21	\$ 12.600
Caixa	0
Riqueza total	\$ 12.600

b. Depois da subscrição:

Iago vende os 600 direitos a \$ 1,75 e recebe \$ 1.050.

O preço de mercado de ação ex-direitos, será igual a: \$ 21 - \$ 1,75 = \$ 19,25.

O valor total das ações de Iago, após a subscrição, será: \$ 19,25 × 600 ações = \$ 11.550.

Então, a sua riqueza será de \$ 1.050 em dinheiro mais \$ 11.550 em ações, num total de \$ 12.600.

Depois da subscrição	
600 ações a \$ 19,25	\$ 11.550
Caixa	1.050
Riqueza total	\$ 12.600

c. Dos 600 direitos que Iago tem, ele vende 420 e, com o dinheiro recebido e os 180 direitos restantes, vai tentar comprar 60 ações ( $= 180 \times \frac{1}{3}$ ).

Recebimento pela venda dos 420 direitos =  $420 \times \$ 1,75 = \$ 735$ .

Com os 180 direitos restantes Iago vai tentar comprar 60 ações a  $\$ 14$ . Para isto, vai ter que desembolsar  $\$ 840$  ( $60 \times \$ 14$ ).

Mas ele só tem  $\$ 735$ , que recebeu das vendas dos 420 direitos.

O plano de Iago não é viável, pois vão faltar  $\$ 105$  ( $= \$ 840 - \$ 735$ ).

**6. Venda de ações ordinárias – Direitos do acionista –** A Companhia Catharina de Empreendimentos tem 345.000 ações ordinárias em circulação. Ela pretende levantar recursos no valor de  $\$ 1.200.000$ , necessários para financiar os novos projetos de investimentos de capital, com novas ações ordinárias, por meio de uma oferta de direitos. O preço atual da ação ordinária é  $\$ 54$ . As novas ações serão emitidas a  $\$ 40$ . Jordana Silva tem 1.472 ações da Catharina.

- Determine o número de novas ações ordinárias necessárias para a empresa obter os recursos de que ela necessita.
- Calcule o número de direitos necessários para adquirir uma ação pelo preço de subscrição.
- Calcule o valor teórico de um direito, quando a ação estiver sendo vendida (1) com direitos e (2) ex-direitos.
- Quantas ações Jordana poderá comprar, se exercer seus direitos de subscrição?
- Quanto a Jordana poderia obter de seus direitos, imediatamente após a venda ser considerada ex-direitos.
- Jordana vende todos os seus direitos pelo valor teórico. Calcule sua fortuna (em ações da Catharina e dinheiro) após a subscrição.
- Jordana está sem dinheiro. Para exercer seus direitos, ela precisará vender alguns deles. Ela planeja vender 1.127 direitos e aplicar o produto da venda; com os 345 direitos restantes pretende comprar 30 novas ações da Catharina. Suponha que os direitos sejam vendidos pelo seu valor teórico. Será viável o plano? Explique.

### Respostas Comentadas

a. O número de novas ações ordinárias que a empresa precisa para obter os recursos necessários é obtido dividindo o montante de fundos a ser levantado pelo preço de subscrição, conforme a fórmula 11.1:

$$\text{Novas ações} = \frac{\text{Fundos necessários}}{\text{Preço de subscrição por ação}}$$

$$\text{Novas ações} = \frac{\$1.200.000}{\$40} = 30.000 \text{ ações.}$$

A empresa precisa de 30.000 novas ações a \$ 40, para obter os \$ 1.200.000 necessários.

b. o número de direitos necessários para comprar uma ação pode ser obtido pela divisão das ações em circulação pelo número de novas ações ordinárias, conforme a fórmula 11.2

Nº de direitos exigidos para se comprar uma ação =

$$\frac{\text{Total de ações em circulação}}{\text{Total de ações a serem vendidas}}$$

Isso significa que são necessários 5 direitos para comprar uma nova ação ordinária.

$$\text{Número de direitos necessários para se adquirir uma ação} = \frac{\$ 345.000}{\$ 30.000} = 11,5.$$

São necessários 11,5 direitos para comprar uma ação. Cada direito, portanto, habilita o seu possuidor a 1/11,5 de uma ação ordinária.

c. Valor teórico de um direito quando a ação estiver sendo vendida:

(1) com direitos

$$D_w = \frac{M_w - S}{N + 1}$$

Valor teórico de um direito de compra:  $D_w$

Preço de mercado da ação com direitos:  $M_w = \$ 56$

Preço de subscrição da ação:  $S = \$ 40$

Número de direitos necessários para comprar uma nova ação ordinária:  $N = 11,5$

Substituindo, temos:

$$D_w = \frac{\$ 56 - \$ 40}{11,5 + 1} = \$ 1,28$$

(2) ex-direitos

Quando se negocia só o direito de subscrição e a ação está sendo negociada ex-direitos, o seu valor teórico,  $D_e$ , é dado pela equação 11.6 a seguir:

$$D_e = \frac{M_e - S}{N}$$

$D_e$  = valor teórico de um direito quando a ação está sendo vendida ex-direitos.

$M_e$  = valor de mercado da ação sendo negociada ex-direitos.

O valor de mercado da ação sendo negociada ex-direitos pode ser obtido pela fórmula 11.4:

$$M_e = M_w - D_w$$

Usando a fórmula no nosso problema, temos:

$$M_e = \$ 56,00 - \$ 1,28 = \$ 54,72$$

O valor do direito quando a ação está sendo negociada ex-direitos é:

$$D_e = \frac{M_e - S}{N} = \frac{\$ 54,72 - \$ 40}{11,5} = 1,28$$

Como podemos observar, o valor teórico do direito de \$ 1,28 é o mesmo, tanto quando a ação ordinária está sendo vendida com direitos quanto ex-direitos.

d. Número de ações que Jordana poderá comprar, se exercer seus direitos de subscrição:

Jordana tem 1.472 ações que correspondem a 1.472 direitos. Como cada direito dá para comprar 1/11,5 ações, Jordana poderá comprar 128 ações, como demonstrado a seguir:

$$1.472 \times \frac{1}{11,5} = 128 \text{ ações}$$

e. Valor que Jordana poderá obter por seus direitos, imediatamente após a ação ser considerada ex-direitos, considerando que ela vai receber, pelo menos o valor teórico de \$ 1,28 por direito, será:

$$1.472 \text{ direitos} \times \$ 1,28 = \$ 1.884,16$$

Caso os investidores esperem que o preço da ação da Catharina aumente durante o período em que os direitos possam ser exercidos, o valor de mercado dos direitos subirá além do valor teórico.

f. Cálculo da riqueza da Jordana após a venda de todos os seus direitos, pelo valor teórico:

Antes da subscrição, a riqueza de Jordana era:

Antes da subscrição	
1.472 ações a \$ 56	\$ 82.432
Riqueza total	\$ 82.432

Depois da subscrição:

Jordana vende os 1.472 direitos a \$ 1,28 e recebe \$ 1.884,16.

O preço de mercado ex- direitos, é igual a \$ 54,72.

O valor total das ações de Jordana após a subscrição será:  $\$ 54,72 \times 1.472 \text{ ações} = \$ 80.547,84$ .

Então, a sua riqueza será de  $\$ 1.884,16$  em dinheiro mais  $\$ 80.547,84$  em ações, num total de  $\$ 82.432$ .

Depois da subscrição	
1.472 ações a $\$ 54,72$	$\$ 80.547,84$
Caixa	1.884,16
Riqueza total	$\$ 88.432$

g. Jordana tem 1.472 direitos de subscrição de ações ordinárias e planeja vender 1.127 direitos pelo valor teórico; e com o dinheiro arrecadado mais os 345 direitos restantes,

pretende subscrever 30 novas ações da Catharina ( $345 \times \frac{1}{11,5}$ ).

O valor de um direito de subscrição é  $\$ 1,28$ ; então, o recebimento pela venda dos 1.127 direitos =  $1.127 \times \$ 1,28 = \$ 1.442,56$ .

Desembolso necessário para adquirir as 30 ações é igual a  $\$ 1.200 (= \$ 40 \times 30)$

Como ela só iria arrecadar  $\$ 1.442,56$  com a venda dos 1.127 direitos, vão faltar  $\$ 242,56 (= \$ 1.200 - \$ 1.442,56)$  para comprar as 30 ações.

O plano de Jordana não é viável.

## RESUMO

Esta aula foi dividida em duas partes. A primeira parte é sobre endividamento de longo prazo, na qual são descritas as suas características e as formas de endividamento de longo prazo, com destaque para os títulos de dívida de longo prazo, mais especificamente as debêntures. A segunda parte é sobre as ações ordinárias e preferenciais, suas características principais, vantagens e desvantagens.

As empresas podem levantar recursos de várias maneiras no mercado de capitais. Podem tanto lançar títulos de dívida de longo prazo como ações ordinárias e preferenciais.

O endividamento de longo prazo é diferenciado pela proteção que oferece aos credores. Pode haver empréstimos com garantia ou empréstimos hipotecários que são garantidos por ativos reais, flutuantes. E há os sem garantia ou os empréstimos

com garantia subordinada. A hipoteca é o tipo de empréstimo mais seguro para o credor.

O custo da dívida de longo prazo é menor que o custo das ações ordinárias e preferenciais, porque tem menor risco, e os juros pagos são dedutíveis na apuração do imposto de renda.

O endividamento de longo prazo se faz através de empréstimos e financiamentos diretos nas instituições financeiras ou através de emissão de títulos de dívida de longo prazo.

Nos empréstimos diretos, as empresas precisam da intermediação das instituições financeiras para captar os recursos de que necessitam junto aos ofertantes de recursos no mercado. As instituições financeiras captam os recursos dos ofertantes de fundos e os repassam aos demandantes em geral e aos em particular.

Nos títulos de dívida de longo prazo, a empresa capta os recursos diretamente dos ofertantes de recursos, sem a intermediação dos bancos.

Os títulos de dívida de longo prazo são emitidos pelas empresas que os vendem aos investidores. Normalmente, são regidos sob contratos de dívida, em que a empresa emitente se compromete a efetuar uma série de pagamentos de juros e a devolver o principal, em datas definidas, àqueles que o adquirem, podendo ser denominados emprestadores, credores ou proprietários dos títulos.

Os títulos de longo prazo têm certas características associadas a eles, tais como: agentes fiduciários, fundos de amortização, cláusula de resgate, emissão em série. O agente fiduciário é responsável por verificar se as cláusulas do contrato estão sendo cumpridas. Fundo de amortização é um fundo criado quando há cláusulas nas condições de emissão de título de longo prazo que obriga a empresa a pagar uma parcela da emissão do título a cada ano. Ele é formado com os recursos da empresa emissora, com o objetivo de proporcionar o pagamento ordenado da emissão. A cláusula de resgate permite que a empresa resgate seus títulos de longo prazo antes da data de vencimento, normalmente a um preço mais alto do que o valor nominal (a diferença entre o valor de resgate e o valor nominal é chamada prêmio de resgate).

Os títulos são classificados (*rating*) de acordo com a probabilidade de se tornarem inadimplentes. Quanto mais alta a classificação de um título, menor o seu risco de inadimplência e mais baixa a sua taxa de juros.

A empresa pode refinarçar um título que tenha cláusula de chamada antes de seu vencimento. Normalmente, títulos que foram lançados com taxas de juros altas podem ser substituídos por títulos com taxa de juros mais baixa.

Ações preferenciais são consideradas títulos híbridos porque têm características comuns às ações ordinárias e aos títulos de longo prazo. Como as ações ordinárias, elas podem deixar de pagar dividendos quando a situação financeira da empresa não for boa. Os dividendos preferenciais não são dedutíveis do lucro para efeito de imposto de renda. Como os títulos de longo prazo, as ações preferenciais têm remuneração declarada e, no caso de liquidação, as ações preferenciais só têm direito ao valor nominal da ação mais os dividendos devidos, caso hajam. As ações preferenciais podem acumular o direito de receber os dividendos não pagos.

Os acionistas possuidores de ações ordinárias de uma empresa são os seus verdadeiros donos. Como proprietários, têm direito residual sobre os lucros da empresa, pois só recebem dividendos após a empresa cumprir com todas as obrigações financeiras com os outros fornecedores de recursos, bem como depois de utilizar os recursos necessários à implantação dos investimentos que foram aprovados. Também têm direito apenas residual de reivindicar os ativos da empresa, em caso de liquidação.

A ação ordinária de uma empresa pode ter um valor nominal, que não tem muito significado financeiro. As empresas podem ter ações autorizadas, emitidas e em circulação. O número máximo que a empresa pode emitir em ações ordinárias, sem alterar o seu estatuto, corresponde ao capital autorizado. Ações em tesouraria são ações que a empresa recomprou no mercado. Ações em circulação são as ações emitidas menos as ações em tesouraria. Ágio de subscrição é o valor recebido acima do valor nominal, quando da venda de novas ações ordinárias. Os lucros acumulados são os lucros não distribuídos aos acionistas.

O direito de preferência dá ao acionista o direito de manter a mesma proporção acionária que tem na empresa, no caso de emissão de novas ações. Esse direito de preferência lhe é concedido pela oferta de direitos de subscrição. A utilização de ações ordinárias na captação de recursos tem vantagens e desvantagens.

## INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula (Aula 12), vamos identificar os fatores que afetam os preços de títulos de dívida e descreveremos como os rendimentos e os retornos dos títulos de dívidas de longo prazo são medidos.





# Avaliação de títulos de dívida

AULA

# 12

## Metas da aula

Apresentar conceitos de avaliação de um ativo, explicando como o valor de mercado de títulos de dívida é determinado, já que as decisões do administrador financeiro são analisadas em termos do efeito que irão causar no valor da empresa.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo desta aula, você seja capaz de:

- 1 entender os fundamentos das taxas de juros;
- 2 entender a estrutura temporal de juros e fatores determinantes dos rendimentos das obrigações;
- 3 entender o relacionamento entre as taxas de juros e o prazo de vencimento dos títulos;
- 4 descrever o modelo básico de avaliação para títulos de dívida;
- 5 entender a relação entre retorno exigido, prazo de vencimento e valores do título de dívida;
- 6 explicar o retorno esperado até o vencimento e como calculá-lo;
- 7 explicar o procedimento utilizado para avaliar títulos de dívida de longo prazo que pagam juros semestrais.

## Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula com mais facilidade, é necessário ter claros os conceitos de valor presente (ou atual) e valor futuro, além de saber utilizar tabelas financeiras para calcular valor presente de um fluxo de caixa com a utilização de tabelas financeiras apresentadas na Aula 4.

Os conceitos apresentados na disciplina Matemática Financeira, principalmente na Aula 8 – Séries, Rendas ou Anuidades Uniformes de Pagamento (Modelo Básico, Valor Atual) e na Aula 10 – Séries, Rendas ou Anuidades Uniformes de Pagamento (Modelo Genérico), serão imprescindíveis para o bom entendimento desta aula. Também é necessário o uso de uma calculadora simples ou financeira.

A calculadora financeira o ajudará bastante!

## INTRODUÇÃO

A Bolsa de Valores de São Paulo – BOVESPA apresenta, em sua página na internet, diariamente, a cotação das ações ordinárias, ações preferenciais, debêntures e outros títulos de empresas constituídas na forma de Sociedade Anônima, de capital aberto e que têm seus títulos de valores mobiliários ali negociados, como Petrobras, Vale, CSN e Telemar, entre outras. Informa sobre empresas que estão abrindo o capital, oferecendo, pela primeira vez, suas ações aos investidores. Disponibiliza também demonstrações financeiras onde podemos encontrar o custo de aquisição do ativo imobilizado. Todas estas informações estão relacionadas com o conceito de valor. Como sabemos que o objetivo da administração financeira é maximizar a riqueza do proprietário, que é refletida pelo valor da ação, torna-se necessário analisar como se determinam os valores (preços) dos ativos. Nesta aula, serão abordados os conceitos de avaliação e taxas de retorno e também desenvolvidos métodos para calcular o valor de um título de dívida de longo prazo.

## O SIGNIFICADO DE AVALIAÇÃO

Segundo o dicionário *Novo Dicionário Aurélio de Língua Portuguesa*, Avaliar é: [...]1. Determinar a valia ou o valor de; 2. Maior ou menor preço que um indivíduo tem a determinado bem ou serviço e que pode ser de uso ou de troca; [...].

Segundo Lawrence J. Gitman, “Avaliação é processo que relaciona risco e retorno para determinar o valor de um ativo” (2004, p. 240).

Avaliação é, portanto, o ato ou efeito de estabelecer o valor de mercado de qualquer ativo – debêntures, ações, imóveis, fábricas, máquinas e equipamentos etc. – negociado ou a ser negociado no mercado.

A avaliação é importante, porque é por meio dela que se verifica se os administradores estão aumentando a riqueza dos proprietários da empresa. Para uma empresa tornar-se um investimento atrativo para os acionistas, o administrador financeiro deve escolher a melhor combinação de decisões sobre os investimentos, financiamentos e dividendos. Qualquer uma dessas decisões financeiras deve ser vista em termos de risco, retorno esperado e o impacto combinado dessas duas variáveis sobre o valor da empresa, sob o ponto de vista dos fornecedores de capital, de risco e de empréstimos para a empresa. O risco pode

ser definido como a possibilidade de que o retorno real seja diferente do retorno esperado. As expectativas de retorno e risco envolvidos no investimento de recursos, por exemplo, em ações ordinárias, são continuamente revistas pelos investidores (fornecedores de fundos) em função das novas informações sobre decisões de investimento, financiamento e dividendos da empresa.

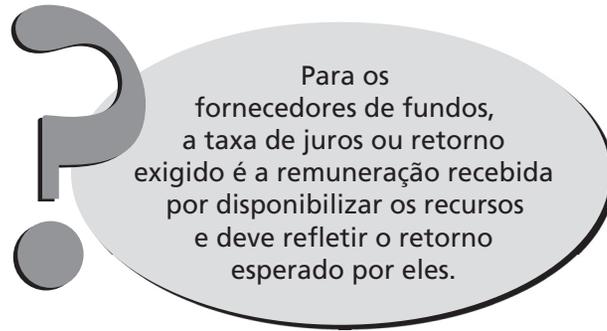
## TAXA DE JUROS E RETORNOS EXIGIDOS

### 1. *Fundamentos de taxas de juros*

O objetivo da avaliação é estabelecer o valor de mercado de ativos geradores de renda ou fluxo de caixa. A determinação do valor dos ativos num dado instante é um processo simples, aplicável sobre séries de benefícios esperados de debêntures, ações, imóveis, fábricas, máquinas, equipamentos etc. O valor de mercado de ativos é o valor presente dos fluxos de caixa esperados desses ativos.

Os elementos básicos da avaliação são, portanto, o valor do dinheiro no tempo, que estudamos na Aula 4, e os conceitos de risco-retorno, estudados nas Aulas 7 a 9.

Um dos problemas básicos enfrentados pelo administrador financeiro é a determinação do valor presente desses fluxos. Estes fluxos de caixa são trazidos para o valor presente por uma taxa de desconto, que representa o custo do dinheiro, para quem está demandando os recursos. Quando há um empréstimo direto, o custo de sua captação é denominado taxa de juros; quando os recursos são obtidos pela venda de títulos de valores mobiliários – debêntures ou ações –, o custo para quem emitiu o título é chamado retorno exigido. Os fatores que compõem o custo dos fundos são: a taxa real de retorno ( $r^*$ ), um prêmio esperado pela inflação (PI) e um prêmio pelo risco (PR). Ignorando o risco, o custo dos fundos é a taxa real de juros ajustada pela expectativa de inflação e pela preferência pela liquidez. A maior percepção do risco resulta em um maior retorno exigido e menor valores de ativos, como veremos a seguir.



- **A taxa real de juros**

A taxa real de juros,  $k^*$ , é a taxa que cria um equilíbrio entre a oferta de recursos financeiros (dinheiro) e a demanda por recursos financeiros, em um mundo perfeito, sem inflação, onde os fornecedores e tomadores de fundos não têm preferência por liquidez e todos os resultados são conhecidos. Ela pode ser expressa pela Equação 12.1:

$$k^* = k_j - PI \quad (12.1)$$

onde

$k_j$  = taxa nominal de juros do investimento  $j$

$PI$  = Prêmio esperado pela inflação

**Nota explicativa:** A Equação 12.1 é uma fórmula de aproximação. A taxa real de juros calculada com precisão é dada pela seguinte expressão:

$$\text{Taxa real de juros} = \frac{1 + \text{taxa nominal de juros}}{1 + \text{taxa de inflação}} - 1$$

- **Taxa de juros livre de risco**

Taxa de juros livre de risco,  $RF$ , é a taxa que se obtém em investimento livre de risco. Como não há risco, o prêmio pelo risco,  $PR_j$ , é igual a zero. Com isto, temos:

Taxa livre de risco = Taxa real de retorno + Prêmio esperado pela inflação

$$RF = k^* + PI \quad (12.2)$$

- **Taxa nominal de juros (retorno)**

A taxa nominal de juros é a taxa de juros não ajustada pela inflação. É a taxa verdadeira, ela é cobrada pelo fornecedor e paga pelo tomador de recursos. A taxa nominal difere da taxa real de juros,  $k^*$ , em consequência

de dois fatores: (1) expectativas de inflação refletidas em um prêmio por inflação (PI) e (2) características do título emitido e do emissor, tais como risco de inadimplência e cláusulas contratuais, refletidas em um prêmio pelo risco (PR). Usando essa notação, a taxa nominal de juros do título 1,  $k_1$ , é dada pela Equação 12.3:

$$k_1 = k^* + PI + PR \quad (12.3)$$

Exemplo: Suponha que Gabriela tenha \$ 9.000 disponíveis. Ela pode aplicá-los em um investimento bancário com taxa de juros de 12%, pelo prazo de um ano, ou pode gastá-los comprando 9.000 bijuterias a \$1,00 em uma butique. Se ela fizer a aplicação, receberá, no final do ano, \$ 10.080 (\$ 9.000 × 1,12). Para sabermos se o investimento foi um bom negócio, temos que considerar a inflação do período.

Vamos considerar a taxa de inflação de 5% durante esse ano; então, a butique cobrará \$ 1,05 pela mesma bijuteria no final do ano. Se colocar todo o seu dinheiro na aplicação bancária, poderá comprar no final do ano 9.600 (\$ 10.080 ÷ \$1,05) bijuterias. Assim, poderá aumentar a compra de bijuterias em 6,67%. Ou seja, 6,67% é o que a Gabriela está ganhando realmente em seu investimento, depois de considerar a inflação. Se considerarmos a fórmula de aproximação, a taxa real seria igual a 7% (12% – 5%).

### Estrutura temporal de taxas de juros

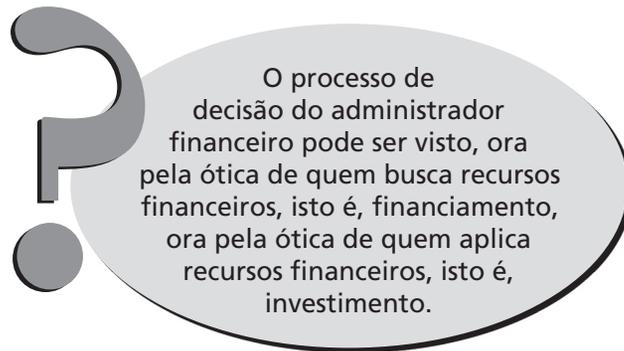
Estrutura temporal de taxas de juros é a relação entre a taxa de juros e o prazo de vencimento. Por exemplo, se tivermos um empréstimo que pague \$ 1 tanto no período 1 como no período 2, o seu valor presente será:

$$VP = \frac{1}{1 + r_1} + \frac{1}{(1 + r_2)^2}$$

onde temos que a entrada de caixa do primeiro ano é atualizado à taxa de juros à vista atual para um ano e a entrada de caixa do segundo ano à taxa à vista atual para dois anos. A série de taxas à vista  $r_1, r_2$ , etc. é uma forma de expressar a estrutura temporal da taxas de juros.

O entendimento da estrutura temporal de taxas de juros é importante para o administrador financeiro nas tomadas de decisões de:

- financiamento – decidindo se vai tomar emprestado via emissão de títulos de dívida de curto ou de longo prazo;
- investimento – decidindo se vai investir na compra de títulos de dívida de curto ou de longo prazo.

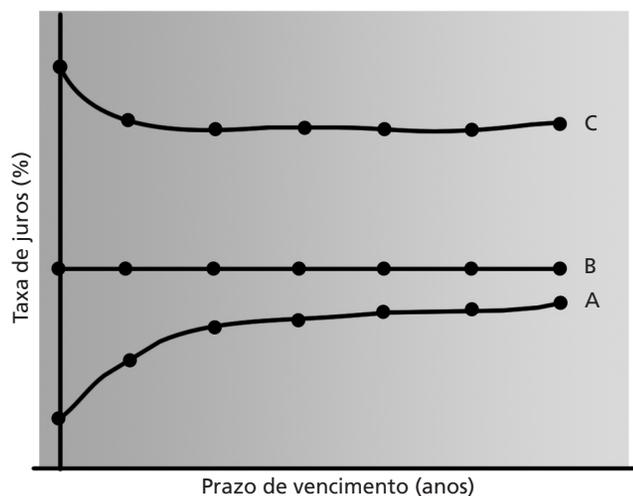


#### • Curvas de taxas de juros

Um título de dívida pode ficar mais caro ou mais barato após a determinação de seu preço inicial. Para compreender por que os preços se alteram, é necessário identificar a relação geral que há entre as taxas de juros dos títulos de curto prazo e as taxas de juros de longo prazo. Essa relação pode ser verificada em qualquer período pela comparação do retorno esperado até o vencimento (YTM) de títulos com diferentes prazos de vencimento. O YTM é utilizado por ser uma medida rápida e resumida da rentabilidade gerada por uma obrigação. Esta comparação pode ser feita graficamente, relacionando-se as taxas de juros ou de retorno ao prazo de vencimento. O gráfico resultante é denominado curva de taxas de juros.

O retorno esperado até o vencimento (*yield to maturity* – YTM) é a taxa anual de retorno obtida por um título adquirido em certa data e mantido até a data do vencimento.

Gráfico 12.1: Curvas de taxa de retorno de investimentos em títulos de dívidas



Esta curva mostra o retorno esperado até o vencimento de títulos de risco semelhantes e prazos de vencimento diferentes. O Gráfico 12. 1 mostra as três formas da curva do retorno até o vencimento. Na maior parte das vezes, a estrutura temporal da taxa de juros é uma curva inclinada para cima (curva ascendente), o que reflete a expectativa de maiores taxas de juros no futuro; com isto, há aumento da rentabilidade do título à medida que o prazo de aplicação cresce. Ela é representada no Gráfico 12. 1 pela curva A. Às vezes, ocorre uma curva horizontal de juros, como a reta B, indicando que pode não haver diferenças entre as taxas de juros de curto prazo e de longo prazo, refletindo, portanto, uma

expectativa estável das taxas, em que a rentabilidade é a mesma, qualquer que seja o prazo de aplicação. A curva C apresenta uma inclinação para baixo (curva descendente), indicando a expectativa de que as taxas de juros de curto prazo sejam maiores do que aquelas de prazo maior.

- **Teorias da estrutura temporal**

A estrutura temporal mais usual tem uma inclinação ascendente, que quer dizer que as taxas de juros de longo prazo são maiores do que as taxas de curto prazo. Entretanto, às vezes, acontece o contrário, e as taxas de juros de curto prazo são maiores do que as de longo prazo, fazendo com que a curva da estrutura temporal fique descendente. A razão da ocorrência destas mudanças na estrutura temporal das curvas de juros pode ser explicada por três teorias: (1) teoria das expectativas, (2) teoria da preferência por liquidez e (3) teoria da segmentação do mercado.

### **Teoria das expectativas**

Segundo a teoria das expectativas, as taxas de juros de longo prazo são determinadas pelos seus níveis atuais e pelas expectativas de evolução das taxas de juros de curto prazo, podendo assim ser utilizadas para estimar as taxas de juros de curto prazo futuras.

Isto posto, considerando:

$r_1$  = é a taxa de juros à vista de uma obrigação com prazo de vencimento de 1 ano detida desde o período 0 até o período 1.

$r_2$  = é a taxa de juros à vista de uma obrigação com prazo de vencimento de 2 anos detida desde o período 0 até o período 2.

${}_1r_2$  = é a taxa de juros à vista com prazo de vencimento de 1 ano estabelecida no período 1 (ela é desconhecida no período 0).

$f_2$  = taxa a termo. É a taxa de juros implícita para 1 ano a partir do período 1 contida na taxa de juros à vista para 2 anos,  $r_2$ .

Exemplo: Joaquim tem \$1.000 disponíveis para investimento por dois anos e tem duas alternativas de investimento: investir em uma obrigação de 1 ano à taxa à vista para 1 ano ou investir em uma obrigação com prazo de vencimento de 2 anos. A taxa de juros à vista para 1 ano,  $r_1$ , no período 0 é de 10%; a taxa de juros à vista para 2 anos,  $r_2$ , é de 11% e há uma expectativa de que a taxa a vista para obrigações com prazo de 1 ano no período 1,  ${}_1r_2$ , seja de 12% (é uma taxa desconhecida no momento atual (0), sendo, portanto, estimada).

Isto posto:

Temos que  $r_1 = 10\%$ ,  $r_2 = 11\%$  e  ${}_1r_2 = 12\%$ .

**1ª alternativa:** Investir em uma obrigação de 1 ano à taxa à vista para 1 ano,  $r_1$  de 10%. Aplicar o resultado em uma obrigação com prazo de 1 ano à taxa estimada estabelecida no ano 1,  ${}_1r_2$  de 11%. O resultado final desta aplicação será igual a \$ 1.232.

$$\text{\$ } 1.000 \times (1 + r_1) \times [1 + E({}_1r_2)]$$

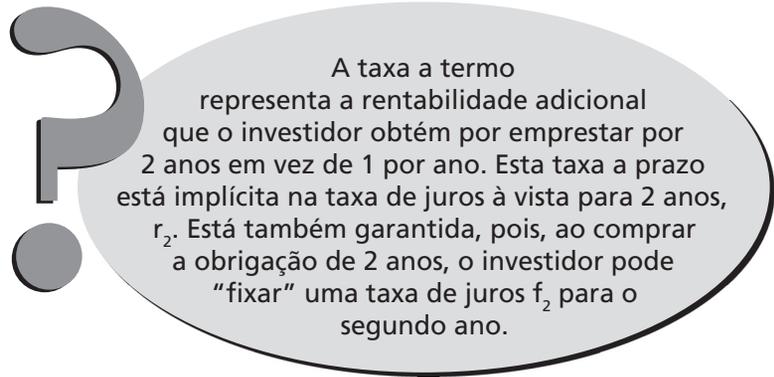
$$\text{\$ } 1.000 \times (1 + 0,10) \times (1 + 0,12) = \text{\$ } 1.232.$$

**2ª alternativa:** Investir em uma obrigação com prazo de vencimento de 2 anos à taxa  $r_2$  de 11%.

Isto significa que ele irá investir à taxa de juros à vista para 2 anos,  $r_2$ . No final de 2 anos, vai receber \$ 1.232, ou seja:

$$\text{\$ } 1.000 \times (1 + 0,11)^2 = \text{\$ } 1.232$$

**Desdobramento da 2ª alternativa:** Esta mesma alternativa de investimento pode ser interpretada de outra forma: Podemos entender que Joaquim está investindo por 1 ano à taxa de juros à vista  $r_1$  e, no segundo ano, está investindo à taxa a termo  $f_2$ . Esta taxa a termo representa a rentabilidade adicional que Joaquim obtém por emprestar por 2 anos, em vez de 1 ano. Esta taxa a prazo está implícita na taxa de juros à vista para o prazo de 2 anos.



Como consideramos que a taxa de juros à vista para o prazo de 2 anos é igual a 11%, então, a taxa a termo  $f_2$  deve ser igual a 12%.

$$(1 + r_2)^2 = (1 + r_1)(1 + f_2)$$

$$(1 + 0,11)^2 = (1 + 0,10) + (1 + f_2)$$

$$(1,11)^2 = 1,10 + (1 + f_2)$$

$$f_2 = \frac{(1,11)^2}{1,10} - 1 = 0,12 = 12\%$$

Desse resultado, podemos inferir que:

$$f_n = \frac{(1 + r_n)^n}{(1 + r_{n-1})^{n-1}} - 1 \quad (12.4)$$

onde

$f_n$  é a taxa a termo para o  $n$ -ésimo ano,  $r_n$  é a taxa à vista para o prazo de  $n$  anos e  $r_{n-1}$  é a taxa à vista para o prazo de  $n - 1$  anos

A taxa de juros à vista para obrigações com prazo de vencimento de 2 anos, 11%, é uma média da taxa de juros à vista para vencimento de 1 ano, 10% e da taxa a termo de 12%.

$$r_2 = \frac{r_1 + f_2}{2} \quad (12.5)$$

$$r_2 = \frac{0,10 + 0,12}{2} = 0,11 = 11\%$$

**Quadro 12.1:** Alternativas de investimento de Joaquim, que dispõe de \$1.000 para aplicação por dois anos

1ª estratégia: Investir em duas obrigações de 1 ano		
Hoje	Ano 1	Ano 2 (resultado final)
\$1.000	\$1.000 (1 + r <sub>1</sub> )	\$1.000 (1+r <sub>1</sub> )(1 + r <sub>2</sub> )
Investir na primeira obrigação à taxa r <sub>1</sub>	Investir na segunda obrigação à taxa r <sub>2</sub>	
2ª estratégia: Investir em uma obrigação de 2 anos		
Hoje	Ano 1	Ano 2 (resultado final)
\$1.000		1.000 (1 + r <sub>2</sub> ) <sup>2</sup>
	Investir na obrigação à taxa r <sub>2</sub>	
Desdobramento da 2ª estratégia		
Hoje	Ano 1	Ano 2 (resultado final)
\$1.000	\$1.000 (1 + r <sub>1</sub> )	\$1.000 (1+r <sub>1</sub> )(1 + f <sub>2</sub> )
Investir no 1 ano a r <sub>1</sub>	Investir no 2º ano à taxa a termo implícita, f <sub>2</sub>	

As taxas de juros r<sub>1</sub> e r<sub>2</sub> são exemplos de taxas à vista. E f<sub>2</sub> é chamada de taxa a termo.

Dada as duas alternativas, como deveria Joaquim aplicar? Se ele for um investidor racional, é claro que irá aplicar na alternativa que vai lhe render o maior retorno esperado.

Pela teoria das expectativas, a curva da taxa de juros depende somente das expectativas dos participantes do mercado sobre as taxas de juros futuras. Assim, se os investidores acreditam que as taxas de juros irão subir, a curva de rendimento será inclinada para cima. Se eles acreditam que as taxas de juros irão cair, ela será inclinada para baixo. No primeiro caso, os investidores não estão dispostos a comprar títulos de longo prazo, uma vez que o rendimento é menor do que os de curto prazo. Os investidores terão melhores retornos investindo em títulos de curto prazo e renovando o investimento no vencimento. A expectativa de queda nas taxas de juros à vista no futuro levará os investidores a investir em títulos de longo prazo.

Na teoria da expectativa, os preços dos títulos, estabelecidos pelos investidores, são baseados unicamente nas taxas de juros. Eles são, portanto, indiferentes ao prazo de vencimento, não vendo os títulos de longo prazo com maior risco dos que os de curto prazo, sendo, portanto, o risco pelo prazo de vencimento igual a zero. Então, a taxa de juros nominal sobre os títulos livre de risco é determinada pela taxa de retorno livre de risco. Entretanto, há diferentes expectativas com relação à inflação associada aos diferentes prazos de vencimento. Essas expectativas irão causar variação na taxa livre de risco de acordo com o vencimento do título. Incluindo o subscrito  $t$ , para indicar o prazo de vencimento, podemos reescrever a Equação 12.2 como se segue:

Taxa livre de risco no período  $t$  = Taxa real de retorno + Prêmio esperado pela inflação no período  $t$ .

$$R_{F_t} = k^* + PI_t \quad (12.2A)$$

Exemplo: Suponha que a taxa real seja de 2,73% e permaneça constante. Suponha também que as taxas esperadas de inflação para os próximos três anos sejam as indicadas a seguir:

Ano	Taxa de inflação anual esperada (%)	Taxa média anual esperada de inflação (%)
2008	3,0%	3%
2009	3,5	$(3\% + 3,5\%)/2 = 3,25\%$
2010	4,0	$(3\% + 3,5\% + 4\%)/3 = 3,5\%$

De acordo com estas expectativas, o seguinte padrão de taxa de juros deve existir:

Ano	Taxa real de juros (1)	Prêmio pela inflação (2)	Taxa nominal de juros, $RF_t$ (3) = (1) + (2)
2008	2,73%	3%	5,73%
2009	2,73	3,25	5,98
2010	2,73	3,5	6,23

Na prática, é impossível observar a taxa de inflação esperada ou a taxa real livre de risco. Porém, se a hipótese das expectativas estiver correta, podemos encontrar, pela curva de rentabilidade, a melhor avaliação do mercado de títulos de dívida sobre as taxas de juros futuras.

Pela teoria das expectativas, os investidores fixarão as taxas de juros de tal maneira que a taxa a termo no segundo ano, por exemplo, seja igual à taxa à vista esperada para o segundo ano.

## Atividade 1

Suponha que os títulos do governo de 1 e 2 anos de vencimento estejam rendendo 9% e 12% respectivamente. Com esta informação, podemos calcular a expectativa do mercado de quanto as taxas com prazo de 1 ano renderão daqui a 1 ano.

### Resposta Comentada

Como a taxa de 1 ano,  $r_1$ , é de 9%, e a taxa de 2 anos,  $r_2$ , é de 12%, a taxa implícita para 1 ano contida na taxa de juros à vista para 2 anos,  $f_2$ , será de 15%, como podemos verificar a seguir:

$$r_1 = 9\% \qquad r_2 = 12\% \qquad f_2 = ?$$

A taxa a termo para prazo de vencimento de 1 ano a partir do período 1, pode ser encontrada pela fórmula:

$$f_n = \frac{(1+r_n)^n}{(1+r_{n-1})^{n-1}} - 1 \qquad (12.4)$$

$$f_2 = \frac{(1+0,12)^2}{(1+0,09)^1} - 1 = f_2 = \frac{(1,254)}{(1,09)} - 1 = 0,151 = 15,0\%$$

Sabemos, também, que a taxa de juros à vista para obrigações com prazo de vencimento de 2 anos é a média da taxa de juros à vista para vencimento de 1 ano e da taxa a termo. Ou seja,

$$r_2 = \frac{r_1 + f_2}{2} \qquad (12.5)$$

Então:

$$0,12 = \frac{0,09 + f_2}{2}$$

$$0,12 \times 2 = 0,09 + f_2 \Rightarrow f_2 = 0,24 - 0,09$$

$$f_2 = 0,15 = 15,0\%$$

A taxa de juros com prazo de vencimento de 1 ano esperada para o segundo ano a partir de agora,  $f_2$ , é de 15%.

Empiricamente, a teoria das expectativas é mais importante.

## Teoria da preferência por liquidez

Pela teoria da preferência por liquidez, os títulos de dívida de longo prazo têm um retorno maior do que os títulos de curto prazo. Isto deve ocorrer por duas razões:

1. Os investidores normalmente aceitam um menor retorno por investimentos em títulos de curto prazo. Isto ocorre por que o risco dos títulos de curto prazo é menor do que os dos títulos de longo prazo, considerando a sua maior liquidez, já que podem ser convertidos em dinheiro com menos perigo de perda do principal. Além disso, a volatilidade no valor do título de curto prazo é menor que a volatilidade do de longo prazo, visto que os seus preços são menos sensíveis às oscilações das taxas de juros.
2. Os demandadores de fundos, na outra ponta, geralmente preferem dívida de longo prazo. Por isto, estão dispostos a pagar taxas mais altas por financiamentos de longo prazo, pois isto reduz o risco de, em condições adversas, ter de renovar dívidas de curto prazo a um custo desconhecido.

A preferência dos fornecedores e tomadores de fundos faz com que as taxas de curto prazo sejam menores que as taxas de longo prazo. A introdução do prêmio de liquidez e do prêmio pelo risco do vencimento para títulos de longo prazo faz com que a curva de rendimento tenha uma inclinação ascendente.

## Teoria da segmentação de mercado

A teoria da segmentação de mercado é a terceira explicação para as formas da curva de rendimento. Esta teoria estabelece que o mercado de empréstimos tem segmentos específicos, com base nos prazos de vencimentos. Nestes segmentos específicos, os credores e investidores concentram suas transações, negociando com estruturas de prazo de acordo com seu planejamento de caixa. Como a curva de rendimentos é segmentada em mercados distintos, a oferta e a demanda dentro de cada segmento determina a sua taxa de juros prevalecente. A forma da curva de rendimento é determinada pela mudança na relação oferta/demanda em um desses segmentos de mercado.

## Atividade 2

Considere que as taxas de juros sobre títulos do Tesouro com prazo de vencimento de 1 ano estão atualmente em 7%, enquanto títulos do Tesouro com prazo de vencimento de 2 anos estão rendendo 8,5%. Se a teoria das expectativas puras está correta, qual será a expectativa dos investidores quanto ao rendimento daqui a 1 ano sobre os títulos de 1 ano?

### Resposta Comentada

Sendo a taxa de 1 ano,  $r_1$ , de 7,0%, e a taxa de 2 anos,  $r_2$ , de 8,5%, a taxa a vista esperada para o segundo ano,  $f_2$ , será de 10%:

$$r_2 = \frac{r_1 + f_2}{2}$$

$$0,085 = \frac{0,07 + f_2}{2}$$

$$0,085 \times 2 = 0,07 + f_2 \Rightarrow f_2 = 0,17 - 0,07$$

$$f_2 = 0,10 = 10,0\%$$

O rendimento de 1 ano esperado para o segundo ano a partir de agora,  $f_2$ , é de 10%.

## Prêmios por risco: características de emitentes e títulos

Como já visto na Equação 12.2, a taxa livre de risco,  $R_F$ , é a taxa nominal,  $k^*$ , que inclui um prêmio pela inflação,  $PI$ :

$$R_F = k^* + PI$$

A taxa de juros nominal de um título  $j$  qualquer é igual à taxa livre de risco mais um prêmio pelo risco.

$$k_j = R_F + PR_j$$

Prêmio pelo risco é, portanto, o retorno excedente do retorno do título  $j$  com risco. Ele varia de acordo com as características do emitente do próprio título com prazo de vencimento semelhantes e que tenham taxas de juros nominais diferentes.

A taxa de retorno de um título depende, portanto, do prêmio pelo risco, que consiste em vários componentes relativos ao emissor e à emissão, tais como:

*Risco de inadimplência* é a possibilidade de o emitente do título não pagar os juros ou o principal, como contratados. Quanto maior o risco de inadimplência, maior será o prêmio pelo risco e maior será a taxa de juros.

