

Ana Lúcia Vaz da Silva  
Andreia Carvalho Maciel Barbosa  
Maria Tereza Serrano Barbosa  
Rosana de Oliveira  
Samuel Jurkiewicz

Volume | 3

## Matemática na Educação 2







Fundação

**CECIERJ**

Consórcio **cederj**

Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

## Matemática na Educação 2

Volume 3

Ana Lúcia Vaz da Silva

Andreia Carvalho Maciel Barbosa

Maria Tereza Serrano Barbosa

Rosana de Oliveira

Samuel Jurkiewicz



SECRETARIA DE  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Ministério  
da Educação



Apoio:



# Fundação Ciecjerj / Consórcio Cederj

Rua Visconde de Niterói, 1364 – Mangueira – Rio de Janeiro, RJ – CEP 20943-001

Tel.: (21) 2334-1569 Fax: (21) 2568-0725

## Presidente

Masako Oya Masuda

## Vice-presidente

Mirian Crapez

## Coordenação do Curso de Pedagogia para as Séries Iniciais do Ensino Fundamental

UNIRIO - Adilson Florentino

UERJ - Rosana de Oliveira

## Material Didático

### ELABORAÇÃO DE CONTEÚDO

Ana Lúcia Vaz da Silva

Andreia Carvalho Maciel Barbosa

Maria Tereza Serrano Barbosa

Rosana de Oliveira

Samuel Jurkiewicz

### COORDENAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL

Cristine Costa Barreto

### DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL E REVISÃO

Ana Tereza de Andrade

### COORDENAÇÃO DE AVALIAÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

Débora Barreiros

### AVALIAÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

Letícia Calhau

## Departamento de Produção

### EDITORA

Tereza Queiroz

### COPIDESQUE

Nilce Rangel Del Rio

### REVISÃO TIPOGRÁFICA

Patrícia Paula

### COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO

Jorge Moura

### PROGRAMAÇÃO VISUAL

Katy Araújo

### ILUSTRAÇÃO

Morvan Neto

### CAPA

Fabiana Rocha

### PRODUÇÃO GRÁFICA

Oséias Ferraz

Verônica Paranhos

Copyright © 2005, Fundação Ciecjerj / Consórcio Cederj

Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada, por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, da Fundação.

S586m

Silva, Ana Lúcia Vaz da.

Matemática na educação 2. v.3 / Ana Lúcia Vaz da Silva. – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

218p.; 19 x 26,5 cm.

ISBN: 85-7648-116-2

1. Educação matemática. 2. Ensino. 3. Porcentagem. 4. Probabilidade. I. Barbosa, Andreia Carvalho Maciel. II. Barbosa, Maria Tereza Serrano. III. Oliveira, Rosana de. IV. Jurkiewicz, Samuel. II. Título.

CDD: 372.7

# Governo do Estado do Rio de Janeiro

**Governador**  
Sérgio Cabral Filho

**Secretário de Estado de Ciência e Tecnologia**  
Alexandre Cardoso

## Universidades Consorciadas

**UENF - UNIVERSIDADE ESTADUAL DO  
NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO**  
Reitor: Almy Junior Cordeiro de Carvalho

**UERJ - UNIVERSIDADE DO ESTADO DO  
RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Ricardo Vieiralves

**UFF - UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE**  
Reitor: Roberto de Souza Salles

**UFRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL DO  
RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Aloísio Teixeira

**UFRRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL  
DO RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Ricardo Motta Miranda

**UNIRIO - UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO  
DO RIO DE JANEIRO**  
Reitora: Malvina Tania Tuttman



### SUMÁRIO

<b>Aula 21</b> – Você já está cheio? Aqui vai transbordar! _____	<b>7</b>
<i>Samuel Jurkiewicz</i>	
<b>Aula 22</b> – Lápis e papel na mão... vamos coletar, organizar e descrever informações _____	<b>23</b>
<i>Ana Lúcia Vaz da Silva</i>	
<b>Aula 23</b> – Você já tem as informações. Leia, interprete e construa gráficos e tabelas! _____	<b>47</b>
<i>Samuel Jurkiewicz</i>	
<b>Aula 24</b> – Quando o todo é cem, uma parte é... porcentagem! _____	<b>69</b>
<i>Samuel Jurkiewicz</i>	
<b>Aula 25</b> – Vamos combinar? Uma coisa? Não, muitas! _____	<b>83</b>
<i>Rosana de Oliveira</i>	
<b>Aula 26</b> – Probabilidade: uma medida da incerteza _____	<b>101</b>
<i>Maria Tereza Serrano Barbosa</i>	
<b>Aula 27</b> – Daqui para a frente a palavra de ordem é: AVALIAR! _____	<b>115</b>
<i>Andreia Carvalho Maciel Barbosa</i>	
<b>Aula 28</b> – É agora ou nunca! Escolha seus instrumentos para... Avaliar _____	<b>137</b>
<i>Rosana de Oliveira</i>	
<b>Aula 29</b> – Alguns livros didáticos têm estrelas. Avalie você mesmo! _____	<b>155</b>
<i>Ana Lúcia Vaz da Silva</i>	
<b>Aula 30</b> – Vamos promover um debate sobre o uso de jogos, TV, vídeo e <i>software</i> no ensino de Matemática? _____	<b>177</b>
<i>Samuel Jurkiewicz</i>	
<b>Encarte</b> _____	<b>191</b>
<b>Referências</b> _____	<b>215</b>



## Você já está cheio? Aqui vai transbordar!

# AULA 21

### Meta da aula

Apresentar o conceito de volume, relacionando-o com os conceitos de área e comprimento.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Utilizar materiais simples para experimentação de equivalência de volumes.
- Aplicar os conceitos de medida linear na comparação de volumes em recipientes semelhantes.
- Avaliar volumes com base em padrões simples (litro, centímetro cúbico).
- Comparar a ordem de grandeza de 1 centímetro cúbico ( $\text{cm}^3$ ) com a de 1 metro cúbico ( $\text{m}^3$ ).

### Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula, é necessário que você tenha conhecimentos básicos de medidas de comprimento e de área, abordados na Aula 18. Você precisará de alguns materiais para executar algumas das atividades propostas: dois recipientes de vidro ou plástico transparentes cilíndricos, sendo um mais largo e outro mais estreito. Uma garrafa de refrigerante de um litro, uma caixa de leite e um funil.

## CONVERSA INICIAL

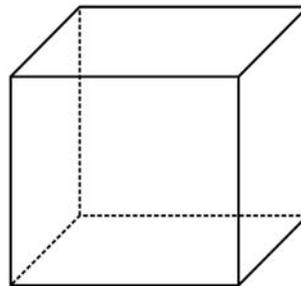
A idéia de volume é bastante importante e merece a sua atenção quando for trabalhar nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Vamos começar com a forma qualitativa, deixando as quantidades exatas para depois.

Até agora você viu situações que podiam ser transportadas para uma folha de papel, ou para o quadro-negro – comprimento e área. A partir de agora, você trabalhará em três dimensões. Um engano comum é achar que os desenhos de um livro conseguem dar uma idéia exata do que é volume.

É importante que você experimente várias situações concretas antes que possa representá-las no papel. Por hábito, acabamos por aceitar que o desenho a seguir “é” um cubo. Mas, na verdade, esta é apenas uma representação do cubo no papel.



Quando vemos a representação de um objeto tridimensional no papel sem tê-lo visto anteriormente, podemos ficar com uma visão deturpada dele. Por isso, é importante que o professor ofereça aos alunos o maior número de modelos de recipientes, caixas e sólidos de diferentes tipos.



## ATIVIDADES

1. Pegue dois recipientes de vidro ou plástico cilíndricos, um mais estreito e um mais largo, um deles pode ser um copo. Marcamos o recipiente menor na metade de sua altura e enchêmo-lo de água até essa marca.



a. Antes de fazer a experiência a seguir, reflita e escreva o que você acha que vai acontecer quando derramarmos a água do recipiente menor no recipiente maior?

---

---

---

b. Agora, descreva o que aconteceu.

---



---



---

c. Sua previsão se confirmou depois de efetuar a experiência? Justifique.

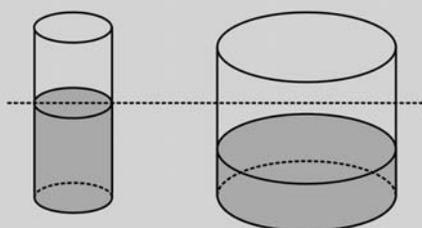
---



---



---



#### COMENTÁRIO

*A água não chega à mesma altura (é claro!). Mas por que isso acontece? Podemos dizer que a causa é o fato de o recipiente ser mais “largo”, “maior”, ou, mais precisamente, porque a base do recipiente tem área maior do que a do recipiente menor.*

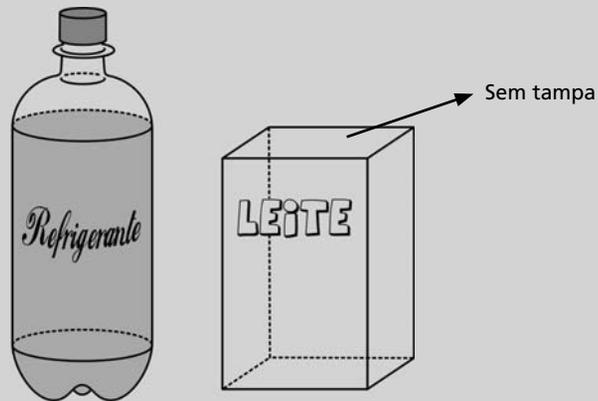
2. Agora faça o contrário, ou melhor, coloque água no recipiente **maior** de forma que, quando a passarmos para o recipiente menor, ela fique o mais próximo possível da marca.



Na sala de aula você pode explorar essa atividade em forma de brincadeira, e os alunos poderão estimar a porção de água necessária para que se aproxime da marca. Deve-se medir com uma régua o tamanho do erro de cada grupo. A brincadeira pode ficar mais interessante se a marca do recipiente menor for perto da boca: se os alunos errarem a avaliação, a água vai transbordar. Aliás, é melhor fazer essa atividade sobre uma bacia para não correr o risco de molhar a sala de aula... Depois de alguma prática, os alunos vão conseguir avaliar (estimar) melhor a correspondência entre os dois recipientes.

Mas, e se os recipientes fossem de formatos diferentes?

3. A experiência agora será feita com uma garrafa de 1 litro (de refrigerante, por exemplo) e uma caixa de leite, da qual retiraremos a face de cima.



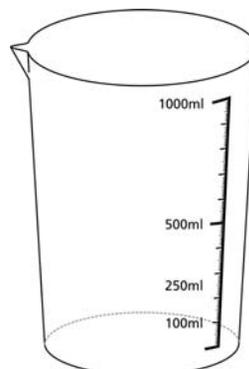
a. Em qual delas cabe mais água?

b. Observe que tanto na caixa de leite como na garrafa de refrigerante está escrito 1 litro, ou, ainda, 1000ml; que são valores correspondentes.

c. Encha um deles de água, despeje no outro e veja se as capacidades são equivalentes.

Nesse ponto, é bom observar que a caixa e a garrafa devem comportar um pouco mais que um litro, a fim de facilitar o armazenamento dos produtos; mas a diferença nunca será muito grande.

Para efetuar medidas de líquidos com maior precisão, existe um copo apropriado que pode ser encontrado em lojas de utilidades domésticas. Ele possui marcas e nelas as quantidades são equivalentes às medidas; as mais usuais são 100ml, 250ml, 500ml e 1.000ml.



Caso você faça a passagem da caixa de leite para a garrafa é bom fazer uso de um funil, pois a água pode derramar para fora da garrafa e isso causará erro na medição.

## PARANDO PARA PENSAR: O QUE FIZEMOS ATÉ AGORA?

A capacidade de um recipiente depende de suas dimensões, mas a idéia da extensão de espaço ocupado é complexa. É importante que você presencie a mudança do material de um recipiente para outro, comparando quantidades diferentes e iguais até que se sinta confortável com a perspectiva de representar as situações em desenhos no papel ou no quadro-negro.

O estudo, sobre as unidades de medidas de volume (centímetro cúbico, litro etc.), pode ser aprofundado em livros do Ensino Fundamental (2º segmento) ou do Ensino Médio.

Por meio de experiências simples e acessíveis, você pode introduzir as idéias de volume que serão necessárias quando os alunos forem quantificar com mais precisão.

Idéias que estamos desenvolvendo:

- Podemos comparar volumes, mas temos de controlar a medida dos recipientes (como você fez na Atividade 1).
- Da mesma forma que o comprimento e a área, o volume pode ser determinado a partir de um padrão (uma primeira indicação disso foi quando se verificou que a caixa e a garrafa tinham ambas um litro de capacidade; a partir daí, qualquer uma delas passou a servir como padrão para medir, por exemplo, quantos litros cabem numa bacia).

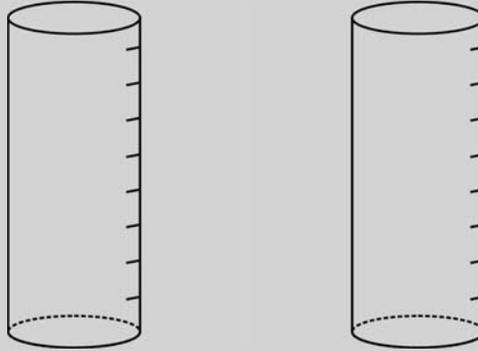
Vamos, então, aprimorar essas idéias, utilizando outras atividades.

## COMPARANDO VOLUMES

### ATIVIDADE



4. Tome dois copos cilíndricos iguais. Com uma régua, marque uma escala, com intervalo de 1 centímetro, por exemplo (é importante descontar a espessura do fundo).



a) Encha os dois copos até a marca de 1 centímetro. O que vai acontecer se você derramar o conteúdo de um no outro?

---

---

b) Encha um dos copos até 3 centímetros e outro até 4 centímetros. O que acontecerá se você despejar o conteúdo de um no outro?

---

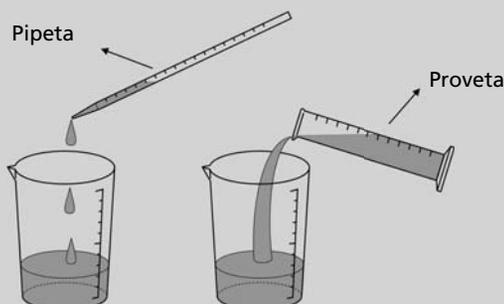
---

O que você está fazendo é usar a **altura** da coluna de água para medir e comparar o volume.

Você pode utilizar copos de medição, graduados em mililitros, como já citamos anteriormente. As seringas, sem agulhas, são outro material que possui graduação e que pode ser utilizado para medir líquidos.



Se o seu pólo possui laboratórios de Biologia e Química, faça uma visita e conheça instrumentos de medição de pequenas quantidades de líquido, como por exemplo, a pipeta graduada e a proveta.



## CONSTRUINDO CAIXAS...

Podemos construir com cartolina materiais que provem que o volume não serve apenas para líquidos.

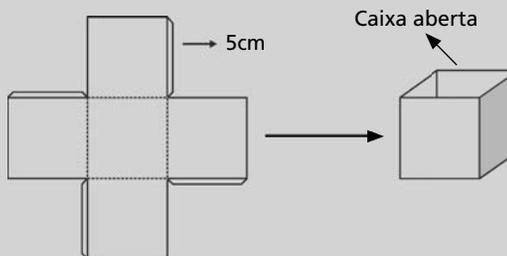


### ATIVIDADE

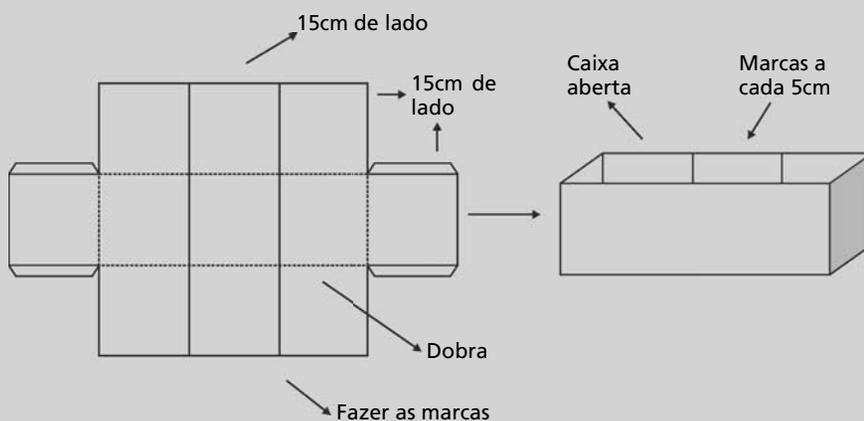
5. Vamos construir três tipos de caixas, sendo:

Modelo	Quantidade
1	Pelo menos 3
2	Pelo menos 2
3	Pelo menos 1

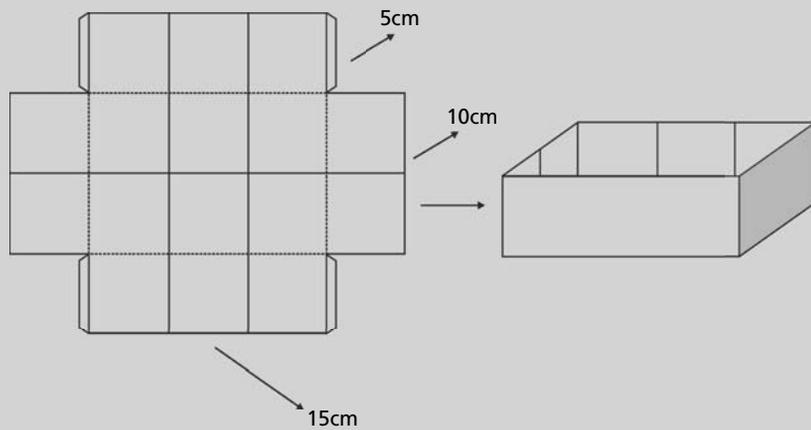
a. Construa a caixa Modelo 1 (você encontrará este modelo ao final deste material, para recortar e colar).



b. Construa a caixa Modelo 2 (você também encontra este modelo ao final deste material).



c. Construa o Modelo 3 (recorte e cole o modelo, disponível no final deste material).



d. Com as caixas montadas, responda às questões propostas:

1. Quantas caixas do Modelo 1 cabem numa caixa do Modelo 2?

---

2. Quantas caixas do Modelo 1 cabem numa caixa do Modelo 3?

---

3. Quantas caixas do Modelo 2 cabem numa caixa do Modelo 3?

---

e. Encha as três caixas do Modelo 1 de areia ou de algum grão, como arroz ou feijão, e despeje na caixa de Modelo 2. O que acontecerá?

---

---

---

f. Quantas caixas do Modelo 1, cheias de areia, precisamos para encher a caixa de Modelo 3?

---

Nesta atividade comparamos material sólido e compacto em vez de líquido.

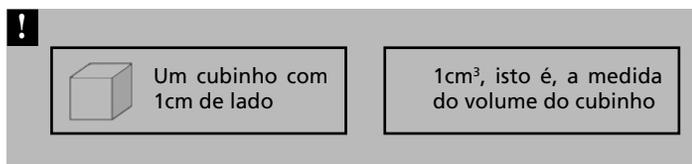
## CONSTRUINDO O CENTÍMETRO CÚBICO

Vamos começar agora a introduzir as unidades de medida de volumes. Como já dissemos anteriormente, esta é uma noção importante que pode ser aprofundada por você. Vale lembrar que esse estudo se inicia nas primeiras séries do Ensino Fundamental, mas será explorado durante todo o Ensino Médio e, dependendo da área escolhida pelo aluno, será visto também no Ensino Superior. Por isso, é importante que os conceitos de volume, assim como outros conceitos matemáticos, sejam construídos através de experimentações, determinando dessa forma bases firmes e duradoura no futuro.

Particularmente, no caso do volume, tanto podemos medi-lo em litros como em centímetros cúbicos (ou metros cúbicos etc.). Além disso, é costume apresentar a noção de centímetro cúbico por meio de desenhos; como se trata da representação no papel, isso traz uma dificuldade na compreensão do conceito de volume.

Afinal, quantos de nós fomos de fato apresentados ao tal de “centímetro cúbico”? E, no entanto, podemos construir um cubo com 1cm de lado sem dificuldade, usando, por exemplo, massa de modelar. Você já fez um cubinho com miolo de pão?

Vale a pena parar um instante. Existe uma diferença entre:



A diferença é sutil; o cubinho é um pedaço de massa ou madeira e 1cm<sup>3</sup> é a medida do volume do cubinho. Se você pegar o seu cubinho de massa e modificar a sua forma para algo que seja próximo de um esfera ou de uma outra forma qualquer, o volume continuará sendo o mesmo. Porém, a noção da unidade de medida de volume se apóia fortemente no exemplo do cubinho.

Desenvolver o conceito de volume apenas com desenhos e explicações é insuficiente. Por isso, é importante explorar a idéia de volume utilizando líquidos e objetos tridimensionais.

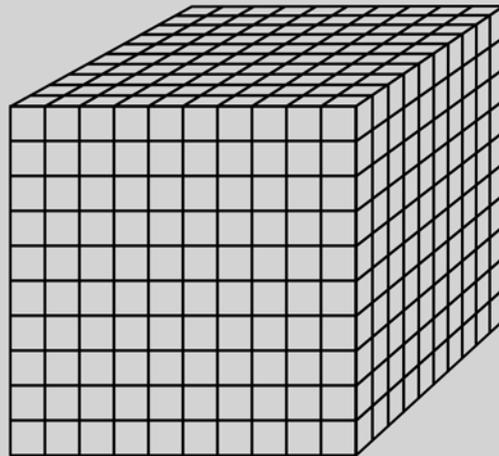


**ATIVIDADE**

6. Recorte e monte 1 cubinho de 1 cm de aresta (você encontrará o modelo no encarte ao final do módulo). Ou, se preferir, use massa de modelar para construí-lo. Nesse caso, meça com a régua 1 cm de aresta. Depois, responda:

a. Qual o volume desse cubinho?

b. Imagine um cubo com 10cm de aresta. Quantos cubinhos de 1 cm você precisa para montar um cubo com volume equivalente ao de outro cubo de 10cm de aresta?



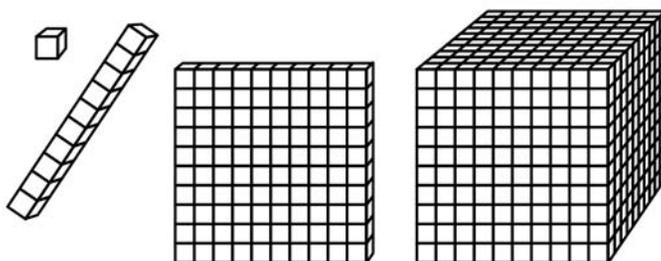
Num primeiro momento, podemos pensar em 10 como resposta ao último item. Mas será que com 10 cubinhos de 1cm de aresta é possível construir 1 cubo com 10cm de aresta? Você deve ter percebido que não é essa a resposta. Será que 100 cubinhos são suficientes? A resposta continua sendo não.

O cubo de 1cm de aresta possui volume correspondente a  $1\text{cm}^3$  de volume. Enquanto o cubo de 10cm de aresta possui volume correspondente a  $1.000\text{cm}^3$  de volume.

Para visualizar melhor essa relação, você poderá utilizar o material dourado. Apesar de já ter usado esse material durante outras aulas do nosso curso. Vale lembrar que este material constitui-se de:

- cubinhos com 1 cm de aresta;
- barras com 10 cm de comprimento, 1 cm de largura e 1 cm de espessura, ou seja, cada barra contém 10 cubinhos;

- placas com 10cm de comprimento por 10cm de largura e 1 cm de espessura, ou seja, cada placa contém 10 barras ou 100 cubinhos;
- um cubo grande, com 10cm de aresta, formado por 10 placas ou 100 barras ou 1.000 cubinhos.



Esse material, tradicionalmente, é feito de madeira. Hoje em dia, pode-se encontrar uma versão mais acessível de emborrachado (EVA).

Utilizando o material dourado podemos retomar a Atividade 6, fazendo a seguinte análise:

- Com 10 cubinhos formamos uma barra; portanto, o volume de uma barra é 10 vezes maior que o do cubinho.

$$\text{Volume do cubinho} = 1\text{cm}^3$$

$$\text{Volume da barra} = 10 \times 1 = 10\text{cm}^3$$

- Com 10 barras formamos uma placa; portanto, o volume de uma placa é 10 vezes maior do que o volume da barra.

$$\text{Volume da barra} = 10\text{cm}^3$$

$$\text{Volume da placa} = 10 \times 10 = 100\text{cm}^3$$

- Com 10 placas formamos um cubo; portanto, o volume de um cubo é 10 vezes maior do que o volume da placa.

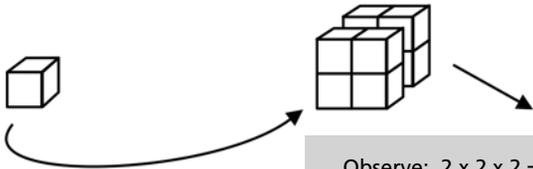
$$\text{Volume da placa} = 10 \times 10$$

$$\text{Volume do cubo} = 10 \times 10 \times 10 = 1.000\text{cm}^3$$



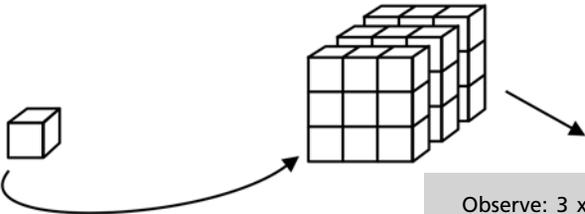
O volume do cubo ficou 1.000 vezes maior!

Podemos experimentar com outros tamanhos de cubo:



A aresta aumenta 2 vezes, isto é, multiplicamos a aresta por 2, ou ainda dobramos a medida da aresta do cubinho.

Observe:  $2 \times 2 \times 2 = 8$  cubinhos.  
Isto é, o volume aumentará:  
 $2 \times 2 \times 2 = 8$  vezes



A aresta aumenta 3 vezes, isto é, multiplicamos a aresta por 3, ou, ainda, triplicamos a medida da aresta do cubinho.

Observe:  $3 \times 3 \times 3 = 27$  cubinhos, isto é, o volume aumentará:  
 $3 \times 3 \times 3 = 27$  vezes.



**ATIVIDADE**

7. O que acontecerá com o volume do cubo se:

a. Quadruplicarmos a medida da aresta?

---

---

b. Multiplicarmos a medida da aresta por 20?

---

---

## CONSTRUINDO UM METRO CÚBICO

Quanto é um metro cúbico? Muitos professores de Matemática só viram o “tal de metro cúbico” em desenho esquemático e representado em escala, pois a maioria dos livros e cadernos tem no máximo 30 centímetros...

Você já deve imaginar que um metro cúbico é muito maior que um centímetro cúbico. Mas será que o que você imagina corresponde à realidade?

O que é um metro cúbico? É o volume de um cubo de um metro de lado. Mas cubos desse tamanho não aparecem a qualquer hora, e se resolvêssemos construir um com massa de modelar, ele ficaria bem pesado (já imaginaram um cubo, com 1 metro de lado, feito de miolo de pão?).

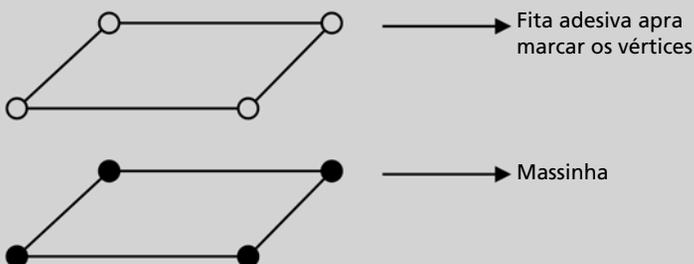


### ATIVIDADE

8. Para fazer esta atividade você vai precisar de ajuda. Uma idéia é fazê-la em um dia de tutoria, no seu pólo, onde você possa contar com ajuda de seus colegas. Leve o material e mãos à obra!

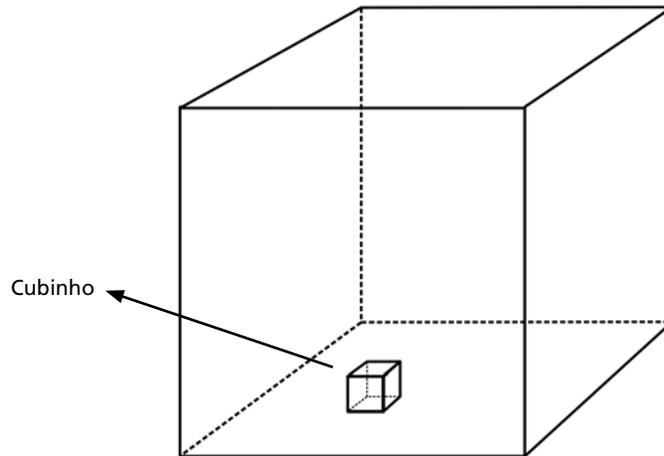
Você vai precisar de 12 pedaços de barbante de 1 metro cada.

Em primeiro lugar, fabrique dois quadrados usando massa de modelar no vértice. Um deles ficará apoiado no chão e o outro precisará de mais quatro pessoas, além de você, para segurar cada vértice do quadrado superior.

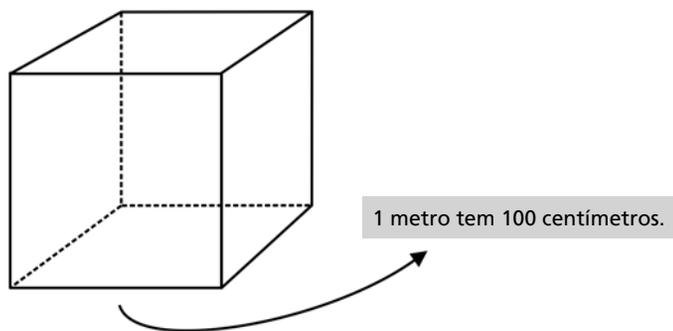


Utilize as quatro peças restantes de barbante para ligar cada vértice superior ao inferior.

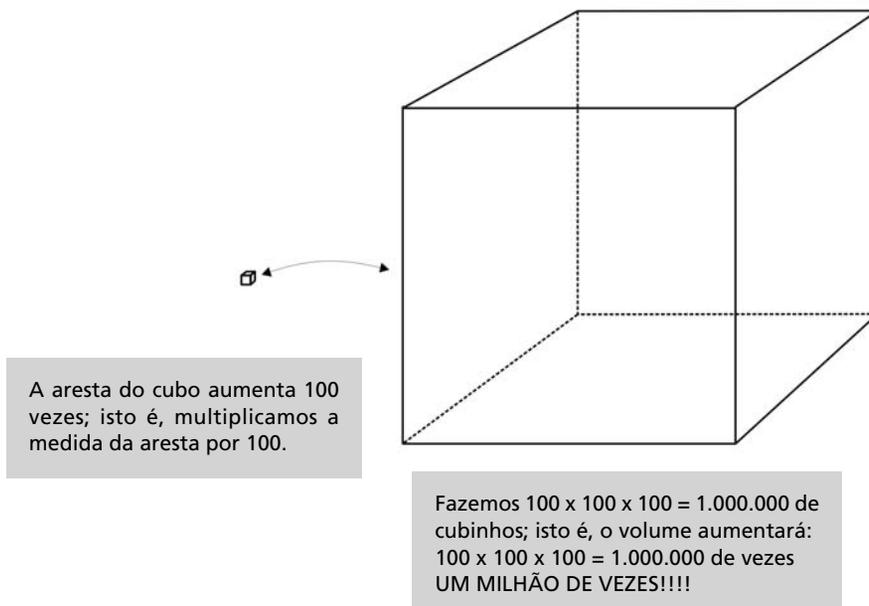
Pegue o cubinho montado na Atividade 6 ou um cubinho do material dourado e coloque dentro do “cubo” de barbante montado.



Você deve ter percebido que um centímetro cúbico é  *muito, muito, muitíssimo* menor que um metro cúbico. Vamos calcular o *quanto* é menor.



Vamos usar a mesma idéia que usamos antes:



## CONCLUSÃO

A noção de volume requer bastante experiência. Avaliar a capacidade de um recipiente é uma tarefa complexa, principalmente para crianças e adultos que nunca desenvolveram atividade estimativa. Para melhor poder operar numericamente com as unidades de volume, é necessário que você tenha tido a oportunidade de experimentar e perceber o verdadeiro significado dessas unidades.

### RESUMO

É importante perceber que a medida de volume depende das dimensões área e comprimento. Além disso, nesta aula destacamos a existência de mais de uma forma de medir (litro e metro ou centímetro cúbico). Os principais conceitos trabalhados e aplicados nas atividades são:

- equivalência de capacidade, isto é, dois recipientes de formas diferentes podem conter a mesma quantidade de líquido;
- Um metro cúbico é 1.000.000 de vezes maior que um centímetro cúbico ( e não 100 vezes, como alguns supõem).

## AUTO-AVALIAÇÃO

Em cada um dos assuntos abordados, você deve se certificar de que realmente entendeu o conceito de volume e os detalhes explorados na construção das formas geométricas. Uma boa maneira de avaliar sua compreensão é pensar que outros tipos de materiais poderiam ser utilizados em experiências com volumes.

É importante também que você procure pensar em outras atividades que você poderia desenvolver a partir daquelas que foram expostas. Por exemplo, como você levaria seus alunos a calcular (mesmo que aproximadamente) o volume da sala de aula? E o de uma bola de futebol?



## RESPOSTAS

### Atividade 5

- d1. 3 caixas do Modelo 1 cabem numa caixa de Modelo 2.
- d2. 6 caixas do Modelo 1 cabem numa caixa de Modelo 3.
- d3. 3 caixas do Modelo 2 cabem numa caixa de Modelo 3.
- e. Encherá a caixa de Modelo 2.
- f. 6 caixas.

### Atividade 7

- a. O volume aumentará  $4 \times 4 \times 4 = 64$  vezes.
- b. O volume aumentará  $20 \times 20 \times 20 = 8.000$  vezes.

# Lápis e papel na mão... vamos coletar, organizar e descrever informações

AULA

# 22

## Meta da aula

Apresentar os recursos disponíveis para coletar e organizar dados, como um instrumento para desenvolver projetos interdisciplinares.

# objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Identificar diferentes formas de coleta de dados.
- Coletar dados utilizando diferentes maneiras e de forma organizada.
- Utilizar os Temas Transversais como ferramenta de investigação de problemas.
- Utilizar a coleta, organização e descrição das informações no desenvolvimento de projetos.

## Pré-requisitos

Para um bom aproveitamento desta aula, é necessário que você relembre os diferentes usos dos números e releia a Aula 26 do curso de Matemática 1. Nesta aula, falamos sobre a Matemática inserida nos projetos. Separe papel quadriculado e um bloco para o registro dos dados. Tenha também lápis e borracha e mãos à obra!

**CONVERSA INICIAL** É cada vez mais freqüente a necessidade de se compreender as informações, especialmente as veiculadas pelos meios de comunicação, tais como jornais, revistas e programas de televisão. Dessa forma, os conhecimentos básicos em Estatística tornam-se indispensáveis ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros. É importante para o planejamento de um país investigar questões do tipo: Qual o índice de mortalidade infantil nas diferentes regiões? Quantos alunos estarão cursando o Ensino Médio em 2007? Qual o número de desempregados do país? As respostas a essas questões são dadas com base em dados estatísticos.

Além disso, com a Estatística desenvolvemos mais um aspecto do ensino da Matemática – o de ferramenta. Em outras palavras, a Matemática, nesse contexto, é a ferramenta necessária para a compreensão e manipulação dos dados resultantes de situações do dia-a-dia.

Esta aula vai trabalhar noções iniciais de Estatística que podem ser desenvolvidas com alunos do Ensino Fundamental e que incluem coleta e organização de informações de uma pesquisa. A forma de apresentar o resultado da coleta desses dados será vista na Aula 23.

Fique ligado no uso dos números, pois há momentos em que eles representam quantidades e outros em que representam algum atributo ou qualidade. Nesse caso, eles servem de código.

Veja um exemplo de pesquisa estatística sobre o Ensino Superior no estado do Rio de Janeiro no ano de 2001. Os dados são organizados e apresentados em forma de tabela.

**Tabela 22.1:** Ensino Superior no Estado do Rio de Janeiro

Grandes Números da Educação Superior – Graduação – 2001					
Grandes Números	Total	Categoria Administrativa			
		Federal	Estadual	Municipal	Privada
Instituições	103	8	3	–	92
Cursos	1.089	156	55	–	878
Matrículas	346.576	59.977	20.343	–	266.256
Concluintes	35.636	7.885	2.096	–	25.655
Docentes em exercício	26.095	6.989	2.724	–	16.382
Servidores em exercício	24.843	8.830	2.738	–	13.275
Vestibular					
Vagas oferecidas	177.938	14.385	5.087	–	158.466
Inscrições	507.155	153.160	152.766	–	201.229
Ingressos	108.773	13.182	5.111	–	90.480

Fonte: <http://www.inep.gov.br/superior/censosuperior/>

Estes dados foram fornecidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). Observe que a Estatística, neste caso, não é importante só para informar, pois mediante uma análise desses dados é possível tomar várias decisões e definir novos rumos para a Educação. Certamente, com base nestes dados, foram planejadas medidas educacionais como a abertura de cursos e a capacitação de docentes, dentre outras.

Segundo os princípios das Diretrizes Curriculares para os Cursos de Graduação em vigor, o estudo da Estatística auxilia a:

Incentivar uma sólida formação geral, necessária para que o futuro graduado possa vir a superar os desafios de renovadas condições de exercício profissional e de produção do conhecimento, permitindo variados tipos de formação e habilitações diferenciadas em um mesmo programa. (...) Estimular práticas de estudo independente, visando a uma progressiva autonomia profissional e intelectual do aluno.

Este foi somente um exemplo, com o objetivo de mostrar a importância da Estatística na modificação e na melhora de uma situação, mas o que faremos nesta aula é, principalmente, apresentar a você algumas atividades que envolvem essa ciência e que podemos desenvolver com alunos das Séries Iniciais do Ensino Fundamental.

## COMO SURTIU A ESTATÍSTICA?

A origem da palavra estatística está associada ao vocábulo latino *status* (Estado). Algumas pesquisas apontam que por volta de 3000 a.C. já eram realizados censos na Babilônia, na China e no Egito. Normalmente, essas informações eram utilizadas para a taxaço de impostos ou para o alistamento militar.

Em 1085, **GUILHERME, o CONQUISTADOR**, solicitou um levantamento estatístico da Inglaterra que deveria conter informações sobre proprietários de terras, utilização das terras (propriedades), número de empregados e de animais.

Os resultados desse censo foram publicados em 1086 no livro intitulado *Domesday Book* e serviram de base para o cálculo de impostos. A palavra censo é derivada da palavra *censere*, que em latim significa “taxar”.

Apenas no século XVII a Estatística passou a ser considerada uma disciplina autônoma, tendo como objetivo básico a descrição dos bens do Estado.

### GUILHERME I

Cognominado o Conquistador, foi duque da Normandia (1035-1087) e rei da Inglaterra (1066-1087). Como rei, Guilherme fez importantes reformas administrativas na área do Direito Civil e da economia. Mandou fortificar muitas cidades e construir a Torre de Londres. No plano social, Guilherme ordenou a compilação de um livro sobre as capacidades produtivas do país, que incluía uma forma simplificada de censo populacional.

## ESTATÍSTICA NAS SÉRIES INICIAIS

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o ensino da Estatística está inserido no bloco de conteúdos denominado Tratamento da Informação, porque auxilia e dá ferramentas para que o indivíduo compreenda as informações veiculadas pela mídia, tome decisões e se posicione diante delas. O aluno faz parte de uma escola, de uma comunidade, de uma cidade, de um país e por isso é alvo, o tempo todo, de informações a respeito de sua sociedade.