*Risco de vencimento*, também chamado de risco da taxa de juros – é o risco de uma variação na taxa de juros. Os preços dos títulos de longo prazo são mais sensíveis às oscilações nas taxas de juros do que os de curto prazo. Isto ocorre porque a taxa de retorno compensa o risco incidente por período. Quanto mais longo for o prazo de vencimento, maior será o número de períodos (anos) e, portanto, maior será o ajustamento (prêmio) total pelo risco.

*Risco de liquidez* é o risco de o título não poder ser convertido em dinheiro rapidamente sem a perda de seu valor. Títulos com baixa negociação no mercado têm menos liquidez, havendo a possibilidade de perda, caso haja necessidade de vendê-lo rapidamente; por isto, eles têm um prêmio pela liquidez maior que os títulos que são ativamente negociados no mercado.

## AVALIAÇÃO DE TÍTULOS DE DÍVIDA

### Fundamentos da avaliação

Como já foi dito anteriormente, o valor de qualquer ativo é simplesmente o valor presente dos benefícios futuros esperados deste ativo.

Podemos, portanto, encontrar o valor de qualquer ativo, descontando os fluxos de caixa que se espera receber durante o período analisado, por uma taxa de desconto, que é o retorno exigido desse ativo.

A equação geral para encontrar o valor de qualquer ativo é:

$$V_0 = \frac{FC_1}{(1+k)^1} + \frac{FC_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{FC_n}{(1+k)^n} \quad (12.6)$$

onde:

$V_0$  = valor do ativo na data zero

$FC_t$  = fluxo de caixa esperado no final do ano  $t$

$k$  = taxa de retorno exigido

$n$  = período avaliado

Por essa fórmula, podemos observar que três dados são fundamentais no processo de avaliação: os fluxos de caixa (que são os benefícios), as datas (épocas) de ocorrência desses fluxos de caixa e o risco associado com a ocorrência desses fluxos, que determina o retorno exigido.

### Avaliação de um título de dívida

A partir da equação geral 12.6, podemos avaliar uma obrigação, começando pela descrição de suas características básicas, calculando a seguir o seu valor via fluxo de caixa descontado.

#### Características

Um título de dívida, normalmente, é um empréstimo com pagamento de juros periódicos e reembolso do principal no término do empréstimo.

Exemplo: Tudocapta S.A. emitiu, em 1º de janeiro de 2008, títulos de dívida de dez anos, cupom de 12% e valor de face de \$ 1.000. Os juros são pagos anualmente.

Em nosso exemplo, temos:

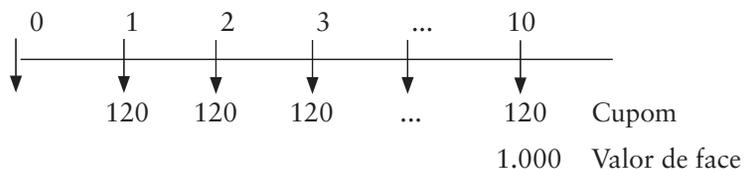
Taxa de cupom de 12% – que é a taxa de juros declarada no título. Os cupons são os pagamentos de juros que o credor promete fazer periodicamente; no nosso exemplo, \$ 120 (= \$ 1.000 × 0,12) por ano.

Valor de face de \$ 1.000 é o preço do título, ou seja, montante que será pago no final do empréstimo.

Prazo de vencimento de 10 anos – que é o número de anos até que o título de dívida seja pago.

Lembre-se de que valor de face é também chamado valor nominal, valor de resgate e valor ao par (neste caso, quando o valor nominal é igual ao valor de venda).

O diagrama do fluxo de caixa desse título é:



O valor de um título é o valor presente dos pagamentos que seu emitente está contratualmente obrigado a fazer do momento da avaliação até a data de vencimento. Então, o valor do título do Tudocapta pode ser calculado como a seguir:

$$B_0 = \frac{\$120}{(1+k_d)^1} + \frac{\$120}{(1+k_d)^2} + \dots + \frac{\$120}{(1+k_d)^{10}} + \frac{\$1.000}{(1+k_d)^{10}}$$

A taxa de desconto é a taxa de retorno que o mercado exige para investir no título de dívida de acordo com o seu risco. É representado por  $k_d$ . Supondo que a taxa de retorno exigida seja igual à taxa de cupom de 12%, o valor do título da Tudocapta é:

$$B_0 = \frac{\$120}{(1+0,12)^1} + \frac{\$120}{(1+0,12)^2} + \dots + \frac{\$120}{(1+0,12)^{10}} + \frac{\$1.000}{(1+0,12)^{10}}$$

$$B_0 = \$1.000$$

A equação do modelo básico do valor de um título de dívida é:

$$B_0 = J \times \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+k_d)^t} + M \times \frac{1}{(1+k_d)^n} \quad (12.7)$$

Dessa equação geral, podemos reescrever:

$$B_0 = J \times \frac{1 - \frac{1}{(1+k_d)^n}}{k_d} + M \times \frac{1}{(1+k_d)^n} \quad (12.7A)$$

Ou

$$B_0 = J \times FJVP_{k_d,t} + M \times FJVP_{k_d,n} \quad (12.7B)$$

Podemos calcular o valor da obrigação utilizando a Equação 12.7A ou 12.7B e as tabelas financeiras apropriadas (**Tabela 4.1** Fator de Juros do Valor Presente (descapitalização de valores únicos) e **Tabela 4.3** Fator de Juros do Valor Presente de uma Anuidade (descapitalização de série de valores uniformes) constantes da Aula 4).

Pela fórmula 12.7A, temos:

$$B_0 = \$120 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+0,12)^{10}}}{0,12} + \$1.000 \times \frac{1}{(1+0,12)^{10}}$$

$$B_0 = \$120 \times \frac{1 - \frac{1}{3,105848}}{0,12} + \$1.000 \times 0,321973$$

$$B_0 = \$120 \times \frac{1 - 0,321973}{0,12} + \$321,973$$

$$B_0 = \$120 \times (0,678027/0,12) + \$321,9732$$

$$\$120 \times \frac{0,678027}{0,12} + \$321,973$$

$$B_0 = \$120 \times 5,650223 + \$321,9732$$

$$B_0 = \$678,0268 + \$321,9732 = \$1.000$$

Pela fórmula 12.7B e as tabelas financeiras, temos:

$$B_0 = \$120 \times FJVPA_{12\%,10} + \$1.000 \times FJVP_{12\%,10}$$

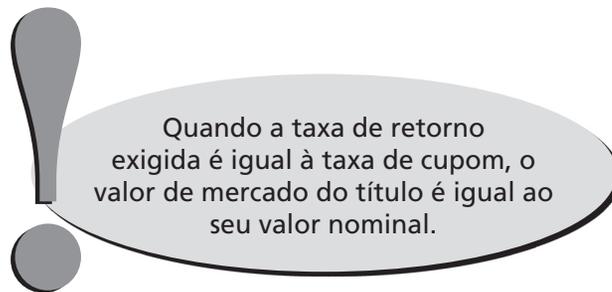
$$B_0 = \$120 \times 5,650 + \$1.000 \times 0,322$$

$$B_0 = \$678 + \$322 = \$1.000$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	10	12	120	1.000		
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV	
Saídas						1.000

A obrigação vale \$ 1.000, que é exatamente o seu valor de face. Isto ocorreu porque a taxa de juros declarada no cupom, 10%, é igual à taxa de retorno exigida.



### Comportamento do valor do título de dívida

Na realidade, o valor de face de um título de dívida raramente é igual ao seu valor de mercado. Fatores tais como retorno exigido e prazo de vencimento têm influência sobre o valor de uma obrigação.

#### Retornos exigidos e valor da obrigação

Toda vez que a taxa de retorno exigido é diferente da taxa de juros de cupom, o valor do título é diferente do seu valor nominal.

Para exemplificar o efeito da mudança nas taxas de retorno exigido no valor do título, vamos supor que a taxa de retorno exigida seja de 10%. Calculando o seu valor pela fórmula 12.7B e as tabelas financeiras, temos:

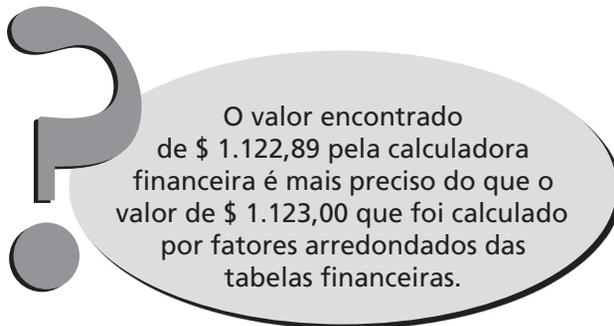
$$B_0 = \$120 \times FJVPA_{10\%,10} + \$1.000 \times FJVP_{10\%,10}$$

$$B_0 = \$120 \times 6,144 + \$1.000 \times 0,386$$

$$B_0 = \$737 + \$386 = \$1.123$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	10	10	120	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					1.122,89



O valor do título de dívida é agora de, aproximadamente, \$ 1.123; isto ocorre porque a taxa de juros declarada no cupom, 12%, é maior que a taxa de retorno exigida, 10%. Isto quer dizer que a obrigação está rendendo mais que a taxa do título que está sendo negociado no mercado com igual risco, e os investidores estão dispostos a pagar um pouco mais para conseguir esse cupom a mais.

Neste caso, o título deverá estar sendo negociado com prêmio ou ágio, cujo valor é a diferença entre o valor de mercado e o valor nominal.

$$\text{Prêmio} = \text{Valor de mercado} - \text{Valor nominal}$$

$$\text{Prêmio} = \$ 1.123 - \$ 1.000 = \$ 123.$$

Vamos considerar, agora, que o retorno exigido seja de 13%, maior que a taxa de juros declarada no cupom, 12%. Com isto, o preço do título é igual a aproximadamente \$ 946:

$$B_0 = \$120 \times FJVPA_{13\%,10} + \$1.000 \times FJVP_{13\%,10}$$

$$B_0 = \$120 \times 5,426 + \$1.000 \times 0,295$$

$$B_0 = \$651 + \$295 = \$946$$

Pela calculadora financeira, temos:

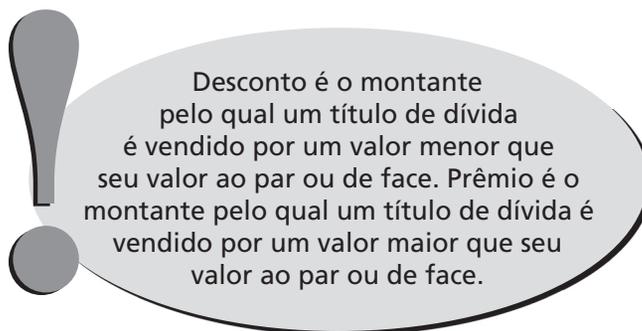
Entradas	10	13	120	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					945,73

O título agora está sendo negociado por aproximadamente \$ 946, que é menor do que o seu valor de face de \$ 1.000. Isto acontece porque a taxa de retorno exigida é menor que a taxa de cupom; como este título está rendendo menos que os títulos negociados no mercado de igual risco, os investidores estão dispostos a pagar por ele menos que o seu valor nominal de \$ 1.000.

Como ele está sendo negociado por menos que o seu valor nominal, diz-se que ele está sendo vendido com desconto ou deságio. No caso em questão, o deságio é de \$ 54.

$$\text{Desconto} = \text{Valor nominal} - \text{Valor de mercado}$$

$$\text{Desconto} = \$ 1.000 - \$ 946 = \$ 54.$$



## Atividade 3

### Avaliação básica de títulos de dívida

Uma empresa está pensando em emitir títulos de dívida de longo prazo para financiar as suas necessidades de fundos no valor de \$ 1.000.000. As obrigações terão valor de face de \$ 1.000, taxa de juros declarada no cupom de 11% e prazo de vencimento de quinze anos. Se os títulos de dívida de longo prazo de igual risco estão sendo negociados no mercado a uma taxa de juros de 13%, este título vai ser negociado com prêmio ou com desconto? De quanto?

### Resposta Comentada

O valor de face do título,  $M = \$ 1.000$

Os juros pagos até o vencimento,  $J = \$ 1.000 \times 0,11 = \$ 110$

Prazo de vencimento,  $n = 15$  anos.

Calculando o valor do título usando a fórmula 12.8B e as **Tabelas 4.1 e 4.3** da Aula 4, temos:

$$B_o = \$ 110 \times FJVP_{13\%,15} + \$ 1.000 \times FJVP_{13\%,15}$$

$$B_o = \$ 110 \times 6,462 + \$ 1.000 \times 0,160$$

$$B_o = \$ 710,82 + \$ 160 = \$ 870,82$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	15	13	110	1.000		
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV	
Saídas						870,75

O valor do título é aproximadamente \$ 871.

Como o valor do título é menor que o seu valor de face, ele deverá ser negociado com desconto de \$ 129:

Desconto = Valor nominal – Valor de mercado

Desconto = \$ 1.000 – \$ 871 = \$ 129.

### Prazo de vencimento e valor da obrigação

O prazo de vencimento de um título influencia no valor de uma obrigação, no sentido de que quanto maior o prazo de vencimento, mantidas as demais variáveis constantes, maior é o risco de uma variação de taxas de juros.

Retorno exigido constante: Se o retorno exigido é diferente da taxa de cupom, mas se mantém constante até a data do vencimento, o valor do título de dívida tende a se aproximar do seu valor nominal à medida que se aproxima da data de vencimento.

No exemplo anterior, tínhamos a emissão de títulos de dívida, pela Tudocapta S.A, com valor nominal de \$ 1.000, prazo de vencimento de 10 anos e taxa de cupom igual a 12%. Calculamos o seu valor, no lançamento, considerando três taxas: 10%, 12% e 13%. Agora vamos calcular e representar graficamente, na **Figura 12.2**, os preços do título para todos os dez anos, considerando cada uma das três taxas de retorno exigida: 10%, 12% e 13% constantes durante os 10 anos do título.

Isto posto, temos:

– Vamos calcular, como exemplo, o valor do título para taxa de 10%, 12% e 13%, para prazos de vencimento de 3, 5 e 7 anos, respectivamente:

Cálculo do valor do título, com taxa de retorno exigido de 10% e 3 anos até a data do vencimento.

Calculando o valor do título usando a fórmula 12.8B e as **Tabelas 4.1 e 4.3** da Aula 4, temos:

$$B_0 = \$120 \times FJVPA_{10\%,03} + \$1.000 \times FJVP_{10\%,03}$$

$$B_0 = \$120 \times 2,487 + \$1.000 \times 0,751$$

$$B_0 = \$298,44 + \$751 = \$1.049,44$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	3	10	120	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					1.049,737

O valor do título é, aproximadamente, \$ 1.050.

Cálculo do valor do título, com taxa de retorno exigido de 12% e 5 anos até a data do vencimento.

Calculando o valor do título usando a fórmula 12.6B e as **Tabelas 4.1 e 4.3** da Aula 4, temos:

$$B_0 = \$120 \times FJVPA_{12\%,05} + \$1.000 \times FJVP_{12\%,05}$$

$$B_0 = \$120 \times 3,604 + \$1.000 \times 0,567$$

$$B_0 = \$432,60 + \$567 = \$999,60$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	5	12	120	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					1.000,00

O valor do título é igual a \$ 1.000. Não era necessário nem fazer os cálculos, pois a taxa de retorno exigido é igual à taxa de cupom; portanto, o valor de mercado do título é igual ao seu valor nominal.

Cálculo do valor do título, com taxa de retorno exigido de 13% e 7 anos até a data do vencimento:

Calculando o valor do título usando a fórmula 12.7B e as Tabelas 4.1 e 4.3 da Aula 4, temos:

$$B_0 = \$120 \times FJVPA_{13\%,07} + \$1.000 \times FJVP_{13\%,07}$$

$$B_0 = \$120 \times 4,423 + \$1.000 \times 0,425$$

$$B_0 = \$530,76 + \$425 = \$955,82$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	7	13	120	1.000		
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV	
Saídas					955,774	

O valor do título é igual a \$ 956.

Os demais valores foram calculados de maneira semelhante.

A tabela a seguir resume todos os valores.

**Tabela 12.1:** Valores de títulos de dívida da Tudocapta S.A. para prazos de vencimento de até 10 anos para os três retornos exigidos: 10%, 12% e 13%

Ano até o vencimento	Taxa de retorno exigido		
	10%	12%	13%
	Valor do título		
10	\$ 1.123	\$ 1.000	\$ 946
9	1.115	1.000	949
8	1.107	1.000	952
7	1.097	1.000	956
6	1.087	1.000	960
5	1.076	1.000	965
4	1.063	1.000	970
3	1.050	1.000	976
2	1.035	1.000	983
1	1.018	1.000	991
0	1.000	1.000	1.000

Os valores dos títulos foram calculados utilizando-se calculadora financeira.

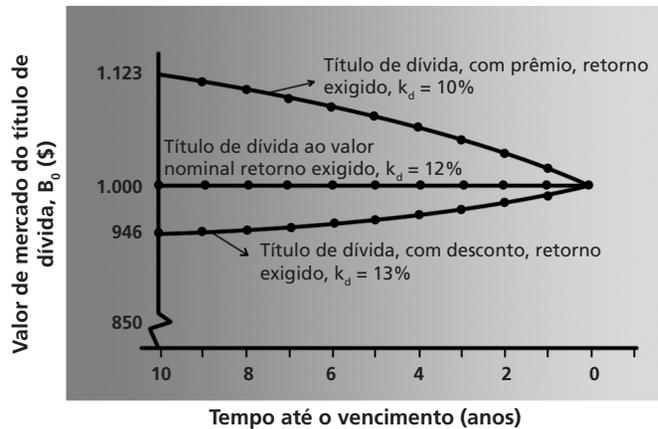


Figura 12.1: Prazo de vencimento e valores de títulos de dívida.

Como o prêmio (10%) ou o desconto (13%) cai com o passar do tempo, o valor do título converge para o valor de face, igualando-se a ele na data do vencimento.

Pela Figura 12.2, podemos inferir as seguintes conclusões:

- Sempre que a taxa de retorno exigida for igual à taxa de juros de cupom, um título de dívida será vendido por seu valor de face.
- As taxas de retorno exigidas variam ao longo do tempo, mas a taxa de cupom permanece a mesma após a emissão do título.
- Sempre que a taxa de retorno exigida for *maior* que a taxa de cupom, o preço de mercado do título será menor do que o seu valor nominal. Esse tipo de título é chamado título com desconto.
- Sempre que a taxa de retorno exigida for *menor* que a taxa de cupom, o preço de mercado do título será maior do que o seu valor nominal. Um título assim é chamado título com prêmio.

- Assim, um *aumento* nas taxas de retorno exigido fará com que os preços dos títulos em circulação caiam, ao passo que uma *redução* nas taxas de juros fará com que os preços dos títulos aumentem.
- O valor de mercado de um título sempre se aproximará de seu valor ao par quanto mais perto estiver a data do vencimento.

## Atividade 4

### Valor de título de dívida e tempo – retornos exigidos constantes

Há atualmente no mercado dois títulos de dívida sendo negociados. O título I e o título J, ambos com prazo de vencimento de quinze anos. O título I está sendo negociado com prêmio e faz pagamentos de juros anuais. Seu valor nominal é igual a \$ 1.000, a taxa de juros declarada é de 9% e a taxa de retorno exigida para títulos de dívida com risco semelhante é de 7%. O título J é um título com desconto, tem taxa de juros declarada de 6% e a taxa de retorno exigida para títulos de dívida com risco semelhante é de 9%. Considerando que o retorno exigido dos dois títulos permaneça inalterado até o vencimento, responda:

- Qual o valor esperado dos títulos com prazo de (1) quinze anos, (2) quatorze anos, (3) dez anos, (4) sete anos, (5) cinco anos, (6) um ano.
- Represente seus resultados encontrados em um gráfico, colocando o tempo até o vencimento no eixo horizontal (eixo x) e valor de mercado do título de dívida no eixo vertical (eixo y).
- O que está ocorrendo com o valor dos títulos de dívida à medida que se aproxima do vencimento?

### Respostas

Título I

$$M = \$ 1.000 \quad J = \$ 1.000 \times 0,13 = \$ 130 \quad kd = 11\%$$

Título J

$$M = \$ 1.000 \quad J = \$ 1.000 \times 0,10 = \$ 100 \quad kd = 13\%$$

Pela fórmula 12.6B e as tabelas financeiras, vamos calcular o valor dos títulos

I e J

$$B_0 = J \times FJVP_{kd,t} + M \times FJVP_{kd,n} \quad 12.86$$

a. Valor do título I

Prazo			Valor pela tabela financeira	Pela calculadora
15	Bo	=	$\$ 130 \times (7,191) + \$ 1.000 \times (0,209) =$	$\$ 1.143,88$
14	Bo	=	$\$ 130 \times (6,928) + \$ 1.000 \times (0,232) =$	$\$ 1.139,66$
10	Bo	=	$\$ 130 \times (5,889) + \$ 1.000 \times (0,352) =$	$\$ 1.117,57$
7	Bo	=	$\$ 130 \times (4,712) + \$ 1.000 \times (0,482) =$	$\$ 1.094,56$
5	Bo	=	$\$ 130 \times (3,696) + \$ 1.000 \times (0,593) =$	$\$ 1.073,48$
1	Bo	=	$\$ 130 \times (0,901) + \$ 1.000 \times (0,901) =$	$\$ 1.018,13$

Pela calculadora financeira, temos:

Para  $n = 1$  ano

Entradas	1	11	130	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					1.018,02

Valor do título J

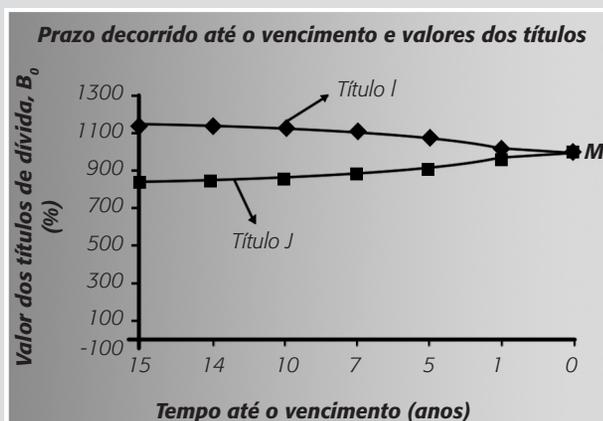
Prazo			Valor pela tabela financeira	Pela calculadora
15	Bo	=	$\$ 100 \times (6,464) + \$ 1.000 \times (0,160) =$	$\$ 806,40$
14	Bo	=	$\$ 100 \times (6,302) + \$ 1.000 \times (0,181) =$	$\$ 811,20$
10	Bo	=	$\$ 100 \times (5,426) + \$ 1.000 \times (0,295) =$	$\$ 837,60$
7	Bo	=	$\$ 100 \times (4,423) + \$ 1.000 \times (0,425) =$	$\$ 867,30$
5	Bo	=	$\$ 100 \times (3,517) + \$ 1.000 \times (0,543) =$	$\$ 894,70$
1	Bo	=	$\$ 100 \times (0,885) + \$ 1.000 \times (0,885) =$	$\$ 973,50$

Pela calculadora financeira, temos:

Para  $n = 1$  ano

Entradas	1	13	100	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					$\$ 973,45$

b. Representação gráfica dos prazos de vencimento de valores de títulos de dívida



c. Tanto o valor de mercado do título I quanto o do J se aproximam do seu valor de face.

Retorno exigido variável: As taxas de juros se elevam e declinam ao longo do tempo. Um aumento nas taxas de juros leva a uma redução no valor dos títulos em circulação. E uma redução nas taxas de juros leva a um aumento no valor do título de dívida. Portanto, quando há alteração na taxa de juros, há variação no valor do título de dívida. O risco que correm os investidores em títulos de dívida, por causa dessa variação, é denominado risco de variação de taxa de juros. Quanto maior a sensibilidade do preço do título à oscilação nas taxas de juros, maior é este risco. E, mantidas as demais variáveis constantes, quanto mais longo o prazo de vencimento de um título, maior o seu risco.

Como exemplo, vamos considerar o título A e o título B. Ambos têm a taxa de cupom de 10% e valor nominal de \$ 1.000. O prazo de vencimento do título A é de cinco anos e do título B é de trinta anos. A seguir, vamos calcular e representar graficamente, na **Figura 12.3**, os preços para diferentes taxas de juros alternativas, na data de vencimento.

Calculando, como exemplo, o valor do título A e o do título B, para uma taxa de retorno exigido de 5%, nos seus respectivos prazos de vencimento:

Título A –  $M = \$ 1.000$   $n = 5$  anos  $J = 100,00$   $k_d = 5\%$

Calculando o valor do título usando a fórmula 12.6B e as Tabelas 4.1 e 4.3 da Aula 4, temos:

$$B_0 = \$ 100 \times FJVPA_{05\%,05} + \$ 1.000 \times FJVP_{05\%,05}$$

$$B_0 = \$100 \times 4,329 + \$ 1.000 \times 0,784$$

$$B_0 = \$ 423,90 + \$ 784 = \$ 1.216,90$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	5	5	100	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					1.216,474

O valor do título é aproximadamente \$ 1.216.

Título B –  $M = \$ 1.000$   $n = 30$  anos  $J = 100,00$   $k_d = 5\%$

Calculando o valor do título usando a fórmula 12.8B e as Tabelas 4.1 e 4.3 da Aula 4, temos:

$$B_0 = \$ 100 \times FJVPA_{05\%,30} + \$ 1.000 \times FJVP_{05\%,30}$$

$$B_0 = \$100 \times 15,372 + \$ 1.000 \times 0,231$$

$$B_0 = \$ 1.537,20 + \$ 231 = \$ 1.768,20$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	30	5	100	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					1.768,623

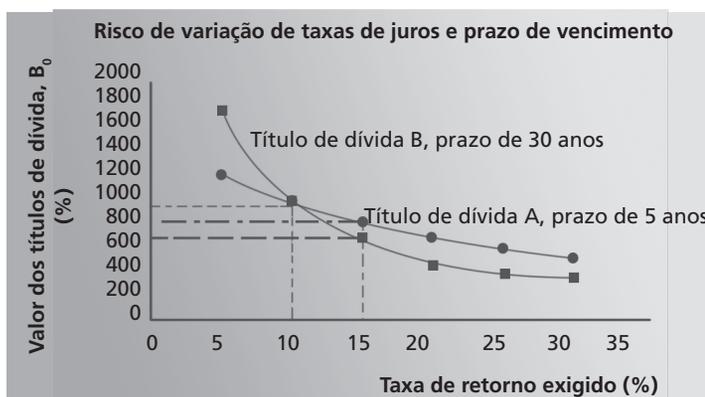
O valor do título é aproximadamente \$ 1.768.

Os demais cálculos foram feitos de maneira semelhante.

**Tabela 12.2:** Valores dos títulos A e B, na data de vencimento, para diversas taxas de retornos

Taxa de retorno exigido	Prazo de vencimento	
	Título A – 5 anos	Título B – 30 anos
	Valor do título	
5%	\$ 1.216	\$ 1.769
10	1.000	1.000
15	832	672
20	701	502
25	597	401
30	513	334

Os valores dos títulos foram calculados utilizando-se calculadora financeira



**Figura 12.2:** Risco de variação de taxas de juros e prazo de vencimento.

Como podemos observar, a inclinação da reta do título B, cujo prazo de vencimento é de 30 anos, é muito maior do que a inclinação da reta do título A, 5 anos. Se a taxa de retorno exigido subir de 10% para 15% para o título A, o valor da obrigação cai de \$ 1.000 para \$ 832, ou seja, uma redução de 16,8%, enquanto o valor da obrigação B, de prazo maior, cai de \$ 1.000 para \$ 672, uma queda de 32,8%. Então, comparativamente, o preço dos títulos de curto prazo tem uma reação relativamente menor a variações na taxa de juros do que o preço dos títulos de longo prazo.

Cálculo da variação percentual no valor de mercado dos títulos A e B, quando há uma variação de 50% na taxa de retorno exigido, quando aumenta de 10% para 15%:

$$\text{Título A} = \frac{\$ 832 - \$ 1.000}{\$ 1.000} = -0,168 = -18,6\%$$

$$\text{Título B} = \frac{\$ 672 - \$ 1.000}{\$ 1.000} = -0,328 = -32,8\%$$

## Atividade 5

### Valor de título de dívida e tempo – retornos exigidos variáveis

Manoel está pensando em aplicar em dois títulos de dívida existentes. Ambos têm valor de face de \$ 1.000, taxas de cupom de 8% e pagamento de juros anuais. Tanto a obrigação A quanto a obrigação B estão sendo negociadas pelo valor nominal. Faltam exatamente dois anos para o vencimento da obrigação A, enquanto o prazo da obrigação B é igual a quinze anos.

- Se as taxas de juros subirem dois pontos percentuais, quais seriam as variações percentuais dos preços das duas obrigações?
- Represente seus resultados com um gráfico que relacione preços de obrigação e retornos esperados até o vencimento.
- Se Manoel quiser ter um risco mínimo em relação ao risco de variação das taxas de juros, qual a obrigação ele deveria adquirir? Por quê?

### Respostas Comentadas

*a. Os títulos estão sendo negociados ao par, então, tanto a taxa de retorno exigida quanto a taxa de juros declarada é igual a 8% e o valor de mercado de ambos os títulos é igual a \$ 1.000.*

*Se as taxas de juros subirem dois pontos percentuais o retorno exigido vai aumentar para 10% e o valor de mercado dos títulos será:*

*Calculando o valor do título usando a fórmula 12.8B e as Tabelas 4.1 e 4.3 da Aula 4, temos:*

*Título A*

$$M = \$ 1.000 \quad n = 2 \text{ anos} \quad J = \$ 1.000 \times 0,08 = \$ 80 \quad k_d = 10\%$$

$$B_0 = \$ 80 \times FJVP_{10\%, 0,2} + \$ 1.000 \times FJVP_{10\%, 0,2}$$

$$B_0 = \$ 80 \times 1,736 + \$ 1.000 \times 0,826$$

$$B_0 = \$ 138,88 + \$ 826 = \$ 964,88$$

Entradas	2	10	80	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					965,29

Título B

$$M = \$ 1.000 \quad n = 15 \text{ anos} \quad J = \$ 1.000 \times 0,08 = \$ 80 \quad k_d = 10\%$$

$$B_0 = \$ 80 \times FJVA_{10\%, 15} + \$ 1.000 \times FJVP_{10\%, 15}$$

$$B_0 = \$ 80 \times 7,606 + \$ 1.000 \times 0,239$$

$$B_0 = \$ 608,48 + \$ 239 = \$ 847,48$$

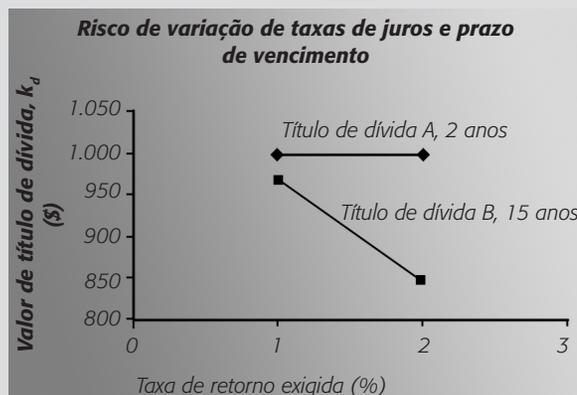
Entradas	15	10	80	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					847,88

A variação percentual para o Título A será de - 3,55% e para o Título B será de - 15,37%, conforme verificado a seguir:

$$\text{Título A} = \frac{\$ 964,54 - \$ 1.000}{\$ 1.000} = -0,03546 = -3,55\%$$

$$\text{Título B} = \frac{\$ 846,27 - \$ 1.000}{\$ 1.000} = -0,15373 = -15,37\%$$

b. Representação gráfica da relação entre o valor do título e a taxa de retorno exigida:



Pelas variações percentuais e pelo gráfico, podemos observar que quanto maior for a duração do prazo de vencimento, mais sensível é o valor de mercado do título à mudança no retorno exigido e vice-versa.

c. Se Manoel pretende minimizar o risco de taxa de juro no futuro, ele deveria escolher o Título A, de curto prazo. Qualquer mudança nas taxas de juros terá menor impacto no valor de mercado do Título A do que no do Título B.

**Retorno esperado até o vencimento (YMT)**

Um investidor, ao adquirir um título de dívida no mercado, precisa saber qual o retorno esperado deste investimento, considerando que vai mantê-lo até a data de seu vencimento. Este retorno esperado é denominado de retorno até o vencimento (yield to maturity–YTM).

Exemplo: José Antônio está interessado em adquirir títulos de dívida de longo prazo que estão sendo negociados com as seguintes condições: valor de face igual a \$ 1.000, prazo de vencimento de 8 anos e taxa de cupom igual a 11%. O preço de mercado destes títulos é igual a \$ 930.

Como  $B_0 = \$ 930$ ,  $I = \$ 1.000 \times 0,11 = \$ 110$ ,  $M = \$ 1.000$  e  $n = 8$  anos, podemos calcular o retorno esperado até o vencimento desses títulos.

Sabemos que o valor de um título é igual ao valor presente da soma dos valores de uma anuidade (juros prometidos) mais o valor presente do valor de face, ou seja:

$$B_0 = J \times \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+k_d)^t} + M \times \frac{1}{(1+k_d)^n} \quad 12.7$$

Substituindo os valores do exemplo na fórmula, temos:

$$\$ 930 = \$ 110 \times \sum_{t=1}^8 \frac{1}{(1+k_d)^t} + \$ 1.000 \times \frac{1}{(1+k_d)^8}$$

onde  $k_d$  é a taxa de desconto desse fluxo de caixa, sendo, portanto, o retorno até o vencimento. Temos, assim, uma equação e uma incógnita. Nosso objetivo é a equação para  $k_d$  – o YTM.

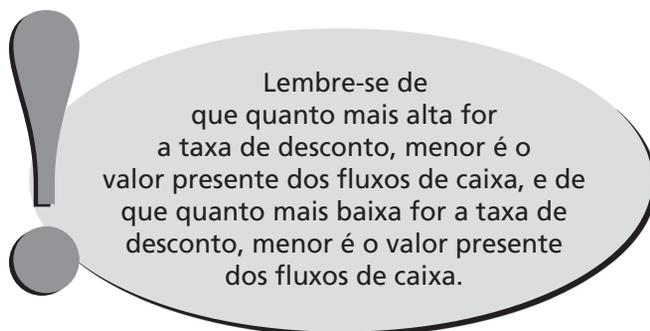
Podemos encontrar o retorno até o vencimento:

1. Por tentativa-e-erro.
2. Pela fórmula de aproximação da taxa de retorno.
3. Por calculadora financeira.

Resolvendo:

1. Tentativa-e-erro envolve procurar o valor do título de dívida a várias taxas até encontrar a taxa que iguale o valor presente do fluxo de caixa ao seu valor de mercado.

Sabemos que se o retorno exigido,  $k_d$ , fosse igual à taxa de juros de cupom de 11%, o valor de mercado do título seria igual a seu valor de face de \$1.000. O valor de mercado é igual a \$ 930; então, a taxa de desconto necessária para igualar o fluxo de caixa deste título a \$ 930 deve ser maior que a taxa de juros de cupom de 11%.



Considerando uma taxa de desconto de 12% ao futuro fluxo de caixa desse título, e usando a fórmula 12.6B e as tabelas financeiras, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \$110 \times (\text{FJVPA}_{12\%, 8 \text{ anos}}) + \$1.000 \times (\text{FJVP}_{12\%, 8 \text{ anos}}) \\ &= \$ 110 \times 4,968 + \$ 1.000 \times 0,404 \\ &= \$ 546,48 + \$ 404 = \$ 950,48 \end{aligned}$$

Como a taxa de 12% não é realmente alta o bastante para reduzir o valor para \$ 930, vamos considerar a taxa de 13%:

$$\begin{aligned} & \$110 \times (\text{FJVPA}_{13\%, 8 \text{ anos}}) + \$1.000 \times (\text{FJVP}_{13\%, 8 \text{ anos}}) \\ &= \$ 110 \times 4,799 + \$ 1.000 \times 0,376 \\ &= \$ 527,89 + \$ 376 = \$ 903,89 \end{aligned}$$

Sendo o valor resultante de \$ 950,48, com a taxa de 12%, maior que \$ 930, e o valor de \$ 903,89, com a taxa de 13%, maior que \$ 930, o retorno até o vencimento do título de dívida deve estar entre 12% e 13%. Através do uso da interpolação, o YTM é 12,44%.

Para interpolar, neste caso, estão envolvidos os seguintes passos:

1. Encontrar a diferença entre os valores dos títulos à taxa de 12% e 13%. A diferença é \$ 46,59 (\$ 950,48 – \$ 903,89).
2. Encontrar a diferença absoluta entre o valor desejado de \$ 930 e o valor associado com a taxa de desconto mais baixa. A diferença é de \$ 20,48 (\$ 930 – \$ 950,48).
3. Dividir o valor do Passo 2 pelo valor encontrado no Passo 1, para obter a percentagem da distância ao longo da faixa da taxa de desconto entre 12 e 13%. O resultado é 0,44 ( \$ 20,48/\$ 46,59).

4. Multiplicar a percentagem encontrada no Passo 3 pela extensão do intervalo de 1% (12% - 13%) sobre o qual a interpolação está sendo feita. O resultado é 0,44% (0,441 x 1%).

5. Adicionar o valor encontrado no Passo 4 à taxa de juros associada com a menor extremidade do intervalo. O resultado é 12,440% (12% + 0,440%). O retorno até o vencimento é, portanto, de 12,440%.

2. Pela fórmula de aproximação da taxa de retorno encontrado pela fórmula 12.8 a seguir, que pode ser usada para dar o resultado aproximado do YTM:

$$\text{Retorno aproximado} = J + \frac{M - B_0}{\frac{M + B_0}{2}} \quad (12.8)$$

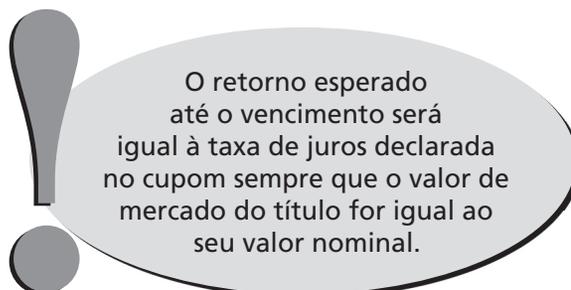
$$\text{Retorno aproximado} = \frac{\$ 110 + \frac{\$ 1.000 - \$ 930}{8}}{\frac{\$ 1.000 + \$ 903}{2}} = \frac{\$ 110 + \$ 8,75}{\$ 951,50} = \frac{\$ 118,75}{\$ 951,50} = 0,1248 = 12,48\%$$

O YTM aproximado é, portanto, 12,48%, o qual não difere muito da taxa de retorno de 12,44% calculada acima pelo uso da abordagem de tentativa-e-erro.

### 3. Uso de calculadora

Entradas	8	930	110	1.000	
Funções	n	PV	CHS PMT	CHS FV	i
Saídas					12,43

O retorno esperado até o vencimento é igual a 12,43%.



## Atividade 6

A Altaneira S.A. tem títulos de dívida que estão sendo atualmente vendidos por \$940. Eles têm uma taxa de juros declarada no cupom de 10% e um valor de face de \$1.000, pagam juros *anualmente* e têm vinte anos até o vencimento.

- a. Calcule o retorno até o vencimento (YTM) sobre esses títulos de dívida.
  - a.1. por tentativa-e-erro;
  - a.2. pela fórmula de aproximação;
  - a.3. pela calculadora.
- b. Compare e discuta os resultados encontrados em a.1 e a.2.
- c. Compare o YTM calculado em a para a taxa de juros declarada no cupom dos títulos de dívida e use uma comparação dos preços atuais dos títulos de dívida e seu valor de face para explicar essa diferença.

$$M = \$ 1.000 \quad n = 20 \text{ anos} \quad J = 1.000 \times 0,10 = 100 \quad B_0 = \$ 940 \quad k_d = ?$$

O fluxo de caixa deste título é:

Ano(s)	Fluxo de caixa
0	– \$ 940
1 – 20	100
20	1.000

### Respostas Comentadas

a.1. *Cálculo por tentativa-e-erro*

A taxa de desconto deste fluxo é maior que a taxa de cupom, de 10%, uma vez que o valor de mercado de \$ 940 é menor que o seu valor de face de \$ 1.000. Temos que encontrar a taxa que iguale o valor presente do fluxo de caixa a \$ 940.

Com a fórmula 12.6B e as tabelas financeiras, considerando uma taxa de 11%, podemos calcular o valor presente:

$$\begin{aligned} & \$100 \times (FJVP_{11\%, 20 \text{ anos}}) + \$1.000 \times (FVP_{11\%, 20 \text{ anos}}) \\ & = \$ 100 \times 7,963 + \$ 1.000 \times 0,124 \\ & = \$ 796,30 + \$ 124 = \$ 920,30 \end{aligned}$$

Se a taxa de desconto fosse igual a 10% o valor de mercado seria igual ao valor de face de \$ 1.000. Como o valor de mercado, \$ 940, é menor do que \$ 1.000, aumentamos a taxa de desconto para 11% e calculamos o valor presente do fluxo de caixa; encontramos \$ 920,30, menos que o valor do título, de \$ 940.

A taxa de desconto está então entre 10% e 11%.

Interpolando, temos:

1. Diferença entre os valores dos títulos à taxa de 10% e 11%.

A diferença é \$ 79,70 (\$ 1.000 – \$ 920,30)

2. A diferença absoluta entre o valor desejado de \$940 e o valor associado com a taxa de desconto mais baixa é: \$ 60 (\$ 940 – \$ 1.000).
3. Dividindo o valor do Passo 2 pelo valor encontrado no Passo 1, para obter a percentagem da distância ao longo da faixa da taxa de desconto entre 10 e 11%. O resultado é 0,7528 (\$ 60/\$ 79,70).
4. Multiplique a percentagem encontrada no Passo 3 pela extensão do intervalo de 1% (10% – 11%) sobre o qual a interpolação está sendo feita. O resultado é 0,75% (0,75 × 1%).
5. Adicione o valor encontrado no Passo 4 à taxa de juros associada com a menor extremidade do intervalo. O resultado é 10,75% (10% + 0,75%). O retorno até o vencimento é, portanto, de 10,75%.

a.2. Cálculo do retorno até o vencimento pela fórmula de aproximação (Equação 12.8)

$$\text{Retorno aproximado, } K_d = \frac{J + \frac{M - B_0}{n}}{\frac{M + B_0}{2}}$$

$$\text{Retorno aproximado, } K_d = \frac{\$ 100 + \frac{\$ 1.000 - \$ 940}{20}}{\frac{\$ 1.000 + \$ 940}{2}} = \frac{\$ 100 + \$ 3}{\$ 970} = 0,10619 = 10,62\%$$

a.3. Cálculo do retorno até o vencimento pelo uso de calculadora.