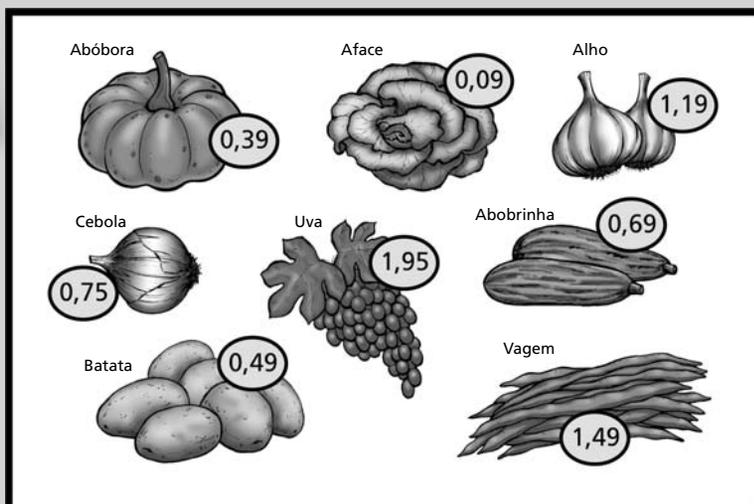
Segundo os PCN, os alunos devem ser capazes de utilizar diferentes linguagens para produzir e expressar idéias, utilizando diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos, sendo esperado também que desenvolvam capacidade crítica. O ensino da Estatística propicia ao aluno, que será um cidadão, a oportunidade de desenvolver a capacidade de análise e crítica, fazendo leituras de tabelas e gráficos que, freqüentemente, estão em revistas, jornais e televisões para, dessa forma, tomar decisões com consciência e clareza.

Os PCN ressaltam também que o estudo dos Temas Transversais desenvolve nos estudantes certas atitudes que possibilitam o posicionamento crítico perante as diversas situações a que ele é submetido. Acredita-se que tratar dessas questões durante o Ensino Fundamental seja necessário para a futura atuação profissional dos alunos, seja no mercado de trabalho ou no ambiente acadêmico.

As propostas para o primeiro ciclo são: leitura e interpretação de informações contidas em imagens; coleta e organização de informações; criação de registros pessoais para comunicação de informações coletadas; exploração da função do número como código numérico na organização de informações; interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada e gráficos de barra para comunicar a informação obtida; produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas.

**ATIVIDADE**

1. Observe o encarte do supermercado:



a. Complete a tabela com o preço dos produtos:

Produto	Preço
Abóbora	
Alho	
Batata	
Alface	
Vagem	
Cebola	
Uva	
Abobrinha	

b. Que produtos não são vendidos por quilo?

c. Rafael foi ao supermercado para sua mãe. Comprou 1 kg de uva, um pacote de 200g de alho, 2kg de batata e uma alface. Pagou com uma nota de R\$10,00. Qual foi o valor do troco?



Essa pergunta deve ser feita sobre algum alimento que você saiba que faz parte dos hábitos alimentares de seus alunos.

A partir de atividades como esta, praticamos em Matemática, o reconhecimento da unidade de medida utilizada para cada produto, a identificação e a organização de informações, além das operações.

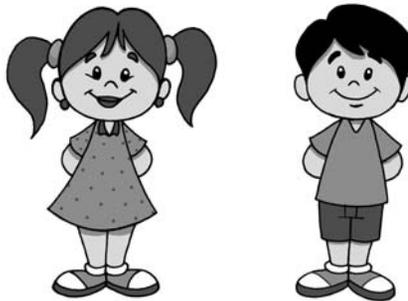
Podemos também trabalhar o enfoque sugerido nos PCN empregando questionamentos como:

*Você acha o quilo da batata caro? Você come alface? Pergunte a sua mãe quantos pés de alface ela compra por mês.*

Isso permite que as atividades sejam exploradas para além do contexto da sala de aula. É importante que o professor trabalhe, sempre que possível, as relações da sala de aula e do dia-a-dia, para que os instrumentos apresentados na escola possam se refletir no posicionamento crítico do cidadão.

Além dessas possibilidades, o professor também pode elaborar atividades com vegetais, frutas e hortaliças.

Outra forma possível de trabalho é a construção de gráficos. Por exemplo, o professor espalha figuras de meninas e meninos na mesa. Cada criança da turma pega um bonequinho referente ao seu sexo.



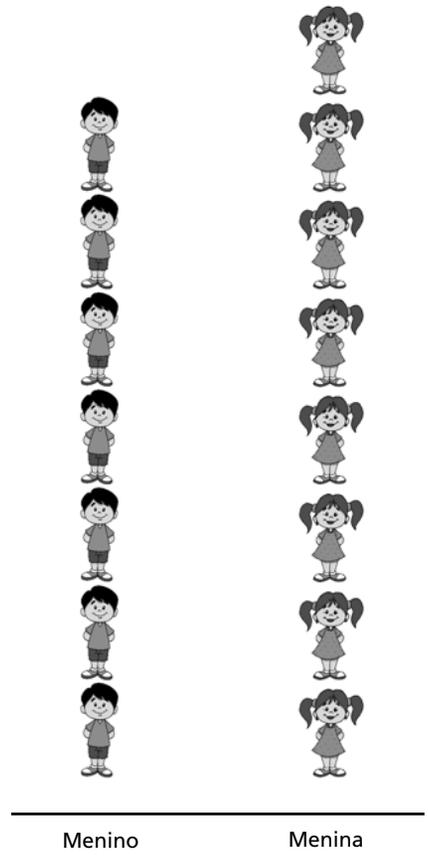
No quadro, o professor terá indicado o lugar para colocar a figura do menino e da menina.

---

Menino

Menina

As crianças colocam as figuras nos lugares corretos. Observe a representação de uma situação simulada:



Por meio dessa representação, o professor começa a explorar a representação gráfica e pode elaborar perguntas baseadas na observação dos alunos no gráfico, tais como: em nossa sala há mais meninos ou meninas? Quantas são as meninas? Quantos são os meninos?



### ATIVIDADE

2. A seguir, temos a representação do número de brindes distribuídos por um parque de diversões na sexta-feira, no sábado e no domingo da semana da criança.

Nesta representação, cada  corresponde a uma caixa de brindes distribuídos. Todas as caixas contêm o mesmo número de brindes.



Responda:

a. No sábado, foram distribuídos 1.280 brindes. Quantos brindes contém cada  ?

b. Quantas  foram distribuídas ao todo nesses três dias?

c. Quantos brindes foram distribuídos ao todo nesses três dias?

### PICTOGRAMA

É uma representação bastante simplificada dos objetos da realidade, em que expressamos os dados geralmente por figuras. É bastante utilizado em revistas e jornais para chamar atenção.

A representação usada no exemplo e na atividade anterior é chamada **PICTOGRAMA**.

No segundo ciclo, a proposta avança em seus objetivos, apresentando coleta, organização e descrição de dados; leitura e interpretação dos dados apresentados de maneira organizada; construção dessas representações; interpretação dos dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, já com o objetivo de identificar características previsíveis; produção de textos, a partir da interpretação dos gráficos e das tabelas; construção de gráficos e tabelas com base em textos científicos.

Os PCN indicam que a coleta, a organização e a descrição de dados são procedimentos utilizados com muita freqüência na resolução de problemas e estimulam as crianças a fazer perguntas, estabelecer relações, construir justificativas e desenvolver o espírito de investigação. Sugerem que nos dois primeiros ciclos sejam desenvolvidas atividades relacionadas a assuntos de interesse dos estudantes, e propostas de observação de acontecimentos.

Atualmente estar alfabetizado pressupõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações.

Dessa forma, o ensino da Estatística para as Séries Iniciais não serve apenas para ensinar alunos a ler e a interpretar representações gráficas, mas também permite que se inicie o processo de descrever e interpretar sua realidade usando conhecimentos matemáticos. A metodologia de projetos passa a ser uma importante ferramenta para se trabalhar com a Estatística. Nesse contexto, o interesse, a cooperação e o respeito dos alunos para com os colegas começam a se constituir.

Um trabalho inicial pode ser feito na própria sala de aula, com informações referentes aos próprios alunos. Por exemplo, o professor pode pedir que cada um dos alunos vá ao quadro-negro e escreva a sua idade e o mês do seu aniversário, sem se preocupar com a organização das informações do quadro.

Vamos supor que a situação do quadro seja a descrita a seguir:

					9	10		
		9	8		8	outubro	maio	setembro
10	8		outubro	9	agosto	agosto	junho	
outubro		dezembro	8	setembro	8	setembro	junho	10
8	8	9	8	8	setembro	junho	9	10
	8	9	janeiro	8	janeiro	9	junho	8
		9				8	agosto	9
10	junho	9	fevereiro	10	outubro	9	março	fevereiro
		9				9	fevereiro	
	janeiro	8	abril	abril	agosto	9	fevereiro	9
					agosto	9	junho	9
					junho	9	janeiro	8
							junho	9



4. Construa uma tabela com as informações escritas no quadro-negro sobre a idade dos alunos.

### **O QUE INVESTIGAR NAS SÉRIES INICIAIS? QUANTAS PESSOAS SERÃO ENTREVISTADAS?**

Uma questão que o professor deve ter em mente antes de disparar uma pesquisa é a relevância do tema para os alunos e para a comunidade em que eles vivem.

O que pesquisar nas séries iniciais?

Os temas podem partir dos próprios alunos ou dos professores. As sugestões podem ser decididas por meio de votação. São interessantes temas que mobilizem e motivem as crianças, tais como: Quais as brincadeiras preferidas das crianças da 1ª série? Quantos alunos comem frutas e verduras? Qual será a profissão de cada um quando crescer?

Curiosidades ou assuntos relacionados à saúde e ao lazer podem servir de pontapé inicial para algum projeto, que terá como objetivo levar os alunos ao desenvolvimento de diversas competências. Sugestão: Como coletar informações, organizá-las, representá-las na forma de gráficos ou tabelas e interpretá-las criticamente.

Os Temas Transversais são uma ótima fonte de idéias para projetos. Nesse caso, o professor pode solicitar a ajuda de outros professores, de funcionários da escola e dos pais, principalmente em temas polêmicos, como sexualidade ou drogas.

Eleito o tema, pesquise informações com os alunos para traçar as metas desse trabalho. Nessa etapa, já se sabe qual é o objeto da pesquisa: pessoas, objetos, animais, fenômenos naturais, entre outros. A partir do momento em que se sabe o que investigar, é necessário determinar a quantidade de elementos que serão analisados.

Para estudar uma determinada situação, acredita-se que quanto maior o número de elementos pesquisados, menor a margem de erro dos resultados e maior a confiança que se pode depositar em tal pesquisa. Porém, é preciso tomar cuidado com a quantidade, pois nem sempre o fato de selecionarmos muitas pessoas resulta em uma boa pesquisa. Acontece também que, às vezes, realizar uma pesquisa utilizando todos os elementos sai caro demais ou demora muito tempo. Em alguns casos, é até impossível, como por exemplo, no teste de alguns produtos. Imagine se as fábricas testassem todos os palitos de fósforo?

Por isso, em muitos casos, limitamos as observações referentes a uma determinada pesquisa a apenas uma parte da **POPULAÇÃO**. Esse grupo menor é denominado **AMOSTRA**.

Vamos exemplificar:

1. Queremos investigar quantos alunos do Ensino Fundamental têm dificuldades em Matemática numa determinada escola.

A *população* é o conjunto formado por todos os alunos do Ensino Fundamental dessa escola.

Uma *amostra* poderia ser formada, por exemplo, por seis alunos de cada turma, escolhidos aleatoriamente, por meio de um sorteio, por exemplo.

#### POPULAÇÃO

É o conjunto formado por todos os elementos sobre o qual está sendo feita a pesquisa. A população pode ser de pessoas, objetos, enfim do que se desejar.

#### AMOSTRA

É qualquer subconjunto dessa população.



2. O dono de uma fábrica de parafusos encomendou uma pesquisa para saber qual o percentual de peças defeituosas em cada lote, para informar melhor seus clientes e verificar a margem de lucro real da empresa.

A *população* é o conjunto formado por todos os parafusos produzidos pela empresa.

A *amostra* é o conjunto de parafusos que será escolhido, ao acaso, entre os produzidos para fazer a pesquisa.



É interessante para você, sempre que for trabalhar com as noções de Estatística, realizar sondagens com populações pequenas e grandes, para que os alunos sintam a necessidade de selecionar uma amostra. Quando se trabalha com a própria turma, levantando dados, tais como idade, altura e número de irmãos, a amostra poderá ser a população toda, isto é, todos os alunos da turma; mas, quando a pesquisa envolve, por exemplo, todos os moradores de um bairro, é necessário a escolha de uma amostra.



#### ATIVIDADES

5. Leia a situação a seguir e diga qual é a população e a amostra da pesquisa:

“Alunos da 5ª série fizeram uma pesquisa sobre o time dos alunos e alunas da 6ª série de uma escola, que possui ao todo nove turmas da 6ª série. Para isso, os alunos escolheram, por sorteio, 10 alunos em cada turma.”

---

---

#### COMENTÁRIO

Esta atividade busca fixar o conceito de população e amostra.

6. Diga qual é a população e dê uma sugestão de amostra para a seguinte pesquisa:

“Os alunos irão investigar nas comunidades vizinhas da escola se os moradores das casas tratam a água antes de consumi-la.”

---

---

**COMENTÁRIO**

*Nesta atividade você deve utilizar e aplicar o conceito de amostra.*

## COMO COLETAR OS DADOS?

Em qualquer pesquisa estatística, precisamos obter informações, ou seja, coletar dados. A coleta de dados é a fase em que efetuamos a obtenção dessas informações, que podem ser numéricas ou não, de acordo com a finalidade da pesquisa.

Normalmente a coleta é feita por meio de entrevistas ou questionários, e ela é classificada em direta ou indireta. Na coleta direta, os dados são obtidos diretamente da fonte. Já na indireta, os dados são obtidos por meio de fontes secundárias como jornais, revistas, livros e arquivos.



**ATIVIDADE**

7. Em cada uma das situações a seguir, diga se a coleta dos dados, é direta ou indireta.

a. Os alunos entrevistaram seus pais sobre a qualidade dos meios de transporte em sua cidade.

---

b. Os alunos foram pesquisar na internet os tipos de livros mais vendidos.

---

c. A Secretaria da Educação do município recorre às informações de alunos de duas escolas de cada CRE para fazer um estudo sobre evasão no Ensino Fundamental.

---

d. Numa escola de Ensino Fundamental foram sorteados 200 alunos para responder um questionário de avaliação da merenda escolar.

---

## COMO FAZER AS PERGUNTAS DE FORMA ORGANIZADA E OBJETIVA?

É importante que os alunos sejam orientados a elaborar questões básicas, curtas e objetivas e que tracem um roteiro dos lugares onde irão buscar as informações. O professor também deve esclarecer aos alunos algumas características e condições do local e das pessoas sobre os quais irão coletar os dados.



Por exemplo, numa pesquisa em que os alunos vão investigar se a comunidade considera seu bairro violento ou não, oriente-os a se apresentarem ao entrevistado, explicar-lhe os objetivos da pesquisa e perguntar se ele concorda em responder às questões. Eles podem até criar uma identificação e colocar um crachá. Caso a pessoa se recuse, o grupo não pode desanimar. Deve agradecer a atenção e procurar outro entrevistado.

### MÃOS À OBRA! VAMOS PERGUNTAR E REGISTRAR!

Na coleta de dados, devemos estar bem atentos às perguntas que serão feitas e também ao tipo de resposta que queremos. Perguntas em que as respostas são apresentadas e dispostas em forma de opções facilitam a compreensão do entrevistado e, sobretudo, a posterior tabulação dessas informações, pois são dados mais fáceis de se organizar. Veja um exemplo:

Como você vai para a sua escola?

- |                                  |                                    |   |
|----------------------------------|------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> a pé    | <input type="checkbox"/> de ônibus | <input type="checkbox"/> de bicicleta     |
| <input type="checkbox"/> de trem | <input type="checkbox"/> de metrô  | <input type="checkbox"/> outro transporte |

Os instrumentos mais utilizados na coleta de dados são os questionários e os formulários. Os primeiros são preenchidos pela própria pessoa que está dando as informações; já no caso dos formulários, as anotações são feitas pelo pesquisador a partir das respostas do entrevistado.

As ferramentas mais utilizadas para fazer entrevistas são o gravador, o lápis e um bloco de anotações.

Ao elaborar um questionário ou formulário, deve-se fazer perguntas diretas, com uma ordenação coerente. A linguagem deve ser simples. Dessa forma, o entrevistado compreenderá com mais clareza o que está sendo perguntado. Não é aconselhável o uso de questionários muito extensos.

Uma boa dica é numerar os formulários a fim de evitar que sejam analisados mais de uma vez.

Falando em questionários e formulários, você já ouviu falar do Censo Escolar? Seu principal objetivo é fornecer informações e estatísticas para a realização de diagnósticos e análises sobre a realidade do sistema educacional. Cada escola recebe um questionário dividido em blocos, em que cada bloco se caracteriza por um tipo de informação. Por exemplo, no bloco 1, a escola preenche seus dados cadastrais, e no bloco 2 informa sobre as características físicas da escola. Veja o exemplo de algumas perguntas deste último.

**Quadro 22.1:** Caracterização física da escola

1. Local de funcionamento da escola (assinalar mais de uma opção, se for o caso)			
<input type="checkbox"/> Prédio escolar	<input type="checkbox"/> Salas de empresa	<input type="checkbox"/> Salas em outra escola	<input type="checkbox"/> Unidade de internação
<input type="checkbox"/> Templo/Igreja	<input type="checkbox"/> Casa do professor	<input type="checkbox"/> Galpão/Rancho/Paiol/Barracão	<input type="checkbox"/> Outros
2. Entidade proprietária do imóvel		3. Forma de ocupação do prédio	
<input type="checkbox"/> Federal	<input type="checkbox"/> Estadual	<input type="checkbox"/> Municipal	<input type="checkbox"/> Particular
		<input type="checkbox"/> Próprio	<input type="checkbox"/> Alugado
		<input type="checkbox"/> Cedido	
4. Prédio compartilhado com outra escola			
<input type="checkbox"/> Sim	<input type="text" value=""/>	Código da escola com a qual compartilha	<input type="checkbox"/> Não
5. Dependências existentes na escola			
<input type="checkbox"/> Diretoria	<input type="checkbox"/> Outros laboratórios/oficinas	<input type="checkbox"/> Lactário	<input type="checkbox"/> Sanitário fora do prédio
<input type="checkbox"/> Secretaria	<input type="checkbox"/> Brinquedoteca	<input type="checkbox"/> Parque infantil	<input type="checkbox"/> Sanitário dentro do prédio
<input type="checkbox"/> Sala de Professores	<input type="checkbox"/> Auditório	<input type="checkbox"/> Dormitório	<input type="checkbox"/> Sanitário adequado à pré-escola
<input type="checkbox"/> Almojarifado	<input type="checkbox"/> Solário	<input type="checkbox"/> Berçário	<input type="checkbox"/> Sanitário adequado a alunos com necessidades especiais/acessibilidade
<input type="checkbox"/> Videoteca	<input type="checkbox"/> Ginásio de esportes	<input type="checkbox"/> Quadra de esportes descoberta	<input type="checkbox"/> Dependências e vias adequadas a alunos com necessidades especiais
<input type="checkbox"/> Sala para TV/vídeo	<input type="checkbox"/> Cozinha	<input type="checkbox"/> Quadra de esporte coberta	<input type="checkbox"/> Lavanderia
<input type="checkbox"/> Laboratório de Informática	<input type="checkbox"/> Cantina	<input type="checkbox"/> Piscina	<input type="checkbox"/> Fraldário
<input type="checkbox"/> Laboratório de ciências	<input type="checkbox"/> Refeitório	<input type="checkbox"/> Depósito de alimentos	<input type="checkbox"/> Nenhuma das dependências relacionadas
<input type="checkbox"/> Sala de recursos para alunos com necessidades educacionais especiais			

Fonte: <http://www.inep.gov.br/basica/censo/>

Observe que em todos os itens a serem respondidos as opções são oferecidas. A única exceção é o item 4, em que a escola precisa informar um determinado código.

Alguns itens do questionário possuem uma única resposta, já outros possuem várias respostas. Veja o item 5.



### ATIVIDADE

8. Analise o questionário a seguir, que é um recorte do questionário do Censo Escolar sobre a avaliação da merenda escolar.

#### Quadro 22.2: Avaliação do PNAE (merenda escolar) 2003

1. Onde é preparada a merenda escolar?			
<input type="checkbox"/> Cozinha da escola	<input type="checkbox"/> Cozinha central ou piloto	<input type="checkbox"/> Casa de membro da comunidade escolar	<input type="checkbox"/> Outros
2. Onde é servida a merenda escolar?			
<input type="checkbox"/> Refeitório	<input type="checkbox"/> Pátio da escola	<input type="checkbox"/> Pátio improvisado com mesa e cadeiras/bancos	<input type="checkbox"/> Pátio improvisado sem mesa e cadeiras/bancos
3. Quais os utensílios para a oferta da merenda que sua escola possui em quantidade suficiente para todos os alunos?			
<input type="checkbox"/> Caneca/copo	<input type="checkbox"/> Prato/tijela	<input type="checkbox"/> Colher	<input type="checkbox"/> Garfo
4. Existe local apropriado para o armazenamento dos gêneros alimentícios?			
<input type="checkbox"/> Sim	<input type="checkbox"/> Não		
5. Quem é o principal responsável pela preparação da merenda escolar? (apenas uma opção)			
<input type="checkbox"/> Merendeiro(a)	<input type="checkbox"/> Auxiliar de serviços gerais	<input type="checkbox"/> Pais	
<input type="checkbox"/> Professor(a)/Diretor(a)	<input type="checkbox"/> Outro funcionário da escola	<input type="checkbox"/> Outro membro da comunidade	

Fonte: <http://www.inep.gov.br/basica/censo/>.

a. Coloque-se no lugar de uma pessoa responsável pela organização da estrutura de uma escola. Nessa situação, quais são os aspectos levantados por esse questionário? Suponha que, aplicando esse questionário em uma escola, você descubra que:

- a merenda escolar é preparada na cozinha da escola;
- é servida no pátio da escola;
- faltam todos os utensílios necessários;
- não existe local propício para o armazenamento de alimentos e;
- o responsável pela merenda é um auxiliar de serviços gerais.

Escreva uma proposta para viabilizar melhorias nessa escola.

Veja, a seguir, alguns tipos de formulações de itens em questionários ou formulários.

– sim-não, certo-errado e verdadeiro-falso.

Ex.: Você trabalha? ( ) Sim ( ) Não

– respostas livres, abertas ou curtas.

Ex.: Bairro onde mora: \_\_\_\_\_

– múltipla escolha.

Ex.: Renda familiar:

( ) Menos de 1 salário mínimo.

( ) 1 a 3 salários mínimos.

( ) 4 a 6 salários mínimos.

( ) 7 a 11 salários mínimos.

( ) Mais de 11 salários mínimos.

– respostas mistas.

Ex.: Quem financia seus estudos?

( ) Pai ou mãe.

( ) Outro parente.

( ) Outra pessoa.

( ) O próprio aluno.

Outro: \_\_\_\_\_

Depois de passar os questionários, os dados deverão ser contados, agrupados e tabulados. Assim, será possível analisar a questão investigada com base num conjunto mais compacto de informações.

Como depois da realização da coleta existe a necessidade de apurar os dados, é fundamental que essas informações tenham sido coletadas de forma organizada e não dêem margens a dúvidas.

Se você desejar um maior aprofundamento em alguma parte da pesquisa e as perguntas diretas e com alternativas não forem suficientes, você deverá fazer perguntas abertas, sempre tomando cuidado para formulá-las de maneira objetiva e clara.

Na fase da coleta de dados, nota-se uma perda de detalhes das informações provocada pela síntese desses dados. Por isso, é muito importante selecionar uma boa amostra e fazer uma boa seleção de dados.

A coleta pode ser feita mecanicamente ou por processos que envolvam tecnologia mais avançada, como, por exemplo, os computadores.

## AÇÃO: COLETANDO DADOS EM PROJETOS...

É importante que você veja a coleta de dados e a Estatística como ferramentas importantes na elaboração de atividades em projetos escolares, proporcionando uma maior integração entre as áreas de conhecimento.

O poder da Estatística na escola está no fato de que se pode trabalhar um mesmo tema sob olhares de várias disciplinas: Português, Geografia, Sociologia, Filosofia, Matemática, pois todas elas podem, a partir de uma coleta de dados, suscitar discussões dentro da sua área de estudo.

Algumas idéias de *trabalho em sala de aula* ou de *projetos escolares* são sugeridas a seguir. O *trabalho em sala de aula* trata de temas mais diretos e pontuais e, nesse caso, não há necessidade de mais de um professor coordenando o processo. O trabalho em sala de aula pode ser sobre uma parte do projeto.

### 1) Esportes preferidos pelos alunos

Sugestão de perguntas:

Você pratica algum esporte? Qual? Por que é importante praticar esportes? A sua escola possui quadra de esportes? Quantas e quais?

### 2) Deslocamento do aluno para a escola

Sugestão de perguntas:

Você mora perto da sua escola? De que forma você vai para a escola? Quanto tempo você demora para chegar à escola?

### 3) Levantamento familiar dos alunos

Sugestão de perguntas:

Quantas pessoas moram com você? Todos fazem parte da sua família? Qual o seu tipo de moradia? Você possui irmãos? Quantos? Quantas pessoas da sua casa estudam? Quantas pessoas da sua casa trabalham?

### 4) Relacionamento com as pessoas da escola

Sugestão de perguntas:

Você já brigou alguma vez na escola? Qual foi o motivo? Você tem amigos na escola?

Quantos? Você conhece a diretora da sua escola?



### ATIVIDADES

9. Faça um questionário baseado nos temas 1 e 2 utilizando somente perguntas de múltipla escolha e mostre ao seu tutor.

---

---

---

---

10. Faça um questionário com base nos temas 3 e 4 utilizando somente perguntas livres e abertas e apresente ao seu tutor.

---

---

---

---

### Projetos escolares

1) Caracterização do aluno da escola, visando construir a identidade do aluno.

É um projeto que visa discutir atitudes e valores com a comunidade escolar. Neste projeto podem ser abordados temas como moradia, qualidade de vida (esporte e lazer), cultura, alimentação, educação e família.

É um tema que possui um enfoque social muito abrangente e deve ter a participação de orientadores e pais. Observe que, apesar de o tema ser da área de Ciências Humanas, a coleta de dados para o tratamento da informação por meio da Estatística é imprescindível. Essa é uma forma de mostrar a utilidade da Matemática e o que ela pode fazer pela Educação.

2) Estudo do meio ambiente e sua preservação.

Dentro de uma perspectiva multidisciplinar ou interdisciplinar, o tema pode ser abordado em Português (por meio de textos), em Geografia (falando de vida urbana e rural), em Artes (retratando com as vicinhanças da escola com desenhos, pinturas e maquetes), em Ciências (pesquisando a qualidade da água, as formas de reciclagem do lixo, a higiene dos alunos e da escola). O papel da Estatística é dar suporte a esses estudos, tratando os dados colhidos.

## CONCLUSÃO

O estudo da Estatística tanto nas séries iniciais como em séries mais avançadas tem aplicações de grande relevância social e praticidade no dia-a-dia do cidadão. Procure, nas diversas situações que envolvem Estatística, responder às perguntas: O que se está investigando? Qual a população? Qual a amostra? Que perguntas serão feitas? Qual o instrumento que será utilizado? Como será feita a coleta? As perguntas deverão ser diretas ou não?

Questões dessa natureza irão deslanchar a pesquisa e levar ao objetivo traçado. Para ter idéias de atividades, leia notícias de jornais ou revistas e discuta com professores e alunos.

Procure, a cada pesquisa, se perguntar qual a forma de coleta de dados mais apropriada.

O estudo de Estatística pode proporcionar o uso de objetos importantes na Matemática, como tabelas e gráficos. Além disso, uma boa organização e interpretação desses dados é importante para que você faça boas análises e tenha idéias de futuras pesquisas.

Aproveite bem, pois é uma parte do conteúdo da Matemática que propicia oportunidades lúdicas para que tanto alunos quanto professores vivenciem problemas práticos da vida e situações contextualizadas na própria comunidade.

### RESUMO

A escolha do tema pesquisado é muito importante na motivação e introdução da Estatística. Normalmente, é necessário selecionar uma amostra, e esta escolha deve ser cuidadosa. Existem maneiras diferentes de coleta de dados, tais como questionários, entrevistas, formulários e pesquisas. Ao elaborar um questionário ou formulário, as perguntas e os itens devem ser diretos, objetivos e claros. Uma coleta organizada facilitará a utilização dos dados.

## ATIVIDADE FINAL

Escolha um desses projetos escolares e divida-o em pelo menos quatro assuntos e elabore um questionário, utilizando perguntas mistas sobre cada um desses itens. Selecione uma amostra para passar os questionários e dê uma sugestão de como poderia ser feita a coleta dos dados.

---

---

---

---

---

---

---

### COMENTÁRIO

*Ao desenvolver esta atividade, você utilizará todas as etapas discutidas nesta aula (coleta de dados, tipos de registros, organização de informações), aplicando os conceitos que foram apresentados.*

## AUTO-AVALIAÇÃO

O ensino da Estatística permite compreender melhor as relações do mundo em que vivemos, sejam elas econômicas ou sociais, e as noções de número e de Geometria.

As atividades propostas têm por objetivo aproveitar situações do cotidiano escolar, do Brasil, dos Temas Transversais e aplicá-los num trabalho inicial de Estatística.

Esperamos que esta aula tenha proporcionado a você boas estratégias para o seu aprendizado e que possa utilizá-las como motivações para o seu estudo. Seria bom ler notícias de jornais com frequência, pois isso lhe trará boas idéias.

Se algum assunto não ficou claro, releia a aula novamente e, caso persista alguma dúvida, procure seu tutor.

## INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você continuará a trabalhar a Estatística, construindo e analisando gráficos e tabelas. Aproveite os exemplos dados nesta aula e complete-os com gráficos e tabelas referentes a cada situação.



## RESPOSTAS

### Atividade 1

a.

Produto	Preço
Abóbora	R\$ 0,39
Alho	R\$ 1,19
Batata	R\$ 0,49
Alface	R\$ 0,09
Vagem	R\$ 1,49
Cebola	R\$ 0,75
Uva	R\$ 1,95
Abobrinha	R\$ 0,69

b. alface e alho

$$c. 1,95 + 1,19 + 2 \times 0,48 = 4,10$$

$$10,00 - 4,10 = 5,90$$

Sobraram R\$ 5,90 de troco.

### Atividade 2

a.  $1280 : 4 = 320$

b.  $5 + 4 + 2 = 11$

c.  $11 \times 320 = 3.520$

### Atividade 3

Envolve com um retângulo cada um dos meses de janeiro a junho e, em seguida, conte o número de retângulos. Você encontrará 20 pessoas que aniversariam no primeiro semestre.

### Atividade 4

Idade	Número de alunos
8 anos	13
9 anos	15
10 anos	6
11 anos	1

**Atividade 5**

População: todos os alunos de todas as 6<sup>as</sup> séries dessa escola.

Amostra:  $6 \times 10 = 60$  alunos.

**Atividade 6**

População: o total de casas da comunidade vizinha.

Amostra: todas as casas.

**Atividade 7**

- a. direta
- b. indireta
- c. indireta
- d. direta

**Atividade 8**

- a. Aspectos alimentares, de higiene, de organização dos espaços da escola e de funcionamento de pessoal.
- b. Construção de um refeitório, a partir da ajuda de alunos e pais. Em se tratando de uma escola pública, mostrar a realidade da escola para a comunidade e pedir uma participação efetiva do poder público. Poderia ser organizado um bazar para arrecadar fundos para a escola, visando uma melhor organização do espaço.

**Você já tem as informações.  
Leia, interprete e construa  
gráficos e tabelas!**

AULA

23

**Meta da aula**

Apresentar a importância da compreensão de gráficos e tabelas.

objetivos

Ao final desta aula, você deverá ser capaz de:

- Compreender a importância de interpretar a informação que nos é transmitida por meio de gráficos e tabelas.
- Conhecer os gráficos de linha, de barra, de setor (pizza) e saber construí-los a partir de uma tabela de dados coletados.
- Associar o tipo de dados (quantidade, seqüencial, proporcional) aos diversos tipos de gráfico.
- Saber utilizar tabelas de dupla entrada.

**Pré-requisitos**

Para expor a informação sob a forma de gráficos e tabelas é importante conhecer bem as operações com fração e, em particular, o manejo de porcentagens.

## CONVERSA INICIAL

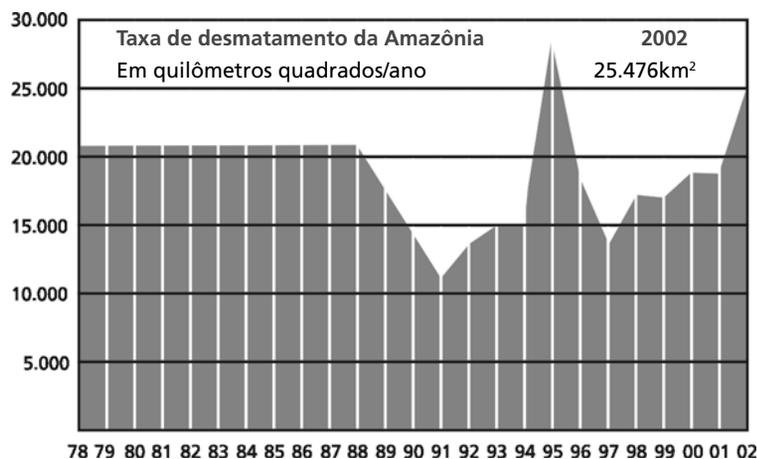
Os veículos de informação hoje em dia estão repletos de gráficos e tabelas. Esse formato gera um impacto maior, pela sua organização e pela associação dos números com as dimensões geométricas (comprimento, área etc).

Sempre nos deparamos com gráficos e tabelas no cotidiano. No entanto, apesar de parecer simples, a leitura da informação nesse formato é uma habilidade a adquirir. Além disso, entender tais informações e saber organizar os dados de maneira a transmitir uma idéia, sob a forma de uma tabela ou de um gráfico, são conhecimentos que, mais cedo ou mais tarde, serão necessários para o desenvolvimento pessoal e profissional de todos os cidadãos.

Ao lado da necessidade, o aprendizado da feitura de gráficos e tabelas é um dos tópicos mais motivantes, tanto individualmente quanto coletivamente. Nesta aula, discutiremos algumas idéias sobre como esse aprendizado poderá acontecer.

## COMEÇANDO

Vamos começar com o que as tabelas e os gráficos nos dizem. O exemplo a seguir foi adaptado de um *site* de notícias na internet e mostra a evolução do desmatamento da Amazônia.



Fonte: Ministério da Ciência e Tecnologia (INPE).

O que você observa?

Uma notícia escrita poderia descrever a situação, mas a imagem do gráfico faz saltar aos olhos o fato de que, entre 1994 e 1996, o desmatamento foi muito superior ao dos outros períodos.

O gráfico mostra também que, após um período de controle, a taxa de desmatamento voltou a subir, provocando alarme e promessa de providências por parte do governo.

Essa forma de visualizar os dados faz parte de nosso cotidiano; transformar números em tabelas e gráficos e saber ler esses formatos para obter informação é uma habilidade importante no nosso dia-a-dia.

Vamos ver agora como construir tais habilidades com nossos alunos.

## COLETA DE DADOS

Todo gráfico começa com uma tabela, mas para ter uma tabela precisamos primeiro coletar dados. Para que nossos alunos compreendam bem o que os gráficos e as tabelas representam é importante ter visto como esses dados se apresentavam antes de ser organizados nesses formatos.

Não podemos apresentar dados tomados sem planejamento; antes de começar a realizar as tabelas e gráficos, devemos ter bem claro que dados queremos mostrar.

No nosso exemplo, vamos procurar saber o sexo e o mês de aniversário de nossos alunos e ver com que frequência esses dados ocorrem. Vamos listar nossa turma imaginária:

Nome	Sexo	Aniversário	Nome	Sexo	Aniversário
Ana	Feminino	Janeiro	Geraldo	Masculino	Junho
Ari	Masculino	Fevereiro	Heitor	Masculino	Fevereiro
Bóris	Masculino	Março	Jair	Masculino	Junho
Bernardo	Masculino	Dezembro	Lais	Feminino	Outubro
Carlos	Masculino	Janeiro	Leonor	Feminino	Julho
Carmem	Feminino	Setembro	Marcos	Masculino	Fevereiro
Daniela	Feminino	Maio	Moema	Feminino	Outubro
Davi	Masculino	Julho	Nair	Feminino	Maio
Ernesto	Masculino	Agosto	Neide	Feminino	Fevereiro
Fábio	Masculino	Abril	Samuel	Masculino	Setembro
Felícia	Feminino	Janeiro	Vantuir	Masculino	Março
Frederico	Masculino	Setembro	Zilda	Feminino	Novembro



Podemos mesclar os dados de sexo e aniversário em um único gráfico:

janeiro				
fevereiro				
março				
abril				
maio				
junho				
julho				
agosto				
setembro				
outubro				
novembro				
dezembro				

Feminino  
 Masculino

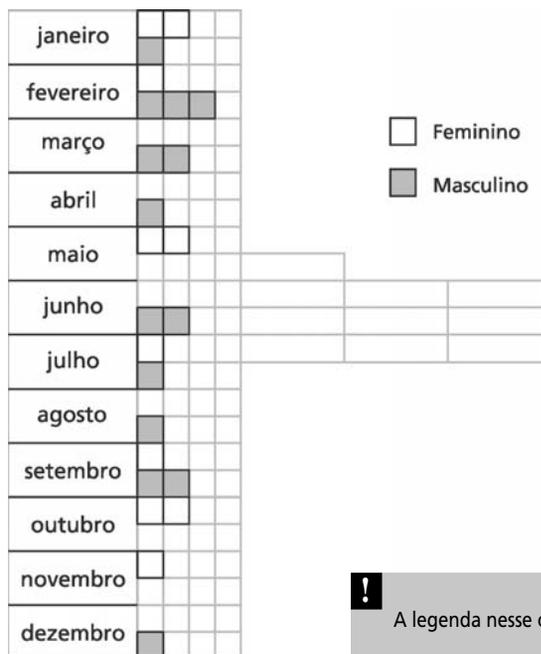
**!** Nesse caso, já podemos utilizar a legenda, ou seja, um determinado parâmetro – cor ou símbolo – para diferenciar características.

outubro																			
novembro																			
dezembro																			

Arrows point from the 4th, 5th, and 6th columns of the grid to the text "4º Trimestre".

Essas tarefas podem ser feitas por grupos de alunos. Uma idéia interessante é comparar os gráficos de sua turma com os feitos por outras turmas ou até por turmas de anos anteriores.

Embora a legenda ajude, a comparação entre a quantidade de alunos de cada sexo não está bem clara. Podemos refinar um pouco a idéia pedindo aos meninos e meninas que produzam seus gráficos em tiras e depois reúnam todos em barras separadas:



#### ATIVIDADE

1. Utilizando a tabela com os nomes dos alunos, faça um gráfico de barras registrando a quantidade de nomes com iniciais diferentes.

## GRÁFICOS DE LINHA – EVOLUÇÃO NO TEMPO

O gráfico de barra mostra somente a quantidade de ocorrências e permite sua comparação. Mas, às vezes, gostaríamos de utilizar um gráfico para mostrar visualmente a evolução de um processo, de um acontecimento. Entender esse tipo de gráfico é uma habilidade importante, embora haja alguma complexidade, pois associa uma imagem visual (o gráfico) a uma sucessão de acontecimentos (progressão no tempo).

Uma atividade bastante motivadora e que ao mesmo tempo exige persistência, constância e responsabilidade dos alunos é a medição da temperatura ambiente ao longo de um mês.