Entradas	20	940	100	1.000	
Funções	n	PV	CHS PMT	CHS FV	i
Saídas					10,74

O retorno até o vencimento é igual a 10,74%.

b. Comparando e discutindo os resultados encontrados em a e b.

	YTM
Pelo valor preciso	10,75%
Pela fórmula de aproximação	10,62%

O retorno aproximado de 10,62% é uma estimativa bastante razoável do valor preciso de 10,75%. Comparando as duas taxas, podemos observar que o uso da fórmula de aproximação de retorno parece aceitável, uma vez que sua estimativa aproxima-se do valor real.

c. O valor calculado do retorno até o vencimento de 10,75% está acima da taxa de juros declarada de 10% do título, visto que o valor de mercado de \$ 940 é menor que seu valor ao par de \$ 1.000. Sempre que o valor de mercado de um título é menor que seu valor ao par (sendo vendido com desconto), seu retorno até o vencimento estará acima da sua taxa de juros; quando o título é vendido ao par, seu retorno até o vencimento será igual a sua taxa de juros do cupom, e quando o valor de mercado de um título supera seu valor ao par (sendo vendido com ágio), seu retorno até o vencimento estará abaixo de sua taxa de juros.

### Juros semestrais e valores de título de dívida

O procedimento usado na obtenção do valor dos títulos de dívida que pagam juros semestralmente envolve:

1. A conversão dos juros anuais,  $J$ , em semestrais, dividindo-os por 2.
2. A conversão do número de anos até o vencimento,  $n$ , em número de períodos de seis meses de vencimento pela multiplicação de  $n$  por 2.
3. A conversão do retorno exigido determinado (em vez do efetivo) para títulos de risco similar que também pagam juros semestralmente, de uma taxa anual,  $k_d$ , para uma taxa semestral, dividindo-o por 2.

Com isto, fica:

$$B_o = \frac{J}{2} \times \left[ \sum_{t=1}^{2n} \frac{1}{\left(1 + \frac{k_d}{2}\right)^t} \right] + M \times \left[ \frac{1}{\left(1 + \frac{k_d}{2}\right)^{2n}} \right] \quad (12.9)$$

$$B_o = \frac{J}{2} \left( \text{FJVPA}_{\frac{k_d}{2}, 2n} \right) + M \times \left( \text{FJVP}_{\frac{k_d}{2}, 2n} \right) \quad (12.9A)$$

Exemplo: Supondo que o título da dívida da Tudocapta S.A pague juros semestrais e que o retorno exigido declarado,  $k_d$ , seja 10% para os títulos de risco similar, que também pagam juros semestrais.

Temos:  $M = \$1.000$   $J = (\$ 1.000 \times 0,12)/2 = \$ 120/2 = \$60$

$n = 10 \times 2 = 20$  e  $k_d = 10\%/2 = 5\%$

Substituindo na Equação 12.8A, obtemos:

$$B_0 = \frac{\$120}{2} \times \left( FJVP_{\frac{10\%}{2}, 2 \times 10 \text{ anos}} \right) + \$1.000 \times \left( FJVP_{\frac{10\%}{2}, 2 \times 10 \text{ anos}} \right)$$

Uso da tabela

$$B_0 = \$60 \times (FJVP_{5\%, 20 \text{ períodos}}) + \$1.000 (FJVP_{5\%, 20 \text{ períodos}})$$

$$B_0 = \$60 \times 12,462 + \$ 1.000 \times 0,377$$

$$B_0 = \$ 747,73 + \$ 377 = \$ 1.124,73$$

Use de calculadora	6	1.000
Entradas	20	
Funções	n	i
	PMT	FV
Saídas		PV
		1.124,62

Se compararmos o resultado de \$ 1.124,62 com o resultado obtido de \$ 1.122,89, que foi encontrado quando calculamos o valor do título em base anual, vemos que o valor do título de dívida é mais alto quando os juros semestrais são usados. Isso sempre ocorrerá quando o título de dívida for vendido com prêmio. Para títulos de dívida vendidos com desconto, ocorrerá o oposto. O valor com juros semestrais será menor

## Atividade 7

que o valor com juros anuais.

A Petrobras S.A tem um título de dívida em circulação ao valor de face de \$1.000 com uma taxa de juros declarada no cupom de 8%, pagos semestralmente. O título de dívida tem doze anos até a sua data de vencimento.

- Qual é o valor do título da dívida quando o retorno exigido é igual a 10%?
- Indique se o título de dívida está sendo vendido com desconto, com prêmio, ou ao seu valor de face e explique por quê.

### Respostas

a. Pela fórmula 12.7A e as tabelas financeiras, podemos encontrar o valor de mercado das obrigações:

$$B_0 = \frac{J}{2} \times \left( FJVPA_{\frac{k_d}{2}, 2n} \right) + M \times \left( FJVP_{\frac{k_d}{2}, 2n} \right) \quad (12.7A)$$

$$M = \$1.000 \quad J = 1000 \times 0,08 = \$80 \quad n = 12 \text{ anos} \quad k_d = 10\%$$

$$B_0 = \frac{\$80}{2} \times \left( FJVPA_{\frac{10\%}{2}, 2 \times 12} \right) + \$1.000 \times \left( FJVP_{\frac{10\%}{2}, 2 \times 12} \right)$$

períodos períodos

$$B_0 = \$40 \times FJVPA_{5\%, 24 \text{ períodos}} + \$1.000 \times FJVP_{5\%, 24 \text{ períodos}}$$

$$B_0 = \$40 \times 13,799 + \$1.000 \times 0,310$$

$$B_0 = \$551,96 + \$310,00 = \$861,96$$

Entradas	24	5	40	1.000	
Funções	n	i	CHS PMT	CHS FV	PV
Saídas					862,01

O valor de mercado do título é aproximadamente \$ 862,01.

b. A taxa de juros declarada no título, 8%, é menor do que a

taxa de retorno exigida, 10%; o título será vendido com desconto.

## CONCLUSÃO

O impacto das decisões de investimento e financiamento devem ser analisados pelo impacto que causam no valor de uma empresa. O valor de uma empresa pode ser visto como o valor das obrigações mais o valor do patrimônio líquido. É necessário, por isto, saber como os valores de mercado dos títulos de dívida e das ações são estabelecidos. Nesta aula, mostramos como encontrar o valor de mercado de títulos de dívida. Também foi abordado como as taxas de juros são determinadas,

## Atividades Finais

uma vez que são necessárias para estimar a taxa de retorno que se espera obter ao negociar com títulos de dívida.

### Taxa de rentabilidade esperada

A taxa livre de risco é de 7%. A inflação esperada é de 2% neste ano e de 3% durante os próximos três anos.

- Qual é a rentabilidade sobre os títulos do Governo de dois anos?
- Qual é a rentabilidade sobre os títulos do Governo de três anos?

### Respostas Comentadas

$$k_1 = k^* + PI + PR_1 \quad (12.3)$$

A inflação média esperada para os dois anos é igual a 2,5%  $[(2\% + 3\%)/2]$

A inflação média esperada para os três anos é igual a 2,67%  $[(2\% + 3\% + 3\%)/3]$

Então, a rentabilidade dos títulos é:

a.  $k_{\text{dois anos}} = 7\% + 2,5\% = 9,5\%$

A rentabilidade do título do Governo para dois anos é igual a 9,5%.

b.  $k_{\text{três anos}} = 7\% + 2,67\% = 9,67\%$

A rentabilidade do título do Governo para três anos é igual a 9,67%.

### Taxa a termo

Sendo a taxa à vista para obrigações com prazo de

vencimento de um ano igual a 11% e a taxa à vista para obrigações com prazo de vencimento de dois anos igual a 12%, qual é a taxa a termo?

$$r_1 = 11\% \qquad r_2 = 12\% \qquad f_2 = \%$$

$$f = \frac{(1+r_n)^n}{(1+r_{n-1})^{n-1}} - 1$$

**Resposta Comentada**

Podemos encontrar a taxa a termo pela fórmula (12.4)

$$(12.4)$$

onde  $f_2 = \frac{(1+0,12)^2}{(1+f_2)} - 1$   
 $f_2$  é a taxa a termo para o n-ésimo ano,  $r_n$  é a taxa à vista para o prazo de n anos e  $r_{n-1}$  é a taxa à vista para o prazo de n - 1 anos

$$= 0,1300 = 13\%$$

A taxa a termo é igual a 13%.

**Valor de um título de dívida e variação nos retornos exigidos**

A seguir, são fornecidas informações sobre três títulos de dívida de \$1.000 negociados no mercado. Todos pagam juros anuais.

Título de dívida	Taxa de juros no cupom (%)	Prazo
A	10	10 anos
B	12	15
C	14	20

Dadas as atuais condições de mercado, todos os títulos de dívida têm a mesma taxa de retorno exigida de 12%.

- a. O que você poderia afirmar sobre o valor de mercado dos títulos de dívida, sem fazer cálculos?
- b. Calcule o valor de mercado de cada um.
- c. Encontre o valor de cada título de dívida quando os juros são pagos semestralmente.

**Respostas Comentadas**

a. A taxa de retorno exigida,  $k_d = 12\%$

Ativo A - a taxa de juros declarada de 10% é menor do que a taxa de retorno exigida de 12%; o título está sendo com desconto.

Ativo B - a taxa de juros declarada de 12% é igual à taxa

de retorno exigida de 12%; o título está sendo pelo valor nominal.

Ativo C - a taxa de juros declarada Ativo C (14%) é maior do que a taxa de retorno exigida (12%); o título está sendo com prêmio.

b. Cálculo do valor de mercado dos títulos

Título de Dívida A:

$$M = \$ 1.000 \quad k_d = 12\% \text{ pagos anualmente} \quad J = \$ 1.000 \times 0,10 = \$ 100 \quad n = 10 \text{ anos}$$

$$B_0 = \$ 100 \times FJVA_{12\%, 10 \text{ anos}} + \$ 1.000 \times FJVP_{12\%, 10 \text{ anos}}$$

$$B_0 = \$ 100 \times 5,650 + \$ 1.000 \times 0,322$$

Entradas	10	12	100	1.000
----------	----	----	-----	-------

$$B_0 = \$ 565,00 + \$ 322,00 = \$ 887,00$$

Funções	n	i	PMT	FV	PV
Uso de calculadora					
Saídas					886,99

O valor de mercado do título A é aproximadamente \$ 887.

Título de Dívida B:

$$M = \$ 1.000 \quad k_d = 12\% \text{ pagos anualmente} \quad J = \$ 1.000 \times 0,12 = \$ 120 \quad n = 15 \text{ anos}$$

$$B_0 = \$ 120 \times FJVA_{12\%, 15 \text{ anos}} + \$ 1.000 \times FJVP_{12\%, 15 \text{ anos}}$$

$$B_0 = \$ 120 \times 6,811 + \$ 1.000 \times 0,183$$

Entradas	15	12	120	1.000
----------	----	----	-----	-------

$$B_0 = \$ 817,32 + \$ 183,00 = \$ 1.000,00$$

Funções	n	i	PMT	FV	PV
Uso de calculadora					
Saídas					1.000

O valor de mercado do título B é igual a \$ 1.000.

Título de Dívida C:

$$M = \$ 100 \quad k_d = 12\% \text{ pagos anualmente} \quad J = \$ 100 \times 0,14 = \$ 140 \quad n = 20 \text{ anos}$$

$$B_0 = \$ 140 \times FJVA_{12\%, 20 \text{ anos}} + \$ 1.000 \times FJVP_{12\%, 20 \text{ anos}}$$

$$B_0 = \$ 140 \times 7,460 + \$ 1.000 \times 0,104$$

Entradas	20	12	140	1.000
----------	----	----	-----	-------

$$B_0 = \$ 1.044,40 + \$ 104,00 = \$ 1.148,40$$

Funções	n	i	PMT	FV	PV
Uso de calculadora					
Saídas					1.149,40

O valor de mercado do título C é aproximadamente \$ 1.149,40.

c. Valor de cada título de dívida, quando os juros são pagos semestralmente pela fórmula  $B_0 = -X \times FJVA_{k_d, n} + M \times FJVP_{k_d, n}$  e as tabelas financeiras, podemos encontrar o valor de mercado das obrigações

(12.9A)

$$J = \$1.000 \times 0,10 = \$100 \quad M = \$1.000 \quad n = 10 \text{ anos} \quad k_d = 12\%$$

$$\text{Titulo A} \quad B_0 = \frac{A}{2} \times FJVPA_{\frac{12\%}{2}, 10 \times 2} + M \times FJVP_{\frac{12\%}{2}, 10 \times 2}$$

$$B_0 = \frac{\$100}{2} \times FJVPA_{6\%, 20} + 1.000 \times FJVP_{6\%, 20}$$

$$B_0 = \$50 \times 11,470 + \$1.000 \times 0,312$$

$$B_0 = \$573,50 + \$312$$

$$B_0 = \$885,50$$

Entradas	20	6	50	1.000	
Usando a calculadora	i	CHS PMT	CHS FV	PV	
Saídas					885,30

$$J = \$1.000 \times 0,12 = \$120 \quad M = \$1.000 \quad n = 15 \text{ anos} \quad k_d = 12\%$$

O valor de mercado do título A é aproximadamente \$ 885,30.

$$\text{Titulo B} \quad B_0 = \frac{J}{2} \times FJVPA_{\frac{12\%}{2}, 15 \times 2} + M \times FJVP_{\frac{12\%}{2}, 15 \times 2} \Rightarrow B_0 = \frac{\$120}{2} \times FJVPA_{6\%, 30} + 1.000 \times FJVP_{6\%, 30}$$

$$B_0 = \$60 \times 13,765 + \$1.000 \times 0,174$$

$$B_0 = \$825,90 + \$174 = \$999,90$$

$$B_0 = \$1,000$$

Entradas	30	6	60	1.000	
Usando a calculadora	i	CHS PMT	CHS FV	PV	
Saídas					1.000

$$J = \$1.000 \times 0,14 = \$140 \quad M = \$1.000 \quad n = 20 \text{ anos} \quad k_d = 12\%$$

O valor de mercado do título B é igual a \$ 1.000.

$$\text{Titulo C} \quad B_0 = \frac{C}{2} \times FJVPA_{\frac{12\%}{2}, 20 \times 2} + M \times FJVP_{\frac{12\%}{2}, 20 \times 2} \Rightarrow B_0 = \frac{\$60}{2} \times FJVPA_{7\%, 10} + 500 \times FJVP_{7\%, 10}$$

$$B_0 = \$70 \times 15,046 + \$1.000 \times 0,097$$

$$B_0 = \$1.053,22 + \$97,00 = \$1.150,22$$

$$B_0 = \$1.150,22$$

Entradas	40	6	70	1.000	
Usando a calculadora	i	CHS PMT	CHS FV	PV	
Saídas					1.150,4

O valor de mercado do título C é aproximadamente \$ 1.150.

### Valor de um título de dívida e variação nos retornos exigidos

Suponha que a Cia. Alabama tenha vendido uma emissão de títulos de dívida com 10 anos até o vencimento, valor nominal de \$1.000, 10% a.a. de taxa de cupom e pagamento de juros anuais.

- Dois anos após os títulos terem sido emitidos, a taxa de juros vigente em títulos de dívida caiu para 6% a.a. A que preço estariam sendo vendidos esses títulos de dívida?
- Suponha que, dois anos após a oferta inicial, a taxa de juros vigente tivesse subido para 12% a.a. A que preço estariam sendo vendidos esses títulos?
- Suponha que as condições na letra a existissem – isto é, a taxa de juros tivesse caído para 6% a.a. dois anos após a data de emissão. Suponha ainda que a taxa de juros permanecesse a 6% pelos próximos 8 anos. Que aconteceria com o preço dos títulos de dívida da Cia. Alabama ao longo do tempo?

### Respostas Comentadas

$M = \$1.000$  Prazo de vencimento no lançamento,  $n = 10$  anos

Juros =  $\$1.000 \times 0,10 = \$100$

$$B_0 = J \times (FVPA_{k_d, n}) + M \times (FVP_{k_d, n})$$

~~$B_0 = \$100 \times (FVPA_{6\%, 8 \text{ anos}}) + \$1.000 \times (FVP_{6\%, 8 \text{ anos}})$~~   $k_d = 6\% = 0,06$  (12.7B)

$$B_0 = \$100 \times 6,21 + \$1.000 \times 0,627$$

$$B_0 = \$621,00 + \$627 = \$1.248,0$$

Entradas	8	6	100	1.000	
Pela calculadora		i	PMT	FV	PV
Saídas					1.248,39

Deveriam estar sendo vendidos a \$ 1.248,39.

$$B_0 = \$100 \times FVPA_{12\%, 8 \text{ anos}} + \$1.000 \times FVP_{12\%, 8 \text{ anos}}$$

~~$B_0 = \$100 \times 4,968 + \$1.000 \times 0,404$~~   $k_d = 12\% = 0,12$

$$B_0 = \$496,80 + \$404,0 = \$900,80$$

Entradas	8	12	100	1.000	
Pela calculadora Funções	$n$	$i$	PMT	FV	PV
Saídas					900,64

d. No vencimento, o preço se aproximaria do valor nominal de \$ 1.000,00. O valor de mercado de um título sempre se aproximará de seu valor de face quanto mais perto estiver a data do vencimento. Isto ocorre porque o número de benefícios (pagamento de juros) que podem ser recebidos irá diminuir com a proximidade da data de vencimento.

### Avaliação de títulos de dívida – juros anuais

A Ibisa S.A emitiu três séries de títulos. A série 1 foi emitida há 22 anos e será resgatada daqui a 3 anos. A taxa de cupom é 7%. A série 2 foi emitida há 5 anos; o prazo a decorrer até o vencimento é de 10 anos e paga juros anuais de \$140. A série 3 foi emitida recentemente, ainda está sendo vendida ao valor de face e tem taxa de cupom de 10%. O valor nominal dos títulos das três séries é \$1.000. Se a taxa de retorno exigida pelos investidores corresponde ao retorno até o vencimento dos títulos da série 3, determine os valores dos títulos 1 e 2.

### Resposta Comentada

O retorno até o vencimento dos títulos da série 3 é igual a 10%, já que seu valor de mercado é igual ao seu valor nominal. Então, a taxa de retorno exigida pelos investidores será de 10% tanto para os títulos da série 1 quanto para os da série 2.

	Série 1	Série 2	Série 3
Valor nominal	1.000,00	1.000,00	1.000,00
Taxa de cupom	7%	14%	10%
Prazo de resgate até o vencimento	3 anos	10 anos	
Juros	\$ 70	\$ 140,00	\$100,00



c. Em 1º de julho 2007, os títulos da Jatobá S.A. foram vendidos a \$ 916,42. Qual foi a retorno até o vencimento (YTM) nessa data?

### Respostas Comentadas

a. Como os títulos foram vendidos pelo valor nominal, o retorno até o vencimento é igual à taxa de juros declarada no cupom, ou seja, 12%.

b. Cinco anos após a data de vencimento faltam 10 anos para o vencimento dos títulos, então  $n = 10$  anos:

$$B_0 = \frac{J}{2} \times FVPA_{\frac{k_d}{2}, n \times 2} + M \times FVA_{\frac{k_d}{2}, n \times 2}$$

$M = 1.000$     $k_d = 10\%$  (5% pagos semestralmente)    $D = \$120$     $n = 10$  anos

$$B_0 = \frac{J}{2} \times FVPA_{\frac{10\%}{2}, 10 \times 2} + M \times FVA_{\frac{10\%}{2}, 10 \times 2}$$

Pela fórmula 12.9A e as tabelas financeiras, temos:

$$B_0 = \frac{\$120}{2} \times FVPA_{5\%, 20} + 1.000 \times FVA_{5\%, 20}$$

$$B_0 = \$60 \times 12,462 + \$1.000 \times 0,377$$

$$B_0 = \$747,73 + \$377 \quad B_0 = \$1.124,73$$

Entradas	20	5	60	1.000	
Funções	n	i	CHS, PMT	CHS FV	PV
Saídas					1.124,62

Pela calculadora financeira, temos:

O valor de mercado dos títulos após cinco anos de seu lançamento é aproximadamente \$ 1.124,62.

c. De 1º de julho de 2007 até 31 de dezembro de 2013, faltavam 6 anos e 6 meses para o vencimento do título, ou seja, 13 semestres.

$$\text{Valor atual, } B_0 = \$916,42 = \frac{J}{2} \times FVPA_{\frac{k_d}{2}, n \times 2} + M \times FVA_{\frac{k_d}{2}, n \times 2} \quad M = \$1.000 \quad k_d = ?$$

Pela fórmula 12.8A e as tabelas financeiras, temos:

$$\$916,42 = \frac{J}{2} \times FVPA_{\frac{k_d}{2}, 6,5 \times 2} + M \times FVA_{\frac{k_d}{2}, 6,5 \times 2}$$

Se o valor nominal,  $M$ , fosse igual ao valor atual,  $B_0$ , a taxa de retorno seria de 12%.

Como o valor nominal do título (\$ 1.000) é maior que o valor atual,  $B_0 = \$916,42$ ;

a taxa de retorno é maior que a taxa de juros declarada no cupom de 12%. Vamos,

então, calcular considerando a taxa de 13%.

$$B_0 = \$60 \times FVPA_{6,5\%, 13} + \$1.000 \times FVA_{6,5\%, 13}$$

$$B_0 = \$60 \times 8,5997 + \$1.000 \times 0,4410$$

$$B_0 = \$515,9845 + \$441,0168 = \$957$$

Como  $20957$  é maior que  $\$916,42$ , vamos aumentar a taxa para  $14\%$ , e calcular, novamente, o valor presente do fluxo de caixa do título.

$$B_0 = \$60 \times FJVA_{7\%,13} + \$1.000 \times FJVP_{7\%,13}$$

$$B_0 = \$60 \times 8,3577 + \$1.000 \times 0,4150$$

$$B_0 = \$501,46 + \$414,9644 = \$916,42$$

A taxa de retorno até o vencimento  $\frac{M - B_0}{M + B_0}$  é de  $14\%$ .

Usando a fórmula aproximada (12.7), para encontrar o retorno até o vencimento

$$\text{Retorno aproximado} = \frac{\$1.000 - \$916,42}{\$60 + \frac{\$1.000 + \$916,42}{2}} \quad (12.7)$$

$$\begin{aligned} \text{Retorno aproximado} &= \frac{\$60 + \$6,429}{\$958,12} = \frac{\$66,43}{\$958,12} = 0,06933 = 6,93\% \\ &= 6,93\% \times 2 = 13,87\% \end{aligned}$$

Retorno aproximado =

Entradas	13	916,42	60	1.000	
Usando a calculadora	CHS PV	PMT	FV	i	
Saídas					7,00

**RESUMO**

*A taxa de retorno até o vencimento =  $7,0\% \times 2 = 14\%$*

*Portanto, a taxa de retorno até o vencimento é de 14%.*

Vimos, nesta aula, uma abordagem aprofundada das taxas de juros, a curva das taxas de juros e sua relação com o retorno exigido. Vimos, também, a importância do retorno exigido, visto que o valor de uma obrigação é determinado pelo valor presente dos seus fluxos de caixa e a taxa de desconto destes fluxos, geralmente, é o retorno exigido. Apresentamos o importante conceito de avaliação, demonstrando o impacto de fluxos de caixa, do tempo e o risco sobre o valor de um título de dívida. Apresentamos os modelos de avaliação de títulos de dívida e o cálculo do

retorno até o vencimento, usando a abordagem de tentativa-e-erro, a fórmula de aproximação e a calculadora financeira.

**INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA**



# Avaliação de ações ordinárias e preferenciais

AULA

# 13

## Metas da aula

Apresentar conceitos de avaliação de uma ação, explicando como o valor de mercado das ações preferenciais e ordinárias é determinado; aplicar os modelos de avaliação das ações ordinárias; usar o valor patrimonial e o valor de liquidação da empresa para estimar os valores de ações ordinárias; apresentar o modelo de avaliação da ação preferencial.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo desta aula, você seja capaz de:

- 1 explicar o modelo básico de avaliação para ações;
- 2 reconhecer como se determina o valor esperado da ação ordinária;
- 3 aplicar os modelos de determinação do valor de ação ordinária para ações ordinárias, crescimento nulo, crescimento constante e crescimento variável;
- 4 aplicar o modelo de avaliação do fluxo de caixa livre para estimar o valor da ação ordinária;
- 5 aplicar o uso do valor patrimonial e do valor de liquidação para estimar valores de ações ordinárias;
- 6 aplicar o modelo de avaliação para calcular o valor da ação preferencial.

## Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula com mais facilidade, é necessário ter claros os conceitos de valor presente (ou atual) e valor futuro, além de saber utilizar tabelas financeiras para calcular o valor presente de um fluxo de caixa com a utilização de tabelas financeiras, apresentados na Aula 4. As características das ações ordinária e preferencial, apresentadas na Aula 11, serão imprescindíveis para o bom entendimento desta aula. Você deve, também, se reportar à aula passada, em que foram estudados os conceitos apresentados na disciplina Matemática Financeira, principalmente na Aula 8 – Séries, Rendas ou Anuidades Uniformes de Pagamento (Modelo Básico, Valor Atual) e na Aula 10 – Séries, Rendas ou Anuidades Uniformes de Pagamento (Modelo Genérico). É igualmente necessário o uso de uma calculadora simples ou de uma calculadora financeira.

## INTRODUÇÃO

Vamos considerar nesta aula que o mercado é eficiente, e que, a cada instante, todas as ações de risco semelhante são avaliadas de forma que o retorno esperado seja igual ao exigido.

Mercado eficiente é a suposição da eficiência do mercado no qual são negociados os títulos, em que todos os investidores têm a mesma informação e expectativa sobre os títulos, em que todos os investidores são racionais e encaram os títulos de maneira semelhante, em que não há restrição sobre investimentos, não há impostos nem custos de transação e em que nenhum dos investidores é suficientemente grande para afetar significativamente o mercado.

Com a consideração do mercado eficiente, o mercado de ações está em equilíbrio, com preços justos, o que significa que os retornos esperados são iguais aos exigidos. Os preços das ações reagem rapidamente a novas informações e refletem as informações publicamente disponíveis sobre determinada empresa e sobre suas ações. Com os preços das ações sendo determinados de maneira justa e completa, os investidores não precisam procurar por ações incorretamente avaliadas para tirar proveito disso.

Relembrando a Aula 5, o retorno percentual sobre o investimento de um acionista pode ser dividido em duas partes: dividendos recebidos, que é o retorno corrente; ganho de capital, que é a valorização do preço da ação. Então, considerando o período de um ano, o retorno de uma ação ordinária é igual à soma dos dividendos esperados, acrescida ou reduzida de qualquer ganho ou perda de capital, dividido pelo preço de aquisição da empresa:

$$\hat{k} = \frac{D_1 + P_1 - P_0}{P_0} \quad (13.1)$$

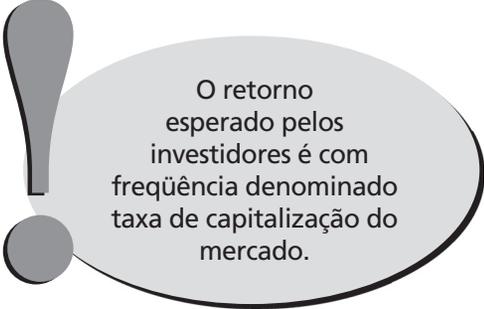
Onde

$\hat{k}$  : = retorno esperado da ação

$P_0$  = preço atual da ação

$P_1$  = preço esperado da ação ao final de um ano

$D_1$  = dividendo esperado por ação



O retorno esperado pelos investidores é com frequência denominado taxa de capitalização do mercado.

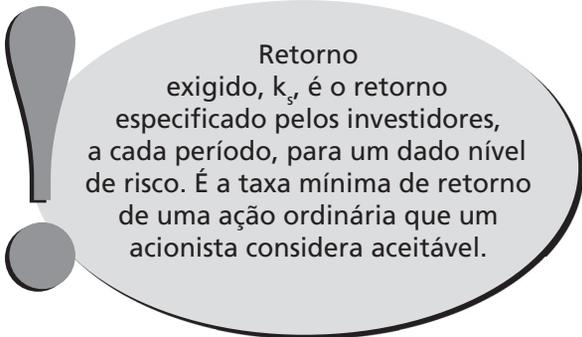
Por exemplo, suponha que as ações da Dermadus S. A. estejam sendo vendidas, atualmente, por \$ 100 cada uma. Há uma expectativa de que haverá, para o próximo ano, distribuição de dividendos no valor de \$ 8 por ação. Também se espera que as ações da Dermadus sejam negociadas por \$ 105 cada uma, ao final de um ano. O retorno esperado pelos acionistas será, portanto, de 13%:

$$k = \frac{\$ 8 + \$ 105 - 100}{\$ 100} = 0,13 = 13\%$$

O investidor espera, assim, um retorno de 13%.

Se conhecermos as expectativas dos investidores com relação aos dividendos, aos preços e ao retorno exigido,  $k_s$ , também podemos estimar o preço atual de uma ação:

$$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{1 + k_s} \quad (13.2)$$



Retorno exigido,  $k_s$ , é o retorno especificado pelos investidores, a cada período, para um dado nível de risco. É a taxa mínima de retorno de uma ação ordinária que um acionista considera aceitável.

Considerando os dados anteriores da Dermadus S. A., e considerando que o retorno exigido para ações de risco semelhante ao da Dermadus seja de 13%, aplicando a fórmula 13.2, temos que o preço atual da ação da empresa deverá ser igual a \$ 100.

$$P_0 = \frac{\$ 8 + \$ 105}{1,13} = \$ 100$$

Entretanto, o preço de venda que o atual investidor receberá vai depender dos dividendos esperados pelos futuros investidores.

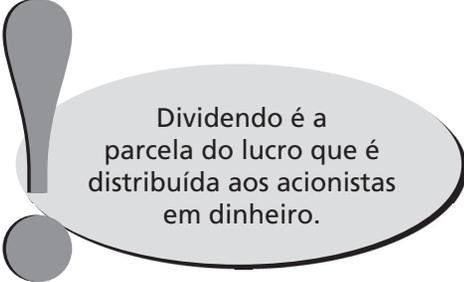
Neste exemplo, vamos considerar que \$ 100 é o preço correto, porque estamos supondo que o mercado é eficiente. Com isso, nenhum outro preço poderia vigorar no mercado por muito tempo. Se o  $P_0$  fosse superior a \$ 100, a taxa de retorno esperada das ações da Dermadus seria menor que a taxa de retorno exigida para ações de risco semelhante ( $\hat{k} < k_s$ ) e, então, os investidores venderiam as ações da Dermadus e aplicariam os recursos em outros títulos, o que provocaria a queda do preço das ações da Dermadus. Esta queda, supondo-se que não haja nenhuma mudança nos benefícios esperados, causa uma elevação do retorno esperado ao nível do retorno exigido.

Se  $P_0$  fosse menor que \$ 100, o processo seria inverso. As ações da Dermadus estariam oferecendo um retorno superior ao retorno de outras ações de risco equivalente ( $\hat{k} > k_s$ ). Se o retorno esperado fosse superior ao retorno exigido, os investidores comprariam o ativo, causando o aumento de seu preço e a diminuição de seu retorno esperado ao ponto em que se iguala ao retorno exigido.

## **AVALIAÇÃO DE AÇÕES ORDINÁRIAS**

### **Como avaliar as ações ordinárias**

Vimos na Aula 11 que ações ordinárias representam os recursos que os proprietários investiram em uma empresa, com a expectativa de receber dividendos e de que as ações se valorizem. Como o objetivo da administração financeira é maximizar o valor da ação ordinária, é importante verificar como se determinam preços e/ou valores estimados da ação ordinária.



Dividendo é a parcela do lucro que é distribuída aos acionistas em dinheiro.

Aprendemos na Aula 12 que o valor de um ativo é determinado pelo valor presente de seus fluxos de caixa futuros esperados. Sabemos que uma ação oferece dois tipos de fluxos de caixa: os dividendos que a empresa distribui e os recursos que o acionista recebe quando vende a ação. Entretanto, para estabelecer o valor de uma ação, consideramos apenas o valor presente de todos os dividendos futuros esperados. Isto ocorre porque o resultado encontrado é muito semelhante ao resultado apurado pela soma do valor presente do dividendo do próximo período com o preço da ação no final do próximo período.

Para melhor entendimento dessa afirmação, vamos voltar à fórmula 13.2,

$$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{1 + k_s} \quad (13.2)$$

que podemos reescrever:

$$P_0 = \frac{D_1}{1 + k_s} + \frac{P_1}{1 + k_s} \quad (13.2.a)$$

Para melhor entendimento da afirmação do parágrafo anterior, voltemos ao exemplo anterior, quando calculamos o preço atual ( $P_0$ ), com os valores dados tanto para o dividendo do próximo período ( $D_1$ ) como para o preço esperado da ação ao final de um ano ( $P_1$ ). Como encontrar  $P_1$ ? Se a fórmula para calcular o  $P_0$  é válida, ela também deverá ser para calcular  $P_1$ . Então:

$$P_1 = \frac{D_2}{1 + k_s} + \frac{P_2}{1 + k_s} \quad (13.3)$$

Substituindo o valor de  $P_1$ , dado na equação 13.3 em 13.2.a, temos:

$$P_0 = \frac{D_1}{1 + k_s} + \frac{D_2 + P_2}{1 + k_s}$$

e colocando  $1 + k$  em evidência, temos:

$$P_0 = \frac{1}{1+k_s} \times \left( D_1 + \frac{D_2 + P_2}{1+k_s} \right)$$

Multiplicando por  $\frac{1}{1+k_s}$ , temos:

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k_s} + \frac{D_2 + P_2}{(1+k_s) \times (1+k_s)}$$

Então:

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2 + P_2}{(1+k)^2} \quad (13.4)$$

Se os investidores, hoje, esperam dividendos de \$ 8,40 no ano 2, então a taxa de crescimento dos dividendos é de 5%. O preço da ação no ano 2 ( $P_2$ ) será igual a \$ 110,25 (\$ 110 × 1,05). Considerando que o retorno exigido ( $k_s$ ) continua 13%, temos:

$$P_1 = \frac{\$ 8,40 + \$ 110,25}{1,13} = \$ 105$$

O preço da ação no ano 1 ( $P_1$ ) é igual a \$ 105.

O preço atual pode também ser calculado pela fórmula original

13.2

$$P_0 = \frac{\$ 8 + \$ 105}{1,13} = \$ 100$$

ou a partir da fórmula 13.4:

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2 + P_2}{(1+k)^2} \quad (13.4)$$

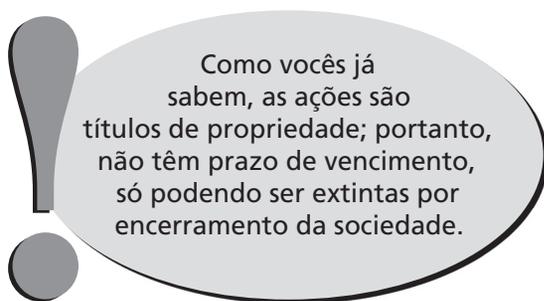
$$P_0 = \frac{\$ 8}{1,13} + \frac{\$ 8,40 + \$ 110,25}{(1,13)^2}$$

$$P_0 = \$ 7,08 + \$ 92,92 = \$ 100$$

Poderíamos agora fazer uma pergunta semelhante àquela feita na fórmula 13.2.a a respeito da fórmula 13.3: De onde vem  $P_2$ ? Para responder, substituiríamos  $P_2$  por  $\frac{D_3 + P_3}{1+k_s}$  e relacionaríamos o preço atual  $P_0$  com os dividendos previstos para os três anos ( $D_1, D_2, D_3$ ), somado com o preço estimado para o final do terceiro ano,  $P_3$ . Como as ações ordinárias não têm prazo de vencimento, elas não se extinguem com o tempo. Excluindo acontecimentos excepcionais, como falência, fusão e aquisições, as ações ordinárias são infinitas. Esse processo, portanto, pode ser repetido indefinidamente. No final, teríamos:

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k_s} + \frac{D_2}{(1+k_s)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1+k_s)^\infty} + \frac{P_\infty}{(1+k_s)^\infty} \quad (13.5)$$

$$= P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{D_t}{1+k^t} + \frac{P_n}{(1+k_s)^n} \quad (13.6)$$



Como o preço previsto ao fim do período n será o valor descontado de todos dividendos esperados o para período além de n, temos:

$$P_0 = \sum_{t=n+1}^{\infty} \frac{D_t}{1+k^{t-n}} \quad (13.7)$$

Substituindo a equação 13.6 em 13.5, o preço corrente de mercado da ação será obtido pela equação:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k_s)^t} = P_0 = \frac{D_1}{(1+k_s)^1} + \frac{D_2}{(1+k_s)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1+k_s)^\infty} \quad (13.8)$$

$P_0$  = valor atual da ação ordinária =  $t = 0$

$D_1$  = dividendo esperado por ação no final do ano 1

$D_t$  ( $t = 1 \dots 8$ ) = dividendo esperado por ação no final do ano t,

$k_s$  = taxa de retorno exigida para ações ordinárias.

A expressão  $\sum_{t=1}^{\infty}$  representa a soma do valor atual dos dividendos esperados desde o ano 1 até o ano representado por  $\infty$ .

A validade da equação 13.8 também pode ser confirmada pela continuação do exemplo numérico anterior. No exemplo, se considerarmos que os dividendos crescerão à taxa de 5%, o preço esperado da ação  $P_t$  também aumentará à mesma taxa a cada ano. Isso

posto, a tabela a seguir continua com o exemplo, para vários anos, na qual cada linha representa um dos componentes da fórmula 13.5 para  $t$  variando de 1 a  $\infty$ .

Tabela 13.1: Aplicação da fórmula geral de avaliação

Horizonte de tempo (1)	Valores futuros esperados			Valores atuais		
	Dividendo (D <sub>t</sub> ) (2)	Preço (P <sub>t</sub> ) (3)	Dividendos (4)	Dividendos acumulados (5)	Preço futuro (6)	Total (7) = (5)+(6)
0	–	100	–	–	100	100
1	8,00	105,00	7,08	7,08	92,92	100,00
2	8,40	110,25	6,58	13,66	86,34	100,00
3	8,82	115,76	6,11	19,77	80,23	100,00
4	9,26	121,55	5,68	25,45	74,55	100,00
5	9,72	127,63	5,28	30,73	69,27	100,00
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
10	12,41	162,89	3,66	52,02	47,99	100,00
20	20,22	265,33	1,75	76,97	23,03	100,00
40	53,64	704,00	0,40	94,70	5,30	100,00
60	142,32	1.867,92	0,09	98,78	1,22	100,00
80	377,61	4.956,14	0,02	99,72	0,28	100,00
100	1001,91	13.150,13	0,00	99,94	0,06	100,00

Podemos observar na tabela que, à medida que o número de anos aumenta, o valor presente dos dividendos futuros esperados é responsável por uma parcela cada vez maior na composição do valor atual da ação, em detrimento do valor presente do seu preço, o que faz com que o preço final da ação seja sempre igual a \$ 100.

A Figura 13.1, a seguir, mostra a ilustração gráfica da tabela acima:

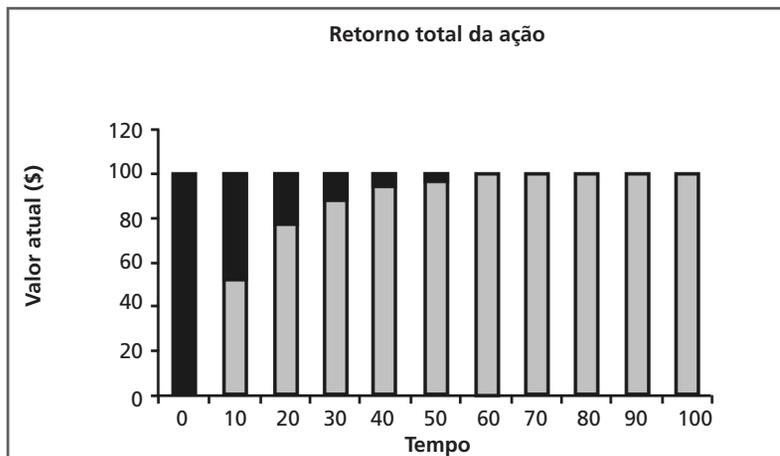


Figura 13.1: Retorno total da ação em um horizonte temporal.

Na Figura 13.1, podemos observar que cada barra tem representado o valor atual do preço esperado da ação no futuro, parte mais escura da coluna, e o valor presente da soma dos dividendos futuros esperados, parte mais clara. Como, à medida que se aproxima do infinito, o valor atual do preço esperado da ação no futuro se aproxima de zero, como podemos observar na última coluna da Figura 13.1, podemos ignorá-lo totalmente na determinação do valor atual da ação, considerando somente o valor atual da soma dos dividendos futuros esperados. Isso pode ser expresso pela equação geral:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k_s)^t} \quad \text{ou} \quad P_0 = \frac{D_1}{(1+k_s)^1} + \frac{D_2}{(1+k_s)^2} + \dots + \frac{D}{(1+k_s)^{\infty}} \quad (13.8)$$

### MODELOS DE AVALIAÇÃO DE AÇÃO ORDINÁRIA

A equação 13.8 pode ser simplificada ao se redefinir o dividendo de cada ano,  $D_t$ , em termos de crescimento. Isso é necessário porque uma empresa, normalmente, tem ciclos de vida, que possuem um crescimento mais rápido que o da economia, passando do crescimento igual ao da economia, depois por crescimento mais lento e, finalmente, tem crescimento zero. Considerando esses padrões básicos de crescimento, podemos desenvolver os modelos de avaliação de ações, como a seguir.

## Modelo de crescimento nulo

Ações com crescimento nulo são aquelas que não crescem. Espera-se, portanto, que os dividendos permaneçam constantes.

Temos então que:

$$D_1 = D_2 = D_3 = \dots = D_\infty$$

Considerando  $D_1$  como o montante anual de dividendos, sob crescimento zero, podemos reformular a equação 13.8 como a seguir:

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+k_s)^1} + \frac{D_1}{(1+k_s)^2} + \dots + \frac{D_1}{(1+k_s)^\infty} \quad (13.9)$$

Podemos verificar que a ação vai oferecer um retorno fixo perpétuo. O valor de uma perpetuidade é igual ao pagamento anual prometido (o dividendo) dividido pelo retorno exigido:

$$P_0 = \frac{D_1}{k_s} \quad (13.10)$$

## Atividade 1

Espera-se que a Aceluma S. A. distribua dividendos, indefinidamente, no valor de \$ 6. Se o retorno exigido sobre suas ações for de 15%, qual será o valor delas?