Podemos usar um termômetro de parede (o clínico não funcionará) e medir a temperatura interna e externa ao longo do mês, anotando numa folha fixada na parede da sala.

Recomendações:

- A temperatura deve ser medida *sempre na mesma hora*.
- A temperatura deve ser medida *sempre nos mesmos lugares* (por exemplo, num canto da sala e num mesmo ponto do pátio).
- Uma cópia das anotações deve ser guardada, para o caso de danificação ou perda da tabela fixada na sala.

Para simplificar, mostraremos uma observação de duas semanas (na verdade, de 10 dias, pois descontamos o sábado e o domingo!).

Dias	Sala 10:00	Pátio 10:30	Sol/Nublado/Chuva
3/mar	27	25	Sol
4/mar	29	26	Sol
5/mar	25	27	Sol
6/mar	30	30	Nublado
7/mar	28	30	Nublado
10/mar	29	32	Sol
11/mar	30	31	Sol
12/mar	32	32	Sol
13/mar	35	34	Sol
14/mar	25	26	Chuva

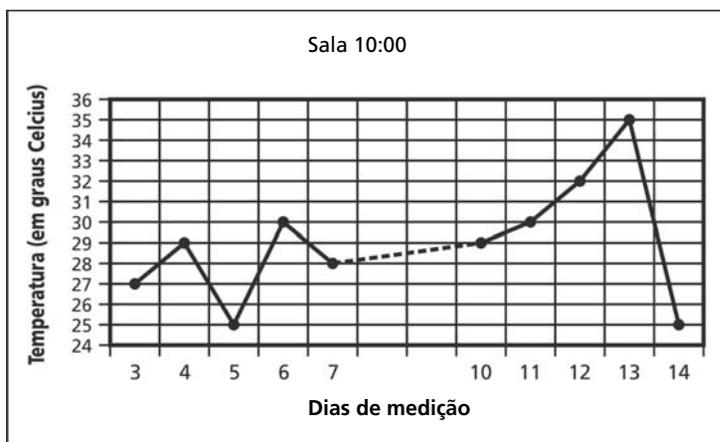


Acrescentamos a observação "Sol/Nublado/Chuva" que pode ser colocada num gráfico de barras.

Vamos construir o gráfico. Primeiro, a temperatura interna.

Observe que:

- As medidas variaram de 25° a 35°. Podemos usar um gráfico que marque de 24° a 36°.
- Colocamos um espaço entre o dia 7 e o dia 10 para manter a coerência entre o tempo decorrido e o espaço no gráfico.
- As legendas são importantes para determinar o que foi medido.



#### ATIVIDADES

2. De acordo com o gráfico anterior, responda:

a. Em que dia a temperatura chegou ao máximo?

---

b. Em que dia a temperatura chegou ao mínimo?

---

c. Houve algum período em que a temperatura só aumentou (ou só diminuiu)?

---

d. Qual foi o aumento (ou diminuição) mais brusco em um único dia?

---

**COMENTÁRIO**

A resposta do item d depende da **inclinação** do gráfico.  
Podemos fazer o gráfico da temperatura fora da sala e fazer as mesmas perguntas.



Se usarmos papel transparente e a mesma escala, podemos sobrepor os dois gráficos:



3.
  - a. Em que dias a temperatura de fora da sala esteve mais alta do que dentro?  
\_\_\_\_\_
  - b. Quando houve queda de temperatura tanto dentro quanto fora da sala?  
\_\_\_\_\_
  
4. Utilizando ainda a tabela com os nomes dos alunos e as datas dos seus aniversários, faça um gráfico de linha que registre o número de aniversariantes em cada mês.
  - a. Em que mês há a menor quantidade de aniversariantes?  
\_\_\_\_\_
  - b. Em que mês há a maior quantidade de aniversariantes?  
\_\_\_\_\_

## GRÁFICOS DE SETORES (PIZZA) – REPRESENTANDO A PROPORÇÃO

Primeiro fizemos gráficos de barra, que só mostram a quantidade de ocorrências. Em seguida, trabalhamos com os gráficos de linha que representam a seqüência de ocorrências em relação à passagem do tempo (na verdade não é sua única utilização, mas é a principal).

Vamos agora trabalhar com gráficos de setor, que são chamados familiarmente “gráficos de pizza”.

Na verdade, eles são a forma natural com que costumamos introduzir o tema de “frações”. Mas antes de fazer isso, podemos trabalhar com o que já sabemos e fazer comparações entre proporções.

Vamos propor uma atividade que apresente a idéia de proporção.

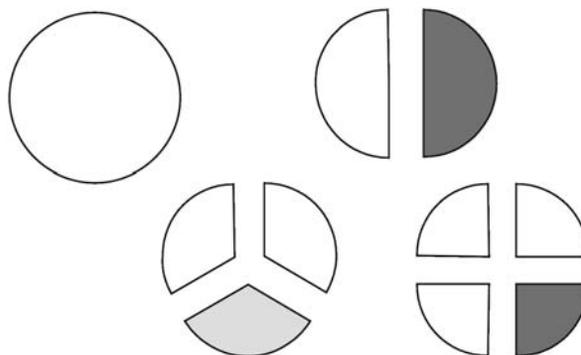
Material:

- Um baralho com 24 cartas, sendo 12 brancas e 12 azuis.



O número de cartas a ser confeccionado deve corresponder ao número de alunos. Porém, nem sempre o número de alunos vai dar “certinho”, isto é, não teremos uma divisão exata. Isso pode ser resolvido criando algumas cartas “especiais” e atribuindo aos alunos que as tirarem a função de conferir o que está sendo feito.

- Preparamos também um círculo com 20cm de diâmetro e outros círculos, do mesmo tamanho, para ser recortados em proporção de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{4}$  conforme modelo ao final deste módulo.



Distribuímos as cartas e pedimos aos alunos que se agrupem, de acordo com a cor da carta que tiraram. Se houver um número ímpar de alunos, podemos prever uma “carta especial” e quem a receber será o “organizador”.

Perguntamos qual é o maior grupo e eles constatarão que os grupos são iguais. Colocando o círculo inteiro no meio da sala, perguntamos de que maneira podemos representar os grupos de forma que a bola fique metade azul e metade branca.

Para irmos adiante, faremos a brincadeira em sentido inverso. Vamos cobrir o círculo da seguinte maneira:



Observem que temos um pedaço azul e dois brancos. Será que conseguiremos separar a turma de maneira que cada setor azul corresponda a dois brancos? Uma boa idéia é deixá-los preparar um novo baralho:

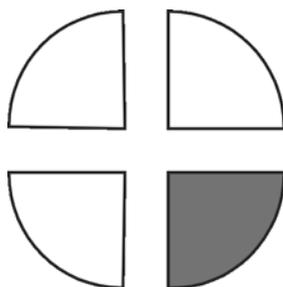
- O novo baralho deve ter 24 cartas (uma para cada aluno).
- O novo baralho deve ter duas cartas brancas para cada azul (16 brancas e 8 azuis).

Vamos começar a separar...

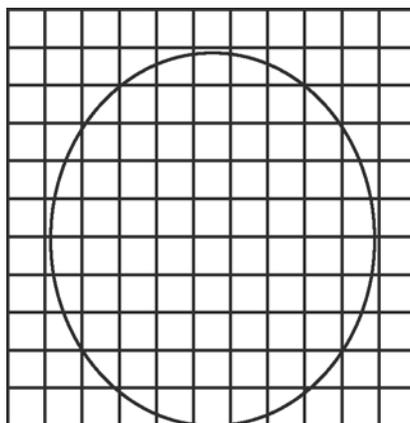


...até completar 24. Podemos agora distribuir as cartas e separar a turma de acordo com as proporções.

Podemos agora repetir a atividade com:



A partir daí, é possível construir gráficos de pizza simples, usando papel quadriculado e círculos pré-desenhados – o que evita a construção de círculos de tamanhos diferentes. Uma alternativa é usarmos um círculo padrão de papelão.



**ATIVIDADE**

5. Faça, a partir da tabela que contém as temperaturas medidas fora da sala de aula, um gráfico de pizza, registrando a quantidade de dias de sol, nublados e chuvosos que ocorreram durante a medição das temperaturas.

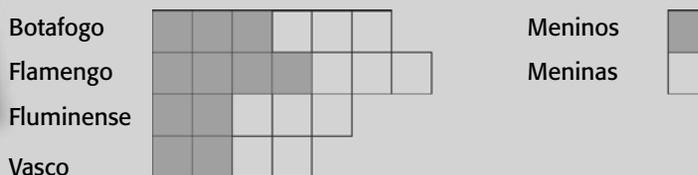
## INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

A construção de gráficos é um passo importante, mas seu aproveitamento só será completo se desenvolvermos a habilidade de interpretar o que os diversos tipos de gráficos dizem.



### ATIVIDADES

6. Observe o gráfico que representa a preferência dos times de futebol dos alunos de uma turma e responda:



a. Qual o time mais popular na turma?

---

b. Qual o time mais popular entre os meninos da turma?

---

c. Qual o time mais popular entre as meninas da turma?

---

7. O gráfico a seguir representa a venda de CD's. Observe-o e responda:



a. Que gênero vende mais?

---

b. Que gênero vende menos?

---

c. Como o gráfico nos dá essa informação?

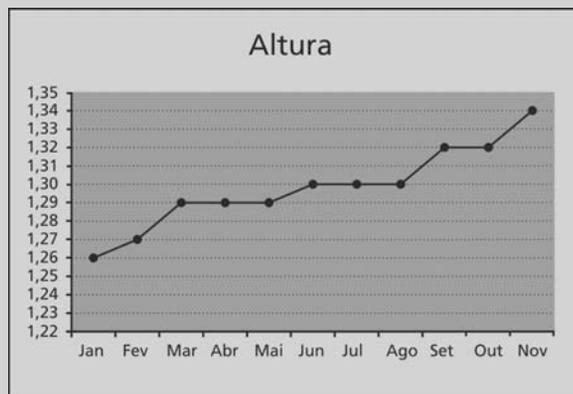
---

d. Se juntarmos os CDs de música sertaneja e os de samba, eles vendem mais ou menos do que o resto?

**COMENTÁRIO**

Para saber o estilo que vende mais CDs, os alunos podem visualizar ou, se necessário, recortar as "fatias" da pizza.

8. No gráfico de linha a seguir estão representadas as alturas de João, medidas no 1º dia de cada mês de um determinado ano. Após fazer uma leitura do mesmo, responda:

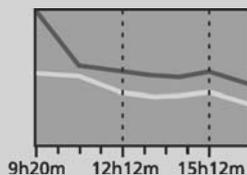


a. Qual a altura de João em julho?

b. Quais os períodos em que ele mais cresceu?

c. Essa linha *nunca* desce? Por quê?

9. O gráfico a seguir mostra a cotação para compra (acima) e para venda (abaixo) do dólar num período do dia.



O gráfico não inclui valores, mas que informação podemos tirar dele?

## TABELAS SIMPLES E DE DUPLA ENTRADA

Você já estudou algumas tabelas nesta aula e não é difícil encontrar tabelas em jornais ou folhetos de propaganda. Existem diferentes tipos, e, uma das mais simples é a que sai às segundas-feiras nos jornais, na seção de esportes. Ela informa a posição das equipes no campeonato de futebol. Por exemplo:

Tabela das eliminatórias da Copa do Mundo em 20/11/2003 e em 15/8/2004

	20/11/2003			15/8/2004	
	País	Pontos		País	Pontos
1	Paraguai	9	1°	Brasil	13
2	Argentina	8	2°	Argentina	12
3	Brasil	8	3°	Chile	11
4	Uruguai	7	4°	Paraguai	11
5	Venezuela	6	5°	Equador	10
6	Peru	5	6°	Venezuela	10
7	Equador	4	7°	Peru	9
8	Chile	4	8°	Colômbia	7
9	Bolívia	3	9°	Uruguai	7
10	Colômbia	1	10°	Bolívia	6

Ou a

Tabela dos preços da cantina

Produto	Preço (R\$)
Cachorro-quente	1,20
Salgadinho	1,00
Refrigerante	1,30
Brigadeiro	1,00
Biscoito	1,50

Mas é comum termos de consultar tabelas mais complexas, que serão muito utilizadas em nossa vida cotidiana e também na construção de outros conceitos matemáticos. São as tabelas de *dupla entrada*.

Por exemplo:

Distâncias	Rio de Janeiro	São Paulo	Belo Horizonte	Salvador
Rio de Janeiro	0	429	434	1649
São Paulo	429	0	586	1962
Belo Horizonte	434	586	0	1962
Salvador	1649	1962	1372	0

Qual a distância de Salvador a Belo Horizonte? Para consultar essa tabela, usamos uma linha (Salvador) e uma coluna (Belo Horizonte) e checamos onde elas se cruzavam. É o que chamamos de *tabela de dupla entrada*.

Às vezes as linhas e colunas são diferentes. Veja a tabela de preços a seguir e responda: qual o preço da calça de tamanho médio?

	Pequena	Média	Grande
Calça	18,00	20,00	23,00
Bermuda	13,00	15,00	17,00
Camiseta	7,00	7,80	9,00
Camisa	10,00	11,00	12,00

## TABELA E TABUADA

Um exemplo de tabela de dupla entrada que podemos construir junto com os alunos é a *tabuada*.

Sobre a tabuada, uma dúvida comum entre pais e professores é saber se eles devem ou não obrigar o aluno a memorizá-la. A resposta é ao mesmo tempo *sim* e *não*.

Não – pois “decorar por decorar” faz com que o aluno esqueça rapidamente.

Sim – se nossos alunos tiverem de recorrer continuamente à tabuada escrita, naturalmente irão memorizando os resultados. Se tiverem uma tabuada à vista irão se acostumando e gravando os resultados sem medo de errar, pois sempre poderão conferir. Claro que para isso é necessário que se crie diariamente o hábito de fazer contas e resolver problemas.

Como já dissemos anteriormente, a *tabuada* apresenta fatos fundamentais importantes de serem conhecidos por nós e pelos alunos. A tabela de dupla entrada é um instrumento que permite explorar regularidades e propriedades das operações.

No nosso exemplo, podemos construir a tabuada de multiplicação junto com os alunos.

Observe que, no caso da multiplicação, a ordem em que vamos efetuar as operações não importa, pois encontraremos o mesmo resultado. Podemos fazer linha vezes coluna ou coluna vezes linha. Esse fato se verifica, pois, para a operação de multiplicação, a propriedade comutativa é verdadeira.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Depois, cada aluno pode construir a sua, sob a supervisão do professor ou professora, e os próprios alunos podem conferir o trabalho uns dos outros.

## CONCLUSÃO

Muitas das informações que serão oferecidas a nossos alunos estarão sob a forma de gráficos ou tabelas. Saber interpretá-los e construí-los é, portanto, muito importante para a participação desses alunos na sociedade.

## RESUMO

Os gráficos de barra são usados principalmente para comparar quantidades. Já os gráficos de linha são mais úteis para visualizar processos. Os gráficos de setor ("pizza") são utilizados para comparar proporções. Apesar de um pouco mais complexas do que as tabelas comuns, as de dupla entrada são muito úteis no dia-a-dia e permitem trabalhar outros conceitos matemáticos.

## ATIVIDADES FINAIS

1. Liste três situações que possam ser retratadas respectivamente por:

a. um gráfico de barras.

---

---

b. um gráfico de linhas.

---

---

c. um gráfico de setores (pizza).

---

---

d. Descreva os tipos de dados mais adequados a cada tipo de representação.

---

---

---

---

2. Dê exemplo de uma pesquisa que você poderia pedir a seus alunos para que eles pudessem construir:

a. um gráfico de barras.

---

b. um gráfico de linhas.

---

## AUTO-AVALIAÇÃO

É importante saber claramente a diferença entre os tipos de dados que podem ser representados pelos gráficos de barra, de linha e de setor. Se tiver alguma dúvida a esse respeito, procure reler o primeiro parágrafo dos itens “Escolha e construção do gráfico”, “Gráficos de pizza – representando a proporção” e “Gráficos de linha – evolução no tempo”. Você também deverá estar bastante familiarizado com o processo de construção desses gráficos a partir de tabelas. Se ainda tiver dúvidas, refaça os exemplos desta aula.

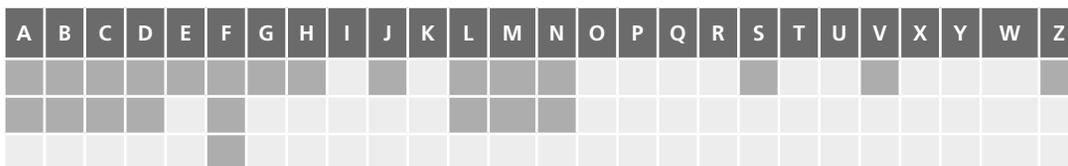


**RESPOSTAS**

**Atividade 1**

Dos 24 nomes da tabela, 2 começam com a letra A, 2 com a letra B, 2 com a C, 2 com a D, 1 com E, 3 com F, 1 com G, 1 com H, 1 com J, 2 com L, 2 com M, 2 com N, 1 com S, 1 com V e 1 com Z.

Uma forma de representar essas freqüências num gráfico de barras seria



**Atividade 2**

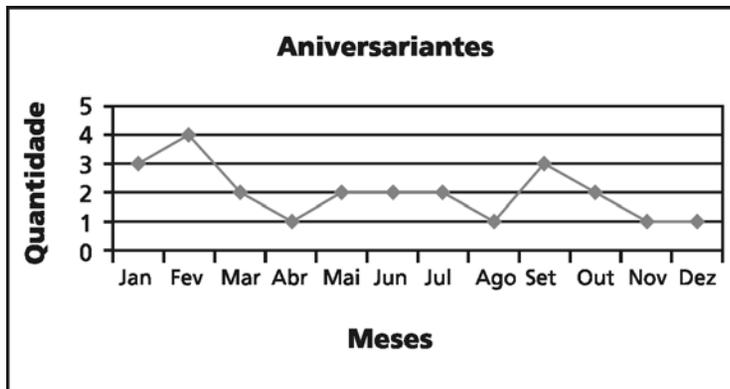
- a. Dia 13.
- b. Dias 5 e 14.
- c. Só aumentou do dia 07 ao dia 13.
- d. Redução de 35° C para 25° C do dia 13 para o dia 14.

**Atividade 3**

- a. Dias 5, 7, 10, 11 e 14.
- b. Do dia 13 para o dia 14.

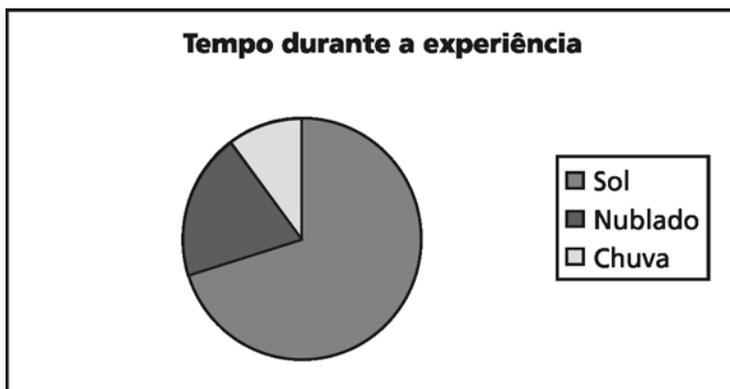
#### Atividade 4

Os meses de abril, agosto, novembro e dezembro são os que apresentam a menor quantidade de aniversariantes (um único aniversário). A maior quantidade de aniversariantes está concentrada no mês de fevereiro. Uma forma de fazer o gráfico de linha seria a seguinte:



#### Atividade 5

Dos dez dias analisados, sete foram de sol, dois nublados e um de chuva. Assim, o setor que corresponde à quantidade de dias de chuva tem uma área igual a  $1/10$  da área total. Já os setores que correspondem aos dias nublados e de sol têm área de, respectivamente,  $2/10$  e  $7/10$  da área total.



**Atividade 6**

- a. Flamengo.
- b. Flamengo.
- c. Botafogo, Fluminense e Flamengo empatam na preferência das meninas.

**Atividade 7**

- a. Samba.
- b. Jazz.
- c. Observando a maior ou menor área do setor circular.
- d. Vendem mais que o restante, pois os dois juntos ocupam mais da metade da área total.

**Atividade 8**

- a. 1,30m.
- b. De janeiro a março.
- c. Não. Porque as crianças ou crescem ou ficam do mesmo tamanho.

**Atividade 9**

No início do período, o valor de compra do dólar era bem maior do que o valor de venda. Porém, com o passar do tempo, o valor de compra caiu bastante, enquanto o de venda permaneceu praticamente constante. A partir de uma determinada hora (aproximadamente na metade do caminho, entre 09:20 e 12:12), o valor de venda passou a cair mais bruscamente do que o de compra. Já a partir de 12h12m, as oscilações sofridas pelos valores passaram a ser iguais (as curvas são paralelas a partir desse instante).

### Atividades Finais

1. Os gráficos de barras permitem visualizar a quantidade de ocorrências dos eventos que desejamos contar e fazer comparações entre essas quantidades, sem levar em conta nenhuma evolução de tempo ou de valor. A quantidade de alunos em uma turma, a quantidade de eleitores de cada candidato à prefeitura e a de torcedores dos principais times da sua cidade são alguns exemplos de situações que podem ser representadas por gráficos de barras.

Os gráficos de linha são úteis para mostrar visualmente a evolução de processos. Uma de suas aplicações mais comuns é mostrar a variação no tempo de vários tipos de grandezas, que vão da cotação de moedas e do valor das ações de uma empresa até a temperatura e o volume de chuva de uma região ou cidade.

Os gráficos de setores permitem comparar as proporções entre as quantidades que medimos. Perceba que as mesmas situações descritas para os gráficos de barras podem ser aproveitadas aqui. Porém, teremos uma visão mais clara da relação entre as quantidades medidas e o total de ocorrências. No caso da contagem de alunos em uma turma, será possível visualizar tanto a proporção entre o número de meninas e o de meninos, quanto a relação entre essas quantidades e o total de alunos da turma. Por exemplo, com um gráfico de setores, é bastante fácil visualizar que mais da metade da “turma imaginária” descrita anteriormente é composta por meninos.

2. Uma boa proposta seria pedir aos alunos que fizessem as contagens apresentadas nesta aula – gênero, time de futebol para o qual torcem, estilo de música favorito, mês de aniversário, iniciais do nome etc. – em outros grupos, como a família ou os amigos. No caso dos gráficos de linha, a experiência da variação da temperatura pode ser repetida na casa de cada aluno e os resultados obtidos por cada um podem ser comparados em sala. A medida da altura de crianças – ou até dos próprios alunos, se for o caso – também pode ser realizada.

## Quando o todo é cem, uma parte é... porcentagem!

AULA

# 24

### Meta da aula

Instrumentar o professor para explicar a relação entre frações, números em forma decimal e porcentagem.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Identificar as porcentagens com proporções.
- Converter em porcentagens frações e números em forma decimal.
- Dar exemplos de aplicações de porcentagem.

### Pré-requisito

Para compreender os conceitos apresentados nesta aula, é importante que você conheça operações com frações e números decimais.

**CONVERSA INICIAL** Uma das idéias mais importantes da Matemática das primeiras séries do Ensino Fundamental é a noção de proporção. Os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam o conceito de Proporcionalidade como um dos que devem ser explorados desde as séries iniciais.

Podemos entender essa noção como intuitiva. Por exemplo, quando fazemos uma receita de bolo para 4 pessoas, usaremos 250g de farinha e 2 ovos. Se o bolo for para 8 pessoas usaremos 500g de farinha e 4 ovos; ou seja, se dobrarmos o número de pessoas, dobraremos os ingredientes da receita.

Nesta aula, vamos nos aprofundar um pouco mais na relação entre os conceitos de proporcionalidade e os de porcentagem.

## PROPORÇÕES E FRAÇÕES

Nem sempre a proporcionalidade é simples como a do exemplo anterior. Se quisermos fazer uma receita para 10 pessoas, a proporção não será expressa de forma imediata por um número inteiro, mas por uma fração, pois 10 não é múltiplo de 4.

Usualmente, essa situação é resolvida dentro da escola, da seguinte forma:

4 pessoas	☒	10 pessoas
2 ovos	☒	x (Quantos ovos?)

Existem muitas maneiras de calcular essa quantidade x. A mais conhecida é a utilíssima “regra de três”. Representamos o esquema anterior pela proporção:

$$\frac{4}{2} = \frac{10}{x} = \text{e lemos: 4 está para 10 assim como 2 está para } x$$

Para encontrar o número de ovos necessários a uma receita para 10 pessoas (x), podemos resolver a proporção acima utilizando a tradicional *multiplicação cruzada*, ou seja,

$$\frac{4}{2} = \frac{10}{x}$$

$$4 \cdot x = 2 \cdot 10$$

$$4x = 20$$

$$x = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

Isto é, precisaremos de cinco (5) ovos.

Claro que o exemplo das receitas é uma situação idealizada. Um bom cozinheiro consegue calcular sua receita sem realizar os cálculos. Queremos apenas mostrar que as noções de fração, de proporção e de regra de três estão todas ligadas à mesma idéia: *Quanto mais* pessoas houver para comer o bolo, *mais* ovos e farinha teremos de usar.

## EXPRESSANDO PROPORÇÕES – FRAÇÕES E PORCENTAGENS

As frações são uma forma de expressar proporções e são suficientes para muitos dos cálculos que faremos. Elas apresentam, no entanto, um inconveniente: cada uma tem seu denominador e nem sempre é fácil compará-los. Por exemplo, qual das duas frações é maior?

$$\frac{3}{5} \text{ ou } \frac{4}{7}$$

Para comparar estas duas frações, temos de igualar os denominadores, ou seja, encontrar frações equivalentes a elas e que tenham o mesmo denominador:

$$\frac{3}{5} = \frac{21}{35} \qquad \frac{4}{7} = \frac{20}{35}$$

E agora podemos perceber que  $\frac{3}{5}$  é maior que  $\frac{4}{7}$ .

Uma idéia interessante para *padronizar* o denominador é a noção de *porcentagem*.



Podemos usar tanto o termo *porcentagem* como o termo *porcentagem*, os dois são equivalentes.



Note que usamos uma das características fundamentais das frações (e das proporções): “multiplicando-se o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número, o valor da fração não se altera.”

Para fazer essa padronização, obedeceremos às seguintes regras principais:

- i. O denominador será *sempre* o número 100, portanto o nome de porcentagem (por + cento)
- ii. O numerador é expresso sob a forma decimal para podermos utilizar os algoritmos de soma, subtração, multiplicação e divisão que o sistema decimal oferece.

Uma razão bastante conhecida é a que indica a divisão “meio a meio”, isto é, cada um fica com  $\frac{1}{2}$ .

Como podemos escrever essa razão de forma que expresse uma porcentagem? Encontrando uma fração equivalente com denominador 100.

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} \text{ ou } 50\%. \text{ Este é o famoso "cinquenta por cento".}$$



Para facilitar a escrita das frações com denominador 100, inventou-se o símbolo % que quer dizer exatamente "SOBRE 100".

Outra forma de expressar esta razão é utilizar a escrita em forma decimal:

$50\% = \frac{50}{100} = 0,50 = 0,5$ , todas estas representações expressam a mesma razão.

Outros exemplos:

Fração	Fração com denominador 100	Porcentagem	Número decimal
$\frac{1}{4}$	$\frac{25}{100}$	25%	0,25
$\frac{1}{8}$	$\frac{12,5}{100}$	12,5%	0,125

Observe que  $\frac{1}{8}$  é metade de  $\frac{1}{4}$ , portanto, 12,5% é metade de 25%.

Podemos utilizar uma máquina de calcular para determinar outras razões em forma de porcentagens. Por exemplo:

Como expressar em porcentagem a fração  $\frac{8}{25}$ ?

$\frac{8}{25}$  é o mesmo que  $8 : 25 = 0,32$ . Para escrever 0,32 em forma de porcentagem, multiplicamos esse número por 100, ou seja,  $0,32 \times 100 = 32$ . Então  $\frac{8}{25} = 0,32 = 32\%$ .

As três formas representam a mesma razão.

Em alguns casos, utilizamos a forma aproximada, pois não conseguimos uma expressão decimal exata para a fração.

Por exemplo:

$\frac{13}{18}$  é aproximadamente  $0,722 = 72,2\%$ .

Se não for necessário precisão, podemos aproximar esse valor para 72%.

Outro exemplo:

$\frac{5}{7}$  é aproximadamente  $0,71 = 71\%$ .

Ou, conforme nossa necessidade:  $0,714 = 71,4\%$ .

Enfim, qualquer razão pode ser expressa como porcentagem ou em notação decimal, e eventualmente de forma aproximada. O caminho a seguir é sempre o mesmo:

- i. Executamos a divisão indicada pela fração.
- ii. O número em forma decimal obtido (exato ou aproximado) corresponde à fração dada.
- iii. Para transformar em razão, multiplicamos por 100 (fazendo a vírgula andar duas casas para a direita).



**ATIVIDADE**

1. Vamos ver se funciona? Complete o quadro a seguir:

Fração	Número em forma decimal	Porcentagem
$\frac{3}{5}$	0,6	60%
$\frac{7}{20}$		
$\frac{7}{12}$		
$\frac{9}{14}$		

## APLICAÇÕES DA PORCENTAGEM

Agora que já entendemos o que é a porcentagem, vamos ver algumas formas de utilizá-la.

Digamos que você gasta R\$30,00 de luz num mês; e suponhamos que seja anunciado um aumento de 12% na tarifa desse serviço. Gostaríamos de responder às seguintes perguntas:

- Em quanto aumentará a minha conta?
- Qual o total que terei de pagar?

Então, 12% é o mesmo que 0,12. Para calcular 12% de 30, efetuamos a seguinte multiplicação:

$$30,00 \times 0,12 = 3,60.$$

O aumento será de R\$3,60 e o novo valor da conta será:

$$30,00 + 3,60 = 33,60$$

Uma forma de calcular diretamente o total é multiplicar  $30,00 \times 1,12 = 33,60$ .  
Por que 1,12, em vez de 0,12 ?

$1,12 = 1 + 0,12$

↓                      ↓  
Corresponde aos 100% do valor inicial da conta      Corresponde aos 12% do aumento

Lembre-se de que  $100\% = \frac{100}{100} = 1$

Mas vamos pensar em coisas boas (e não em aumento da conta de luz). Digamos que você ganhe um salário de R\$800,00 e seu patrão lhe proponha um aumento de R\$72,00. Qual a porcentagem deste aumento?

Já conhecemos o caminho:

$$\frac{72}{800} = 0,09 = 9\%$$

Observe que R\$72,00 é bem maior que R\$3,60 (do exemplo anterior). Mas as porcentagens nos dois casos deixam bem clara a situação:

	Aumento	Em decimal	Em porcentagem
Aumento de salário (R\$800,00)	72,00	0,09	9%
Aumento da tarifa de luz (R\$30,00)	3,60	0,12	12%

Esse exemplo mostra uma das maiores utilidades da porcentagem: ela permite comparar o aumento (ou diminuição) de quantidades diferentes. O aumento da tarifa de luz foi de R\$3,60 e a proposta de aumento de salário é de R\$72,00. Entretanto, *proporcionalmente*, a proposta de aumento é menor do que o aumento da tarifa.

Se quiséssemos que o aumento de salário acompanhasse a tarifa (ou seja, que aumentasse na mesma proporção), teríamos de pleitear um aumento de 12% em relação aos R\$800,00.

$$800,00 \times 0,12 = 96,00$$

Como você pode verificar, já temos um argumento; só falta o padrão concordar.

## PORCENTAGENS E PRESTAÇÕES

O tema que vamos abordar agora é mais complexo. No entanto, como ele está presente em muitas situações importantes da nossa vida diária, vale a pena conhecê-lo melhor.

Um caso em que as porcentagens aparecem com muita frequência é quando calculamos prestações. Costumamos perguntar: “Quanto custa?”, mas esquecemos que o tempo influencia (e muito) o valor do dinheiro. A maneira de calcular essa influência é utilizar os juros.

Começemos com um exemplo típico: quero comprar um rádio que custa R\$50,00. O problema é que não tenho dinheiro *agora*. A loja se propõe a vender o rádio para que eu pague daqui a um mês com 5% de juros.

Isso quer dizer que ela vai “alugar” o dinheiro para mim, cobrando R\$0,05 por mês por cada real que eu ficar devendo. No fim do mês eu estarei devendo (além dos R\$50,00):

$$50,00 \times 0,05 = 2,50.$$

No total, terei de pagar  $50,00 + 2,50 = 52,50$ .

Parece pouco. Mas será mesmo? Vamos imaginar que, em vez de pagar no mês seguinte, eu pagasse um ano depois:

	Devia	Juros	Agora devo
depois de 1 mês	50,00	2,50	52,50
depois de 2 meses	52,50	2,63	55,13
depois de 3 meses	55,13	2,76	57,88
depois de 4 meses	57,88	2,89	60,78
depois de 5 meses	60,78	3,04	63,81
depois de 6 meses	63,81	3,19	67,00
depois de 7 meses	67,00	3,35	70,36
depois de 8 meses	70,36	3,52	73,87
depois de 9 meses	73,87	3,69	77,57
depois de 10 meses	77,57	3,88	81,44
depois de 11 meses	81,44	4,07	85,52
depois de 12 meses	85,52	4,28	89,79

O meu rádio sairia bem mais caro. Esse caso é o que chamamos de “juros compostos”.



#### ATIVIDADE

2. Uma determinada loja de eletrodomésticos vende uma geladeira à vista por R\$600,00 (seiscentos reais). Se você quiser comprá-la a prazo, poderá escolher entre pagar 6 parcelas de R\$102,50 ou 8 parcelas de R\$79,00 ou 12 parcelas de R\$55,00. Em qual das situações você estará perdendo menos dinheiro. Quanto esse acréscimo representa em termos percentuais?

É sempre bom ter cuidado com as prestações – elas em geral trazem embutidos juros altos. Como comparar o valor do dinheiro hoje com o valor do dinheiro *daqui a dois meses*, ou *dois meses atrás*?

Uma maneira de pensar é a seguinte: posso escolher entre, *gastar meu dinheiro agora* ou *depositar numa poupança e receber 1% ao mês*.

Este valor de 1% foi escolhido para o exemplo. Atualmente (no ano de 2004), os juros oferecidos pela poupança variam, sendo um pouco menores do que 1% ao mês.

No nosso exemplo, vamos supor que a loja me ofereça o rádio:

À vista  por R\$50,00

A prazo  em 3 prestações de R\$20,00

Vamos tentar escolher a melhor opção:

À vista  os R\$50,00 valem isso mesmo: R\$50,00

A prestação  vamos investigar um pouco mais.

1ª prestação (agora)  os R\$20,00 valem R\$20,00

2ª prestação (daqui a um mês)  para pagar a 2ª prestação quanto devemos ter na poupança *hoje*?

Note que agora estamos querendo calcular um valor *anterior* e não podemos mais multiplicar. A operação indicada é a operação inversa: *a divisão*.

$$20,00 : 1,01 = 19,80 \text{ (aproximado)}$$

$$\text{De fato } 19,80 \times 1,01 = 20,00$$

Esses R\$19,80 é o que chamamos de valor presente – pois trouxemos o valor de R\$20,00 (daqui a um mês) até o dia de hoje (tempo presente), é como se estivéssemos oferecendo um desconto.

3ª prestação (daqui a dois meses)  para pagar a 3ª prestação quanto devemos ter na poupança *hoje*?

A operação de divisão é outra vez a indicada; como já temos o valor para um mês, basta dividir esse valor outra vez por 1,01:

$$19,80 : 1,01 = 19,60 \text{ (aproximadamente).}$$

$$\text{De fato } 19,60 \times 1,01 \times 1,01 = 20 \text{ (aproximadamente).}$$

Por quanto vai sair este rádio, afinal?

Valor da prestação	Quando	Valor presente
20,00	Hoje	20,00
20,00	Daqui a um mês	19,80
20,00	Daqui a dois meses	19,60
	<b>TOTAL</b>	<b>59,40</b>

É como se estivéssemos comprando este rádio *hoje* por R\$59,40. De quanto foi (em porcentagem) o aumento no preço a pagar?

$$\frac{59,40}{50,00} = 1,188$$

0,188 ou 18,8%

1 = 100% ☒ valor original

ou ainda

$$\frac{9,40}{50,00} = 0,188 = 18,8\%$$

Enfim, as prestações enganam muito e quanto maior o número de prestações, mais facilmente nos enganamos.

## OUTRAS APLICAÇÕES

As porcentagens não servem apenas para questões financeiras. Elas são usadas freqüentemente na Química (proporção de substâncias), na Física (proporção de moléculas) e na Mecânica (aproveitamento percentual de motores), apenas para citar alguns exemplos. Mas não precisamos ir tão longe. Iremos apenas até a cozinha...

Examinemos o rótulo de uma embalagem de leite em pó. A lei obriga que os produtos alimentícios exibam a sua composição por meio da “Informação Nutricional”

Por 20g/(Fração suficiente para o preparo de 200ml)		Quantidade	% VD
Valor calórico		70kcal	3%
Carboidratos		11g	3%
Proteínas		7g	14%
Gorduras totais		0g	0%
Gorduras saturadas		0g	0%
Colesterol	menor que	5mg	1%
Fibra alimentar total		0g	0%
Cálcio		400mg	50%
Ferro		4,2mg	30%
Sódio		80mg	3%
Vitamina A		240mcg RE	30%
Vitamina D		2,3mcg	46%
Vitamina C		18mg	30%

VD: Valores Diários de referência com base em uma dieta de 2.500kcal.

O que dizem as porcentagens da coluna à direita? Elas dizem, por exemplo, que uma porção desse leite (usando 20g do produto) corresponde ao suprimento de 3% dos carboidratos correspondentes a uma dieta de 2500kcal diárias (essa é uma dieta “magra”).

Diz também que uma dose (um copo preparado com 20g desse produto) corresponde apenas a 70kcal (3% das tais 2500kcal da dieta).

Vamos examinar o rótulo de um leite desnatado (na verdade, apenas um pedaço):

Informações nutricionais – Desnatado porção de 200ml ( 1 copo )			
Quantidade por porção		% do VD*	Composição média por 100ml
Valor calórico	80,0kcal	3	40,0kcal
Carboidratos	10,0g	3	5,0g
Proteínas	6,0g	12	3,0g
Gorduras totais	1,0g	1	0,5g
Gorduras saturadas	0g	0	0g
Colesterol	Menor que 5,0mg	1	Menor que 5,0mg
Fibra alimentar	0g	0	0g

Observe que o total de gordura em 200ml é de apenas 0,5 gramas. Como 200ml são aproximadamente 200g, qual a porcentagem de gordura no leite?

$$\frac{0,5}{200} = 0,0025 = 0,25\%$$



Atenção!!! Não é 25% , mas 0,25% !

Se você já teve a oportunidade de ver leite natural, ao ser retirado da vaca, sabe como ele é gorduroso. A maior parte (na verdade, quase toda) da gordura é retirada para fazer queijo, manteiga e outros produtos.

## CONCLUSÃO

As proporções são um instrumento básico da Matemática. São tão importantes que o homem desenvolveu várias formas de trabalhar com elas, segundo as aplicações desejadas. Dentre as formas mais comuns, podemos destacar as frações, os números em forma decimal e as porcentagens.

## RESUMO

Frações são um meio natural de expressar proporções e podem ser transformadas em números decimais e em porcentagens. As porcentagens estão presentes em várias situações do dia-a-dia, como em compras a prazo, em cálculos financeiros e em tabelas de informação nutricional dos alimentos.

## ATIVIDADE FINAL

A tabela a seguir foi encontrada numa embalagem de macarrão. Calcule a porcentagem de carboidratos e de proteínas que existem em 100g do produto. Exprese os resultados encontrados em frações e em forma decimal.