---



---



---



---

### Resposta Comentada

Como a empresa distribuirá dividendos iguais ao longo do tempo, ela tem dividendo com crescimento zero. Então, a equação utilizada para encontrar o valor da ação será:

$$P_0 = \frac{D_1}{k_s} \quad (13.11)$$

Onde

$P_0$  = preço corrente da ação ordinária

$D_1$  = dividendo por ação esperado no final do ano 1

$k_s$  = taxa de retorno exigida sobre a ação ordinária

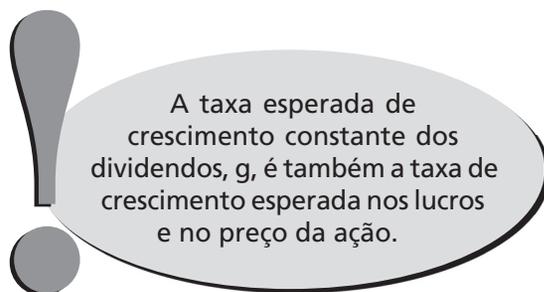
Então, o valor da ação da Aceluma S. A. será igual a \$ 40:

## Modelo de crescimento constante

Já verificamos, na equação 13.8, que o valor de mercado de uma ação pode ser expresso pelo valor atual dos dividendos futuros esperados, onde  $k_s$  é a taxa de desconto dada pelo mercado, de acordo com o risco da empresa analisada.

Uma ação com crescimento constante oferece dividendos que crescem a uma taxa constante; por isso, em uma ação desse tipo, espera-se que:

- o dividendo cresça sempre a uma taxa constante,  $g$ ;
- o preço da ação cresça na mesma taxa;
- o rendimento corrente (dividendo) seja uma constante;
- o ganho de capital, pela venda da ação, também seja constante e igual a  $g$ ;
- o retorno total esperado,  $\hat{k}$ , seja igual ao rendimento corrente mais a taxa de crescimento:  $\hat{k} = \text{dividendo} + g$ .



Se há expectativa de que os dividendos da empresa irão crescer a uma taxa constante  $g$ , paralelamente ao crescimento dos lucros, teremos:

$$D_1 = D_0 (1 + g).$$

Onde  $D_0$  representa o dividendo por ação pago em  $t = 0$

De maneira idêntica:

$$D_2 = D_1 (1 + g) \Rightarrow D_0 (1 + g)(1 + g) = D_0 (1 + g)^2.$$

Continuando a repetir esse processo, teremos que o dividendo esperado em  $n$  é igual ao dividendo mais recente multiplicado pelo fator composto de crescimento  $(1 + g)^n$ . Então, a equação geral é:

$$D_t = D_0(1+g)^t \quad (13.11)$$

Assim a equação 13.8 passará a ser escrita do seguinte modo:

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)^1}{(1+k_s)^1} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+k_s)^2} + \dots + \frac{D_0(1+g)^\infty}{(1+k_s)^\infty} \quad (13.12)$$

Multiplicando ambos os lados por  $\frac{1+k_s}{1+g}$ , teremos:

$$P_0 \frac{1+k_s}{1+g} = D_0 + \frac{D_0(1+g)}{(1+k_s)} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+k_s)^2} + \dots + \frac{D_0(1+g)^{\infty-1}}{(1+k_s)^{\infty-1}} \quad (13.13)$$

Subtraindo a equação (13.11) da (13.12), teremos:

$$P_0 \frac{1+k_s}{1+g} - P_0 = D_0 + \frac{D_0(1+g)}{(1+k_s)} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+k_s)^2} + \dots + \frac{D_0(1+g)^\infty}{(1+k_s)^\infty} - \frac{D_0(1+g)}{1+k_s} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+k_s)^2} + \dots = \frac{D(1+g)^{\infty-1}}{1+k_s)^{\infty-1}}$$

$$P_0 \frac{1+k_s}{1+g} - P_0 = D_0 - \frac{(1+g)^\infty}{(1+k_s)^\infty}$$

Para avaliar uma ação com taxa de crescimento constante, supõe-se que os dividendos cresçam  $g\%$  por ano, menor que o retorno exigido,  $k_s$  ( $g < k_s$ ).

Como  $k_s$  é menor que  $g$ , o segundo termo à direita da equação tende a zero. Então:

$$P_0 \left( \frac{1+k_s}{1+g} - 1 \right) = D_0$$

$$P_0 \left( \frac{1+k_s - (1+g)}{1+g} \right) = D_0$$

Multiplicando ambos os lados da equação por  $1 + g$ , teremos:

$$P_0 (1 + k_s - 1 + g) = D_0 (1 + g)$$

$$P_0 (k_s - g) = D_0 (1 + g)$$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{D_0(1+g)}{k_s - g} = P_0 = \frac{D_1}{k_s - g} \quad (13.14)$$

## Atividade 2

Suponha que um investidor deseje comprar ações ordinárias da Alameda S. A. A empresa espera pagar dividendo de \$ 1,50 por ação no próximo ano. Espera-se que os lucros e dividendos cresçam à taxa de 10% ao ano. Se o investidor pode obter 15% de retorno sobre outro investimento com risco semelhante, quanto, no máximo, ele deve pagar pela ação da Alameda?

---



---



---



---

### Resposta Comentada

*O preço da ação pode ser calculado pela equação do modelo de crescimento constante:*

$$P_0 = \frac{D_1}{k_s - g} \quad (13.14)$$

Onde

$P_0$  = preço corrente da ação ordinária

$D_1$  = dividendo por ação esperado no final do ano 1

$k_s$  = taxa de retorno exigida sobre a ação ordinária

$g$  = taxa anual de crescimento constante dos dividendos

Então:

$$P_0 = \frac{\$ 1,50}{0,15 - 0,10} = \frac{\$ 1,50}{0,05} = \$ 30,00$$

*O preço máximo que o investidor deve pagar pela ação da Alameda é de \$ 30,00.*

## Modelo de crescimento variável

Ações com crescimento variável são aquelas cujos dividendos se espera que cresçam rapidamente por alguns anos e que depois passem a crescer a taxa constante.

Como verificado antes, o valor de uma empresa é o valor presente de seus dividendos futuros esperados, como determinado na equação 13.7.

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1+k)^\infty} \quad (13.8)$$

Considerando que  $D_t$  está crescendo a uma taxa constante  $g$ , a equação foi simplificada para  $P_0 = \frac{D_1}{k_s - g}$ . Como há empresas com crescimento variável, devemos considerar o modelo de crescimento no qual a taxa de crescimento esperada não seja uma constante, isto é, ela diminui no final do período de crescimento acelerado. Por isso, vamos considerar um modelo de crescimento variável que permita uma mudança na taxa de crescimento de dividendos com a diminuição dessa taxa no final do período de crescimento acelerado.

Para encontrar o valor atual de uma ação de dividendo com crescimento variável, devemos seguir os seguintes passos:

1º) Encontrar o valor dos dividendos no final de cada ano,  $D_t$ , no período de crescimento acelerado. Esse período vai do ano 1 até o  $N$ . Podemos encontrar o montante dos dividendos para cada ano pela fórmula 13.11.a:

$$D_t = D_0(1 + g_a)^t = D_0 \text{ FJVF}_{g_a,t} \quad (13.11.a)$$

Onde

$D_0$  = dividendo mais recente

$g_a$  = taxa de crescimento inicial

2º) Encontrar o valor presente dos dividendos no período de crescimento acelerado:

$$\sum_{t=1}^N \frac{D_0 \times (1 + g_a)^t}{(1 + k_s)^t} = \sum_{t=1}^N \frac{D_t}{(1 + k_s)^t} = \sum_{t=1}^N (D_t \times \text{FJVP}_{k_s,t}) \quad (13.15)$$

3º) Encontrar o valor da ação no final do período de crescimento variável, no qual, a partir daí, ela se torna uma ação com crescimento constante. O valor da ação,  $P_N$ , é o valor presente de todos os dividendos esperados do ano  $N + 1$  ao infinito, considerando que os dividendos cresçam a uma taxa constante  $g_2$ . Esse valor é encontrado aplicando-se o modelo de crescimento constante (equação 13.13) aos dividendos esperados do ano  $N + 1$  ao infinito:

$$P_N = \frac{D_{N+1}}{k_s - g_n} \quad (13.14.a)$$

4º) Descontar o valor encontrado no passo 3 à taxa de desconto apropriada, para encontrar o valor presente de  $P_N$ .

$$\frac{D_{N+1}}{k_s - g_n} \times \frac{1}{(1 + k_s)^N} = P_N \quad \text{FJVP}_{k_s, N} \quad (13.16)$$

5º) Somar os valores encontrados nas etapas 2 e 4, para encontrar o valor intrínseco da ação,  $P_0$ , dado na equação 13.15:

$$P_0 = \underbrace{\sum_{t=1}^N \frac{D_0 \times (1 + g_a)^t}{(1 + k_s)^t}}_{\text{Valor presente dos dividendos durante o período de crescimento acelerado}} + \underbrace{\frac{D_{N+1}}{k_s - g_n} \times \frac{1}{(1 + k_s)^N}}_{\text{Valor presente do preço da ação no final do período de crescimento acelerado}} \quad (13.17)$$

Onde:

$P_0$  = valor da ação;

$D_0$  = último dividendo pago pela empresa;

$N$  = período de crescimento acelerado;

$k_s$  = taxa de retorno exigida pelos acionistas. É a taxa usada para descontar os fluxos de caixa.

$g_a = g_1$  = taxa de crescimento, tanto dos lucros quanto dos dividendos, durante o período de crescimento acelerado;

$g_n = g_2$  = taxa de crescimento constante após o período de crescimento acelerado.



Encontrando o valor presente dos dividendos durante o período inicial de crescimento

Ano (1)	Dividendos (2)	FJVP <sub>12%,t</sub> (3)	Valor presente dos dividendos (4) = (2) x (3)
1	\$1,3225	0,8929	\$1,1809
2	1,5209	0,7972	1,2125
3	1,749	0,7118	1,2449
Soma do valor presente dos dividendos			\$3,6383

Encontrando o valor da ação no final do período de crescimento variável, P<sub>3</sub>:

$$\text{Da fórmula 13.14, temos: } P_0 = \frac{D_1}{K_s - g} \Rightarrow P_3 = \frac{D_4}{K_s - g_n}$$

Como  $D_t = D_0 (1 + g_0)^t$  (13.13.a), substituindo, temos:

$$D_4 = \$1,749 \times (1 + g_2) \Rightarrow D_4 = \$1,749 \times (1 + 0,06) = \$1,8539$$

$$P_3 = \frac{\$1,8539}{0,12 - 0,06} = \frac{\$1,8539}{0,06} = \$30,899$$

Vamos agora descontar o valor encontrado de \$ 30,8993 à taxa de desconto de 12%, para encontrar o valor presente de P<sub>3</sub>:

$$P_3 = FJVP_{12\%,3} = \$30,8990 \times 0,7118 = \$21,9933$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	3	12	30,8990	
Funções	n	i	CHS FV	PV
Saídas				21,9933

Vamos agora somar o valor presente dos dividendos com o valor presente do preço da ação no terceiro, P<sub>3</sub>, para encontrar o valor intrínseco da ação, P<sub>0</sub>,

$$P_0 = \$3,6383 + \$21,9933 = \$25,6316$$

O valor da ação é, portanto, igual a aproximadamente \$ 25,32.

## MODELO DE FLUXO DE CAIXA LIVRE

Na seção anterior, ao apresentarmos os modelos de avaliação da ação ordinária, partimos do pressuposto de que a empresa está, no momento, pagando dividendos. Entretanto, há empresas que não têm como política o pagamento de dividendos – ou porque estão em fase inicial de implantação, necessitando, por isto, de grande volume de recursos para investimento em seus ativos, ou porque têm o capital fechado. Há ainda a possibilidade de se avaliar apenas uma divisão de uma grande empresa com várias divisões. Em todos esses casos, não se pode usar os modelos de avaliação de dividendos. Como alternativa, pode-se estimar o valor da empresa pelos seus fluxos de caixa livres projetados.

Fluxos de caixa livres são o volume de caixa efetivamente disponível a investidores (credores e proprietários) após a cobertura de necessidades operacionais e o pagamento de investimentos em ativos permanentes líquidos e ativos circulantes líquidos feito pela empresa.

Como o fluxo de caixa livre representa o caixa efetivamente disponível para distribuir aos investidores, a maneira pela qual os administradores podem aumentar o valor da empresa é aumentando seu fluxo de caixa livre. Pode ser encontrado pela equação a seguir:

$$\text{FCL} = \text{FCO} - \text{IAPL} - \text{IACL} \quad (13.18)$$

Onde

FCL = Fluxo de Caixa Livre

FCO = Fluxo de Caixa Operacional

IAPL = Investimento em Ativos Permanentes Líquidos

IACL = Investimento em Ativos Circulantes Líquidos

Fluxo de Caixa Operacional (FCO) é o fluxo de caixa gerado pela empresa em suas operações normais. Pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\text{FCO} = \text{LAJIR} - \text{Imposto de Renda} + \text{Depreciação} \quad (13.19)$$

O Investimento em Ativos Permanentes Líquidos (IAPL) pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\text{IAPL} = \text{Variação em ativos permanentes líquidos} + \text{Depreciação} \quad (13.20)$$

O Investimento em Ativos Circulantes Líquidos (IACL) pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\text{IACL} = \text{Variação em ativos circulantes} - \text{Variação de passivos circulantes} \\ \text{espontâneos (Fornecedores + Despesas a pagar)} \quad (13.21)$$

## O modelo

Pelo modelo de fluxo de caixa livre, o valor de uma empresa é o valor presente de seus fluxos de caixa operacionais livres esperados no futuro, descontados a seu custo de capital.

$$V_C = \frac{\text{FCL}_1}{(1+K_a)} + \frac{\text{FCL}_2}{(1+K_a)^2} + \dots + \frac{\text{FCL}_\infty}{(1+K_a)^\infty} \quad (13.22)$$

Onde

$V_C$  = valor da empresa como um todo

$\text{FCL}_t$  = fluxo de caixa livre esperado ao final do ano  $t$

$k_a$  = custo médio ponderado de capital da empresa

Como há o pressuposto de que os fluxos de caixa livres vão se estabilizar e crescer a uma taxa constante, podemos utilizar o modelo de crescimento constante (13.14) para encontrar o valor das operações da empresa:

$$V_{op} \text{ (no período } N) = \sum_{t=N+1}^{\infty} \frac{\text{FCL}_t}{(1+k_a)^{t-N}} = \frac{\text{FCL}_N(1+g)}{k_a-g} = \frac{\text{FCL}_{n+1}}{k_a-g} \quad (13.14.b)$$

Como o valor encontrado na equação anterior somente é conhecido no final do período projetado, ele é denominado valor terminal, ou valor do horizonte da empresa.

O valor da empresa é normalmente calculado como o valor presente dos fluxos de caixa livres para um período de avaliação definido mais o valor da empresa previsto para o fim do período de avaliação também atualizado. Então, para encontrar o valor da empresa como um todo, realizamos cálculos semelhantes aos usados no modelo de crescimento variável, ou seja:

1. Partimos do pressuposto de que a empresa experimenta um crescimento variável durante N anos, depois dos quais ela crescerá a uma taxa constante.
2. Calculamos o fluxo de caixa livre esperado para cada um dos N anos de crescimento variável e encontramos o valor presente desses fluxos de caixa:

$$\frac{FCL_1}{(1+k_a)} + \frac{FCL_2}{(1+k_a)^2} + \dots + \frac{FCL_N}{(1+k_a)^N} = \sum_{t=1}^N \frac{FCL_0 \times (1+g_a)^t}{(1+k_a)^t}$$

3. Consideramos que, após o ano N, o crescimento será constante e, portanto, podemos utilizar a fórmula de crescimento constante para achar o valor da empresa no ano N. Esse valor encontrado é denominado valor terminal ou do horizonte da empresa, e é a soma dos valores presentes para N + 1 e todos os anos subsequentes.

$$\frac{FCL_{N+1}}{k_a - g}$$

4. Descontar o valor do ano N ao custo de capital da empresa, para encontrar o valor presente no ano 0:

$$\frac{FCL_{N+1}}{k_a - g} \times \frac{1}{(1+k_s)^N}$$

5. Somamos todos os valores presentes, os fluxos de caixa livres anuais do período de crescimento variável mais o valor presente do valor terminal para encontrarmos o valor da empresa como um todo:

$$V_c = \underbrace{\sum_{t=1}^N \frac{FCL_0 \times (1+g)^t}{(1+k_a)^t}}_{\text{Valor presente do fluxo de caixa livre}} + \underbrace{\frac{FCL_{N+1}}{k_a - g} \times \frac{1}{(1+k_a)^N}}_{\text{Valor presente do valor terminal}} \quad (13.23)$$

O valor da empresa como um todo,  $V_C$ , é o valor de mercado de toda a empresa (de todos os ativos). Por isso, para encontrar o valor da ação ordinária,  $V_S$ , é preciso subtrair daquele valor o valor de mercado das dívidas,  $V_D$ , e o valor de mercado das ações preferenciais da empresa,  $V_P$ , do valor de mercado da empresa para se chegar ao valor das ações.

$$V_S = V_C - V_D - V_P \quad (13.24)$$

### Exemplo

A Capitalizada S. A., nunca distribuiu dividendos. No quadro a seguir, estão os fluxos de caixa livres projetados para os próximos cinco anos:

Ano	Fluxo de caixa livre (FCL <sub>t</sub> )
1	\$ 90.000
2	113.000
3	140.000
4	157.000
5	175.000

Após o quinto ano, a empresa espera que o fluxo de caixa livre cresça a uma taxa constante de 6%. O custo médio ponderado de capital da empresa,  $k_a$ , é igual a 13%. A empresa tem 100.000 ações ordinárias em circulação, dívidas com valor de mercado de \$ 750.000 e ações preferenciais com valor de \$ 280.000.

- Qual é o valor terminal (ou de horizonte) das operações?
- Qual o valor presente dos fluxos de caixa livres esperados para os cinco anos?
- Calcule o valor total das operações da Capitalizada S. A.
- Calcule o valor estimado por ordinárias.

Solução:

$$FC_3 = \$ 175.000$$

$$FCL_6 = FC_3 \times (1 + g) = \$ 175.000 \times (1 + 0,06) = \$ 185.500$$

a. Calculando o valor presente do FCL do ano 6 ao infinito:

$$\frac{FCL_7}{k_a - g}$$

$$\text{Fluxo de caixa terminal} = \frac{\$ 185.500}{0,13 - 0,06} = \$ 2.650.000$$

Somar o valor presente do fluxo de caixa obtido em (1) do fluxo de caixa livre do ano N.

$$FCF_5 = \$ 2.650.000 + \$ 175.000 = \$ 2.825.000$$

b. Encontrando o valor presente dos fluxos de caixa livres esperados do ano 1 ao ano 5 (= Cálculo do valor das operações):

Ano	FCL	FJVP <sub>11%,n</sub>	VP
1	\$ 90.000	0,885	\$ 79.6500
2	113.000	0,783	88.479
3	140.000	0,693	97.020
4	157.000	0,613	96.241
5	2.825.000	0,543	1.533.975
Valor da empresa como um todo, V <sub>c</sub>			\$ 1.895.365

c. Valor total da empresa = \$ 1.895.365

d. Calculando o valor da ação ordinária

$$V_s = V_c - V_D - V_P$$

$$V_s = \$ 1.895.365 - \$ 750.000 - \$ 230.000 = \$ 915.365$$

$$\text{Valor por ação} = \frac{\$ 915.365}{100.000} = \$ 9,154$$

O valor da ação da Capitalizada S. A. é igual a aproximadamente \$ 9,15.



Encontrando o valor presente do valor terminal:

Vamos agora descontar o valor encontrado de \$ 2.400.000 à taxa de desconto de 12%, para encontrar o valor presente de  $P_2$ :

$$V_{op \text{ (ano 3)}} \times FVP_{12\%,2} = \$ 2.400.000 \times 0,797 = \$ 1.912.800$$

Valor total da empresa = valor presente dos fluxos de caixa livres + valor presente do valor terminal:

$$\text{Valor total, } V_C = \$ 252.551 + \$ 1.912.800 = \$ 2.165.351$$

Calcular o valor da ação ordinária,  $V_S$

$$V_S = V_C - V_D - V_P$$

$$V_S = \$ 2.165.351 - \$ 665.351 = \$ 1.500.000$$

O valor total as ações ordinárias é igual a \$ 1.500.000.

## OUTRAS ABORDAGENS PARA A AVALIAÇÃO DA AÇÃO ORDINÁRIA

### Valor patrimonial

O valor patrimonial é o valor, por ação ordinária, a ser recebido se todos os ativos da empresa forem vendidos por seu valor contábil e se o dinheiro restante, depois do pagamento de todas as obrigações (incluindo a ação preferencial), for dividido entre os acionistas ordinários.

O valor da empresa é igual ao seu patrimônio líquido ou ao total de ativos menos as obrigações. O valor patrimonial por ação é obtido dividindo-se o patrimônio líquido pelo número total de ações em circulação.

$$\text{Valor contábil por ação} = \frac{\text{Ativo Total} - \text{Endividamento Total} - \text{Ação Preferencial}}{\text{Ação ordinárias em circulação}} \quad (13.25)$$

## Atividade 5

### Valor patrimonial

Com o balanço patrimonial da Del Rio S. A., apresentado na tabela a seguir, calcule o valor patrimonial da ação.

Balanço Patrimonial			
Del Rio S.A.			
31 de dezembro em mil			
Ativos	Passivos e Patrimônio Líquido		
Caixa	\$ 9,4	Contas a pagar	\$ 27,0
Contas a receber	74,4	Despesas a pagar	18,6
Estoques	87,4	Promissórias a pagar	25,0
Total dos ativos circulantes	171,2	Outras obrigações	6,4
Terrenos e edifícios	42,0	Total dos passivos circulantes	77,0
Máquinas e equipamentos	110,4	Exigível de longo prazo	32,0
Depreciação acumulada	-75,6	Ações preferenciais	29,0
Total dos ativos imobilizados (líquido)	76,8	Ações ordinárias (10 mil ações)	6,0
		Reserva de capital	30,6
		Lucros retidos	73,4
Total dos ativos	\$ 248,0	Total dos passivos e patrimônio líquido	\$ 248,0

### Resposta Comentada

$$\text{Valor patrimonial da ação} = \frac{\text{Ativo Total} - \text{Endividamento Total} - \text{Ação Preferencial}}{\text{Ação ordinárias em circulação}} \quad (13.25)$$

$$\text{Valor patrimonial da ação} = \frac{\$ 248.000 - (77.000 + 32.000 + 29.000)}{10.000 \text{ ações ordinárias}} =$$

$$\frac{\$ 248.000 - \$ 138.000}{10.000 \text{ ações ordinárias}}$$

$$\text{Valor patrimonial da ação} = \frac{\$ 110.000}{10.000 \text{ ações ordinárias}} = \$ 11 \text{ por ação}$$

O valor patrimonial da ação é igual a \$ 11,00.

## Valor de liquidação

Valor de liquidação por ação é o montante real por ação ordinária a ser recebido, se todos os ativos da empresa forem vendidos, se as obrigações (incluindo ações preferenciais) forem pagas e se qualquer dinheiro remanescente for dividido entre as ações ordinárias. Pode ser encontrado pela equação a seguir:

$$\text{Valor de liquidação por ação} = \frac{\text{Valor de liquidação dos ativos}}{\text{Número de ações em circulação}} \quad (13.26)$$

## Atividade 6

### Valor de liquidação

Considerando os dados do balanço patrimonial da Del Rio S. A. da atividade anterior e supondo que se ela fosse liquidada, poderia vender suas contas a receber por 80% de seu valor contábil. Poderia vender todo o estoque por 70% de seu valor contábil. Os terrenos e edifícios só poderiam ser vendidos juntos pelo seu custo original. Suas máquinas e seus equipamentos poderiam ser vendidos por \$ 3.000. As obrigações teriam de ser pagas integralmente. Qual seria o valor de liquidação da Del Rio?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Resposta Comentada

<i>Del Rio: Valor de liquidação em \$ mil</i>			
<i>Ativos</i>	<i>Valor original</i>	<i>Percentual recebido</i>	<i>Entradas na liquidação</i>
<i>Caixa</i>	<i>\$ 9,4</i>	<i>1,00%</i>	<i>\$ 9,4</i>
<i>Contas a receber</i>	<i>74,4</i>	<i>80</i>	<i>59,52</i>
<i>Estoques</i>	<i>87,4</i>	<i>70</i>	<i>61,18</i>
<i>Terrenos e edifícios</i>	<i>42,0</i>	<i>100</i>	<i>42,0</i>
<i>Máquinas e equipamentos</i>	<i>110,4</i>		<i>30,0</i>
<i>Total das entradas</i>			<i>202,10</i>
<i>Exigibilidades</i>			<i>(109)</i>
<i>Ações preferenciais</i>			<i>(29)</i>
<i>Total dos ativos</i>	<i>\$ 248,0</i>		<i>\$ 64,10</i>

Com isso, o valor de liquidação da Del Rio é o seguinte:

$$\text{Valor de liquidação por ação} = \frac{\text{Valor de liquidação dos ativos}}{\text{Número de ações em circulação}}$$

$$\text{Valor de liquidação por ação} = \frac{\$ 64.100}{10.000} = \$ 6,41 \text{ por ação}$$

O valor de liquidação da ação ordinária da Del Rio é igual a \$ 6,41 por ação.

## AVALIAÇÃO DE AÇÕES PREFERENCIAIS

Ações preferenciais são títulos híbridos, uma vez que são semelhantes aos títulos de dívida de longo prazo em alguns aspectos e às ações ordinárias em outros. São semelhantes a títulos de dívida, uma vez que têm valor nominal e dividendo fixo ou mínimo declarado, os quais devem ser pagos antes do pagamento dos dividendos relativos às ações ordinárias. Entretanto, se a empresa não pagar dividendos preferenciais, não será declarada insolvente, como ocorre com o não-pagamento de juros. As ações preferências, como as

ordinárias, não têm prazo de vencimento. Se os pagamentos de dividendos são para sempre, a emissão de ação preferencial é uma perpetuidade, cujo valor é encontrado pela fórmula a seguir:

$$P_p = \frac{D_p}{k_p} \quad (13.27)$$

Onde

$P_p$  = valor da ação preferencial

$D_p$  = dividendo preferencial

$k_p$  = taxa de retorno exigida

O dividendo preferencial pode ser declarado em unidades monetárias ou em percentual.

Quando são declarados em unidades monetárias, a ação é freqüentemente denominada “ação preferencial com dividendos de x unidades monetárias ao ano”. Assim sendo, espera-se que uma ação preferencial com dividendo de \$ 3 pague aos acionistas \$ 3 de dividendos, por ação, por ano.

Quando os dividendos das ações preferenciais são declarados como uma taxa percentual anual, essa taxa representa um percentual do valor nominal (ou de face) das ações, valor que se iguala aos dividendos anuais. Dessa forma, uma ação preferencial de 4%, com um valor nominal de \$ 40,50, deverá pagar um dividendo anual de \$ 1,62 ( $0,04 \times \$ 40,50$  nominal = \$ 1,62).

## Atividade 7

Qual o valor da ação preferencial da Qualisol S. A., que paga dividendo de \$ 10 por ano, e a taxa de retorno exigida é de 10%?

---

---

---

---

---

### Resposta Comentada

$$D_p = \$ 10 \quad k_p = 0,10$$

Aplicando a fórmula 13.27, temos:

$$P_p = \frac{D_p}{k_p} \Rightarrow P_p = \frac{\$ 10,00}{0,10} = \$ 100,00$$

O valor da ação preferencial é igual a \$ 100,00.

## CONCLUSÃO

Como o objetivo do administrador financeiro é maximizar o valor da ação, é importante verificar como se determina o preço e/ou o valor de uma ação, para que se possa tomar as decisões financeiras adequadas. O risco, refletido pelo retorno exigido,  $k_p$ , é o retorno expresso pelo dividendo ou pela taxa de crescimento, ou por ambos; são variáveis básicas na avaliação das ações. Além do risco e do retorno exigido, o valor do dinheiro no tempo é também um elemento básico na avaliação. O valor presente dos dividendos ou dos fluxos de caixa estima o valor de mercado, que pode variar de acordo com as expectativas; por isto, o investidor não pode saber o valor de mercado enquanto uma transação não ocorrer de fato.

## Atividades Finais

1. Quanto um investidor deveria pagar pela ação ordinária de uma empresa com taxa de crescimento zero e dividendos anuais de \$ 4, se ele quisesse retorno de 12% sobre seu investimento?

### Resposta Comentada

Esta é uma ação com crescimento nulo, portanto, devemos utilizar o modelo de avaliação de ações de crescimento nulo, que é:  $P_0 = \frac{D_1}{k_s}$ . Utilizando os dados dos problemas, temos:

$$P_0 = \frac{\$ 4}{0,12} = \$ 33,33$$

O analista deveria pagar aproximadamente \$ 33,33 por ação.

2. O preço corrente das ações da Companhia Compene é de \$ 54,00, e seu último dividendo foi de \$ 3,60. Em vista da forte posição financeira da Companhia Compene e de seu conseqüente baixo risco, sua taxa de retorno exigida é de apenas 12%. Espera-se que os dividendos cresçam a uma taxa constante  $g$  no futuro, e que o retorno exigido  $k_s$  fique em 12%. Qual a expectativa para o preço da ação da Cia. Compene para daqui a cinco anos, a partir de hoje?

$$P_0 = \$ 54 \quad D_0 = \$ 3,60 \quad k_s = 12\% \quad D_1 = D_0 (1 + g)$$

Pela fórmula de crescimento constante 13.14, temos:

$$P_0 = \frac{D_1}{K_s - g} \Rightarrow P_0 = \frac{D_0(1+g)}{K_s - g}, \text{ portanto encontrando } g:$$

### Resposta

$$\$ 54,00 = \frac{\$ 3,60(1+g)}{0,12 - g} \Rightarrow \$ 6,48 - \$ 54,00 g = \$ 3,60 + \$ 3,60 g$$

$$\$ 57,60 g = \$ 2,88 \quad g = \frac{\$ 2,88}{\$ 57,60} = 0,05 = 5\%$$

$$P_5 = \frac{D_0(1+g)^6}{K_s - g} \Rightarrow P_5 = \frac{\$ 3,60(1+0,05)^6}{0,12 - 0,05} = \frac{\$ 3,60 \times 1,34}{0,07} = \$ 68,9192 \approx \$ 68,92$$

$$\text{Ou } P_5 = P_0(1,05)^5$$

$$P_5 = \$ 54 \times 1,2763 = \$ 68,9192 \approx \$ 68,92.$$

### 3. Crescimento constante

O lucro por ação da Companhia Ouro Preto foi de \$ 2,15 no último exercício. A empresa já atingiu a fase de maturidade e paga dividendo ordinário que corresponde a 60% do seu lucro líquido – política que pretende continuar a adotar. A taxa de retorno exigida pelos investidores em ações ordinárias da Cia. Ouro Preto é de 14%. Determine o preço da ação ordinária, sabendo-se que a taxa de crescimento é de 8%.

Dados: LPA = \$ 2,15

$g = 8\%$

$k_s = 14\%$

#### Resposta Comentada

$\text{Dividendo} = 0,60 \times \$ 2,15 = \$ 1,29$

Como o LPA foi o do último exercício, o dividendo encontrado também foi o distribuído no último exercício; então:  $D_0 = \$ 1,29$ .

Para encontrar o valor da ação, vamos usar a fórmula 13.11 do modelo de crescimento constante:

$$P_0 = \frac{D_1}{k_s - g} \quad (13.14)$$

Para encontrar  $D_1$ , usaremos a fórmula 13.10

$$\begin{aligned} D_t &= D_0(1+g)^t \\ D^1 &= \$1,29 \times (1+0,08) = \$1,3932 \end{aligned} \quad (13.11)$$

Então, podemos encontrar o valor da ação:

$$P_0 = \frac{\$1,3932}{0,14 - 0,08} = \$ 23,22$$

O preço da ação ordinária é igual a \$ 23,22.

### 4. Crescimento constante

O preço corrente das ações de Companhia Petrolux é de \$ 45, e seu último dividendo foi de \$ 2,50. A taxa de retorno exigida para ações ordinárias da Cia. Petrolux é de 14%. Espera-se que os dividendos da empresa cresçam a uma taxa constante,  $g$ , no futuro, e que  $k_s$  fique em 14%. Qual a expectativa dos investidores quanto ao preço da ação da Petrolux para daqui a seis anos, a partir de hoje?

$P_0 = \$ 45$

$D_0 = \$ 2,50$

$k_s = 15\%$

$D_t = D_0 (1 + g)$

Usando a fórmula (13.14) para encontrar o preço da ação:

$$P_0 = \frac{D_1}{k_s - g} \quad \Rightarrow \quad P_0 = \frac{D_0(1+g)}{k_s - g}$$

## Resposta Comentada

Temos de encontrar a taxa de crescimento  $g$ . Portanto, encontrando  $g$ :

$$\$45 = \frac{\$2,50(1+g)}{0,14 - g} \Rightarrow \$6,30 - \$45g = \$2,50 + \$2,50g$$

$$\$45,0g + 2,50g = \$6,30 - \$2,50$$

$$\$47,50g = \$3,80 \quad g = \frac{\$3,80}{\$47,50} = 0,08 = 8\%$$

Usando a taxa de crescimento para projetar o preço da ação para daqui a cinco anos, temos:

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)^7}{K_s - g} \Rightarrow P_6 = \frac{\$2,50(1+0,08)^7}{0,14 - 0,08} = \frac{\$2,50 \times 1,7138}{0,06} = \frac{\$4,2845}{0,06} = \$71,409$$

$$\text{Ou } P_6 = P_0 (1,08)^6 = \$45 \times 1,5869 = \$71,409 \approx \$71,41.$$

O preço da ação da Cia. Petrolux, para daqui a cinco anos, deverá ser de aproximadamente \$ 71,41.

## 5. Crescimento variável

Você está avaliando a compra potencial de uma pequena empresa, que gerou lucro de \$ 6,30 por ação e pagou dividendos de \$ 3,78 em moeda corrente. Espera-se que os lucros e os dividendos da empresa cresçam 12% ao ano nos próximos dois anos e que depois dos quais eles cresçam 7% por ação infinitamente. Com base em uma revisão de oportunidades de investimento de risco similar, você pode obter uma taxa de retorno de 18% sobre a compra proposta. Qual o preço máximo, por ação, que você poderia pagar pela empresa?

Temos que:

$$D_0 = \$3,78 \quad k_s = 18\% \quad g_a = 12\% \text{ nos próximos 2 anos} \quad g_n = 7\% \text{ após os 2 anos}$$

## Resposta Comentada

Primeiro, vamos encontrar o valor dos dividendos no final de cada ano,  $D_t$ , no período de crescimento acelerado. Esse período vai do ano 1 até o 2:

$t$	Fim do ano	$D_0$	$D_t = D_0 (1 + 12\%)^t$
0		\$ 3,78	-
1	1º		\$ 4,234
2	2º		4,742

Encontrando o valor presente dos dividendos durante o período inicial de crescimento:

Ano (1)	Dividendos (2)	FVP <sub>18,t</sub> (3)	Valor presente dos dividendos (4) = (2) x (3)
1	\$ 4,234	0,847	\$ 3,588
2	4,742	0,718	3,406
Soma do valor presente dos dividendos			\$ 6,994

Encontrando o valor da ação no final do período de crescimento variável, P<sub>2</sub>:

Da fórmula 13.14 temos:  $P_0 = \frac{D_1}{k_s - g}$  então  $P_2 = \frac{D_3}{k_s - g_n}$

Como  $D_t = D_0 (1 + g_a)^t$  (13.14.a), substituindo, temos:

$$D_3 = \$ 4,742 \times (1 + g_2) \Rightarrow D_3 = \$ 4,742 \times (1 + 0,07) = \$ 5,074.$$

$$P_2 = \frac{\$ 5,074}{0,18 - 0,07} = \frac{\$ 5,074}{0,11} = \$ 46,127$$

Vamos agora descontar o valor encontrado de \$ 30,8993 à taxa de desconto de 18%, para encontrar o valor presente de P<sub>2</sub>:

$$P_2 \times FVP_{18\%,2} = \$ 46,127 \times 0,718 = \$ 33,119$$

Pela calculadora financeira, temos:

Entradas	2	18	46,127	
Funções	n	i	CHS FV	PV
Saídas				33,128

Vamos agora somar o valor presente dos dividendos e o valor presente do preço da ação no terceiro, P<sub>3</sub>, para encontrar o valor intrínseco da ação, P<sub>0</sub>.

$$P_0 = \$ 6,994 + \$ 33,119 = \$ 40,113 \approx \$ 40,11$$

O valor da ação é, portanto, de aproximadamente \$ 41,11.

## 6. Fluxo de caixa livre

A Matrix S. A. está tendo um crescimento rápido. A seguir, são destacados os seus fluxos de caixa livres projetados para os próximos três anos, depois dos quais espera-se que a Matrix cresça a uma taxa constante de 6%.

Ano	1	2	3
Fluxo de caixa livre	– \$ 15.000	\$ 35.000	\$ 50.000

Sabendo-se que o custo de capital da Matrix é de 14%, pede-se:

- Qual o valor terminal (ou de horizonte) da Matrix?
- Qual é o valor atual da empresa como um todo?
- Sabendo-se que a Matrix tem dívidas com valor de mercado de \$ 100.000 e ações preferenciais com valor de \$ 50.000 e 10.000 ações, qual é o preço por ação?

### Resposta Comentada

$$FC_1 = -\$ 15.000 \quad FC_2 = \$ 35.000 \quad FC_3 = \$ 50.000$$

$$a. \text{ Fluxo de caixa terminal} = \frac{FCL_3}{K_a - g}$$

$$\frac{\$ 50.000 \times 1,06}{0,14 - 0,06} = \frac{\$ 53.000}{0,08} = \$ 662.500$$

b. Valor atual das operações:

Somando o valor presente do FCL encontrado na etapa anteriormente ao FCL do ano 3:

$$FCL_{\text{anos}} = \$ 662.500 + \$ 50.000 = \$ 712.500$$

Ano (t)	$FCL_t$ (1)	$FVP_{14\%,t}$ (2)	Valor presente de $FCL_t$ (1) × (2) = (3)
1	-\$ 15.000	0,877	-\$ 13.155
2	35.000	0,769	26.915
3	712.500	0,675	480.937,50
Valor da empresa como um todo			494.697,50

O valor total da empresa é igual a \$ 494.697,50.

c. Valor das ações ordinárias,  $V_s = V_c - V_d - V_p$ .

$$V_s = \$ 2527.894,64 - \$ 100.000 - \$ 50.000 = \$ 377.894,64$$

$$\text{Preço por ação} = \$ 377.894,64 \div 10.000 \text{ ações} = \$ 2437,789 \approx \$ 37,79$$

d. Valor das ações ordinárias,  $V_s = V_c - V_d - V_p$

$$V_c = \$ 494.937,50 \quad V_d = \$ 100.000 \quad V_p = \$ 50.000$$

$$V_s = \$ 494.937,50 - \$ 100.000 - \$ 50.000 = \$ 344.697,50$$

$$\text{Preço da ação} = \frac{\$ 344.697,50}{10.000} = \$ 34,47$$

O preço da ação da Matrix S.A. é igual a \$ 34,47.

## 7. Valor da ação preferencial

A Paracruz S. A. tem ações preferenciais de 10%, que foram vendidas pelo valor nominal de \$ 87. Se a taxa de retorno exigida sobre essa ação é de 8%, qual deve ser o seu valor de mercado?

### Resposta Comentada

*O primeiro passo para se encontrar esse valor de mercado é calcular o montante anual, em dinheiro, dos dividendos preferenciais, já que o dividendo é declarado como uma porcentagem do valor nominal da ação, \$ 87. Então:*

$$\text{Dividendo anual} = 0,10 \times \$ 87 = \$ 8,70$$

*Substituindo o dividendo anual,  $D_p$ , de \$ 8,70 e o retorno exigido,  $k_p$ , de 8% na equação 13.24, chegamos ao que deve ser o valor de mercado da ação preferencial:*

$$P_p = \frac{\$ 8,70}{0,08} = \$ 108,75$$

*O valor de mercado da ação preferencial da Paracruz S. A. será de \$ 108,75.*

8. A Cia. ABC tem uma emissão de ações preferenciais que pagam dividendos anuais de \$ 5. Estima-se que a taxa de retorno exigida das ações preferenciais seja de 13%. Isto posto, qual o valor da ação preferencial?

$$D_p = \$ 5 \qquad k_p = 13\%$$

*Aplicando a fórmula 13.27, temos:*

$$P_p = \frac{D_p}{K_p} \Rightarrow P_p = \frac{\$ 5}{0,13} = \$ 38,46$$

*O valor da ação preferencial é igual a \$ 38,46.*

**RESUMO**

O valor de uma ação ordinária, em termos gerais, é igual à soma do valor presente de todos os dividendos futuros esperados. Se a ação tiver crescimento nulo, o valor da ação é obtido pela divisão do dividendo anual pela taxa de desconto. Para uma taxa de crescimento constante, o valor da ação é igual ao dividendo pago ao final do primeiro ano,  $D_1$ , dividido pela diferença entre a taxa de desconto e a taxa de crescimento,  $k_s - g$ . Para a avaliação de uma ação com crescimento variável, há dois valores a se considerar: o relativo aos anos e ao crescimento acelerado, que é a soma do valor presente dos dividendos durante esse período com o correspondente aos anos em que a taxa de crescimento é constante, que é o valor presente do preço da ação no final do período de crescimento acelerado. Para empresas que não têm ações negociadas em bolsa, é usado o modelo de fluxo de caixa livre, considerando-se que o valor total da empresa é o valor presente de seus fluxos de caixa operacionais livres esperados no futuro, descontados pelo seu custo de capital. Então, para encontrar o valor da ação ordinária não negociada em bolsas de valores,  $V_s$ , é preciso subtrair do valor de mercado da empresa,  $V_c$ , o valor de mercado das dívidas,  $V_D$ , e o valor de mercado das ações preferenciais,  $V_p$ , da empresa.

A avaliação da ação ordinária é também feita por outras abordagens, tais como: (1) avaliação pelo valor patrimonial, na qual o valor da empresa é igual ao total de ativos menos as obrigações. O valor patrimonial por ação é obtido dividindo-se o patrimônio líquido pelo número total de ações em circulação e (2) avaliação pelo valor de liquidação por ação, que é o montante real por ação ordinária a ser recebido, se todos os ativos da empresa forem vendidos, se as obrigações e as ações preferenciais forem pagas e se qualquer dinheiro remanescente for dividido entre as ações ordinárias. O cálculo do valor das ações preferenciais é semelhante ao cálculo de títulos perpétuos, e é igual ao dividendo preferencial dividido pela taxa de desconto adequada.

**INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA**

Na Aula 14, você estudará alavancagem operacional.

# Alavancagem operacional

AULA

# 14

## Metas da aula

Mostrar a importância da alavancagem em empresas e apresentá-la como medida de risco.

## objetivos

Esperamos que, ao final desta aula, você seja capaz de:

- 1 estabelecer a ligação entre custos e despesas fixos e alavancagem operacional;
- 2 determinar o ponto de equilíbrio operacional;
- 3 identificar a possibilidade de uma empresa estar alavancada ou não;
- 4 medir o grau de alavancagem de empresas;
- 5 reconhecer a alavancagem como sinônimo de risco.

## Pré-requisitos

Para o bom aproveitamento desta aula, você deve relembrar os conceitos sobre risco e retorno apresentados nas Aulas 5 a 8.

## INTRODUÇÃO

Você certamente já deve ter ouvido falar que uma empresa está alavancada. De que tipo de alavanca estamos falando?

Certa vez, Arquimedes, matemático grego, disse que, se possuísse um ponto de apoio no Universo, ele alavancaria a Terra, mudando-a de lugar. Ora, como um único homem poderia mover a Terra de lugar? Talvez tenha sido um exagero da parte de Arquimedes, se bem que não podemos esquecer a capacidade multiplicadora de esforço existente na alavanca.



Figura 14.1: Alavancando a Terra.

Então, uma empresa está alavancada quando ela utiliza uma determinada coisa para alavancar (melhorar) outra coisa. Essas “coisas” são os custos fixos e os lucros, respectivamente. A empresa utiliza custos fixos para multiplicar seus lucros. Quanto mais custos fixos ela utilizar, maior será a capacidade de multiplicação dos lucros.

O exposto pode parecer contraditório, mas você deve se lembrar de que existem basicamente dois tipos de custos quanto às suas naturezas: custos fixos e custos variáveis.

O primeiro tipo é aquele que não varia, mesmo que a empresa aumente ou diminua sua produção. Por exemplo, o aluguel da loja ou da fábrica.

Os custos variáveis são aqueles que variam conforme o aumento ou a diminuição do volume de produção. Matéria-prima e energia elétrica são exemplos desse tipo de custo.

Convém ressaltar que, para o bom entendimento desta aula, custos e despesas são tratados como uma coisa só. Então, para não haver dúvidas, a maior quantidade de custos e despesas fixos na empresa é que alavanca seu retorno (lucro).

Em aulas anteriores, você viu que, quanto maior o risco, maior será o retorno esperado ou exigido. Seguindo a mesma lógica, quando a empresa se utiliza da alavancagem para multiplicar seu retorno, ela também está aumentando seu risco. Que tipo de risco é esse e como ele pode ser explicado?

## RISCO OPERACIONAL

O risco operacional de uma empresa é dado pela capacidade de “cobrir”, isto é, de pagar seus custos fixos de produção. Quanto mais difícil for para a empresa pagar seus custos fixos, maior será seu risco operacional.

Então, se uma empresa necessitar produzir e vender 100.000 unidades de um produto para pagar seus custos fixos, diz-se que ela tem um certo risco operacional. Já se a quantidade necessária de produtos fabricados e vendidos para pagar seus custos fixos for de 150.000 unidades, podemos notar facilmente que ela terá maiores dificuldades. É mais fácil a empresa fabricar e vender 100.000 unidades do que 150.000. Pode ser que a empresa não consiga produzir e vender a quantidade necessária para cobrir seus custos e despesas fixos operacionais.

O nível de atividade operacional da empresa que é necessário para que ela pague seus custos e despesas fixos operacionais é dado pelo ponto de equilíbrio operacional, que veremos a seguir.

## PONTO DE EQUILÍBRIO OPERACIONAL

Você deseja instalar uma loja que vende CDs e não sabe se conseguirá mantê-la aberta no mercado. O conhecimento do ponto de equilíbrio operacional pode ser de grande ajuda para você.

Uma pergunta importante pode ser respondida quando se sabe o ponto de equilíbrio operacional de uma empresa: posso instalar a empresa ou não?

Aliás, o ponto de equilíbrio operacional é o nível de atividade –, dado em unidades produzidas e vendidas –, exercido pela empresa que proporciona o pagamento de todos os custos e despesas fixos operacionais. Nesse caso, cabe dizer que o lucro da empresa será inexistente.

Voltemos à loja de CDs cuja possibilidade de abrir você está verificando.

Analisando uma série de informações internas da futura empresa e também o mercado de CDs, chegou-se à conclusão de que seus custos fixos operacionais serão de R\$ 50.000,00, o preço de venda unitário do CD deve ser de R\$ 20,00, custos e despesas variáveis operacionais unitários serão de R\$ 12,00. Estimadas essas informações, você descobre facilmente o ponto de equilíbrio, pois a fórmula para encontrá-lo é:

$$\text{Ponto de equilíbrio operacional} = \frac{\text{Custos e despesas fixos}}{\text{Preço de venda unitário} - \text{Custos e despesas variáveis}}$$

Substituindo as variáveis na fórmula, temos:

$$\text{Ponto de equilíbrio operacional} = \frac{\text{R\$ } 50.000,00}{\text{R\$ } 20,00 - \text{R\$ } 12,00} = 6.250 \text{ unidades}$$

Sendo assim, o ponto de equilíbrio operacional da futura loja de venda de CDs será de 6.250 unidades vendidas. Suponha os custos e as despesas fixos operacionais anuais e, portanto, o ponto de equilíbrio operacional anual.

Veja na figura a seguir a representação gráfica do ponto de equilíbrio operacional para a loja de CDs.

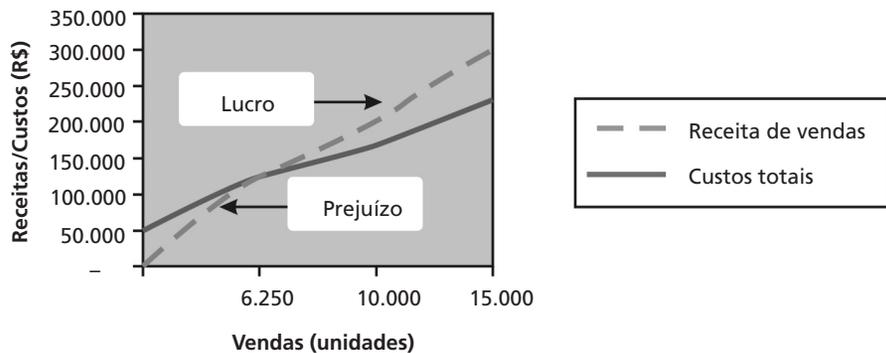


Figura 14.2: Ponto de equilíbrio operacional.

Na **Figura 14.2**, vemos que o ponto de equilíbrio operacional da loja de CDs é de 6.250 unidades, pois, nesse ponto, as linhas representativas das receitas e dos custos totais se igualam. Isso quer dizer que a loja não obtém lucro nem prejuízo com esse nível de vendas.

Ainda observando a figura, notam-se dois espaços entre as linhas pontilhada (receita de vendas) e cheia (custos totais). O espaço abaixo do ponto de equilíbrio representa o prejuízo que a empresa irá obter por vender menos do que o ponto de equilíbrio. Quanto menos ela produz e vende, maior o prejuízo. O espaço acima do ponto de equilíbrio se refere ao lucro que a empresa irá obter por vender mais do que o ponto de equilíbrio. Quanto mais ela produz e vende, maior será o lucro.

Se nas suas pesquisas de mercado você verificar que pode conseguir vender, por exemplo, 8.000 CDs por ano, sua decisão deverá ser a de abrir a loja, pois terá lucro. Como você pode descobrir o lucro anual que a sua loja lhe proporcionará? Elabore o seguinte esquema:

Quantidade produzida e vendida	8.000
Preço unitário de venda	R\$ 20,00
Custos e despesas variáveis unitários	R\$ 12,00
Receitas com as vendas	R\$ 160.000,00
(-) Custos e despesas fixos operacionais	R\$ 50.000,00
(-) Custos e despesas variáveis operacionais	R\$ 96.000,00
Lucro operacional, ou LAJIR	R\$ 14.000,00

As receitas com as vendas são obtidas pela multiplicação da quantidade produzida e vendida pelo preço unitário de venda; os custos e despesas variáveis são o produto entre custos e despesas variáveis unitários e a quantidade produzida e vendida.

Mas será que o ponto de equilíbrio operacional é mesmo de 6.250 unidades? Vejamos:

Quantidade produzida e vendida	6.250
Preço unitário de venda	R\$ 20,00
Custos e despesas variáveis unitários	R\$ 12,00
Receitas com as vendas	R\$ 125.000,00
(-) Custos e despesas fixos operacionais	R\$ 50.000,00
(-) Custos e despesas variáveis operacionais	R\$ 75.000,00
Lucro operacional, ou LAJIR	R\$ 0,00

Realmente o ponto de equilíbrio operacional da futura loja de CDs é de 6.250 unidades vendidas.

Você pode ainda utilizar uma fórmula para encontrar o valor do LAJIR:

$$\text{LAJIR} = Q(P - CV) - CF$$

onde: LAJIR = Lucro Antes dos Juros e do Imposto de Renda;

Q = quantidade produzida e vendida;

CV = custos e despesas variáveis;

CF = custos e despesas fixos.

Para confirmar se o lucro operacional (LAJIR) da empresa citada é mesmo zero quando ela produz e vende 6.250 unidades, também podemos utilizar a fórmula:

$$\text{LAJIR} = 6.250 (20,00 - 12,00) - 50.000,00 = 0$$

É importante destacar que o lucro apurado não é o lucro líquido (final) da empresa. Como você viu em Contabilidade Geral, falta uma série de deduções para se chegar ao lucro líquido.

## Atividade 1

Uma dona-de-casa de mão cheia na cozinha está pensando em fornecer salgadinhos para uma grande lanchonete. Ela acredita que possa vender 3.000 salgadinhos por mês a R\$ 1,20 cada. Seus custos e despesas operacionais fixos seriam de R\$ 400,00 e seus custos e despesas operacionais variáveis seriam de R\$ 0,90 por unidade. Ela deve fornecer os salgadinhos para a lanchonete? Faça os cálculos necessários e explique a sua decisão.

### Resposta Comentada

*Primeiro, deve ser calculado o ponto de equilíbrio operacional:*

$$\text{Ponto de equilíbrio operacional} = \frac{400,00}{1,20 - 0,90} = 1.333 \text{ unidades (salgadinhos).}$$

*Como o ponto de equilíbrio operacional é bem menor que a quantidade de venda prevista, a dona-de-casa deve aceitar fornecer os salgadinhos para a lanchonete. Com a produção/venda de aproximadamente 1.333 salgadinhos, ela cobre seus custos fixos. Cada salgadinho produzido/vendido além dessa quantidade irá proporcionar a ela R\$ 0,30 de lucro.*

*O cálculo do lucro operacional a ser obtido com a produção/venda de 3.000 salgadinhos fica assim:*

$$\text{Lucro operacional, ou LAJIR} = 3.000 (\text{R\$ } 1,20 - \text{R\$ } 0,90) - \text{R\$ } 400,00 = \text{R\$ } 500,00.$$

## GRAU DE ALAVANCAGEM OPERACIONAL

A medida que revela o nível de alavancagem operacional da empresa é o grau de alavancagem operacional. Por meio dele, pode-se identificar a capacidade de expansão nos lucros em face da expansão nas vendas. Quanto maior for o grau de alavancagem operacional, maior será a capacidade de expansão dos lucros. O grau de alavancagem operacional pode ser encontrado de duas formas: indireta e direta.

Pelo meio indireto, você deve calcular duas possibilidades para o nível de vendas, que proporcionará lucros diferentes, e verificar a variação percentual nas vendas e no lucro existente entre elas.

Para exemplificar, tomaremos como exemplo a Cia. Alicante, produtora de alicates. Suponha dois níveis de produção/vendas: 20.000 (base) e 30.000 unidades. O preço de venda de cada alicate é de R\$ 20,00, os custos e despesas operacionais variáveis são de R\$ 12,00 por unidade e os custos operacionais fixos são de R\$ 100.000,00. Elabore, então, o seguinte esquema:

		+50% →
Quantidade produzida e vendida	20.000	30.000
Preço unitário de venda	R\$ 20,00	R\$ 20,00
Custos e despesas variáveis unitários	R\$ 12,00	R\$ 12,00
Receitas com as vendas	R\$ 400.000,00	R\$ 600.000,00
Custos e despesas fixos operacionais	R\$ 100.000,00	R\$ 100.000,00
Custos e despesas variáveis operacionais	R\$ 240.000,00	R\$ 360.000,00
Lucro operacional, ou LAJIR	R\$ 60.000,00	R\$ 140.000,00

→  
+133,33%

A fórmula para encontrar o grau de alavancagem operacional (GAO) para dois níveis de vendas é a seguinte:

$$GAO = \frac{\Delta\% \text{ no LAJIR}}{\Delta\% \text{ nas vendas}}$$

A variação positiva no LAJIR foi de 133,33% e a variação nas vendas foi de 50%. Ou seja, para um nível de vendas 50% maior que 20.000 unidades, o LAJIR será 133,33% maior do que aquele com 20.000 unidades.

Portanto, a Cia. Alicante tem um grau de alavancagem operacional de, aproximadamente, 2,67 (133,33% divididos por 50%).

## Atividade 2

A empresa Pão Pão Pão produz e vende pães de forma a R\$ 4,50 cada embalagem. Seus custos e despesas operacionais variáveis são de R\$ 3,50 e seus custos e despesas fixos operacionais são de R\$ 60.000,00.

- Determine o ponto de equilíbrio operacional da empresa.
- Calcule o grau de alavancagem operacional, supondo que a empresa produza e venda as quantidades de 80.000 e 100.000 unidades.

### Respostas Comentadas

a. Ponto de equilíbrio operacional

$$\text{Ponto de equilíbrio operacional} = \frac{\text{R\$ } 60.000,00}{\text{R\$ } 4,50 - \text{R\$ } 3,50} = 60.000 \text{ unidades.}$$

Isso quer dizer que a empresa deve produzir e vender 60.000 unidades de pão de forma para poder pagar seus custos fixos operacionais.

b. Grau de alavancagem operacional

		+25% →
Quantidade produzida/vendida	80.000	100.000
Preço de venda unitário	R\$ 4,50	R\$ 4,50
Custos e despesas variáveis unitários	R\$ 3,50	R\$ 3,50
Receitas com vendas	R\$ 360.000,00	R\$ 450.000,00
(-) Custos e despesas fixos	R\$ 60.000,00	R\$ 60.000,00
(-) Custos e despesas variáveis totais	R\$ 280.000,00	R\$ 350.000,00
Lucro operacional, ou LAJIR	R\$ 20.000,00	R\$ 40.000,00

→  
+100%

$$\text{Grau de alavancagem operacional} = \frac{+100\%}{+25\%} = 4,0$$

Levando-se em conta o nível de produção/vendas de 80.000 unidades, para um aumento de 25% nesse nível, tem-se um aumento de 100% no lucro operacional.

Por causa disso, o grau de alavancagem da empresa Pão Pão Pão é igual a 4,0. Isso equivale a dizer que a sua capacidade de multiplicação dos lucros é igual a 4,0.

Pelo meio direto, você pode determinar apenas uma quantidade para o nível de vendas e utilize a fórmula a seguir:

$$\text{GAO a um nível de produção/vendas} = \frac{Q(P - CV)}{Q(P - CV) - CF}$$

Para a mesma empresa do exemplo anterior, utilizaremos os níveis de 20.000 e 40.000 unidades.

Com a produção/vendas em 20.000 unidades, já temos os dados necessários (do exemplo anterior). Substituindo as informações na fórmula, temos:

$$\text{GAO a 20.000 unidades} = \frac{20.000(20,00 - 12,00)}{20.000(20,00 - 12,00) - 100.000,00} = 2,67$$

Se o nível de produção/vendas for de 40.000 unidades, o grau de alavancagem da Cia. Alicante será:

$$\text{GAO a 40.000 unidades} = \frac{20.000(20,00 - 12,00)}{20.000(20,00 - 12,00) - 100.000,00} = 1,45 \text{ (aproximadamente)}$$

O grau de alavancagem operacional calculado pela variação no LAJIR e nas vendas foi igual àquele calculado apenas para o nível de 20.000 unidades. Isso só acontece quando o mesmo nível-base (20.000 unidades) for utilizado para ambas as opções de cálculo.

Nota-se que, com a quantidade produzida/vendida de 40.000 unidades, o grau de alavacagem diminui, reduzindo o risco operacional da empresa. Isso foi possível porque a empresa terá mais dinheiro para pagar seus custos fixos do que se produzisse/vendesse 20.000 unidades.

### Atividade 3

Uma empresa produz e vende 12.000 unidades do seu produto. O preço de venda do seu produto é de R\$ 30,00 a unidade; o custo fixo é de R\$ 100.000,00 e os custos variáveis são de R\$ 20,00 a unidade.

- Determine o ponto de equilíbrio dessa empresa e diga o que ele significa.
- Calcule o grau de alavancagem operacional no nível atual de produção/vendas.

## Respostas Comentadas

a. O ponto de equilíbrio operacional para a empresa é de 10.000 unidades [(R\$100.000)/(R\$ 30,00 – 20,00)]. Isso significa que a empresa cobre seus custos fixos produzindo/vendendo 10.000 unidades. Com isso, ela não obtém lucro nem prejuízo.

b. Com as informações do enunciado, podemos calcular o grau de alavancagem operacional:

$$\text{GAO a 12.000 unidades} = \frac{12.000(\text{R}\$ 30,00 - \text{R}\$ 20,00)}{12.000(\text{R}\$ 30,00 - \text{R}\$ 20,00) - 100.000,00} = 6,0$$

Pelo grau de alavancagem operacional encontrado, nota-se que a capacidade de multiplicação dos lucros da empresa é 6,0. Ou seja, a variação nos lucros é seis vezes superior à variação nas vendas.

Seja qual for a maneira escolhida para o cálculo do grau de alavancagem operacional, o resultado será sempre o mesmo.

E se a empresa utilizar apenas custos variáveis no seu sistema produtivo, como fica o seu grau de alavancagem? Utilizaremos o exemplo da Cia. Alicante.

Vimos que, para essa empresa, o grau de alavancagem operacional é igual a 2,67 para o nível de 20.000 unidades de produção/vendas. Como a empresa não tem mais custos fixos operacionais, vamos supor que seus custos variáveis unitários operacionais sejam de R\$ 15,00.

$$\text{GAO a 20.000 unidades} = \frac{20.000(20,00 - 15,00)}{20.000(20,00 - 15,00) - 0,00} = 1,0$$

Para empresas que não utilizam custos fixos operacionais, o grau de alavancagem operacional sempre será igual a 1,0. Ou seja, não há risco operacional, pois não há custos fixos operacionais a serem “cobertos”.

O grau de alavancagem pode variar de empresa para empresa, mesmo para aquelas que atuam em um mesmo setor de atividade. O responsável pela empresa é quem determina o grau de risco (alavancagem) que ela pode ou quer correr em face dos lucros que ela pode ou quer obter.

## CONCLUSÃO

Então, podemos concluir que alavancagem é um meio de o administrador financeiro, gerente, gerente de produção ou diretor de uma empresa controlar seu risco, pois os níveis de custos fixos e variáveis operacionais que a empresa deve operar são determinados por eles. Se eles desejam correr maiores riscos para obter lucros maiores, aumentarão a relação custo fixo/custo variável; se, ao contrário, decidirem correr menos riscos, farão a relação diminuir.

## Atividades Finais

- a. Calcule o ponto de equilíbrio operacional das três empresas (suponha que elas atuem no mesmo setor de atividade) a seguir e classifique-as da mais arriscada a menos arriscada operacionalmente.

	Cometa	Via Láctea	Pegasus
Preço de venda unitário da mercadoria	R\$ 20,00	R\$ 22,00	R\$ 25,00
Custos e despesas fixos operacionais	R\$ 80.000,00	R\$ 100.000,00	R\$ 150.000,00
Custos e despesas variáveis operacionais unitários	R\$ 14,00	R\$ 15,00	R\$ 18,00

## Resposta Comentada

Ponto de equilíbrio operacional	
Cometa	$\frac{R\$ 80.000,00}{R\$ 20,00 - R\$ 14,00} = 13.333$ unidades (aproximadamente)
Via Láctea	$\frac{R\$ 100.000,00}{R\$ 22,00 - R\$ 15,00} = 14.286$ unidades (aproximadamente)
Pegasus	$\frac{R\$ 150.000,00}{R\$ 25,00 - R\$ 18,00} = 21.429$ unidades (aproximadamente)

*A empresa mais arriscada operacionalmente é a Pegasus, pois seu ponto de equilíbrio operacional é maior do que o das outras duas empresas. A empresa menos arriscada é a Cometa, já que ela tem o menor ponto de equilíbrio operacional entre as três.*

b. Estou pensando na possibilidade de investir em uma empresa que me proporcione o menor risco operacional. Tenho duas alternativas: as empresas Magnum e Premium. A Magnum produz e vende 10.000 unidades do seu produto, que tem preço de venda unitário igual a R\$ 15,00. Seus custos e despesas fixos operacionais são de R\$ 40.000,00, e seus custos e despesas variáveis operacionais unitários são de R\$ 10,00. A empresa Premium produz e vende 12.000 unidades do mesmo produto, que tem preço de venda unitário de R\$ 14,00. Seus custos e despesas fixos operacionais são de R\$ 60.000,00, e seus custos e despesas variáveis operacionais unitários são de R\$ 8,00. Determine o ponto de equilíbrio operacional e calcule o grau de alavancagem operacional de cada empresa. Em qual delas devo investir?

## Resposta Comentada

Os pontos de equilíbrio operacional das empresas Magnum e Premium são de 8.000 e 10.000 unidades, respectivamente. Os cálculos são apresentados a seguir.

Ponto de equilíbrio operacional	
Magnum	$\frac{R\$ 40.000,00}{R\$ 15,00 - R\$ 10,00} = 8.000 \text{ unidades (aproximadamente)}$
Premium	$\frac{R\$ 60.000,00}{R\$ 14,00 - R\$ 8,00} = 10.000 \text{ unidades (aproximadamente)}$

Calculamos o grau de alavancagem operacional para cada empresa:

Magnum

$$GAO \text{ a } 10.000 \text{ unidades} = \frac{10.000(R\$ 15,00 - R\$ 10,00)}{10.000(R\$ 15,00 - R\$ 10,00) - R\$ 40.000,00} = 5,0$$

Premium

$$GAO \text{ a } 12.000 \text{ unidades} = \frac{12.000(R\$ 14,00 - R\$ 8,00)}{12.000(R\$ 14,00 - R\$ 8,00) - R\$ 60.000,00} = 6,0$$

A empresa que tem menor risco operacional é a Magnum, pois seu grau de alavancagem operacional é menor do que o da empresa Premium. Então, você deve investir na empresa Magnum.

c. Elabore um gráfico contendo no eixo das coordenadas as informações sobre níveis de vendas e no eixo das abcissas as informações sobre o lucro. Para cada empresa, comece com a quantidade referente ao ponto de equilíbrio operacional e calcule também o lucro para quantidade produzida/vendida de 15.000 unidades. Qual a informação transmitida pelo gráfico sobre o risco operacional das duas empresas?

## Resposta Comentada

Primeiro, calculamos o ponto de equilíbrio operacional para as duas empresas:

Magnum

$$\frac{R\$ 40.000,00}{R\$ 15,00 - R\$ 10,00} = 8.000 \text{ unidades}$$

Premium

$$\frac{R\$ 60.000,00}{R\$ 14,00 - R\$ 8,00} = 10.000 \text{ unidades}$$

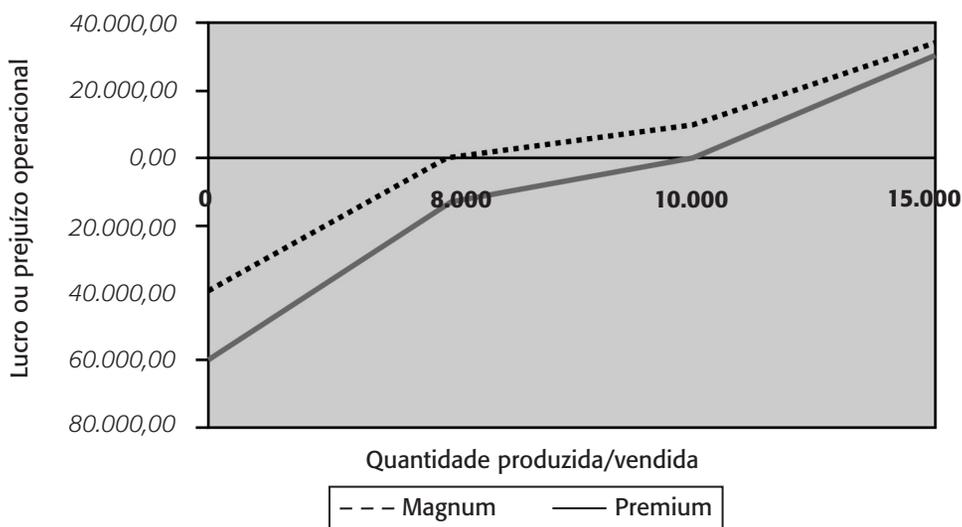
O lucro com o ponto de equilíbrio é zero. Portanto, falta calcular ainda o lucro de ambas as empresa com a produção/vendas de 15.000 unidades.

$$\text{Magnum} = 15.000 (R\$ 15,00 - R\$ 10,00) - R\$ 40.000,00 = R\$ 35.000,00$$

$$\text{Premium} = 15.000 (R\$ 14,00 - R\$ 8,00) - R\$ 60.000,00 = 30.000,00.$$

Já podemos elaborar o gráfico, pois todos os pontos necessários já estão calculados.

### Lucro ou prejuízo operacional



No gráfico anterior, podemos ver que, quando as empresas Magnum e Premium nada produzem, seus prejuízos operacionais serão de R\$ 40.000,00 e R\$ 60.000,00, respectivamente, iguais ao custo fixo total operacional de cada empresa. Os lucros das empresas aumentarão à medida que elas forem produzindo/vendendo mais.

A informação sobre risco operacional das empresas é o ponto de equilíbrio. Vemos que a empresa Magnum tem menor risco porque seu ponto de equilíbrio é menor (8.000 unidades contra 10.000 unidades da Premium).

d. A empresa Bela Vista produz e vende atualmente 50.000 unidades de uma peça para uso em veículos. Ela vende cada peça a R\$ 65,00 e tem custos e despesas fixos de R\$ 500.000,00 e custos e despesas variáveis unitários de R\$ 50,00. Calcule o grau de alavancagem operacional da empresa supondo níveis de produção/vendas iguais a 80.000 (valor-base) e 100.000 unidades.

### Resposta Comentada

Calculamos o lucro operacional (LAJIR) da empresa supondo os níveis de produção/vendas de 80.000 e 100.000 unidades:

		80.000	100.000
			+ 25%
		→	
Quantidade		80.000	100.000
Preço de venda	R\$	65,00	R\$ 65,00
Custo unitário	R\$	50,00	R\$ 50,00
Custo fixo	R\$	500.000,00	R\$ 500.000,00
Receita de vendas	R\$	5.200.000,00	R\$ 6.500.000,00
Custo variável	R\$	4.000.000,00	R\$ 5.000.000,00
Custo fixo	R\$	500.000,00	R\$ 500.000,00
LAJIR	R\$	700.000,00	R\$ 1.000.000,00
			+ 42,9%

O nível de 80.000 unidades serve como base para o cálculo da variação nas vendas e no LAJIR. Vemos que, para um aumento de 25% nas vendas, há um aumento de 42,9% no LAJIR.

O grau de alavancagem operacional é, portanto, 1,72, aproximadamente.

Uma empresa está alavancada quando utiliza custos fixos visando alavancar, melhorar seus retornos. Alavancagem operacional é o uso de custos fixos operacionais visando alavancar o lucro operacional da empresa. Alavancagem é sinônimo de risco. Quanto maior for o grau de alavancagem operacional de uma empresa, maior será o seu risco. Empresas que não utilizam custos fixos operacionais têm grau de alavancagem operacional igual a 1,0. O grau de alavancagem operacional pode ser obtido mediante a divisão da variação percentual no lucro operacional pela variação percentual nas vendas. Para tanto, é necessária a suposição de dois níveis de vendas. O grau de alavancagem operacional pode ser encontrado ainda por meio de uma fórmula específica utilizando apenas um nível de vendas. O ponto de equilíbrio financeiro, que é o nível de produção/vendas no qual a empresa não obtém lucro nem prejuízo, também pode indicar o risco operacional das empresas. Quanto maior for o ponto de equilíbrio operacional de uma empresa, maior será o seu risco, pois será maior a dificuldade de ela cobrir seus custos fixos.

### **INFORMAÇÃO PARA A PRÓXIMA AULA**

Na próxima aula, você continuará vendo alavancagem, só que alavancagem financeira e combinada.



# Alavancagem financeira e alavancagem combinada

AULA

# 15

## Meta da aula

Apresentar as alavancagens financeira e total como medidas de risco financeiro e total, respectivamente.

## objetivos

Esperamos que, ao final desta aula, você seja capaz de:

- 1 identificar o que é alavancagem financeira e total;
- 2 relacionar os custos fixos financeiros com a alavancagem financeira;
- 3 identificar o ponto de equilíbrio financeiro;
- 4 calcular os graus de alavancagem financeira e total;
- 5 associar a alavancagem total à multiplicação da alavancagem operacional pela alavancagem financeira;
- 6 associar risco total à alavancagem total.

## Pré-requisito

A leitura e compreensão da Aula 14 (Alavancagem operacional) é aconselhável para que você entenda esta aula.

## INTRODUÇÃO

Na primeira parte desta aula, você estudará alavancagem financeira, que abrange o ponto de equilíbrio financeiro e o grau de alavancagem financeira.

Em seguida, você verá o que é alavancagem combinada e qual a sua forma de cálculo.

Terminamos a aula apresentando o grau de alavancagem combinada (ou total) como medida do risco total de empresas.

Boa aula!

## ALAVANCAGEM FINANCEIRA

Alavancagem financeira é, então, o uso de custos fixos financeiros visando alavancar (melhorar) o lucro por ação. Lucro por ação é a divisão do lucro líquido disponível aos acionistas comuns (ou ordinários) pelo número de ações ordinárias que compõem o capital da empresa. Mas, o que são custos fixos financeiros e por que eles são considerados fixos?

Os custos fixos financeiros são os juros pagos por empréstimos obtidos e dividendos de ações preferenciais pagos pela empresa.

Ao tomar um empréstimo, a empresa deve pagá-lo em parcelas, que normalmente são iguais. Por exemplo, se a empresa tem sempre R\$ 1.000.000,00 emprestados à taxa de juros de 15% ao ano para pagamento de parcelas anuais, ela deverá pagar R\$ 150.000,00 de juros ao ano.

### Empréstimos



No exemplo citado anteriormente, falamos que a empresa tem sempre R\$ 1.000.000,00 emprestados. Na maioria dos livros de finanças, os exemplos baseiam-se na realidade americana. Nos Estados Unidos, é muito comum as empresas tomarem dinheiro emprestado e pagar todo ele ao término de um ano, por exemplo. Para o caso brasileiro, supomos que a empresa tome os R\$ 1.000.000,00 emprestados. À medida que ela for pagando o empréstimo, também vai tomando novos valores emprestados, de forma que o total emprestado seja sempre R\$ 1.000.000,00.

Os dividendos de ações preferenciais são fixos por natureza e representam um percentual do valor nominal da ação preferencial. Se uma ação preferencial tem valor nominal de R\$ 100,00 e paga dividendos anuais de 8% ao ano, a empresa pagará R\$ 8,00 ao ano. Se a empresa possui 10.000 ações preferenciais emitidas, terá uma despesa com dividendos de ações preferenciais de R\$ 80.000,00 (10.000 ações x R\$ 8,00/ação).

Veja, no boxe de explicação, outras informações a respeito dos dividendos de ações preferenciais. Elas serão um dos objetos de estudo da Aula 13.

### Dividendos de ações preferenciais

O capital das empresas de sociedade anônima é dividido em ações, que podem ser preferenciais e ordinárias. Os acionistas preferenciais não têm direito sobre os ativos e sobre os lucros da empresa. Eles têm direito, apenas, de receber dividendos fixos ao longo da vida útil da ação e o valor nominal desta no fim desse prazo. Dividendos são a recompensa pela posse de ações. Os acionistas ordinários, pelo contrário, têm direito sobre os ativos e sobre os lucros da empresa. Seus dividendos variam conforme o lucro que a empresa obtém. Após o pagamento de todas as suas obrigações (inclusive os dividendos de ações preferenciais), sobra o lucro líquido disponível aos acionistas ordinários. Uma parte pode ser paga a estes como dividendos e a outra pode ficar retida na empresa para futuros investimentos. Pode-se afirmar que os acionistas preferenciais correm menos riscos que os acionistas ordinários, pois seus recebimentos (dividendos) são fixos, enquanto os recebimentos dos acionistas ordinários são variáveis. Porém, a propriedade da empresa é o que atrai os acionistas ordinários.

Alavancagem financeira é, portanto, o uso de empréstimos e de ações preferenciais na **ESTRUTURA DE CAPITAL** da empresa.

Observe o esquema na **Figura 15.1**. Ele é semelhante a uma Demonstração do Resultado do Exercício (DRE), que você estudou na disciplina Contabilidade Geral I. Esse esquema o ajudará a entender o que é alavancagem.

#### ESTRUTURA DE CAPITAL

Estrutura de capital é a proporção de capital de terceiros (empréstimos, debêntures, títulos de dívida etc.), ações preferenciais e ações ordinárias que a empresa necessita para tocar seus projetos de investimento.

Em outras palavras, é como a empresa capta o dinheiro necessário para investimento.

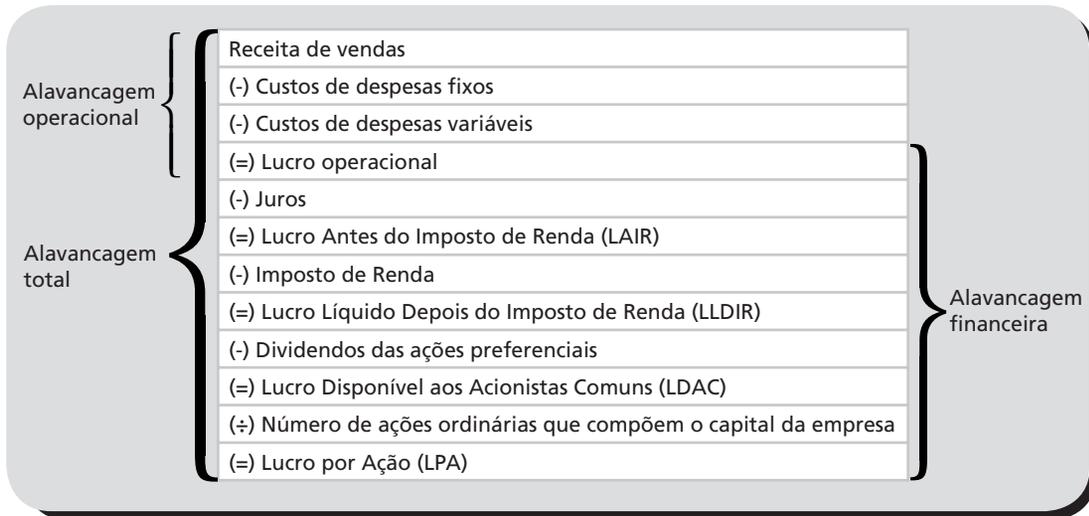


Figura 15.1: Os tipos de alavancagem.

Pelo esquema, você pode notar que alavancagem operacional abrange até o lucro operacional; a alavancagem financeira se estende desde o lucro operacional até o LPA; a alavancagem total é representada pelo esquema completo.

Você viu, na aula anterior, o ponto de equilíbrio operacional e verá agora que existe também um ponto de equilíbrio financeiro para a empresa.

## PONTO DE EQUILÍBRIO FINANCEIRO

Você deve se lembrar de que ponto de equilíbrio operacional é o nível de produção/vendas, em unidades, que a empresa precisa atingir para não ter prejuízo operacional.

O ponto de equilíbrio financeiro nada mais é que o nível de lucro operacional (LAJIR) que a empresa necessita, a fim de que seu lucro por ação (LPA) seja zero ou nulo.

O ponto de equilíbrio financeiro é encontrado por meio da seguinte fórmula:

$$\text{Lucro operacional (LAJIR)} = J + \frac{DP}{1 - T}$$

onde:  $J$  = montante de juros pagos anualmente.

$DP$  = valor total dos dividendos de ações preferenciais.

$T$  = alíquota do Imposto de Renda.

Durante todo o curso, suponha que a alíquota do imposto de renda seja de 40% (quarenta por cento). A alíquota do Imposto de Renda deve ser utilizada na fórmula em sua forma decimal (0,4), e não na forma percentual.

## Atividade 1

A Empresa Alavancada tem empréstimos anuais de R\$ 2.000.000,00 e paga juros de 13% ao ano. Ela ainda tem 10.000 ações preferenciais emitidas, que pagam dividendos anuais de R\$ 6,00 cada uma. A empresa ainda possui 30.000 ações ordinárias e está sujeita a uma alíquota de 40% do Imposto de Renda. Calcule o ponto de equilíbrio financeiro para a empresa.

## Resposta Comentada

O valor dos juros pagos anualmente é de R\$ 260.000,00 ( $R\$ 2.000.000,00 \times 13\%$ ) e o valor total dos dividendos de ações preferenciais é de R\$ 60.000,00 (10.000 ações  $\times$  R\$ 6,00/cada uma). A alíquota do Imposto de Renda é de 40%.

Substituímos as informações na fórmula:

$$\text{Lucro operacional (LAJIR)} = R\$ 260.000,00 + \frac{R\$ 60.000,00}{1 - 0,4} = R\$ 360.000,00$$

Para que o lucro por ação da Empresa Alavancada seja igual a zero, ela deve obter um LAJIR de R\$ 360.000,00. Vamos ver se está correto?

Montemos um esquema semelhante ao da **Figura 15.1**, só que começaremos pelo LAJIR e iremos até o lucro por ação.

(=) Lucro operacional	R\$ 360.000,00
(-) Juros	R\$ 260.000,00
(=) Lucro Antes do Imposto de Renda (LAIR)	R\$ 100.000,00
(-) Imposto de Renda	R\$ 40.000,00
(=) Lucro Líquido Depois do Imposto de Renda (LLDIR)	R\$ 60.000,00
(-) Dividendos das ações preferenciais	R\$ 60.000,00
(=) Lucro Disponível aos Acionistas Comuns (LDAC)	R\$ 0
(÷) Número de ações ordinárias que compõem o capital da empresa	30.000
(=) Lucro por Ação (LPA)	R\$ 0

Vemos, assim, que realmente o lucro por ação (LPA) da empresa será zero, se o LAJIR for de R\$ 360.000,00.

Se a empresa obtiver um LAJIR maior que R\$ 360.000,00, ela obterá um lucro por ação; se o LAJIR for menor, ela obterá um prejuízo por ação.

Então, uma empresa que quer verificar sua implantação, por exemplo, pode estimar a quantidade que o mercado deve absorver dos seus produtos e calcular o LAJIR que obterá. Se o LAJIR obtido for menor do que aquele do ponto de equilíbrio financeiro, ela implantará a empresa, pois terá lucro por ação. Caso contrário, não deve implantar a empresa, pois ela obterá prejuízo por ação.

O ponto de equilíbrio operacional é sempre apresentado em unidades (quantidade produzida/vendida); o ponto de equilíbrio financeiro é sempre apresentado em valor (LAJIR).

Observando o método de cálculo do grau de alavancagem operacional (Aula 14), será que você consegue deduzir a forma de cálculo do grau de alavancagem financeira?

## GRAU DE ALAVANCAGEM FINANCEIRA

O grau de alavancagem financeira é uma medida numérica da capacidade de aumento (ou redução) nos lucros por ação, em face do aumento (ou redução) no lucro operacional LAJIR.

Assim como o grau de alavancagem operacional, podemos calcular o grau de alavancagem financeira utilizando os métodos indireto e direto. Primeiro, vamos ao método indireto.

Para se calcular o grau de alavancagem pelo método indireto, temos que supor dois níveis, pelo menos, de lucro operacional (LAJIR). Montaremos um esquema semelhante ao da Atividade 1, só que para dois níveis de LAJIR. Completaremos o esquema até acharmos o lucro por ação (LPA) para os dois níveis propostos de LAJIR. Aí, verificamos a variação percentual do LPA e do LAJIR, e dividimos o primeiro pelo segundo. O valor encontrado é o grau de alavancagem financeira. A fórmula é:

$$\text{Grau de Alavancagem Financeira (GAF)} = \frac{\text{Variação percentual no LPA}}{\text{Variação percentual no LAJIR}}$$

Você se lembra do exemplo da Cia. Alicante, pelo qual explicamos como achar o grau de alavancagem operacional pelo método indireto? Continuaremos utilizando o mesmo exemplo.

Suponha que a empresa pague juros de empréstimos da ordem de R\$ 40.000,00 ao ano. O valor apresentado já é o total de juros. Suponha que não possua ações preferenciais e que seja de 20.000 o número de ações ordinárias existentes. A alíquota do Imposto de Renda é de 40%.

Para os níveis de 20.000 e 30.000 unidades de produção/vendas da Cia. Alicante, encontramos LAJIR de R\$ 60.000,00 e R\$ 140.000,00, respectivamente.

Tabela 15.1: Níveis de lucro operacional da Cia. Alicante

Quantidade produzida e vendida	20.000	30.000
Preço unitário de venda	R\$ 20,00	R\$ 20,00
Custos e despesas variáveis unitários	R\$ 12,00	R\$ 12,00
Receitas com as vendas	R\$ 400.000,00	R\$ 600.000,00
Custos e despesas fixos operacionais	R\$ 100.000,00	R\$ 100.000,00
Custos e despesas variáveis operacionais	R\$ 240.000,00	R\$ 360.000,00
Lucro operacional ou LAJIR	R\$ 60.000,00	R\$ 140.000,00

Esboçaremos um esquema semelhante àquele utilizado na Atividade 1, para encontramos o lucro por ação com cada nível de LAJIR apresentado. O nível-base de LAJIR será R\$ 60.000,00.

		133,33% →
(=) Lucro operacional	R\$ 60.000,00	R\$ 140.000,00
(-) Juros	R\$ 40.000,00	R\$ 40.000,00
(=) Lucro Antes do Imposto de Renda (LAIR)	R\$ 20.000,00	R\$ 100.000,00
(-) Imposto de Renda	R\$ 8.000,00	R\$ 40.000,00
(=) Lucro Líquido Depois do Imposto de Renda (LLDIR)	R\$ 12.000,00	R\$ 60.000,00
(-) Dividendos das ações preferenciais	0	0
(=) Lucro Disponível aos Acionistas Comuns (LDAC)	R\$ 12.000,00	R\$ 60.000,00
(±) Número de ações ordinárias que compõem o capital da empresa	20.000	20.000
(=) Lucro por Ação (LPA)	R\$ 0,60	R\$ 3,00
		400,00% →

Figura 15.2: Cálculo do grau de alavancagem da Cia. Alicante.

Na Figura 15.2, vemos que, para uma variação positiva no LAJIR de 133,33%, o lucro por ação varia positivamente em 400%. O grau de alavancagem financeira é, portanto, de 3,0 (400,00% divididos por 133,33%). A capacidade de multiplicação do lucro por ação em relação ao LAJIR é de três vezes.