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL – Porção de 100g		
Quantidade por porção		% VD (*)
Valor calórico	360kcal	14
Carboidratos	76g	20
Proteínas	10g	20
Gorduras totais	1g	1
Gorduras saturadas	0g	0
Colesterol	0mg	0
Fibra alimentar	3g	10
Cálcio	15mg	2
Ferro	1mg	7
Sódio	0mg	0

\*Valores Diários de referência com base em uma dieta de 2.500 calorias.

## AUTO-AVALIAÇÃO

Em cada um dos assuntos abordados, você deve se certificar de que realmente entendeu os conceitos e processos. Uma boa maneira de avaliar sua compreensão é tentar comparar os preços que aparecem em anúncios e verificar como as prestações encarecem os produtos. Outra sugestão é procurar nos produtos alimentícios a proporção de calorias, vitaminas etc. Pense também em atividades que poderia desenvolver com seus alunos ou futuros alunos a partir do conteúdo desta aula.



## RESPOSTAS

### Atividade 1

$$7/20 = 0,35 = 35\%$$

$$7/12 = 0,58333... = 58\% \text{ (aproximadamente)}$$

$$9/14 = 0,6428 \text{ (aproximadamente)} = 64,3\%$$

### Atividade 2

$$6 \times 102,50 = 615,00$$

$$8 \times 79,00 = 632,00$$

$$12 \times 55,00 = 660,00$$

Você pagaria 60 reais a mais, se escolhesse as 12 prestações. Essa quantia representa  $60/600=10\%$  do valor original da geladeira.

### Atividade Final

De acordo com os dados da tabela, em 100g do produto há 10g de proteínas e 76g de carboidratos. Assim, há  $10/100 = 10\%$  de proteínas e  $76/100 = 76\%$  de carboidratos.

$$10\% = 0,1 = 1/10$$

$$76\% = 0,76 = 3/4 \text{ (aproximadamente)}$$

Vamos combinar? Uma coisa?  
Não, muitas!

AULA

25

### Meta da aula

Mostrar o pensamento combinatório em diferentes contextos.

# objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Identificar o pensamento combinatório em situações-problema.
- Estabelecer estratégias de cálculo nos problemas que envolvem contagem.

### Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula, você deverá revisar as Aulas 3 e 17 do material didático de Matemática na Educação 1.

**CONVERSA INICIAL**

Trabalhar com as idéias de combinação nas séries iniciais é uma demanda atual. Embora seja de grande importância para a aprendizagem de Matemática, sabemos que só depois da publicação dos PCN e das avaliações dos livros didáticos, que os utilizam como base para esta avaliação, grande parte dos autores passou a incluir atividades relativas a este tema em suas publicações. Os PCN apresentam, no bloco de conteúdo Tratamento da Informação, o seguinte objetivo como um dos conteúdos conceituais e procedimentais: “Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais” (BRASIL, MEC, SEF, 1997, p. 91).

Por outro lado, as pesquisas na área de Educação Matemática têm valorizado a utilização do pensamento combinatório a partir das séries iniciais. Isso justifica a aula sobre esta temática, em que nosso foco será pensar em atividades que ajudarão as crianças a ampliarem seus conhecimentos de maneira consistente em séries mais avançadas.

Na Educação Infantil, atividades que envolvam arrumação, organização de brinquedos e objetos de diferentes maneiras estimulam a construção do pensamento combinatório. Por exemplo: temos duas garrafas e três tampas diferentes, de quantas maneiras podemos tampar estas garrafas? Assim, o professor deve estimular as crianças a tamparem as garrafas de todas as formas possíveis.

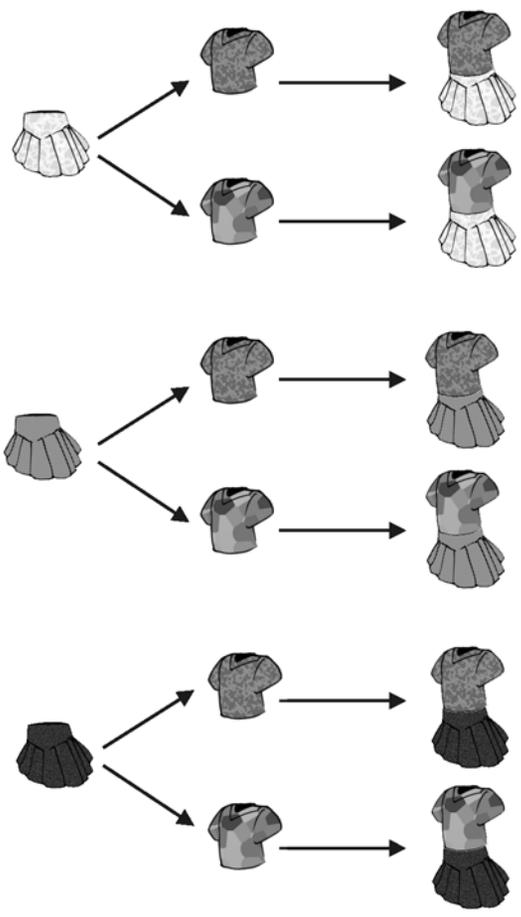
Nesta aula, você vai identificar o pensamento combinatório em diferentes contextos, explorar regularidades numéricas e utilizar estratégias de cálculo.

## COMBINAÇÃO...UMA DAS IDÉIAS DA MULTIPLICAÇÃO

A idéia de combinação é um dos aspectos que envolve o conceito de multiplicação. Já vimos anteriormente este fato. Vamos a seguir resgatá-lo:

Uma menina possui duas blusas diferentes e três saias diferentes. De quantas maneiras distintas ele poderá se vestir?

Se escolhermos primeiro a saia, teremos para cada uma delas, duas opções de blusa. O desenho a seguir mostra uma sugestão de organização para a compreensão de todas as possibilidades existentes. Essa forma de organização chama-se árvore das possibilidades.



Como temos 3 saias e 2 blusas, o total de possibilidades é 6. Ou seja,  $3 \times 2 = 6$ .



**ATIVIDADES**

1. Utilize as saias e blusas do encarte e monte uma árvore de possibilidades, escolhendo primeiro a blusa.

**COMENTÁRIO**

Quando fazemos  $3 \times 2$ , 3 é o número de saias e 2 o número de blusas. Comece a montar a árvore das possibilidades pelas blusas. Nesse caso, o total encontrado será o mesmo, ou seja,  $2 \times 3 = 6$ .



Esta atividade aparece como exemplo na Aula 17 do material didático de Matemática na Educação 1. Essa aula explora as diferentes idéias que envolvem o conceito de multiplicação. Quando falamos de duas blusas e três saias, a noção envolvida no problema é a de combinar. Observe também que apresentamos a organização da solução em forma de tabela.

2. Você vai a um restaurante e tem à sua disposição três tipos de carne, quatro tipos de salada e dois tipos de molhos. De quantas maneiras você pode compor seu prato, escolhendo um tipo de carne, um tipo de salada e um de molho? Considere:

- três tipos de carne: frango, peixe, carne vermelha;
- quatro tipos de salada: salada de alface, salada de palmito, salada verde, salada de cenoura;
- dois tipos de molho: molho rosé, molho de mostarda.

Você encontrará no encarte cartões com cada uma das opções de carne, salada e molho.

a. Monte todas as possibilidades de escolha usando os cartões.

**RESPOSTA**

Aqui apresentamos uma solução para o item a.

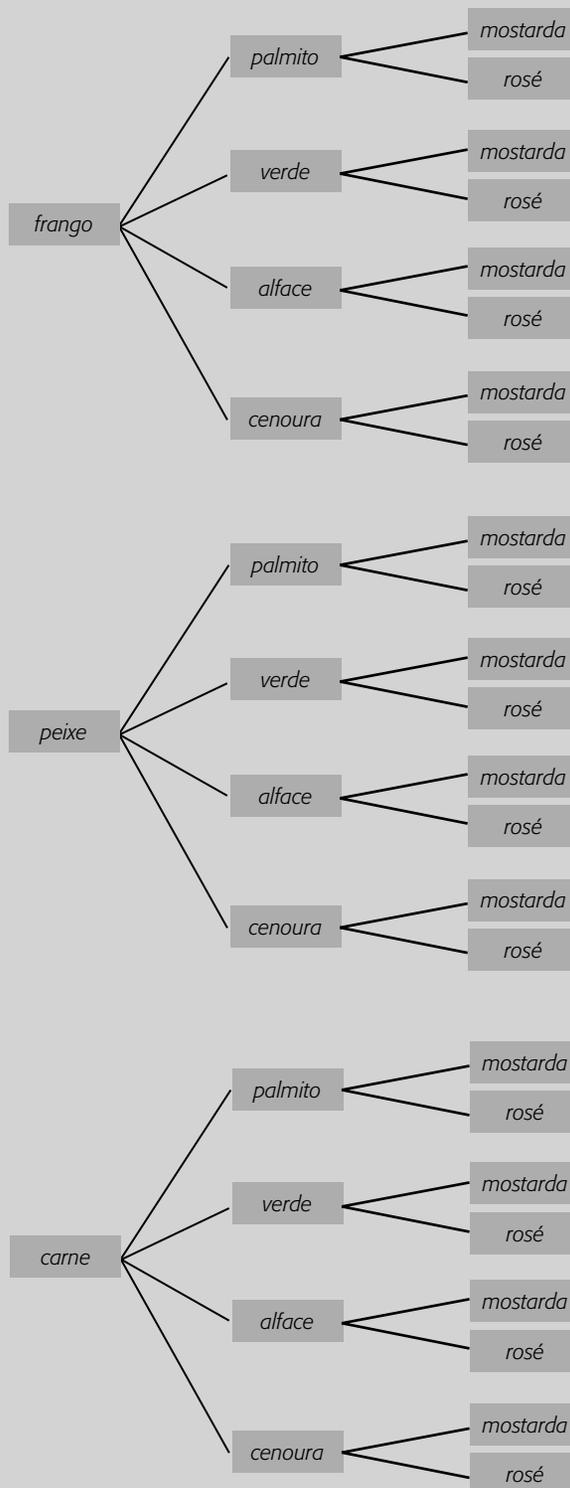
frango, salada de alface, molho rosé	peixe, salada de alface, molho rosé	carne, salada de alface, molho rosé
frango, salada de palmito, molho rosé	peixe, salada de palmito, molho rosé	carne, salada de palmito, molho rosé
frango, salada verde, molho rosé	peixe, salada verde, molho rosé	carne, salada verde, molho rosé
frango, salada de cenoura, molho rosé	peixe, salada de cenoura, molho rosé	carne, salada de cenoura, molho rosé
frango, salada de alface, molho mostarda	peixe, salada de alface, molho mostarda	carne, salada de alface, molho mostarda
frango, salada de palmito, molho mostarda	peixe, salada de palmito, molho mostarda	carne, salada de palmito, molho mostarda
frango, salada verde, molho mostarda	peixe, salada verde, molho mostarda	carne, salada verde, molho mostarda
frango, salada de cenoura, molho mostarda	peixe, salada de cenoura, molho mostarda	carne, salada de cenoura, molho mostarda

*O total de possibilidades para compor o seu prato é de 24, que podemos obter fazendo a multiplicação  $3 \times 4 \times 2 = 24$ .*

**b. Organize três formas diferentes de árvore de possibilidades. Numa das árvores, escolha primeiro a carne; em outra, primeiro a salada; e, na última, primeiro o molho.**

**COMENTÁRIO**

Veja a seguir uma árvore de possibilidades em que primeiro se escolhe a carne, depois a salada e por último o molho.



3. Vamos aproveitar o quadro da Atividade 2 para observar algumas regularidades, respondendo às perguntas a seguir:

Do total de possibilidades, quantas contêm:

- Frango? \_\_\_\_\_
- Peixe? \_\_\_\_\_
- Carne vermelha? \_\_\_\_\_
- Salada de alface? \_\_\_\_\_
- Salada de palmito? \_\_\_\_\_
- Salada verde? \_\_\_\_\_
- Salada de cenoura? \_\_\_\_\_
- Molho rosé? \_\_\_\_\_
- Molho de mostarda? \_\_\_\_\_

- No caso dos pratos com carne, a resposta foi \_\_\_\_, ou seja,  $24 \div 3 =$  \_\_\_\_, onde 3 é a quantidade de tipos de carnes.
- No caso dos pratos com saladas, a resposta foi \_\_\_\_, ou seja,  $24 \div 4 =$  \_\_\_\_, onde 4 é a quantidade de tipos de saladas.
- No caso dos pratos com molho, a resposta foi \_\_\_\_, ou seja,  $24 \div 2 =$  \_\_\_\_, onde 2 é a quantidade de tipos de molhos.

Observe que 2, 3, 4, 6, 8 e 12 são divisores de 24. Além desses números, temos o 1 e o 24, que também são divisores de 24.

Problemas que podem ser resolvidos a partir da multiplicação do número de possibilidades de cada caso utilizam o chamado *princípio multiplicativo*.

Se um fato A pode acontecer de  $m$  maneiras diferentes e um fato B pode acontecer de  $n$  maneiras diferentes, então os fatos A e B ocorrem juntos de  $m \times n$  maneiras diferentes. Por exemplo, na Atividade 1, os fatos são: a menina pode se vestir com duas camisas diferentes e usar três saias diferentes.

O fato *vestir camisa e saia* pode acontecer de 6 formas diferentes, porque ela pode se vestir utilizando as duas camisas e as três saias, ou seja que é  $2 \times 3 = 6$  maneiras diferentes.

## OS BLOCOS LÓGICOS E AS COMBINAÇÕES

Na Aula 3 de Matemática na Educação 1 você poderá encontrar alguns detalhes sobre os Blocos Lógicos de Dienes. Vamos aqui retomar alguns aspectos que julgamos importantes para o estudo sobre o princípio multiplicativo.

Os Blocos Lógicos são um material manipulável, estruturado e de grande importância para trabalhar classificação e seriação nas séries iniciais. Dizemos que ele é estruturado porque foi concebido segundo uma estrutura lógica. Possui quatro atributos, ou seja, cor, forma, espessura e tamanho. O atributo cor possui três valores: amarelo, azul e vermelho. O atributo forma possui quatro valores: triângulo, quadrado, retângulo e círculo. O atributo espessura possui dois valores: fino e grosso. O atributo tamanho também possui dois valores: pequeno e grande.



Uma crítica que é feita a esse material é o fato de ele tratar o conjunto dos quadrados e o conjunto dos retângulos como disjuntos. Teoricamente, isso é um erro, pois todo quadrado pode ser chamado de retângulo. Assim, o conjunto dos quadrados é um subconjunto dos retângulos. Apesar disso, defendemos seu uso, pois possibilita a exploração de várias atividades de classificação e seriação.

Você encontrará no encarte, no final deste módulo, uma versão plana dos Blocos Lógicos. Nesse caso, não temos a espessura, que é o atributo encontrado no material de madeira ou de borracha. Vamos substituir as espessuras pelo atributo traço, que pode ter os valores “com traço” e “sem traço”.



### ATIVIDADES

4. Considerando que os blocos lógicos possuem quatro atributos: cor, forma, espessura e tamanho e que cada atributo possui uma determinada quantidade de valores, ou seja, 3 cores, 4 formas, 2 tamanhos e 2 espessuras (com ou sem traço), responda:

a. Qual o total de peças que compõem os blocos lógicos?

b. Complete as tabelas a seguir com a quantidade de peças referente a cada um dos valores dos atributos.

Cor	Quantidade de peças
Vermelha	
Amarela	
Azul	
Total	

Forma	Quantidade de peças
Quadrado	
Retângulo	
Triângulo	
Círculo	
Total	

Tamanho	Quantidade de peças
Pequeno	
Grande	
Total	

Espessura	Quantidade de peças
Fino	
Grande	
Total	

### COMENTÁRIO

No item a, recorra ao princípio multiplicativo para descobrir o número total de peças dos Blocos Lógicos. Para completar a tabela do item b, você poderá também usar o princípio multiplicativo da seguinte forma: escolhida uma cor – por exemplo, vermelha – terei peças com 4 formas, 2 espessuras e 2 tamanhos; ou seja, um total de  $1 \times 4 \times 2 \times 2 = 16$  peças. O mesmo acontecerá com as amarelas e as azuis. Um outro caminho é pegar o total de peças e dividir pela quantidade de valores desse atributo. Assim, se quero encontrar quantos quadrados existem no material, posso fazer  $48 \div 4 = 12$ , ou seja, dividir 48 pela quantidade de valores do atributo escolhido.

5. Com as informações anteriores, você está pronto para produzir seu próprio material, os Blocos Lógicos. Assim, recorte e pinte as peças cujos modelos estão no encarte. Se preferir, reproduza-os em cartolina colorida.



Como foi dito anteriormente, os Blocos Lógicos enriquecem o trabalho com a classificação. Assim, o professor pode pedir aos alunos que separem por cor, forma, tamanho ou espessura. Ao fazer essa separação, os alunos descobrirão o total de peças vermelhas, quadradas ou finas. Além disso, pode-se explorar outras noções lógicas, como o uso dos conectivos “e” e “ou”. Com perguntas do tipo: Quantas peças são quadradas e vermelhas? Quantas peças são triangulares ou azuis?

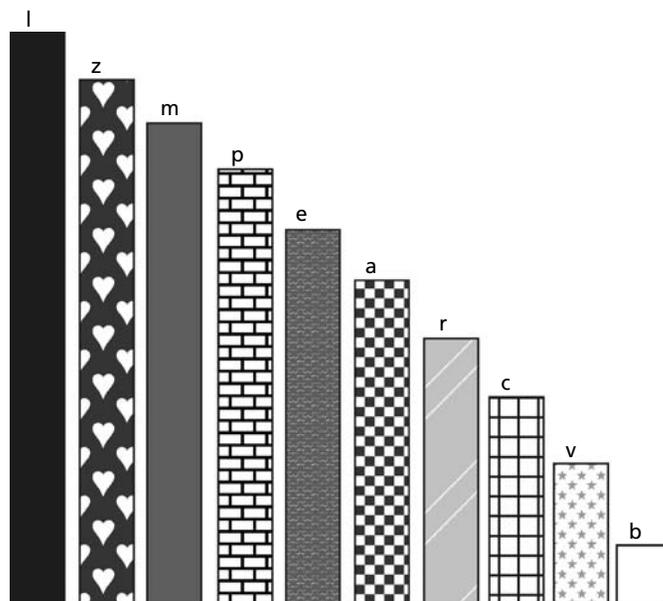
## COMBINANDO COM AS RÉGUAS DE CUISENAIRE

Mais uma vez resgatamos do curso de Matemática na Educação 1, Aula 3, o material didático denominado de Régua de Cuisenaire ou Escala de Cuisenaire.

Esse material é composto por “régua” (em forma de paralelepípedos) de tamanho crescente de 1 a 10, em que cada tamanho está associado a uma cor. Ele é encontrado comercialmente em madeira ou em borracha. Sua forma é tridimensional, mas pode ser confeccionado em cartolina ou qualquer outro material resistente.

Normalmente, a composição do material obedece ao seguinte padrão:

Tamanho	Cor	Letra que representa cada cor	Relacionando com a branca
1	branca	b	$b = b$
2	vermelha	v	$v = 2b = b + b$
3	verde-claro	c	$c = 3b = v + b$
4	roxa	r	$r = 4b = c + b$
5	amarela	a	$a = 5b = r + b$
6	verde-escuro	e	$e = 6b = a + b$
7	preta	p	$p = 7b = e + b$
8	marrom	m	$m = 8b = p + b$
9	azul	z	$z = 9b = m + b$
10	laranja	l	$l = 10b = z + b$



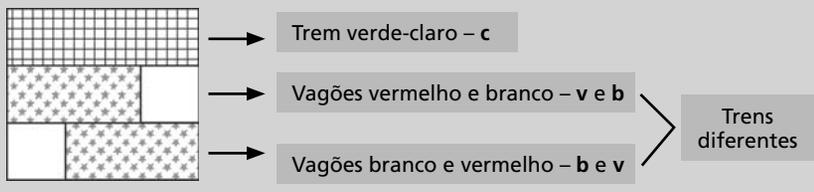
Por sua composição, esse material pode ser usado para explorar adição e subtração, considerando que cada uma corresponda aos números naturais de 1 a 10.

Nesta aula, vamos explorar um outro potencial do material: o trabalho com as combinações. Usaremos as letras para identificar as peças.



**ATIVIDADE**

6. Imagine que cada “régua” do material é um trem ou vagões de um trem. Assim, pegue a régua **r** (cor roxa) e forme todos os trens possíveis do tamanho dessa peça. Mas atenção para a seguinte regra: *ao combinarmos vagões (régua) em ordens diferentes formamos trens diferentes*. Assim, por exemplo, o trem **c** (cor verde clara) tem o mesmo tamanho do trem formado pelos vagões **b** e **v** e também por **v** e **b**. Observe a ilustração a seguir, para entender melhor.



- a. Quantos trens do tamanho do trem **r** você encontrou?  
\_\_\_\_\_
- b. Incluindo o próprio trem **r**, quantos trens têm no total?  
\_\_\_\_\_
- c. Encontre todos os trens do tamanho do trem **a**, incluindo o trem **a**.  
\_\_\_\_\_
- d. Encontre todos os trens do tamanho do trem **c**, incluindo o trem **c**.  
\_\_\_\_\_
- e. Encontre todos os trens do tamanho do trem **v**, incluindo o **v**.  
\_\_\_\_\_
- f. Encontre todos os trens do tamanho do trem **b**, incluindo o trem **b**.  
\_\_\_\_\_

Com as informações que você obteve na Atividade 6, monte uma tabela para explorar regularidades numéricas.

Cor	Tamanho	Quantidade de trens	
branca	1	1	} x 2
vermelha	2	2	
verde-claro	3	4	} x 2
roxa	4	8	
amarela	5	16	} x 2

Observe que, à medida que aumentamos o tamanho do trem de uma unidade, a quantidade de trens que podem ser construídos dobra, ou seja, é a quantidade anterior multiplicada por 2.



**ATIVIDADE**

7. Usando esta regularidade, preencha o restante da tabela.

Cor	Tamanho (m)	Quantidade de trens (t)
branca	1	1
vermelha	2	2
verde-claro	3	4
roxa	4	8
amarela	5	16
verde-escuro	6	
preta	7	
marrom	8	
azul	9	
laranja	10	

Podemos expressar essa regularidade de maneira geral, escrevendo a seguinte relação:  $t = 2^{m-1}$ , em que  $m$  representa o tamanho do trem e  $t$  a quantidade total de trens.



A atividade dos trens já foi trabalhada com alunos de 2ª série do Ensino Fundamental em diante. Numa série do Programa Salto para o Futuro da TV-Escola, exibido originalmente em maio de 2003, você poderá ver como essa atividade foi explorada com as crianças. Se houver um teleposto em sua cidade, não deixe de checar se há gravações desse programa.

No trabalho com as crianças, você poderá pedir que elas construam os trens e representem no papel o que construíram com as régua de Cuisinaire. Nos desenhos, é possível observar se as crianças procuram seguir uma certa proporcionalidade no tamanho das régua e se utilizam as cores correspondentes. Nas representações, podem aparecer as letras iniciais das cores para representar as régua. Nesse caso, seria possível desenvolver nas séries iniciais o pensamento algébrico por meio de generalizações.

## CONCLUSÃO

Exploramos diferentes atividades que envolvem o pensamento combinatório por acreditar que vocês, professores ou futuros professores, possam, a partir dessas idéias, criar outras propostas com seus alunos. O mundo de hoje envolve diferentes escolhas, opções, combinações e associações. A sociedade atual nos cobra a cada instante a abertura de novos *links*. Estamos, constantemente, abrindo e fechando novas janelas de informação. Por isso, julgamos importante que os alunos explorem diferentes possibilidades de combinações.

### RESUMO

As atividades com Blocos Lógicos e Régua de Cuisinaire exploram o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem. Com estes materiais é possível trabalhar com diferentes representações; por exemplo, tabela e árvore de possibilidades. A idéia de combinação está relacionada com a operação de multiplicação.



*Raquel cumprimentou Marcelo*  
*Raquel cumprimentou Bárbara*  
*Raquel cumprimentou Carolina*  
*Raquel cumprimentou Joana*

*Marcelo cumprimentou Bárbara*  
*Marcelo cumprimentou Carolina*  
*Marcelo cumprimentou Joana*

*Bárbara cumprimentou Carolina*  
*Bárbara cumprimentou Joana*

*Carolina cumprimentou Joana*

*Nessa estratégia de contagem contabilizamos  $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$  apertos de mão.*

### **AUTO-AVALIAÇÃO**

Uma forma de fazer a auto-avaliação é investigar pelo menos duas situações diferentes das apresentadas nesta aula que possam explorar o pensamento combinatório. As Atividades 1 e 5 são importantes, pois você, ao produzir e explorar os materiais, estará trabalhando o princípio multiplicativo, que é fundamental nos problemas que envolvam contagem.

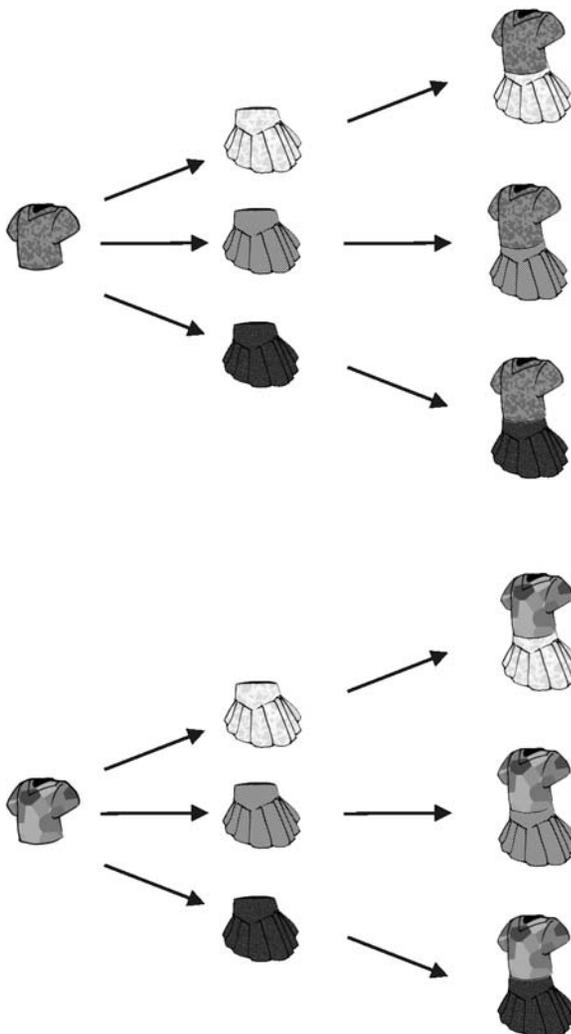
### **INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA**

Na próxima aula, você vai saber um pouco mais sobre as leis que envolvem as noções de probabilidades.



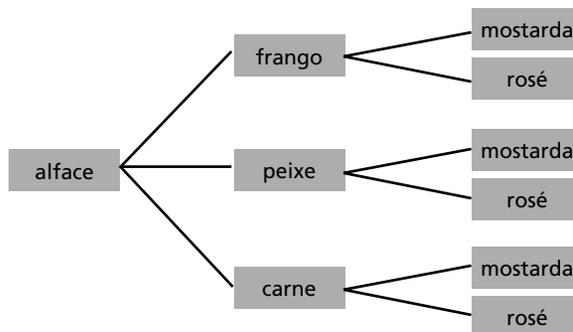
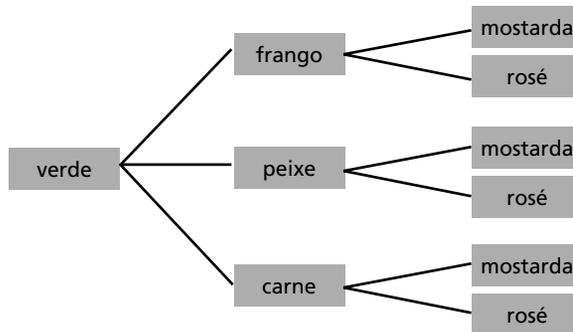
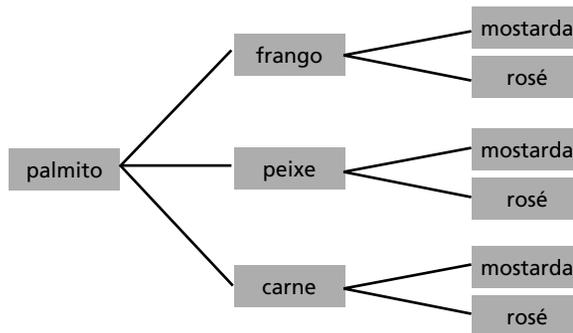
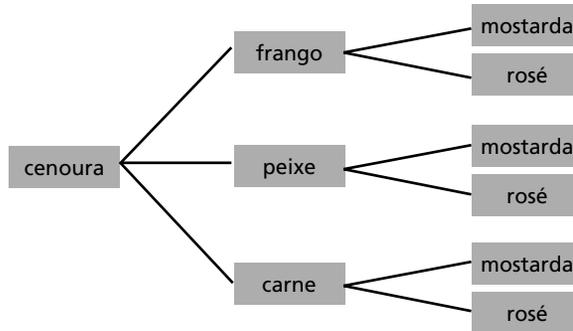
RESPOSTAS

Atividade 1



## Atividade 2b

Aqui apresentamos uma possibilidade de montagem da árvore de possibilidade, começando pela salada.



**Atividade 3**

- a. 8      b. 8      c. 8      d. 6      e. 6  
 f. 6      g. 6      h. 12      i. 12

**Atividade 4**

a.  $3 \times 4 \times 2 \times 2 = 48$

b.

Cor	Quantidade de peças	Forma	Quantidade de peças
Vermelha	16	Quadrado	12
Amarela	16	Retângulo	12
Azul	16	Triângulo	12
Total	48	Círculo	12
		Total	48

Tamanho	Quantidade de peças	Espessura	Quantidade de peças
Pequeno	24	Fino	24
Grande	24	Grande	24
Total	48	Total	48

**Atividade 7**

Cor	Tamanho (m)	Quantidade de trens (t)
branca	1	1
vermelha	2	2
verde-claro	3	4
roxa	4	8
amarela	5	16
verde-escuro	6	32
preta	7	64
marrom	8	128
azul	9	256
laranja	10	512

# Probabilidade: uma medida da incerteza

AULA

# 26

## Meta da aula

Mostrar os conceitos iniciais da Teoria das Probabilidades e de como eles podem se relacionar a situações do cotidiano.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo desta aula, você seja capaz de:

- Identificar um experimento aleatório.
- Identificar os resultados possíveis de experimentos aleatórios simples.
- Listar os elementos de um evento associado a um experimento aleatório.
- Calcular probabilidades de eventos associados a experimentos aleatórios.

## Pré-requisitos

Para acompanhar esta aula sem dificuldades é bom que você releia as Aulas 22, 23 e 24.

## CONVERSA INICIAL

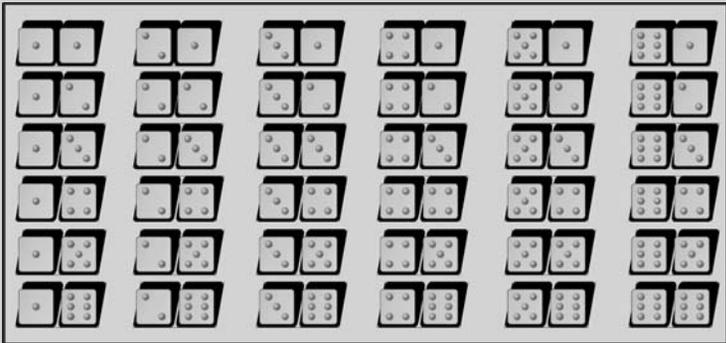
Vamos começar esta aula lembrando o que os Parâmetros Curriculares dizem a respeito da inclusão da Probabilidade no currículo do Ensino Fundamental e o que se espera dessa inclusão:

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).

Achamos necessária essa reflexão, porque este deve ser o único conteúdo deste curso que talvez você desconheça; ainda existe muita discussão a respeito de como e por que ele deve ser abordado nos primeiros ciclos.

Nas Aulas 22 e 23, você viu alguns conceitos estatísticos necessários à organização e leitura de dados, por meio de tabelas e gráficos. Nesta aula, vamos ver como esses conhecimentos podem se relacionar à Teoria das Probabilidades.

Enquanto a Estatística surgiu da necessidade de organizar dados em tabelas e gráficos e sua origem remonta a 5000 anos antes de Cristo, a Teoria das Probabilidades surge no século XVII, quando dois matemáticos franceses (Pascal e Fermat) foram questionados a respeito das chances de resultados em jogos de dados.



O que seria mais provável? Um jogador vencer um jogo que estabelecesse que ele seria vitorioso se tirasse ao menos um seis ao jogar o dado quatro vezes, ou um outro jogo que estabelecesse sua vitória caso ele conseguisse tirar dois seis, ao jogar dois dados, 24 vezes?

A probabilidade surge ao se querer quantificar as possibilidades de ocorrências em experimentos que ainda não se realizaram.

Apesar de ter surgido com jogos, os conceitos probabilísticos hoje em dia são bastante desenvolvidos e necessários para estudar todos os fenômenos aleatórios, ou seja, aqueles acontecimentos cujos resultados não podem ser previstos com toda certeza. Esses conceitos são bastante utilizados nas ciências físicas e biológicas.

Neste curso de Matemática na Educação, você viu que o homem sempre esteve envolvido com medidas e contagens e que a história do número está relacionada a esse objetivo. Mede-se comprimento, área e volume e aqui, nesta aula, vamos medir a incerteza diante dos resultados de certos fenômenos, que são denominados aleatórios.

O acaso está presente em todos os fenômenos da Natureza e em todos os acontecimentos cujos resultados encontram-se fora do nosso controle; ou seja, ele ocorre quando olhamos para o céu e queremos saber se vai chover; quando assistimos ao nosso time jogar e queremos prever se ele vai ganhar ou perder; ou ainda quando compramos um bilhete da loteria e tentamos quantificar as nossas chances; de ganhar algum prêmio. O acaso está presente também na definição do sexo antes do nascimento de todos os animais.

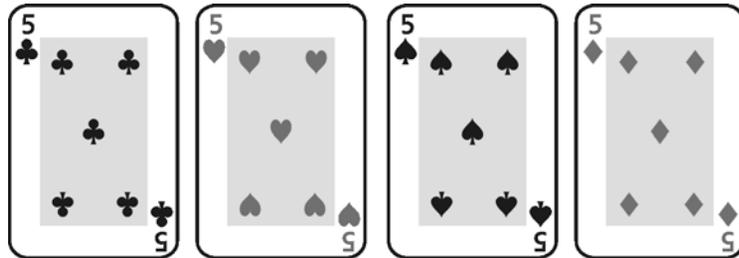
Todos esses fenômenos são aleatórios e o raciocínio que nos leva a quantificar as possibilidades de ocorrência de algum resultado será o assunto desta aula.

## **EXPERIMENTO ALEATÓRIO**

Para medirmos a incerteza relacionada a algum experimento, temos de pensar que ele é aleatório; ou seja, temos de verificar se não podemos intervir no seu resultado. Lançar um dado, uma moeda; realizar um sorteio de nomes ou bolas que estão em uma urna e retirar uma carta de um baralho são exemplos de experimentos aleatórios simples, fáceis de serem realizados e, por isso, muito úteis para serem utilizados no ensino dos conceitos probabilísticos. Quando lançamos uma moeda para o ar, não sabemos se ela, ao cair, ficará com a face da cara ou da coroa para cima, e é isso que denominamos experimento aleatório.

Um experimento aleatório é, portanto, aquele que podemos imaginar resultados possíveis, mas nunca conhecer o resultado antes de realizá-lo.

O lançamento de um dado é um experimento aleatório porque podemos admitir os resultados possíveis, mas não podemos, antes de jogá-lo, conhecer a face que ficará exposta. Retirar uma carta do baralho e tentar adivinhar o naipe que sairá é um experimento aleatório porque podemos intuir os resultados possíveis, mas não prever o naipe da carta escolhida.



### ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTOS

O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório é denominado espaço amostral. O espaço amostral do lançamento de um dado é  $\{1,2,3,4,5,6\}$  do lançamento de uma moeda é  $\{\text{cara}, \text{coroa}\}$ ; e os naipes possíveis ao retirar uma carta de um baralho são  $\{\text{ouro}, \text{copas}, \text{espada}, \text{paus}\}$ .

Qualquer subconjunto de resultados de um espaço amostral denomina-se evento e representa-se por uma letra maiúscula. Tirar um número par ao lançar um dado, tirar cara ao lançar uma moeda ou tirar um naipe vermelho são exemplos de eventos dos experimentos aleatórios definidos anteriormente e podem ser representados como:  $A=\{2,4,6\}$ ,  $B=\{\text{cara}\}$ ,  $C=\{\text{ouro}, \text{copas}\}$ .



**ATIVIDADES**

1.

a) Qual o espaço amostral do experimento que consistirá em lançar um dado e olhar a face que está virada para cima?

---

---

---

b) Se o evento A é definido como *a face que saiu no dado, que é ímpar*, quais os elementos do espaço amostral que pertencem a esse evento?

---

---

---

c) Se o evento B é *a face que saiu no dado, e ela é maior que 4*, quais os elementos do espaço amostral que pertencem a esse evento?

---

---

---

**COMENTÁRIO**

*Lembre que o espaço amostral são todos os resultados possíveis.*

2.

a) Qual o espaço amostral do experimento que consiste em anotar o sexo no nascimento de uma criança?

---

---

---

b) Se no evento B a criança é do sexo *feminino*, quais os elementos do espaço amostral que pertencem a esse evento?

---

---

---

**COMENTÁRIO**

*Esta atividade requer o mesmo conceito utilizado na atividade anterior, por isso é importante utilizar a definição do espaço amostral.*

3.

a) Qual o espaço amostral de um experimento que consiste em lançar dois dados e anotar o resultado? Quantas combinações existem?

---

---

---

b) Se o evento for determinado pela *soma das duas faces ser 8*, quais os elementos do espaço amostral que satisfazem a este evento?

---

---

---

**COMENTÁRIO**

*O espaço amostral desta atividade está ilustrado no box de atenção; mas mesmo assim, você deve escrever todos os pares possíveis e todos os pares cujos resultados da soma é 8.*

4.

a) Ao observar o nascimento de duas crianças em uma família, qual o espaço amostral desse experimento? Quantas combinações existem?

---

---

---

b) Se o evento associado ao experimento da atividade anterior for que *uma das crianças é do sexo feminino*, quais os elementos do espaço amostral que satisfazem a esse evento?

---

---

---

**COMENTÁRIO**

*É importante que você se lembre de que a ordem dos nascimentos faz diferença na enumeração dos resultados finais.*

## CALCULANDO PROBABILIDADE

Conhecemos os resultados possíveis de um experimento aleatório, mas não percebemos seu resultado antes de realizá-lo. Temos então uma incerteza a respeito do que acontecerá. Se alguém quer saber se deve ou não levar guarda-chuva em um determinado dia, por exemplo, no dia 15 de novembro, ela estará querendo medir a sua incerteza a respeito de dois resultados possíveis: chover ou não chover nesse dia. Se uma mãe, ao preparar o enxoval de um filho, quiser uma medida da incerteza a respeito do sexo da criança, ela estará querendo saber qual é a probabilidade de nascimento de cada sexo.

A probabilidade é definida como a medida da incerteza que temos a respeito da ocorrência dos eventos, e pode assumir qualquer número racional compreendido entre zero e um, incluindo o zero e o um. Não esqueça isso, a probabilidade é um número que está compreendido apenas no seguinte segmento de reta numérica.



Assim, podemos falar que um determinado evento tem probabilidade 0 de ocorrer; um outro tem probabilidade 0,10 ou 0,23, ou 0,92, ou 0,99; podemos dizer também que tem probabilidade 1. Fora desse intervalo, não existe probabilidade, pois essa medida foi definida desta forma.