## Atividade 2

A Cia. Planaltina paga juros anuais de R\$ 80.000,00 e possui 5.000 ações preferenciais, que pagam dividendos de R\$ 4,00 por ação. A empresa possui 25.000 ações ordinárias e está na faixa de 40% do Imposto de Renda. Suponha que a empresa possa obter dois níveis de LAJIR, R\$ 200.000,00 e R\$ 400.000,00, e calcule o grau de alavancagem financeira da forma indireta.

### Resposta Comentada

Os juros pagos anualmente totalizam R\$ 80.000,00, e os dividendos de ações preferenciais são de R\$ 20.000,00 (5.000 ações x R\$ 4,00/ação).

Elaboramos um esquema semelhante ao da **Figura 15.3**, partindo do LAJIR até encontrar o lucro por ação (LPA).

		100% →
(=) Lucro operacional	R\$ 200.000,00	R\$ 400.000,00
(-) Juros	R\$ 80.000,00	R\$ 80.000,00
(=) Lucro Antes do Imposto de Renda (LAIR)	R\$ 120.000,00	R\$ 320.000,00
(-) Imposto de Renda	R\$ 48.000,00	R\$ 128.000,00
(=) Lucro Líquido Depois do Imposto de Renda (LLDIR)	R\$ 72.000,00	R\$ 192.000,00
(-) Dividendos das ações preferenciais	R\$ 20.000,00	R\$ 20.000,00
(=) Lucro Disponível aos Acionistas Comuns (LDAC)	R\$ 52.000,00	R\$ 172.000,00
(÷) Número de ações ordinárias que compõem o capital da empresa	25.000	25.000
(=) Lucro por Ação (LPA)	R\$ 2,08	R\$ 6,88
		→ +230%

Figura 15.3: Variação no LAJIR e no LPA da Cia. Planaltina.

Quando o nível de LAJIR sobe de R\$ 200.000,00 para R\$ 400.000,00, o lucro por ação (LPA) sobe de R\$ 2,08 para R\$ 6,88. O grau de alavancagem financeira da Cia. Planaltina é de 2,3 (230% divididos por 100%), o que significa que a capacidade de multiplicação do lucro por ação em relação à variação do LAJIR é 2,3 vezes.

Pelo método direto, temos que definir um nível de LAJIR para a empresa e calcular o grau de alavancagem financeira por meio da seguinte fórmula:

$$\text{GAF a um determinado nível de LAJIR} = \frac{\text{LAJIR}}{\text{LAJIR} - J - \left(\text{DP} \times \frac{1}{1 - T}\right)}$$

As variáveis já são conhecidas.

Para exemplificar o cálculo direto do grau de alavancagem financeira, utilizaremos o nível-base de LAJIR utilizado para demonstrar o cálculo indireto: R\$ 60.000,00.

$$\text{GAF a LAJIR} = \text{R\$ } 60.000,00 = \frac{\text{R\$ } 60.000,00}{\text{R\$ } 60.000,00 - \text{R\$ } 40.000,00 - \left(0 \times \frac{1}{1 - 0,4}\right)} = 3,0$$

O grau de alavancagem financeira encontrado foi de 3,0 (três), igual ao calculado pelo método indireto.

Cabe lembrar que o grau de alavancagem financeira foi igual nos dois métodos de cálculo porque utilizamos o mesmo nível-base de LAJIR. Se calcularmos com um nível de LAJIR diferente, obteremos um valor diferente. Vamos ver como fica o cálculo com nível de LAJIR de R\$ 140.000,00?

$$\text{GAF a LAJIR} = \text{R\$ } 140.000,00 = \frac{\text{R\$ } 140.000,00}{\text{R\$ } 140.000,00 - \text{R\$ } 40.000,00 - \left(0 \times \frac{1}{1 - 0,4}\right)} = 1,4$$

Com o LAJIR igual a R\$ 140.000,00, o grau de alavancagem diminui de 3,0 para 1,4. Com isso, diz-se que a empresa está menos alavancada financeiramente ou que possui menos risco financeiro. Por que isso aconteceu?

Por que a empresa terá mais dinheiro (LAJIR = R\$ 140.000,00) para fazer frente aos seus custos e despesas financeiros (juros) do que quando operava com LAJIR igual a R\$ 60.000,00.

## Atividade 3

Na Atividade 2, você calculou o grau de alavancagem financeira da Cia. Planaltina pelo método indireto. Agora, calcule-a pelo método direto, utilizando o nível-base de LAJIR de R\$ 200.000,00.

### Resposta Comentada

*Substituímos as informações fornecidas na fórmula apropriada e encontramos o grau de alavancagem financeira para o nível de LAJIR igual a R\$ 200.000,00.*

$$GAF \text{ a LAJIR} = R\$ 200.000,00 = \frac{R\$ 200.000,00}{R\$ 200.000,00 - R\$ 80.000,00 - (R\$ 20.000,00 \times \frac{1}{1 - 0,4})} = 2,3$$

*O nível-base foi o mesmo que utilizamos para calcular o grau de alavancagem pelo método indireto. Portanto, o grau de alavancagem financeira encontrado foi igual a esse calculado por aquele método.*

## GRAU DE ALAVANCAGEM TOTAL (OU COMBINADA)

O grau de alavancagem total (ou combinada) é a medida de risco total da empresa e pode ser obtido mediante a multiplicação do grau de alavancagem operacional pelo grau de alavancagem financeira. Ele mede a capacidade de multiplicação dos lucros por ação em relação à variação nas vendas.

Uma empresa que tenha grau de alavancagem operacional de 2,0 (dois) e grau de alavancagem financeira de 3,0 (três) terá grau de alavancagem total igual a 6,0 (seis).

É importante observar que a relação entre alavancagem operacional e alavancagem financeira é multiplicativa, ou seja, não é aditiva.

## Atividade 4

A Cia. Botucatu, uma indústria têxtil, produz e vende 150.000 metros lineares de tecido por ano e os vende a R\$ 14,00 cada. Seus custos e despesas operacionais fixos são de R\$ 1.000.000,00 e seus custos e despesas operacionais variáveis são de R\$ 6,00 por metro de tecido. Sua estrutura de capital é formada por R\$ 1.500.000,00 de empréstimos, entre outros itens; paga 12% ao ano de juros sobre esses empréstimos. Não possui ações preferenciais emitidas. Seu capital social está dividido em 100.000 ações ordinárias, e sua alíquota do imposto de renda é de 40%. Calcule os graus de alavancagem operacional, financeira e total da Cia. Botucatu.

### Resposta Comentada

Utilizaremos a forma direta de cálculo para ambos os graus de alavancagem operacional e financeira. O grau de alavancagem total será o produto dos dois. As informações necessárias para o cálculo do grau de alavancagem operacional foram descritas no enunciado a atividade. Substituindo-as na fórmula, temos:

$$\text{GAO a 150.000 metros lineares} = \frac{150.000 (\text{R\$ } 14,00 - \text{R\$ } 6,00)}{150.000 (\text{R\$ } 14,00 - \text{R\$ } 6,00) \text{ R\$ } 1.000.000,00} = 6,0.$$

Para encontrar o grau de alavancagem financeira pela forma direta, devemos calcular antes o LAJIR e o total de juros pagos anualmente.

$$\text{LAJIR} = 150.000 (\text{R\$ } 14,00 - \text{R\$ } 6,00) - \text{R\$ } 1.000.000,00 = \text{R\$ } 200.000,00.$$

$$\text{Juros anuais} = \text{R\$ } 1.500.000,00 \times 12\% = \text{R\$ } 180.000,00$$

$$\text{GAF a LAJIR} = \text{R\$ } 200.000,00 = \frac{\text{R\$ } 200.000,00}{\text{R\$ } 200.000,00 - \text{R\$ } 180.000,00 - (\text{R\$ } 0,000 \times \frac{1}{1 - 0,4})} = 10,0.$$

Encontrados os graus de alavancagem operacional e financeira, multiplicamos um pelo outro, a fim de encontrarmos o grau de alavancagem total, que será igual a 60,0 (GAO = 6,0 X GAF = 10,0).

Podemos descobrir o grau de alavancagem total de outras duas maneiras, semelhantes às maneiras indireta e direta de descobrirmos os graus de alavancagem operacional e financeira. Não podemos mais chamar o método de direto, pois existe o terceiro método (multiplicação do GAO pelo GAF). Os métodos serão chamados indireto e intermediário.

O método indireto consiste em preparar um esquema semelhante ao da **Figura 15.1**, com dois níveis de produção/vendas. Você deve calcular todas as informações até encontrar o lucro por ação (LPA) para os dois níveis de produção/vendas. Encontre a variação percentual que há entre os dois níveis de vendas e os dois níveis de lucro por ação. Divida a variação existente no LPA pela variação nas vendas, e pronto: Você encontrou o grau de alavancagem total!

O grau de alavancagem total pelo método indireto é dado pela seguinte fórmula:

$$\text{Grau de Alavancagem Total (GAT)} = \frac{\text{Variação percentual no LPA}}{\text{Variação percentual nas vendas}}$$

Continuaremos a utilizar o exemplo da Cia. Alicante.

Para demonstração do cálculo do grau de alavancagem total pelo método indireto, apresentamos o esquema completo, da receita de vendas até o lucro por ação. Os níveis de vendas foram 20.000 e 30.000 unidades.

		+50% →
Receitas com as vendas	R\$ 400.000,00	R\$ 600.000,00
Custos e despesas fixos operacionais	R\$ 100.000,00	R\$ 100.000,00
Custos e despesas variáveis operacionais	R\$ 240.000,00	R\$ 360.000,00
(=) Lucro operacional	R\$ 60.000,00	R\$ 140.000,00
(-) Juros	R\$ 40.000,00	R\$ 40.000,00
(=) Lucro antes do imposto de renda (LAIR)	R\$ 20.000,00	R\$ 100.000,00
(-) Imposto de renda (IR)	R\$ 8.000,00	R\$ 40.000,00
(=) Lucro líquido depois do imposto de renda (LLDIR)	R\$ 12.000,00	R\$ 60.000,00
(-) Dividendos das ações preferenciais (DP)	0	0
(=) Lucro disponível aos acionistas comuns (LDAC)	R\$ 12.000,00	R\$ 60.000,00
(÷) Número de ações ordinárias que compõem o capital da empresa	20.000	20.000
(=) Lucro por ação (LPA)	R\$ 0,60	R\$ 3,00

→  
+ 400%

Figura 15.4: Variação no LAJIR e no LPA da Cia. Alicante.

A variação positiva nas vendas foi de 50% e a variação positiva no lucro por ação foi de 400%. Logo, a empresa tem um grau de alavancagem igual a 8,0 (400% divididos por 50%). A capacidade de multiplicação nos lucros por ação é de oito vezes a capacidade de multiplicação nas vendas.

O método intermediário consiste em você determinar um nível de vendas e substituir as informações na seguinte fórmula:

$$\text{GAT a um nível de vendas} = \frac{Q (P - CV)}{Q (P - CV) - CF - J - (DP \times \frac{1}{1 - T})}$$

Calcularemos o grau de alavancagem pelo método intermediário para o nível-base de vendas, que é de 20.000 unidades. Você deve lembrar que no nível-base, a receita de vendas é de R\$ 400.000,00 (20.000 unidades x R\$ 20,00/unidade).

Substituindo as informações na fórmula, temos:

$$\text{GAT a vendas de 20.000 unidades} = \frac{20.000 (\text{R\$ } 20,00 - \text{R\$ } 12,00)}{20.000 (\text{R\$ } 20,00 - \text{R\$ } 12,00) - \text{R\$ } 100.000,00 - \text{R\$ } 40.000,00 - (0 \times \frac{1}{1 - 0,4})} = 8,0$$

Utilizando o mesmo nível-base que foi utilizado no cálculo indireto, o grau de alavancagem total foi o mesmo: 8,0 (oito).

Vimos, na Aula 14, que o ponto de equilíbrio operacional da Cia. Alicante é de 6.250 unidades. Calculemos o grau de alavancagem total com esse nível de produção/vendas.

$$\text{GAT a vendas de 6.250 unidades} = \frac{6.250 (\text{R\$ } 20,00 - \text{R\$ } 12,00)}{6.250 (\text{R\$ } 20,00 - \text{R\$ } 12,00) - \text{R\$ } 100.000,00 - \text{R\$ } 40.000,00 - (0 \times \frac{1}{1 - 0,4})} = -0,56$$

O valor encontrado foi de -0,56; portanto, um valor negativo para o grau de alavancagem total. O que significa esse grau de alavancagem total negativo?

Significa que a empresa está produzindo/vendendo menos que o necessário para cobrir seus custos operacionais e financeiros.

Lembre: se qualquer grau de alavancagem (operacional, financeira e total) for igual a 1,0 (um), isto significa que a empresa não utiliza custos e despesas fixos operacionais (alavancagem operacional), não utiliza custos e despesas fixos financeiros (alavancagem financeira) e não utiliza nenhum tipo de custos e despesas fixos (alavancagem total).

## CONCLUSÃO

Então, cabe à empresa (ou aos seus dirigentes) decidir utilizar a alavancagem financeira ou não. Se a opção for utilizá-la, deve-se ter em conta que a empresa se torna mais lucrativa, porém também se torna mais arriscada financeiramente. O mesmo vale para as alavancagens operacional e total.

Mais uma vez, a relação risco e retorno está mantida: quanto maior o risco, maior o retorno (e vice-versa).

## Atividades Finais

a. Duas empresas, A e B, do mesmo setor de atividade e de, mais ou menos o mesmo porte, estão sendo analisadas por você para futuros investimentos. A empresa A possui um LAJIR de R\$ 1.000.000,00, paga juros de R\$ 400.000,00 por ano, além de ter 50.000 ações preferenciais em circulação, pagando a seus detentores dividendos de R\$ 6,00 por ação. Possui 80.000 ações ordinárias. A empresa B possui um LAJIR de R\$ 800.000,00, paga juros de R\$ 350.000,00 por ano. Não possui ações preferenciais em circulação, e as ações ordinárias são 60.000. Ambas as empresas estão na faixa de 40% do imposto de renda. Determine o ponto de equilíbrio financeiro de cada empresa. Você já pode afirmar que uma empresa é mais e a outra é menos arriscada? De onde vem a sua certeza?

### Resposta Comentada

Resumindo as informações fornecidas a respeito das duas empresas:

<b>Empresa</b>	<b>LAJIR</b>	<b>Juros</b>	<b>Dívidos de ações preferenciais</b>	<b>Ações ordinárias</b>
A	R\$ 1 milhão	R\$ 400.000,00	R\$ 300.000,00	80.000
B	R\$ 800.000,00	R\$ 350.000,00	0	60.000

Substituindo as informações na fórmula do ponto de equilíbrio financeiro, temos:

$$\text{Empresa A} = R\$ 400.000,00 + \frac{R\$ 300.000,00}{1 - 0,4} = R\$ 900.000,00$$

$$\text{Empresa B} = R\$ 350.000,00 + \frac{R\$ 0,00}{1 - 0,4} = R\$ 350.000,00$$

Posso afirmar que a empresa B é menos arriscada financeiramente do que a empresa A, pois seu ponto de equilíbrio financeiro é menor. Isso significa que a empresa B precisa obter um LAJIR menor, para pagar seus custos fixos financeiros. A empresa A precisa trabalhar mais para obter um LAJIR maior.

b. Calcule o lucro por ação e o grau de alavancagem financeira para cada uma das empresas apresentadas no quadro a seguir.

Empresa	LAJIR	Juros	Dividendos de ações preferenciais	Ações ordinárias
A	R\$ 2 milhões	R\$ 1 milhão	R\$ 100.000,00	250.000
B	R\$ 150.000,00	0	0	4.000
C	R\$ 10 milhões	R\$ 6,5 milhões	R\$ 800.000,00	380.000
D	R\$ 400.000,00	R\$ 180.000,00	0	70.000

### Resposta Comentada

Para encontrarmos o lucro por ação, devemos elaborar um esquema que abranja desde o LAJIR até o lucro por ação, semelhante ao da **Figura 15.3**. A alíquota do imposto de renda é de 40%.

	<b>Empresa A</b>	<b>Empresa B</b>	<b>Empresa C</b>	<b>Empresa D</b>
(=) Lucro operacional	R\$ 2.000.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 10.000.000,00	R\$ 400.000,00
(-) Juros	R\$ 1.000.000,00	R\$ 0,00	R\$ 6.500.000,00	R\$ 180.000,00
(=) Lucro antes do Imposto de Renda (LAIR)	R\$ 1.000.000,00	R\$ 150.000,00	R\$ 3.500.000,00	R\$ 220.000,00
(-) Imposto de Renda (IR)	R\$ 400.000,00	R\$ 60.000,00	R\$ 1.400.000,00	R\$ 88.000,00
(=) Lucro Líquido Depois do Imposto de Renda (LLDIR)	R\$ 600.000,00	R\$ 90.000,00	R\$ 2.100.000,00	R\$ 132.000,00
(-) Dividendos das ações preferenciais (DP)	R\$ 100.000,00	R\$ 0,00	R\$ 800.000,00	R\$ 0,00
(=) Lucro disponível aos acionistas comuns (LDAC)	R\$ 500.000,00	R\$ 90.000,00	R\$ 1.300.000,00	R\$ 132.000,00
(+) Número de ações ordinárias que compõem o capital da empresa	250.000	4.000	380.000	70.000
(=) Lucro por ação (LPA)	R\$ 2,00	R\$ 22,50	R\$ 3,42	R\$ 1,89

Substituindo as informações sobre cada empresa, temos o seguinte grau de alavancagem financeira para cada uma delas:

Empresa A

$$\text{GAF a LAJIR} = \frac{\text{R\$ 2.000.000,00}}{\text{R\$ 2.000.000,00} - \text{R\$ 1.000.000,00} - \left(\text{R\$ 100.000,00} \times \frac{1}{1 - 0,4}\right)} = 2,4$$

Empresa B

$$\text{GAF a LAJIR} = \frac{\text{R\$ 150.000,00}}{\text{R\$ 150.000,00} - \text{R\$ 0,00} - \left(\text{R\$ 0,00} \times \frac{1}{1 - 0,4}\right)} = 1,0$$

Empresa C

$$\text{GAF a LAJIR} = \frac{\text{R\$ 10 milhões}}{\text{R\$ 10 milhões} - \text{R\$ 6,5 milhões} - \left(\text{R\$ 800.000,00} \times \frac{1}{1 - 0,4}\right)} = 4,6$$

Empresa D

$$\text{GAF a LAJIR} = \frac{\text{R\$ 400.000,00}}{\text{R\$ 400.000,00} - \text{R\$ 180.000,00} - \left(\text{R\$ 0,00} \times \frac{1}{1 - 0,4}\right)} = 1,8$$

c. As empresas Chilly e Willy são concorrentes e atuam com o mesmo nível de vendas: 50.000 unidades. A Chilly vende seu produto a R\$ 40,00 cada um e possui custos e despesas operacionais fixos de R\$ 900.000,00 e custos e despesas operacionais variáveis de R\$ 15,00 para cada produto. Paga juros de R\$ 100.000,00 por ano e possui 40.000 ações ordinárias. A Willy vende o seu produto pelo preço unitário de R\$ 42,00 e tem custos e despesas operacionais fixos de R\$ 1.000.000,00 e custos e despesas operacionais variáveis de R\$ 20,00 por unidade do produto. Tem empréstimos de R\$ 500.000,00 na sua estrutura de capital, pagando juros de 18% ao ano. Além disso, tem 3.000 ações preferenciais emitidas, pagando dividendos de R\$ 8,00 por cada ação. Possui 65.000 ações ordinárias. As duas empresas encontram-se na faixa de 40% da alíquota do imposto de renda. Calcule o ponto de equilíbrio operacional e financeiro e o grau de alavancagem operacional, financeiro e total para cada empresa. Diga qual é a mais arriscada.

### Resposta Comentada

Primeiro, calcularemos o ponto de equilíbrio operacional das empresas:

$$\text{Chilly} = \frac{\text{R\$ 900.000,00}}{\text{R\$ 40,00} - \text{R\$ 15,00}} = 36.000 \text{ unidades}$$

$$\text{Willy} = \frac{\text{R\$ 1.000.000,00}}{\text{R\$ 42,00} - \text{R\$ 20,00}} = 45.454 \text{ unidades (aproximadamente).}$$

Em seguida, calculamos o grau de alavancagem operacional:

Chilly:

$$\text{GAO a 50.000 unidades} = \frac{\text{R\$ 50.000} (\text{R\$ 40,00} - \text{R\$ 15,00})}{50.000 (\text{R\$ 40,00} - \text{R\$ 15,00}) - \text{R\$ 900.000,00}} = 3,57$$

Willy:

$$\text{GAO a 50.000 unidades} = \frac{\text{R\$ 50.000} (\text{R\$ 42,00} - \text{R\$ 20,00})}{50.000 (\text{R\$ 42,00} - \text{R\$ 20,00}) - \text{R\$ 1.000.000,00}} = 11,0$$

Agora, calculamos o ponto de equilíbrio financeiro para ambas as empresas:

$$\text{Chilly:} = R\$ 100.000,00 + \frac{R\$ 0,00}{1 - 0,4} = R\$ 100.000,00$$

$$\text{Willy} = R\$ 90.000,00 + \frac{R\$ 24.000,00}{1 - 0,4} = R\$ 130.000,00$$

Para calcularmos o grau de alavancagem financeira, temos que descobrir o nível de LAJIR em que cada empresa atua:

$$\text{LAJIR Chilly} = 50.000 (R\$ 40,00 - R\$ 15,00) - R\$ 900.000,00 = R\$ 350.000,00.$$

$$\text{LAJIR Willy} = 50.000 (R\$ 42,00 - R\$ 20,00) - R\$ 1.000.000,00 = R\$ 100.000,00$$

Identificado o nível de LAJIR de cada empresa, e calculados os valores dos juros e dos dividendos das ações preferenciais, podemos executar os cálculos para encontrar o grau de alavancagem financeira para as duas empresas:

Chilly:

$$\text{GAF a LAJIR} = \frac{R\$ 350.000,00}{R\$ 350.000,00 - R\$ 100.000,00 - (R\$ 0,00 \times \frac{1}{1 - 0,4})} = 1,4$$

Willy:

$$\text{GAF a LAJIR} = \frac{R\$ 100.000,00}{R\$ 100.000,00 - R\$ 90.000,00 - (R\$ 24.000,00 \times \frac{1}{1 - 0,4})} = 3,33$$

Finalmente, com os graus de alavancagem operacional e financeira encontrados, podemos obter o grau de alavancagem total:

$$\text{Chilly} = 3,57 (\text{GAO}) \times 1,4 (\text{GAF}) = 5,0$$

$$\text{Willy} = 11,0 (\text{GAO}) \times -3,33 (\text{GAF}) = -36,6.$$

Resumindo, obtivemos os seguintes indicadores para cada empresa:

Item	Chilly	Willy
Ponto de equilíbrio operacional	3,57	11,0
Grau de alavancagem operacional	36.000 unidades	45.454 unidades
Ponto de equilíbrio financeiro	R\$ 100.000,00	R\$ 130.000,00
Grau de alavancagem financeira	1,4	-3,33
Grau de alavancagem total	5,0	-36,6

Analisando os números, vemos que a empresa Willy tem maior risco operacional do que a empresa Chilly, pois tem grau de alavancagem operacional maior e ponto de equilíbrio financeiro maior, que confirma tal conclusão.

Financeiramente, a empresa Willy também é mais arriscada que a empresa Chilly, pois seu grau de alavancagem financeira é negativo, enquanto o grau de alavancagem financeira da Chilly é positivo. O grau de alavancagem negativo significa que a empresa não consegue obter LAJIR suficiente para pagar seus custos e despesas fixos financeiros. Além disso, o ponto de equilíbrio financeiro da Willy é maior que o da Chilly.

Resultado: o grau de alavancagem total da Chilly é positivo (5,0) e o da Willy é negativo (-36,6).

Sendo assim, é mais arriscado investir na Willy do que na Chilly.

d. As empresas Lapidus e Pergamon produzem o mesmo produto e obtêm o mesmo LAJIR anual: R\$ 500.000,00. A Lapidus tem empréstimos que somam R\$ 3.000.000,00 e paga juros anuais de 10% sobre eles. Possui 120.000 ações ordinárias. A Pergamon paga juros anuais de R\$ 200.000,00 e possui 4.000 ações preferenciais emitidas, pagando dividendos de R\$ 5,00 por ação. Possui ainda 100.000 ações ordinárias. As duas empresas têm alíquota de 40% do imposto de renda.

1. Determine o ponto de equilíbrio financeiro para cada empresa.
2. Calcule o grau de alavancagem financeira de cada empresa.
3. Diga qual das empresas tem maior risco financeiro. Como você chegou a essa conclusão?

### Respostas Comentadas

A empresa Lapidus paga R\$ 300.000,00 ( $R\$ 3.000.000,00 \times 10\%$ ) de juros por ano e não tem ações preferenciais. A Pergamon paga R\$ 200.000,00 de juros anuais e R\$ 20.000,00 (4.000 ações preferenciais  $\times$  R\$ 5,00/ação) em dividendos anuais de ações preferenciais.

Com as informações obtidas anteriormente e o LAJIR adquirido, podemos determinar o ponto de equilíbrio e o grau de alavancagem financeira para cada empresa.

1. Ponto de equilíbrio financeiro:

$$\text{Lapidus} = R\$ 300.000,00 + \frac{R\$ 0,00}{1 - 0,4} = R\$ 300.000,00$$

$$\text{Pergamon} = R\$ 200.000,00 + \frac{R\$ 20.000,00}{1 - 0,4} = R\$ 233.333,33$$

2. Grau de alavancagem financeira:

Lapidus:

$$\text{GAF a LAJIR} = \frac{R\$ 500.000,00}{R\$ 500.000,00 - R\$ 300.000,00 - (R\$ 0,00 \times \frac{1}{1 - 0,4})} = 2,5$$

Pergamon:

$$\text{GAF a LAJIR} = \frac{R\$ 500.000,00}{R\$ 500.000,00 - R\$ 200.000,00 - (R\$ 20.000,00 \times \frac{1}{1 - 0,4})} = 1,87$$

3. A empresa Lapidus é a mais arriscada financeiramente, pois seu grau de alavancagem financeira é maior que o da empresa Pergamon. O ponto de equilíbrio financeiro confirma essa conclusão.

Alavancagem financeira é sinônimo de risco financeiro, pois ela existe quando a empresa utiliza custos e despesas fixos (juros e dividendos de ações preferenciais) financeiros em sua estrutura. Quanto maiores forem os custos e despesas operacionais de uma empresa, maior será a dificuldade de cobertura dos mesmos. Alavancagem financeira pode ser definida como o uso de custos e despesas fixos financeiros visando à multiplicação dos lucros por ação. Quanto mais a empresa substitui custos e despesas variáveis por custos e despesas fixos, maior será a capacidade de multiplicação dos seus lucros por ação. O ponto de equilíbrio financeiro é o LAJIR, que uma empresa precisa obter para poder pagar seus custos e despesas fixos financeiros. Alavancagem total ou combinada é o resultado da multiplicação do grau de alavancagem operacional pelo grau de alavancagem financeira. O grau de alavancagem total é a medida de risco total da empresa. Quanto maior for o grau de alavancagem total, maior será o risco total da empresa.

### **INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA**

Na próxima aula, você estudará arrendamento mercantil (*leasing*) e aprenderá a decidir se uma empresa deve adquirir um ativo (máquina, equipamento, veículo etc.) via compra financiada ou via arrendamento mercantil.



# O que é arrendamento mercantil?

## Metas da aula

Demonstrar o que é arrendamento mercantil e verificar se esse método de aquisição de ativos é financeiramente mais vantajoso para a empresa do que a compra financiada.

Esperamos que, ao final desta aula, você seja capaz de:

- 1 relacionar os tipos de arrendamento mercantil e suas características;
- 2 desenvolver os cálculos necessários para encontrar as saídas de caixa decorrentes da aquisição via arrendamento mercantil e via compra financiada;
- 3 decidir entre a compra financiada ou o arrendamento mercantil;
- 4 determinar algumas vantagens e desvantagens do arrendamento mercantil em situações específicas.

## Pré-requisito

Você deve ter claros os conceitos sobre sistemas de amortização de empréstimos e financiamentos, da disciplina Matemática Financeira (Aula 11).

## INTRODUÇÃO

Nesta aula, você estudará arrendamento mercantil ou *leasing* e aprenderá a definir os tipos de arrendamento existentes. Ainda aprenderá a fazer os cálculos que o farão decidir sobre a aquisição de ativos: se por meio de arrendamento mercantil ou via compra financiada. Por fim, verá as vantagens e as desvantagens da aquisição de ativos por meio do arrendamento mercantil.

Boa aula!

## O QUE É ARRENDAMENTO MERCANTIL OU *LEASING*?

De acordo com Gitman, *leasing* (ou arrendamento mercantil) é o processo segundo o qual a empresa pode obter a utilização de certos ativos permanentes pelos quais deve efetuar uma série de pagamentos contratuais periódicos, dedutíveis do imposto de renda.

Nesse processo, estão envolvidos o arrendatário e o arrendador. O arrendatário é aquele que se beneficia com os ativos arrendados, objeto do contrato de *leasing*. O arrendador é o proprietário dos ativos arrendados.

Para saber um pouco mais sobre arrendamento mercantil no Brasil, verifique o texto da Lei 6.099/74, que trata do assunto. Para consultar seu texto, utilize o endereço eletrônico <http://www.presidencia.gov.br/legislacao/>.

Além dos pagamentos periódicos a que se referem Gitman (1997), normalmente a empresa concorda em pagar um valor a título de opção de compra, caso ela queira adquirir definitivamente o ativo arrendado. O valor da opção de compra é pré-estipulado e deve constar no contrato a forma pela qual se determinou o seu valor.

Como o próprio nome diz, é uma opção de compra. O arrendatário pode pagá-la ou não. Caso não pague, ele estará comunicando que o ativo arrendado não mais lhe interessa, pois se lhe interessasse, ele pagaria a opção de compra e ficaria com o ativo para si.

Caso o valor da opção de compra (valor residual) do bem arrendado seja pago em parcelas, como se fosse um aluguel, fica configurado que se trata de uma compra parcelada do bem, e não de um arrendamento.

Os tipos básicos de arrendamento mercantil disponíveis para empresas são o *leasing* operacional e o *leasing* financeiro ou de capital. Os dois tipos divergem, basicamente, quanto à cancelabilidade e o prazo pelos quais são feitos.

O *leasing* operacional é feito por um prazo mais curto (até cinco anos), normalmente são canceláveis e os pagamentos totais feitos pelo arrendatário são inferiores ao custo inicial do ativo arrendado.

O *leasing* financeiro ou de capital é feito por um prazo mais longo do que o *leasing* operacional, não é cancelável e os pagamentos totais feitos pelo arrendatário são superiores aos custos iniciais dos ativos arrendados.

Existem ainda três tipos de *leasing*: *leasing* direto, *leaseback* e *leasing* alavancado.

O *leasing* direto é aquele em que o arrendatário faz um arrendamento direto com o proprietário do ativo.

No *leaseback*, o arrendatário vende um ativo à vista para o arrendador e depois arrenda-o de volta, passando a realizar os pagamentos necessários.

Por fim, o *leasing* alavancado é aquele no qual o arrendador atua como um participante do capital próprio (Patrimônio Líquido) da empresa e fornece 20% do custo do ativo, cabendo a outro credor o restante.

## Atividade 1

Relacione os itens abaixo com a sua única descrição correta.

1. *Leasing* operacional
2. *Leasing* direto
3. *Leasing* alavancado
4. *Leasing* financeiro
5. *Leaseback*

- ( ) Tem prazo superior a cinco anos e não pode ser cancelado.
- ( ) A companhia aérea TOM vende um avião à vista para a Gama Airlines e o arrenda de volta.
- ( ) Um exemplo desse tipo de arrendamento é aquele que a companhia Goal faz direto com a Airplane, produtora e proprietária do avião.
- ( ) Feito por um prazo inferior a cinco anos e pode ser cancelado.
- ( ) Tem prazo superior a dez anos e pode ser cancelado a qualquer momento.
- ( ) Neste tipo de *leasing*, o arrendador atua como participante do capital próprio da empresa e fornece um percentual do custo do ativo.

## Resposta

A única definição que não tem correspondência é aquela que está no quinto parêntese (“Tem prazo superior a dez anos e pode ser cancelado a qualquer momento”).

- ( 4 ) Tem prazo superior a cinco anos e não pode ser cancelado.
- ( 5 ) A companhia aérea TOM vende um avião à vista para a Gama Airlines e o arrenda de volta.
- ( 2 ) Um exemplo desse tipo de arrendamento é aquele que a companhia Goal faz direto com a Airplane, produtora e proprietária do avião.
- ( 1 ) Feito por um prazo inferior a cinco anos e pode ser cancelado.
- ( ) Tem prazo superior a dez anos e pode ser cancelado a qualquer momento.
- ( 3 ) Neste tipo de leasing, o arrendador atua como participante do capital próprio da empresa e fornece um percentual do custo do ativo.

Segundo Gitman (1997, p. 548), o Financial Accounting Standards Board (Fasb), órgão que regula e fiscaliza a contabilidade nos Estados Unidos, em sua Instrução número 13, define o *leasing* financeiro ou capitalizado como sendo aquele que possui qualquer um dos elementos a seguir:

1. O arrendador transfere a propriedade para o arrendatário ao término do contrato de *leasing*.
2. O *leasing* contém uma opção de compra da propriedade a um preço vantajoso. Tal opção deve ser exercível a um valor justo de mercado.
3. As condições do *leasing* são iguais a 75% ou mais da vida econômica estimada do bem.
4. No começo do *leasing*, o valor presente dos pagamentos é igual a 90% ou mais do valor justo de mercado do bem arrendado.

Ross (2002, p. 540) descreve as diferenças na classificação contábil entre adquirir-se um bem financiado com capital de terceiros, através de *leasing* operacional e por meio de *leasing* financeiro ou capitalizado. A Tabela 16.1 ajudará você a entender essas diferenças.

Tabela 16.1: Diferenças na classificação contábil de um bem adquirido por diversas formas

Caminhão comprado com capital de terceiros			
ATIVO		PASSIVO	
Caminhão	R\$ 100.000,00	Dívidas	R\$ 100.000,00
Terreno	R\$ 100.000,00	Patrimônio líquido	R\$ 100.000,00
Total dos ativos	R\$ 200.000,00	Total do passivo + PL	R\$ 200.000,00

Caminhão adquirido por meio de arrendamento operacional			
ATIVO		PASSIVO	
Caminhão	R\$ 0,00	Dívidas	R\$ 0,00
Terreno	R\$ 100.000,00	Patrimônio líquido	R\$ 100.000,00
Total dos ativos	R\$ 100.000,00	Total do passivo + PL	R\$ 100.000,00

Caminhão adquirido por meio de arrendamento financeiro ou capitalizado			
ATIVO		PASSIVO	
Ativo arrendado	R\$ 100.000,00	Obrigação decorrente do contrato de arrendamento	R\$ 100.000,00
Terreno	R\$ 100.000,00	Patrimônio líquido	R\$ 100.000,00
Total dos ativos	R\$ 200.000,00	Total do passivo + PL	R\$ 200.000,00

## Atividade 2

Na Contabilidade, qual a principal diferença entre o registro de um bem adquirido por meio de arrendamento operacional e o adquirido por meio de compra financiada?

### Resposta Comentada

*Um bem adquirido via arrendamento mercantil não pode ser registrado no Balanço Patrimonial, ao passo que aquele adquirido via compra financiada deve ser registrado como um bem pertencente à empresa, e a contrapartida serão os valores das prestações do arrendamento registrados como dívidas.*

Um contrato de *leasing* deve conter a descrição dos ativos arrendados, o prazo de *leasing*, cláusulas para o seu cancelamento, montantes e datas das contraprestações, cláusulas de renovação, de compra, de manutenção e custos associados, além de outras cláusulas envolvidas no processo de negociação.

## **A DECISÃO ENTRE COMPRAR FINANCIADO OU ARRENDAR**

Uma decisão importante que deve ser tomada pelo administrador financeiro é se deve fazer uma aquisição de ativos (veículos, máquinas, equipamentos etc.) por meio de compra financiada ou por meio de arrendamento mercantil.

Qualquer que seja a decisão, antes deverão ser feitos vários cálculos para a escolha da forma de aquisição que proporcione menores saídas de caixa (pagamentos).

Toda vez que se faz a escolha correta, ou seja, opta-se pela alternativa que proporciona menores saídas de caixa, a maximização da riqueza do acionista estará sendo preservada. E, como já vimos, esse deve ser o objetivo maior do administrador financeiro.

Adquirir ativos por meio de financiamento direto fará com que a empresa aumente sua capacidade de endividamento, pois o ativo é seu e ela pode dá-lo como garantia de financiamentos.

Isso não acontece quando a aquisição de ativos se dá por meio de arrendamento mercantil, pelo menos se for do tipo operacional, pois o ativo não pertence à empresa. Somente pertencerá no final do contrato de arrendamento, pagando o valor residual. Aliás, o bem arrendado (arrendamento operacional) nem aparece no Balanço Patrimonial.

Você poderá ver as diferenças existentes na classificação contábil de um bem adquirido por meio de diversas formas mais adiante, assim como as vantagens e desvantagens da compra financiada e do *leasing*.

## **FINANCIAMENTO DA COMPRA**

Quando a empresa adquire um ativo por meio do financiamento direto (crédito direto ao consumidor – CDC), ela pode registrá-lo no Balanço Patrimonial, pois esse ativo já lhe pertence, mesmo que ainda não tenha pago por ele integralmente. Podem e devem ser feitas as depreciações necessárias. As despesas com seguros e manutenção também correm por conta da empresa (arrendatária).

Suponhamos que uma empresa queira adquirir, via financiamento, um veículo nas seguintes condições:

- valor do veículo à vista: R\$ 28.000,00;
- financiamento à taxa de 12% ao ano em cinco parcelas anuais de R\$ 7.767,47;
- despesas de seguro e manutenção por conta da empresa arrendatária;
- contrato com uma empresa de manutenção de veículos, no valor de R\$ 1.200,00 anuais;
- depreciação a ser feita pelo método SMRAC, pelo período de cinco anos;
- a empresa está na faixa de 40% do imposto de renda.

Os passos a serem seguidos até descobrir-se o valor presente das saídas de caixa com a compra financiada são os seguintes:

- descobrir o valor dos juros embutidos em cada prestação;
- calcular os valores de depreciação que serão utilizados para descobrir as saídas de caixa com a compra financiada;
- calcular as saídas de caixa efetivas decorrentes da compra financiada;
- calcular o valor presente das saídas de caixa.

Esses passos são necessários para que se possa fazer a comparação com as saídas de caixa geradas pelo arrendamento. A opção que proporcionar menores valores presentes de saídas de caixa deve ser a escolhida.

Os valores presentes das saídas de caixa é que devem ser comparados. Como você viu em Matemática Financeira, valores só podem ser comparados se estiverem numa mesma data.

### Método SMRAC de depreciação

Você viu vários métodos de depreciação na disciplina Contabilidade Geral II.

Agora verá um método muito utilizado por indústrias, principalmente aquelas que trabalham em ritmo contínuo: o SMRAC (Sistema Modificado de Recuperação Acelerada de Custos).

Essas empresas trabalham em ritmo contínuo e, por isso, seus bens sofrem maior desgaste devido à maior utilização. Por isso, podem utilizar a depreciação acelerada. A depreciação acelerada consiste em maiores percentuais de depreciação nos primeiros anos de vida útil do bem. Nesse sistema de depreciação, há seis períodos de recuperação. Citaremos os quatro primeiros, por serem os mais utilizados.

Quadro 16.1: Classes de bens que estão sujeitas ao SMRAC

Classes de bens (período de recuperação)	Definição
3 anos	Equipamento de pesquisa e experimento e determinadas ferramentas especiais.
5 anos	Computadores, máquinas de escrever, copiadoras, equipamento para reprodução, automóveis, caminhões de carga leve, equipamento qualificado como tecnológico e ativos similares.
7 anos	Móveis de escritório, utensílios, a maioria dos equipamentos de fábrica, trilhos de ferrovia, estruturas de uso específico na agricultura e na horticultura.
10 anos	Equipamento usado no refino de petróleo ou na fabricação de produtos derivados do fumo e certos produtos alimentícios.

Fonte: GITMAN (1997), p. 79.

Os percentuais de depreciação acelerada são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 16.2: Tabela de depreciação acelerada (SMRAC)

Ano de recuperação	Porcentagem por ano de recuperação			
	3 anos	5 anos	7 anos	10 anos
1	33%	20%	14%	10%
2	45%	32%	25%	18%
3	15%	19%	18%	14%
4	7%	12%	12%	12%
5		12%	9%	9%
6		5%	9%	8%
7			9%	7%
8			4%	6%
9				6%
10				6%
11				4%
Totais	100%	100%	100%	100%

Fonte: GITMAN (1997), p. 80.

Você pode notar que os percentuais de depreciação sempre se referem a um ano a mais: três anos, quatro percentuais anuais de depreciação etc. Por que isso? Nesse método, há o pressuposto de que o ativo tenha sido adquirido no meio do ano. Se o bem for adquirido no meio do ano, no primeiro ano é descontada a depreciação da metade do ano. Sendo assim, sempre sobrar um "resíduo" de depreciação para um ano além da vida útil do ativo.

Como são feitos os cálculos dos percentuais de depreciação? Calcularemos para ativos que estejam na classe de recuperação de três anos.

Para o primeiro ano, divido 100% pelo número de anos de recuperação (três anos) e encontro 33% (arredondados). Para o segundo ano, excluo o percentual do primeiro (100% - 33%), multiplico por dois e divido novamente pelo número de anos de recuperação (três). Resultado: 44,67%, ou 45%. No terceiro ano, excluo os dois primeiros anos (100% - 33% - 45%), multiplico por dois e divido pelo número de anos de recuperação do ativo. O resultado é 14,67% ou, arredondando, 15%. O resíduo de depreciação do quarto ano é encontrado rapidamente:  $100\% - 33\% - 45\% - 15\% = 7\%$ .

Convém ressaltar que tabelas de depreciação não são fornecidas por lei, mas o seu cálculo não é nada complexo.

A empresa pode utilizar o método de depreciação que for mais vantajoso ou conveniente para ela.

O primeiro passo é descobrir o valor dos juros que estão embutidos em cada prestação anual do financiamento. Para descobrir isso, você deve recorrer ao Sistema Francês (ou outro qualquer que venha a ser utilizado) de Amortização de Empréstimos/Financiamentos.

Constrói-se uma tabela financeira de amortização de financiamentos, como a seguir. Apresentamos a tabela completa e, em seguida, explicaremos como foi encontrada cada informação.