Quando um evento é impossível, a probabilidade de ele ocorrer é zero; ou seja, a probabilidade de *sair o número 7* no lançamento de um dado, ou de haver *um naipe verde* em um baralho, são eventos impossíveis, com probabilidade zero de ocorrência.

Quando definimos um evento que coincide com o próprio espaço amostral, ele é denominado evento certo e tem probabilidade igual a um. Sair no dado um número *menor que sete* ou um naipe que seja *ou de cor vermelha ou de cor preta*, são exemplos de eventos certos com probabilidade um.

Vamos agora refletir a respeito das medidas de incerteza relacionadas à ocorrência de todos os outros eventos, cujas probabilidades são maiores que zero e menores que um.

No lançamento de uma moeda, dizemos que, se ela é honesta, a probabilidade de dar cara é igual à de dar coroa. Assim, se o espaço amostral desse experimento é {cara, coroa} e a probabilidade do evento certo, ou seja, *dar cara ou coroa* é igual a um, então, a probabilidade de o evento *sair cara* é 0,5 e a probabilidade de o evento *sair coroa* é 0,5 também. Podemos representar este resultado com a seguinte notação:  $P(A)=0,5$  e  $P(B)=0,5$ . No lançamento de um dado, dizemos que se ele é honesto, a probabilidade de sair cada uma das suas 6 faces é igual a  $\frac{1}{6}$ . Assim, a probabilidade do evento certo, ou seja, de sair qualquer uma das 6 faces é a soma das probabilidades de sair cada face  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$ . Se definimos o evento como sendo *sair um número par*, que dizer, *sair o número 2 ou o número 4 ou o número 6*, a probabilidade de sair esse evento é a soma das três probabilidades e é igual a  $\frac{3}{6}$  ou seja, é igual a 0,5.



**ATIVIDADES**

5. No lançamento de um dado, identifique os eventos a seguir e calcule a probabilidade de cada um.

Evento 1 – *sair um número ímpar.*

---



---

Evento 2 – *sair um número menor que 3.*

---



---

**COMENTÁRIO**

*Para calcular a probabilidade, relacione o número de elementos do evento com o número de elementos do espaço amostral.*

6. Se fizermos a suposição de que a probabilidade de nascer uma criança do sexo feminino é a mesma de nascer uma do sexo masculino, qual a probabilidade do nascimento de cada sexo?

---



---

**COMENTÁRIO**

*Não se esqueça de que a soma das probabilidades de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório tem que ser igual a 1.*

7.

a) Se consideramos que todos os resultados possíveis no lançamento de dois dados têm a mesma probabilidade, qual a probabilidade de cada um dos resultados?

---



---

b) Qual a probabilidade de as duas faces serem um número par?

---



---

c) Quem teria maior probabilidade de ganhar, quem apostasse na soma ímpar ou na soma par?

---



---

**COMENTÁRIO**

*Estes resultados são ditos equiprováveis; ou seja, todos têm a mesma probabilidade e a soma das probabilidades de todos os resultados do espaço amostral tem que ser igual a 1.*

**EXPERIMENTO ALEATÓRIO X EXPERIMENTO ESTATÍSTICO**

Vamos refletir um pouco sobre o sentido da probabilidade e comparar o significado de uma tabela com probabilidades e com porcentagens. Quando dizemos que a probabilidade de *sair cara* é 0,5, não significa dizer que ao jogarmos a moeda 10 vezes, obteremos cinco caras e cinco coroas, mas podemos dizer, que, se jogarmos um número muito grande de vezes, esperamos que metade das vezes dará cara e metade dará coroa. Isto distingue um experimento estatístico de um experimento aleatório. O estatístico seria o de jogar uma moeda 100 vezes, por exemplo, e contar o número de vezes que saiu cara e o número de vezes que saiu coroa; o experimento aleatório é aquele que não é realizado, mas que fazemos suposições a respeito das probabilidades de ocorrência dos seus resultados. Essas suposições surgem a partir de observações anteriores desse mesmo fenômeno ou a partir de alguma suposição teórica, como, por exemplo, a de que a moeda é honesta.

Probabilidade no experimento aleatório do lançamento de uma moeda honesta

Face da moeda	Probabilidade
Cara	0,50
Coroa	0,50

Freqüência observada nos 100 lançamentos de uma moeda

Face da moeda	Número de vezes	Porcentagem
Cara	48	48%
Coroa	52	52%

Você percebe alguma diferença entre essas duas tabelas? A primeira é o resultado teórico de um experimento aleatório que não foi realizado; ou seja, estamos falando da probabilidade de sair cara ou coroa se lançássemos uma moeda honesta. A segunda tabela refere-se a um experimento estatístico, ou seja, jogou-se a moeda 100 vezes, contou-se quantas vezes saiu cara e quantas vezes saiu coroa e calculou-se a porcentagem de cada resultado.

Em geral, utiliza-se um experimento estatístico com o objetivo de fazer suposições a respeito da probabilidade de um determinado evento. Assim, voltando a dois exemplos já comentados: no primeiro, a pessoa queria saber a probabilidade de chover no dia 15 de novembro para decidir se devia ou não um guarda-chuva; no segundo, uma mãe gostaria de saber a probabilidade de a criança ser do sexo feminino ou masculino, para preparar o enxoval. Em cada um dos casos, seria possível buscar dados estatísticos a respeito do número de vezes que choveu no dia 15 de novembro, nos vinte anos anteriores, ou a respeito do número de vezes que nasceu uma criança do sexo feminino em 1000 nascimentos. Em seguida, a porcentagem obtida seria utilizada como uma estimativa da medida da sua incerteza nesse ano e nesse nascimento, e assim, a partir dessa medida da probabilidade, decidir levar ou não um guarda-chuva ou escolher a cor do enxoval.

## CONCLUSÃO

Esta aula apresentou os conceitos iniciais da Teoria das Probabilidades. Este tópico faz parte do programa de Matemática das Séries Iniciais do Ensino Fundamental que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Apesar de esses conceitos serem os desconhecidos para você, aqui procurou-se mostrar que medir a incerteza faz parte do nosso dia-a-dia. Assim, buscou-se definir e identificar o que é um experimento aleatório e o que significa uma probabilidade de um experimento não observado.

**RESUMO**

Um experimento aleatório é aquele cujos resultados possíveis estão sujeitos às leis do acaso. O conjunto dos resultados prováveis de um experimento aleatório é denominado espaço amostral, e algum resultado específico desse experimento é caracterizado como evento. A medida da incerteza desses resultados chama-se probabilidade e é, por definição, um número racional compreendido entre zero e um; o evento que tem probabilidade zero é denominado evento impossível e o que tem probabilidade um é conhecido como evento certo.

**ATIVIDADES FINAIS**

1. Em um experimento aleatório que consiste em observar o nascimento de três crianças e anotar o sexo, qual o espaço amostral?

---

---

---

**COMENTÁRIO**

*Mais uma vez, esta é uma atividade em que a ordem dos nascimentos interfere nos resultados; todos têm a mesma probabilidade e a soma das probabilidades tem que ser igual a 1.*

2. Se considerarmos que todos os resultados do espaço amostral do experimento anterior têm a mesma probabilidade, qual a probabilidade de não termos nenhuma menina em três nascimentos?

---

---

---

**COMENTÁRIO**

*Para efetuar esse cálculo, determine quantos resultados entre os que você enumerou na atividade anterior satisfazem a essa condição.*

## AUTO-AVALIAÇÃO

Você conseguiu fazer as atividades com facilidade? Esta aula estabelece os primeiros conceitos da Teoria das Probabilidades. Verifique se você sabe o que é um experimento aleatório, se sabe enumerar os resultados possíveis de experimentos simples e calcular as probabilidades de experimentos cujos resultados têm probabilidades iguais. Se você encontrou dificuldades, refaça as atividades, pois no caso da probabilidade, a repetição do raciocínio facilita a aprendizagem.



### RESPOSTAS

#### Atividade 1

- a) {1,2,3,4,5,6}
- b) {1,3,5}
- c) {5,6}

#### Atividade 2

- a) {Masculino, Feminino}
- b) {Feminino}

#### Atividade 3

- a) {(1,1), (1,2),(1,3),....(1,6),(2,1),(2,2)....(2,6),.....(6,1),(6,2),.....(6,6)}; ou seja, há 36 combinações.
- b) {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)}

#### Atividade 4

- a) {(Masculino, Feminino), (Feminino, Masculino), (Masculino, Masculino), (Feminino, Feminino)}
- b) (Masculino, Feminino), (Feminino, Masculino), (Feminino, Feminino)}

#### Atividade 5

Evento1 = { 1,3,5}

$$P(\text{Evento1}) = \frac{3}{6}$$

**Atividade 6**

Se  $P(\{\text{Masculino}\}) + P(\{\text{Feminino}\}) = 1$  e  $P(\{\text{Masculino}\}) = P(\{\text{Feminino}\})$ , então, a probabilidade de cada sexo é 0,5.

**Atividade 7**

a) Você viu que existem 36 resultados possíveis e, assim, a probabilidade de cada resultado é  $\frac{1}{36}$ .

b) Os resultados favoráveis ao evento são:  $\{(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6)\}$ ; ou seja, a sua probabilidade é  $\frac{9}{36}$ .

**Atividades Finais**

1.  $\{(\text{Masculino}, \text{Masculino}, \text{Masculino}), (\text{Masculino}, \text{Masculino}, \text{Feminino}), (\text{Masculino}, \text{Feminino}, \text{Feminino}), (\text{Masculino}, \text{Feminino}, \text{Masculino}), (\text{Feminino}, \text{Masculino}, \text{Masculino}), (\text{Feminino}, \text{Masculino}, \text{Feminino}), (\text{Feminino}, \text{Feminino}, \text{Masculino}), (\text{Feminino}, \text{Feminino}, \text{Feminino})\}$ .

2. São 8 resultados possíveis e apenas 1 que satisfaz o evento; ou seja, sua probabilidade é  $\frac{1}{8}$ .



**Daqui para a frente a  
palavra de ordem é:  
AVALIAR!**

**AULA 27**

**Meta da aula**

Discutir diferentes concepções sobre avaliação.

**objetivos**

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Diferenciar as três concepções de avaliação apresentadas.
- Aplicar em sala de aula uma concepção de avaliação coerente com os objetivos do processo de aprendizagem do aluno.
- Avaliar os alunos dentro de uma perspectiva de resolução de problemas.

**Pré-requisitos**

Nesta aula, os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores serão o “pano de fundo” para discutirmos a Avaliação em Matemática. Alguns exemplos utilizados para a discussão da avaliação serão atividades realizadas por você nas Aulas 6 e 18. Você só precisará voltar a eles se sentir necessidade.

## CONVERSA INICIAL

Avaliação é um tema polêmico. Você, como aluno, já deve ter se sentido injustiçado alguma vez, não? Por exemplo, já lhe aconteceu, em uma avaliação no modelo prova, de não conseguir expressar o que sabia? Ou de ter ouvido algum comentário de um professor sobre seu esforço não ter sido *suficiente*, quando você estava se esforçando tanto?

A avaliação como instrumento de manutenção de poder deve ter ocorrido em algum momento de sua vida acadêmica. Por exemplo, você já fez uma prova em que os professores apostavam no fracasso do aluno? Em que o clima é de tensão e no fim o que importa mesmo é a nota?

Agora se coloque na posição do professor. Você tem a responsabilidade de gerenciar o processo de avaliação e deve observar se seu aluno atingiu ou não os objetivos de um processo ou de uma de suas etapas. E deve fazê-lo procurando despertar a curiosidade e o interesse do aluno. Isso lhe parece uma tarefa fácil?

Parece que o bom senso não é suficiente para ajudar o professor a estabelecer as direções do processo de avaliação. O caminho é o conhecimento de concepções e instrumentos de avaliação e nesta disciplina, em particular, estamos tratando do caso da Matemática.

O professor precisa ter consciência de que deve existir coerência entre a sua atuação em sala de aula e a forma como avalia. Nesse sentido, julgamos necessário apresentar diferentes correntes sobre a forma de conceber a avaliação, em particular, na aprendizagem, de Matemática.

## AVALIAÇÃO COMO MEDIDA

A avaliação como *medida* está associada ao ensino visto com um processo de transmissão de conhecimento. Neste caso, avaliar o aluno é pedir que ele demonstre o quanto é capaz de reproduzir bem o que lhe foi *ensinado*.

Nessa visão, a preocupação inicial é com o processo de ensino e aprendizagem, avaliado ao fim de um determinado período – bimestre, trimestre, semestre ou ano. Observe o esquema da **Figura 27.1**.



Figura 27.1: Avaliação como medida.

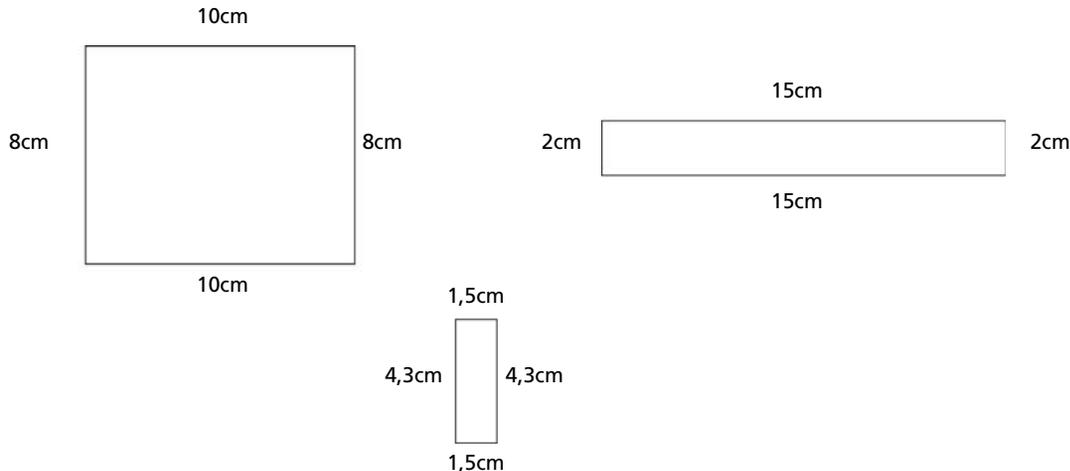
O conhecimento é visto como pronto e a aprendizagem não é um processo, não sofre adequações. Além disso, as propostas de atividades voltadas ao aluno não visam que ele produza a partir do que foi aprendido.

O insucesso do aluno, nesta visão, é responsabilidade do próprio aluno. *Ele não se interessou o suficiente, ele não tem capacidade*, ou ainda, *ele trabalhou pouco*, são os discursos do professor que respaldam o resultado e asseguram a continuidade do processo. Nessa abordagem, o respeito ao professor está relacionado ao seu poder de julgar, avaliar e atribuir notas.

Vamos ver um exemplo da avaliação como medida usando o estudo de perímetros e áreas, vistos por você na Aula 18. Como seria uma exploração desses conteúdos por esse professor?

Nessa concepção de avaliação, esse professor mostra pouca ou nenhuma atenção aos conceitos. Sua prática enfatiza exercícios que servem como modelos, por exemplo:

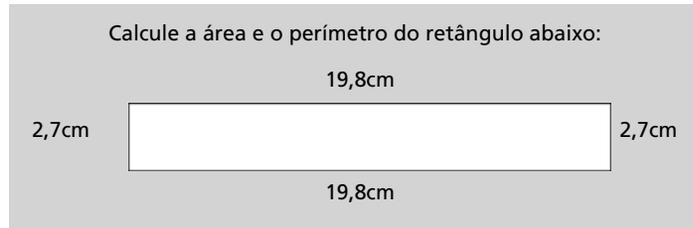
Calcule o perímetro e a área dos retângulos:



A abordagem dos exercícios será mecânica, pois o aluno deverá apenas somar as medidas para calcular o perímetro e multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura para calcular a medida área dos retângulos. O nível de dificuldade aumenta de acordo com o tipo de *conta* que passa a utilizar valores decimais.

Como comentamos na Aula 18, essa abordagem confunde a aprendizagem do aluno sobre os conceitos de perímetro e área. Na hora de fazer os cálculos, ele faz diversos tipos de confusão: troca um pelo outro, soma apenas dois lados no cálculo do perímetro, já que usou dois valores na área.

Na avaliação, provavelmente uma prova escrita e individual, pede-se a esse aluno:

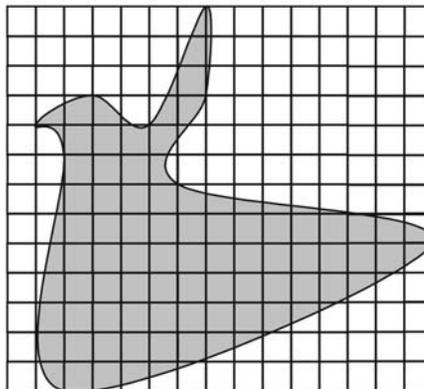


**Figura 27.2:** Exemplo de avaliação como medida.

Solicitando ao mesmo a reprodução do modelo feito anteriormente.

Como você observou no exemplo, nessa ótica, as propostas feitas aos alunos privilegiam a reprodução do que foi ensinado. Essa concepção não estimula a construção do conhecimento e defende a idéia de que ele deva ser absorvido.

Não havendo uma exploração conceitual e crítica dos procedimentos, não há significado para o cálculo aproximado da área ou o perímetro da figura da Aula 18. Veja:



**ATIVIDADE**

1. Imagine-se um professor que não vê o conhecimento dentro de um processo de construção e vê a avaliação como medida. Você está ensinando multiplicação de frações, assunto estudado na Aula 7.

a. Escreva uma maneira de explicar ao aluno a multiplicação de frações.

---



---

b. Elabore uma atividade de avaliação desse conteúdo.

---



---

**COMENTÁRIO**

*Lembre-se de que nessa concepção de avaliação, o professor mostra pouca ou nenhuma atenção aos conceitos e suas questões baseiam-se em exercícios modelos muito parecidos com a forma de apresentação do conteúdo.*

**AVALIAÇÃO COMO DISTÂNCIA**

A avaliação como distância também tem a preocupação de medir. Só que se propôs a criar instrumentos que medissem o conhecimento do aluno de modo mais rigoroso.

É fruto da pedagogia por objetivos, em que se traçavam objetivos gerais e específicos dos conteúdos. Foi conhecida também como *pedagogia por objetivos* e tem origem em uma visão behaviorista, trazendo a avaliação diagnóstica e a avaliação formativa.

Nessa perspectiva, na avaliação considera-se como referência um conjunto de objetivos previamente definidos e separados em três domínios: cognitivos; afetivos e psicomotores; hierarquizados.

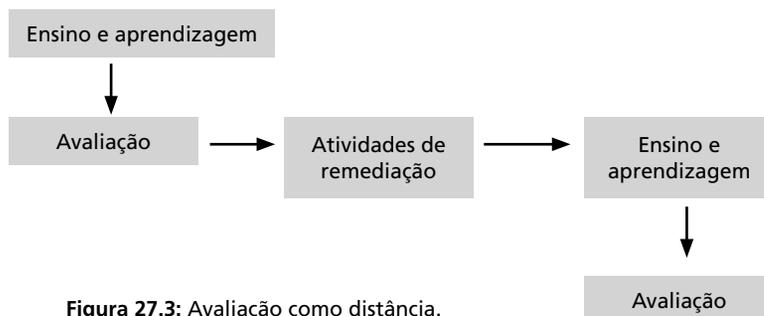


Figura 27.3: Avaliação como distância.

Na prática, esse modelo de avaliação ocorre da seguinte forma: primeiro faz-se um diagnóstico das *falhas* que os alunos têm sobre determinado conteúdo ou procedimento. Esse resultado é encarado como a distância entre o aprendizado do aluno e os objetivos traçados. Depois de determinar as *causas* dessa dificuldade, os alunos são submetidos a uma nova avaliação.

Voltando ao exemplo do perímetro e da área, o professor avalia se o aluno atinge o objetivo de *calcular área e perímetro de quadriláteros*, e faz um primeiro diagnóstico. Remedia, ou seja, desenvolve atividades, usualmente exercícios no mesmo modelo dos realizados anteriormente, e depois reavalia com situações similares às anteriores.

Essa visão de avaliação pode representar a melhora do aprendizado do aluno se o professor, na *remediação*, modifica a metodologia e aborda aspectos que não foram explorados anteriormente. No caso do exemplo do perímetro e da área, a avaliação serve para que o professor perceba que os alunos não sabem o conceito e replaneje suas ações enfocando esse aspecto. Mas isso não ocorre com frequência, pois os objetivos traçados, na maioria das vezes, não têm essa visão.

## AVALIAÇÃO COMO INTERPRETAÇÃO

A avaliação como interpretação deve ser feita de forma contínua, auxiliando o professor e o aluno a compreender o que ocorre com o processo, sinalizando reformulações.

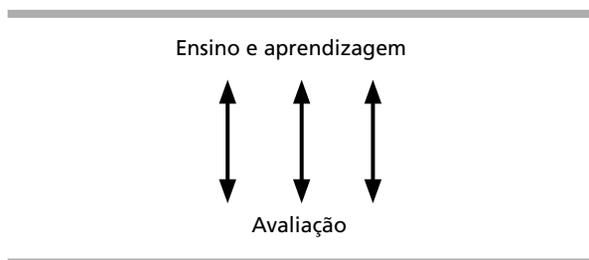


Figura 27.4: Avaliação como interpretação.

Nessa visão, o professor deve interpretar, identificar problemas, gerar hipóteses explícitas, compreender as razões do erro.

Avaliar de forma mais continuada e processual, requer várias habilidades do professor, não sendo uma tarefa fácil e imediata. Além disso, é necessário uma mudança de postura frente ao aluno e frente ao conhecimento: O aluno não pode ser visto pontualmente e sem possibilidades de crescimento; não há teoria, por mais determinista que seja, que considera as pessoas como condicionadas a um destino preestabelecido (BARROS FILHO, 2001).

A avaliação deve gerar, por si mesma, novas situações de aprendizagem, além de ser coerente com os objetivos, os métodos e os principais tipos de atividades do currículo. Ela tem um caráter positivo, focando aquilo que o aluno é capaz de fazer. Deve também ocorrer num ambiente de transparência e confiança, onde críticas e sugestões sejam encaradas como naturais.

Assim, a avaliação não é reduzida a uma quantificação rigorosa, pois é uma avaliação formativa e, como o próprio nome diz, preocupa-se com os meios utilizados pelo aluno na sua formação.



Para atingir objetivos mais amplos no ensino da Matemática devemos diversificar nossas práticas pedagógicas, usando não apenas aulas expositivas, mas um conjunto de fatores como a troca de experiências constante entre professores, compartilhando seus saberes e suas responsabilidades. Quando desejamos que o aluno atinja aspectos da aprendizagem, como o desenvolvimento do senso crítico, a capacidade de comunicação de idéias e a "leitura de mundo", a primeira necessidade que surge é modificar, de forma constante, nossas práticas pedagógicas. Assim, devemos sempre incluir formas diferenciadas de ensino nas nossas aulas, porque isso traz benefícios para o trabalho de Matemática e de todas as outras áreas de conhecimento. Entre as formas mais recomendadas estão o trabalho de grupo e a implementação e o desenvolvimento de discussões, sejam elas em grupo ou com toda a turma.

Dessa forma, assumimos que a avaliação é parte integrante do processo de aprendizagem e deverá ser compatível com as práticas pedagógicas adotadas. Assim, ela deve ocorrer ao longo do trabalho, promovendo situações que favoreçam e possibilitam essa integração da prática utilizada com o objetivo traçado para a aprendizagem. Com isso, a avaliação assume um papel relevante para desenvolver no aluno uma atitude positiva e de autoconfiança em relação ao ensino da Matemática.

O erro deve ser considerado como uma sugestão para o planejamento de ações futuras. Ele é significativo para o processo ensino-aprendizagem.

Diferentes fatores podem ser causa de um erro. Por exemplo, um aluno que erra o resultado da operação  $126 - 39$  pode não ter estabelecido uma correspondência entre os dígitos ao “armar” a conta; pode ter subtraído 6 de 9, apoiado na idéia de que na subtração se retira o número menor do número maior; pode ter colocado qualquer número como resposta por não ter compreendido o significado da operação; pode ter utilizado um procedimento aditivo ou contar errado; pode ter cometido erros de cálculo por falta de um repertório básico (BRASIL, MEC, 1998, p. 59, v. 3).

A avaliação que leva em consideração o erro não se reduz ao certo ou ao errado, mas cria oportunidades para que os alunos refaçam, aprendam e melhorem seu trabalho. Com isso, sinaliza ao professor a evolução, entaves e preferências dos alunos, ajudando-o a melhor preparar e executar o seu trabalho.



#### ATIVIDADE

2. Vamos resgatar algumas situações exploradas em atividades da Aula 6. Caso sinta dificuldade, releia essa aula.

##### Situação 1

1. Carolina ganhou de seu avô um pacote contendo 30 balas. Comeu  $\frac{2}{5}$  do total das balas no mesmo dia.

- Quantas balas Carolina comeu no mesmo dia?
- Como podemos expressar esse resultado, utilizando operações com frações?

##### Situação 2

2. Represente os resultados graficamente e dê os resultados das operações dadas a seguir.

a.  $4 \times \frac{2}{9}$    b.  $\frac{1}{10} \times 7$    c.  $6 \times \frac{1}{6}$    d.  $\frac{2}{9} \times 9$

##### Situação 3

4. Desenhe as figuras e pinte as partes indicadas em cada item registrando as frações obtidas.

a.  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{1}{4}$    b.  $\frac{3}{5}$  de  $\frac{1}{2}$

**Situação 4**

6. Quando multiplicamos  $\frac{1}{4} \times \frac{7}{5}$  encontramos  $\frac{7}{20}$ . Qual será o resultado obtido quando multiplicamos  $\frac{7}{5} \times \frac{1}{4}$ ?

**Situação 5**

7. Resolva as multiplicações a seguir e escreva o resultado na forma irredutível.

a.  $\frac{16}{15} \times \frac{25}{2} =$

b.  $42 \times \frac{2}{7} =$

Imagine que você é um professor e está avaliando o aprendizado de seu aluno com base nas situações apresentadas.

a. Que aspectos do aprendizado você pode avaliar na *situação 1*?

---



---



---

b. E na *situação 2*?

---



---



---

c. E na *situação 3*?

---



---



---

d. E na *situação 4*?

---



---



---

e. E na *situação 5*?

---



---



---

f. Comente sobre a avaliação dessa seqüência de atividades utilizando o conceito de avaliação como interpretação.

---



---



---

**COMENTÁRIO**

Nesta atividade você deverá aplicar o que entendeu da avaliação como interpretação. Para isso, leia com a atenção a seqüência de situações apresentadas e compare-as com as características principais dessa concepção de avaliação.

## A AVALIAÇÃO E OS ATUAIS OBJETIVOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA...

De acordo com o dicionário *Aurélio*, avaliar significa analisar. Mas, sem a definição de objetivos claros e observáveis, como faremos uma análise? Esses objetivos, por sua vez, estão diretamente relacionados à concepção de ensino na qual o professor apóia sua prática pedagógica.

Assim, quando esses objetivos se restringem, por exemplo, à resolução de expressões numéricas, as avaliações serão direcionadas para verificar a capacidade operacional do aluno. Apesar de querermos que o aluno também aprenda os procedimentos, se dermos ênfase a essa perspectiva, poderemos ficar restritos à repetição e à memorização de técnicas. Dessa forma, é preciso ampliar nossa visão sobre o aprendizado e sobre a avaliação.

Os conteúdos assumem o papel central nos objetivos do ensino de Matemática e devem ser trabalhados tanto no aspecto conceitual quanto no procedimental. É necessário tomar cuidado, pois a visão de procedimento não deve ser a de acúmulo de processos, mas a de saber encontrar resultados e justificar se estes são válidos ou não, selecionando os procedimentos adequados e utilizando-os corretamente. Também é necessário produzir argumentos consistentes.

Nessa perspectiva, a avaliação é vista como parte desse processo. Assim sendo, é fundamental que ela dê ao aluno a oportunidade de ler, refletir, relacionar, operar mentalmente e verificar situações mais complexas. Por outro lado, deve possibilitar que o professor reflita sobre seu trabalho, reformule-o e vise novas propostas.

Os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles provas, trabalhos, postura em sala, constituem indícios de competências e como tal devem ser considerados. A tarefa do avaliador constitui um permanente exercício de interpretação de sinais, de indícios, a partir dos quais manifesta juízos de valor que lhe permitem reorganizar a atividade pedagógica (BRASIL, MEC, 1998, p. 59, v. 3).

O educador deve estar atento para que as estratégias utilizadas não *meçam o desempenho* do aluno, mas permitam um processo amplo na busca de novos caminhos para a construção do conhecimento.

Os PCN ilustram essa situação a partir de dois exemplos envolvendo adição e subtração. Observe no **Quadro 27.1**.

**Quadro 27.1:** Exemplos de problemas envolvendo a adição e a subtração

**Exemplo 1:** Pedro tinha 8 bolinhas de gude, jogou uma partida e perdeu 3. Com quantas bolinhas ficou?

**Exemplo 2:** Pedro jogou uma partida de bolinha de gude. Na segunda partida, perdeu 3 bolinhas, ficando com 5 no final. Quantas bolinhas Pedro ganhou na primeira partida?

Observe a diferença entre os dois problemas. O Exemplo 1 envolve uma ação direta sobre as operações de adição e de subtração. Em contrapartida, o Exemplo 2 exige uma compreensão mais ampla dessas duas operações. É importante que nosso trabalho contemple o mesmo conteúdo em situações-problema e que não se diferencie apenas pelo contexto, mas pela maneira como exige a compreensão do aluno.

Os dois problemas são referentes ao 1º ciclo do Ensino Fundamental e, de acordo com os PCN de Matemática, o critério de avaliação relacionado é resolver situações-problema que envolvam contagem e medida, significados das operações e seleção de procedimentos de cálculo.

Esse critério de avaliação, por sua vez, é consequência direta dos objetivos traçados para o 1º ciclo do Ensino Fundamental. Veja:

**Quadro 27.2:** Alguns objetivos do ensino da Matemática no 1º ciclo de acordo com os PCN (1998)

1. Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações.
2. Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.
3. Refletir sobre a grandeza numérica, utilizando a calculadora como instrumento para produzir e analisar escritas.

O trabalho com adição e subtração, nesse ciclo, deve contemplar esses objetivos. A maneira como se dá a aula de Matemática contribui para as avaliações. Ao prever a participação oral ou escrita do aluno, o professor pode acompanhar mais de perto o que eles fazem e pensam. Isso permite avaliar tanto o que os alunos desenvolvem quanto se o trabalho contempla as diferentes abordagens do assunto estudado.

As atividades em que os alunos são avaliados devem se aproximar da estrutura das realizadas em outros momentos. Uma outra questão é pensar em avaliações que contemplem todos os aspectos trabalhados, não apenas o que se considera mais difícil ou fim de um conteúdo.

Incorporar à prática do professor metodologias diferenciadas que incluam várias abordagens do mesmo conteúdo proporciona uma vantagem em termos de avaliação, pois abre portas para que o aluno realize atividades em diferentes situações de ensino. Isso permite que o aluno tenha um olhar mais complexo para o conteúdo e mostre o que pensa em diferentes contextos.

Os conteúdos continuam sendo o foco principal. A diferença é a função que eles desempenham e os objetivos que devem nortear a sua seleção e avaliação.

No entanto, para que a aprendizagem possa ser significativa é preciso que os conteúdos sejam analisados e abordados de modo a formarem uma rede de significados. Se a premissa de que compreender é apreender o significado, e de que para apreender o significado de um objeto ou de um acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos, é possível dizer que a idéia de conhecer assemelha-se à de tecer uma teia (BRASIL, MEC, 1998, p. 80, v. 1).

O enfoque não deverá ser restrito à reprodução, mas à construção do conhecimento matemático frente a novas situações. A avaliação deve ser integrada no processo.

**ATIVIDADE**

3. Suponha que você esteja ensinando adição de frações. Você oferece duas situações a seus alunos: a *situação 1* e a *situação 2*.

*Situação 1*: Quanto é  $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{12} - \frac{1}{16}$ ?

*Situação 2*: Numa escola, os alunos das 4ª série podiam optar por estudar Inglês, Francês ou Espanhol. Metade dos alunos dessa turma escolheu Inglês, e um quarto dos alunos escolheu Espanhol. Que fração da turma escolheu estudar Francês? (Atividade 5 da Aula 3)

a. Qual a diferença entre as duas situações, no que diz respeito à linguagem utilizada na elaboração das questões?

---

---

---

b. Quais as operações com frações que o aluno precisa saber na *situação 1*?

---

---

---

c. E na *situação 2*?

---

---

---

d. Cite uma diferença no que se refere ao conhecimento e às habilidades que o aluno precisa ter para resolver as duas situações apresentadas.

---

---

---

## AVALIAÇÃO NA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA

Já falamos sobre a perspectiva de resolução de problemas nesta disciplina e em Matemática na Educação 1. Ela não consiste em apresentar conceitos e resolver problemas no fim, mas em trabalhar de forma problematizada durante todas as etapas do processo. Mas, sob este ponto de vista, como avaliar a resolução de um problema por parte do aluno?

Veja a seguir o que se pode avaliar em atividades de resolução de problemas.

### Quadro 27.3: O que queremos avaliar nos problemas?

1. capacidades de raciocínio dos alunos;
2. capacidades de selecionar e usar estratégias de resolução de problemas;
3. atitudes e concepções úteis sobre resolução de problemas;
4. capacidades de usar conhecimentos relacionados (com um dado problema);
5. capacidades de avaliar o próprio raciocínio e progresso na resolução de um problema;
6. capacidades de resolver problemas em situações de aprendizagem cooperativa;
7. capacidades de encontrar repostas corretas numa variedade de tipos de problemas.

(ABRANTES, 1997, p. 51)

A partir do quadro, alguns estudos em Educação Matemática buscam criar instrumentos para analisar a resolução dos alunos. Um deles chama-se *Escala holística focada*, apresentada por Abrantes (1995).

Esta escala analisa uma situação-problema, apresentando uma variação de 0 a 4 pontos, veja:

### Quadro 27.4: Escala holística focada

#### 0 PONTOS.

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- Estão em branco.
- Os dados foram apenas copiados do enunciado, mas não há qualquer trabalho com esses dados, ou há algum trabalho mas não parece haver compreensão do problema.
- Apresentam simplesmente uma resposta incorreta.

**1 PONTO.**

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- Há um começo de trabalho para além da simples cópia dos dados refletindo alguma compreensão, mas a estratégia usada não conduziria a uma solução correta.
- Uma estratégia inadequada foi começada, mas não desenvolvida e não há evidência de que o aluno tenha tentado outra. Parece que o aluno tentou uma estratégia que não funcionou e então desistiu.
- O aluno tentou alcançar um sub-objetivo do problema, mas não conseguiu.

**2 PONTOS.**

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- O aluno usou uma estratégia inadequada e chegou a uma resposta incorreta, mas o trabalho mostra alguma compreensão do problema.
- Foi usada uma estratégia adequada, mas: (a) ela não foi suficientemente desenvolvida para chegar a uma solução (por exemplo, o aluno apenas considerou duas entradas numa tabela); ou (b) ela foi implementada incorretamente e por isso não conduziu a qualquer resposta ou conduziu a uma resposta incorreta.
- O aluno alcançou um sub-objetivo do problema, mas não foi mais longe.
- Apresenta uma resposta correta, mas: (a) o trabalho é incompreensível; ou (b) não apresenta qualquer trabalho a não ser a solução.

**3 PONTOS.**

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- O aluno implementou uma estratégia que poderia conduzir a uma resposta correta, mas não compreendeu uma parte do problema ou ignorou uma condição.
- Foram usadas corretamente estratégias adequadas, mas: (a) o aluno apresenta uma resposta incorreta sem que se compreenda porquê; ou (b) foi dada corretamente a parte numérica da resposta, mas ela não está bem indicada; ou (c) falta apenas a resposta.
- Foi dada uma resposta correta e há alguma evidência de terem sido selecionadas estratégias adequadas. Contudo, a implementação das estratégias não é totalmente clara.

**4 PONTOS.**

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- O aluno cometeu um erro ao desenvolver uma estratégia adequada, mas esse erro não reflete falta de compreensão, nem do problema, nem do modo de implementar a estratégia, parecendo ser apenas um erro de cálculo ou cometido ao copiar o enunciado.
- Estratégias adequadas foram selecionadas e implementadas. Apresenta uma resposta correta.

(ABRANTES, 1995, pp. 54-55)

Vamos analisar, a partir da escala apresentada, uma mesma situação problema resolvida de diferentes maneiras.

*Problema:* Um quadrado mágico de ordem três é um quadrado onde dispomos nove números e a soma dos números de qualquer linha, qualquer coluna ou qualquer diagonal deverá ser sempre igual.

Forme um quadrado mágico em que a soma é sempre 15, usando todos os números de 1 a 9. Registre a forma como você pensou.

Solução A:

	5	5	5
Pra encontrar 15 é só somar 5 três vezes.	5	5	5
	5	5	5

Solução B:

	7	6	2
Fui tentando e vi que a soma das linhas e das colunas dá sempre 15.	5	1	9
	3	8	5

Solução C:

5 tem de estar no canto.	5	1	9
$5 + 1 + 9$ dá 15, $5 + 4 + 6$ dá 15 e $5 + 8 + 2$ dá 15 também.	4	8	3
Depois completei os outros números.	6	7	2

Solução D:

Combinções possíveis:		
$9 + 5 + 1$	$9 + 4 + 2$	
$8 + 2 + 5$	$8 + 4 + 3$	
$7 + 5 + 3$	$7 + 6 + 2$	
$6 + 8 + 1$	$6 + 5 + 4$	
1 – duas vezes	6 – três vezes	
2 – três vezes	7 – duas vezes	
3 – duas vezes	8 – três vezes	
4 – três vezes	9 – duas vezes	
5 – quatro vezes		
O único algarismo que aparece quatro vezes é o 5, ele tem que ficar no meio.		
Os números pares têm que ficar na diagonal porque aparecem três vezes.		
6 e 4 e 8 e 2 precisam ficar na mesma diagonal para que a soma dê 15. Aí completei os números que faltam.		

Solução E:

O 5 tem que ficar na segunda linha e segunda coluna, pois  $15 \div 3 = 5$ .  
 Para que a soma dê 15, que é ímpar, ou tem três números ímpares ou um ímpar e dois pares.  
 Assim, os números pares têm de estar nos cantos. 6 e 4 não podem estar na mesma linha porque a soma da diagonal assim não ia dar 15.  
 Aí coloquei o 6 e o 4 na mesma diagonal. Depois o 2 e o 8 e verifiquei a soma pra colocar os outros números.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Observe que, na solução A, o aluno tentou alcançar um sub-objetivo do problema, mas descartou a condição de os algarismos serem distintos. Podemos analisar essa solução, de acordo com a escala, como 1 ponto.

Na solução C, o aluno implementou uma estratégia que poderia conduzir a uma resposta correta, mas ignorou uma das diagonais. Podemos atribuir 3 pontos.

Na solução E, estratégias adequadas foram selecionadas e implementadas, e o aluno apresentou corretamente a resposta. Assim, a essa solução atribuímos 4 pontos.



**ATIVIDADE**

4. Analise as situações B e D de acordo com a escala apresentada.

---



---



---



---



---



---



---

**COMENTÁRIO**

*É importante que você analise cuidadosamente essa escala, ela será mais um auxílio para que você crie seus próprios critérios de avaliação de problemas.*

## CONCLUSÃO

Procuramos mostrar a você a importância da avaliação do processo ensino-aprendizagem e como essa tarefa pode proporcionar um aprendizado e aperfeiçoamento na sua formação. Durante qualquer avaliação, você deve se questionar: que tipo de avaliação está sendo feito? Estou sendo coerente com as atitudes tomadas em sala de aula? Estou possibilitando ao meu aluno a construção dos conceitos por meio de um processo ou estou levando em conta apenas o produto final?

Não só esses, mas outros questionamentos devem ser feitos por você. Para isso, é importante que você conheça e discuta com seus pares diferentes formas de avaliar.

Não esqueça: tão importante quanto o quê e como avaliar são as decisões pedagógicas decorrentes dos resultados da avaliação. Elas não devem se restringir à reorganização da prática educativa encaminhada pelo professor no dia-a-dia, mas devem se referir também a uma série de medidas didáticas complementares que necessitem de apoio institucional. Dentre elas, podemos destacar o acompanhamento individualizado feito pelo professor fora da classe, o grupo de apoio, as lições extras e outras que cada escola pode criar, ou até mesmo a solicitação de profissionais externos à escola para debate sobre questões emergentes no trabalho.

### RESUMO

A avaliação como medida está associada ao ensino visto com uma transmissão de conhecimento em que o conhecimento é visto como pronto e a aprendizagem não é um processo, pois não sofre adequações. A avaliação como distância se propõe a criar instrumentos que meçam o conhecimento do aluno de modo mais rigoroso. Para isso, considera-se como referência um conjunto de objetivos previamente definidos e separados em três domínios: cognitivos; afetivos e psicomotores, todos hierarquizados. A avaliação como interpretação deve ser feita de forma contínua, auxiliando o professor e o aluno a compreender o que ocorre com o processo, sinalizando reformulações ao longo do ensino.

## ATIVIDADE FINAL

Suponha que você é um professor de Ensino Fundamental e esteja trabalhando a construção do Sistema de Numeração Decimal. Aproveitando as imagens da abertura da Olimpíada de 2004, na Grécia, resolve trabalhar um pouco de História. Elabora então uma seqüência de atividades para desenvolver em suas aulas. Veja:

1. Leva fotos dos símbolos que os povos antigos usavam para registrar quantidades.
2. Relata as dificuldades encontradas por esses povos quando precisavam representar números elevados.
3. Convida a turma a sugerir alternativas para usar o mínimo de símbolos nessas representações.
4. Pede um trabalho sobre os gregos.
5. Desenvolve atividades com bases diferentes de 10.
6. Trabalha os princípios básicos do nosso sistema de numeração.

Você deve avaliar seus alunos nesse trabalho, que é formativo e continuado.

Liste no mínimo três características que devem ser contempladas na avaliação. Entregue a seu tutor.

### COMENTÁRIO

*Ao listar as características, é importante que você esteja atento ao encaminhamento dado a esta atividade e que concepção está fundamentando esta proposta.*

## AUTO-AVALIAÇÃO

Os textos dos PCN e as atividades resgatadas de aulas anteriores, retrabalhadas nesta aula têm o objetivo de mostrar a você diferentes formas de entender e conceber a avaliação.

Você consegue perceber esse aprendizado após esta aula? Uma boa maneira de você avaliar isso é analisar a Atividade 4, em que é feita uma análise criteriosa das soluções dadas pelos alunos. Procurar em aulas anteriores algumas atividades e ver a concepção de avaliação usada em cada uma é uma boa maneira de fixar mais o tema desta aula.

## INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você verá diferentes instrumentos usados para avaliar. Tente se lembrar das diferentes formas de avaliação vividas por você: trabalhos em grupo, provas escritas, apresentações de trabalhos e discuta com outros professores sobre esses instrumentos antes de estudar essa aula.



### RESPOSTAS

#### Atividade 1

- Para um professor que vê a avaliação como medida uma das maneiras de explicar a multiplicação de frações é dizer ao aluno: *para multiplicar duas frações, multiplicamos numerador por numerador e denominador por denominador.*
- Qualquer atividade que vise apenas uma reprodução técnica do conhecimento apresentado.

#### Atividade 2

- Na *situação 1*, desejamos analisar se o aluno compreende a relação todo-parte na resolução de problemas e se ele consegue expressar essa relação utilizando uma multiplicação.
- A *situação 2* envolve a multiplicação de número por fração ou fração por número, onde podemos avaliar se o aluno compreende esse conceito graficamente e consegue chegar ao resultado da operação.
- Na *situação 3*, analisamos a representação gráfica de fração por fração.
- Na *situação 4*, focamos a propriedade comutativa da multiplicação.
- Finalmente na *situação 5*, estamos avaliando a compreensão do algoritmo da multiplicação.
- Na perspectiva da avaliação como instrumento, a avaliação está inserida em todos os aspectos trabalhados para a exploração do conceito da multiplicação. Assim, ela não pode ser analisada separadamente do conjunto conceitual e metodológico realizado. Observe ainda que cada situação sinaliza ao professor se será preciso retomar algum caminho antes de prosseguir.

**Atividade 3**

- a. A *situação 1* exige a leitura de números racionais, no caso, frações. A *situação 2* exige que o aluno leia um texto em linguagem corrente, identifique as frações e interprete-o.
- b. Adição e subtração.
- c. Adição e subtração. Mas dependendo do caminho de resolução pode-se usar a multiplicação.
- d. Para resolver a primeira situação, o aluno deve saber a adição e subtração de frações. Na segunda, além disso, ele deve modelar o problema e traçar um caminho para a resolução.

**Atividade 4**

De acordo com a escala apresentada, podemos atribuir a solução B, 3 pontos, pois o aluno considerou as linhas e colunas, mas desconsiderou a diagonal. À solução D, podemos atribuir 4 pontos, pois o aluno implementou estratégias adequadas e apresentou corretamente a resposta.



# É agora ou nunca! Escolha seus instrumentos para... Avaliar

# AULA 28

## Meta da aula

Explicar diferentes tipos de instrumentos de avaliação e a importância de cada um.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Dar exemplo dos diferentes tipos de instrumentos de avaliação.
- Identificar a coerência entre a prática pedagógica e o instrumento de avaliação utilizado.

## Pré-requisito

Para acompanhar esta aula é imprescindível que você tenha estudado a Aula 27.

## CONVERSA INICIAL

Para início de conversa, é bom sabermos que falar de avaliação não é tarefa simples. A maioria das pessoas sente-se desconfortável quando são submetidas a uma avaliação, pois o processo, de uma maneira geral, mexe com aspectos psicológicos difíceis de trabalhar. Por outro lado, quem avalia, nem sempre está preparado para fazê-lo.

Nessa aula, o nosso foco estará sobre os instrumentos de avaliação, presentes num espaço pedagógico, que pode ser a sala de aula, o pátio ou até mesmo um “passeio”. O importante não é o espaço físico, mas o objetivo pelo qual você está reunido com seus alunos. O resultado da avaliação de um determinado grupo está diretamente relacionado com a coerência entre pelo menos três fatores: a sua concepção de avaliação, a prática pedagógica que você desenvolve e os instrumentos de avaliação que você escolhe.

Em virtude da concepção de precisão e do caráter lógico que a maioria dos professores têm da Matemática, os instrumentos que sempre predominaram foram provas, testes e listas de exercícios, todos escritos. Esses instrumentos podem e devem continuar sendo utilizados, mas não devem ser os únicos. Além disso, pode-se fazer uma releitura deles. É nesse sentido que vamos caminhar.



Embora você possa identificar três tipos de avaliação, na Aula 27 não defenderemos a idéia de que determinados instrumentos sejam específicos de cada um desses tipos. Assim, você pode aplicar uma prova escrita e estar utilizando a *Avaliação como interpretação*, como também aplicar um trabalho e estar utilizando a *Avaliação como medida*. É a forma de utilização do instrumento que determina o tipo de avaliação.

**ATIVIDADE**

1. Abaixo temos duas questões aplicadas em provas para alunos de turmas diferentes da mesma série e que têm a mesma professora. A primeira segue o modelo que a professora utiliza em sala de aula, a segunda tem, de acordo com a professora, o mesmo grau de dificuldade da primeira e é aplicada na outra turma.

1. Arme e efetue:

a.  $3 + 306 =$

2. Luíza e Roberto efetuaram a operação da seguinte maneira:

Luíza	Roberto
$\begin{array}{r} 3 \\ + \\ \hline 306 \\ \hline 606 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ + \\ \hline 306 \\ \hline 309 \end{array}$

Qual dos dois acertou? Explique o erro.

---



---



---

a. Segundo a sua avaliação, as questões apresentam o mesmo grau de dificuldade?

---



---



---

b. Em qual das duas você acha que o índice de acertos seria maior?

---



---



---

c. Que características diferenciam (se for o caso) as duas questões?

---



---



---



Experimente aplicar questões desse tipo com seus alunos caso você já seja professor. Caso contrário, você pode pedir a algum professor que o faça.

**COMENTÁRIO**

Questões parecidas com a número 2 põem o aluno frente a frente com um erro muito comum: esquecer de fazer uma avaliação crítica da resposta ou apontar caminhos para a solução.

## CONTRATO DIDÁTICO

É importante que o aluno saiba quais instrumentos serão utilizados na avaliação e que os objetivos estejam claros. É bastante comum o aluno reivindicar pequenos detalhes numa prova, pois julga o erro irrelevante. Do ponto de vista do aluno, isso realmente será verdadeiro se anteriormente o professor não construiu objetivos na resolução de outras questões durante as aulas. As crianças muito pequenas ainda não têm a capacidade de avaliar esses objetivos. Nesse caso, os pais são responsáveis pela negociação.

Por exemplo, se o aluno deve participar das atividades de forma efetiva para ser “bem” avaliado, caberá ao professor lembrá-lo desse acordo em todas as atividades desenvolvidas. O professor não deve achar que o que foi falado está claro e foi incorporado, pois irá se frustrar por não obter o esperado do aluno. O que é ouvido precisa ser refletido pelos alunos em diversas situações. Assim, a atitude do aluno e do professor em relação à avaliação deve ser retomada e comentada para que seja incorporada.

Por mais democráticas que sejam as negociações desse contrato didático, o professor é quem determina o leque de opções. Esse contrato deve ser negociado durante o processo letivo, sem perder de vista as cobranças burocráticas e o tempo vigente das escolas, bimestral ou trimestral, para fechar uma nota, conceito ou relatório. Se o professor utiliza a *avaliação como interpretação*, que pressupõe a avaliação de forma contínua, o momento de parada deve considerar as potencialidades futuras dos alunos.

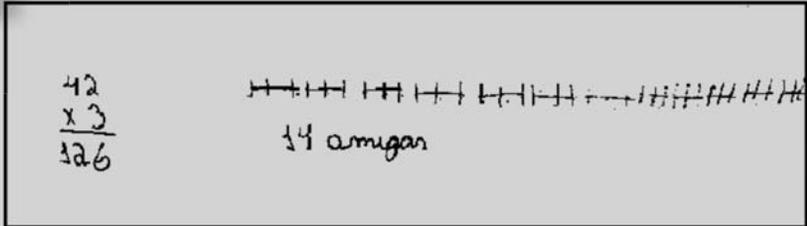
Quando o professor utiliza uma avaliação contínua e coerente com sua prática, ele poderá identificar os objetivos atingidos imediatamente e os que poderão ser atingidos depois.



**ATIVIDADE**

2. A seguir temos um registro da solução dada por uma criança para o seguinte problema:

Maria deu 3 vestidos de boneca para cada uma de suas amigas. Sabendo que ela distribuiu 42 vestidos, quantas amigas ela tem?



a. Como você avaliaria a resolução da criança? Ela acertou ou errou a questão?

---

---

---

b. O que você acha que significam esses dois registros diferentes?

---

---

---

**RESPOSTA**

Agora observe o diálogo entre o entrevistador (E) e a criança que resolveu essa questão (A):

E: Quanto você acha que deu?

A: Maria deu 42 vestidos... É de vezes ou de dividir? [O aluno inicialmente multiplicou 42 por 3, encontrando 126]

E: O que você fez?

A: Perá. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 e 42. [Conta e desenha pauzinhos]

E: O que você fez?

A: Eu usei os pauzinhos.

E: ...Por que 42 pauzinhos?

A: É quantos vestidos ela deu.

E: E o que você está fazendo agora?

A: Agora, eu vou botar três em três para saber quantas pessoas...14 amigas.

*E: E essa conta que você fez aqui? [referindo-se à conta de multiplicação]*

*A: Ela tá errada.*

*E: Tá errada? O que você tinha feito?*

*A: Eu botei  $42 \times 3$ .*

*E: Aí, deu 126? Você acha que essa tá errada? Você acha que a dos pauzinhos é que tá certa?*

*A: Sim.*

*Observou-se que a criança, inicialmente, resolve o problema por uma multiplicação, usando uma representação simbólica. No entanto, não se sente satisfeita com a resposta e resolve o problema usando a representação gráfica (pauzinhos) o que leva a uma resposta diferente. Embora na segunda tentativa, a criança obtenha êxito, isso não a conduz a uma re-elaboração da representação simbólica. A criança não consegue estabelecer uma relação entre a representação simbólica e a representação gráfica, como se essas diferentes formas não tivessem que levar à mesma resposta (BARRETO, 2004).*



As pesquisas em Educação Matemática servem para orientar as práticas dos professores em sala de aula. Sabemos que o professor, devido ao grande número de alunos que tem em sala de aula, não pode fazer o papel do entrevistador. Porém, é importante que ele grude a sensibilidade para perceber o processo de construção de conhecimento da criança. O contrato didático deve permitir que ela utilize diferentes tipos de registros. Um único modelo de resolução de problemas pode criar obstáculos na aprendizagem.

## INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO: QUALITATIVOS E (OU) QUANTITATIVOS?

Em avaliação escolar, a vontade de quantificar com justiça tem mobilizado esforços dos professores e de investigadores dos domínios da sociologia, da psicologia e da pedagogia. Dessa forma, observamos nas pesquisas um aumento das tentativas de construção de instrumentos de medida que possibilitem uma melhor avaliação dos saberes dos alunos. No entanto, o avanço das ciências sociais e humanas veio mostrar a fragilidade desses instrumentos, pois se é verdade que *tudo existe numa quantidade que se pode medir*, é verdade também que o que se passa no interior de cada um não pode ser medido por um observador exterior.

Daí resulta a dúvida entre as pessoas que, no desejo de tudo objetivar, defendem os métodos quantitativos e aquelas que, preferindo contextualizar o indivíduo e descrevê-lo a partir dos dados colhidos na observação direta, optam pelos métodos qualitativos.

A qualitativo alguns associam não só empatia e abertura aos valores, mas também a possibilidade de um aprofundamento que permita a compreensão da realidade na sua dimensão e complexidade, enquanto outros lhe associam subjetividade, fantasia e pouca confiabilidade. A quantitativo, os primeiros associam desumanização, empobrecimento e subjetividade não assumida, enquanto os outros lhe associam precisão, objetividade e seriedade no processo.

Diante da complexidade dos processos de ensino-aprendizagem e da sua avaliação, esboça-se, hoje, uma outra via. Ela propõe a utilização das duas metodologias por meio de um processo que implica a adequação às situações e a articulação entre as várias técnicas e instrumentos.

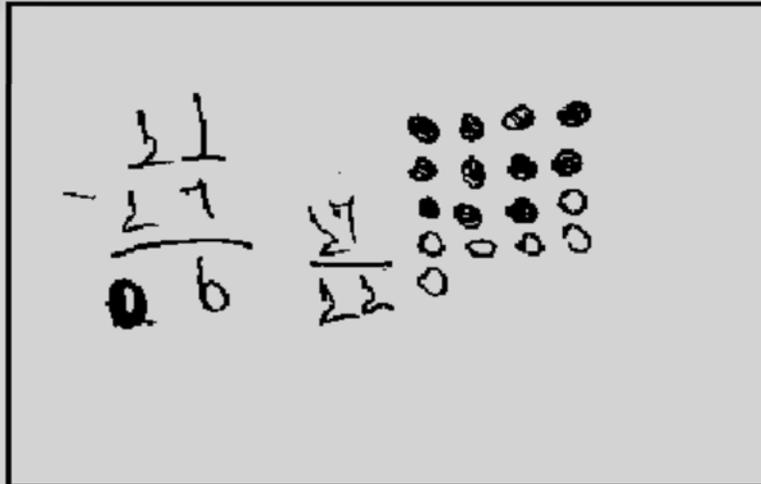
Por mais rigor que os professores queiram dar aos instrumentos de avaliação, a subjetividade está inevitavelmente presente: na escolha que se faz dos itens, no modo como se apresentam, na linguagem que se utiliza. A leitura que o avaliador pode fazer das respostas do avaliado, as expectativas que tem em relação a elas são, ainda, carregadas de subjetividade. Aceitar a subjetividade em avaliação é ainda a forma mais eficaz de tentar controlá-la, evitando a ilusão de que a objetividade é possível e de que *o aluno é aquilo que o teste mede*. Não sendo possível eliminar a subjetividade, é *desejável tentar* diminuí-la e uma forma de se conseguir isso é confrontar cada vez mais as diversas subjetividades que surgem no processo de avaliação, por meio da diversificação dos instrumentos utilizados.



**ATIVIDADE**

3. A seguir temos um registro da solução dada por uma criança para o seguinte problema:

Paulo tem 17 bolas azuis e vermelhas. Se ele tem 11 bolas azuis, quantas bolas vermelhas ele tem?



a. Faça você uma avaliação sobre a resolução dessa criança.

---



---



---



---



---



---

b. Discuta com seus colegas sobre o fato da criança registrar  $11 - 17 = 06$  ?

**RESPOSTA**

*Agora observe o diálogo entre o entrevistador (E) e a criança que resolveu essa questão (A):*

*[O aluno armou a conta e operou da seguinte forma:  $11 - 17 = 06$ ]*

*E: Então, é seis, né? A resposta é seis?*

*A: É.*

*E: Você tem certeza?*

*A: Sim.*

*E: Você sabe fazer de outro jeito essa questão? ... Quer desenhar ou fazer de outro jeito?*

*A: outro jeito...?*

*[O aluno, nesse momento, começou a fazer bolinhas. Ele desenhou 17 bolas e pintou 11, deixando seis sem serem pintadas, representando a subtração que ele fez anteriormente].*

*Observe-se no protocolo e figura anterior que o aluno inicialmente arma a conta de forma errada, mas chega à resposta correta. Quando solicitado a resolver de outra forma, o aluno utiliza-se da estratégia de contagem. Ele desenha as dezessete (17) bolinhas e pinta onze (11) referentes às bolas azuis. Nesse momento, o que ele fez foi contar o todo (17) e uma das partes (11). A quantidade remanescente é também contada e constitui a resposta do problema (BARRETO, 2004).*



Se a prática pedagógica do professor estiver fundamentada numa abordagem qualitativa será importante perceber que a criança, apesar de ter "armado a conta", utilizou uma estratégia de contagem. Identificando esses aspectos, o professor poderá propor atividades ou questões que ampliem a concepção dessa criança em relação ao uso da "conta" relacionada à resolução do problema.

## A DIVERSIDADE DOS INSTRUMENTOS

Existem, em qualquer instrumento de avaliação, alguns aspectos aos quais precisamos estar atentos. Eles são a escrita, a oralidade, o desenho, pois cada aluno dá preferência a uma dessas formas de comunicação. Dentro desses aspectos, podemos pedir ao aluno para resumir, completar, classificar, comparar, refazer etc.

Os materiais que fazem parte dos instrumentos de avaliação podem provocar no aluno algum tipo de inibição ou rejeição se contiverem palavras de significado desconhecido ou objetos de difícil manipulação. Bloqueios afetivos podem também surgir se os materiais forem conotados socialmente. Portanto, é importante que o professor esteja atento a essas informações para promover avaliações da forma mais tranqüila possível.

O contexto em que o instrumento é aplicado influencia também o desempenho do aluno. Se alguns indivíduos gostam de trabalhar isoladamente e têm bons resultados em testes escritos, outros podem acusar bloqueios perante uma folha de papel em branco, sentindo sobre si o olhar do professor. Isto não quer dizer que se deva construir um instrumento de avaliação para cada aluno. No entanto, a diversificação não só é desejável como possível. A tentativa de avaliar com justiça nos leva à criação de outros tipos de instrumentos e até à utilização de ferramentas tradicionalmente ligadas a outras áreas, como entrevistas, relatórios, *portfolios*, apresentações etc.

## **EXISTE UM INSTRUMENTO QUE SEJA MELHOR DO QUE OS OUTROS?**

Não há um único instrumento de avaliação que dê uma resposta completa e clara do processo de aprendizagem dos alunos, pois um mesmo problema, quando apresentado de forma diferente, conduz a níveis de realização diferentes; uma mesma resposta lida por alunos diferentes pode ter interpretações diversas que resultam, por vezes, em avaliações divergentes. Além disso, o mesmo professor, em momentos diferentes, está sujeito a ler diferentemente as mesmas respostas dos alunos.

A dificuldade de escolha de um instrumento de avaliação depende do contexto de realização e das variáveis que interagem: os aspectos sociais, emocionais e do ambiente pedagógico. Os alunos reagem diferentemente aos mesmos instrumentos porque é diferente a maneira como os interpretam e como os aceitam.

O professor deve, na medida do possível, conhecer seus alunos, pois isso permitirá que ele faça uma avaliação informal e intuitiva durante o processo de ensino-aprendizagem.

A utilização repetida e exclusiva de um mesmo tipo de instrumento de avaliação não permite ver o indivíduo sob todos os ângulos, o que pode induzir a erros graves. Se há alunos que evidenciam melhor as suas competências com um determinado tipo de instrumento, cumpre ao professor prepará-los para poderem responder o mais adequadamente possível, qualquer que seja o instrumento utilizado. Há que saber dosar a utilização de diferentes técnicas e instrumentos de avaliação, racionalizando-os no sentido de potencializar os seus valores e estabelecer as dificuldades do seu uso.

É importante que a avaliação seja um tema a ser debatido por todos os professores, e que esteja inserida no projeto político-pedagógico da escola. A utilização de diferentes formas de avaliação busca contemplar o máximo de aspectos possíveis.

Vamos, a seguir, apresentar alguns instrumentos de avaliação, tais como o trabalho em grupo, as avaliações individuais e em duplas, a correção de exercícios, as auto-avaliações, os projetos escolares e o comportamento, dentre outras.

**ATIVIDADE**

4. Abaixo apresentamos duas questões que tem por objetivo localizar números fracionários na reta numérica.

1. Marque os seguintes pontos na reta numérica.

- a.  $\frac{1}{2}$                       b.  $\frac{3}{4}$                       c.  $\frac{5}{4}$                       d.  $\frac{3}{2}$

2. São dados os pontos  $A = \frac{1}{2}$ ,  $B = \frac{3}{4}$ ,  $C = \frac{5}{4}$  e  $D = \frac{3}{2}$ .

a. Quais pontos estão entre 0 e 1?

---

b. Quais pontos estão entre 1 e 2?

---

c. Quais pontos estão entre 2 e 3?

---

d. Se um ponto localiza-se entre 0 e 1, o que podemos afirmar sobre da relação entre o numerador e denominador?

---

A primeira questão foi resolvida em sala pela professora. A segunda foi colocada na avaliação bimestral e o índice de erros foi alto: 70% dos alunos erraram essa questão. A professora indignada disse:

– Que absurdo!! Esses alunos são incapazes de reproduzirem uma resposta, dei praticamente essa mesma questão em sala de aula, usei os mesmos valores e olha só que péssimo resultado!

a. Você concorda com a afirmação da professora?

---



---

b. Que argumentos você usaria para convencê-la de que sua avaliação a respeito dos alunos não está correta?

---



---



---

**RESPOSTA**

*Na primeira questão, o aluno precisava marcar os pontos na reta. Isso não quer dizer que tenha feito alguma reflexão sobre os aspectos envolvidos. Na segunda questão, ele pode ou não vir a marcá-los na reta para depois responder cada um dos itens. Por exemplo: um aluno respondeu que está entre 1 e 2 e justificou afirmando que como o numerador é 1 e o denominador é 2 então a fração está entre 1 e 2.*

## ALFABETIZANDO MATEMATICAMENTE

O termo alfabetização deve ser bastante familiar para você e remeter, de forma bastante natural, ao contato da criança com a língua pátria. Embora existam diferentes teorias a respeito dos métodos e formas de alfabetização, pouco se discute a respeito da alfabetização matemática. Se entendermos alfabetização como um processo, a avaliação dos professores em relação aos seus alunos segue apontando avanços e detectando os obstáculos na aprendizagem.

Na Educação Infantil, e nas séries iniciais do Ensino Fundamental, o professor deve proceder em relação à Matemática da mesma forma, ou seja, identificando avanços e obstáculos na aprendizagem. Para isso, é preciso que o professor conheça os conceitos que envolvem a alfabetização matemática.



### ATIVIDADE

5. Observe o registro de um aluno para o número 253 em dois momentos distintos.

200503 e 20053

a. Você consegue entender o que ele escreveu?

---

b. Pense numa justificativa para esse "erro" do aluno.

---

---

---

c. Como você avaliaria esses registros?

---

---

---

### RESPOSTA

Observe que, no primeiro registro, o aluno escreve o número de acordo com a linguagem falada, ou seja, duzentos e cinqüenta e três, já no segundo registro, ele capaz de perceber o valor posicional ao escrever 53. Consideramos que isso não é um erro, mas apenas uma etapa no processo de alfabetização matemática do aluno.

Os avanços e obstáculos dos alunos devem ser registrados em relação a cada um dos objetivos traçados pelo professor. Um instrumento interessante que atende a essa expectativa é o *portfolio*.

Na Aula 26 de Matemática na Educação 1, falamos sobre o *portfolio* como instrumento para avaliar o desenvolvimento de um projeto. Aqui, queremos ressaltar sua importância como instrumento de avaliação de construção do conhecimento matemático nas séries iniciais.

O importante é que os registros não sejam guardados aleatoriamente. O professor deve ter objetivos específicos, assim ele poderá re-planejar ações para inserir novos elementos, atividades, a fim de corrigir os rumos de aprendizagem dos alunos.

## PROVAS E TESTES

Esses são os instrumentos de avaliação mais usuais e nos remetem à concepção de avaliação como medida. Ou seja, aplicamos provas ao final de determinados períodos para verificar se houve ou não aprendizagem. Atribuímos uma nota ou conceito e a responsabilidade pelo resultado é do aluno. Geralmente são instrumentos utilizados no primeiro modelo, Avaliação com Medida. Mas é possível propor uma releitura de instrumentos tão conhecidos?

Já pensou em elaborar uma prova em grupo? Ela deve ser elaborada da mesma forma que uma prova individual?



### ATIVIDADE

6. Elabore uma questão para ser aplicada numa prova realizada por uma dupla de alunos. Pense em como você poderia colocá-los a trabalhar em conjunto? Entregue a questão ao seu tutor.

---



---



---

### RESPOSTA

Aqui vai a nossa sugestão:

Questão: Descreva o caminho de sua casa até a escola por meio de um pequeno texto.

- a. Identifique semelhanças e diferenças entre as duas descrições.
- b. Liste os elementos matemáticos utilizados por cada um em suas descrições.

## TRABALHOS: EM GRUPO OU INDIVIDUAL?

Mais uma vez, o importante é a diversidade. Cada tipo de trabalho explora características específicas e demanda habilidades próprias. Assim como no trabalho individual, queremos observar o poder de concentração, a escrita e registro individual, a organização espacial.

Trabalhar em grupo é mais do que sentar juntos ou colocar o nome no mesmo trabalho. Quando o professor propõe um trabalho em grupo na sala de aula, ele precisa interferir para que os alunos efetivamente trabalhem em grupo. Mas isso não é tarefa simples. Diferentes aspectos devem ser considerados.

Dentre as muitas vantagens que podemos citar do trabalho em grupo está o fato de que, em turmas grandes, você reduz o número de atendimentos. Porém, para isso é necessário que haja interação entre os participantes do grupo e o estabelecimento de algumas regras.

Uma estratégia interessante é combinar com os alunos que todos devem tentar resolver a questão antes de consultar o professor. Isso quer dizer que o professor só deverá ser solicitado caso nenhum outro componente do grupo tenha conseguido sanar a dúvida. Para que isso aconteça, se João chamou o professor, Renata, que é do grupo do João, deverá ser capaz de dizer qual é a dúvida do João.

Algumas pesquisas apontam sobre o número ideal de participantes de um grupo. Acreditamos que quatro participantes é um bom número, pois possibilita interação entre os componentes. Quando esse número cresce, a tendência é a formação de subgrupos.

Em alguns casos, as salas podem ser superlotadas e o espaço físico pequeno, tornando impossível a organização em grupo. Na maioria desses casos, é sempre possível formar duplas.

A formação dos grupos é, por vezes, um ponto bastante delicado. É comum os alunos formarem grupos de acordo com suas afinidades e, em princípio, não há nenhum mal nisso. É importante o professor observar o desenvolvimento do trabalho e fazer mudanças quando necessário. Mas atenção! O melhor caminho ainda é a negociação. Evite a criação de embates, pois o aluno pode ficar incomodado a ponto de a situação se tornar um obstáculo no aprendizado.

Também é importante estar atento aos alunos diferentes: os muito agitados, os muito dispersos ou os que tenha alguma deficiência. É preciso que eles sintam-se parte integrante do grupo.

## CONCLUSÃO

Nosso objetivo não é esgotar os aspectos que envolvem os instrumentos de avaliação. É importante que o professor reavalie, a cada instante, a coerência entre sua prática, sua concepção de avaliação e os instrumentos que utiliza.

O professor deve procurar aprimorar cada vez mais seus conhecimentos a respeito das dificuldades que envolvem a aprendizagem de Matemática. Além disso, deve aguçar sua sensibilidade para ver os alunos sob diferentes ângulos, com habilidades diferenciadas. Assim, ele pode identificar alunos que têm dificuldades na construção dos conceitos matemáticos, mas são bons produtores de textos ou belos desenhos ou pinturas.

### RESUMO

A diversificação dos instrumentos de avaliação auxilia na metodologia adotada pelo professor. A necessidade de utilizar diferentes instrumentos pode ser justificada por duas idéias: o aluno não aprende apenas pela fala do professor e uma prova não dá o diagnóstico da aprendizagem do aluno. Assim, além de provas e testes, o professor deve usar relatórios, trabalhos individuais, trabalhos em grupos e compreender as diferentes possibilidades dadas ao aluno para pensar sobre a Matemática no uso desses instrumentos.

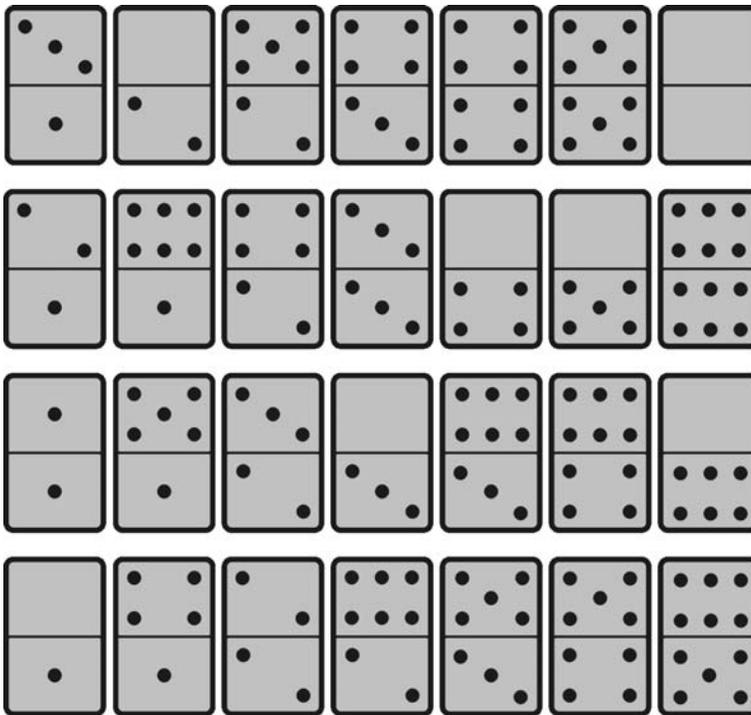
## ATIVIDADE FINAL

### Como avaliar um jogo?

A situação do jogo é muito rica e exige do jogador participação intensa e ativa. O educador deve coletar informações sobre o pensamento da criança, representado por sua ação, utilizando um jogo como mais um instrumento de avaliação.

Para exemplificar, vamos considerar um dominó.

O dominó tem 28 peças



O objetivo do Dominó é que o jogador descarte todas as suas peças antes dos outros.

Cada jogador escolhe sete peças do total de 28. Elas devem estar viradas para baixo.

A cada rodada, o jogador deve colocar uma de suas peças, encostada em outra que esteja no tabuleiro e tenha o mesmo número de bolinhas.

O jogo começa sempre com a colocação de uma peça dupla.

Quando um jogador não tiver nenhuma peça que possa ser jogada, ele deve buscar uma nas peças que sobraram. Quando estas acabarem, pula-se o jogador.

O jogo termina quando um jogador colocar todas as suas peças no tabuleiro.

Para desenvolver essa atividade, você deve observar um jogo de dominó entre alunos ou outras crianças. Faça anotações sobre sua observação a respeito de uma criança:

1. Ela compreende as regras do jogo?

---

2. Como ela se organiza no espaço?

---

3. Ela coloca uma peça de cada vez?

---

4. Explora todos os lugares possíveis para colocação das peças?

---

5. É capaz de considerar o adversário ou se fixa em suas próprias ações?

---

Entregue o registro a seu tutor e discuta com ele.

## AUTO-AVALIAÇÃO

Na Atividade 1 você viu dois exemplos de questões diferentes, mas que envolvem a mesma conta. Você consegue perceber os aspectos que dão a essas propostas graus de dificuldade distintos? Consegue perceber que analisando o erro do aluno podemos ir além do certo ou errado e reformular a prática de outras ações em sala de aula? Essa última pergunta você responde questionando a Atividade 6. Procure pensar sobre um tema e ver diferentes situações de exploração e de avaliação. É um exercício que vai além dessa aula, e de fundamental necessidade para a sua prática.



# Alguns livros didáticos têm estrelas. Avalie você mesmo!

AULA

# 29

## Meta da aula

Explicar o importante papel do professor na escolha e no uso do livro didático.

# objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Utilizar o livro didático de diferentes maneiras.
- Identificar aspectos da importância do papel do professor na escolha do livro didático.
- Aplicar os critérios de avaliação, definidos pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), para avaliar livros didáticos.
- Estabelecer critérios para escolher o livro didático adequadamente.

## Pré-requisitos

Para um bom aproveitamento desta aula, é necessário que você tenha conhecimento dos conceitos matemáticos vistos até agora e sua distribuição pelos quatro blocos de conteúdos. É fundamental também que você tenha acesso, no seu pólo, a uma coleção de livros de Matemática de 1ª a 4ª séries ou, pelo menos, a dois livros, de preferência os utilizados na 2ª e 3ª séries do Ensino Fundamental, pois os exemplos que usaremos nesta aula serão dessas séries.

## CONVERSA INICIAL

Muitos professores utilizam o livro didático em sala de aula como principal condutor do processo ensino-aprendizagem. Para o professor, o livro é uma importante ferramenta, enquanto para o aluno, é um referencial desse processo.

Pitombeira (1997) levanta essa questão quando diz:

Mesmo em países com sistemas escolares mais bem estruturados que o nosso, pesquisas indicam que o livro didático é importante, entre outros fatores, porque ele define currículos, prioridades de conteúdos, ordem de apresentação dos mesmos, maneiras de abordá-los. Ou seja, o livro faz política pedagógica (PITOMBEIRA, p. 32, 1997).

Pela importância que o livro didático tem nas práticas cotidianas das salas de aula, o governo brasileiro criou, em 1996, o PNLD, que por meio de *critérios de avaliação* faz a indicação oficial dos livros didáticos para a rede pública de Ensino Fundamental no Brasil. As orientações do PNLD para a avaliação das coleções de Matemática têm como base os PCN e os estudos atuais de Educação Matemática sobre o ensino-aprendizagem dessa disciplina. Esse programa é também responsável pela distribuição dos livros, que são escolhidos de acordo com a realidade de cada escola.

Os critérios de avaliação foram estabelecidos a partir de 1995, quando foi realizada uma mesa redonda intitulada *Como Melhorar a Escolha do Livro Didático*. Desse evento participaram dirigentes e equipe técnica do Ministério de Educação e Cultura (MEC), várias entidades relacionadas à Educação e à produção de livros didáticos, além de especialistas de diversas áreas do conhecimento. Em outubro de 1995, aconteceu o seminário *Livro Didático: Conteúdos e Processos de Avaliação* com o objetivo de estabelecer esses critérios para a análise de livros didáticos. Tomando como base tais critérios e definindo a equipe de avaliadores, que são especialistas das áreas de conhecimento indicados pelo MEC, os livros didáticos foram submetidos a uma primeira avaliação no ano de 1996.

Sob esse aspecto, é importante que o PNLD faça uma boa seleção, pois, a partir dela, é feita a escolha dos livros que, posteriormente, serão utilizados pelos alunos das escolas públicas do Ensino Fundamental.

Essa avaliação, em princípio, gerou grande polêmica por parte de pesquisadores, professores e autores de livros didáticos. Os livros eram classificados com estrelas: três estrelas, para os *recomendados com distinção*; duas estrelas, para os *recomendados*; uma estrela, para os *recomendados com ressalvas*.

Aqueles que não se enquadravam em nenhuma dessas classificações eram considerados excluídos. No entanto, o recurso das estrelas acabou se transformando num indicador para a escolha mais importante que a própria leitura e análise das resenhas.

Hoje, numa primeira etapa, as coleções são aprovadas ou reprovadas seguindo os critérios eliminatórios que serão vistos mais adiante. Somente aquelas que atendam aos quesitos mínimos de qualidade serão avaliadas numa segunda etapa, em que as coleções são submetidas aos critérios classificatórios e divididas em categorias, conforme indicamos a seguir:

### **Recomendadas com distinção (RD)**

São obras consideradas bastante próximas do ideal representado pelos princípios e critérios definidos. São avaliadas como propostas pedagógicas elogiáveis, criativas e instigantes.

### **Recomendadas (REC)**

São aquelas que cumprem plenamente todos os requisitos de qualidade exigidos no processo de avaliação. Segundo os avaliadores, essas obras asseguram ao professor a possibilidade de um trabalho didático correto e eficaz.

### **Recomendadas com ressalvas (RR)**

São obras avaliadas como isentas de erros conceituais ou preconceitos, obedecendo aos critérios mínimos de qualidade, mas que contêm algumas limitações. Desse modo, podem subsidiar um trabalho adequado, desde que o professor esteja atento às observações, consulte bibliografias para revisão e complemente a proposta.

A partir do processo de avaliação dos livros didáticos, realizado pelo governo, as editoras e os autores passaram a produzir livros de melhor qualidade, evitando erros conceituais no desenvolvimento dos conteúdos e informações preconceituosas.

De modo geral, os atuais livros didáticos de Matemática estão cada vez mais cheios de atrativos, com a intenção de facilitar a prática do professor e ser um material motivador para o aluno. Eles vêm acompanhados de folhas de atividades, idéias de avaliações, indicações de locais para pesquisa, dicionários, manual do professor e caderno de respostas.



O professor precisa analisar com atenção as coleções, de preferência acompanhado de outros professores.

Devido à avaliação, alguns autores fizeram uma espécie de “maquiagem” nos livros; ou seja, ainda apresentam uma linha bastante tradicional, em que só se mudou na coleção, o *layout*, mas a metodologia continua a mesma, sem grandes inovações. Já outros autores apresentam a Matemática de forma realmente inovadora, em que se exige mais estudo e investigação por parte dos professores.

Não podemos negar que a avaliação do livro didático fez com que autores e editoras direcionassem as obras para atender às exigências, pois, com o programa do livro didático, o governo fornece às escolas públicas os livros do Ensino Fundamental e, em breve, do Ensino Médio. Uma coleção recomendada com distinção tem maior probabilidade de ser comprada em grande quantidade.

A avaliação do livro didático por parte dos professores, além de ser uma importante forma de aperfeiçoamento, também é um ato político. Assim, o grupo precisa estar bem informado antes de optar por essa ou aquela coleção.

**ATIVIDADE**

1. Converse com alguns professores sobre o processo de escolha do livro didático; tente, por exemplo, descobrir se eles realmente fazem avaliação, se o processo é democrático, se entendem o critério, se analisam resenhas ou se vão direto para as coleções recomendadas com distinção. Depois, escreva um texto destacando seu ponto de vista sobre esse assunto e entregue-o a seu tutor.