**Tabela 16.3:** Tabela financeira de amortização do veículo

Ano	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	-	-	-	28.000,00
1	3.360,00	4.407,47	7.767,47	23.592,53
2	2.831,10	4.936,37	7.767,47	18.656,16
3	2.238,74	5.528,73	7.767,47	13.127,43
4	1.575,29	6.192,18	7.767,47	6.935,25
5	832,22	6.935,25	7.767,47	-
Soma	10.837,35	28.000,00	38.837,35	

O saldo devedor inicial (valor do financiamento), o número de prestações e o valor de cada uma delas já foram citados no enunciado da questão. A amortização, os juros e o saldo devedor atual foram calculados utilizando as seguintes fórmulas:

- Juros = taxa de juros x saldo devedor anterior;
- Amortização = prestação - juros;
- Saldo devedor atual = saldo devedor anterior - amortização.

Então, obtivemos:

- os juros de R\$ 3.360,00 da primeira prestação, multiplicando R\$ 28.000,00 por 12%;
- a amortização de R\$ 4.407,47, subtraindo o valor dos juros do valor da primeira prestação;
- o saldo devedor atual de R\$ 23.592,53, subtraindo o valor da amortização da primeira prestação do saldo devedor anterior ao pagamento da primeira prestação.

Aí, é só continuar o processo até descobrir os valores dos juros e das amortizações que estão embutidas em cada uma das cinco prestações.

O segundo passo consiste em calcular os valores de depreciação do veículo, utilizando a **Tabela 16.4**. Utilizaremos os percentuais para depreciação, levando-se em conta que o veículo tem cinco anos de vida útil.

Como a empresa pretende continuar utilizando o veículo – mesmo estando ele já depreciado –, utilizaremos os valores de depreciação dos cinco primeiros anos, descartando o valor do sexto ano.

Temos, então:

**Tabela 16.4:** Depreciação anual do veículo

Valor depreciável do veículo: R\$ 28.000,00		
Ano	% de depreciação	Valor da depreciação
1	20	R\$ 5.600,00
2	32	R\$ 8.960,00
3	19	R\$ 5.320,00
4	12	R\$ 3.360,00
5	12	R\$ 3.360,00

Descobertos os valores das depreciações anuais, seguimos para o próximo passo, que é descobrir os valores das saídas anuais de caixa decorrentes da compra financiada.

A depreciação, os juros embutidos nas prestações e o custo com a manutenção do veículo são dedutíveis da base de cálculo do imposto de renda. Os juros já estão embutidos no valor da prestação, que inicia o cálculo. Os custos com a manutenção do veículo são saídas de caixa efetivas que a empresa tem decorrentes da aquisição do veículo via compra financiada. A depreciação é apenas considerada para o cálculo da economia fiscal (valor que a empresa deixará de pagar de imposto de renda).

Somam-se, em cada ano, os custos de manutenção, a depreciação e os juros pagos e aplica-se sobre o total a taxa do imposto de renda. Tem-se o valor da economia fiscal gerada.

O valor da prestação e os custos de manutenção são somados (pagamentos efetivos decorrentes da compra financiada), subtraindo do somatório o valor da economia fiscal. Você acaba de encontrar a saída de caixa efetiva após o imposto de renda.

É bom lembrar que o mesmo procedimento deve ser repetido para cada prestação, até descobrir-se o valor de cada saída de caixa efetiva anual.

Um esquema o ajudará a entender os cálculos.

**Tabela 16.5:** Cálculo das saídas de caixa da opção compra financiada após o imposto de renda

Ano	Prestação (1)	Custo de manutenção (2)	Depreciação (3)	Juros (4)	Total das deduções [2+3+4] (5)	Economia fiscal [0,40x5] (6)	Saídas de caixa após IR [1+2-6] (7)
1	7.767,47	1.200,00	5.600,00	3.360,00	10.160,00	4.064,00	4.903,47
2	7.767,47	1.200,00	8.960,00	2.831,10	12.991,10	5.196,44	3.771,03
3	7.767,47	1.200,00	5.320,00	2.238,74	8.758,74	3.503,50	5.463,97
4	7.767,47	1.200,00	3.360,00	1.575,29	6.135,29	2.454,12	6.513,35
5	7.767,47	1.200,00	3.360,00	832,22	5.392,22	2.156,89	6.810,58

Note que o esquema explicativo nada mais é que a junção das informações obtidas anteriormente para o cálculo das saídas de caixa após o imposto de renda.

Efetuosos os cálculos das saídas efetivas de caixa, resta-nos ainda descobrir seus valores presentes.

Recorra à Aula 4 (O uso das tabelas financeiras) e encontre a Tabela 4.1, de descapitalização de valores únicos.

Você tem de descapitalizar valores diferentes de cinco anos (períodos), à taxa de 12% ao ano. Busque em sua tabela a coluna referente a 12% e extraia de lá os fatores referentes aos períodos 1 a 5. Multiplique cada fator pela saída de caixa correspondente e obterá seu valor presente.

Cabe lembrar que os valores de saídas de caixa encontrados anteriormente são valores futuros, ou seja, R\$ 6.810,58 é o valor que a empresa irá desembolsar no final do quinto ano decorrente da compra financiada.

O cálculo final fica assim:

Tabela 16.6: Valores presentes de saídas de caixa do veículo

Ano	Valor futuro das saídas de caixa após imposto de renda (1)	Fator de juros do valor presente ( $FJVP_{12\%, n}$ ) (2)	Valor presente das saídas de caixa [1 x 2] (3)
1	4.903,47	0,893	4.378,80
2	3.771,03	0,797	3.005,51
3	5.463,97	0,712	3.890,35
4	6.513,35	0,636	4.142,49
5	6.810,58	0,567	3.861,60
Total do valor presente das saídas de caixa			<b>19.278,75</b>

Encontrado o valor presente das saídas de caixa após o imposto de renda com a opção de compra financiada, faz-se o mesmo com a opção do arrendamento. Comparam-se os dois valores encontrados; aquele que for menor deve ser o escolhido.

Você vai ver que os cálculos com a opção de arrendamento são bem mais simples do que aqueles com a opção de compra financiada.

### Sistema francês (ou *price*) de amortização de empréstimos/ financiamentos

Quando uma empresa está pagando juros de um financiamento, ela sabe apenas quanto de juros totais está pagando. Para tanto, basta multiplicar o valor de cada prestação pelo número de prestações e diminuir o valor presente ou atual do bem.

Mas a empresa precisa identificar qual é a parcela de juros que está embutida em cada prestação, pois sua declaração do imposto de renda é anual. Se o bem financiado exigir pagamentos anuais, a empresa deve descobrir o quanto é juros e o quanto é abatimento do valor principal (amortização).

Você viu, na disciplina Matemática Financeira, que o meio utilizado para tanto se chama sistemas de amortização.

Os sistemas de amortização são vários (constante, francês, americano, misto etc.), mas vamos nos concentrar apenas no Sistema Francês de Amortização de Empréstimos/Financiamentos.

O sistema francês enuncia que um financiamento deve ser liquidado por meio de prestações constantes e periódicas.

O valor de cada prestação é composto de amortização e juros, sendo os juros decrescentes e a amortização crescente.

Imaginemos a compra financiada de um caminhão que custa R\$ 200.000,00, pagos em 5 prestações anuais e taxa de 15% ao ano.

Com o uso de uma calculadora financeira, você encontra o valor da prestação a ser paga: R\$ 59.663,11.

Sabendo-se que:

1. Juros = taxa de juros x saldo devedor anterior;
  2. Amortização = prestação – juros;
  3. Saldo devedor atual = saldo devedor anterior – amortização,
- constrói-se a tabela de amortização do financiamento do caminhão, que ficará assim:

**Tabela 16.7:** Amortização e juros do caminhão

Ano	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	-	-	-	200.000,00
1	30.000,00	29.663,11	59.663,11	170.336,89
2	25.550,53	34.112,58	59.663,11	136.224,31
3	20.433,65	39.229,46	59.663,11	96.994,85
4	14.549,23	45.113,88	59.663,11	51.880,97
5	7.782,14	51.880,97	59.663,11	-
Soma	98.315,55	200.000,00	298.315,55	

**Tabela 16.8:** Amortização e juros do caminhão parcialmente preenchidos

Ano	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	-	-	-	200.000,00
1	-	-	59.663,11	-
2	-	-	59.663,11	-
3	-	-	59.663,11	-
4	-	-	59.663,11	-
5	-	-	59.663,11	-
Soma	-	-	298.315,55	

Note que, ao começar a construir a tabela financeira, somente tínhamos esses dados:

- o saldo devedor;
- o valor de cada prestação;
  - a taxa de juros;
- o número de prestações.

Com a utilização das fórmulas já citadas, pudemos construir a tabela financeira de amortização desse empréstimo.

Se você ainda tem dúvidas, por favor, recorra ao caderno didático de Matemática Financeira.

## COMPRA VIA ARRENDAMENTO MERCANTIL

A aquisição de um ativo via arrendamento mercantil exige bem menos cálculos, pois o ativo não é de propriedade da empresa; ela não arca com despesas de seguro e manutenção, que são arcadas pelo arrendador.

Os valores a serem pagos por cada prestação do arrendamento são determinados, assim como o valor residual que deve ser pago ao fim do contrato, para que o arrendatário tenha a posse definitiva do bem.

Desconta-se o imposto de renda a ser pago apenas das parcelas periódicas do arrendamento, nunca do valor residual, pois este não entra na base de cálculo do imposto de renda.

Suponhamos que a alternativa para a compra financiada dada no exemplo seja um arrendamento nas seguintes condições:

- o valor à vista do veículo é o mesmo (R\$ 28.000,00);
- pode ser pago em cinco prestações de R\$ 7.000,00 no fim de cada ano;
- o valor residual (valor pago no fim do arrendamento, que dá direito à propriedade definitiva do veículo) é de R\$ 5.000,00.
- os custos de manutenção e outros custos correm por conta da empresa arrendadora.

Como já foi dito, apenas as prestações do arrendamento sofrem dedução do imposto de renda. Veja, no esquema, como é simples o cálculo das saídas de caixa após imposto de renda com a opção arrendamento.

Tabela 16.9: Saídas de caixa com a opção de arrendamento do veículo

Ano	Prestação do arrendamento	Valor residual do arrendamento	Imposto de renda [1 x 0,40]	Saída de caixa após o imposto de renda [1 + 2 - 3]
	(1)	(2)	(3)	(4)
1	7.000,00	-	2.800,00	4.200,00
2	7.000,00	-	2.800,00	4.200,00
3	7.000,00	-	2.800,00	4.200,00
4	7.000,00	-	2.800,00	4.200,00
5	7.000,00	5.000,00	2.800,00	9.200,00

Você encontrou as saídas de caixa efetivas após o imposto de renda. Resta ainda calcular o valor presente dessas saídas de caixa.

Os mesmos fatores que foram utilizados para descapitalizar os valores futuros das saídas de caixa com opção de compra financiada serão utilizados para descapitalizar os valores futuros das saídas de caixa com a opção arrendamento, pois a taxa e o número de períodos são os mesmos.

Tabela 16.10: Valores presentes das saídas de caixa com a opção de arrendamento

Ano	Valor futuro das saídas de caixa após imposto de renda (1)	Fator de juros do valor presente ( $FJVP_{12\%, n}$ ) (2)	Valor presente das saídas de caixa [1 x 2] (3)
1	4.200,00	0,893	3.750,60
2	4.200,00	0,797	3.347,40
3	4.200,00	0,712	2.990,40
4	4.200,00	0,636	2.671,20
5	9.200,00	0,567	5.216,40
Total do valor presente das saídas de caixa			17.976,00

Pronto! O valor presente das saídas de caixa com a opção de arrendamento é de R\$ 17.976,00.

## **A DECISÃO: FINANCIAMENTO DIRETO OU ARRENDAMENTO?**

A escolha entre comprar financiado ou arrendar deve ser sempre aquela que proporcionar menores valores presentes de saídas de caixa após o imposto de renda, que representam menores desembolsos para a empresa.

Sendo assim, entre a opção de compra financiada (valor presente das saídas de caixa após o imposto de renda de R\$ 19.278,75) e a opção de arrendamento (R\$ 17.976,00), deverá ser escolhida a segunda opção.

O resultado sempre é este: a opção de arrendamento é melhor?

Nem sempre, pois depende de uma série de fatores, entre eles:

- a taxa de juros cobrada no financiamento;
- o valor acertado pelas parcelas do arrendamento;
- o valor residual a ser pago no final do contrato.

## **VANTAGENS E DESVANTAGENS DO ARRENDAMENTO**

Entre as vantagens mais comuns ao arrendamento, podemos citar:

1. O arrendamento permite ao arrendatário depreciar efetivamente terrenos, o que é proibido no caso da compra financiada.
2. O arrendamento operacional não aumenta os ativos e os passivos da empresa, mas ela recebe pelos serviços do ativo arrendado.
3. O arrendamento proporciona 100% de financiamento do ativo.
4. Se a empresa pede falência ou é reorganizada, os arrendadores têm o direito de exigir três anos de prestações, e o arrendador recebe o ativo de volta.

5. Evita a obsolescência dos ativos no caso de arrendamento operacional, se a empresa arrendadora não antecipar a obsolescência, fixando valores de contraprestações muito baixos.

Quase tudo que tem vantagens também tem desvantagens. Vamos a elas:

1. O arrendamento não tem um custo de juros determinado, de modo que, em muitos arrendamentos, o retorno da arrendadora é muito alto. Talvez fosse melhor a compra financiada.
2. Ao término do contrato de arrendamento, o valor residual, se houver, é calculado pela arrendadora. Se o valor residual existir, certamente o valor das prestações diminuirá.
3. A dificuldade em fazer melhorias no ativo sem a permissão do arrendador, o que não seria problema, caso a compra tivesse sido feita via financiamento.
4. Tem que se pagar as prestações do arrendamento até o prazo final do contrato, mesmo para um ativo que se torna obsoleto ou que não tenha mais condições de uso.

## CONCLUSÃO

Cabe lembrar que a decisão tomada baseou-se apenas no aspecto financeiro (as saídas de caixa geradas por ambas as opções), não sendo levada em consideração uma série de vantagens e desvantagens citadas anteriormente.

## Atividades Finais

1. A Speed Graph está pensando em adquirir uma nova copiadora para dar vazão aos pedidos e diminuir as filas de espera dos seus clientes. O preço da nova copiadora é R\$ 15.000,00. Ela também poderá fazer um *leasing* da copiadora. O custo do empréstimo após o IR é de 12% e a empresa encontra-se na faixa de 40% do imposto de renda. Os dados referentes às alternativas de *leasing* e compra são mostrados no quadro a seguir.

**Leasing** – Exigem-se pagamentos de R\$ 3.800,00 ao fim de cada ano, durante cinco anos. Se o arrendatário exercer sua opção de compra ao término do contrato de *leasing*, deverá pagar, então, R\$ 5.000,00. Todos os custos de manutenção serão pagos pelo arrendador, exceto o custo com seguro, que será pago pelo arrendatário.

**Compra financiada** – Pode ser financiada à taxa de 15% ao ano, exigindo 5 prestações no fim de cada ano. A copiadora será depreciada pelo método SMRAC pelo período de recuperação de 5 anos. A empresa contratará serviço de manutenção, que exigirá pagamentos anuais de R\$ 600,00. A copiadora será utilizada por mais de cinco anos.

- Determine as saídas de caixa depois do IR para as duas alternativas.
- Determine o valor presente das saídas de caixa após o imposto.
- Você recomendaria a compra ou o *leasing*? Por quê?

### Respostas

a. *Determinação das saídas de caixa – Compra*

Ano	Prestações (R\$)	Principal no início do ano	Juros	Amortização	Principal no fim de ano
1	4.475	15.000	2.250	2.225	12.775
2	4.475	12.775	1.916	2.559	10.216
3	4.475	10.216	1.532	2.943	7.273
4	4.475	7.273	1.091	3.384	3.889
5	4.475	3.889	583	3.889	0

Calculando a depreciação:

Ano	Valor da copiadora	% de depreciação	Valor da depreciação
1	15.000	20%	\$3.000
2	15.000	32%	\$4.800
3	15.000	19%	\$2.850
4	15.000	12%	\$1.800
5	15.000	12%	\$1.800

Ano	Prestação	Custo de manutenção	Depreciação	Juros	Total das deduções	Economia fiscal	Saídas de caixa após IR
1	4.475	600	3.000	2.250	5.850	2.340	<b>2.735</b>
2	4.475	600	4.800	1.916	7.316	2.926	<b>2.149</b>
3	4.475	600	2.850	1.532	4.982	1.993	<b>3.082</b>
4	4.475	600	1.800	1.091	3.491	1.396	<b>3.679</b>
5	4.475	600	1.800	583	2.983	1.193	<b>3.882</b>

Saídas de caixa – leasing

Ano	Antes do IR	Depois do IR	Pagamento residual	Saídas de caixa após IR
1	3.800	$3.800 (1 - 0,4) = 2,280$	-	2.280
2	3.800	$3.800 (1 - 0,4) = 2,280$	-	2.280
3	3.800	$3.800 (1 - 0,4) = 2,280$	-	2.280
4	3.800	$3.800 (1 - 0,4) = 2,280$	-	2.280
5	3.800	$3.800 (1 - 0,4) = 2,280$	5.000	7.280

## b. Valor presente das saídas de caixa – compra e leasing

Ano	Compra			Leasing		
	Saída de caixa	FJVP 12%	Valor presente da saída de caixa	Saída de caixa	FJVP 12%	Valor presente da saída de caixa
1	2.735	0,893	2.442	\$2.280	0,893	2.036
2	2.149	0,797	1.713	\$2.280	0,797	1.817
3	3.082	0,712	2.194	\$2.280	0,712	1.623
4	3.679	0,636	2.340	\$2.280	0,636	1.450
5	3.882	0,567	2.201	\$7.280	0,567	4.128
<b>Total</b>			<b>10.890</b>			<b>11.054</b>

c. Recomendaria a compra financiada, pois as saídas de caixa seriam menores (R\$ 10.890 < R\$ 11.054).

2. Minha empresa está pensando em adquirir um novo equipamento, que custa R\$ 250.000,00. Pode optar entre *leasing* ou compra, sendo que esta seria feita mediante empréstimo. No caso de a opção ser o *leasing*, ela teria de pagar cinco prestações ao final de cada ano no valor de R\$ 70.500,00. No final do quarto ano, deveria pagar o valor residual de R\$ 35.000,00, para ficar com o equipamento. Os custos de manutenção seriam pagos integralmente pelo arrendador. Caso opte pela compra, deverá tomar emprestado o valor necessário à aquisição do equipamento, pagando juros de 13% ao ano, e pagar cinco prestações no fim de cada ano. O equipamento será depreciado pelo método SMRAC pelo período de cinco anos. Minha empresa ainda terá de arcar com os custos de manutenção de R\$ 4.100,00 por ano. O equipamento será conservado de maneira a poder ser utilizado por um período superior a cinco anos. A empresa está na faixa de 40% do imposto de renda e seu custo do empréstimo após o IR é de 10%. Você, que acabou de aprender como fazer os cálculos necessários para se saber qual das opções é a mais adequada, diga:

- O valor das saídas de caixa, após imposto de renda, para as duas opções (*leasing* e compra).
- O valor presente das saídas de caixa após o imposto de renda para ambas as opções.
- Que opção minha empresa deveria escolher? Por quê?

## Respostas

a. Saídas de caixa após IR

Leasing:

<b>Ano</b>	<b>Prestação (1)</b>	<b>IR (40% x 1) (2)</b>	<b>Valor residual (3)</b>	<b>Saída de caixa após IR (1 - 2 + 3)</b>
1	70.500	28.200		42.300
2	70.500	28.200		42.300
3	70.500	28.200		42.300
4	70.500	28.200		42.300
5	70.500	28.200	35.000	77.300

Compra através de empréstimo:

Cálculo dos juros anuais:

<b>Ano</b>	<b>Prestação</b>	<b>Principal em início de ano</b>	<b>Juros</b>	<b>Abatimento do principal</b>	<b>Principal em fim de ano</b>
1	71.079	250.000	32.500	38.579	211.421
2	71.079	211.421	27.485	43.594	167.827
3	71.079	167.827	21.818	49.261	118.566
4	71.079	118.566	15.414	55.665	62.901
5	71.079	62.901	8.177	62.901	0

Cálculo da depreciação:

<b>Ano</b>	<b>Valor do ativo</b>	<b>% Depreciação</b>	<b>Valor da depreciação</b>
1	250.000	20	50.000
2	250.000	32	80.000
3	250.000	19	47.500
4	250.000	12	30.000
5	250.000	12	30.000

## Saídas de caixa após imposto

Ano findo	Prestação	Custo de manutenção	Depreciação	Juros	Total das deduções	Economia de imposto	Saída de caixa após IR
1	71.079	4.100	50.000	32.500	86.600	34.640	40.539
2	71.079	4.100	80.000	27.485	111.585	44.634	30.545
3	71.079	4.100	47.500	21.818	73.418	29.367	45.812
4	71.079	4.100	30.000	15.414	45.414	18.166	57.013
5	71.079	4.100	30.000	8.177	38.177	15.271	59.908

## b. Valor presente das saídas de caixa

Ano	Leasing			Compra		
	Saídas de caixa	FJVP 10%	Valor presente da saída de caixa	Saídas de caixa	FJVP 10%	Valor presente da saída de caixa
1	42.300	0,909	38.451	40.539	0,909	36.850
2	42.300	0,826	34.940	30.545	0,826	25.230
3	42.300	0,751	31.767	45.812	0,751	34.405
4	42.300	0,683	28.891	57.013	0,683	38.940
5	77.300	0,621	48.003	59.908	0,621	37.203
		TOTAL	<b>182.052</b>		TOTAL	<b>172.628</b>

## c. Escolha/Justificativa

Deveria escolher a alternativa compra, já que a mesma possui um valor presente menor do que o da alternativa leasing.

3. O gerente de uma loja de material reprográfico está em dúvida sobre a maneira de adquirir uma nova copiadora, que custa R\$ 12.000,00: se por arrendamento ou via compra financiada. O custo de capital da empresa após imposto de renda é de 20%. Seguem os dados do *leasing* (arrendamento) e da compra financiada.

**Arrendamento** – deverão ser pagas prestações de R\$ 4.500,00 no final de cada um de três anos. Ao término do terceiro ano, deverá ser pago ainda o valor residual de R\$ 1.200,00 para aquisição definitiva da copiadora. Todos os custos de manutenção serão arcados pelo arrendador.

**Compra financiada** – a empresa pode pagar a copiadora tomando emprestado o valor de custo, que poderá ser pago em três prestações no fim de cada ano no valor de R\$ 4.800,00, e cuja taxa é de 15% ao ano. A depreciação será feita pelo método MACRS pelo período de três anos. A manutenção será realizada por uma empresa especializada, que cobrará R\$ 400,00 por ano para realizar esse serviço.

Desenvolva os cálculos necessários que apoiarão a empresa na sua decisão de arrendar ou comprar a copiadora.

### Respostas

Ano	Prestação	Valor	IR	Saída
1	4.500	-	1.800	2.700
2	4.500	-	1.800	2.700
3	4.500	1.200	1.800	3.900

#### Valor do equipamento: \$ 12.000

Ano	Depreciação (%)	Depreciação (\$)
1	33	3.960
2	45	5.400
3	15	1.800

Ano	Juros	Amortização	Prestações	Saldo
0	-	-	-	12.000
1	1.800	3.456	5.256	8.544
2	1.282	3.974	5.256	4.570
3	686	4.570	5.256	-
Total	3.768	12.000	15.768	-

Ano	Prestação	Manutenção	Juros	Depreciação	Total das deduções	Benefício fiscal	Saída de caixa
1	5.256	400	1.800	3.960	6.160	2.464	3.192
2	5.256	400	1.282	5.400	7.082	2.833	2.823
3	5.256	400	686	1.800	2.886	1.154	4.102

<b>Arrendamento</b>				<b>Compra financiada</b>			
Ano	Saída de caixa	PVIF 20%	Valor presente	Ano	Saída de caixa	PVIF 20%	Valor presente
1	2.700	0,833	2.249	1	3.192	0,833	2.659
2	2.700	0,694	1.874	2	2.823	0,694	1.959
3	3.900	0,579	2.258	3	4.102	0,579	2.375
Somatório das saídas de caixa			6.381	Somatório das saídas de caixa			6.993

O arrendamento deve ser o escolhido, pois proporciona menores saídas de caixa.

4. A Cia. Solanes quer saber qual das duas maneiras de se adquirir um equipamento, compra financiada ou arrendamento, é mais vantajosa. A alíquota de imposto de renda da empresa é de 40% e seu custo de capital de terceiros, após imposto de renda, é de 18%. A seguir, as condições do arrendamento e da compra financiada.

**Arrendamento:** são exigidos pagamentos de R\$ 25.900,00 no final de cada um de três anos. No final do terceiro ano, um valor residual de R\$ 4.000,00 deve ser pago a título de opção de compra. Os custos de manutenção serão pagos pelo arrendador; os demais custos serão de responsabilidade do arrendatário.

**Compra financiada:** o custo do equipamento é de R\$ 60.000,00; será pago mediante um empréstimo, cuja quitação se dará mediante três parcelas no fim de cada ano, sendo seu custo de 16% ao ano. A empresa depreciará o equipamento pelo método MACRS, utilizando um prazo de recuperação de três anos. Uma empresa será contratada para fazer a manutenção do equipamento, que custará R\$ 1.200,00 por ano. Todos os custos serão assumidos pela empresa e ela pretende utilizar o equipamento por um prazo superior a três anos.

- Calcule as saídas de caixa, após o imposto de renda, das opções arrendamento e compra financiada.
- Calcule o valor presente das saídas de caixa, após o imposto de renda, de ambas as opções.
- O que a empresa deve fazer: arrendar ou comprar? Explique.

## Respostas

Ano	Prestação Leasing	Valor residual	IR	Saída de caixa
1	25.900		10.360	15.540
2	25.900		10.360	15.540
3	25.900	4.000	10.360	19.540

**Valor do equipamento: 60.000**

Ano	Depreciação (%)	Depreciação (\$)
1	33	19.800
2	45	27.000
3	15	9.000

Ano	Juros	Amortização	Prestações	Saldo devedor
0	-	-	-	60.000
1	9.600	17.115	26.715	42.885
2	6.862	19.853	26.715	23.032
3	3.683	23.032	26.715	-
Total	20.145	60.000	80.145	

Ano	Prestação	Manutenção	Juros	Depreciação	Total das deduções	Benefício fiscal	Saída de caixa
1	26.715	1.200	9.600	19.800	30.600	12.240	15.675
2	26.715	1.200	6.862	27.000	35.062	14.025	13.890
3	26.715	1.200	3.685	9.000	13.885	5.554	22.361

	<b>Arrendamento</b>			<b>Compra financiada</b>		
Ano	Saída de caixa após imposto de renda	$PVIF_{kd,n}$	Valor presente das saídas de caixa	Saída de caixa após imposto de renda	$PVIF_{kd,n}$	Valor presente das saídas de caixa
1	15.540	0,847	13.162	15.675	0,847	13.277
2	15.540	0,718	11.158	13.890	0,718	9.973
3	19.540	0,609	11.900	22.361	0,609	13.618
Total			36.220	Total		36.868

A empresa deve arrendar o equipamento, pois assim terá menores saídas de caixa.

## RESUMO

A decisão entre comprar financiado e arrendar não é tão simples como se imagina. Sob o aspecto financeiro, talvez até seja. Mas vários outros fatores implícitos poderão determinar a escolha dessa ou daquela opção de aquisição de um ativo. O arrendamento pode ser do tipo operacional, se o prazo for inferior a cinco anos e, normalmente, é cancelável. Já o arrendamento financeiro não é cancelável e seu prazo é superior ao prazo do arrendamento operacional. O arrendamento pode ser ainda do tipo *leaseback*, *leasing* direto ou *leasing* alavancado. Para saber as saídas de caixa decorrentes da opção de aquisição via arrendamento, basta descontar o imposto de renda das prestações deste. O valor residual, a ser pago no fim do contrato, não sofre tal desconto. Os valores das saídas de caixa, após o imposto de renda, para a opção de compra financiada são um pouco mais trabalhosas para serem encontradas. Deve-se utilizar o Sistema de Amortização de Empréstimos/Financiamentos para se descobrir o valor

dos juros embutidos em cada prestação, os valores de depreciação do ativo e os custos de manutenção. Esses três elementos (juros, custos de manutenção e depreciação) são dedutíveis da base do imposto de renda e devem ser levados em consideração ao se calcular as saídas efetivas de caixa após o imposto de renda. Feitos os cálculos para as duas opções, compra financiada e arrendamento, descobrem-se seus valores presentes, para se decidir qual a melhor opção, financeiramente falando. A melhor opção é aquela que proporcionar os menores valores presentes de saídas de caixa após o imposto de renda.

### INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você verá o que são títulos conversíveis e opções. Até lá!

# Títulos de dívida conversíveis, *warrants* e opções

AULA

# 17

## Meta da aula

Compreender os instrumentos híbridos de financiamento e as opções, suas características e como eles podem ser utilizados como redutores de risco.

## objetivos

Ao final do estudo desta aula, você deverá ser capaz de:

- 1 descrever o que são títulos ou ações preferenciais conversíveis e suas características;
- 2 esclarecer por que os títulos e ações preferenciais conversíveis são mais atrativos do que aqueles sem a característica de conversão;
- 3 calcular o índice e o preço de conversão dos títulos conversíveis;
- 4 calcular o valor direto de um título privado;
- 5 calcular o valor implícito de um *warrant*;
- 6 definir opções e como elas podem ser utilizadas visando ao lucro para os seus detentores ou titulares;
- 7 explicar como as opções podem funcionar como um redutor de risco ou trava de preço para os seus titulares.

## Pré-requisitos

A prévia leitura e a compreensão das Aulas 4, 9, 10 e 11, que abordam tabelas financeiras, avaliação de títulos, títulos mobiliários e ações preferenciais, o ajudarão a entender esta aula.

## INTRODUÇÃO

Na primeira parte desta aula, você estudará o que são títulos de dívida e ações preferenciais conversíveis, suas características, como as empresas fazem uso deles e por que pode ser uma boa oportunidade para quem os está comprando.

A segunda parte desta aula aborda os *warrants*, e você verá que eles funcionam como um incentivo à compra de títulos de dívida de longo prazo.

O terceiro assunto abordado são as opções. Você verá os tipos de opção existentes e aprenderá como determinar os ganhos ou perdas com investimento em opções.

Os assuntos são entremeados com atividades para melhor fixação do conteúdo, além das atividades finais.

## TÍTULOS DE DÍVIDA CONVERSÍVEIS

Certamente, você já sabe que os títulos de dívida são papéis emitidos por empresas (títulos privados) e pelo Tesouro Nacional ou Banco Central (títulos públicos) e que eles representam uma fonte de fundos para seus emissores e uma aplicação financeira para seus tomadores ou credores.

Exemplo de títulos privados são as debêntures, *eurobonds*, *commercial papers* etc.; o *C-Bond* é o título público brasileiro mais conhecido.

Galvão (2006, p. 418) cita algumas características fundamentais comuns que os títulos possuem:

- Data de liquidação – momento em que o título é vendido pelo emissor e o dinheiro é transferido do comprador para o vendedor.
- Cupom – juros periódicos pagos pelo emissor.
- Data de vencimento ou resgate.
- Valor de face (ou valor nominal, ou valor de resgate do título) – valor da dívida no vencimento, atualizada ou não por algum indicador.

Os títulos podem ser conversíveis em ações ordinárias se possuírem uma cláusula denominada **CARACTERÍSTICA DE CHAMADA** ou característica de conversão.

### CARACTERÍSTICA DE CHAMADA

Segundo Gitman (1997, p. 556), característica de chamada ou de conversão é uma opção incluída como parte de uma emissão de títulos ou ações preferenciais, que permite ao possuidor dos títulos ou das ações preferenciais convertê-los em um número determinado de ações ordinárias.

Por que uma empresa emite títulos ou ações preferenciais com a possibilidade de conversão? Para torná-los mais atrativos, conseguir colocá-los no mercado mais rapidamente e obter os fundos de que necessita. Com a possibilidade de convertê-los em ações ordinárias, seu possuidor pode vir a se tornar sócio da empresa que os emitiu. Em quais circunstâncias títulos ou ações preferenciais podem ser convertidos em ações ordinárias?

Contratos específicos regulam a emissão de títulos privados e ações preferenciais. Neles podem existir várias cláusulas que estabeleçam as condições para conversão dos títulos privados ou ações preferenciais em ações ordinárias da empresa emissora.

Essa conversão pode vir a ser efetuada de acordo com alguns parâmetros pré-determinados que estão incluídos em cláusulas do contrato de emissão dos títulos ou ações preferenciais conversíveis. São eles:

- índice de conversão;
- valor da conversão ou da ação ordinária;
- período de conversão;
- efeito sobre os lucros.

O índice de conversão, segundo Gitman (1997, p. 557), é a razão pela qual o título conversível pode ser trocado pela ação ordinária.

Ainda segundo Gitman (Idem), o preço de conversão é o preço por ação ordinária que é efetivamente pago como resultado da conversão de um título conversível.

Para exemplificar: uma empresa que tenha emitido títulos com valor nominal unitário de R\$ 1.000,00, conversíveis em 50 ações ordinárias, terá seu preço de conversão igual a R\$ 20,00 (preço da ação ordinária) e seu índice de conversão igual a 50.

A conversão pode se dar pelo número de ações ordinárias ou pelo seu valor. Se o valor da ação ordinária for de R\$ 40,00 (preço de conversão), o índice de conversão de títulos em ações ordinárias será igual a 25.

## Atividade 1

A Empresa Convertida emitiu títulos com valor nominal unitário de R\$ 500,00, que podem ser convertidos em ações ordinárias. O preço de conversão do título em ações ordinárias é de R\$ 25,00. Qual é seu índice de conversão e em quantas ações será trocado um título?

### Resposta

*O índice de conversão de um título em ações ordinárias é igual a 20 ( $R\$ 500,00 \div R\$ 25,00$ ) e um título poderá ser trocado por 20 ações ordinárias.*

A empresa emissora de um título conversível normalmente pode estabelecer um preço de conversão, na época da emissão do título, acima do valor de mercado de sua ação ordinária. Isso faz com que a conversão fique mais difícil. Mas ela não pode se tornar inviável, pois isso tornaria a negociação desse título quase impossível. Se os possíveis compradores do título conversível esperam que a conversão dele em ações ordinárias não se torne viável, comprarão outro título privado que não tenha a característica de conversão ou procurarão outro título conversível. Então, para que um título conversível tenha êxito na sua negociação, deve haver uma probabilidade real de conversão.

Uma conversão de títulos em ações preferenciais será viável para o seu detentor se o preço de mercado da ação ordinária for maior do que aquele estabelecido no contrato de emissão dos títulos. Por exemplo, uma empresa emitiu títulos de valor nominal igual a R\$ 1.000,00, conversível em ações ordinárias a R\$ 25,00 por ação. Nesse caso, o índice de conversão é igual a 40 ( $R\$ 1.000,00 \div R\$ 25,00$ ). Atualmente, o preço de mercado da ação é de R\$ 28,00. Então, o **VALOR DA CONVERSÃO** será de R\$ 1.120,00 ( $40 \times R\$ 28,00$ ). O comprador desses títulos provavelmente irá convertê-los nessa ocasião, pois haverá um ganho de R\$ 120,00 ( $R\$ 1.120,00 - R\$ 1.000,00$ ).

#### VALOR DA CONVERSÃO

Segundo Gitman (1997, p. 557), valor da conversão é o valor do título conversível, medido em termos de seu valor de mercado, no qual pode ser convertido.

## Atividade 2

A Companhia Barlavento emitiu títulos de valor nominal igual a R\$ 500,00, e eles continuam a característica de chamada, que garante a sua conversão em ações ordinárias, essas a um preço de R\$ 20,00. Em qual das situações a seguir o detentor dos títulos deve fazer a conversão?

- o preço unitário de mercado da ação ordinária é de R\$ 19,00;
- o preço unitário de mercado da ação ordinária é de R\$ 22,00.

### Respostas Comentadas

*a. O índice de conversão dos títulos em ações ordinárias é de 25 (R\$ 500,00 ÷ R\$ 20,00). Se a ação ordinária estiver cotada a preço de mercado por R\$ 19,00 cada uma, seu valor de conversão será de R\$ 475,00. Sendo assim, o detentor dos títulos não deve fazer a conversão, pois teria um prejuízo de R\$ 25,00 (R\$ 500,00 – R\$ 475,00).*

*b. Se a ação ordinária for negociada a R\$ 22,00 cada uma, seu valor de conversão será de R\$ 550,00. Seu detentor, então, deve fazer a conversão, pois suas ações terão um valor maior do que o título.*

Normalmente, um título ou ação preferencial conversível pode ser convertido em ações ordinárias em qualquer tempo durante a sua vida útil. Em alguns casos, a empresa emissora pode determinar um prazo, por exemplo, de cinco ou dez anos para conversão. Depois desse prazo, o título ou ação preferencial perde essa característica.

Imagine que uma empresa tenha vários títulos que podem vir a ser convertidos em ações ordinárias. Se forem convertidos, a empresa terá um Lucro por Ação (LPA) diminuído ou diluído. E não é só a presença de títulos conversíveis que poderão alterar o LPA da empresa, mas também os *warrants* e as opções de ações, assuntos que serão estudados a seguir. Os títulos conversíveis, os *warrants* e as opções de ações são chamados **TÍTULOS CONTINGENTES**.

Gitman (Idem) informa que empresas que possuem títulos contingentes que elevariam o número de ações ordinárias em mais de 3% devem declarar seu lucro de duas maneiras: a primária ou tradicional e a totalmente diluída.

A forma primária é aquela em que não se leva em conta a existência dos títulos contingentes, apenas as ações ordinárias em circulação.

### TÍTULOS CONTINGENTES

De acordo com Gitman (1997, p. 558), são títulos conversíveis os *warrants* e as opções de ações, pois sua existência pode afetar os lucros por ação (LPA) da empresa.

Totalmente diluída é a forma que leva em consideração a conversão de todos os títulos contingentes em ações ordinárias. Sendo assim, o lucro por ação será diminuído, pois estará sendo calculado um mesmo lucro líquido sobre um número maior de ações ordinárias.

Por que uma empresa deve se financiar com títulos conversíveis? Eis alguns motivos:

- é quase certo que um título conversível será convertido em ações ordinárias. Sendo assim, seria uma venda antecipada ou diferida de ações ordinárias. Um título conversível é vendido com um preço de conversão acima do valor de mercado da ação, o que torna a conversão não atraente. A empresa emissora dos títulos conversíveis pode emitir ações ordinárias como alternativa, mas estas somente teriam aceitação se fossem vendidas pelo seu valor de mercado ou vigente ou abaixo deste. A conversão do título conversível em ações ordinárias pode ocorrer quando há valorização da ação ordinária a ponto de tornar a conversão atraente.
- os detentores de títulos conversíveis sabem que podem tornar-se sócios da empresa, caso convertam os títulos em ações ordinárias. Com essa vantagem, a empresa emissora pode pagar uma taxa de juros menor do que aquela paga por um título sem a característica de conversão, o que representa um custo menor.
- os títulos conversíveis, que são vistos pelos investidores como se fossem ações ordinárias, podem ser emitidos com menos cláusulas restritivas.
- a emissão de títulos conversíveis é menos dispendiosa do que a emissão de ações ordinárias. Sendo assim, a empresa pode conseguir fundos temporariamente com a emissão de títulos conversíveis.

Pode-se calcular o valor de um título conversível, caso ele não tenha a característica de conversão? Sim. É o que você vai ver a seguir.

O **VALOR DIRETO DO TÍTULO PRIVADO** de um título conversível é determinado mediante a obtenção do valor de um título similar, sem a característica de conversão, emitido pela mesma empresa e com o mesmo grau de risco.

Para efetuar o cálculo, você deverá possuir uma calculadora financeira ou ter em mãos as **tabelas financeiras 4.1 e 4.3**, abordadas na Aula 4.

#### VALOR DIRETO DO TÍTULO PRIVADO

De acordo com Gitman (1997, p. 560), valor direto do título privado é o preço pelo qual ele seria vendido sem a característica de conversão.

## Atividade 3

Suponha que uma empresa tenha emitido títulos privados conversíveis com valor nominal de R\$ 1.000,00 cada, com quinze anos de vida e com uma taxa de cupom de 14% ao ano. Os juros são pagos no fim de cada ano e, como você já viu, o valor do principal (R\$ 1.000,00) será reembolsado no final da vida útil do título. Um outro título semelhante (risco, valor e anos de vida útil igual) a esse e dessa mesma empresa, sem a característica de conversão, pode ser vendido com uma taxa de cupom de 16% ao ano. Determine o valor direto do título privado.

### Resposta Comentada

Faremos uso de uma tabela para explicar a obtenção do valor direto do título privado.

Tabela 17.1: Valor direto do título privado

Ano(s)	Fluxo de caixa decorrente da venda do título sem a característica de conversão (1)	Fator de juros do valor presente a 16% (2)	Valor presente $[(1 \times 2)] =$ (3)
1 ao 15	R\$ 140,00	5,575	R\$ 780,50
15	R\$ 1.000,00	0,108	R\$ 108,00
<b>Valor direto do título privado</b>			<b>R\$ 888,50</b>

Os fluxos de caixa gerados pelo título são de R\$ 140,00/ano do ano 1 ao 15; no final do décimo quinto ano, o valor nominal de R\$ 1.000,00 deve ser ressarcido ao detentor do título. Note que utilizamos os juros (calculados pela taxa de cupom de 14%) do título conversível e os trouxemos ao valor presente, usando a taxa de cupom do título sem a característica de conversão (16%).

*Assim, podemos encontrar o valor do título sem a característica de conversão, que é de R\$ 888,50. Desta forma, a diferença de valor entre um título sem a característica de conversão e outro com essa característica é de R\$ 112,50 (R\$ 1.000,00 – R\$ 888,50).*

*Lembrete: se, no cálculo do valor direto do título privado feito anteriormente, fosse utilizada a taxa de cupom do próprio título sem a característica de conversão, 14%, encontraríamos exatamente o seu valor nominal, que é de R\$ 1.000,00.*

## WARRANTS COMO INCENTIVO À VENDA DE TÍTULOS

De acordo com Brigham (2001, p. 741), *warrant* (ou direito de compra de ações) é um certificado emitido por uma empresa, que dá ao seu detentor o direito de comprar um número declarado de ações dessa empresa a um preço especificado e por algum período de tempo determinado.

O *warrant* é usado como incentivo à venda mais rápida de títulos por parte da empresa, já que tem o atrativo de conceder ao seu detentor o direito de adquirir ações ordinárias a preço preestipulado. Isso estimula os investidores a comprarem os títulos que tenham *warrants* acoplados a eles. Sem os *warrants* talvez fosse mais difícil a empresa levantar os fundos de que precisa, porque os títulos se tornam menos atrativos.