**COMENTÁRIO**

*Esta atividade tem por objetivo fazer com que você, baseado no que estudou até aqui, nos dados que possui e nas informações que adquiriu por meio de conversas com os professores, escreva a sua opinião sobre o PNLD.*

## **A IMPORTÂNCIA DO PROFESSOR NA AVALIAÇÃO E A ESCOLHA DO LIVRO DIDÁTICO**

É importante lembrar que o professor é o principal condutor do processo ensino-aprendizagem e que o livro didático não pode ser o único referencial para o desenvolvimento do trabalho pedagógico. O que acontece de maneira geral é que o livro didático cristaliza certos percursos, determinando assim o currículo de Matemática da escola. Sua utilização, na maioria dos casos, ocorre sem grandes alterações ou intervenções, e, dessa forma, o professor torna-se um mero coadjuvante na utilização do livro.

Os professores devem ser os agentes na definição do currículo de Matemática; e, nas escolas, devem promover debates sobre os recursos pedagógicos que poderão ser utilizados em complemento ao livro didático. Esses materiais diversificados devem levar em consideração a realidade de cada comunidade, suas características sociais e culturais.

Nesse sentido, o professor deve ser autônomo em relação ao uso apropriado do livro. A metodologia, as prioridades necessárias, a definição do currículo e a forma de apresentá-lo ao aluno devem ser determinadas pela equipe de professores de Matemática de cada escola.



O processo de escolha do livro, que acontece de quatro em quatro anos – regra estabelecida pelo PNLD – é algo muito importante e decisivo para a equipe de professores e, portanto, exige dos educadores envolvidos uma grande responsabilidade e atenção. É mais uma tarefa árdua, que requer tempo e envolvimento profissional, mas que não pode ser feita por outro profissional que não seja o professor, pois é ele quem utiliza o livro e é o principal responsável pelo processo de ensino-aprendizagem.

O livro didático, no Brasil, é o mais importante instrumento de apoio ao trabalho do professor, mas não deve ser o único; e mesmo o melhor dos livros pode ter exercícios e atividades substituídos, alterados ou complementados por você. Além disso, a escolha de um bom livro didático não diminui a necessidade de consultar uma bibliografia adicional; ou seja, sempre que puder e necessitar, você deve lançar mão de textos complementares, ou para aprofundar conteúdos, suprir lacunas, ou para completar e ampliar informações.

Faça da tarefa de avaliar uma forma de pesquisa e atualização; utilize as várias coleções que a escola recebe como fontes de informação. Aproveite as atividades, os jogos e os fatos históricos apresentados nessas coleções. Mesmo decidindo por uma coleção, não deixe de usar atividades contidas em outras.



#### **ATIVIDADE**

2. Indique três aspectos que mostrem a importância da avaliação do livro didático pelo professor.

---

---

---

---

---

#### **COMENTÁRIO**

*Esta atividade requer de você a produção de um texto que confronte o que dissemos nesta aula com sua prática ou opinião.*

## IMPORTANTES ASPECTOS DA MATEMÁTICA A SEREM OBSERVADOS NOS LIVROS DIDÁTICOS

De modo geral, até bem pouco tempo, a grande maioria dos livros didáticos de Matemática fundamentava a sua proposta pedagógica principalmente na memorização de conteúdos e na manipulação mecânica de algoritmos, não se preocupando em fazer com que o aluno adquirisse os conhecimentos matemáticos de forma autônoma e crítica, permitindo-lhe a resolução de variados problemas, em diferentes contextos.

Os professores, por sua vez, reproduzem a metodologia do livro didático, isto é, aulas totalmente expositivas, com a teoria, os exercícios de fixação e mais exercícios propostos e uma avaliação baseada exatamente da forma trabalhada em sala. O resultado disso é que os alunos, em sua grande maioria, memorizavam ou aprendiam mecanicamente e, passado algum tempo, não se lembravam mais do que haviam estudado. Infelizmente, essas práticas ainda estão bastante presentes em muitas de nossas escolas.

Concordando ou não com a ação do governo federal de avaliar os livros didáticos, houve uma melhora considerável na forma de apresentar os conceitos matemáticos. Atualmente, o professor pode dispor de livros em que as atividades principais nas aulas de Matemática não são as de memorização ou de aplicação mecânica de procedimentos. Está havendo realmente uma pesquisa por parte dos autores, na tentativa de proporcionar ao professor e ao aluno um ensino de Matemática mais motivador, contextualizado e com mais situações significativas para os alunos.

O bloco Tratamento da Informação ganhou força e abordagens diferenciadas, pois novos conteúdos e atividades foram incorporados a esses livros, como a leitura, a interpretação e a elaboração de gráficos e tabelas. Em alguns livros, assuntos referentes a esse bloco, como raciocínio combinatório, probabilidade e estatística, vêm em capítulos separados; já em outras obras, esses tópicos aparecem ao longo dos capítulos. É importante que os professores discutam os dois encaminhamentos e decidam qual o mais adequado à sua “realidade”. Dessa forma, estarão também discutindo a organização do programa de Matemática; com a reflexão, o grupo cria o hábito de reformular e ajustar o currículo, tornando-o cada vez mais dinâmico e atual.

Os avaliadores apontam que, de maneira geral, o Tratamento da Informação fica isolado em capítulos estanques, em vez de permear toda a obra; assim, não há uma articulação e integração entre os quatro blocos da Matemática escolar.

Observe que apesar da indicação dos avaliadores de que os conteúdos devem permear toda a obra, autores que apresentam a Matemática em blocos separados também possuem suas obras recomendadas com distinção.



#### **ATIVIDADE**

3. Leia o sumário de um dos livros que você dispõe nos pólos, destaque alguns tópicos e conclua com o auxílio de seu tutor se os conteúdos estão distribuídos ao longo da obra ou se aparecem em blocos separados.

#### **COMENTÁRIO**

*Esta atividade busca identificar por meio do sumário do livro de que forma o autor apresenta os conteúdos de Matemática. Ao ler com atenção um sumário, você já encontra indicativos da metodologia do autor.*

Um fato importante que deve ser destacado numa primeira análise superficial dos sumários é a inclusão de todos os blocos de conteúdos de Matemática. Observe também se o autor aborda os quatro blocos de conteúdos: os Números, as Operações, a Geometria (Espaço, Formas e Medidas) e o Tratamento da Informação. Esse fato já é considerado um avanço no processo de aprendizagem, visto que, de modo geral, até pouco tempo, os autores davam um excessivo enfoque às quatro operações.



### ATIVIDADES

4. Dos quatro volumes da coleção disponível no seu pólo, ou em alguma escola que você tenha acesso, faça uma leitura do sumário e verifique se os itens que fazem referência ao bloco Espaço e Forma estão agrupados em capítulos ou diluídos ao longo do trabalho. Escreva suas conclusões e entregue-as a seu tutor.

#### COMENTÁRIO

*Esta atividade exige que você faça uma breve análise da coleção, sendo que o foco desta avaliação se detém aos itens referentes ao bloco Espaço e Forma, isto é, a todos os tópicos que fazem referência à Geometria das formas. Desta maneira, você terá uma fundamentação melhor para identificar se este bloco está ou não sendo contemplado ao longo dos capítulos e das séries.*

5. Com base na análise feita na Atividade 4, depois de ter verificado todos os tópicos que fazem referência ao bloco Espaço e Forma, responda: os tópicos relacionados à Geometria, sob o seu ponto de vista, são suficientes para os alunos de 1ª à 4ª série?

#### COMENTÁRIO

*Antes de responder a esta atividade, leia nos PCN de 1ª à 4ª série os objetivos referentes a esse bloco de conteúdo e com esse referencial verifique se tais objetivos são contemplados.*

A Geometria é uma parte do programa que deve ser bem analisada pelos professores nos livros didáticos, pois os avaliadores dizem que, no trabalho com Grandezas e Medidas, ainda se privilegia a memorização da nomenclatura das relações entre múltiplos e submúltiplos das unidades padronizadas, sem se preocupar em desenvolver o conceito de grandeza e da operação complexa de medir. Já no bloco Espaço e Formas, nota-se ênfase na identificação e nomenclatura das figuras planas e espaciais, em detrimento de atividades experimentais de manipulação e construção.

É importante que você, ao ler atividades que envolvam Geometria, verifique se são trabalhados os seguintes objetivos:

- Montar e desmontar figuras tridimensionais, através de recortes, dobraduras e colagens.
- Utilizar nomenclatura adequada das figuras e dos objetos geométricos.
- Estabelecer relações entre figuras planas e tridimensionais.

- Compor e decompor figuras planas, utilizando quebra-cabeça.
- Identificar propriedades de figuras planas e dos sólidos geométricos.

A Geometria, normalmente, se apresentava no final dos livros, e isso era utilizado, muitas vezes, como desculpa para não se falar dela, que acabava ficando para a série seguinte. Como na série seguinte o volume era outro, o aluno acabava por não vê-la. Nas novas coleções isso não acontece, pois além de a Geometria ser utilizada como contexto do bloco Números e Operações, ela também aparece diluída ao longo do livro.

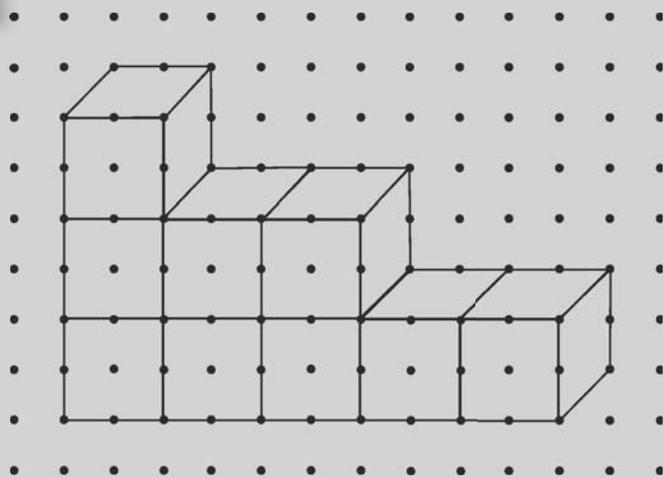


**ATIVIDADE**

6. A seguir são destacadas duas atividades, contemplando objetivos diferentes que devem ser trabalhados no ensino de Geometria de 1ª à 4ª série.

**Atividade A**

Observe os cubinhos empilhados representados na figura:



Quando você olha a figura de cima (vista superior), que figura você vê?

---

Quando você olha a figura pela lateral direita (vista lateral direita), que figura você vê?

---

A vista lateral esquerda é igual a vista lateral direita?

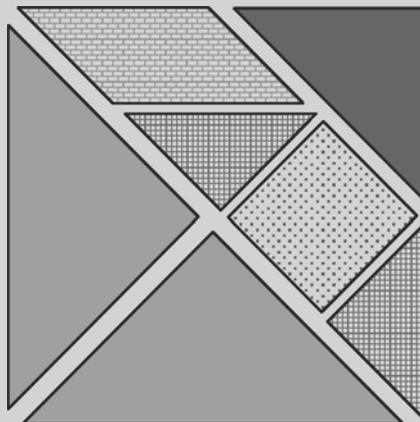
---

Quando você olha esta figura de frente, que figura você vê?

---

**Atividade B**

Observe as sete peças do Tangran, jogo milenar chinês e responda:



Quantas vezes o triângulo pequeno cabe no quadrado? E no triângulo médio? E no triângulo grande?

---

---

---

O triângulo pequeno corresponde a que fração do quadrado? E que fração do triângulo médio?

---

---

---

O triângulo pequeno corresponde a que fração do triângulo grande? E que fração do quadrado que dá origem às peças?

---

---

---

Com duas peças construa um quadrado.

Com três peças construa um trapézio.

Agora responda:

a. Que objetivos são trabalhados na Atividade A?

---

---

b. Que objetivos são trabalhados na Atividade B?

---

---

c. Verifique se esses objetivos são trabalhados ao longo da coleção que você dispõe no pólo.

---

---

d. Na sua opinião, qual das atividades anteriores faz uma maior iteração entre os blocos de conteúdo? Justifique sua resposta.

---

---

---

---

**COMENTÁRIO**

*A idéia dessa questão é fazer com que se tenha um olhar mais crítico sobre as atividades, sempre buscando perceber os conceitos e objetivos que estão ligados a elas.*

Falando agora sobre frações, os avaliadores dizem que a abordagem desse tema é, por vezes, deficiente, com poucas atividades que propiciem a sua compreensão, como números, e com a apresentação precoce de tópicos, como a divisão de fração por fração.

Normalmente, como as frações são abordadas da metade para o final dos livros de 4ª série; o trabalho com elas não é feito de forma satisfatória, pois, segundo os professores, não há tempo disponível para um trabalho mais elaborado, de construção de conceitos.

No volume 1 desta disciplina de Matemática na Educação 2, o trabalho com as frações foi desenvolvido ao longo de vários capítulos, para dar a você uma boa fundamentação desse tópico. Os conceitos são apresentados em contextos variados e as operações, sempre que possível, recorrem à Geometria, buscando uma visualização do acontecimento.

Num dos livros de 4ª série, recomendado com distinção no PNLD de 2004, o conteúdo frações aparece num único capítulo, distribuído da seguinte forma:

A idéia de fração – Frações de uma figura ou de um objeto – Frações de um conjunto de elementos – Frações de um número – Situações-problema – Frações e Divisão – Números mistos – Frações impróprias – Divisão e frações – Frações e medidas – Frações equivalentes – Simplificação de frações – Comparação de frações – Adição e Subtração de frações – Situações-problema – Multiplicação com frações – Divisão de fração por um número natural – Revendo as operações com frações: situações-problema – Porcentagem

Esta é uma primeira forma de verificar como um conteúdo foi abordado; isto é, você identifica pelos subtítulos o encaminhamento dado ao tema pelo autor.



**ATIVIDADE**

7. Agora, faça o mesmo com a coleção que você possui; verifique e identifique, ao longo da obra, todos os tópicos que fazem referência às frações. Faça uma pequena análise da forma pela qual esse tema é apresentado em sua coleção.

---

---

---

---

---

Outro aspecto levantado pelos avaliadores é a formalização dos conceitos ou algoritmos que, muitas vezes, é prematura e feita com base em poucos exemplos e atividades.

Você pode verificar esse aspecto na coleção, na parte em que o autor fala sobre os algoritmos das quatro operações. Veja qual o encaminhamento dado para se chegar ao algoritmo. Esse conteúdo exigiu a interação do aluno para ser construído ou foi apenas “apresentado”?

Para uma avaliação mais detalhada de como cada bloco de conteúdo é apresentado, é necessário ler com atenção, identificar a metodologia e verificar como se dá todo o desenvolvimento de cada tema. Tirar conclusões somente a partir de recortes seria uma atitude precipitada.

Fique atento para as situações que envolvam material concreto (dinheiro, material dourado, balas etc.) e atividades em que se trabalha com estimativas, pois são pontos importantes de serem trabalhados nos livros didáticos.

Outro aspecto que você precisa levar em conta é a forma como são trabalhadas as atividades lúdicas, principalmente os jogos. É importante observar se o autor, ao desenvolvê-las, transforma a vivência adquirida pelos alunos em conhecimento matemático sistematizado.



#### **ATIVIDADE**

8. Leia dois exemplos de jogos trabalhados na coleção disponível no pólo e verifique se o autor leva o aluno a sistematizar as situações matemáticas exploradas nesses jogos. Converse sobre isso com seu tutor.

Vamos agora colocar em itens outros aspectos que também devem ser avaliados em relação ao conteúdo matemático dos livros didáticos de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> séries. Verifique se o autor, por meio das atividades, proporciona situações em que o aluno:

- planeje ações e projete soluções para problemas novos, que exijam iniciativa e criatividade;
- compreenda e transmita idéias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo sua capacidade de argumentação;
- interprete matematicamente situações do dia-a-dia ou a relação com outras ciências;
- avalie e estime se resultados obtidos na solução de situações-problema são ou não razoáveis, fazendo estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados;

- utilize o pensamento aritmético, incluindo a aplicação de técnicas básicas, esquemas de combinação e contagem e regularidade das operações;
- aplique os conceitos fundamentais de medidas em situações concretas;
- reconheça regularidades e propriedades das figuras geométricas planas e sólidas, relacionando-as com os objetos de uso comum, desenvolvendo progressivamente o pensamento geométrico;
- represente e interprete dados em gráficos não-cartesianos.

Parece impossível para o professor dar conta de tantos aspectos; mas mesmo que todos não sejam observados, é importante conhecê-los, até mesmo para se ter um panorama mais próximo do que se deseja para o ensino de Matemática. São muitos os pontos a serem analisados e o professor deve encontrar, junto com sua equipe, uma forma organizada e simples de fazer a escolha do livro didático que vai ser utilizado pelos professores e alunos da sua escola.



## CONHECENDO OS CRITÉRIOS DEFINIDOS PELO PNLD

O PNLD analisa e avalia as coleções produzidas pelas editoras antes de comprá-las, para assim garantir a qualidade dos materiais. Para isso são estabelecidos critérios que se relacionam com as seguintes observações:

- Ausência de erros de impressão e de revisão.
- Ausência de preconceitos e erros de conteúdo.
- Qualidade e atualidade da proposta pedagógica.
- Qualidade do manual do professor.
- Contribuição para a construção da cidadania.

Após essa avaliação, é publicado o **GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS** de 1ª a 4ª série, distribuído às escolas para servir como instrumento auxiliar na escolha do livro pelo professor.



### GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS

É um guia, em forma de revista, distribuído para todas as escolas e secretarias de educação do país. Ele contém os resultados das avaliações dos livros didáticos.

O processo de escolha do livro nas escolas envolve todos os professores de 1<sup>a</sup> à 4<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental. Por isso, esse guia foi elaborado para o professor, pois ele é a pessoa mais adequada para dizer qual o material de apoio didático fará a diferença no processo de ensino-aprendizagem.

Esse guia é a síntese de um criterioso processo de avaliação e assegura a qualidade da escolha das obras que o professor e os alunos irão usar. Depois de a escola selecionar as obras, elas são enviadas e só serão substituídas novamente quatro anos depois. Portanto, para que essa decisão reflita um consenso de toda a equipe escolar, o governo incentiva a realização de amplos debates a partir das informações contidas no Guia de Livros Didáticos.



É muito importante que o professor, junto com sua equipe, leia o Guia de Livros Didáticos – PNLD/2004, pois nele constam as justificativas do grupo de avaliadores. Somente assim poderá haver interação do conteúdo e da qualidade de cada uma das obras e dos critérios da avaliação do MEC.



## CONHECENDO MELHOR OS CRITÉRIOS...

Vamos apresentar a seguir um resumo desses critérios para que você possa ter mais informações e criar os seus parâmetros para avaliar um livro didático.

### **Critérios eliminatórios**

Um dos principais critérios utilizados pelos avaliadores para excluir um livro é a presença de erros conceituais, de indução ao erro ou de confusão conceitual, em que conceitos distintos são relacionados de maneira errada ou confusa. Por exemplo, a confusão entre os conceitos de número e de numeral e a identificação do conjunto com sua cardinalidade.

Segundo os avaliadores, o livro didático deve ter adequação e coerência metodológicas e o desenvolvimento metodológico deve contemplar estratégias que mobilizem e desenvolvam várias competências cognitivas básicas, como observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de idéias matemáticas, planejamento, memorização etc. No caso de o livro didático recorrer a mais de um modelo metodológico ou a uma metodologia desarticulada dos objetivos, ou ainda, se o livro privilegiar uma única dessas competências, deve ser indicada claramente sua exclusão.

Em relação à contribuição para a construção da cidadania, o livro didático não pode veicular, nos textos e nas ilustrações, preconceitos que levem a discriminações de qualquer tipo, nem ser um instrumento de propaganda ou doutrinação religiosa, pois dessa forma desrespeita o caráter leigo do ensino público.

### **Critérios classificatórios**

Em relação ao aspecto visual, o texto e as ilustrações devem estar dispostos de forma organizada, com ritmo e continuidade, dentro de uma unidade visual. O livro não deve apresentar erros graves de redação e é desejável que textos mais longos sejam apresentados de forma a não desencorajar a leitura, lançando-se mão de recursos de descanso visual.

Um dos objetivos das ilustrações é despertar no aluno uma ação investigativa, que estimule questionamentos, raciocínios e conjecturas. É importante a utilização de diferentes códigos, como o verbal, o oral, o gráfico, o de forma, pois dessa maneira é possível apresentar uma maior diversidade de situações didáticas.

Os avaliadores consideram fundamental que o livro didático venha acompanhado de orientações que explicitem os pressupostos teóricos ao professor. Esses pressupostos, por sua vez, deverão ser coerentes com a apresentação dos conteúdos e as atividades propostas no livro do aluno.

É necessário que o livro mostre como o professor pode articular seus conteúdos entre si e com outras áreas do conhecimento, trazendo bibliografia e sugestões de leituras que contribuam para a formação e a atualização do docente.

Segundo eles, o texto não deve subestimar nem superestimar o aluno. Por exemplo, ele subestima quando desconsidera a riqueza e a variedade de experiências e interesses que o aluno traz para a escola ou quando apresenta situações, problemas e atividades que não exercitam sua imaginação e criatividade; por outro lado, o aluno é superestimado quando o texto o supõe capaz de um raciocínio abstrato plenamente desenvolvido, e apresenta a Matemática de um ponto de vista formal, sem exploração de seus significados; ou quando o texto usa uma linguagem acima da compreensão de sua faixa etária.

### COMO APLICAR ESSES CRITÉRIOS?

Para facilitar a avaliação do livro didático pelo professor, é interessante que você elabore uma ficha em que possa avaliar os diversos aspectos apontados. Se você deseja conhecer a ficha de avaliação utilizada pelos avaliadores, basta acessar o *site* que está na bibliografia desta aula.

### CONCLUSÃO

Procuramos mostrar a você a importância da avaliação do livro didático por parte dos professores e como essa tarefa pode proporcionar um aprendizado e aperfeiçoamento na sua formação. Durante as avaliações das coleções, o grupo de professores deve fazer as seguintes perguntas: Os livros possuem erros conceituais? O autor está coerente com a metodologia utilizada? As atividades buscam a construção e a consolidação dos conceitos? As atividades que utilizam jogos possuem a sistematização da matemática utilizada?

O grupo deve ir além dos questionamentos anteriores. Para isso, baseie-se em um questionário, que pode ser feito pelo grupo, ou poderá ser o utilizado pelos avaliadores do PNLD. Questões dessa natureza, além de direcionarem a avaliação da coleção, também ajudam a construir idéias de futuras ações pedagógicas que poderão ser também objeto de estudo dos professores no seu desenvolvimento profissional.

Não se esqueça: a escolha de conteúdos adequados à sociedade atual e que possam prover instrumentos eficazes para a resolução de problemas deve ser valorizada e efetivamente trabalhada pelo livro didático. O livro deve proporcionar ao professor um trabalho que estimule o convívio social e a tolerância, abordando a diversidade da experiência humana com respeito e interesse, e também desenvolvendo a autonomia de pensamento, o raciocínio crítico e a capacidade de argumentar.

**RESUMO**

Nesta aula, apresentamos alguns pontos importantes sobre a difícil tarefa de avaliar e escolher o livro didático da sua escola.

É muito importante a participação do professor nessa escolha, pois o livro será a sua principal ferramenta de trabalho; é uma forma de o professor promover uma atualização de conteúdos, de metodologias, de atividades e de informações.

Ao avaliar livros didáticos, o professor fica mais fundamentado na elaboração e na renovação do currículo da sua escola. Toma conhecimento do PNLD e do Guia de Livros Didáticos. Esta é uma forma de ter contato com os critérios utilizados pelos avaliadores, no que diz respeito aos aspectos importantes da Matemática que devem ser levados em conta na avaliação.

**ATIVIDADE FINAL**

Pesquise, em uma coleção do Ensino Fundamental, as operações com números naturais e responda:

a. Na abordagem do livro, as operações são introduzidas por situações-problema ou outro recurso?

---

---

---

b. Existem figuras no texto? Caso existam, qual a função desempenhada por elas?

---

---

---

c. Os conceitos são apresentados de maneira correta?

---

---

---

d. No desenvolvimento do conceito existem situações que podem conduzir o aluno ao erro?

---

---

---

e. Como é a distribuição do tema no livro, de forma compactada ou fragmentada? Você acha suficiente a quantidade de páginas dedicada ao tema?

---

---

---

---

---

---

f. A linguagem usada no livro é adequada ao aluno?

---

---

---

g. Há alguma tentativa de explorar o conceito em situações cotidianas? Existem outras tentativas nesse sentido?

---

---

---

**COMENTÁRIO**

*Ao elaborar esta atividade, você estará fazendo uma análise sobre um determinado tema da Matemática. Uma sugestão é utilizar uma ficha de avaliação feita por você. Mostre o resultado ao seu tutor.*

## AUTO-AVALIAÇÃO

Para um melhor aproveitamento desta aula, é importante que você recorra sempre à metodologia adotada nos livros de Matemática na Educação 1 e 2, pois ela é um importante referencial e contém todos os temas abordados nos livros de 1ª à 4ª séries.

As Atividades 1, 3, 4, 6 e a Atividade Final são muito importantes, pois elas avaliam sua capacidade de síntese, organização, comparação e análise. Seria interessante dar uma nova lida nessas respostas e discuti-las com outros alunos do seu curso.

## INFORMAÇÕES SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você irá discutir sobre a tecnologia na sala de aula. Se possível, leia um pouco sobre isso antes de estudá-la. Aproveite a coleção de livros de que você dispõe e investigue o que o autor fala sobre jogos e outros recursos didáticos.



## RESPOSTAS

### Atividade 2

- O livro será utilizado por ele e seus alunos durante quatro anos e por isso ele deve se identificar com a metodologia.
- É uma forma de o professor promover uma atualização de conteúdos, de metodologias de ensino, de atividades motivadoras e de informações da História da Matemática trazidas pelos livros.
- Ao avaliar livros didáticos, o professor fica mais fundamentado na elaboração e na renovação do currículo da sua escola.

### Atividade 6

- Utilizar nomenclatura adequada das figuras e dos objetos geométricos e estabelecer relações entre figuras planas e tridimensionais.
- Montar e desmontar figuras, através de recortes, dobraduras e colagens, utilizar nomenclatura adequada das figuras e dos objetos geométricos, compor e decompor figuras planas, utilizando quebra-cabeça.
- A atividade B, pois relaciona a Geometria com números e frações.

# Vamos promover um debate sobre o uso de jogos, TV, vídeo e *software* no ensino de Matemática?

AULA

# 30

## Meta da aula

Apresentar os argumentos para uma discussão sobre novas tecnologias.

## objetivos

Esperamos que, após o estudo do conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- Formular sua própria opinião sobre o uso de tecnologias avançadas em sala de aula.
- Determinar em que medida os meios tecnológicos são necessários ao cotidiano escolar.

## Pré-requisito

Para acompanhar a leitura deste texto é importante que você tenha conhecimento básico de TV, vídeo, computador e jogos eletrônicos.

## **CONVERSA INICIAL**

Toda época tem suas características tecnológicas. O uso de utensílios de ferro, de engrenagens, e o desenvolvimento de técnicas agrícolas (isto é, o costume de plantar em vez de simplesmente colher frutos ou caçar), são avanços que demarcam épocas na história da humanidade.

Não é preciso pensar muito para perceber que duas atividades dominam a nossa época: a comunicação, cujo símbolo máximo é a televisão, e o processamento de informações, que ligamos sempre aos computadores.

A Matemática tem um papel importante nessas tecnologias e elas, por sua vez, possibilitam grandes avanços, tanto na Matemática em si como na sua transmissão para as novas gerações por intermédio do ensino.

Nesta aula, abordaremos pontos importantes para um debate sobre o uso dessas tecnologias, mas é necessário observar que, como quase sempre acontece em Educação, não há verdades absolutas. A decisão de como e quando utilizar vídeo, TV ou computadores (se eles estiverem disponíveis) é uma decisão pedagógica, que cabe ao corpo de professores. Para tanto, é essencial o investimento na informação e na formação de cada um de nós.

## **ANTES DE COMEÇAR: ALGUMAS CARACTERÍSTICAS DA MATEMÁTICA QUE VAMOS ENSINAR**

Antes de discutir a utilidade e os problemas da tecnologia, é interessante abordar dois pontos, sem os quais a discussão sobre instrumentos se tornaria vazia:

- Alguns aspectos dos currículos de Matemática, como eles se apresentam hoje.
- Os aspectos do ensino que merecem nossa atenção no momento de discutir a utilização de equipamentos.

Um dos maiores atrativos da Matemática é a sua componente histórica. À medida que estudamos os números, as formas, as operações e as aplicações da Matemática, vamos, de certa forma, percorrendo a história da humanidade.

Na verdade, isso é ótimo; ao nos apropriarmos desse conhecimento vamos nos sentindo, cada vez mais, membros da humanidade, participantes da superação das dificuldades que a Matemática ofereceu em cada período específico da história. Ao superar essas dificuldades, cada um de nós reproduz, em escala menor, um êxito histórico.

Visto dessa maneira, o conhecimento matemático no Ensino Fundamental tem duas características importantes:

- É seqüencial. Estudamos os conteúdos na ordem em que apareceram (por exemplo: números naturais, inteiros, racionais e reais).

Isso não quer dizer que estudamos tais conteúdos da mesma forma como eles foram criados. Um dos exemplos mais importantes é o do sistema decimal – não faria o menor sentido para o aluno de hoje aprender Aritmética com os algarismos romanos. Mas os conteúdos são, em geral, os mesmos e apresentados em seqüência histórica.

- É cumulativo. À medida que o tempo foi passando, os conteúdos foram acrescentados, resultando num acúmulo de conhecimentos, concentrado especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Esse acúmulo, de certa forma, também pressiona as primeiras séries do Ensino Fundamental, pois a exigência em relação a elas passou a ser bem maior.

As conseqüências dessas duas características são visíveis quando observamos nossos currículos. O professor das primeiras séries do Ensino Fundamental tem a missão de transmitir a seus alunos os conhecimentos que o homem levou séculos para produzir.

Nessas séries não é preciso muito esforço para justificar o ensino da Matemática (*vide* a Aula 29, do curso Matemática na Educação 1). Qualquer pessoa precisa conhecer, por exemplo, as operações aritméticas e as técnicas de medida para exercer a sua cidadania.

Nas séries posteriores, essa utilidade não é tão evidente, mas podemos identificar, em qualquer nível, alguns valores importantes para o conhecimento matemático. Já tratamos anteriormente desse assunto (Aula 29, do curso Matemática na Educação 1), que pode ser resumido da seguinte forma:

- Valores presentes – aqueles que têm utilidade imediata. São exemplos disso as operações aritméticas com números naturais e o uso correto do sistema decimal.

- Valores futuros – nossos alunos não estão destinados a terminar seus estudos conhecendo apenas as operações fundamentais. Esperamos que a sua trajetória os conduza a um aperfeiçoamento. Os conteúdos que ensinamos nas primeiras séries do Ensino Fundamental têm a função (também) de preparar o terreno para os conhecimentos que virão.

- Valores associados ao desenvolvimento cognitivo – ao fazermos uso do raciocínio matemático, estamos exercitando nossa capacidade de aprender. Na idade em que nossos alunos estão – entre 5 e 9 anos – é muito importante submeter essa capacidade a constantes desafios, sempre com o cuidado de oferecer meios para que os obstáculos sejam superados.

Uma vez que abordamos alguns dos aspectos históricos e pedagógicos do ensino da Matemática, podemos agora nos voltar para o debate: como e quando utilizar as novas tecnologias?

### **POR QUE O DEBATE?**

Por que nos preocuparmos com os computadores ou com os jogos eletrônicos? Afinal de contas, até hoje não precisamos deles para aprender ou para ensinar Matemática.

As escolas de nossos avós não tinham computadores e eles nem desconfiavam de que algum dia haveria algo parecido com os jogos eletrônicos, tão comuns atualmente.

Bem, para fazer um paralelo, as máquinas de calcular causaram grande impacto quando surgiram. Houve mesmo (e ainda há) muita polêmica: para alguns, a calculadora representava um perigo, pois obstruía o desenvolvimento do raciocínio; para outros era considerada um avanço, pois liberaria o aluno do tédio dos cálculos para que ele pudesse se dedicar à compreensão dos conteúdos.

Hoje podemos dizer que já vigora uma posição mais equilibrada. As calculadoras chegaram para ficar e utilizá-las é uma habilidade desejável e importante. Mas o conhecimento das operações é essencial para que a máquina não nos induza a erros. Ao multiplicar 327 por 53 não podemos obter 1.961 (o resultado correto é 17.331), pois uma avaliação da ordem de grandeza do resultado nos diz que o valor desse produto deve ser em torno de 15.000. O que aconteceu neste exemplo foi um erro de digitação: teclamos  $37 \times 53$  e não  $327 \times 53$ . Por isso, para usar bem a calculadora é preciso conhecer as operações.

Os computadores são mais recentes do que as calculadoras e a discussão sobre a sua validade como ferramenta ainda está acesa. Eles são muito mais potentes e os argumentos, temores e entusiasmos são de natureza e intensidade diferentes. Ninguém duvida de que os computadores têm lugar no ensino da Matemática. No entanto, esse lugar ainda não está definido.

## COMEÇANDO O DEBATE: COMPUTADORES

Os computadores são equipamentos caros e o manejo dos programas requer um longo de aprendizado. Os professores ainda não têm acesso a eles nem proficiência no seu uso. Principalmente, não existe consenso sobre exatamente em que aspectos nossos alunos podem se beneficiar do uso da Informática.

Tais dúvidas já constituem motivo suficiente para que nos empenhemos num debate. Ao contrário das calculadoras, baratas e com funções bastante determinadas, o lugar dos computadores na escola e, em particular, no ensino da Matemática, ainda está longe de ser determinado.

Isso não quer dizer, de forma alguma, que devemos banir o computador da Educação. É a ação dos professores, tentando enxergar como sua prática pode se beneficiar da Informática, que vai determinar o papel desses equipamentos nessa área.

Para isso, é preciso que os professores tenham acesso a computadores, o que, para a grande maioria, isso ainda não é viável. O motivo principal é que os computadores não foram feitos, inicialmente, para a escola.

O desenvolvimento de programas de computador demanda trabalho, conhecimento e investimento que só se justificam se houver um retorno financeiro expressivo. Lembremo-nos de que a maioria dos programas tem objetivo comercial.

É mais fácil encontrar computadores em escolas particulares, cujos alunos normalmente possuem alto poder aquisitivo e, na maioria das vezes, já têm acesso a computadores. Para evitar o aprofundamento das diferenças sociais, é necessário haver uma política pública que permita o acesso de professores e alunos a máquinas e programas.

Alguns setores da sociedade têm trabalhado para que isso aconteça, mas as iniciativas governamentais são ainda tímidas e seguramente insuficientes. Algumas ONG's (organizações não-governamentais) têm procurado suprir a falta de máquinas e de capacitação, através da ação conhecida como "inclusão digital".

(Uma fonte de informação é o sítio: <http://www.cdi.org.br/> ).

Vamos, entretanto, supor que de fato teremos acesso ao material de Informática necessário. Tratem-se de nos concentrar na utilização dos computadores, pois esse aspecto também apresenta obstáculos que devemos superar.

## O QUE SE DIZ DOS COMPUTADORES

Vamos abordar duas afirmações correntes sobre computadores, pois elas retratam um tipo de visão nem sempre produtiva.

- “As crianças aprendem sozinhas. Elas se sentam e, quando nos damos conta, já estão sabendo fazer tudo”.

Certamente nossos alunos estão em uma fase de desenvolvimento cognitivo intenso e absorvem com facilidade o que lhes é apresentado, *desde que estejam motivados*. Assim, os programas simples – ou as ferramentas mais simples de um programa – que tenham funções intuitivas e favoreçam um comportamento de “tentativa e erro”, não oferecem grandes obstáculos a uma criança plena de curiosidade por uma máquina complexa como o computador. Um exemplo típico são os jogos, motivados por objetivos simples (juntar pontos, explodir inimigos, encontrar tesouros) e com movimentos reduzidos e codificados.

Mas será que a mesma facilidade é encontrada em todos os programas? Utilizar um programa para escrever um texto não é complicado, mas a construção de idéias não está incluída no pacote.

Escrever palavras e organizar textos, expressar-se de forma compreensível, isso não está planejado nos programas de processamento de texto.

Da mesma forma, no ensino da Matemática, é interessante ter um programa que produza gráficos, mas isso não garante que o aluno esteja compreendendo essa construção e muito menos o significado dos gráficos.

- “Hoje em dia não se pode ter uma escola sem computadores”

Isso não só é possível, mas também muito freqüente. Se essa afirmativa fosse verdadeira, teríamos de dispor de uma grande quantidade de computadores e um grande volume de programas e muito mais tempo para a utilização das máquinas. A escola, na verdade, pode apresentar uma enorme gama de atividades, e algumas delas podem consistir em utilizar os computadores.

É desejável que os alunos, professores e todos os membros da sociedade tenham acesso a computadores. Isso possibilita a prevenção da distância social a que já nos referimos; e oferecer tal acesso deveria ser uma preocupação de qualquer sociedade que esteja interessada em seu futuro.

A escola, nesse ponto, pode até ser um meio privilegiado de difusão da Informática, afinal, ela alcança toda a sociedade, em maior ou em menor grau. Entretanto, a responsabilidade de fornecer acesso ao mundo digital não deve ser exclusividade dela.

É comum perguntar o que o computador pode fazer pelo ensino da Matemática. Vários professores, no mundo todo, vêm pesquisando como utilizar a Informática no ensino da Matemática. Uma referência com alguma tradição é o *site Edumatec – Educação Matemática e Tecnologia Informática* (<http://aleph0.mat.ufrgs.br/>), em que se pode encontrar programas, artigos e cursos sobre o uso de computador no ensino da Matemática.

Desse modo, uma pergunta importante a fazer é: “Que Matemática devemos ensinar para alunos que viverão num mundo povoado por computadores?”.

## MATEMÁTICA E ALGORITMOS

Nosso mundo está povoado de máquinas que usam **ALGORITMOS**. Evitamos aqui, com exagerado cuidado talvez, citar os computadores, pois embora (principalmente o de uso pessoal) sejam o símbolo mais evidente, eles constituem a ferramenta, o veículo para teorias antigas e para aplicações novas.

Os algoritmos já existiam entre babilônios e gregos. O recurso a eles sempre acompanhou o desenvolvimento “nobre” da teoria matemática. As idéias de manuseio mecânico dos cálculos e desenvolvimentos lógicos são um sonho antigo e bastante perseguido; ele se tornou possível, entretanto, a partir de desenvolvimentos importantes da eletrônica, mas antes ainda do trabalho de matemáticos como Von Neumann e Turing. Eles projetaram o computador matemática e logicamente, antes que houvesse tecnologia para construí-lo; mas isso é uma outra história...

Saber manejar algoritmos é hoje um conhecimento imprescindível. Não podemos deixar ao acaso o desenvolvimento de habilidades que já são claramente um fator de diferenciação cultural entre as classes sociais (como citamos antes) e que pode significar a diferença entre sociedades desenvolvidas e dependentes.

### ALGORITMO

Seqüência de procedimentos que devem ser realizados para obter um determinado resultado.

Os programas de computador são algoritmos, escritos em uma linguagem que os computadores possam “compreender”.

Devemos ter um olhar crítico para o uso de máquinas nos primeiros anos do Ensino Fundamental, mas trabalhar com algoritmos é parte da Matemática, não se trata, portanto, de um manual de uso de computadores. O pensamento algorítmico pode e deve ser introduzido de forma educacionalmente pertinente, de maneira a formar cidadãos aptos a viver num mundo em que a cultura dos procedimentos seqüenciais se torna rapidamente um padrão. Basta pensar em uma caixa de banco, em aparelhos de fax, vídeo, DVD e assim por diante. Até máquinas de lavar usam procedimentos seqüenciais...

Pedir a nossos alunos que mostrem como resolvem os problemas – e não apenas a resposta certa – favorece uma atitude que leva a reconhecer que a solução de um problema pode até ser um número, contudo, para chegar a ele, dependemos de procedimentos. Por isso, conhecer tais procedimentos (os algoritmos) é importante.

Estamos nos referindo aqui aos valores cognitivos de que falamos antes; é impossível saber todos os algoritmos, mas alguém que já tenha passado pela experiência de explicar essa operação (mesmo que de maneira informal, como convém a crianças) terá mais condições de compreender as seqüências das quais depende o uso de computadores e máquinas de processamento digital.

## **JOGOS ELETRÔNICOS: UMA INDÚSTRIA SEM FINS EDUCACIONAIS**

Os jogos eletrônicos já fazem parte da nossa vida há muito tempo. No princípio, eram aparelhos simples, com jogos que movimentavam figuras rústicas. Mas mesmo assim, rapidamente, se tornaram uma febre.

Os joguinhos simples de 20 anos atrás foram se modificando, utilizando componentes eletrônicos cada vez mais potentes. É fácil compreender como eles conseguem atrair a atenção dos jovens, e das crianças em particular.

Afinal, sentado em uma cadeira, dominando uns poucos controles, torna-se um guerreiro, um piloto, um craque do futebol, um detetive... Mas será que isso é mau?

Bem, se quisermos discutir os jogos pura e simplesmente, vamos ter problemas. Como as máquinas de calcular, os computadores e a televisão, eles chegaram para ficar. Já foram muito caros, mas hoje podem ser praticados por um preço acessível, pelo menos à classe média.

Podemos alegar que alguns jogos são por demais violentos, mas isso não é uma reclamação exclusiva; há histórias em quadrinhos violentas, filmes violentos, livros violentos, ou, melhor, que descrevem a violência. E nem sempre isso representa uma incitação à violência. Onde está o problema então?

Como no caso de qualquer produto industrial, um bom começo de discussão é perguntar: quem produz os jogos e por quê?

Um fato importante e frequentemente omitido da discussão sobre jogos e Educação é que eles (da mesma forma que a televisão e o vídeo) não tiveram inicialmente função educativa.

A indústria dos jogos é uma das mais lucrativas da economia e é ingênuo pensar que chegaram a esse ponto privilegiando a educação. A forma de trabalho é a mesma que funciona na maior parte da indústria de entretenimento: criar clientes e mantê-los por intermédio de apelos aos sentidos, sem se importar com o desenvolvimento cognitivo ou com os conteúdos.

Esse é um bom começo para se entender o fascínio exercido pelos jogos. Eles são feitos para prender a atenção; logo, não há interesse pela descoberta, mas pelo apelo sensorial. As habilidades desenvolvidas são motivadas por tais apelos e estão, novamente, muito mais ligadas à capacidade de treinamento do que ao desenvolvimento de conhecimentos.

Isso não é necessariamente ruim. Destreza, adaptação a sistemas, interação com equipamentos que trabalham com algoritmos, tudo isso são habilidades requeridas em nossa época. Apenas para exemplificar, um dos jogos de maior sucesso é o simulador de vôo, uma adaptação de equipamentos de treinamento para pilotos de verdade, que devem reagir em segundos, de forma automática, tendo à sua frente uma enorme quantidade de controles.

Que prejuízo pode causar um jogo eletrônico? Nenhum, se usado como diversão sadia. Mas se essa diversão passa a representar uma parte exagerada dos interesses do indivíduo (que não precisa ser necessariamente uma criança), o jogo eletrônico pode constituir um prejuízo em si, e também um sinal de que outras áreas de interesse (afeto, conhecimento) não estão recebendo atenção suficiente.

O que isso tudo pode ter a ver com ensino da Matemática?

Talvez pela sua ligação com algoritmos (os jogos são programas de computador), algumas pessoas acreditam que o uso dos jogos desenvolve o raciocínio. Essa afirmação é bem vaga, pois o desenvolvimento de algum tipo de coordenação motora (apertar botões respondendo a estímulos) não significa desenvolvimento intelectual do raciocínio, mas apenas um tipo de prontidão específica, da qual falamos há pouco.

Mas será que não existem jogos eletrônicos interessantes, que se voltem para o raciocínio ou para a solidificação de conteúdos? Claro, que há, mas eles não são os favoritos das crianças. Um dos motivos é que freqüentemente eles reproduzem jogos conhecidos e que também podem ser encontrados em forma não eletrônica.

Entretanto, se pesquisarmos um pouco, é possível encontrar alguns jogos adaptados a nossos conteúdos. Outra vez, o *site Edumatec – Educação Matemática e Tecnologia Informática* (<http://aleph0.mat.ufrgs.br/>) apresenta uma série de jogos interessantes.

## **VÍDEOS E TELEVISÃO**

Da mesma forma que aconteceu com as calculadoras, quando se fala em televisão e educação, algumas opiniões opostas logo vêm à tona. Há pessoas que acreditam que a televisão nada acrescenta à educação, ou pior, que é prejudicial ao desenvolvimento dos alunos. Outros acreditam que a televisão pode até substituir a educação tradicional.

Exageros à parte, a televisão hoje faz parte da vida de todos os cidadãos, e a sua capacidade de trazer imagens de qualquer lugar e sobre qualquer assunto até bem perto de nós pode ser de utilidade quando se pensa em informação e educação. A educação matemática não é exceção. Porém, para um uso eficaz da televisão e do vídeo em nossa sala de aula, é preciso definir os seus papéis. É disso que trataremos nesta aula.

## O QUE SIGNIFICA “USAR UM VÍDEO” EM SALA DE AULA?

O vídeo e a TV são tecnologias modernas, mas já incorporadas ao uso cotidiano. Não são as únicas tecnologias à disposição para dar uma aula: livros, cadernos, canetas, lápis, quadros-de-giz e painéis são também materiais tecnológicos e cada um tem sua forma específica de utilização.

O vídeo e a TV, entretanto, têm características que os diferenciam dos demais instrumentos. Eles “andam sozinhos”, isto é, contam uma história, mostram um evento, cantam e dançam, sem que precisemos fazer nada além de apertar uns poucos botões.

Eles podem também apresentar um professor dando aula! Bem, essa característica, apesar de útil, não substitui uma aula com situações de dúvida, controvérsia, discussão e todo tipo de interação entre alunos e entre alunos e professores. A TV e o vídeo exigem uma atitude diferente, um comportamento passivo por parte de quem assiste a eles. Para usá-los em sala de aula devemos estar prontos a transformar esse comportamento em uma atitude ativa de aprendizagem.

Se vamos usar o vídeo e a TV em nossas aulas, teremos de pensar com cuidado em que tipo de atividades eles vão se encaixar, em que situações eles nos oferecerão vantagens e, mais exatamente, que vantagens são essas. Isso, é claro, vai depender do que queremos e do material que temos à disposição.

## UMA REFERÊNCIA IMPORTANTE: A TV ESCOLA

Atualmente, o acesso a vídeos em geral é bastante fácil e a escolha de títulos que possam se integrar na maneira como estamos trabalhando dependerá não só de nosso conhecimento pessoal, mas também da indicação de colegas.

No caso do vídeo voltado para a educação, uma primeira referência é o material do Telecurso, da Fundação Roberto Marinho, que pode ser comprado ou, eventualmente, encontrado em videotecas do Sesi, Senac ou Senai. Mas uma fonte inestimável de vídeos (e não só para a Matemática) é o acervo da TV Escola.

Todas as escolas do Brasil têm, há muito tempo, acesso ao sistema da TV Escola, da Secretaria de Educação à Distância do MEC.

A transmissão do canal da TV Escola é feita por meio de sinal de satélite; a TVE-Rio, da Associação de Comunicação e Educação Roquette-Pinto, é quem emite o sinal para todo o país. Para que as escolas de todo o território nacional consigam sintonizar o canal da educação do MEC, é necessário o *kit* tecnológico, que inclui um televisor, um aparelho de videocassete, uma antena parabólica, um receptor de satélite e dez fitas.

Uma informação mais detalhada pode ser obtida no sítio da Internet:

<http://www.mec.gov.br/seed/tvescola/>

A TV Escola não tem condições de copiar vídeos para as escolas e professores. Entretanto, as transmissões, cuja programação é previamente anunciada, podem ser gravadas, arquivadas e utilizadas pelo professor sem nenhum entrave legal – enfim, não é “pirataria”.

Como a programação não é constante, se você optar pela utilização dos vídeos, poderá procurar alguma escola que já integre o sistema e tenha uma videoteca organizada. O último catálogo da TV-Escola pode ser encontrado em <http://www.mec.gov.br/seed/tvescola/Guia/guia96-2002.shtm>.

Outros vídeos de interesse podem ser encontrados em outras rubricas (por exemplo, em Ciências, a série de Astronomia: “Espaçonave Terra”, é extremamente motivadora, quando aborda distâncias, iluminação do sol e calendário).

## **CONCLUSÃO**

Há 20 ou 30 anos, discutíamos se a TV era um avanço para a educação ou um perigo para a formação dos jovens. Hoje, discutimos o uso de computadores e a influência dos jogos eletrônicos.

Invariavelmente nos encaminhamos para a constatação de que “os meios tecnológicos vieram para ficar, mas devemos evitar os excessos”. Essa é uma expressão de bom senso, mas será suficiente?

A discussão renderá mais frutos se soubermos o que esperar das novas tecnologias. Afinal, não queremos apenas “evitar os excessos”, queremos estar aptos a utilizar todos os meios possíveis para enfrentar os desafios que o ensino nos apresenta.

**RESUMO**

A facilidade que nossos alunos, de fato, encontram ao lidar com as novas tecnologias está ligada, principalmente, às habilidades de treinamento, imprescindíveis para a correta operação dos dispositivos que as utilizam – jogos eletrônicos, computadores etc. O uso pleno das novas tecnologias dependerá, em última análise, da compreensão que os alunos tenham dos conteúdos e das funções que os dispositivos estão desempenhando.

**AUTO-AVALIAÇÃO**

Esta aula tem características diferentes das outras. Apresentamos alguns argumentos que nos ajudarão a pensar o uso de recursos, cujo impacto ainda não sabemos avaliar.

Mais do que uma auto-avaliação, o importante seria formar sua própria opinião. Para tanto vão algumas sugestões:

- Procurar nos jornais, revistas e outros meios de comunicação as notícias sobre os meios tecnológicos. Você concorda com o que está escrito? Em que você discorda?
- Da programação habitual da TV, que programas você julga que poderia utilizar? Quais você considera prejudiciais?
- Você sabe manejar um computador? Como você aprendeu?
- Em caso contrário, você conhece alguém que saiba usar um computador? Qual a opinião dessa pessoa sobre o uso do computador na educação?
- Quanto tempo (por semana!) você acha razoável que uma criança utilize um jogo eletrônico?



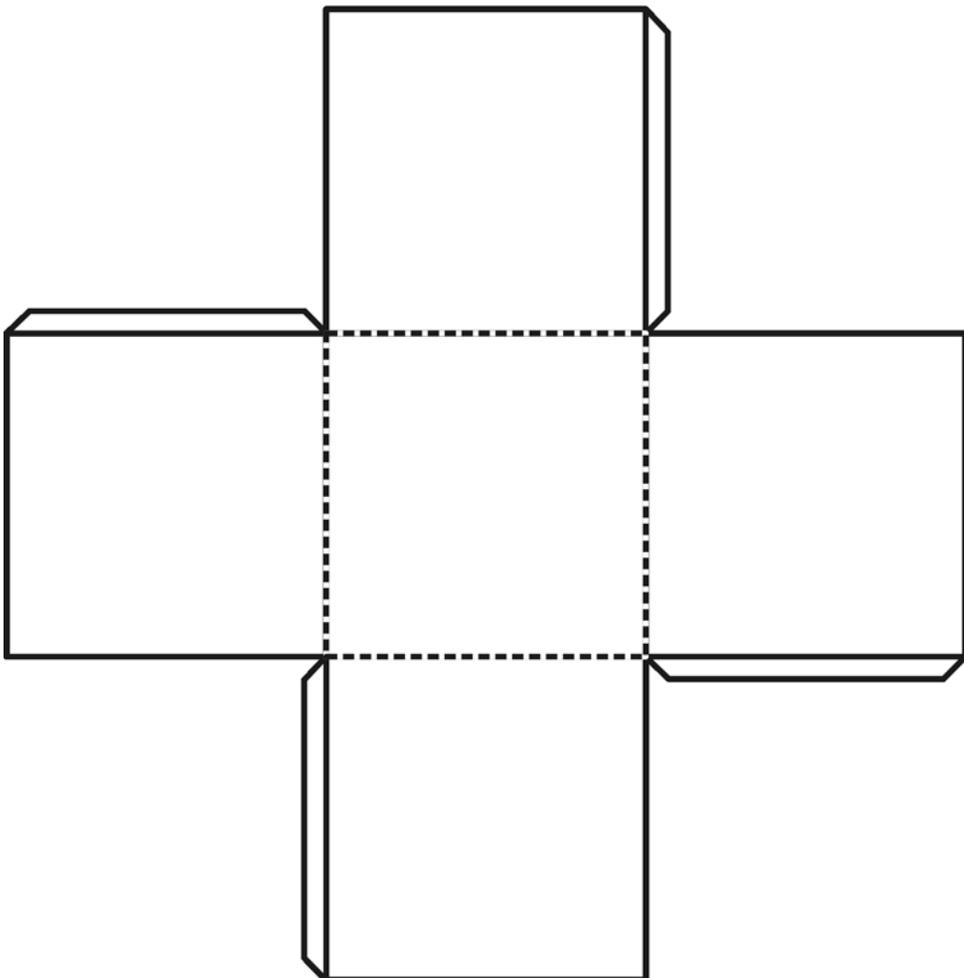
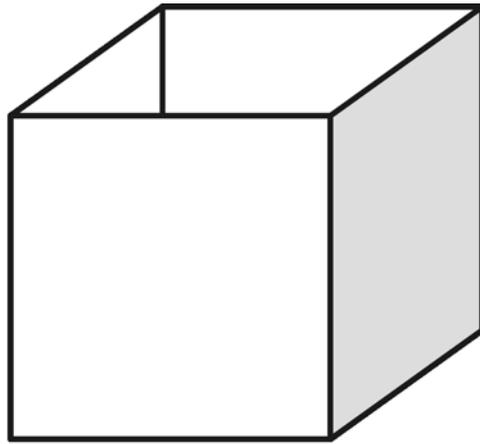
## Matemática na Educação 2

---

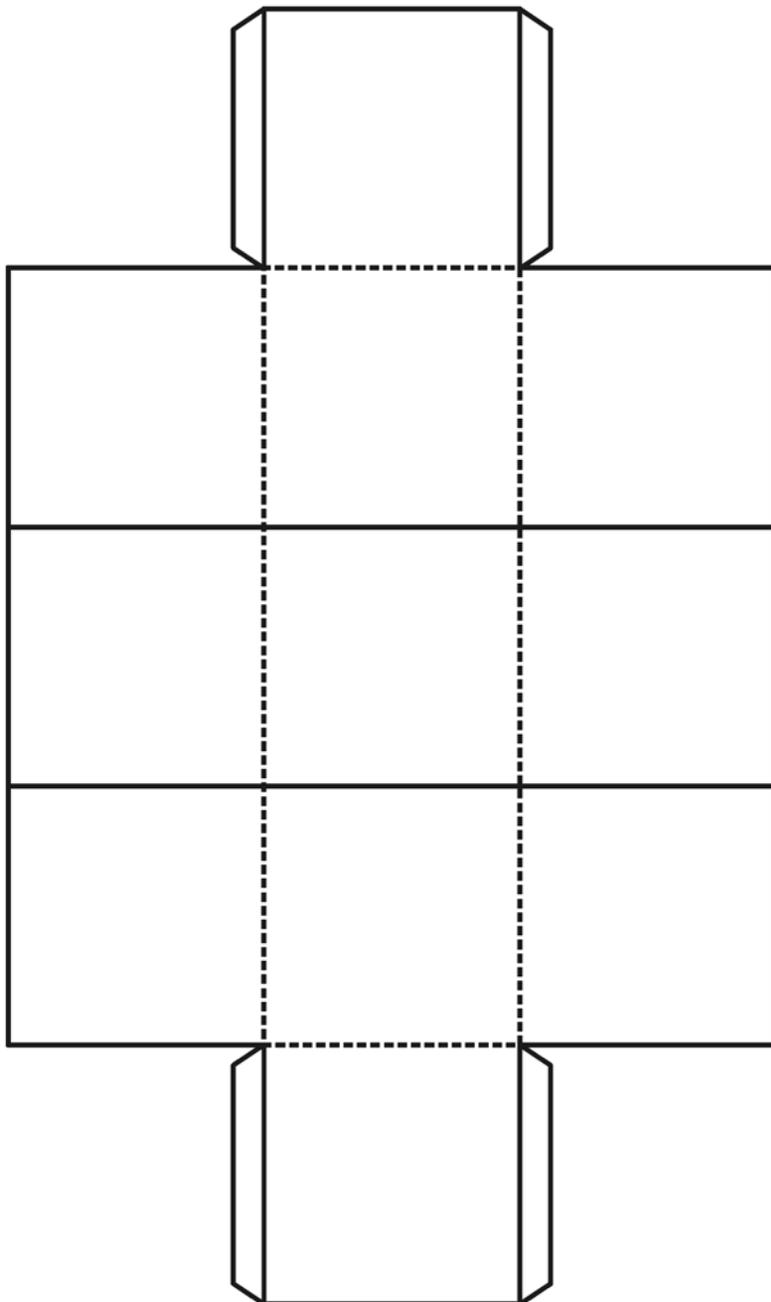
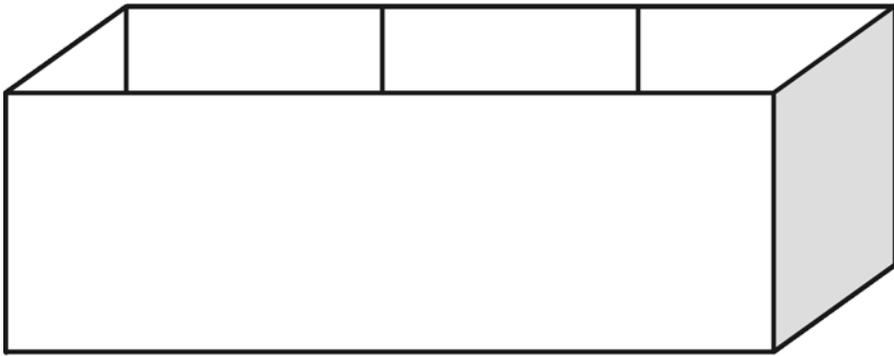
Encarte



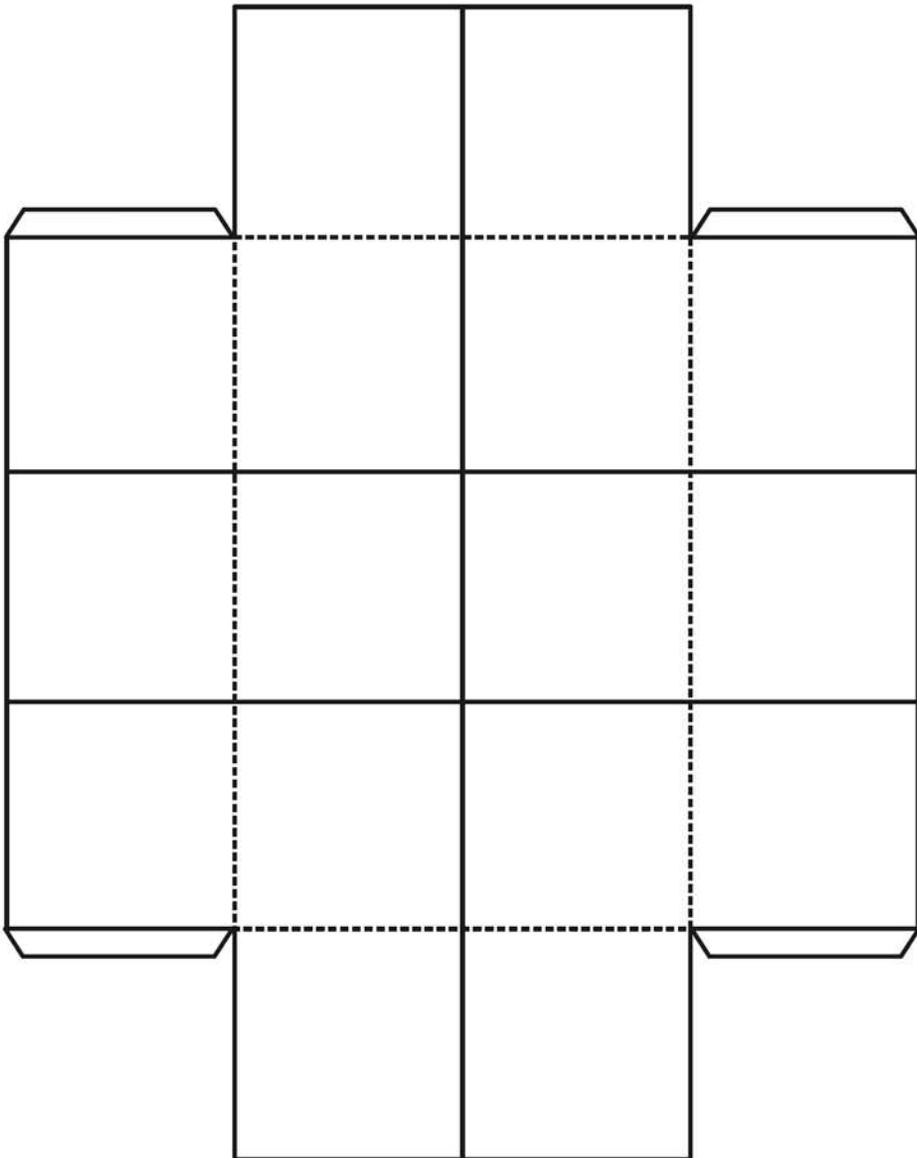
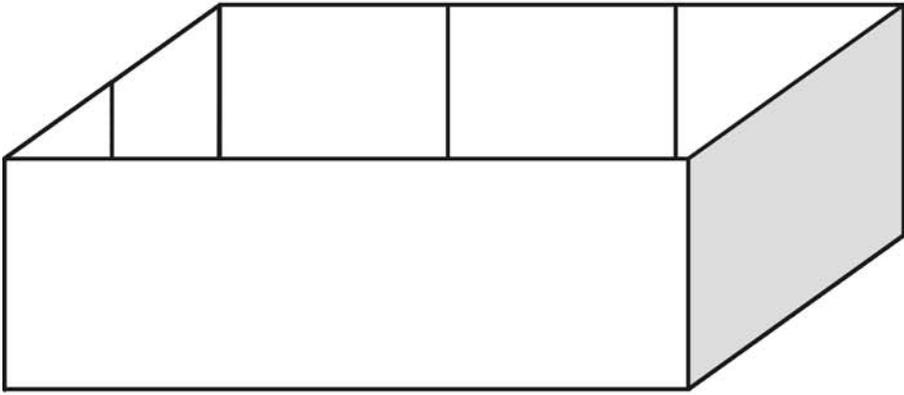
AULA 22













AULA 25





Carne	Frango	Peixe

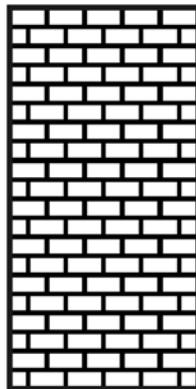
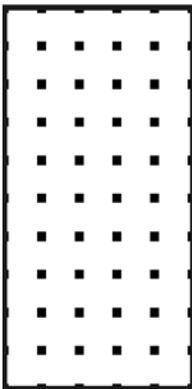
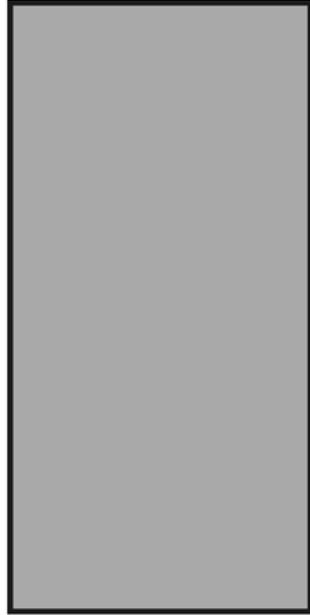
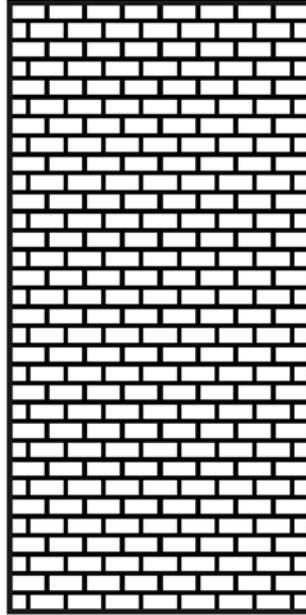
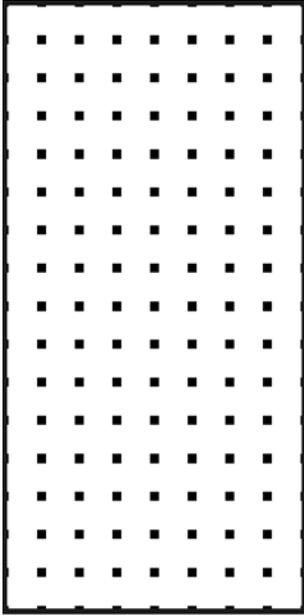


Salada de Alface	Salada de Palmito	Salada de Verde
Salada de Alface	Salada de Palmito	Salada de Verde
Salada de Alface	Salada de Palmito	Salada de Verde
Salada de Alface	Salada de Palmito	Salada de Verde
Salada de Alface	Salada de Palmito	Salada de Verde
Salada de Alface	Salada de Palmito	Salada de Verde
Salada de Cenoura	Salada de Cenoura	Salada de Cenoura
Salada de Cenoura	Salada de Cenoura	Salada de Cenoura

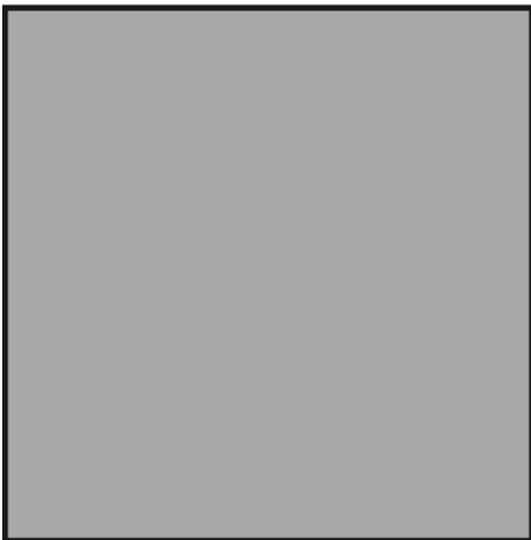
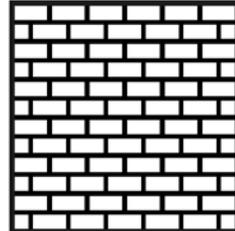
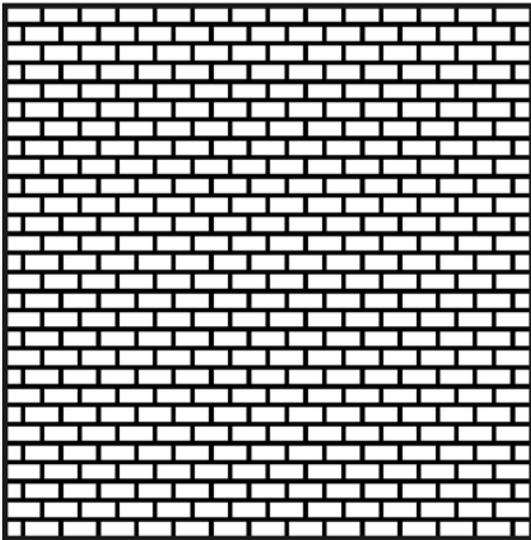
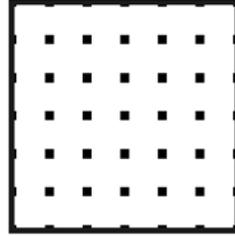
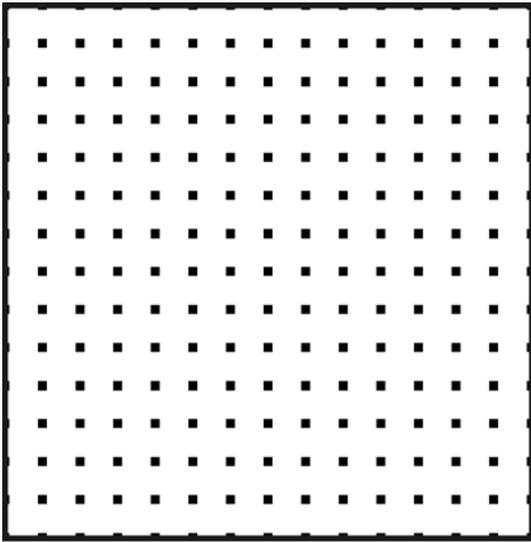


Molho Rose	Molho Rose	Molho Rose
Molho Rose	Molho Rose	Molho Rose
Molho Rose	Molho Rose	Molho Rose
Molho Rose	Molho Rose	Molho Rose
Molho Mostarda	Molho Mostarda	Molho Mostarda
Molho Mostarda	Molho Mostarda	Molho Mostarda
Molho Mostarda	Molho Mostarda	Molho Mostarda
Molho Mostarda	Molho Mostarda	Molho Mostarda

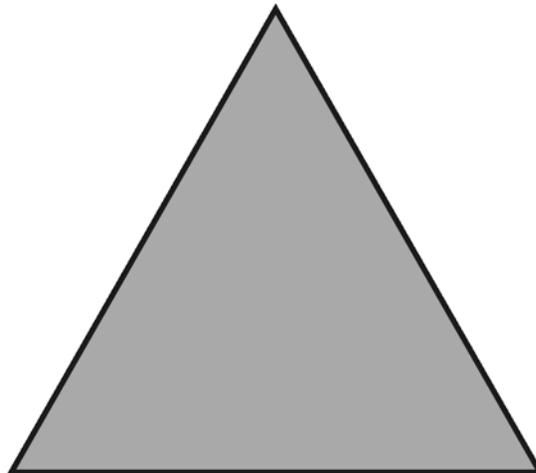
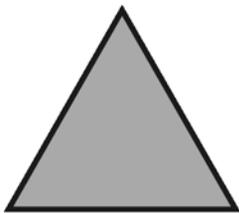
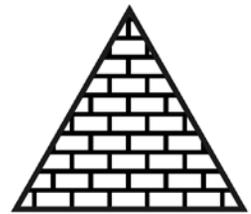
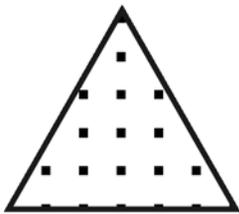
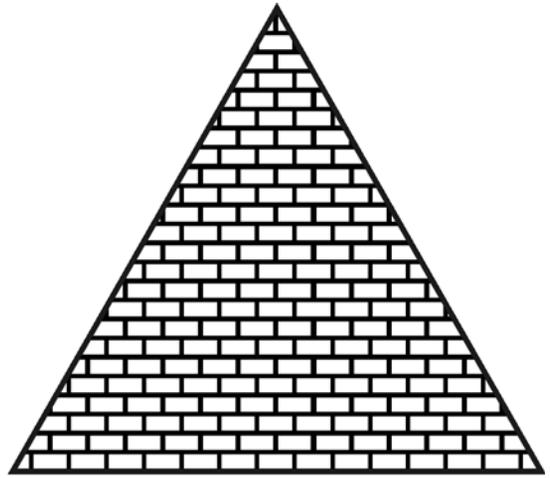
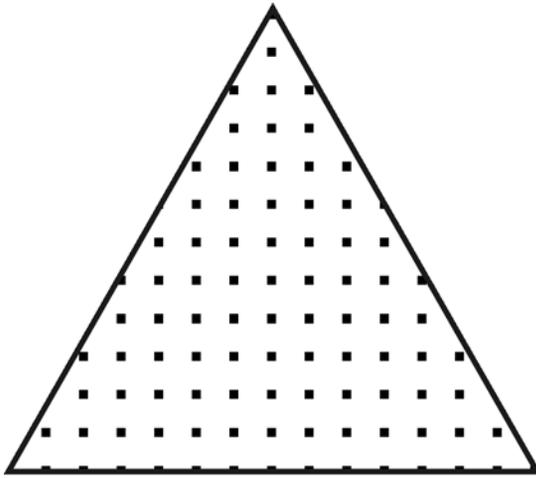




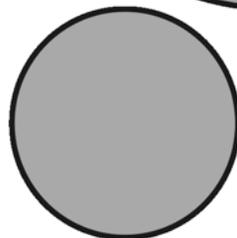
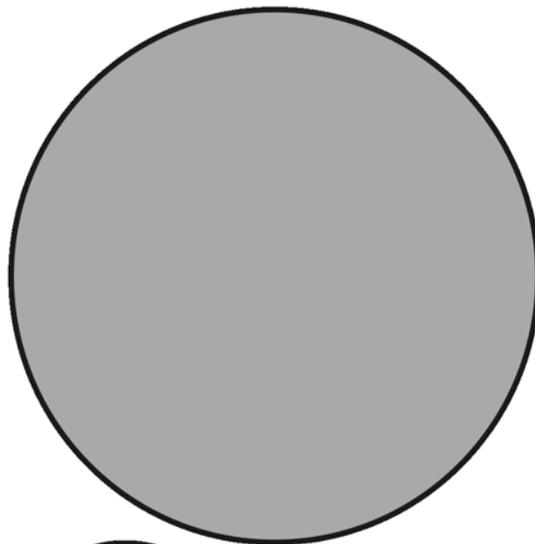
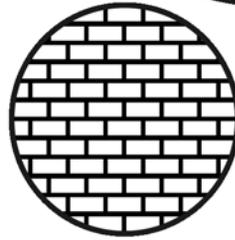
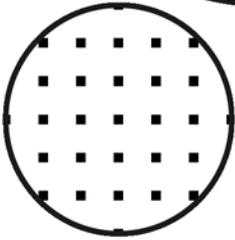
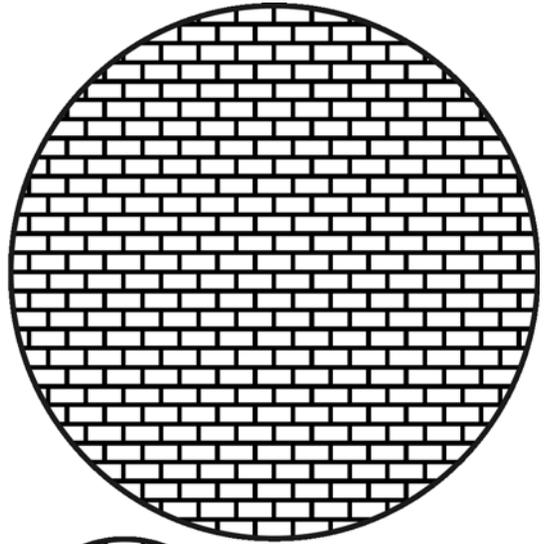
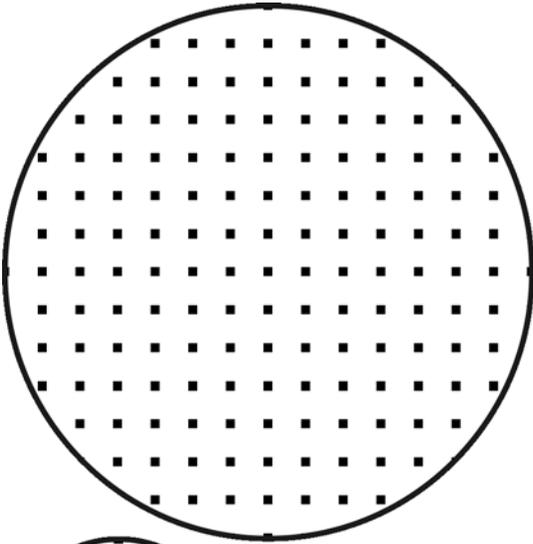














## Matemática na Educação 2

---

# Referências

## Aula 21

---

BRASIL. MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º ciclos*. Brasília, DF, 1997.

KINDEL, Dora Soraia; BAIRRAL, Marcelo A.; OLIVEIRA, Rosana de. *Uma proporção entre Matemática e PCNs*. Rio de Janeiro: GEPEN, 2000.

## Aula 22

---

BRASIL. MEC. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º Ciclos*. Brasília,DF: MEC/SEF, 1997.

FRANÇA, Elizabeth et al. *Matemática na vida e na escola - 6ª série*. São Paulo: Ed. do Brasil, 1999. 264p.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Matemática para todos - 6ª série, 3º ciclo*. São Paulo: Scipione, 2002. 351p.

ALEA - Ação Local de Estatística Aplicada. Disponível em: <<http://alea-estp.ine.pt>>. Acesso em: 2 set. 2004.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: <<http://www.inep.gov.br>>. Acesso em: 28 ago 2004.

## Aula 25

---

BRASIL. MEC. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º Ciclos*. Brasília,DF: MEC/SEF, 1997.

MAGNO, Beatriz Helena et al. *Matemática na Educação 1*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2004. v. 1.

MAHER, Carolyn A. *Professores podem ajudar seus alunos a construir argumentos convincentes?* Rio de Janeiro: MEM/USU, 1998. (Serie reflexões em educação matemática, v. 5).

## Aula 26

---

BERGAMINI, David. *As matemáticas*. Rio de Janeiro: J. Olympio, 1969.

BRASIL. MEC. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º ciclos*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. v 3.

COLL, César; TEBEROSKY, Ana. *Aprendendo matemática conteúdos essenciais para o ensino fundamental de 1a a 4a série*. São Paulo: Ática, 2000.

## Aula 27

---

ABRANTES, Paulo. *Avaliação em educação matemática*. Rio de Janeiro: GEPEN, 1995. 89p.

BARROS FILHO, Jomar; SILVA, Dirceu da. *A avaliação como elemento de continuidade de ensino*. Campinas, SP: UNICAMP/Faculdade de Educação, 2001.

BRASIL. MEC. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. p. 175. v. 1.

MEC. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental*. Brasília, DF: MEC/SEF 1998. p. 142. v. 3.

MORETTO, Vasco Pedro. *PROVA: um momento privilegiado de estudo – não um acerto de contas*. 2.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

## Aula 28

---

BARRETO, Marcília Chagas; CASTRO FILHO; José Aires; GOMES, Alex Sandro. Competências matemáticas de alunos de primeiro e segundo ciclos em situações aditivas e multiplicativas. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 8., 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; GOMES, Marilda Trecenti. O portfólio na avaliação da aprendizagem escolar. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 8., 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004.

## Aula 29

---

BRASIL. MEC. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º Ciclos*. Brasília,DF: MEC/SEF, 1997.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*. São Paulo: Ática, 2000. 4v.

IMENES, Luiz Roberto; LELLIS, Marcelo C.; JAKUBOVIC, José. *Novo Caminho: matemática*. São Paulo: Scipione, 1997. (Coleção novo caminho)

MATEMÁTICA. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/guiasvirtuais/pnld2004/pdfs/guia2matematica.pdf>>. Acesso em: 25 out. 2004.

VIEIRA, Edite R.; FRANÇA, Márcia M. G. *Do quanto ao porquê: matemática*. Rio de Janeiro: Access, 2000. 4v.





ISBN 85-7648-116-2



9 788576 448116 4



**UENF**  
Universidade Estadual  
do Norte Fluminense



Universidade Federal Fluminense

**uff**



**UNIRIO**



SECRETARIA DE  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Ministério  
da Educação