### O caso da Infomatics Corporation

A Infomatics Corporation, uma empresa de alta tecnologia com rápido crescimento, quis vender, em 1998, US\$ 50 milhões em títulos de dívida de 20 anos. Os bancos de investimento informaram ao vice-presidente financeiro da empresa que os títulos de dívida de longo prazo seriam difíceis de vender e que seria requerida uma taxa de juros de cupom de 10%. Porém, como alternativa, os bancos sugeriram que os investidores poderiam estar dispostos a comprar os títulos de dívida de longo prazo com uma taxa de juros de cupom de 8%, se a empresa oferecesse 20 *warrants* com cada título de US\$ 1.000, sendo que um *warrant* autoriza a seu detentor a compra de uma ação ordinária a um preço de exercício de US\$ 22 por ação. A ação estava sendo vendida a US\$ 20 cada uma, na época, e os *warrants* expirariam no ano de 2008, se não tivessem sido exercidos anteriormente.

Por que os investidores deixariam de comprar títulos que lhes proporcionariam um rendimento de 10% para comprar outros que lhes dariam 8%? Devido à possibilidade de comprar ações ordinárias de uma empresa que cresce rapidamente e tornarem-se sócios delas. A taxa de juros de cupom mais baixa é compensada pela possibilidade de compra das ações por parte dos investidores e representa um menor custo para a Infomatics Corporation.

Fonte: BRIGHAM (2001, p. 741), com adaptações.

Virtualmente, todos os *warrants* são destacáveis, ou seja, podem ser negociadas separadamente dos títulos aos quais inicialmente estavam vinculados. Se eles podem ser negociados separadamente dos títulos aos quais estavam vinculados, deve haver uma forma de cálculo do seu valor.

Apresentamos agora um meio para se descobrir o preço de mercado inicial de um título de dívida de longo prazo com *warrants*. Descobriremos o valor atual inicial do título de dívida e, conseqüentemente, o valor dos *warrants* embutidos nele.

O valor nominal do título (valor no seu vencimento) é sempre conhecido. Calculamos o valor atual do título com os *warrants* utilizando a taxa de juros de cupom de um título semelhante a ele sem os *warrants*; subtraímos o valor encontrado do valor nominal no título e teremos o valor dos *warrants* embutidos. Por sua vez, dividiremos o valor total dos *warrants* pelo número de *warrants* vinculados ao título e teremos o valor de cada *warrant*.

Uma atividade servirá como exemplo e ajudará a esclarecer a questão.

## Atividade 4

A Empresa Embutida emitiu títulos de longo prazo de valor nominal de R\$ 1.000,00 cada um, com vida útil de 25 anos, taxa de juros de cupom de 13% ao ano e 30 *warrants* vinculado a ele. Os juros são pagos no fim de cada ano. Outro título simples dessa empresa semelhante a esse, sem os *warrants* vinculados, foi negociado a uma taxa de juros de cupom de 15% ao ano. Descubra o valor de cada *warrant* vinculada ao título.

### Resposta Comentada

Poderemos utilizar uma calculadora financeira ou as **tabelas financeiras 4.1 e 4.3** abordadas na Aula 4.

Se você tiver uma calculadora financeira HP 12-C, acompanhe os passos na tabela a seguir e encontrará o valor atual do título. Antes, certifique-se de que nenhum cálculo financeiro esteja armazenado em sua calculadora e a utilize com duas casas decimais. Então, pressione as teclas "g" e "8", para preparar a calculadora para cálculos onde o pagamento seja postecipado, ou seja, o pagamento dos juros se dá no final de ano, como acontece com esse título.

**Tabela 17.2:** Cálculo do valor atual de um título, utilizando a calculadora financeira

<b>Digite</b>	<b>Visor da calculadora</b>
1000 CHS FV	-1.000,00
25 n	25,00
15 i	15,00
130 PMT	130,00
PV	<b>870,72</b>

Inputamos os dados conforme mostrado anteriormente na **Tabela 17.3** e, por último, pressionamos a tecla PV (Present Value) para solicitar o valor presente do título. A resposta foi R\$ 870,72. Convém lembrar que a taxa de juros de cupom informada foi a dos títulos sem os warrants, porém o pagamento de juros (PMT) foi o dos títulos com os warrants.

Proceda assim, se você não possui a calculadora HP 12-C ou se quiser testar o cálculo com a utilização das tabelas financeiras. Mais uma vez, utilizaremos uma tabela para demonstrar os dados utilizados, que, logo a seguir, serão explicados.

**Tabela 17.3:** Cálculo do valor atual de um título, utilizando as tabelas financeiras

	<b>Valor futuro</b>	<b>FJVPA*</b> <small>15%, 25 anos</small> <b>ou</b> <b>FJVP**</b> <small>15%, 25 anos</small>	<b>Valor presente</b> <b>[(1 x 2)] =</b>
	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>
Juros	R\$ 130,00	6,464*	840,32
Valor nominal	R\$ 1.000,00	0,030**	30,00
Valor presente do título			R\$ 870,32

Você certamente deve se lembrar da fórmula, demonstrada na Aula 10, para cálculo de um título de dívida:

$$B_0 = J (FJVPA_{kd, n}) + M (FJVP_{kd, n})$$

onde:  $B_0$  = valor atual do título de dívida

$J$  = pagamento de juros periódicos

$M$  = valor nominal do título de dívida

O Fator de Juros do Valor Presente de uma Anuidade (FJVPA) e o Fator de Juros do Valor Presente (FJVP) são os coeficientes que trarão o valor futuro de uma série de valores e de um valor único ao valor presente, respectivamente.

Se você encontrar dificuldade ao fazer o cálculo do valor atual de um título de dívida, leia novamente as Aulas 4 e 11, que abordam as tabelas financeiras e a avaliação de títulos, respectivamente.

Os valores do título da dívida, feitos com a calculadora financeira e com a utilização das tabelas financeiras, tiveram uma pequena diferença devido ao arredondamento de valores utilizado no cálculo com as tabelas financeiras.

O valor dos 30 warrants vinculados ao título de dívida é de R\$ 129,28 (R\$ 1.000,00 – R\$ 870,72) e o valor de cada warrant é de R\$ 4,31 (R\$ 129,28 ÷ R\$ 30).

Títulos de longo prazo conversíveis e *warrants* têm algumas diferenças, apesar de, num primeiro momento, parecerem iguais, pois os títulos conversíveis, segundo Brigham (2001, p. 751), podem ser entendidos como títulos simples com *warrants* não destacáveis.

A primeira diferença a ser destacada é que o exercício dos *warrants* significa, patrimonialmente falando, capital novo; a conversão de títulos conversíveis resulta apenas em uma transferência contábil.

A segunda diferença é que os *warrants* podem ser destacados e podem ser negociados separadamente dos títulos aos quais estavam inicialmente vinculados. Se os *warrants* forem vendidos a uma terceira pessoa, dará direito a essa pessoa de se tornar sócia da empresa emissora. No caso dos títulos conversíveis, a mesma pessoa detentora dos títulos os converte em ações ordinárias da empresa emissora e o dinheiro não muda de mãos.

A terceira diferença é que empresas que emitem títulos de dívida de longo prazo com *warrants* são pequenas e são mais arriscadas do que aquelas que emitem títulos conversíveis. Isso acontece porque os investidores têm dificuldade em avaliar o risco de pequenas empresas.

Finalmente, o custo de emissão dos títulos conversíveis é, em geral, menor do que o custo de emissão dos títulos com os *warrants*. De acordo com Brigham (2001, p. 752), a diferença entre os custos de emissão das duas modalidades de financiamento está em 1,2%.

## OPÇÕES: O QUE SÃO ELAS?

De acordo com Andrezo (2007, p. 148), uma opção é um instrumento que garante ao seu titular o direito de compra ou venda por um preço predeterminado.

Ainda segundo Andrezo (Idem), existem duas modalidades de opções:

- opção de compra ou *call option*: o titular tem o direito de compra (e não a obrigação) por um preço preestabelecido. Exerce-se a opção quando o preço de mercado do ativo é superior ao preço de exercício da opção, incluindo os custos de aquisição da opção mais custos de corretagem, e outros.
- opção de venda ou *put option*: o titular tem o direito de venda (e não a obrigação) por um preço preestabelecido. A opção deve ser exercida quando o preço de mercado do ativo for menor que o preço de exercício da opção mais custos de corretagem e outros.

Hull (1996, p. 177) também descreve os dois tipos de opções:

- opção de compra (*call*): proporciona ao seu titular o direito de comprar um ativo em determinada data por certo preço;
- opção de venda (*put*): dá ao seu titular o direito de vender um ativo em certa data por determinado preço.

Quanto ao prazo de vencimento, as opções podem ser:

- americanas: quando se pode exercer o direito a qualquer momento até a data de vencimento;
- européias: o direito só pode ser exercido na data do vencimento.

No mercado financeiro existem jargões típicos, como “lançar uma opção”. O lançador de uma opção é aquele que assume a obrigação de vender (no caso de opção de compra) ao titular da opção o ativo-objeto negociado, caso este venha a exercer a opção. Na opção de venda, o lançador é aquele que assume a obrigatoriedade de comprar o ativo-objeto negociado do titular da opção.

**Quadro 17.1:** Direitos e obrigações do titular e do lançador de uma opção

<i>Call/Put</i>	<b>Exercício</b>	<b>Titular</b>	<b>Lançador</b>
<b>Prêmio</b>		Paga o prêmio	Recebe o prêmio
<b>Direito/Obrigação</b>		Tem direito à escolha de aquisição/venda do ativo	Tem obrigação de satisfazer o titular
<b>Exercício Call</b>	$ST > K$	Compra o ativo	Vende o ativo
<b>Exercício Call</b>	$ST \leq K$	Não exerce a opção	Não há dedução sobre o prêmio
<b>Exercício Put</b>	$ST \geq K$	Não exerce a opção	Não há dedução sobre o prêmio
<b>Exercício Put</b>	$ST < K$	Vende o ativo	Compra o ativo

Galvão (2006, p. 382) apresenta um quadro-resumo dos direitos e obrigações do titular e do lançador de uma opção.

Como já foi mencionado, Call refere-se   opção de compra e Put refere-se   opção de venda.

No **Quadro 17.1**,  $ST$  significa o preç o do ativo no vencimento, e  $K$ , o preç o de exercício.

Para assumir o direito de comprar ou vender um ativo-objeto, o titular da opção deve pagar um prêmio para ter esse direito. Esse prêmio é pago no ato e em hipótese alguma será devolvido, exercendo ou não a opção.

## Atividade 5

Alguém (o lançador) lhe faz a seguinte proposta: comprar 1.000 dólares daqui a 90 dias, com um custo de R\$ 150,00 (pagos no ato) pelo direito de adquirir os dólares a R\$ 1,95. Suponha que hoje um dólar vale R\$ 1,93. No vencimento do prazo dado (se a opção for européia) ou a qualquer momento antes do vencimento da opção (se opção for americana), o dólar está cotado a R\$ 2,30. Você deveria realizar o negócio (exercer seu direito)?

### Resposta Comentada

*Note que você poderá comprar os dólares a R\$ 1,95 em um momento em que ele vale R\$ 2,30. E você tem o direito de comprá-lo ou não. Certamente, você irá comprá-lo, aliás, comprá-los (1.000 dólares). Qual seria o seu ganho com essa transação? Não leve em conta custos de corretagem e outros pequenos custos. Você comprará os dólares do lançador da opção a R\$ 1,95 e os venderá no mercado a R\$ 2,30, obtendo um ganho de R\$ 350,00 [1.000 (R\$ 2,30 - R\$ 1,95)]. Mas você não deve esquecer que pagou R\$ 150,00 pelo direito de aquisição dos dólares. Então, do ganho bruto de R\$ 350,00 serão diminuídos R\$ 150,00, restando R\$ 200,00 de lucro.*

Quem lançaria o direito de comprar dólares nessa situação? Alguém que tem uma expectativa diferente da sua. Você comprou o direito de adquirir os dólares esperando que sua cotação subisse; a pessoa que lançou o direito tinha a expectativa de a cotação do dólar diminuir. Aquele que tiver informações mais seguras ou certeza do seu “faro” financeiro conseguirá lucros investindo em opções de compra, que é a transação descrita acima. Nessa opção de compra, o lançador terá que assumir um prejuízo, porque suas informações a respeito do comportamento do dólar estavam erradas.

## Atividade 6

Mas se o dólar se comportasse de maneira diferente? Para a mesma opção de compra acima, imagine que o preço de dólar seja de R\$ 1,65 em qualquer prazo até o vencimento ou mesmo no vencimento, de acordo com o tipo de opção que você tenha adquirido. Supondo que todos os valores não se alterem, você deveria exercer essa opção? Qual seria o seu lucro ou prejuízo?

### Resposta Comentada

*Primeiramente, você deve saber se terá lucro ou prejuízo ao exercer a opção. Só então você vai decidir se a exercerá ou não. Vamos aos cálculos:*

*[1.000 (R\$ 1,65 - R\$ 1,95)] - R\$ 150,00 = - R\$ 450,00 (prejuízo).*

*Se você decidir exercer a opção de compra, deverá comprar os dólares a R\$ 1,95 e pode revendê-los no mercado a R\$ 1,65, amargando um prejuízo de R\$ 300,00.*

*Não se esqueça do prêmio pago para você ter o direito de compra, que lhe custou R\$ 150,00. Sendo assim, seu prejuízo aumenta para R\$ 450,00.*

*Logicamente, você não irá exercer essa opção, pois o seu prejuízo, caso a exerça, será maior do que aquele que você terá caso não a exerça. Você preferirá ter um prejuízo de R\$ 150,00 a um de R\$ 450,00. Lembre: o prêmio inicial pago jamais será devolvido e será um custo para você.*

Se você fez as duas atividades e as compreendeu corretamente, deve ter imaginado que pode determinar até a que cotação o dólar poderia chegar para que não se tivesse prejuízo em uma opção de compra. Sim; isso é possível por meio de um raciocínio simples.

No cálculo que fizemos, para encontrar lucro ou prejuízo, você substitui o preço de mercado vigente do dólar por uma incógnita “X”, por exemplo, porque ela é o valor que você quer determinar. Ao terminar os cálculos, você descobrirá até a que cotação o dólar pode chegar, a fim de que você não tenha prejuízo com a opção de compra. Eis os cálculos:

$$[1.000 ( X - R\$ 1,95)] - R\$ 150,00 = 0$$

$$1.000X - R\$ 1.950,00 - R\$ 150,00 = 0$$

$$1.000X = R\$ 2.100,00$$

$$X = R\$ 2,10.$$

Na fórmula, o zero representa o ponto no qual você não terá lucro nem prejuízo com a opção de compra. Vemos que o dólar deve estar cotado a R\$ 2,10, para que você não tenha lucro nem prejuízo. Vamos conferir?

$$[1.000 (\text{R\$ } 2,10 - \text{R\$ } 1,95)] - \text{R\$ } 150,00 = 0$$

$$\text{R\$ } 150,00 - \text{R\$ } 150,00 = 0$$

Se o dólar estiver cotado a R\$ 2,10, você deve exercer a opção, ou seja, você compra os dólares a R\$ 1,95, os revende no mercado, paga seu prêmio inicial e terá lucro zero. Caso você não exerça a opção, o custo do prêmio pelo direito de comprar o dólar representará um prejuízo, porque, mais uma vez, o valor não é devolvido.

Tudo o que foi descrito anteriormente refere-se à opção de compra. Com a opção de venda é o contrário.

Na opção de venda, você a adquire do lançador esperando que o preço do ativo-objeto diminua até o vencimento da opção (se for do tipo européia) ou em qualquer tempo até o vencimento (se for do tipo americana). O lançador terá sempre uma posição contrária à do titular da opção.

Para explicar a opção de venda, recorreremos a mais uma atividade.

## Atividade 7

Suponha que você seja um agricultor que está prevendo colher 1.000 sacas de soja daqui a 90 dias. O preço atual da saca de soja é de R\$ 50,00. O lançador da opção de venda de soja espera que seu preço aumente; você tem a expectativa de queda nos preços. Antevendo possíveis perdas com a soja e querendo limitá-las, você decide adquirir (tornar-se titular) uma opção de venda de 1.000 sacas de soja com prazo de vencimento em 90 dias, dando-lhe o direito de vender a saca de soja a R\$ 45,00. Você deve desembolsar \$ 400,00 pelo prêmio da opção. Em uma data próxima ao vencimento, ou mesmo nele, a saca da soja está cotada a R\$ 40,00. Você exerce ou não seu direito de venda?

### Resposta Comentada

*O cálculo a ser feito para se descobrir o lucro ou prejuízo de um titular de uma opção de venda é bastante semelhante àquele feito para se descobrir o lucro ou prejuízo com uma opção de compra. Invertem-se apenas as informações sobre o preço de exercício e o preço de mercado do ativo-objeto.*

$$[1.000 (\text{R\$ } 45,00 - \text{R\$ } 40,00)] - \text{R\$ } 400,00 = \text{R\$ } 100,00.$$

*O valor encontrado é positivo, representando lucro. Sendo assim, você deve exercer a opção de venda, pois o exercício da opção lhe proporcionará um lucro de R\$ 100,00. Se você decidisse pelo não-exercício da opção, deveria arcar com o prejuízo no valor do prêmio inicial (R\$ 400,00).*

Na Atividade 7, se você quisesse descobrir qual a cotação que a soja deveria atingir para que você não tivesse lucro nem prejuízo com o exercício da opção de venda, seria necessário substituir a cotação de mercado na fórmula por uma variável (“X”, por exemplo).

$$\begin{aligned} [1.000 (\text{R\$ } 45,00 - X)] - \text{R\$ } 400,00 &= 0 \\ \text{R\$ } 45.000,00 - 1.000X - \text{R\$ } 400,00 &= 0 \\ 1.000X &= \text{R\$ } 44.600,00 \\ X &= \text{R\$ } 44,60. \end{aligned}$$

Confirmamos se a informação está correta utilizando o valor encontrado como se fosse a cotação de mercado da soja. Então, fica assim:

$$[1.000 (\text{R\$ } 45,00 - \text{R\$ } 44,60)] - \text{R\$ } 400,00 = 0$$

Se a cotação da soja atingir R\$ 44,60, você não terá lucro nem prejuízo, caso exerça a opção de venda.

Cabe lembrar que, se a opção não for exercida, o seu prejuízo será igual ao prêmio inicial pago pela aquisição da opção de venda, ou seja, R\$ 400,00.

A negociação com opções é uma maneira barata (só tem o custo com o prêmio) de buscar garantia de preço máximo para compradores e preço mínimo para vendedores. Elas são um jogo de expectativas: de um lado, alguém que espera que o preço do ativo-objeto aumente; do outro lado, alguém que tem a expectativa de que preço desse mesmo ativo-objeto diminua. Quem estiver certo, e na intensidade certa, sai ganhando.

Se você ficou curioso a respeito das opções, pode consultar Hull (1996) e os *sites* da Bolsa de Mercadorias & Futuros ([www.bmf.com.br](http://www.bmf.com.br)) e da Bovespa ([www.bovespa.com.br](http://www.bovespa.com.br)) para obter mais informações.

## CONCLUSÃO

Os títulos conversíveis e os *warrants* são instrumentos híbridos de financiamento, porque têm características de dívida e, ao mesmo tempo, características de capital próprio.

As opções são derivativos, pois o que é negociado é o direito sobre o ativo, e não o ativo em si. Existem, atualmente, opções sobre vários ativos, índices e moedas negociadas nas bolsas de mercadorias ou de valores.

## Atividades Finais

1. A Companhia Bahamas emitiu títulos de valor nominal igual a R\$ 1.000,00; eles continham a característica de chamada, o que garante a sua conversão em ações ordinárias, estas a um preço de R\$ 40,00. Em qual das situações seguintes o detentor dos títulos deve fazer a conversão?

- a. o preço unitário de mercado da ação ordinária é de R\$ 42,00;
- b. o preço unitário de mercado da ação ordinária é de R\$ 38,00.

### Respostas Comentadas

a. O índice de conversão dos títulos em ações ordinárias é de 25 ( $R\$ 1.000,00 \div R\$ 40,00$ ). Se a ação ordinária estiver cotada a preço de mercado por R\$ 42,00 cada uma, seu valor de conversão será de R\$ 1.050,00. A esse valor, o detentor dos títulos deve fazer a conversão, pois teria um ganho de R\$ 50,00 ( $R\$ 1.050,00 - R\$ 1.000,00$ );

b. Se a ação ordinária estiver sendo negociada a R\$ 38,00 cada uma, seu valor de conversão será de R\$ 950,00 ( $25 \times R\$ 38,00$ ). Seu detentor, então, não deve fazer a conversão, pois suas ações terão um valor menor do que o título.

2. A Empresa Tiffany lançou títulos conversíveis de R\$ 1.000,00 cada uma, pagando taxa de juros de cupom de 12% ao ano por 15 anos. Títulos semelhantes dessa mesma empresa – só que sem a característica de conversão – pagam taxa de juros de cupom de 15% ao ano. Determinar o valor direto do título privado ou o valor do título se ele não tivesse a característica de conversão.

### Resposta Comentada

Calcularemos o valor direto do título privado utilizando a calculadora financeira HP 12-C e, depois, faremos o cálculo utilizando as tabelas financeiras. Não esqueça de limpar os dados financeiros que porventura tenham ficado armazenados na calculadora e a utilize com duas casas decimais.

Inputaremos as informações conhecidas e solicitaremos a desconhecida (PV = Present Value = valor presente).

Só para lembrar: Os juros a serem pagos (PMT) serão aqueles calculados utilizando a taxa de cupom do título conversível, mas a taxa inputada será a dos títulos sem a característica de conversão.

Digite	Visor da calculadora
1000 CHS FV	-1.000,00
15 n	15,00
15 i	15,00
120 PMT	120,00
PV	<b>824,58</b>

Para ter a certeza de que o cálculo foi feito corretamente, utilizaremos a **Tabela 4.3** para desatualizar o valor dos juros pagos e a **4.1** para desatualizar o valor nominal do título.

	<b>Valor futuro</b>	<b>FJVA*</b> <small>15%, 15 anos</small> <b>ou</b> <b>FJVP**</b> <small>15%, 15 anos</small>	<b>Valor presente</b> <b>[(1 x 2)] =</b>
	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>
Juros	R\$ 120,00	5,847*	701,64
Valor nominal	R\$ 1.000,00	0,123**	123,00
<b>Valor presente do título</b>			<b>R\$ 824,64</b>

A diferença no valor direto do título privado encontrado, em relação àquele calculado anteriormente, foi de seis centavos. Portanto, o cálculo está correto. A diferença foi devida ao arredondamento de valores utilizado no cálculo com as tabelas financeiras. O valor direto do título é R\$ 824,58 (valor exato).

3. Uma empresa emitiu títulos conversíveis recentemente ao valor nominal de R\$ 1.000,00. Pagará taxa de juros de cupom de 10% ao ano por 12 anos. A empresa também emitiu títulos semelhantes, porém sem a característica de conversão, pagando por esses uma taxa de cupom de 12% ao ano. Descubra quanto valem os títulos conversíveis, se eles fossem emitidos sem a característica de conversão.

### Resposta Comentada

As mesmas observações feitas na atividade anterior valem para esta. Os dados que você deve inputar na calculadora HP 12-C com o respectivo resultado são apresentados a seguir.

<b>Digite</b>	<b>Vísor da calculadora</b>
1000 CHS FV	-1.000,00
12 n	25,00
12 i	15,00
100 PMT	130,00
PV	<b>876,11</b>

E os cálculos feitos com a utilização das tabelas financeiras vêm a seguir.

	<b>Valor futuro</b>	<b>FJVPA*</b> <small>12%, 12 anos</small> <b>ou</b> <b>FJVP**</b> <small>12%, 12 anos</small>	<b>Valor presente</b> <b>[(1 x 2)] =</b>
	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>
Juros	R\$ 100,00	6,194*	619,40
Valor nominal	R\$ 1.000,00	0,257**	257,00
Valor presente do título			<b>R\$ 876,40</b>

Quase sempre haverá uma pequena diferença entre os dois cálculos, devido ao arredondamento feito na utilização das tabelas financeiras.

Mas, o valor exato direto do título é de R\$ 876,11.

4. A Companhia Vale do Silício emitiu títulos de longo prazo com taxa de juros de cupom de 11% ao ano, pagando juros no final de cada ano, R\$ 1.000,00 de valor nominal e 18 anos. Há 25 warrants vinculados à compra de ações da companhia. Ela emitiu também títulos de longo prazo similares aos descritos anteriormente, mas sem os warrants, pagando uma taxa de juros de cupom de 13% ao ano. Quanto vale o total de warrants vinculados ao primeiro título?

### Resposta Comentada

Os cálculos devem ser feitos exatamente como os das Atividades Finais 2 e 3. Encontrado o valor do título, você deve subtrair-lo do valor nominal e achar o valor total dos warrants vinculados.

Os cálculos também serão feitos com a utilização da calculadora HP 12-C e com a utilização das **tabelas financeiras 4.1 e 4.3**.

<b>Digite</b>	<b>Visor da calculadora</b>
1000 CHS FV	-1.000,00
18 n	25,00
13 i	15,00
110 PMT	130,00
PV	<b>863,20</b>

	<b>Valor futuro</b>	<b>FJVP*</b> <small>12%, 18 anos</small> <b>ou</b> <b>FJVP**</b> <small>12%, 18 anos</small>	<b>Valor presente</b> <b>[(1 x 2)] =</b>
	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>
Juros	R\$ 110,00	6,840*	752,40
Valor nominal	R\$ 1.000,00	0,111**	111,00
Valor presente do título			<b>R\$ 863,40</b>

Consideraremos o valor exato (R\$ 863,20) e o subtrairemos do valor nominal do título (R\$ 1.000,00). Resultado: os warrants vinculados ao título valem R\$ 136,80.

5. Uma empresa emite títulos de longo prazo de valor nominal de R\$ 1.000,00 com 30 *warrants* vinculados à compra de ações ordinárias dessa empresa. O título paga juros de cupom de 15% ao ano por 25 anos. A empresa também emite títulos de longo prazo com as mesmas características, só que sem os *warrants* que darão direito à compra de ações ordinárias da empresa. Esses títulos pagam taxa de cupom de 17% ao ano. Calcule o valor de cada *warrant* vinculado ao título primeiramente citado.

### Resposta Comentada

Obedeça às orientações dadas na atividade anterior. Só que, dessa vez, além de seguir todos os procedimentos, divida o valor total dos warrants encontrados pelo número de warrants vinculados ao título para descobrir o quanto vale cada warrant.  
Calculadora HP 12-C:

<b>Digite</b>	<b>Visor da calculadora</b>
1000 CHS FV	-1.000,00
25 n	25,00
17 i	15,00
150 PMT	130,00
PV	<b>884,68</b>

Tabelas financeiras:

	<b>Valor futuro</b>	<b>FJVPA*</b> <small>17%, 25 anos</small> <b>ou</b> <b>FJVP**</b> <small>17%, 25 anos</small>	<b>Valor presente</b> <b>[[1 x 2]] =</b>
	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>
Juros	R\$ 150,00	5,766*	864,90
Valor nominal	R\$ 1.000,00	0,020**	20,00
Valor presente do título			<b>R\$ 884,90</b>

Utilizaremos o valor exato, R\$ 884,68, e encontraremos o valor total dos warrants vinculados de R\$ 115,32 (R\$ 1.000,00 – R\$ 884,68). São trinta warrants vinculados ao título. Então, o valor de cada warrant é de, aproximadamente, R\$ 3,84 (R\$ 115,32 ÷ 30).

6. Uma torrefadora de café, visando garantir um preço máximo de aquisição de sua matéria-prima, decide adquirir 10 opções de compra de café por R\$ 250,00 cada uma. Cada opção dá o direito de adquirir 100 sacas de 60 kg a um preço unitário de R\$ 210,00 a qualquer tempo num prazo de 120 dias (opção americana). A expectativa do gerente da torrefadora é a de que o café suba de preço nos próximos dias, o que realmente acontece. No 100º dia, o café atinge seu valor máximo: R\$ 240,00 a saca. A torrefadora deve exercer suas opções de compra no 100º dia? Ela terá lucro? De quanto?

### Resposta Comentada

O preço de exercício da opção de compra é de R\$ 210,00/saca e o preço de mercado do café no 100º dia é de R\$ 240,00. O prêmio pago pelo direito de comprar 100 sacas de café é de R\$ 250,00. Então, fazemos o cálculo para saber se a torrefadora terá lucro ou prejuízo com o exercício da opção de compra e se deve exercê-la.

$[100 (R\$ 240,00 - R\$ 210,00)] - R\$ 250,00 = 2.750,00$  (lucro por opção de compra).

O lucro líquido da torrefadora de café será de R\$ 27.500,00 (R\$ 2.750,00/opção x 10).

Ela, então, deve exercer a opção de compra do café. A torrefadora foi bem-sucedida, pois sua expectativa de aumento no preço do café realmente ocorreu e ela fez uma trava de preço antecipada, garantindo a compra do café ao preço de R\$ 210,00 a saca.

7. Um lançador de opções de venda de dólar tinha a expectativa de que a moeda americana se desvalorizaria em um futuro próximo e decidiu lançar opções de venda de 100 dólares com preço de exercício de R\$ 1,70/dólar com prazo de vencimento em 90 dias, exigindo um prêmio de R\$ 60,00 por cada opção, podendo ser exercida a qualquer tempo até sua data de vencimento.

O dólar, que hoje está cotado a R\$ 1,90, realmente se desvalorizou perante o real. Em determinada data antes do vencimento da opção, sua cotação chegou a R\$ 1,80. Se eu tivesse adquirido a opção de venda dos dólares, deveria exercê-la nessa data? Teria lucro ou prejuízo?

### Resposta Comentada

*A expectativa de quem adquire uma opção de venda é a de que o preço do ativo-objeto diminua até o vencimento da opção. Na data em que estou analisando a possibilidade de exercer ou não a opção, o valor do dólar está menor em relação ao preço de mercado observado na época em que adquiri a opção. Mas será que vale a pena exercê-la? Vamos aos cálculos:*

$[100 (R\$ 1,80 - R\$ 1,70)] - R\$ 60,00 = - R\$ 50,00$  (prejuízo).

*Se não exerço a opção de venda, tenho prejuízo de R\$ 60,00, referente ao prêmio exigido, que não é devolvido. Se exerço a opção, tenho um prejuízo de R\$ 50,00. Visando ter o menor prejuízo possível, exerço a opção.*

8. Meu pai é um especialista do mercado financeiro e vai viajar, daqui a 90 dias, para uma temporada de férias na Europa. Ele tem a expectativa de que o dólar suba de preço e, por isso, decide fazer uma trava de preço, adquirindo opções de compra de dólar. Ele adquire, então, 5 opções de compra de dólar, por um prêmio de R\$ 50,00 cada uma, dando direito de compra de 1.000 dólares cada opção dentro do prazo de 90 dias (opção européia). O lançador das opções compradas pelo meu pai tem a expectativa de que haja desvalorização do dólar. Por isso, decide fixar o preço de compra de cada dólar por R\$ 1,80, valor corrente de mercado. Depois de 90 dias, devido às excelentes condições esperadas para o Brasil, o dólar está cotado a R\$ 1,65. Meu pai fez um bom negócio com as opções? Quanto ele terá de lucro ou prejuízo, caso venha a exercê-las?

### Resposta Comentada

*Vamos direto ao cálculo do lucro ou prejuízo obtido com cada opção:*

$[1.000 (R\$ 1,65 - R\$ 1,80)] - R\$ 50,00 = - R\$ 200,00$  (prejuízo).

*Ao exercer as opções de compra, meu pai teria um prejuízo de R\$ 200,00 em cada uma. E são cinco! Seu prejuízo poderia chegar a R\$ 1.000,00. Se ele não as exercer, terá um prejuízo de R\$ 250,00 (5 opções x R\$ 50,00/opção). Ele, então, resolve admitir que não fez um bom negócio e decide não exercer as opções de compra de dólar.*

9. Um agricultor quer fazer uma trava de preço para a sua safra de milho, que terá o início da colheita em breve. Observando o mercado de milho, ele vê seu preço diminuir dia a dia. Decide, então, adquirir 10 opções de venda, cada uma dando o direito de vender 100 sacas de 60 kg de milho a R\$ 35,00/saca, pagando por cada opção um prêmio de R\$ 100,00. A opção só pode ser exercida, ou não, no seu vencimento, que ocorre em 120 dias. O preço do milho cai para R\$ 30,00/saca um mês antes do vencimento das opções e, na data do seu vencimento, ele está cotado no mercado a R\$ 28,00/saca. O agricultor deve exercer suas opções de venda? Qual o prejuízo ou lucro que obterá?

### Resposta Comentada

*Vamos verificar se o agricultor tem êxito em sua trava de preço, buscando evitar perdas com a negociação do seu milho:*

*[100 (R\$ 35,00 – R\$ 28,00) – R\$ 100,00 = R\$ 600,00 (lucro).*

*O agricultor teria sucesso em sua negociação com as opções de venda, pois cada uma, se exercida, lhe proporcionaria um lucro de R\$ 600,00. No total, seu lucro seria de R\$ 6.000,00 (10 opções x R\$ 600,00/opção).*

*A queda no preço do milho realmente se confirmou, assim como a expectativa que o agricultor tinha. Com um pequeno investimento inicial (o prêmio pelas opções), ele garantiu um preço mínimo para o seu produto.*

Títulos e ações preferenciais conversíveis possuem uma cláusula, no seu contrato de emissão, que proporciona ao seu detentor a possibilidade de convertê-los em ações ordinárias da empresa emitente. Com a possibilidade de conversão, um simples detentor de título de dívida de longo prazo pode vir a tornar-se sócio da empresa emissora dos títulos conversíveis, o que reduz seu custo de emissão e torna-os mais atrativos para os investidores. Os *warrants* são certificados que dão direito ao comprador de títulos, que tiverem os *warrants* vinculados a esses, o direito de comprar certo número de ações ordinárias por um preço preestabelecido e por um tempo determinado, da empresa emissora. Os *warrants* são destacáveis, ou seja, podem ser negociados separadamente dos títulos aos quais estavam vinculados inicialmente. Apesar de parecerem iguais, há diferenças importantes entre títulos conversíveis e *warrants*. Existem dois tipos básicos de opções: a de compra e a de venda. As opções de compra dão direito, ao seu titular, de comprar um ativo por um preço de exercício preestipulado; as opções de venda dão o direito de vender um ativo por um preço previamente estipulado. Para adquirir esse direito, o titular paga um prêmio que, em hipótese alguma, será devolvido, exercendo ele, ou não, o seu direito. Quanto ao tempo em que podem ser exercidas, as opções podem ser americanas, se puderem ser exercidas a qualquer momento até o seu vencimento. Serão do tipo européias se puderem ser exercidas apenas na data do seu vencimento. As opções de compra são muito utilizadas por quem quer garantir um preço máximo de aquisição de um ativo. Já as opções de venda, visam garantir ao seu titular um preço mínimo de venda para o seu ativo. Existem sempre duas figuras opostas nas transações com opções: o titular e o lançador. Ao lançador cabe receber o prêmio pela opção e garantir a satisfação do titular da opção, caso este venha a exercê-la.



## Fundamentos de Finanças

---

# Referências

## Aula 7

---

ASSAF NETO, Alexandre. *Finanças corporativas e valor*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2006. 656 p.

BRIGHAN, Eugene F., GAPENSKI, Louis C.; EHRHARDT, Michael C. *Administração financeira: teoria e prática*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2001. 1113 p.

DAMODARAN, Aswath. *Finanças corporativas: teoria e prática*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004. 796 p.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2004. 745 p.

LEMES JUNIOR, Antônio. *Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 547 p.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. *Administração financeira: corporate finance*. 2. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2002. 775 p.

WESTON J. Fred; BRIGHAN, Eugene F. *Fundamentos da administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Makron Books, 2000. 1030 p.

## Aula 8

---

ASSAF NETO, Alexandre. *Finanças corporativas e valor*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2006. 656 p.

BRIGHAN, Eugene F., GAPENSKI, Louis C.; EHRHARDT, Michael C. *Administração Financeira: teoria e prática*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2001. 1113 p.

DAMODARAN, Aswath. *Finanças corporativas: teoria e prática*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004. 796 p.

ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J.; BROWN Stephen J; GOETZMANN, William N. *Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos*. 6. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2003. 602 p.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2004. 745 p.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. *Administração financeira corporate finance*. 2. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2002. 775 p.

RIGO, C. M.; CHEROBIM, A. P. M. S.; LEMES JUNIOR, A. B. *Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus. 2005. 547 p.

## Aula 9

---

BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. *Fundamentos da moderna administração financeira*. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2004.

RIGO, Cláudio M.; CHEROBIM, Ana Paula M. S.; LEMES JÚNIOR, Antônio B.; *Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. *Administração financeira: corporate finance*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JORDAN, Bradford D. *Princípios de administração financeira*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

## Aula 10

---

ANDREZO, Andrea Fernandes; LIMA, Iran Siqueira. *Mercado financeiro: aspectos históricos e conceitual*. São Paulo: Pioneira, 1999. 338 p.

ASSAF NETO, Alexandre. *Finanças corporativas e valor*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2006. 656 p.

\_\_\_\_\_. *Mercado financeiro*. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2006. 302 p.

BRIGHAN, Eugene F.; GAPENSKI, Louis C.; EHRHARDT, Michael C. *Administração financeira: teoria e prática*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2001. 1113 p.

CAVALCANTE, Francisco; MISUMI, Jorge Yoshio; RUDGE, Luiz Fernando. *Mercado de Capitais*. Comissão Nacional de Bolsas. Rio de Janeiro: Elsevier. 2005. 371 p.

FORTUNA, Eduardo. *Mercado financeiro: produtos e serviços*. 16. ed. Rio de Janeiro: QUALITYMARK, 2005. 799 p.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2004. 745 p.

LEMES JUNIOR, Antônio. *Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2002. 547 p.

MELLAGI FILHO, Armando. *Mercado financeiro e de capitais: uma introdução*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1995. 172 p.

OLIVEIRA, Gilson Alves de; PACHECO, Marcelo Marques. *Mercado financeiro: objetivo e profissional*. São Paulo: Fundamento Educacional, 2005. 323 p.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. *Administração financeira: corporate finance*. 2. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2002. 775 p.

## Aula 11

---

ANDREZO, Andrea Fernandes, LIMA, Iran Siqueira. *Mercado financeiro: aspectos históricos e conceitual*. São Paulo: Pioneira, 1999. 338 p.

ASSAF NETO, Alexandre *Finanças corporativas e valor*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2006. 656 p.

\_\_\_\_\_. *Mercado Financeiro*. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2006. 302 p.

BRIGHAN, Eugene F.; GAPENSKI, Louis C.; EHRHARDT, Michael C. *Administração financeira: teoria e prática*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2001. 1113 p.

CAVALCANTE, Francisco, MISUMI, Jorge Yoshio, RUDGE, Luiz Fernando. *Mercado de Capitais*. Rio De Janeiro: Campus/Elsevier. 2005. 371 p.

FORTUNA, Eduardo. *MERCADO FINANCEIRO: Produtos e Serviços*. 16. ed. Rio de Janeiro: QUALITYMARK, 2005. 799 p.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil. 2004. 745 p.

MELLAGI FILHO, Armando. *Mercado Financeiro e de Capitais*. Uma introdução. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 1995. 172 p.

OLIVEIRA, Gilson Alves de, PACHECO, Marcelo Marques. *Mercado Financeiro: Objetivo e profissional*. São Paulo: Fundamento Educacional, 2005. 323 p.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. *Administração financeira corporate finance*. 2. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2002. 775 p.

RIGO, Cláudio M.; CHEROBIM, Ana Paula M. S.; LEMES JÚNIOR, Antônio B.; *Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

## Aula 12

---

BRIGHAN, Eugene F.; GAPENSKI, Louis C.; EHRHARDT, Michael C. *Administração financeira: teoria e prática*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2001. 1113 p.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil. 2004. 745 p.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. *Administração financeira corporate finance*. 2.ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2002. 775 p.

VANHORNE James C. *Financial management policy*. 12.ed. New York: Prentice Hall, 2001.

WESTON J. Fred; BRIGHAN, Eugene F. *Fundamentos da administração financeira*. 10.ed. São Paulo: Makron Books, 2000.1030 p.

## Aula 13

---

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10.ed.- São Paulo: Pearson Education do Brasil. 2004. 745 p.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. *Administração financeira corporate finance*. 2.ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2002. 775 p.

BRIGHAN, Eugene F., GAPENSKI, Louis C.; EHRHARDT, Michael C. *Administração financeira: teoria e prática*. 9.ed. São Paulo: Atlas, 2001. 1113 p.

WESTON J. Fred, BRIGHAN, Eugene F. *Fundamentos da administração financeira*. 10.ed. São Paulo: Makron Books, 2000.1030 p.

VANHORNE James C. *Financial management policy*. 12.ed. New York: Prentice Hall, 2001.

## Aula 14

---

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de Administração Financeira*. – 10ª ed. – São Paulo: Addison Wesley, 2004.

BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. *Fundamentos da Moderna Administração Financeira*. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

LEMES JÚNIOR, Antônio B.; RIGO, Cláudio M.; CHEROBIM, Ana Paula M. S. *Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. *Administração financeira: corporate finance*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JORDAN, Bradford D. *Princípios de Administração financeira*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

## Aula 15

---

BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. *Fundamentos da Moderna Administração Financeira*. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de Administração Financeira*. – 10ª ed. – São Paulo: Addison Wesley, 2004.

RIGO, Cláudio M.; CHEROBIM, Ana Paula M. S.; LEMES JÚNIOR, Antônio B.; *Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. *Administração financeira: corporate finance*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JORDAN, Bradford D. *Princípios de administração financeira*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

## Aula 16

---

BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. *Fundamentos da moderna administração financeira*. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10.ed. São Paulo: Addison Wesley, 2004.

LEMES JÚNIOR, Antônio B.; RIGO, Cláudio M.; CHEROBIM, Ana Paula M. S.

*Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. *Administração financeira: corporate finance*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JORDAN, Bradford D. *Princípios de administração financeira*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

ANDREZO, Andrea F.; LIMA, Iran Siqueira. *Mercado financeiro: aspectos conceituais e históricos*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. *Fundamentos da moderna administração financeira*. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

GALVÃO, Alexandre et al. *Mercado financeiro: uma abordagem prática dos principais produtos e serviços*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

GITMAN, Lawrence J. *Princípios de administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2004.

HULL, John. *Introdução aos mercados futuros e de opções*. 2. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1996.

LEMES JÚNIOR, Antônio B.; RIGO, Cláudio M.; CHEROBIM, Ana Paula M. S. *Administração financeira: princípios, fundamentos e práticas brasileiras*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

PINHEIRO, Juliano Lima. *Mercado de capitais: fundamentos e técnicas*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2006.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. *Administração financeira: corporate finance*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JORDAN, Bradford D. *Princípios de administração financeira*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

WESTON, J. Fred.; BRIGHAM, Eugene F. *Fundamentos da administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2000.



ISBN 978-85-7648-486-8



**UENF**  
Universidade Estadual  
do Norte Fluminense



Universidade Federal Fluminense



Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo  
à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro



SECRETARIA DE  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Ministério  
da Educação

